



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1391A -

ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Anselma

MATERIA: Fondamenti di Macchine + Eserc. Prof.Misul

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

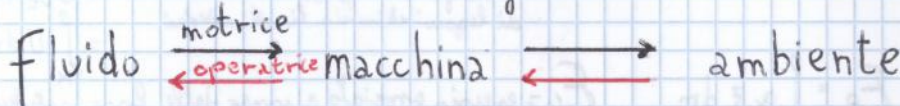
FONDAMENTI di MACCHINE

Macchina a fluido: attraversata da un fluido con cui scambia energia attraverso parti mobili, scambio può essere bi-direzionale.

In un trasferimento di energia, si ha passaggio da primaria a trasformata (es. da combustibili fossili a energia cinetica). Sono ^{fonti di} energia primaria: acqua (energia potenziale o elettrica), sole, fossile, vento, nucleare, maree.

Energia introdotta: $m_b H_{i,c}$ ^{potenza} _{potere calorifico inferiore}

Macchina $\left\{ \begin{array}{l} \text{motrice} \text{ se sviluppa potenza nell'ambiente esterno (assorbendo dal fluido)} \\ \text{operatrice} \text{ se assorbe potenza da motore elettrico e la trasferisce al fluido} \end{array} \right.$
 es. meccanica all'albero (ambiente)



Altra distinzione $\left\{ \begin{array}{l} \text{termiche se ha fluido comprimibile e lavora su variazioni di } T \\ \text{idrauliche se ha a che fare con un fluido incompressibile (cioè a densità costante) e i fenomeni termici sono trascurabili (variazioni anomale di } T \text{ sono trascurabili)} \end{array} \right.$

Altra ancora $\left\{ \begin{array}{l} \text{turbomacchine: si ha flusso continuo di fluido (es. turbina)} \\ \text{volumetriche: scambi di energia sono soggetti a variazioni di volume (no flusso continuo)} \end{array} \right.$

Sistema: $\left\{ \begin{array}{l} \text{chiuso: quantità di materia ^{costante} contenuta in una porzione limitata di spazio da confini reali (es. stanza) o ideali (es. immaginari)} \\ \text{Per studiarlo si usa approccio Lagrangiano. Unici scambi consentiti sul contorno sono energia (calore } Q \text{ e lavoro } L) \\ \text{aperto: regione definita nello spazio in cui si possono avere scambi di massa e di energia. Il suo contorno è quasi sempre ideale (es. porzione di turbomacchina). Si usa approccio Euleriano (si fissa attenzione su porzione di massa e si studia il suo comportamento e spostamento nel tempo).} \end{array} \right.$

Integrando quindi il 1° principio $Q + L = \Delta E$ $t_1 \rightarrow t_2$
 in forma differenziale $Q + L = \Delta E$

$dL = -p dV$ per macchine operatrici; per macchine motrici $dL = p dV \rightarrow Q - \int p dV = \Delta E$

scrittura completa $dL = -p dV + dE_c + dE_p + dE_{el} + dL_w$
 lavoro (figura E), o eq. conservazione energia
 contributo viscoso \rightarrow lavoro delle resistenze passive, è sempre $> 0!$

Portandola nel 1° principio:

$$dQ - p dV + \cancel{dE_c} + \cancel{dE_p} = dU + \cancel{dE_c} + \cancel{dE_p}$$

$$\boxed{dQ + dL_w = dU + p dV} \quad \text{1ª formulazione mista}$$

Introducendo l'entalpia h $dh = dU + p dV + v dp$, si ottiene

$$\boxed{dQ + dL_w = dh - v dp} \quad \text{2ª formulazione mista}$$

h e U sono proprietà del sistema, lavorando su sistema reversibile h è l'energia associata al sistema, mentre U è l'energia associata a isocora reversibile (ricome sono proprietà; si può scegliere trasformazione più comoda).

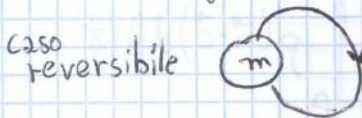
2° PRINCIPIO della TERMODINAMICA

Si introduce entropia, indice del disordine interno del sistema, che è una proprietà.

$$\boxed{dS = \frac{dQ}{T} + \frac{dL_w}{T}}$$

Utilizzando disuguaglianza di Clausius, in trasformazione ciclica $\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$

= se trasformazione è reversibile, < se irreversibile



$$S_2 - S_1 = \oint \frac{dQ}{T} + \oint \frac{dL_w}{T} \geq 0$$

quindi si verifica che le 2 somme sono equivalenti

Tra due stati $S_2 - S_1 = \int_{S_1}^{S_2} \frac{dQ}{T} + \int_{S_1}^{S_2} \frac{dL_w}{T}$

$$S_2 - S_1 = \int_{S_1}^{S_2} \frac{dQ_{rev}}{T}$$

$$\left. \begin{aligned} T dS &= dQ + dL_w (1) \\ dQ + dL_w &= dU + p dV (2) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} T dS &= dU + p dV \\ T dS &= dh - v dp \end{aligned}$$

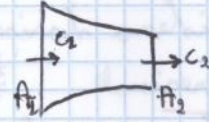
$$\int_{A_2} \underbrace{\rho_2 c_2 \cos \theta_2}_{m_2} dA = \int_{A_1} \underbrace{\rho_2 c_2 \cos \theta_1}_{m_1} dA$$

2) Isolando ancora flusso unidimensionale (= proprietà in una sezione non variano da punto a punto)

$$\rho_2 c_2 \cos(\tilde{n} - \theta_2) A_2 = \rho_2 c_2 \cos \theta_1 A_1$$

3) Isolando $\tilde{c} // \tilde{n}$ $\rho_2 c_2 A_2 = \rho_2 c_1 A_1 = \dot{m}$

Fluido incompressibile $\rho = \text{costante} \rightarrow c_1 A_1 = c_2 A_2$



PPSA in sistema chiuso $dQ + dL = dE$

Definendo energia diversi istanti $E_c(t) = E_{cv}(t)$

$$E_c(t+dt) = E_{cv}(t+dt) + dE_{out} - dE_{in}$$

$$dE_c = E_c(t+dt) - E_c(t) = \underbrace{E_{cv}(t+dt) - E_{cv}(t)}_{dE_{cv}} + dE_{out} - dE_{in}$$

$$dE_c = dE_{cv} + dE_{out} - dE_{in}$$

grand. estensiva

$$\frac{dE_c}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} E_{cv} + \dot{E}_{out} - \dot{E}_{in}$$

$$\Rightarrow \dot{Q} + \dot{L} = \frac{\partial}{\partial t} E_{cv} + \dot{E}_f$$

lamine di flusso (grazie a sezione ingrossata, sezione unita)

$$\dot{m} = \int_A \rho(\tilde{c} \cdot \tilde{n}) dA$$

associata quant. di massa

energia meccanica associata a flusso di massa

$$\dot{E}_f = \int_A E p(\tilde{c} \cdot \tilde{n}) dA$$

$$E = \int_M E dm, \text{ considerando } dm = \rho dV$$

Riscrivendo

lamine transitorie

lamine di trasporto

$$\dot{Q} + \dot{L} = \frac{\partial}{\partial t} \int E \rho dV + \int_A E p(\tilde{c} \cdot \tilde{n}) dA \quad (1)$$

Bisogna però anche considerare lavoro "all'albero" interno al sistema $\dot{L}_i \neq \dot{L}_s = \dot{L}^{(2)}$, dove \dot{L}_s = lavoro al contorno (es. in sezione entrata e uscita), di superficie.

$$\text{Se } dL = \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_A \vec{f} \cdot dA \cdot d\vec{s} = \int_A -p \tilde{n} \cdot d\vec{s} dA \rightarrow \dot{L}_s = \frac{dL}{dt} = \int_A -p \tilde{n} \cdot \frac{d\vec{s}}{dt} dA = \int_A -p \tilde{n} \cdot \tilde{c} dA$$

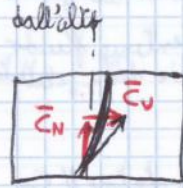
considerando $v = \frac{1}{\rho}$, $\dot{L}_s = \int_A -p v \rho(\tilde{c} \cdot \tilde{n}) dA \quad (3)$

combinando (1) (2) e (3)

$$\dot{Q} + \dot{L}_i + \int_A -p v \rho(\tilde{c} \cdot \tilde{n}) dA = \frac{\partial}{\partial t} \int E \rho dV + \int_A E p(\tilde{c} \cdot \tilde{n}) dA$$

in pressione e viceversa. Scopo del diffusore è rallentare e distribuire il fluido.

Triangolo delle velocità



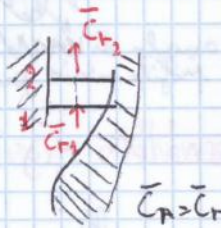
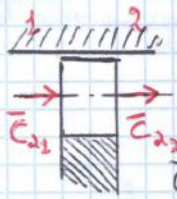
nel caso di macchina radiale $c_u = 0$
 " " " " assiale $c_r = 0$

In una macchina assiale ricerca di avere $\bar{c}_r = 0$, nonostante fluido

sia rotante a forza centrifuga. \bar{c}_r trascurabile per piccole palette, non più per grandi palette né alterazioni rapide di pendenza nella macchina, che si osserva con lo svelgimento delle palette.

conservazione massa $\frac{\partial m_{cv}}{\partial t} + m_f = \rho$, per caso stazionario $m_{in} = m_{out}$

$$m_f = \int_A \rho(\bar{c} \cdot \bar{n}) dA$$



$$\dot{m}_2 = \dot{m}_1$$

ipotesi di flusso unidimensionale $\rightarrow \dot{m}_1 = \rho_1 \bar{c}_1 \bar{n}_1 A_1 = \rho_2 \bar{c}_2 \bar{n}_2 A_2$

A_1 e A_2 sono uscite circolari

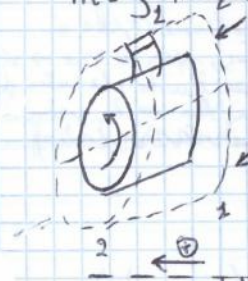


$$A = \int \bar{n} dl$$

componente meridiana (assiale o radiale)

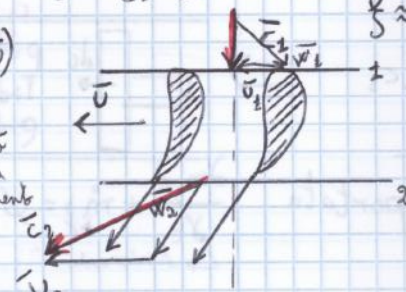
$$\dot{m} = \int_2 \bar{n} d_2 l_2 \rho_2 c_{n2} = \int_2 \bar{n} d_2 l_2 \rho_2 c_{n2} \text{ con } \beta_1 \approx \beta_2$$

con $\beta \leq 1$ coefficiente che tiene conto di presenza palette $\beta \approx 0,98$



$$\bar{c} = \bar{u} + \bar{w}$$

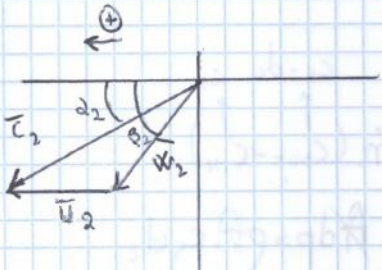
velocità assoluta
 velocità di trascinamento
 velocità relativa



Si assume positivo, per convenzione, ciò che è concorde al verso di \bar{u} , l'angolo positivo quello che parte dalla direzione di \bar{u} e va in senso antiorario \rightarrow α per \bar{c} , β per \bar{w}

m) $c_1 \sin \alpha_1 = w_1 \sin \beta_1$
 n) $c_1 \cos \alpha_1 = u_1 + w_1 \cos \beta_1 \rightarrow u_1 = -w_1 \cos \beta_1$

$\uparrow c_2 \sin \alpha_2 = w_2 \sin \beta_2$
 $\rightarrow c_2 \cos \alpha_2 = u_2 + w_2 \cos \beta_2$



Ricordando momento $M_2 = \dot{m} (r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1}) (=0)$ e $P_i = C \cdot \omega = \dot{m} L_i$

$$L_i = \frac{C \cdot \omega}{\dot{m}} = \frac{\dot{m} (r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1}) \cdot \omega}{\dot{m}} = U_2 c_{u2} - U_1 c_{u1} \text{ per macchina operatrice}$$

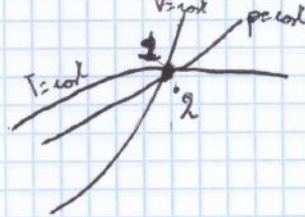
$$\omega = \frac{U}{r}$$

Entropia costante $\rightarrow \frac{P}{\rho^k} = \text{cost} \rightarrow p = \text{cost} \cdot \rho^k$
 $dp = \text{cost} \cdot k \rho^{k-1} d\rho = \frac{P}{\rho^k} \cdot k \rho^{k-1} d\rho$

$\frac{dp}{d\rho} \Big|_{S=\text{cost}} = k \frac{P}{\rho} \rightarrow C_s = \sqrt{k \frac{P}{\rho}}$ *velocità locale*

- solo per gas perfetto $\frac{P}{\rho} = RT \rightarrow C_s = \sqrt{kRT}$ con $k = \frac{C_p}{C_v}$

- per vapori \rightarrow diagramma Mollier h



approssimabile a gas ideale a alte p e alle T . (isentropiche diventano isoterme)

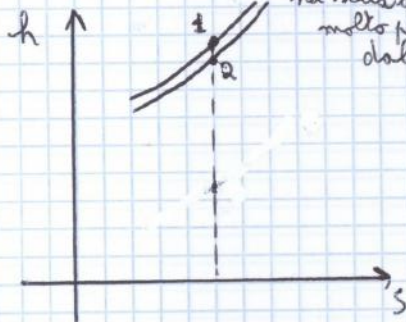
Da dove arriva k ?

2° princ. $T ds = dQ + dL_w = dh - v dp$
 $T ds = c_p dT - v dp$ $v = \frac{RT}{P}$
 $T ds = c_p dT - \frac{RT}{P} dp = 0$

$\frac{c_p}{T} dT - \frac{R}{P} dp = 0$ $c_p dT - (c_p - c_v) \frac{dp}{P} = 0$

$\frac{dT}{T} - \frac{k-1}{k} \frac{dp}{P} = 0 \rightarrow \frac{P}{\rho^k} = \text{cost}$
 $\frac{T}{P^{k-1}} = \text{cost}$

in isentropica, si può andare a cercare k equivalente considerando che si sta studiando intorno molto vicino del punto (se si si allontana dal punto decade l'ipotesi di usare $\frac{P}{\rho^k}$)



$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^k = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^k \rightarrow k = \frac{\ln P_1 - \ln P_2}{\ln v_2 - \ln v_1}$

$k = 1,33$

Numero di Mach

$M_a = \frac{c}{C_s}$

- < 1 flusso subsonico
- > 1 flusso supersonico
- $= 1$ " sonico

Flusso subsonico \rightarrow onda visale la corrente ($c - c_s > 0$), mentre con flusso sonico e supersonico il fluido a monte è imperturbato in quanto $c - c_s \leq 0$: informazioni di quanto accade a valle non giungono a monte.

Riordinando $M_2 = \frac{C_2}{C_{S2}}$

$$\frac{P_2^0}{P_2} = \left[1 + \frac{k-1}{2} M_2^2 \right]^{\frac{k}{k-1}}$$

$$\frac{P_2^0}{P_2} = \left[1 + \frac{k-1}{2} M_2^2 \right]^{\frac{1}{k-1}}$$

relazione tra pressione e pressione totale

" " densità " densità "

riordinando

$$\frac{T_2^0}{T_2} = 1 + \frac{1}{\gamma} \frac{C_2^2}{2c_p} = 1 + \frac{1}{\gamma} \frac{C_2^2}{2 \frac{k}{k-1} R C_S^2}$$

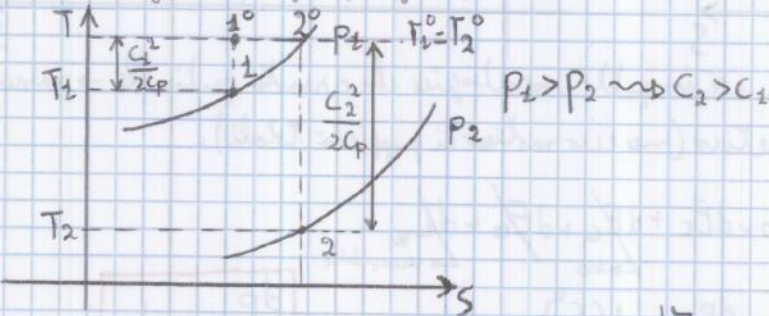
$$\frac{T_2^0}{T_2} = 1 + \frac{k-1}{2} M_2^2$$

" " temperatura " temperatura "

Esempi

P_1, T_1	$dQ = \phi$	P_2	PPSA $d\phi + dL_1 = dh + dE_c + \dots$
C_1		C_2	\rightarrow NO ogni mobile
\downarrow		\downarrow	
P_2^0, T_2^0		P_2^0, T_2^0	$\Delta h + \Delta E_c = \phi$
			$h_2 + \frac{C_2^2}{2} - h_1 - \frac{C_1^2}{2} = \phi$
			$h_2^0 = h_1^0$

In trasformazioni adiabatiche lungo condotto fisso, entalpia è conservata! $h^0 = \text{cost}$
 Se il fluido è gas perfetto, anche T^0 è costante! $T_2^0 = \text{cost}$



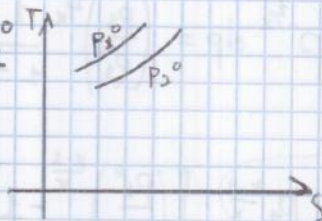
$$T ds = dh - v dp \rightarrow ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = c_p \ln \frac{T_2^0}{T_1^0} - R \ln \left(\frac{P_2^0}{P_1^0} \right) \quad (\text{arrivando irreversibilità})$$

In questo caso evento adiabatico $\ln \frac{T_2^0}{T_1^0} = 0 \rightarrow S_2 - S_1 = -R \ln \left(\frac{P_2^0}{P_1^0} \right)$

In trasformazioni irreversibili $P_2^0 < P_1^0$

Se fosse reversibile, $\Delta S = 0 \rightarrow P_2^0 = P_1^0$



inverte. Se si raggiunge prima, non si lavora in condizioni ottimali, perché una parte di ugello convergente finisce a lavorare da diffusore.

