NUMERO: 1381A - ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: D Angelo

MATERIA: Geotecnica, Prof.Manassero

1

Verifiche progettuali sulle opere geotecniche:

- STATO LIMITE ULTIMO
  - Fattori che portano a crollo completo
  - Fattori di sicurezza = n° x cui moltiplicare i carichi

- STATO LIMITE D'ESERCIZIO
  - No cedim eccessivi e buona risposta durante la vita
  - Nessun fattore di sicurezza x cui moltiplicare

ORIGINI DEI TERRENI

Terreni → Sistemi multifase:
- particelle minerali solide = scheletro
- fluidi interstiziali → liquidi
  → gas
  → NAPL (inquinanti) → effetti idraulici e meccanici

Le fasi interagiscono tra loro.

- Origine = disgregazione delle rocce, di tipo:
  - MECCANICA → erosione, abrasione, variaz termiche, ghiaccio in fratture → quarzo & silice
  - CHIMICA → interazione con O_2, CO_2, acidi organici.
    → minerali sensibili = MICA & FELDSPATI
    → si producono Terreni + fini
  - ORGANICA → acidi carbonico, nitrico, nitroso ed NH_3.
    → superficiale

TERRENI RESIDUALI → no trasporto, degradazione in loco

- TRASPORTO → idraulico / aereo } in sospensione
  → rotolamento

  azione di abrasione e selezione granulometrica
  Energia propria del fenomeno → importante x resistenza al trasporto
  Grana grossa = resistenza attritiva, al peso.
  → resist. grani angolari > resist grani arrotondati

- DEPOSITO → sia energia e turbolenza definiscono struttura del deposito → per le sabbie (+o- densa/aperta, posiz reciproca dei grani) (*)
  → Limi = sensibili al chimismo dell'acqua di deposizione

CLASSI QUALITATIVE DEI TERRENI
- GRANA GROSSA → sabbie, ghiaie
  → quarzo, minerali duri, presenza di mica & feldspati, sabbie carbonatiche in mare
  → param di base:
    - dimensione dei grani
    - rugosità della superficie
  → Rispondono a sollecitazioni di tipo:
    - massa (grana grossa)
    - superficie (grana fine)
- GRANA FINE → limi, argille
  → silicati, alluminati idrati

(*) Ambienti di deposito: continentale / marino e misto

PARAMETRI → DI BASE = non variano dopo la formaz del deposito → disgreg & trasporto
→ DI STATO = variano a seconda del tipo di sollecitaz imposte + deposizione
→ densità / stato di sollecitaz geostatico

PARAMETRI FISICI DEL TERRENO

Parametri fisici → volumi e pesi (V e W)
Componenti del terreno → solido, liquido, gassoso
- Il volume totale V dell'elemento di terreno è assunto unitario → ci interessano le %

$$V = \underbrace{V_G + V_W}_{V_V} + V_S$$
→ • $V = V_{TOT}$ • $V_G = V_{GAS}$ • $V_W = V_{ACQUA}$ • $V_S = V_{SOLIDI}$ • $V_V = V_W + V_G = V_{VUOTI}$

Variabili indipendenti di partenza sono 5 (V_G, V_S, V_W, W_S, W_W), ma riferendoci a $V=1$ restano 4 variabili

- Porosità, $n\%$ → $n = \frac{V_V}{V} \cdot 100$ (%)
- Indice dei vuoti → $e = \frac{V_V}{V_S}$

Relazioni: $n = \frac{e}{e+1}$ $\quad e = \frac{n}{1-n}$
→ $0 \le n \le 1$; $e \ge 0$, perché: se $V_V \sim V \Rightarrow V_S \to 0 \Rightarrow e \to \infty$