Divergente con angolo molto piccolo per aprire molto gradualmente il fluido.

Progetto di ugello è sottotono a pressione da raggiungere.

i P_1, T_1 C_1	f P P_1^0	2 P_2, T_2 C_2
----------------------------	-----------------------	----------------------------

$$\frac{dp}{\rho} = -c dc \text{ integrata in punto generico}$$

$$\int_{P_1^0}^P \frac{dp}{\rho} = - \int_{C_1^0}^c c dc = - \frac{c^2}{2}$$

$$\frac{k}{k-1} \frac{P_1^0}{\rho_1^0} \left[\left(\frac{P}{P_1^0} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

$$C = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{P_1^0}{\rho_1^0} \left[1 - \left(\frac{P}{P_1^0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad (1) \quad \text{variazione velocità lungo coordinate assiali}$$

considerando $\frac{P}{\rho^k} = \frac{P_1^0}{\rho_1^0{}^k} \rightarrow \rho = \left(\frac{P}{P_1^0} \right)^{\frac{1}{k}} \cdot \rho_1^0 \quad (2)$

e $\dot{m} = \rho AC \rightarrow A = \frac{\dot{m}}{\rho C} \propto \frac{1}{\rho C}$

considerando (1) (2) $\rho C = \sqrt{\frac{2k}{k-1} P_1^0 \rho_1^0 \left[\left(\frac{P}{P_1^0} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P}{P_1^0} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \quad (3)$

Si trova andamento delle sezioni lungo ugello. Se A diminuisce, ρC aumenta. Quando ρC è massimo (cioè sezione di gola), che pressione si è raggiunta? (pressione = variabile) per decidere se bisogna aggiungere divergente

$$\frac{\partial(\rho C)}{\partial \left(\frac{P}{P_1^0} \right)} = 0$$

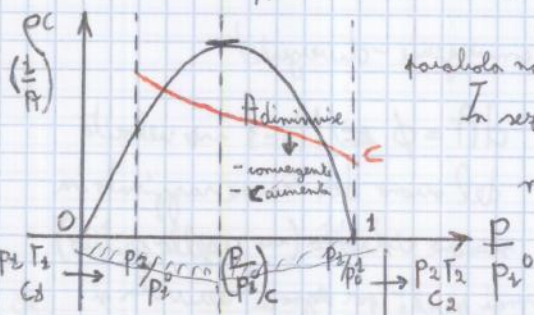
(in quanto P raggiunta $> P_2$) o si è già a P_2 ($M_2=1$)

$\alpha k=1,4 \rightarrow \left(\frac{P}{P_1^0} \right)_c = 0,528$

$$\left(\frac{P}{P_1^0} \right)_c = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

è il valore che annulla la derivata.
Rapporto critico delle pressioni

Mettendo rapporto critico in (1), si deve ottenere velocità del suono $c = \sqrt{k \frac{P}{\rho}} = c_s$



funzione non simmetrica ha i 2 estremi e rovesciati.

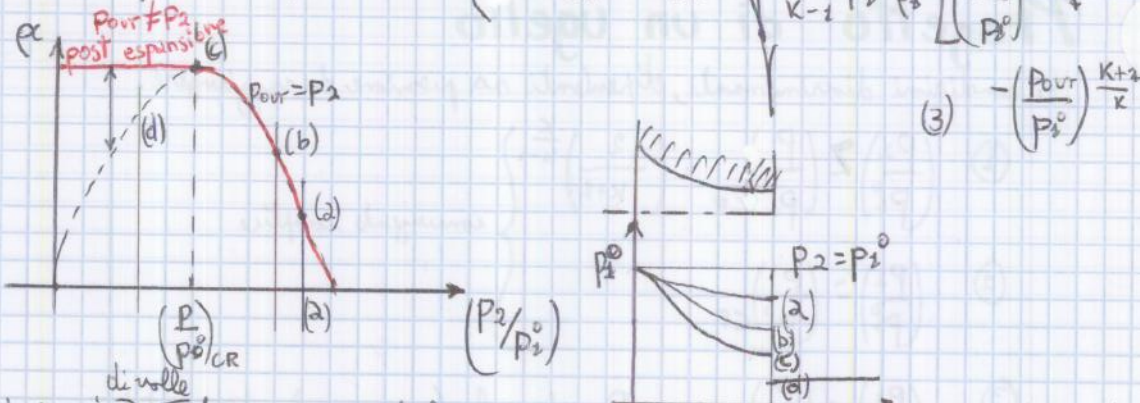
In sez. 1 $N \frac{P_1}{P_1^0} = 1$. Quando si raggiunge $\left(\frac{P}{P_1^0} \right)_c$, A è minimo e $M_2=1$,

ma nel diagramma P raggiunta $> P_2$ ma bisognerà aggiungere divergent per far scendere ancora pressione. $P_2 = 0,528 P_1^0$

Per continuare espansione si ha bisogno di diminuire ρC = aument A

Avendo caso (2), cosa succede - in portata - in perdite (evoluzione fluido) in condizioni di funzionamento diverse da progetto?

Ipotesi sempre isentropica $m = \rho \cdot A_{out} = A_{out} \cdot \left[\frac{2k}{k-1} P_2^0 P_2^0 \left[\left(\frac{P_{out}}{P_2^0} \right)^{2/k} + \dots \right] \right]$



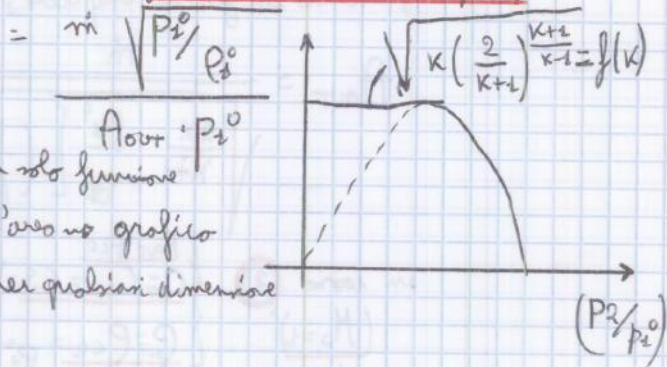
$$(3) - \left(\frac{P_{out}}{P_2^0} \right)^{\frac{k+1}{k}}$$

Altezza pressione si preferisce sempre detto di portata aumentando, aumentando portata in transito.

Ugello è reso critico arrivando in (c), $m = m_{CR} = A_{out} \cdot \frac{P_2^0}{\sqrt{A_2^* P_2^0}} \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$ (4)

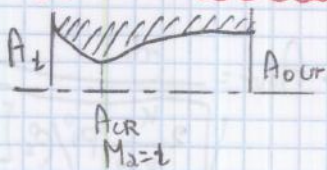
In (d), guardando eq. isentropica, portata dovrebbe diminuire. Ma raggiungendo pressione critica qualunque cosa succeda a valle non influenza (come se si fosse nuovo) ma si è fuori da condizioni funzionamento ugello, ed evoluzione non è più isentropica $P_{out} \neq P_2$

Eq. (3) → descrive ramo destro parabola } si preferisce usare fattore di riduzione delle portate
 Eq. (4) → " retta orizzontale



Per far diventare retta solo funzione del fluido e non dell'angolo grafico valido per un fluido per qualsiasi dimensione dell'ugello

3 CASO PROGETTO



$$A_1 = \frac{m}{\rho_1 c_1}$$

$$A_{out} = \frac{m}{(\rho c)_{out}} = \frac{m}{\sqrt{2 \frac{k}{k-1} \frac{P_2^0}{P_2^0} \left[\left(\frac{P_2}{P_2^0} \right)^{2k} + \left(\frac{P_2}{P_2^0} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}}$$

considerando che evoluzione è isentropica

$$Pv^k = \text{cost}$$

$$A_{CR} = \frac{m}{\rho_{CR} \cdot c_{CR}} \quad \text{con } c_{CR} = \sqrt{kRT_{CR}}$$

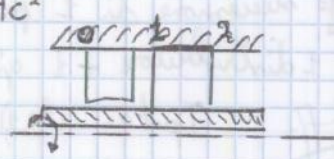
$$T_2 \neq T_{out}$$

$$= \frac{m}{\sqrt{P_2 P_2^0 \cdot k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}}$$

$$c_2 = \sqrt{2(h_1 - h_2)}$$

2) hanno inerzia diversa da quelle di vapore → problema fluidodinamico

C'è anche forza di resistenza aerodinamica che trattiene disco dal ruotare, assieme a perdite di potenza $P_w' = K_d \frac{d_2^3 v^3}{v}$ → $R = \rho A c^2$

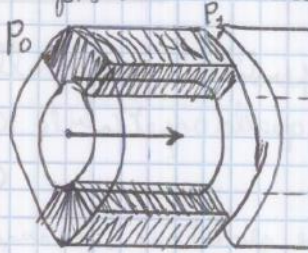


Soluzione migliore è pertanto quella "a tamburo" per non avere molta superficie esposta a perdite per inerzia alla rotazione.

Regolazione per parzializzazione = si occludono alcuni settori del distributore,



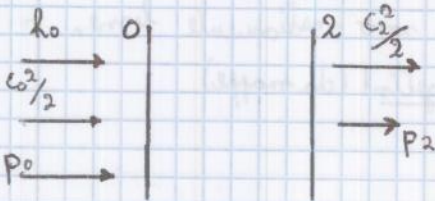
che non vengono attraversati dal fluido. Palettature corrispondenti nella girante avranno perdite per effetto ventilante (girano a vuoto)



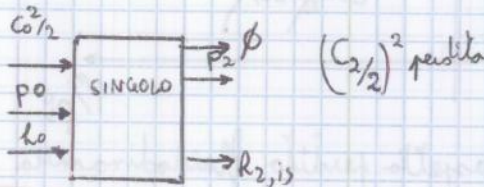
$$P_w'' = K_2 \epsilon \frac{d l v^3}{v} \text{ con } K_2 = f(\sqrt{\epsilon}) = 0,6 \div 0,8 \sqrt{\epsilon}$$

Se $\epsilon = \phi$, non sono parzializzati → $P_w'' = \phi$

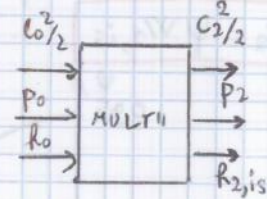
Ultima causa di perdita è dovuta all'energia cinetica allo scarico, che non viene utilizzata.



Pensando a macchina con singolo stadio

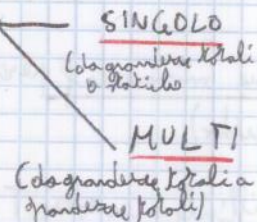


Mentre in multistadio



Se nel rendimento si confronta reale con ideale, in questo caso l'ideale porta a $h_{2, is}$ (livello energia ideale), mentre per la velocità deve essere ϕ nella

singolo stadio (per non avere scarico) ≠ nello multistadio è pari a C_2 e non è utilizzato. nello stadio successivo



η_{θ} TOTAL-TO-STATIC

si dà immagine di quanto statico riesce a convertire energia all'ingresso

η_{Θ} TOTAL-TO-TOTAL

si dà immagine di perdite nella conversione delle energie

$$\eta_{(H)} = \frac{h_A - h_{B,15}}{h_A^0 - h_{B,15} - \frac{C_B^2}{2}} \quad \eta_{(H)}^i \left[\frac{\sum_{i=1}^n (h_0^i - h_{2i5}) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{C_0^{2i}}{2} - \frac{C_2^{2i}}{2} \right)}{h_A - h_{B,15}} \right] \quad \text{(si moltiplica e divide per } h_A - h_{B,15} \text{)}$$

generalmente nelle macchine $C_A \approx C_B$ → semplificazioni $h_A^0 - \frac{C_B^2}{2} = h_A$

Prendendo IN e OUT negli ingranaggi, si sviluppa \sum velocità $\frac{C_A^2}{2} - \frac{C_2^2}{2} + \frac{C_2^2}{2} - \frac{C_4^2}{2} + \dots - \frac{C_B^2}{2} =$
 e si vede che velocità OUT di uno stadio = velocità IN stadio successivo $= \frac{C_A^2 - C_B^2}{2} = \phi$

$$\eta_{(H)} = \eta_{(H)}^i \frac{\sum_{i=1}^n (h_0^i - h_{2i5})}{h_A - h_{B,15}}$$

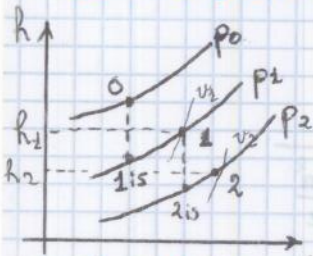
Dove numeratore è somma di segmenti verticali tra ogni stadio → più lungo di segmento verticale tra A e B15

$$\eta_{(H)} = \eta_{(H)}^i \cdot Y \quad \text{con più stadi si aumenta rendimento del fattore di recupero } Y$$

Energia ha valore in funzione di T cui è acquisita (più grande a T più elevata, anche se a stesso rapporto espansione). Si perde pressione nel primo stadio, ma la T è più elevata → livello energetico più elevato nell'ingresso al secondo stadio → recupero termico a livello di espansione grazie all'aumento h per l'irreversibilità.

Nei compressori diventa controrecupero perché, a causa di aumento h, fluido si espande anziché comprimersi, quindi è fattore contrario.

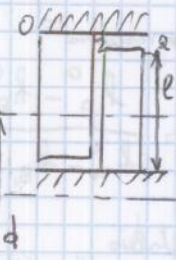
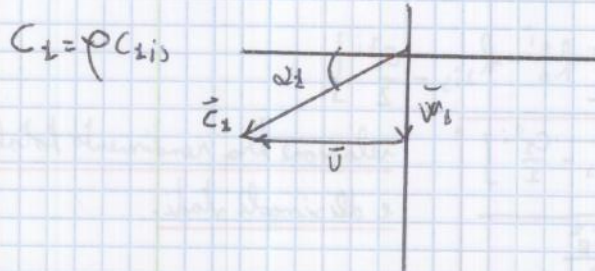
EVOLUZIONE del FLUIDO nella MACCHINA



A REAZIONE

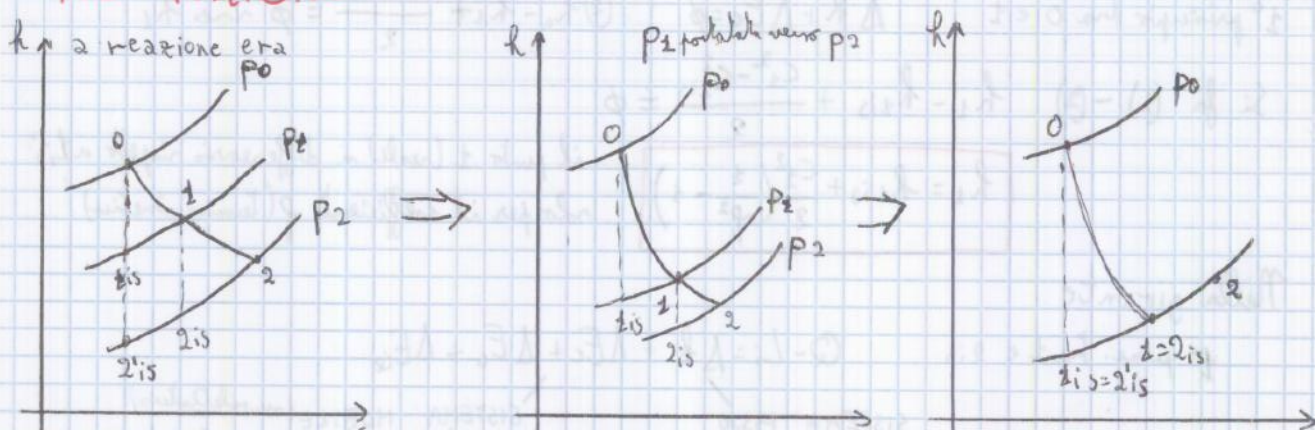
1° principio tra 0 e 1s $\phi - \frac{1}{2} \rho v_1^2 = \Delta h + \Delta E_c + \frac{\rho}{2} \Delta v_1^2 + \Delta F_c$
 (Note: $\Delta F_c \rightarrow 0$, $\Delta E_c \rightarrow 0$, $\Delta v_1^2 \rightarrow 0$)

(2) $h_0 - h_{1s} + \frac{C_0^2 - C_{1s}^2}{2} = \phi$ $C_{1s} = \sqrt{C_0^2 + 2(h_0 - h_{1s})}$ $[h] = \frac{3}{\rho g}$ sotto radice!



Macchine ad azione vs Macchine a reazione
 In macchine ad azione: l'adulata di pressione avviene completamente nel distributore.
 In macchine a reazione: l'adulata di pressione si suddivide tra distributore e girante.

AD AZIONE



bisogna arrivare a $p_2 = p_2'$ perché è a azione. Ma non posso ridurlo a p_2 , i si avvicina a $2i_s$

$$h_2 = h_{2i_s} + \frac{W_2^2}{2} \left(\frac{1}{\psi^2} - 1 \right) \quad \text{con } h_{2i_s} = h_1 \quad h_{2'i_s} = h_{1i_s}$$

si usano stesse equazioni pertanto, ma con altri valori

$$W_{2i_s} = \sqrt{W_1^2 + 2(h_2 - h_{2i_s})} = W_2 \leftarrow \text{rappresenta anche velocità relativa in uscita poco all'uscita della girante}$$

$$W_2 = \psi W_{2i_s} \rightarrow \boxed{W_2 = \psi W_1} \quad \text{nel caso di macchine ad azione}$$

grado di reazione semplice

$$\boxed{X = \frac{\Delta h_{i_s, \text{girante}}}{\Delta h_{i_s, \text{girante}} + \Delta h_{i_s, \text{distributore}}}}$$

riferito a volute in uscita
più

" " " cinematico

$$\boxed{R = - \frac{\Delta h_{\text{girante}}}{L_i}}$$

riferito a lavori

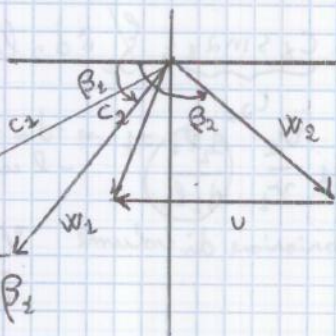
Es. $X = \phi$ significa $\Delta h_{i_s, \text{girante}} = \phi$

→ h_i attribuire per definizione a

Macchina ad azione $W_2 = \psi W_1$

$$W_1 = \frac{W_2}{\psi} > W_2$$

Si suppone di imporre simmetria $\beta_2 = \tilde{11} - \beta_1$



$$X = 0,5$$

$$\Delta h_{i_s, \text{distrib.}} = \frac{c_0^2 - c_{2i_s}^2}{2} \quad \text{per il primo principio. Si applica nel modo relativo}$$

$$\text{togliendo termine lavoro } h_2 - h_{2i_s} = \frac{W_2^2 - W_{2i_s}^2}{2} = \phi \quad h_{2i_s} - h_1 = \frac{W_1^2 - W_{2i_s}^2}{2}$$

$$X = 0,5 \rightarrow \frac{W_1^2 - W_{2i_s}^2}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{W_2^2 - W_{2i_s}^2}{2} - \frac{c_0^2 - c_{2i_s}^2}{2} \right)$$

numeratore denominatore

$$\frac{1}{2} (W_1^2 - W_{2i_s}^2) = \frac{1}{2} \left(\frac{c_0^2 - c_{2i_s}^2}{2} \right)$$

$$c_{2i_s} = c_1 / \phi$$

$$W_{2i_s} = W_1 / \psi$$

Dal momento che è sovrante a rinvolo stadio, si ha $h_0 = h_{2is}$

$$\eta_0 = \frac{L_i = h_0 - h_{2is}}{h_0 - h_{2is}} \text{ per massimizzarlo? (quale triangolo è il migliore?)}$$

si inverte segno in quanto W_{2U} è in direzione opposta a W_{2V}

$$L_i = U(C_{U2} - C_{V2}) \text{ con } C_{U2} = U + W_{2U} = U - \psi W_{2U} = U - \psi(C_{2U} - U)$$

$$\rightarrow L_i = U \{ C_{2U} \cos \alpha_1 - [U - \psi(C_{2U} \cos \alpha_1 - U)] \}$$

$$= U [C_{2U} \cos \alpha_1 - U + \psi(C_{2U} \cos \alpha_1 - U)] =$$

$$= U (C_{2U} \cos \alpha_1 - U) (1 + \psi) \text{ lavoro in funzione delle velocità}$$

$$h_0 - h_{2is} = \frac{C_{2is}^2}{2} = \frac{C_2^2}{2\phi^2}$$

$$\eta_0 = U (C_2 \cos \alpha_1 - U) (1 + \psi) \cdot \frac{2\phi^2}{C_2^2} = \frac{U}{C_2} (1 + \psi) \left(\cos \alpha_1 - \frac{U}{C_2} \right) 2\phi^2$$

- si cerca di massimizzare η lavorando la struttura
- $\alpha_1 \approx 20 \div 25^\circ$ perché dato di progetto (non molto variabile) \rightarrow limite inferiore 12°
- unico parametro libero è $\frac{U}{C_2}$ ma si deriva rispetto al parametro, e si impone = 0

$$\frac{U}{C_2} = \frac{\cos \alpha_1}{2} \text{ massimo rendimento per macchina ad azione}$$

$$\psi = \frac{L_i}{U^2} \text{ coefficiente di lavoro}$$

$$\frac{U}{C_2} = \frac{\cos \alpha_1}{2} \quad L_i = (1 + \psi) U^2$$

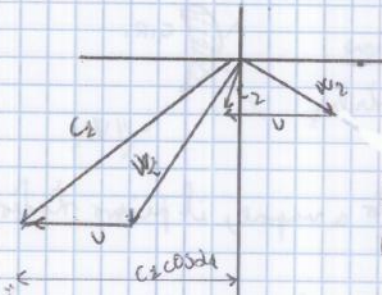
$$v = \pi r n \rightarrow n = \frac{60 \cdot f}{p} \text{ si usa a risolvere diametro}$$

derivata da accoppiamento alternatore

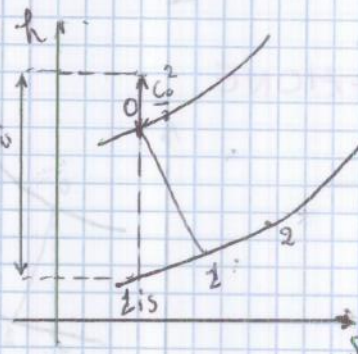
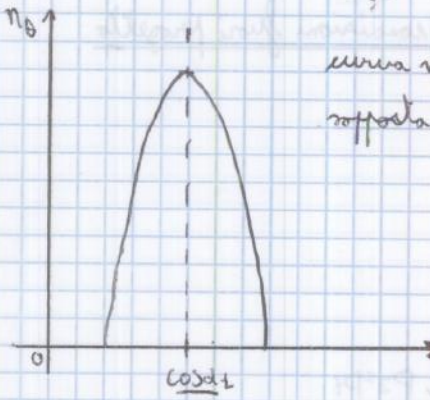
Quanto si può avere rinvolo stadio d'azione? (limite per $\frac{C_2}{U}$)

$p=29, 2+8$
Catalina

$$U = \frac{C_2 \cos \alpha_1}{2}$$



curva molto chiusa per caratteristiche di turbina a azione, che mal sopporta incidenza elevate.



$$\eta_0 = \frac{L_i}{\Delta h_{12}} = \frac{L_i}{h_0 - h_{2is}}$$

- Principio (o-tis)

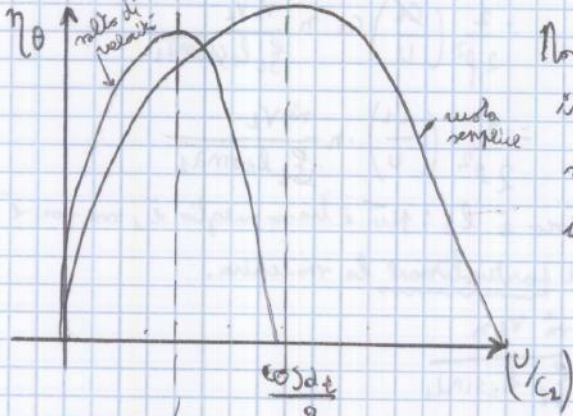
$$h_0 - h_{2is} + \frac{C_0^2 - C_{2is}^2}{2} = \phi$$

$$h_0 - h_{2is} + \frac{C_0^2}{2} = \frac{C_2^2}{2\phi^2}$$

$$= \frac{1}{2\phi^2} \left(\frac{C_2}{U} \right)^2 \cdot U^2$$

- continuità portata $m = \int_2 \pi r dr \rho C_2 \sin \alpha_1 = U \pi r^2 n$

ricordando $\Delta h_{is} + \frac{c_0^2}{2} = \frac{c_1}{2\rho} \left(\frac{c_2}{U} \right)^{\frac{1}{\eta}} \frac{1}{(1-\epsilon)} \frac{1}{\sin \alpha}$, in questo modo si lavora con $\frac{c_2}{U}$ più alti, e si ha più alto valore di entalpia sfruttabile.
 Tipicamente si operano non più di 2 salti.

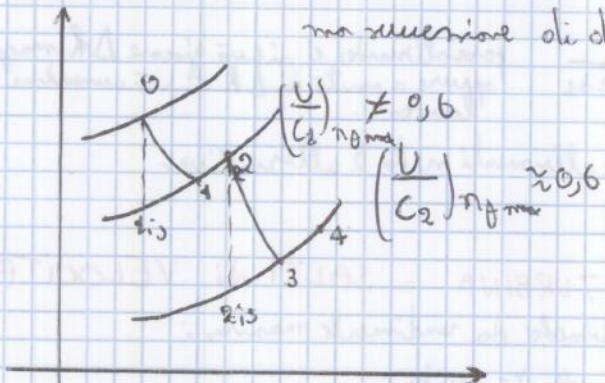


Non si lavora a rendimento più alto di moto semplice, ma in salto di velocità il rendimento è più alto che se si fosse in moto semplice (si avrebbero perdite che compenserebbero lavoro).

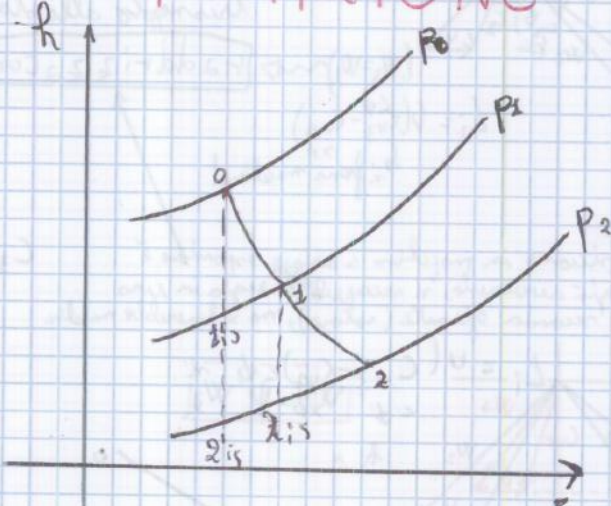
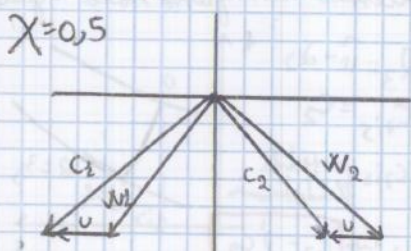
$$\Delta h = \eta \Delta h_{is}$$

TURBINA a SALTII di PRESSIONE

cadute di pressione si localizzano nei singoli stadi ma non si hanno più addizionali ma successione di distributore - girante.



TURBINE A REAZIONE



Anche in questo caso si cerca condizione di massimo rendimento in funzione di velocità. Normalmente sono macchine multistadio. Si vuole massimizzare rendimento singolo stadio.

$$\eta_{\ominus} = \frac{L_i}{h_0 - h_{2is} + \frac{c_0^2 - c_2^2}{2}}$$

Se turbina critica $\frac{m \sqrt{p_0^0 v_0^0}}{p_0^0} = \text{costante} = \Gamma$

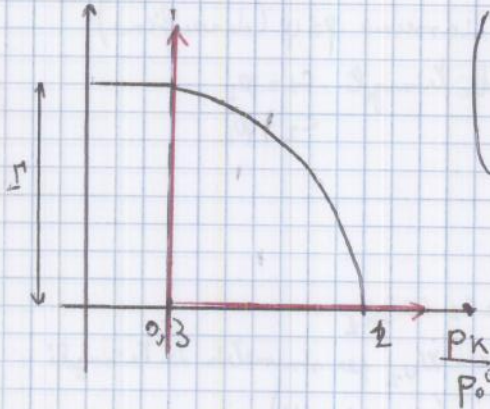
Se si può dire $p_0^0 v_0^0 = \text{costante}$ \rightarrow $\frac{m}{p_0^0} = \text{costante}$ \rightarrow

portata della turbina è proporzionale alla pressione di ammissione

$m \propto p_0^0$

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$$

Si approssima parabola a curva ellittica, intorno di riferimento con origine su rapporto critico:



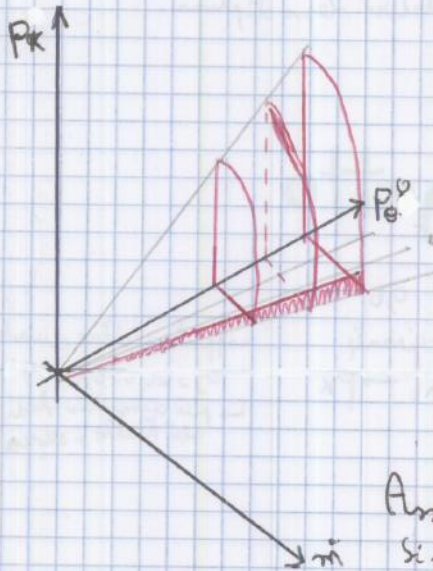
$$\left(\frac{\frac{m \sqrt{p_0^0 v_0^0}}{p_0^0}}{\Gamma}\right)^2 + \left[\frac{\left(\frac{P_k}{p_0^0}\right) - \left(\frac{P}{p_0^0 CR}\right)}{1 - \left(\frac{P}{p_0^0}\right)_{CR}}\right]^2 = 1$$

In turbina multistadio, il rapporto critico a furia di moltiplicare andia a 0 \rightarrow sempre tratto orizzontale, si rispetta legge ellittica (con origine in 0)

$$\left(\frac{\frac{m \sqrt{p_0^0 v_0^0}}{p_0^0}}{\Gamma}\right)^2 + \left(\frac{P_k}{P_0^0}\right)^2 = 1$$

Normalmente in turbina multistadio $P_k \ll P_0 \rightarrow$ trascurabile

$\frac{m \sqrt{p_0^0 v_0^0}}{p_0^0} = \Gamma$ turbina multistadio



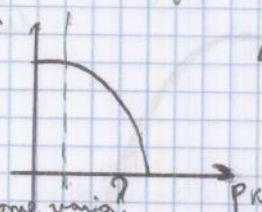
$P_k = \text{cost}$
 $p_0^0 v_0^0 = \text{cost}$

cono dei consumi = unica possibile rappresentazione

che contiene tutte le variabili in gioco.

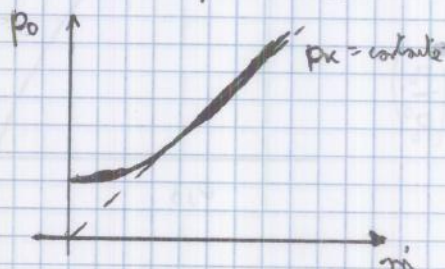
Per trovare a 2D, si deve togliere a $p_0^0 = \text{costante}$

si trova come varia m a determinati valori di p_0^0



Assegnato $p_0^0 v_0^0$, con $P_k = \text{costante}$, come varia?