- Grado di saturazione → $S = \frac{V_W}{V_V} \cdot 100$ (%)
  ↳ $S = 1$ (100%) ⇔ saturazione
- Contenuto d'acqua w → $w = \frac{W_W}{W_S} \cdot 100$ (%)
- γ = peso di volume = rapporto tra il peso di un volume ed il suo volume.
  ↳ noi usiamo il peso dell'unità di volume
  - γ totale → $\gamma = \frac{W}{V}$
  - γ della parte solida → $\gamma_s = \frac{W_s}{V_s}$
  - γ dell'acqua → $\gamma_w \sim 9{,}81\ \frac{kN}{m^3}$
  - γ del terreno secco → $\gamma_d = \frac{W_s}{V}$ → $\gamma_d < \gamma$, la differenza è data da γ_w. Terreno messo ad asciugare, gli è tolta acqua $\Rightarrow V = V_s + V_v$
  - γ del terreno sommerso → $\gamma' = \gamma - \gamma_w$ → Stesso terreno, messo sott'acqua, pesa di più. È il peso dei grani di terreno che stanno sott'acqua
  - γ dei grani = gravità specifica → $G_s = \frac{\gamma_s}{\gamma_w}$ → Varia poco, al max ~ del 25%. ⇒ negli es spesso si considerano G_s e γ_s costanti
  - Peso specifico (gravità specifica) totale → $G = \frac{\gamma}{\gamma_w}$

Convenzioni:
- Grana grossa → si usa indice dei vuoti; contenuto d'acqua è poco importante
- Grana fine → si usa contenuto d'acqua, x definire addensamento. (es.: onde in condiz sopra falda, riescono a mantenere condiz di addensamento).

→ SLIDE n° 36 → Peso → Massa: $W\,(kN) = M\,(kg) \cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$

⇒ Peso dell'unità di volume → Densità: $\gamma\left(\frac{kN}{m^3}\right) = \rho\left(\frac{kg}{m^3}\right) \cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$

- Relazione: $e = \frac{w \cdot G_s}{S}$
  ↓
  Per argille → mezzo saturo ⇒ $S = 1$ ⇒ relazione univoca tra e e w
  ⇒ grado di addensamento può essere indicato con entrambi.
  Per sabbie non vale ciò, sopra falda il valore di saturazione non è noto con sicurezza
- Relazione: $\gamma_d = G_s \cdot \gamma_w (1-n)$
- Relazione: $e = \frac{G_s \gamma_w - \gamma_d}{\gamma_d}$ → essendo γ_w e $G_s \sim cost$ ⇒ qst è un legame univoco tra γ_d ed e

CUCCHIAIO DI CASAGRANDE
- Su un piano di vetro mescolo materiale + acqua, x avere un materiale omogeneo (w cost in ogni punto).
- Metto materiale nel cucchiaio, si fa il solco standard
- Girando manovella, alzo-abbasso cucchiaio = colpi, si contano i colpi finché il solco non si chiude.
- Taglio il campione attorno al solco e lo peso
  $\Rightarrow M_{umido} = M_{terreno} + M_{acqua}$
- Metto in forno, 24h a 105°, per trovare M_{secco}
- Determino W_w ed il contenuto d'acqua w
- Ottengo delle coppie di coordinate (n°colpi - w) da mettere in un grafico
- Traccio retta di regressione lineare
- Convenzione: prendo il punto a 25 colpi, il w corrispondente è il w_L

• w_P = LIMITE PLASTICO
  w in corrispondenza del quale il terreno inizia a perdere il suo comportamento plastico (ovvero, è tanto secco da fessurarsi).

Bastoncini arrotolati a 3,2 mm (ad occhio)
Continuando ad arrotolare ed aggiungere acqua, ad un certo w si rompe e fessura.
Ovvero: facendo delle prove, se vedo che si fessura $\Rightarrow$ sono oltre al limite.

• w_S = LIMITE DI RITIRO
  w al di sotto del quale una perdita di acqua non comporta più alcuna riduzione di volume di un campione indisturbato.
  Si essica e si misura il campione
  Dal w_S in poi, le variazioni di w non incidono più sul volume (tramite e), ma solo sul grado di saturazione

INDICI CORRISPONDENTI

• INDICE DI PLASTICITÀ: $I_P = PI = w_L - w_P$
  intervallo di w in cui il materiale si comporta in modo plastico, non si fessura, ha permeabilità più bassa

• INDICE DI LIQUIDITÀ: $LI = \frac{w - w_P}{w_L - w_P}$
  Dove: w = contenuto d'acqua corrente

• INDICE DI CONSISTENZA: $I_C = 1 - LI = \frac{w_L - w}{w_L - w_P}$
  Al crescere dei suoi valori, crescono resistenza e rigidità
  È il parallelo di D_R per i terreni a grana fine.
  Si è verificato che, ai limiti dello stato plastico:
  $$\begin{cases} w \sim w_L \Rightarrow \text{resistenza al taglio} \sim 1{,}5\,kPa \\ w \sim w_P \Rightarrow \text{resistenza al taglio} \sim 150\,kPa \end{cases}$$

SUZIONE = pressione di acqua all'interno della superficie.
I limiti, per la stessa argilla, variano a seconda dei minerali che contiene.