Si servono con piano orizzontale



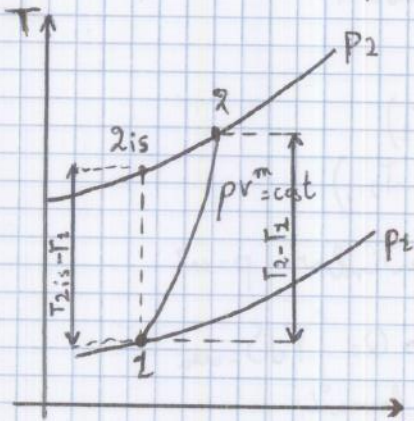
Primo principio
tra 1 e 2

$$\cancel{\Delta h} + L_i = \Delta h + \Delta E_c + \cancel{\Delta h} + \cancel{\Delta E_c}$$

macchina
adiabatica
 fluido
compressibile
 sistema rifer.
invariato
o coeff. equiv.

$$L_i = h_2^0 - h_1^0$$

2 alternative per far quadrare calcoli:
 1) $p v^m = \text{cost}$ per definire compressione continua da 1 a 2
 2) ritraccia espansione iniziale



Primo principio

1-2 $L_i = h_2^0 - h_1^0$
 1-2is $\cancel{\Delta h} + L_{i, is} = \Delta h_{i, is} + \cancel{\Delta E_c}$
 1-2 $L_i = c_p (T_2 - T_1)$
 1-2is $L_{i, is} = c_p (T_{2is} - T_1)$

si rimette la
espansione e non si
 per semplificare $C_1 \sim C_2$
 per avere entalpie totali
 $\Delta E_c \approx 0$

5 Più punto 2 va a destra su isobara, più aumenta lavoro.

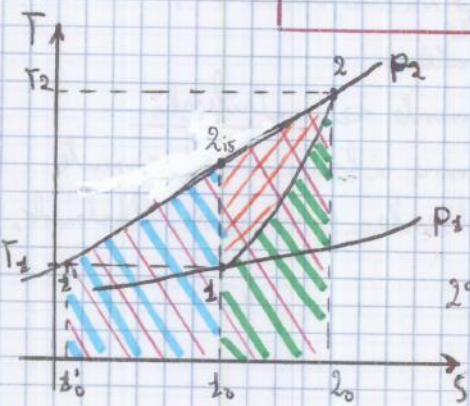
Rendimento isentropico compressione

$$\eta_{is, c} = \frac{L_{i, is}}{L_i} = \frac{c_p (T_{2is} - T_1)}{c_p (T_2 - T_1)} = \frac{c_p T_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]}{c_p T_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]} = \frac{c_p T_1 \left(\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right)}{c_p T_1 \left(\beta^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right)}$$

Lavoro di compressione dipende fortemente da temperatura iniziale T_1 , con proporzionalità pari a 1 (ad. es. raddoppiando T_1 raddoppia lavoro)

$$\eta_{is, c} (\Delta E_c = 0) = \frac{\left(\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right)}{\left(\beta^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right)}$$

se $L_w = 0$, Q_{in} può essere rappresentato su T-S.



$$L_i = c_p (T_2 - T_1) = Q = \int_{T_1}^{T_2} T ds \quad \text{Area } 1_0 1' 2 2_0$$

$$L_{i, is} = c_p (T_{2is} - T_1) = Q(p=\text{cost}) = \int_{T_1}^{T_{2is}} T ds \quad \text{Area } 1_0 1' 2_0 2is$$

2° princ. $T ds = L_w + d\cancel{E_c}$
 $L_w = \int_{T_1}^{T_2} T ds \quad \text{Area } 1_0 1' 2 2_0$

$$L_i = L_{i, is} + L_w + CRT \quad \text{(controciclo termico)}$$

CRT è legato alle variazioni di T nella compressione (ria ideale vs reale) non serve rendimento che lo inglobi

Rendimento politropico o isovalentico

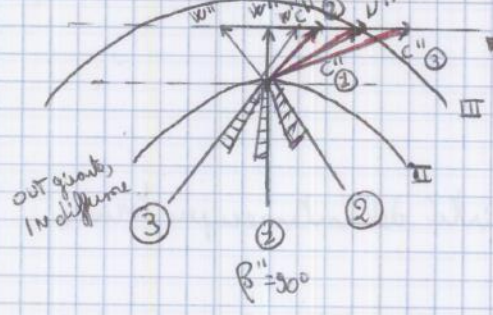
$$\eta_y = \frac{L_{i, pol}}{L_i} = \frac{L_i - L_w}{L_i} = \frac{L_{i, is} + CRT}{L_i}$$

con $L_i = c_p T_1 \left(\beta^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right) = \frac{k}{k-1} R T_1 \left(\beta^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right)$

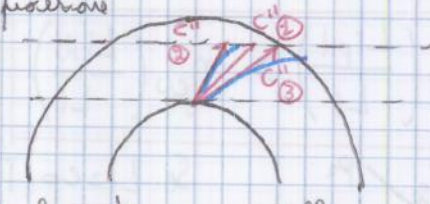
usando Bernoulli $L_i = \int_{s_1}^{s_2} v dp + \Delta E_c + L_w$
 $\Delta E_c \approx 0$

se politropica segue tutti gli stadi della transf. reale, ha stessa legge $p v^m = \text{cost}$ ma

3 opzioni per palette: radiale, piegata all'indietro, piegata in avanti



$m = \int \rho'' d'' l''$ palette
 cioè nelle 3 opzioni si arriva alla stessa
 posizione



Si può dimostrare che fluido segue spirale logaritmica in diffusione, tanto più brava quanto più è inclinata la velocità $c'' \rightarrow c''_3$ ha percorso più lungo, c''_2 più breve. Scopo del diffusore è recuperare termine cinetico \rightarrow si ha bisogno di più controllo in 3 (si costringe velocità più elevata in percorso più corto, che comporta minore irreversibilità per attrito viscoso). In c''_2 fluido ha già percorso lungo, quindi non c'è molto bisogno di allungare \rightarrow in paletteggiata girante piegata in avanti, diffusore non è paletteggiato.

Caratteristica interna (diagramma β - m)

$\beta = \frac{P_2}{P_1}$ Diagramma variabile sloper la macchina, ma per raggruppare i usano parametri adimensionali:

- coefficiente di lavoro
- " " perdita
- " " portata

$$\Psi = \frac{L_i}{u''^2/2}$$

$$\zeta = \frac{L_w}{u''^2/2}$$

$$\phi = \frac{w_r''}{u''}$$



Applicando eq. Eulero

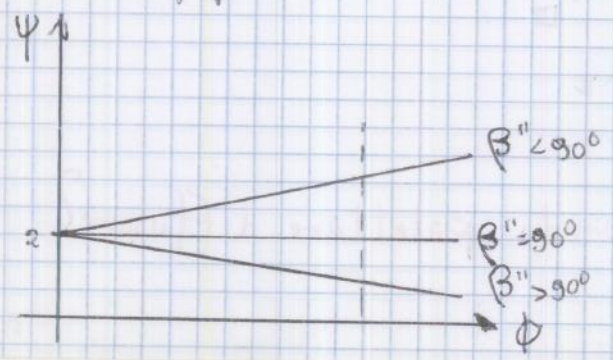
$L_i = U''C''_v - U'c'_v$ per macchina operatrice, dove $C'_v = 0$ (per ipotesi perfettamente assiale)

$$L_i = U''(U'' + w_r'') = U''(U'' + w_r'' \cotan \beta'')$$

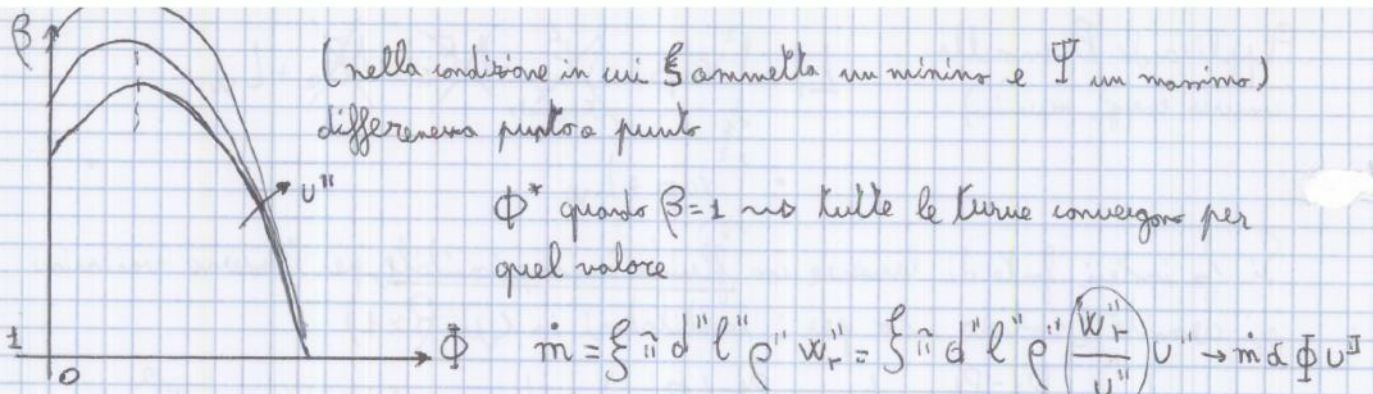
$$\Psi = \frac{1}{u''^2/2} \cdot U''^2 \left(1 + \frac{w_r''}{U''} \cotan \beta''\right) = 2 \left(1 + \phi \cotan \beta''\right)$$

relazione tra coefficiente di lavoro e coefficiente di portata

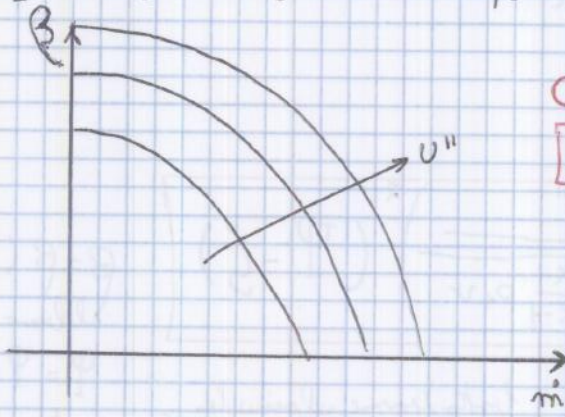
A livello grafico



A portata costante) a seconda di β'' cambia il lavoro (velta progettuale) rapporto compressione



A Φ costante, a diverse velocità corrispondono diverse portate.

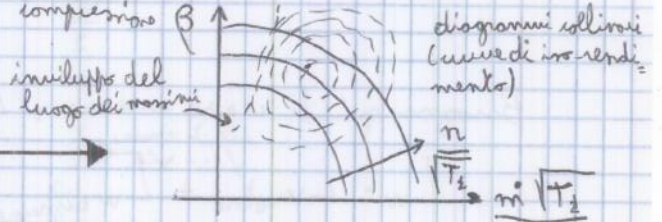


Caratteristica interna

- 2 assunzioni: - $\rho = \text{cost}$ (incompressibile)
- $\beta^{\text{II}} = \text{cost}$ ($\approx 90^\circ$)

Potrebbe accadere che β^{II} cambi in funzionamento (ipotesi forte e limitativa).

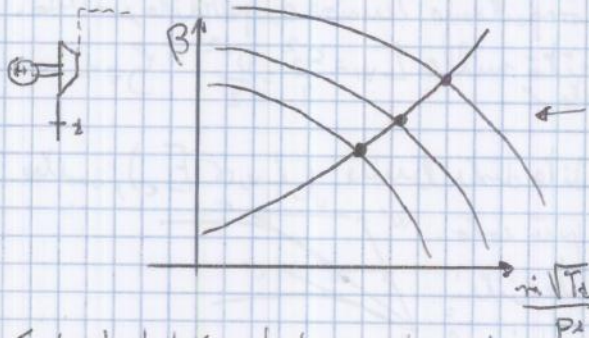
costruttore fornisce mappa di rendimento di compressione



T_1 è parametro determinate per il lavoro, che viene ricavato vincolando a condizione di aspirazione (p_1, T_1).

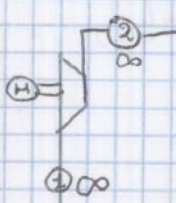
Alle volte si tiene $\frac{\dot{m} \sqrt{T_1 / T_{10}}}{P_1 / P_{10}}$ con T_{10} e P_{10} condizioni di riferimento (vantaggio è che, usando $T_1 = T_{10}$ e $P_1 = P_{10}$, in asina compare \dot{m})

Punto di funzionamento = intersezione tra caratteristica interna della macchina e caratteristica esterna del circuito (cise cioè vel. compressore a valle).



Se si incontrano solo perdite fluidodinamiche (tubazioni libere). $n_s = \frac{60 \cdot f}{P}$ per accoppiamento con motore elettrico, quindi punto è scelto in base a questa velocità possibile.

Stabilità del punto di funzionamento



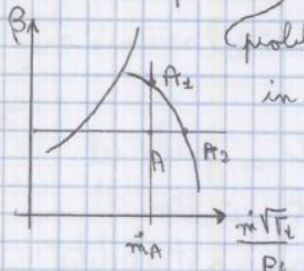
componente inserito in circuito di tubazioni, sistema con capacità termiche infinite:

P_1 e P_2 sono costanti $\rightarrow \beta = \text{cost}$. caratteristica orizzontale

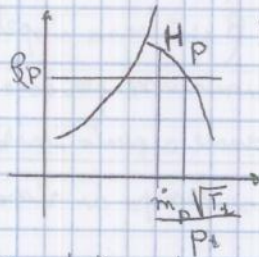
P_1 è stabile o instabile?

Si immagina di perturbare sistema (A e B)

Altre opzioni: Regolazioni per portata

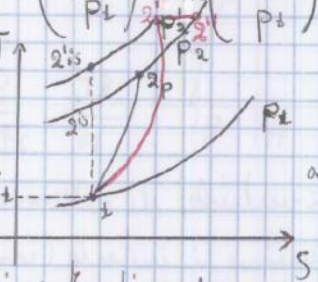
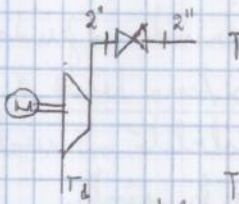


problema è garantire in A2 portata di caratteristica di compressore per diminuire portata (regolazione beta) in cui si aumentano po da pressione all'uscita



Ad es. $m = 0,9 \text{ imp}$

rendimento di compressore \rightarrow II laminazione alla mandata, in altre parole si altera caratteristiche esterne fino a portare compressore a lavorare a punto richiesto



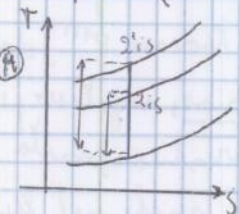
$\eta_H < \eta_P \rightarrow$ curva più a destra. Laminazione è isentropica. \rightarrow interna fissa a 2''. Non si parla in questi casi di rendimento di compressore, ma di rendimento di compressione (pressione a vuoto):

$$\eta_{\text{compressione}} = \frac{L_{i,1s}}{L_i} = \frac{C_p T_2 (\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1)}{C_p T_2 (\beta^{\frac{n-1}{n}} - 1)}$$

mao migliore da p_1 a p_2 è isentropica

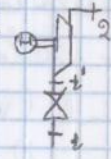
$\eta_{\text{compressione}} \ll \eta_{\text{compressione}}$ moltiplicando e dividendo per $L_{i,1s}$

$$\eta_{\text{compressione}} = \frac{L_{i,1s} L_{i,1s}}{L_i L_{i,1s}} \text{ con } \frac{L_{i,1s}}{L_i} < 1$$



Allora si prova a modificare con

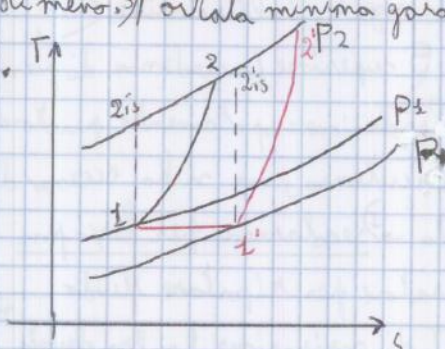
III) laminazione all'aspirazione = costringere compressore a vedere po di ingresso minore di quella effettiva



$\frac{m \sqrt{T_2}}{P_2} = ?$ - T non cambia in laminazione
 - $P_1' < P_1$
 Es. $\frac{m \sqrt{T_2}}{P_2} = 0,9 \frac{m \sqrt{T_2}}{P_2}$

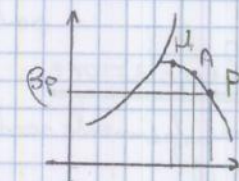
Il punto di portata in questo caso è sempre a sinistra di punto di progetto, ma a destra rispetto a quello di laminazione alla mandata!

Anche in questo caso si costringe β a valori interni (le sue caratteristiche interne), ma di meno rispetto a caso II (trattamento migliore, (inoltre) A è più lontano da zona di pompaggio) in quanto portata si è abbassato di meno. Portata minima garantibile è minore di quella di II.



$\eta_{i,s,c(A)} > \eta_{i,s,c(M)}$
 $\eta_{\text{compressione}} = \frac{L_{i,1s}}{L_i} = \frac{L_{i,1s}}{L_{i,1s}} \cdot \frac{L_{i,1s}}{L_i} \eta_{i,s,c(A)}$
 $L_{i,1s} = C_p T_2 (\beta_{i,H}^{\frac{k-1}{k}} - 1)$ $L_{i,1s(A)} = C_p T_2 (\beta_A^{\frac{k-1}{k}} - 1)$
 dove però $\beta_M > \beta_A$ ma in A è meno penalizzato
 $\left(\frac{L_{i,1s}}{L_i}\right)_M < \left(\frac{L_{i,1s}}{L_i}\right)_A$

Il problema è che il punto A non è facilmente individuabile direttamente ($P_1' = ?$) \rightarrow metodo grafico



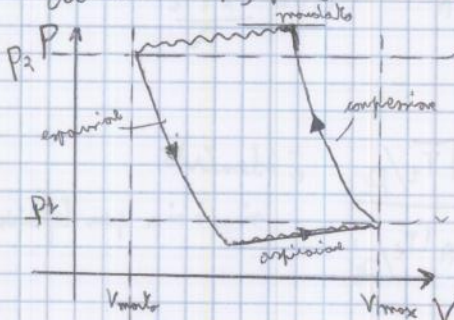
Distanza tra i 2 punti è la corsa, il cui volume corrispondente è la cilindrata

$$\mu = \frac{V_{spazio}}{V_{cilindrata}}$$

grado di spazio morto

perché non da un ciclo all'altro non è mai la stessa

Problema è che non si ha massa di riferimento per grandezze intensive → diagrammi di lavoro P, V (non termodinamici) con grandezze totali.



Si supera p_2 per far aprire valvola di scarico → fluido esce fino a tornare a p_1 di valvola. Stantuffo inverte moto e scende → valvola scatta si chiude e volume aumenta ma si espande e pressione diminuisce andando sotto p_2 per permettere apertura valvola aspirazione e richiamare massa in camera. Velocità stantuffo va diminuendo → velocità fluido diminuisce → laminazione ha meno resistenza

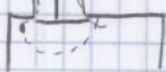
(resistenze proporzionali a termine cinetico) → riduzione contro-pressione

$$L_i = \oint p \, dV$$

area del diagramma (ciclo indicato)

caduta di pressione che favorisce apertura valvola è causata quindi dalla diminuzione del termine cinetico.

DIHOSK



Si scelgono 2 posizioni di equilibrio prossime per avere stazionarietà (serbatoio)

PPSA

$$\sum_{i=0}^n v \, dp + \Delta E_c + \Delta E_g + L_w$$

no organi mobili

si può pensare in prima approssimazione di avere $P = \text{cost}$ per risolvere integrale $\Delta E_c + \Delta E_g + L_w + \frac{\Delta P}{\rho} = 0$

L_w è dovuto a viscosità del fluido, e dipende dal termine cinetico della corrente (Ra)

$$L_w = \lambda \frac{v^2}{2}$$

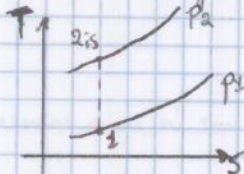
non caduta di pressione ΔP è dovuto al termine cinetico

Tornando a L_i , in genere $P_i = m \cdot L_i$, ma qui è difficilmente definibile la portata. Si passa allora per lavoro al ciclo (per unito di tempo) $P_i = L_c \cdot n_c$
x numero di cicli

Si fa un ciclo per giro di rotazione dell'albero (se a semplice effetto a stantuffo) $\Delta[\text{giro}]_s$

$$L_i = \frac{L_c \cdot n_c}{m}$$

è utile definire L_i perché legato a due valori di pressione (T-S)



$$L_{i,1s} = C_p (T_{2s} - T_2)$$

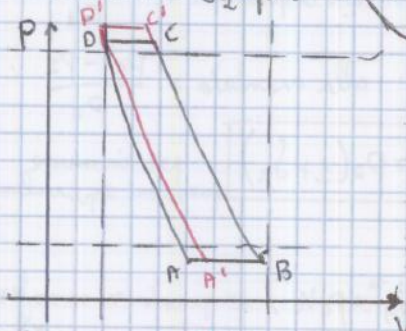
$$\eta_{i,s,c} = \frac{L_{i,1s}}{L_{i,c}}$$

quindi in questo caso è definizione convenzionale, ma è utile a confronto macchine

2 problemi: $-m$
 $-L_c$ (definito in ogni punto)

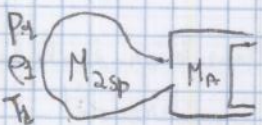
non si costruisce ciclo equivalente, più semplice da realizzare, ma molto simile al reale = ciclo convenzionale

Inoltre si hanno ⁴ fughe che incidono in tutte le parti del ciclo no massa aspirata ≠ massa mandata
 5) c'è più massa residua, che arrivando alla terra T del fluido espande anche lei andando a diminuire così l'utile di aspirazione (effetto esponenziale) e massa aspirabile.
 aumento \int_2 può essere portato da valvola mal costruita.



perché, a parità di volume, si ha densità maggiore (= si è mandata meno massa)
 effetto delle laminazioni alla mandata, che ha duplice effetto.

Esempio - Riempimento camera



$$\eta_p = \frac{M(\text{mandata})}{M_{\text{aspirata}}} \quad \text{rendimento di fuga}$$

$$M_B = M_A + M_{2sp}$$

$$M_B p_B v_B = p_A v_A + p_2 v_2$$

$$M_{2sp} = p_2 v_2 = \frac{M}{\eta_p} = \lambda_v p_2 \frac{v_0}{\eta_p}$$

1° princ. (chiuso) $Q + L = \Delta U = H_f - U_i = M_B U_B - (M_{B_i} U_{2_i} + M_A U_A)$ (1)

$$L_{\text{piston}} = - \int p dv = - \int_{v_A}^{v_B} p dv = - p_B (v_B - v_A)$$
 (2) *fora di equilibrio avviene a p costante*

$$L_{\text{latero}} = - \int p dv = - \int p_2 dv = - p_2 (v_f - v_{in}) = p_2 v_2$$
 (3)

$$(1)-(2)-(3) \quad p_2 v_2 - p_B (v_B - v_A) = p_B v_B U_B - p_2 v_2 U_2 - p_A v_A U_A$$

$$v_B p_B \left(u_B + \frac{p_B}{\rho_B} \right) = p_2 v_2 \left(u_2 + \frac{p_2}{\rho_2} \right) + p_A v_A \left(u_A + \frac{p_A}{\rho_A} \right)$$

Per definizione $u + \frac{p}{\rho} = u + p v = h$

$$v_B p_B h_B = p_2 v_2 h_2 + p_A v_A h_A$$

" " $h = c_p d T \rightarrow v_B p_B T_B = p_2 v_2 T_2 + p_A v_A T_A$

$$T_B = \frac{v_2 p_2 T_2 + v_A p_A T_A}{v_B p_B}$$

temperatura nello spazio morto superiore, in assenza di scambi termici, è media pesata con le masse tra le temperature (esterna e aspirazione)

Scambi termici alterano la temperatura (densità più bassa)

$$T_B = \frac{v_2 p_2 T_2 + v_A p_A T_A}{\lambda_c v_B p_B}$$

Per un gas perfetto $p T = \frac{p}{R} \quad \lambda_c v_B p_B = v_A p_A = v_2 p_2$

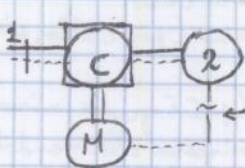
considerando $p_A = p_B = p_2 (1 - \int_2)$

$$p_2 (1 - \int_2) (\lambda_c v_B - v_A) = v_2 p_2$$

e ricordando $M_{2sp} = \frac{M}{\eta_p} = \frac{\lambda_v p_2 v_0}{\eta_p}$

Regolazione compressori volumetrici

- I) ^{laminare} all'espansione
- II) variazione n. giri
- III) riflessione per le parti di portata portata
- IV) variazione corsa utile (valvole)
- V) variazione grado di spazio morto



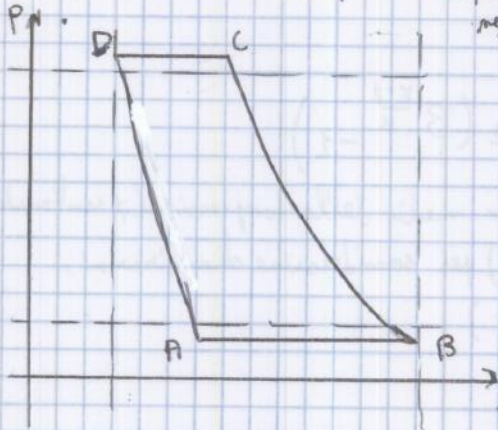
II) variazione n. giri

prezioso, per relazione P_2 con motore (es. n. giri, ce... per variare portata mandata) in retroazione nella pratica)

$$\lambda_v = \text{costante} \rightarrow \frac{m}{m^*} = \frac{n}{n^*}$$

LIBRO

portata di n. giri. Anche per riduzione velocità → riduzione laminazioni, effetto positivo, e per fughe che più aumentano per più tempo possibile per sfuggire)



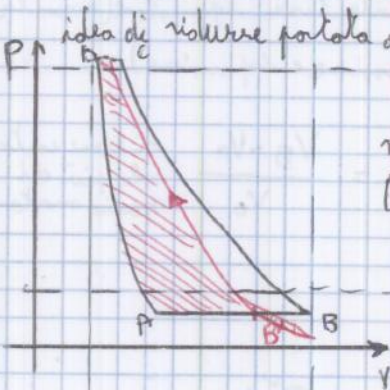
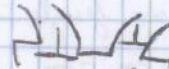
$$P = d_c \cdot n_c = m \cdot L_i \quad \text{se } d_c = \text{costante, } P \text{ e } n_c$$

$$L_i = \frac{P}{m} = \frac{d n_c}{d n_c} \quad \text{rimane costante}$$

Regolazione buona dal p.d.v. termodinamico, il gas diventa e che richiede inverter (rischi tecnici - costruttivi) non sempre

a disposizione (variare velocità con continuità).

IV) variazione corsa utile di aspirazione



idea di ridurre portata aspirata per ridurre portata mandata → valvola automatica che si chiude in B'. Continuando a scendere, si espande fino a raggiungere volume massimo, poi si torna a comprimere seguendo stessa linea di espansione (→ si aggiunge lavoro).

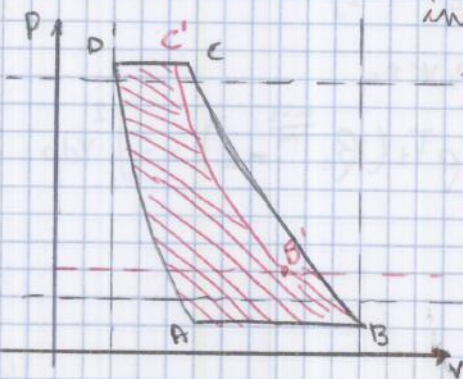
$$m = \lambda_v P_2 V_0 n \quad \text{si ha ridotto-lavoro del ciclo, portata in virtù di } \lambda_v$$

$$\lambda_v = \eta_p (z - z_1) \frac{\lambda_c (V_B - V_A)}{V_0}$$

Riducendo lavoro al ciclo e portata, ($n = \text{cost}$),

$L_i = \frac{d_c \cdot n}{m} \approx \text{costante}$ in prima approssimazione. Anche questa regolazione è buona dal p.d.v. termodinamico, ^{forse} più fattibile (sistema di comando valvole, da montare però all'inizio)

Anche anticipare chiusura, la si può ritardare (valvola aperta quanto si controlla inverte la corsa). Vantaggio è che si tratta fuori quello che non è necessario, volgare considerazione di prima $L_i \approx \text{cost}$.



$$L = - \int p dv = \int v dp \quad P = L_c \cdot n_c = L_c \cdot n_{\text{palette}} \cdot n_c$$

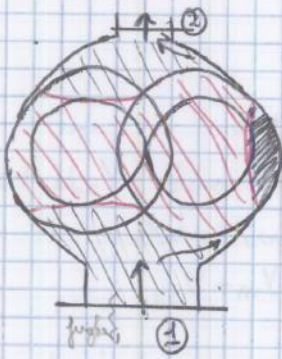
$$n = \Gamma_v p_2 V_0 n_{\text{palette}} \cdot n_c \quad \text{ma } L_i = \frac{L_c \cdot n_{\text{palette}} \cdot n_{\text{giri}}}{n}$$

$$L_c = \frac{m^*}{m^* - 1} P_A V_A (e^{m^* - 1} - 1) + \frac{V_B}{\rho} (P_C - P_A e^{m^*})$$

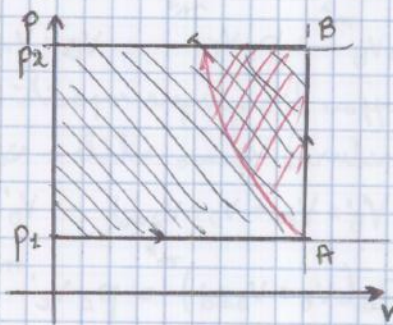
\swarrow $P_{A \rightarrow B}$ \swarrow $P_{A \rightarrow C}$ P_B

Non ha senso avere p_2^{III} , perché p di mandata deve essere più alta (o al limite uguale) in quanto si deve comprimere.

COMPRESSORE ROOTS



fluids trasferito, non compresso



$$L_c = (p_2 - p_1) V_0$$

Il peggio dal $p dv$ termodinamico, va bene come misuratore e come trasferitore di portata

$$L_i = \frac{L_c \cdot n_{\text{palette}} \cdot n_{\text{giri}}}{n}$$

$$n = \Gamma_v p_1 V_0 n_{\text{palette}} \cdot n_{\text{giri}}$$

1.5



$$L_w = 15\% L_i$$

$$v_{out} = 2 \text{ m/s}$$

$$\eta_m = 0.97$$

$W_{i,nec}?$

conservazione energia meccanica sistema aperto $\rightarrow L_i = \int v dp + \Delta E_c + \Delta E_p + \Delta E_q + L_w$

~~$v = \frac{Q}{A} = \frac{0.15 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi \cdot (0.2 \text{ m})^2 / 4} = 1.5 \text{ m/s}$~~

$$\dot{m} = \rho A v = 10^3 \text{ kg m}^{-3} \cdot \frac{\pi \cdot 0.2^2}{4} \text{ m}^2 \cdot 2 \text{ m s}^{-1} = 15.71 \text{ kg s}^{-1}$$

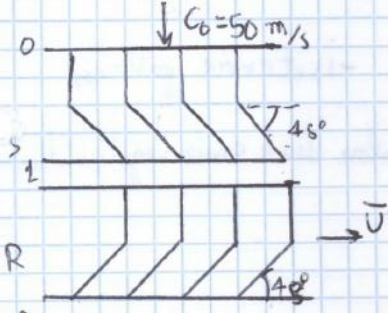
$$W_i (1 - 0.15) = \dot{m} (\Delta E_c + \Delta E_p) = \dot{m} \left(\frac{v_{out}^2}{2} + g h \right) = 3.663 \text{ kW}$$

$$W_{i,nec} = \frac{3.663}{0.97} = 3.78 \text{ kW}$$

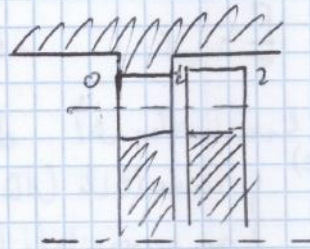


Esercizio 4.4
 L'acqua esce dal getto di un ugello di diametro $d = 0.1 \text{ m}$ con una velocità $v = 30 \text{ m/s}$ e una temperatura $T = 20^\circ \text{C}$.
 Il getto impinge su un ugello di un motore a reazione che produce una spinta $F = 1000 \text{ N}$.
 Si calcoli la potenza P e l'efficienza η del motore.

Esercizio



$d_m = 0,5 \text{ m} = \text{rad}$
 $l = \text{rad}$ $\rho = \text{rad}$
 $\omega = 2400 \text{ rad/s}$



1) Triangoli velocità?

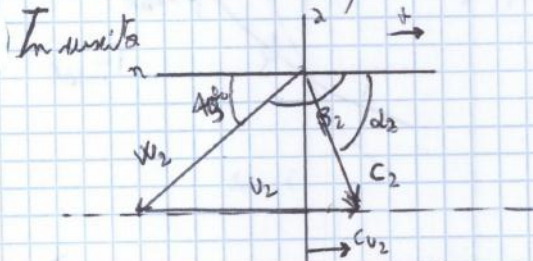
$$C_{1t} = \frac{C_0}{\sin \alpha} = 70,71 \text{ m/s}$$

$$C_{1n} = C_{1t} \cos \alpha = 50 \text{ m/s}$$

$$W_{2t} = \sqrt{W_{2a}^2 + W_{2n}^2}$$

$W_{2a} = C_{1a} = 50 \text{ m/s}$
 $W_{2n} = C_{1n} - U = -10 \text{ m/s}$

$$\beta_2 = \arctan \left(\frac{W_{2a}}{W_{2n}} \right) = 101,86^\circ$$



Triangoli non simmetrici

$|W_2| = |C_2|$
 $\beta_2 = \pi - \alpha_2$
 $|C_2| = |W_2|$
 $\alpha_2 = \pi - \beta_2$

$U = \omega \frac{d_m}{2} = 60 \text{ m/s}$
 $\dot{m} = \rho \cdot \dot{V} = \rho \cdot C_0 \cdot C_0 \cdot d_m$
 $C_{2t} = C_{2n} = C_{2a}$
 componente assiale e tangenziale

2) Matrice o operatrice?

Significative eq. lavoro scegliendo una convenzione
 operatrice $\rightarrow L_i = U_2 C_{u2} - U_1 C_{u1}$ se verso $L_i > 0$ allora è operatrice
 $C_{u2} = 10 \text{ m/s}$ $C_{u1} = 50 \text{ m/s}$ $\rightarrow L_i < 0 \rightarrow$ macchina motrice
 $L_i = -2400 \text{ J/Kg}$

ESERCITAZIONE 1

GAS quasi perfetto $pV = RT$ con $R = \text{rad}$ $C_p = C_p(T)$
 $C_v = C_v(T)$ $C_p(T) - C_v(T) = R$

$$\frac{pV}{RT} = z(p, T)$$

$pV_{mol} = R_0 T$ con $R = 8314 \text{ J/Kg mol} \cdot K$
 $pV = n R_0 T \rightarrow pV = RT$ con $R = \frac{R_0}{n_{mol}}$

$$pV_m = n RT$$

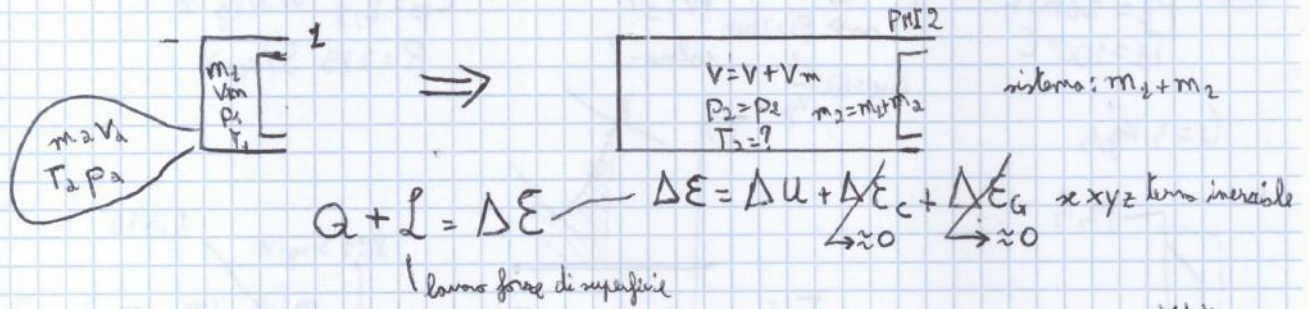
$$V = \int_{T_0}^T C_v dT + \text{rad}$$

$$h = \int_{T_0}^T C_p dT + \text{rad}$$

$$h = u + pV$$

$$T ds = dQ + dL_w$$

Primo principio in trasformazione singola si applica quasi sempre con metodo voluminale (lagrangiano)



$dL_w \approx 0$ perché velocità del fluido sul contorno sono piccole

$$L = - \int_{t_1}^{t_2} \sum p_i \mathbf{V}_i \cdot d\mathbf{V}_i \quad \text{per ciascuno dei 2 volumi} \rightarrow L = - \int V_2 p_2 \mathbf{V}_2 \cdot d\mathbf{V}_2 + \int V_1 p_1 \mathbf{V}_1 \cdot d\mathbf{V}_1$$

$$= p_2 V_2 - p_1 (V_2 - V_1)$$

$$\Delta U = U_{finale} - U_{iniziale} = m_2 U_2 - (m_1 U_1 + m_2 U_1)$$

$$Q + p_2 V_2 - p_1 V_2 + p_1 V_1 = m_2 U_2 - m_1 U_1 - m_2 U_1$$

$$Q = m_2 U_2 - m_1 U_1 - m_2 U_1 - p_2 V_2 + p_1 V_2 - p_1 V_1$$

$$= m_2 h_2 - m_1 h_1 - m_2 h_1$$

$$= (m_1 + m_2) h_2 - m_1 h_1 - m_2 h_1 = m_1 (h_2 - h_1) + m_2 (h_2 - h_1)$$

$$= m_1 c_p (T_2 - T_1) + m_2 c_p (T_2 - T_1)$$

$$h = \int_{T_0}^T c_p dT + \text{const}$$

$$\frac{Q}{c_p} = m_1 T_2 - m_1 T_1 + m_2 T_2 - m_2 T_1 \quad (1)$$

$$= (m_1 + m_2) T_2 - m_1 T_1 - m_2 T_1$$

$$m_1 = V_1 \frac{p_1}{RT_1} \quad (2) \quad m_2 = V_2 \frac{p_2}{RT_2} \quad (3)$$

combinando

$$\frac{Q}{c_p} = \left(V_2 \frac{p_2}{RT_2} \right) T_2 - V_2 \frac{p_2}{R} - m_1 T_1 = V_2 \frac{p_2}{R} - V_1 \frac{p_1}{R} - m_1 T_1$$

$$m_1 = \frac{Q}{c_p} + \frac{1}{R} (V_2 p_2 - V_1 p_1) \quad = \frac{-19,55 \text{ J}}{2004,5 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}} + \frac{1}{287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}} \left(2,3 \text{ bar} \cdot 1650 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 - 0,5 \text{ bar} \cdot 130 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \right)$$

$$= 4,27 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

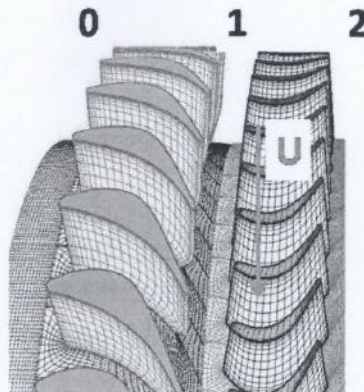


Fondamenti di Macchine – ESERCITAZIONE II

Esercizio n.1

La figura a lato rappresenta uno stadio intermedio di turbina assiale a gas ($R=289$; $c_p = 1050 \text{ J/kgK}$). Sono noti i seguenti dati geometrici e di funzionamento:

- Ingresso distributore: $p_0 = 12 \text{ bar}$, $T_0 = 1490 \text{ K}$, $c_0 = 100 \text{ m/s}$;
- Uscita distributore, ingresso girante: $p_1 = 7.5 \text{ bar}$, $T_1 = 1327 \text{ K}$, $l_1 = 46.4 \text{ mm}$, angolo caratteristico della velocità assoluta $\alpha_1 = 35^\circ$;
- Diametro medio dello stadio: 1.548 m (costante), velocità di rotazione $n = 3000 \text{ giri/min}$;
- Uscita girante: angolo caratteristico della velocità relativa $\beta_2 = 125.52^\circ$, $p_2 = p_1$, $T_2 = 1339.8 \text{ K}$.

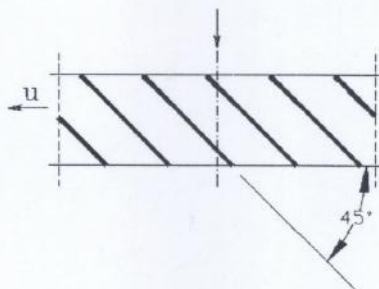


Tracciare i triangoli di velocità e determinare la potenza interna dello stadio. Determinare inoltre l'altezza delle palette all'uscita della girante.

Esercizio n.2

Una turbomacchina assiale è costituita da una palettatura mobile con diametro medio $d = 1 \text{ m}$ ed altezza $l = 0.2d$ costanti lungo l'asse, funzionante, con acqua, nelle seguenti condizioni: velocità periferica media $u = 30 \text{ m/s}$; velocità del fluido all'ingresso $c_1 = 60 \text{ m/s}$ diretta assialmente.

Tracciati i triangoli delle velocità, determinare la potenza interna della macchina e dire se si tratta di macchina motrice o di macchina operatrice.



$$W_{2U} = W_2 \cos \beta_2 = -223,582 \text{ m/s} \quad W_{2a} = W_2 \sin \beta_2 = 323,220 \text{ m/s}$$

$$C_{2U} = W_{2U} + U = -19,577 \text{ m/s} \quad C_{2a} = W_{2a} \rightarrow C_2 = 323,721 \text{ m/s} \quad \alpha_2 = 86,72^\circ$$

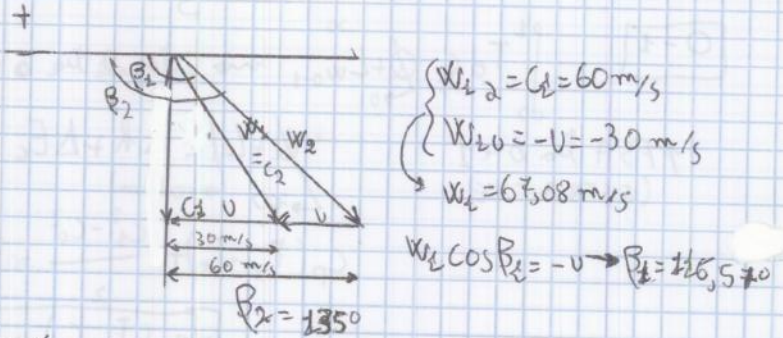
$$L_i = U(C_{2U} - C_{1U}) = 113,485 \text{ S/kg}$$

$$m_1 = \rho_1 A_1 C_{1a} = \frac{\rho_1}{RT_1} \cdot \tilde{v} d_1 \xi_1 \cdot C_{1a} \quad (\text{con } \xi_1 = 0,97) = 145,76 \text{ kg/s}$$

$$W_1 = m_1 L_1 = 16'538'291 \text{ W} = 16,54 \text{ MW}$$

$$m_1 = m_2 \rightarrow \frac{\rho_1}{RT_1} \frac{\tilde{v}}{\xi_1} d_1 \xi_1 C_{1a} = \frac{\rho_2}{RT_2} \frac{\tilde{v}}{\xi_2} d_2 \xi_2 C_{2a} \rightarrow d_2 = d_1 \frac{C_{1a}}{C_{2a}} \cdot \frac{T_2}{T_1} = 50,92 \text{ mm}$$

② $d = 1 \text{ m}$
 $l = 0,2d$
 $U = 30 \text{ m/s}$
 $C_1 = 60 \text{ m/s}$



$$m_1 = m_2 \quad \rho_1 \tilde{v} d_1 l \xi_1 C_1 = \rho_2 \tilde{v} d_2 l \xi_2 C_2 \rightarrow W_{2a} = C_2$$

$$W_2 = 84 \text{ m/s}$$

$$L_i = U(C_{1U} - C_{2U}) = U^2 = 900 \text{ S/kg} \rightarrow \text{macchina motrice } (C_{1U} > C_{2U})$$

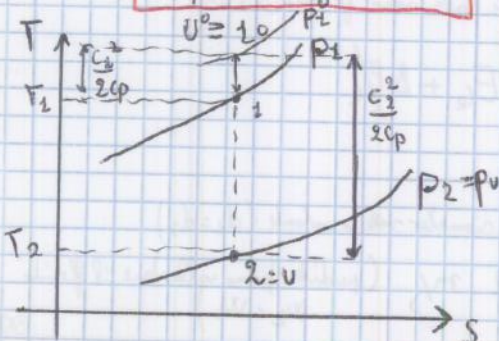
$$m = \rho_1 \tilde{v} d_1 l \xi_1 C_1 = 36'495 \text{ kg/s} \rightarrow W_i = 33,25 \text{ MW}$$

ESERCITAZIONE ③

① $P_1 = 160 \text{ kPa}$ 3 kg/s $P_2 = 1 \text{ bar}$ $R = 287 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ $A_{in} = ?$
 $T_1 = 500 \text{ K}$ \rightarrow $T_2 = 295 \text{ K}$ $K = 1,4$ $A_{out} = ?$
 $C_1 = 100 \text{ m/s}$ $C_2 = ?$

Bisogna valutare rapporto critico per discriminare tra convergente semplice e De-Laval

$$\left(\frac{P_2}{P_1} \right)_{CR} = \left(\frac{2}{K+1} \right)^{\frac{K}{K-1}} = 0,528$$



$$h_2^0 = h_1 + \frac{C_1^2}{2}$$

$$T_2^0 = T_1 + \frac{C_1^2}{2c_p} = 504,98 \text{ K}$$

Eq. isentropica tra 1° e 2° $\left(\frac{T_2^0}{T_1} \right) = \left(\frac{P_2^0}{P_1} \right)^{\frac{K-1}{K}}$

$$p_1^0 = p_2 \left(\frac{T_1^0}{T_2} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 165,7 \text{ kPa}$$

$$\frac{p_2}{p_1^0} = 0,504 > \left(\frac{p_2}{p_1^0} \right)_{CR} \rightarrow \text{ugello semplicemente convergente perché non bisogna espandere fino a velocità del suono (fluido subsonico)}$$

- Eq. energia
 - " isentropica
 - " gas perfetti
- ricorrere C_v .

$$A_2 = \frac{\dot{m}}{\rho_2 c_2} = \frac{\dot{m}}{\frac{p_2}{R T_2} \cdot c_2} = 269,06 \text{ cm}^2$$

$$A_u = \frac{\dot{m}}{\rho_u c_u} = \frac{\dot{m}}{\frac{p_u}{R T_u} c_u} \quad \text{con } \frac{T_u}{T_2} = \left(\frac{p_2}{p_u} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$T_u = T_2 \left(\frac{p_2}{p_u} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 437,2 \text{ K}$$

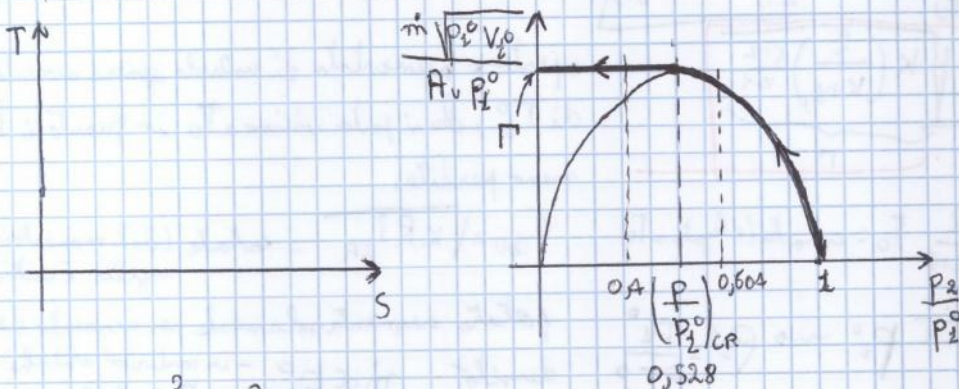
PPSA tra 1 e 2 $\Delta h^0 = Q_u - L_i = 0$

$$\rightarrow c_p(T_u - T_2) = \frac{c_2^2 - c_u^2}{2} \rightarrow \boxed{c_u = \sqrt{c_2^2 + 2c_p(T_2 - T_u)} = 369,0 \text{ m/s}}$$

$$A_u = \frac{\dot{m}}{\frac{p_u}{R T_u} c_u} = 102,01 \text{ cm}^2$$

$p_1^d = 0,5 \text{ MPa}$ $T_1^d = 550 \text{ K}$ $c_1^d \approx 0 \rightarrow p_2^d = 2 \text{ bar}$ $T_2^d = 310 \text{ K}$ $\dot{m}^d = ?$

$A_1 = 269,06 \text{ cm}^2$ $A_u = 102,01 \text{ cm}^2$



$$\frac{p_2}{p_1^0} = \frac{2}{5} = 0,4 < 0,528 \rightarrow \text{ugello critico}$$

Si può valutare espressione portata critica, oppure le 3 equazioni di prima. In questo caso $p_u \neq p_2$ perché espansione non più isentropica.

$$\dot{m}^d = p_u A_u c_u^d \quad \text{con} \quad p_u^d = 0,528 \cdot p_2^d = 2,64 \text{ bar}$$

$$\frac{T_u^d}{T_2^d} = \left(\frac{p_u^d}{p_2^d} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \left(\frac{p}{p_2^d} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \frac{2}{\kappa+1} = 458,3 \text{ K}$$

$$c_u^d = \sqrt{c_2^d{}^2 + 2c_p(T_2^d - T_u^d)} = 429,2 \text{ m/s} = c_{s,0}$$

$$\boxed{\dot{m}^d = \frac{p_u^d}{R T_u^d} A_u c_u^d = 8,78 \text{ Kg/s}}$$

2

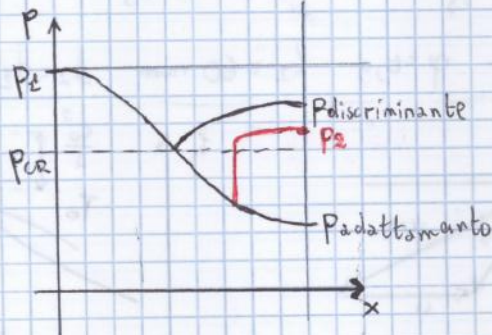
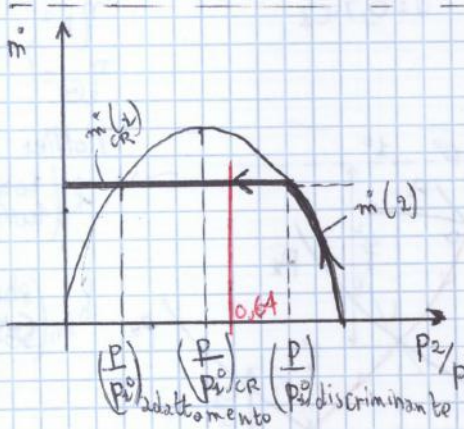
$P_1 = 0,25 \text{ MPa}$
 $T_1 = 543 \text{ K}$
 $C_1 \approx 0$

De-Laval
 orlo

$P_2 = 0,16 \text{ MPa}$
 $A_U = 5,493 \text{ cm}^2$

$\dot{m} = ?$
 $C_U = ?$

$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)_{\text{adattamento}} = 0,64$



$\frac{P_2}{P_1} = \frac{0,16}{0,25} = 0,64$

MA! non si sa come confrontarlo con il discriminante

$0,64 > 0,528$ \Rightarrow si è sopra valore critico teorico, ma potrebbe ancora esserlo

$\dot{m}_{CR} = A_{CR} \frac{P_1^0}{\sqrt{RT_1^0}} \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$ (a) in condizioni critiche

$\dot{m} = A_U \frac{P_1^0}{\sqrt{RT_1^0}} \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1^0}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_2}{P_1^0}\right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}$ (b) nel tratto subcritico

$\dot{m}(2) = 0,232 \text{ Kg/s}$

$\dot{m}(2)$ stesso valore di adattamento (in quanto non si ha A_{CR})

$= A_U \frac{P_1^0}{\sqrt{RT_1^0}} \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1^0}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_2}{P_1^0}\right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} = 0,23 \text{ Kg/s}$

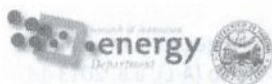
Si è sopra valore adattamento ma ugello critico $\dot{m} = 0,230 \text{ Kg/s}$

$\dot{m} = \rho_U A_U C_U$ eq. continuità

PPSA: $\Delta h = 0 \Rightarrow C_U = \sqrt{C_1^2 + 2C_p(T_1 - T_U)}$ ma non si può usare T_U di isentropia! \Rightarrow si combinando equaz.

$\dot{m} = \frac{P_2}{RT_U} A_U \sqrt{C_1^2 + 2C_p(T_1 - T_U)} \Rightarrow T_U = < 528,85 \text{ K}$

$C_U = \sqrt{2C_p(T_1 - T_U)} = 220,3 \text{ m/s}$



Fondamenti di Macchine – ESERCITAZIONE IV

Esercizio n.1

Uno stadio di turbina a vapore assiale riceve il vapore a 10 bar, 400 °C, $c_0 = 120$ m/s; la pressione all'uscita dal distributore è $p_1 = 8$ bar, coefficiente di perdita $\varphi = 0.94$, $\alpha_1 = 25^\circ$, lunghezza dello spigolo dell'uscita delle palette del distributore $l_1 = 50$ mm, $n = 3000$ giri/min, $u = 0.7 \cdot c_1$. La pressione allo scarico della girante vale $p_2 = 6$ bar, coefficiente di perdita nella girante $\psi = 0.9$, lunghezza dello spigolo di uscita delle palette $l_2 = 60$ mm, diametro medio all'uscita uguale a quello di ingresso.

Tracciato il triangolo delle velocità calcolare la potenza interna dello stadio ed il suo rendimento interno, nelle due ipotesi: che l'energia cinetica di scarico sia completamente persa ovvero completamente recuperata.

Esercizio n.2 *IV. 27 fog. 432 Kolonia*

Si vogliono far espandere 159 kg/s di vapore dalle condizioni $p_0 = 180$ bar, $t_0 = 530$ °C, $c_0 = 0$, fino alla pressione $p_1 = 53$ bar in una turbina semplice ad azione. Calcolare diametro ed altezza delle palettature di una macchina con le seguenti caratteristiche:

- angolo di uscita dal distributore $\alpha_1 = 20^\circ$;
- palettatura mobile "simmetrica";
- rapporto caratteristico di funzionamento $u/c_1 = \cos \alpha_1/2$;
- velocità di rotazione $n = 3000$ giri/min

Si effettui il calcolo in via preliminare supponendo espansione isoentropica, al fine di valutare la possibilità di elaborare l'intera caduta in una turbina assiale semplice.

Nel caso ciò non si rivelasse possibile, calcolare la caduta di entalpia elaborabile, a partire dalle stesse condizioni del vapore, in una turbina semplice ad azione avente le caratteristiche suddette ed un diametro medio delle palettature $d = 1.4$ m. Per tale turbina calcolare il grado di parzializzazione ε corrispondente ad un'altezza delle palette all'uscita dal distributore $l_1 = 0.03 \cdot d$. Determinare inoltre la potenza interna ed il rendimento della macchina assumendo coefficienti di perdita $\varphi = 0.96$ e $\psi = 0.90$.

Esercizio n.3

Una turbina a gas, monostadio, assiale, ad azione, ha le seguenti caratteristiche costruttive: angolo di uscita dal distributore $\alpha_1 = 20^\circ$; altezza delle palette all'uscita dalla girante, pari a quella all'uscita dal distributore, $l_1 = l_2 = 50$ mm ($\xi_1 = \xi_2 = 0.96$); diametro medio delle palettature $d = 1$ m. Le condizioni del gas ($k = 1.4$; $R = 288$ J/kgK) all'ingresso sono: $p_0 = 5$ bar, $t_0 = 370$ °C, $c_0 = 30$ m/s; la pressione all'uscita dal distributore è $p_1 = 3$ bar. Sapendo che la turbina funziona in condizioni di progetto a 3000 giri/min con coefficienti di perdita nel distributore e nella girante pari, rispettivamente, a 0.96 e 0.92, determinare la potenza interna e il rendimento della macchina (in assenza del diffusore allo scarico).

*Ad azione $\rightarrow w_2 = \psi w_1$
Per trovare T_2 si fa il principio 1-2
Si suppone $p_1 \approx p_2$ perché ad azione*

con $\beta_1 \approx \beta_2, d_1 = d_2$ $C_{22} = C_{12} \frac{v_2}{v_1} \frac{l_2}{l_1} = 160,62 \text{ m/s} = W_{22}$

$\rightarrow \beta_2 = 156,22^\circ$ $W_{20} = W_2 \cos \beta_2 = -364,45 \text{ m/s}$

$C_{20} = W_{20} + U = -116,15 \text{ m/s}$ $C_{22} = 160,62 \text{ m/s} \rightarrow C_2 = 198,21$ $d_2 = 125,87^\circ$

$L_i = U(C_{02} - C_{01}) = 108730 \text{ J/kg}$

Per avere portata $\dot{m} = \frac{1}{v_1} \pi d_1 l_2 C_{22} \rho_2$
 $\dot{m} = 104,23 \text{ Kg/s}$

con ξ assunto 0,98
 $U = \frac{\dot{m} d_1}{\rho_1 \pi} \rightarrow d = \frac{60 \cdot U}{\pi n} = 1,581 \text{ m}$

$W_i = \dot{m} L_i (C_{02} - C_{01}) = 11333 \text{ kW}$

energia cinetica di scarto

Quando $\frac{C_2^2}{2}$ è recuperato

$\eta_{(0)} = \frac{L_i}{h_0 - h_{2is} - \frac{C_2^2}{2}}$, mentre se $\frac{C_2^2}{2}$ è perso

$\eta_0 = \frac{L_i}{h_0 - h_{2is}}$

h_{2is} è nota da Mollier = 3120 KJ/kg

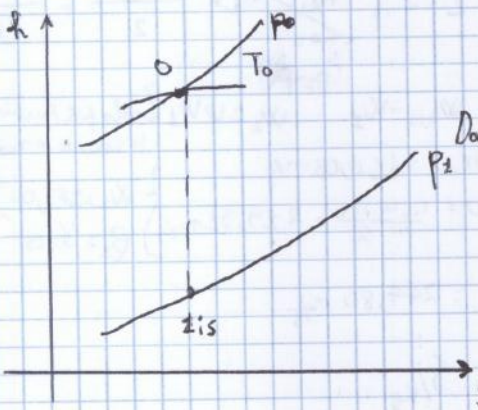
$\rightarrow \eta_{(0)} = 0,802$ $\eta_0 = 0,701$

2 $\dot{m} = 159 \text{ Kg/s}$

$p_0 = 180 \text{ bar}$
 $T_0 = 530^\circ\text{C}$
 $C_0 \approx 0$

$p_2 = 53 \text{ bar}$
 $\alpha_2 = 20^\circ$
 $\beta_2 = 180 - \beta_2$ (sollecitazione innescata)
 $v/c_2 = \cos \alpha_2 / 2$

$n = 3000 \text{ rpm}$
 possibile?



Primo princ. 0-2is $C_{2is} = \sqrt{C_0^2 + 2(h_0 - h_{2is})}$

Da Mollier $h_0 (180 \text{ bar}, 530^\circ\text{C}) = 3352 \text{ KJ/kg}$

$h_{2is} (53 \text{ bar}, s=s_0) = 3026 \text{ KJ/kg}$ $v_{2is} = 0,045 \text{ m}^3/\text{kg}$

$\rightarrow C_{2is} = 819,76 \text{ m/s}$

$\frac{U}{C_2} = \frac{\cos \alpha_2}{2} \rightarrow U = C_2 \frac{\cos \alpha_2}{2} = 385,16 \text{ m/s}$

Valore di U elevato, problematico per sollecitazioni centrifughe delle palette (resistenza meccanica) e per dimensioni dello stadio,

e per altezza delle palette (determinata da portata) $\dot{m} = \frac{1}{v_{2is}} \pi d_2 l_2 \rho_2 C_{2is} \sin \alpha_2$
 $d = \frac{60 \cdot U}{\pi n} = 2,452 \text{ m}$
 $l_2 = \frac{\dot{m} v_{2is}}{\pi d_2 C_{2is} \sin \alpha_2} = 3,32 \text{ mm}$

Indicazioni da pratica costruttiva stato limite (perdite fluidodinamiche).

$\frac{l}{d} \geq 0,02$
 $l_{\min} = 10 \text{ mm}$

Problema nel caso è che si ha grande portata con grande densità (probabilmente stadio iniezione).



Fondamenti di Macchine - ESERCITAZIONE V

Esercizi proposti

Esercizio n.4

Si consideri un turbocompressore bistadio in cui ciascuno degli stadi presenti la caratteristica allegata in Fig. 1. Tale caratteristica è costruita con riferimento alle condizioni ambientali: $T_0 = 300\text{ K}$ e $p_0 = 1\text{ bar}$ che sono pure le condizioni alle quali aspira il 1° stadio. Il punto di funzionamento del 1° stadio è definito dai seguenti valori:

$$\frac{n}{n_0} \sqrt{\frac{T_0}{T}} = 1.10 \quad \frac{\dot{m} \sqrt{T_0}}{P_0} = 35 \text{ kg/s}$$

Nell'ipotesi che il secondo stadio giri alla stessa velocità angolare del 1°, determinare il presumibile punto di funzionamento.

Soluzione: il secondo stadio lavora in condizioni di pompaggio:

$$\frac{n}{n_0} \sqrt{\frac{T_0}{T}} = 0.91 \quad \frac{\dot{m} \sqrt{T_0}}{P_0} = 13.9 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Esercizio n.5

Un turbocompressore centrifugo che aspira aria dall'ambiente (1 bar, 18 °C) presenta la seguente caratteristica a velocità angolare costante:

β	1.800	1.793	1.771	1.739	1.700	1.650	1.593	1.514	1.436	1.357
\dot{m} (kg/s)	2.27	2.40	2.60	2.80	3.00	3.20	3.40	3.60	3.80	3.98
η_c	0.750	0.767	0.790	0.812	0.820	0.813	0.792	0.763	0.726	0.680

Sapendo che il compressore funziona inizialmente con $\dot{m} = 3.20\text{ kg/s}$, determinare la potenza assorbita ($\eta_{im} = 0.96$).

Desiderando regolare il compressore per laminazione all'aspirazione fino a portare la portata a 2.27 kg/s, a parità di pressione di mandata e velocità angolare, determinare il nuovo rapporto di compressione e la nuova potenza assorbita (assumendo perdite meccaniche dipendenti dalla sola velocità angolare).

Soluzione:
 $\beta = 1.78, P_{ass} = 161\text{ kW}$



Fondamenti di Macchine - ESERCITAZIONE V

Esercizio n.1

Un turbocompressore centrifugo monostadio aspira 9000 m³/h di aria (k = 1.4; R = 287 J/kgK) nelle condizioni $p_1 = 1\text{ bar}$, $t_1 = 18\text{ °C}$ e manda una portata di 6300 m³/h con una pressione $p_2 = 1.7\text{ bar}$. Determinare la potenza assorbita dalla macchina ($\eta_{im} = 0.98$), il rendimento isentropico e il rendimento idraulico (o politropico). Calcolare inoltre l'entità del controrecupero.

Del turbocompressore sono note inoltre le seguenti caratteristiche costruttive:

- diametro esterno della girante $d'' = 0.45\text{ m}$;
- rapporto fra larghezza delle palette e diametro alla periferia della girante e $\Gamma'' d'' = 0.06$;
- angolo delle palette mobili all'uscita della girante $\beta'' = 90^\circ$;
- diametro esterno all'ingresso della girante $d' = 0.26\text{ m}$;
- diametro del mozzo all'ingresso $d'_1 = 0.11\text{ m}$;
- diametro del condotto di aspirazione $d_1 = 0.3\text{ m}$;
- diametro del condotto di mandata $d_2 = 0.26\text{ m}$;
- diametro del condotto di mandata $d_2 = 0.26\text{ m}$.

L'aria entra nella girante assialmente. Nell'ambito della teoria unidimensionale calcolare:

- la velocità angolare della girante;
- i valori di pressione, temperatura e velocità del gas all'uscita della girante (si consideri l'evoluzione tra l' e * come isentropica, e quella tra * e ** come una politropica di esponente pari a quello valutato nella prima parte).

Esercizio n.2

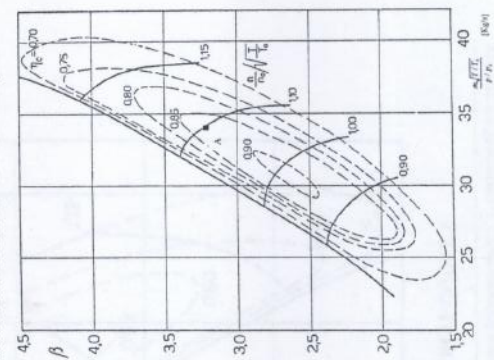
Uno stadio di compressore assiale riceve l'aria a 102 kPa, 288 K con velocità $c_1 = 120\text{ m/s}$ diretta assialmente. Il diametro medio è $d = 0.6\text{ m}$ e l'altezza delle palette all'ingresso è $l = 0.06\text{ m}$. Lo stadio funziona con le seguenti caratteristiche: $u = 250\text{ m/s}$, deflessione della corrente $\delta = 20^\circ$ sia nelle palette mobili che in quelle fisse, componente assiale della velocità costante lungo lo stadio, rendimento isentropico $\eta_c = 0.89$. Calcolare pressione e temperatura all'uscita dello stadio.

Esercizio n.3

Un compressore centrifugo è caratterizzato dalla caratteristica manometrica indicata a lato dove il punto A indica le condizioni di funzionamento del compressore. Note le condizioni all'aspirazione della macchina ($p_1 = p_0 = 102\text{ kPa}$, $T_1 = T_0 = 288\text{ K}$), calcolare la potenza assorbita dal compressore in tali condizioni ($\eta_{im} = 0.95$) e la temperatura dell'aria mandata.

Supponendo costante la pressione nell'ambiente di mandata, calcolare la potenza assorbita dal compressore qualora, per ridurre la portata in massa a 32 kg/s, si effettui la regolazione nei seguenti modi:

- variazione del numero di giri;
 - laminazione alla mandata;
 - laminazione all'aspirazione.
- Calcolare inoltre la temperatura dell'aria mandata dal compressore nelle diverse condizioni di regolazione.



ESERCITAZIONE 5

1

$P_1 = 1 \text{ bar}$
 $T_1 = 28^\circ\text{C}$

$\dot{V}_1 = 3000 \text{ m}^3/\text{h}$, $\dot{V}_2 = 6300 \text{ m}^3/\text{h}$
 $\eta_{mecc} = 0,98$
 $P_2 = 1,7 \text{ bar}$
 $\kappa = 1,4$ $R = 287 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$

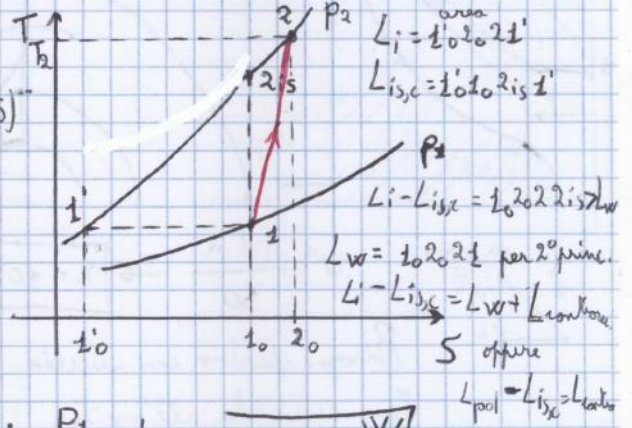
$P_{ass} = ?$ $\eta_{is,c} = ?$ $\eta_{pol,c} = ?$ $L_{contrec} = ?$

Portate diverse per ciascun dente del gas.

$T_2 = T_1 \frac{P_2}{P_1} \frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} = 346,3 \text{ K}$

T_2 rende rote molte cose... (diagramma T-S)

1° princ. $L_{i,c} = c_p(T_2 - T_1) = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R(T_2 - T_1) = 55,549 \text{ J/kg}$



$P_{ass} = \frac{1}{\eta_m} P_{i,c} = \frac{1}{\eta_m} \dot{m} L_{i,c}$ $P_{ass} = \frac{1}{\eta_m} \dot{V}_1 \frac{P_1}{RT_1} L_{i,c} = 169,94 \text{ kW}$

Tra 1 e 2is c'è trasformazione regolata da κ (isentropia)

$\eta_{is,c} = \frac{c_p(T_{2is} - T_1)}{c_p(T_2 - T_1)}$ 2 strade $\left\{ \begin{array}{l} \text{multiplicazione equazione (1)} \\ \text{calcolo di } T_{2is} \text{ attraverso trasformazione (2)} \end{array} \right.$

seguendo (1) $\eta_{is,c} = \frac{T_2 \left(\frac{T_{2is}}{T_1} - 1 \right)}{T_2 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right)} = \frac{\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1}{\frac{T_2}{T_1} - 1} = 0,862$

$\eta_{pol,c} = \frac{L_{pol,c}}{L_i}$ non c'è più 2is, ma ipotesi reversibile tra 1 e 2 (ha stessa forma di quella reale) non dipende da rapporto di compressione! (non tiene conto di controcorsa)

$\eta_{pol,c} = \frac{L_{i,c} - L_w}{L_{i,c}} = \frac{\int_1^2 v dp}{L_{i,c}} = \frac{\frac{m}{m-1} RT_1 \left(\beta^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right)}{\frac{\kappa}{\kappa-1} RT_1 \left(\beta^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right)} = \frac{m}{m-1} \cdot \frac{\kappa-1}{\kappa}$

m dipende da posizione del punto 2 (nella verticale $m = \kappa$) no valore numerico di T_2 consente di calcolarlo

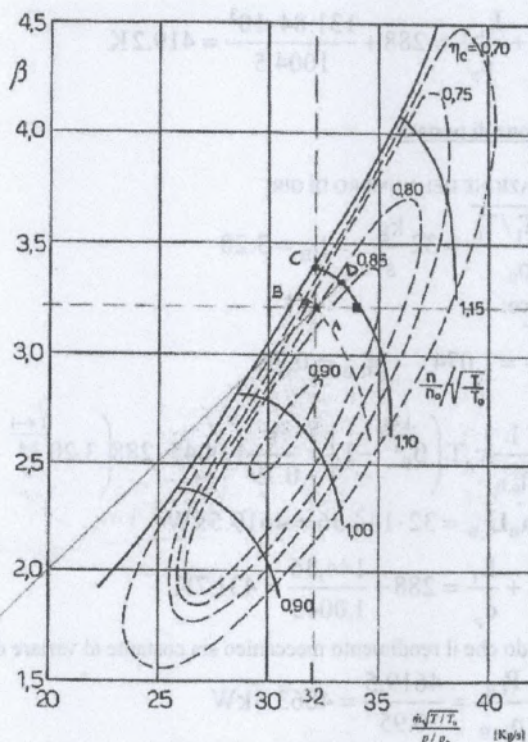
$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} = \beta^{\frac{m-1}{m}} \rightarrow \frac{m-1}{m} = \frac{\ln T_2 - \ln T_1}{\ln \beta} = 0,3278 \rightarrow \eta_{pol,c} = 0,872$

$\eta_{is,c}$ infatti tiene di fattori termici di L_w (controcorsa)

$L_{i,c} = \frac{\kappa}{\kappa-1} RT_1 \left(\beta^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right) = 47,852 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$

$\eta_{pol,c} > \eta_{is,c}$

Esercizio 3



Dal diagramma della caratteristica è possibile leggere:

$$\frac{\dot{m}_A \cdot \sqrt{T_1/T_0}}{p_1/p_0} = \dot{m}_A = 33.9 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \quad \beta_A = 3.20 \quad \eta_{c,A} = 0.87$$

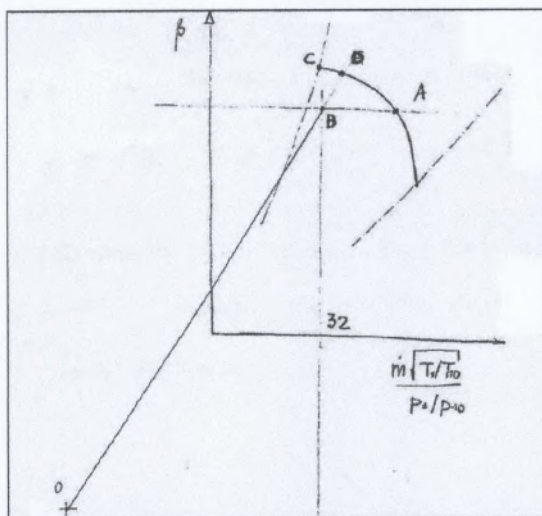
Il lavoro di compressione nel punto A risulta:

$$L_{i,A} = \frac{1}{\eta_{c,A}} L_{i,is} = \frac{1}{\eta_{c,A}} c_p T_1 \left(\beta_A^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) = \frac{1}{0.87} 1004.5 \cdot 288 \left(3.20^{\frac{1.4-1}{1.4}} - 1 \right) = 131.84 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$P_{i,A} = \dot{m}_A L_{i,A} = 33.9 \cdot 131.84 = 4469 \text{ kW}$$

$$P_{\text{ass},A} = \frac{P_{i,A}}{\eta_{m,A}} = \frac{4469}{0.95} = 4705 \text{ kW}$$

$$P_{m,A} = P_{\text{ass},A} - P_{i,A} = 4705 - 4469 = 235 \text{ kW}$$



Non si riesce a determinare il punto D sul diagramma caratteristico; si fa una costruzione grafica (possibile solo se la caratteristica esterna è orizzontale) dalla quale si determina:

$$\beta_D = 3.31 \quad \eta_{c,D} = 0.83$$

$$L_{i,D} = \frac{1}{\eta_{c,D}} L_{i,is} = \frac{1}{\eta_{c,D}} c_p T_1 \left(\beta_D^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) = \frac{1}{0.83} 1004.5 \cdot 288 \left(3.31^{\frac{1.4-1}{1.4}} - 1 \right) = 142.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$P_{i,D} = \dot{m}_D L_{i,D} = 32 \cdot 142.12 = 4547.8 \text{ kW}$$

Supponendo costanti le perdite meccaniche (ipotesi più corretta -rispetto ad $\eta_m = \text{cost}$ -nel caso in cui il numero di giri rimanga costante) si può calcolare la potenza assorbita:

$$P_{\text{ass},D} = P_{i,D} + P_{m,D} = 4547.8 + 235 = 4783 \text{ kW}$$

$$T_2 = T_1 + \frac{L_{i,D}}{c_p} = 288 + \frac{142.12 \cdot 10^3}{1004.5} = 429.5 \text{ K}$$

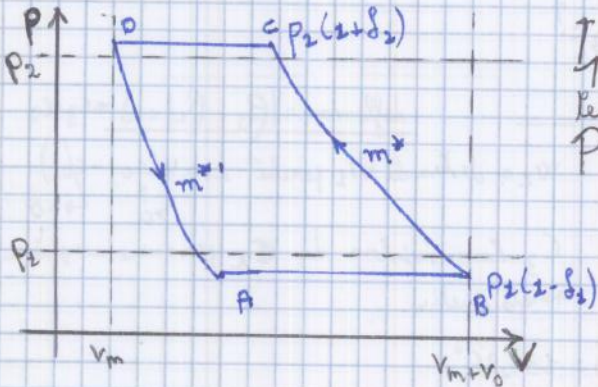
La laminazione all'aspirazione è più vantaggiosa rispetto alla laminazione alla mandata perché:

- il rendimento η peggiora meno
- ci si avvicina meno alla zona di pompaggio
- il lavoro di compressione risulta minore, essendo β_c più piccolo

Regolazione $\left\{ \begin{array}{l} \text{variazione n. giri} \\ \text{laminazione alla mandata} \\ \text{all'aspirazione} \end{array} \right.$

ESERCITAZIONE (6)

1 $p_1 = 100 \text{ kPa}$ $p_2 = 600 \text{ kPa}$ $V_0 = 1500 \text{ cm}^3$ $V_m = 430 \text{ cm}^3$
 $n = 1000 \text{ rpm}$ $m^* = 1,35$ $m^{*'} = 1,38$ $\delta_1 = \delta_2 = 0,06$ $T_c = T_D = 520 \text{ K}$
 fuge trascurabili in mandata $m_i = ?$ $P_{255} = ?$



T_p di aspirazione e mandata a p costante. Non è diagramma termodinamico, è diagramma di lavoro, grandesse esterne $P_e V$.

$M =$ massa mandata per ciclo, bisogna volutarla

$$m_i = M \cdot n \quad [giri/s]$$

$$P_i = L_c \cdot n \quad [ciclo/s]$$

Valutazione massa mandata: $M = 2 V_p p_1 V_0$

Dati sono forniti T in C e in D \rightarrow valutazione densità, che combinata con volume darò massa: $m_C - m_D$ sarà la massa mandata (M)

$$m_C = m_D + M + m_{fughe, D} \quad \leftarrow \text{trascurabile per ipotesi}$$

$$m_C = \frac{p_C}{RT_C} V_C \quad m_D = \frac{p_D}{RT_D} V_D \quad \text{con } V_D = V_m \rightarrow m_D = \frac{p_2(1+\delta_2)}{RT_D} V_m = 5,649 \cdot 10^{-4} \text{ Kg}$$

$$m_C = \frac{p_2(1+\delta_2)}{RT_C} \cdot (V_m + V_0) \cdot \left[\frac{p_2(1-\delta_2)}{p_2(1+\delta_2)} \right]^{\frac{1}{m^*}} = 1,7184 \cdot 10^{-3} \text{ Kg}$$

$$M = m_C - m_D = 1,154 \cdot 10^{-3} \text{ Kg}$$

$$\dot{m} = M \cdot \frac{n}{60} = 19,2 \text{ g/s}$$

Valutazione lavoro al ciclo: $L_c = - \oint p dV = \oint V dp$

integrati e forniti di fluido su standard \rightarrow semplice paragrafo matematico (pelle for ap rot)

$$L_c = \frac{m^*}{m^* - 1} p_B V_B \left\{ \left[\frac{p_2(1+\delta_2)}{p_2(1-\delta_2)} \right]^{\frac{m^* - 1}{m^*}} - 1 \right\} - \frac{m^{*'}}{m^{*'} - 1} p_D V_D \left\{ 1 - \left[\frac{p_2(1-\delta_2)}{p_2(1+\delta_2)} \right]^{\frac{m^{*'} - 1}{m^{*'}}} \right\}$$

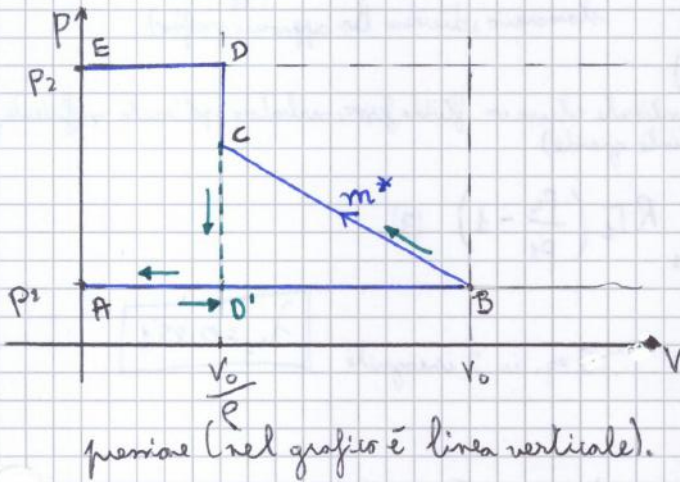
$$= 256,29 \text{ J/ciclo}$$

$$P_{255} = L_c \cdot \frac{n}{60} \cdot \frac{1}{\eta_m} = 44,963 \text{ W}$$

$$\text{con } \eta_m = 0,95$$

3

$\mu \approx 0 \quad \delta_1 = \delta_2 \approx 0 \quad \rho = 2,5 \quad p_2 = 98,07 \text{ kPa} \quad T_1 = 288 \text{ K}$
 $p_2 = 588,42 \text{ kPa} \quad m^* = 1,35 \quad \eta_m = 0,95 \quad V_0 = 2'000 \text{ cm}^3 \quad n = 3'000 \text{ rpm}$
 $p_2 = p_1 \quad P'_{255} = ? \quad \eta'_m$



V_m trascurabile nel compressore rotativo
 Si introduce rapporto volumetrico di compressione
 $\rho = \frac{\text{volume massimo camera } (V_B)}{\text{volume camera quando si apre le mandate}}$ proprietà della macchina (condizioni di funzionamento)
 In B luce di aspirazione si chiude.
 In c " " mandata si apre
 Se $p_2 < p_c$ si mettono in comunicazione ambiente a p diverse no adeguamento istantaneo di

Nelle condizioni di marcia a vuoto $A' \equiv A \quad B' \equiv B \quad C' \equiv C \quad D' \neq D$
 rimane area del ciclo che non è nulla.

$$L_c = \oint V dp = \frac{m^*}{m^* - 1} p_B V_B \left[\left(\frac{p_c}{p_B} \right)^{\frac{m^* - 1}{m^*}} - 1 \right] - (p_c - p_1) \cdot \frac{V_0}{\rho}$$

$p_c V_c = p_B V_B \Rightarrow p_c = p_B \rho^{m^*}$ inserito nel lavoro diventa

$$L'_c = \frac{m^*}{m^* - 1} p_1 V_0 \left(\rho^{m^* - 1} - 1 \right) - \left(p_1 \cdot \rho^{m^*} - p_1 \right) \cdot \frac{V_0}{\rho}$$

lavoro per marcia a vuoto

$$= 286,04 - 192,84 = 94,197 \text{ J/giro}$$

$$P'_{255} = \frac{1}{\eta'_m} L'_c \cdot \frac{n}{60} = \dots$$

in realtà $\eta_m < \eta'_m$ perché si riferiscono a diverse potenze assorbite (dipende dal n. di giri per osservazioni sperimentali)

si calcolano perdite meccaniche in condizione di progetto

$$L_c = 486,48 \text{ J/vol} \quad P_m = P_{255} - P_i = L_c \cdot \frac{n}{60} \left(\frac{1}{\eta_m} - 1 \right) = 2,284 \text{ kW}$$

$$P'_{255} = P_i + P_m = L_c \cdot \frac{n}{60} + P_m = 5,993 \text{ kW}$$

$$L_c = \frac{m^*}{m^* - 1} p_1 V_0 \left(\rho^{m^* - 1} - 1 \right) + (p_2 - p_1 \rho^{m^*}) \frac{V_0}{\rho}$$

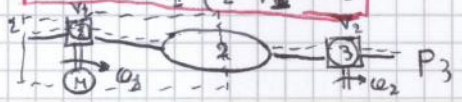
4

$V_1 = 2000 \text{ cm}^3 \quad p_1 = 100 \text{ kPa} \quad T_1 = 290 \text{ K} \quad p_2 = 180 \text{ kPa}$
 $\omega_1 = 209,5 \text{ rad/s} \quad V_2 = 1500 \text{ cm}^3 \quad \omega_2 = 167,5 \text{ rad/s} \quad \Delta p_2 = 0$
 $\lambda_{V_2} = ?$

$$m_1 = \lambda_{V_1} p_1 V_1 n_1$$

$$m_2 = m_1$$

$$m_2 = \frac{1}{\lambda_{V_2}} p_2 V_2 n_2$$



↑ portata aumenta con le fughe sp