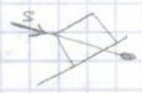
CARTA DI PLASTICITÀ DI CASAGRANDE → slide 16

Variabili del grafico → PI, LL(w_L) → entrambi determinati in laboratorio
- le 2 rette verticali dipendono solo da LL, indipendenti da PI
- Linea A → equazione:
  $$PI = 0{,}73\,w_L - 20$$
Prendo un terreno, ne determino LL e PI, trovo 1 certo punto sul grafico.
A seconda dell'area in cui giace il punto, lo classifico diversamente
- Sopra linea A
  $\Rightarrow$ argille inorganiche, plasticità crescente da sx a dx
- Sotto linea A
  $\Rightarrow$ limi, compressibilità crescente da sx a dx
  $\Rightarrow$ argille organiche
Per capire se il materiale è organico o no:
- Determino LL normalmente, e peso.
- Faccio passare in forno a 600°C
- Ripeto la prova e ripeso.
- Se la massa del campione varia meno del 6% $\Rightarrow$ inorganico
- Inoltre, l'organico trattiene molta acqua senza perdere il comportamento plastico
  $\Rightarrow$ prima ottengo LL alto, e dopo il forno LL molto basso

Si dimostra che: $Tg\,\varphi = Tg\,\alpha$ => $\varphi < \alpha$ => il blocco scivola
$\varphi = \alpha$ => condiz limite di equilibrio
$\varphi > \alpha$ => equilibrio, blocco fermo

DIFFERENZA BULLONE TIRANTE

BULLONE = funzionamento passivo, agisce solo quando il blocco inizia a scivolare

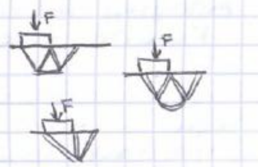


TIRANTE = può essere allungato all'inizio, così tende a ricomprimersi e ad applicare uno sforzo S continuamente sul blocco
Non devono essere paralleli al piano.

METODO DELL'EQUILIBRIO LIMITE → pag 5

È un metodo non rigoroso, ha molte approssimazioni ed errori, ma è semplice (fatto da Coulomb)
Serve x applicare meccanica del corpo rigido a problemi riguardanti il terreno (che non è 1 corpo rigido). Al tempo di Coulomb non esistevano concetti di deformazione (introdotti da Cauchy)

ESEMPIO → Fondazione superficiale (F = peso della struttura
vogliamo calcolare il carico limite che ci può agire sopra.



1. Immagino i possibili cinematismi di rottura (linee doppie = possibili superfici di scorrimento)
2. Immagino che le varie parti disegnate si comportino come corpi rigidi,
Faccio l'equilibrio tra i vari blocchi
=> determino il carico limite, per ciascun caso.
3. Tra tutti, cerco il caso + critico, ovvero quello corrispondente al valore + basso di carico limite

STABILITÀ DI UN CONO DI TERRENO

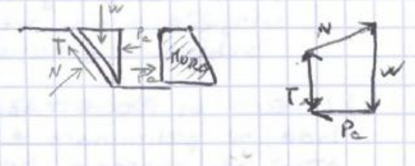
Determiniamo così φ per un terreno (lo si può determinare con analisi penetrometrica).
Rovesciando della sabbia, essa forma un cono, la cui pendenza dipende dall'attrito granulometrico tra le particelle.
Immagino che, al suo interno, si creino delle superfici di scorrimento inclinate di α.
Per applicare Coulomb a questo problema:
identifico 2 blocchi rigidi → { sotto, stabile
{ sopra, instabile

Se suppongo di non avere cementazione (tutti i grani separati)
=> Ottengo la stessa condizione limite:
$Tg\,\alpha = Tg\,\varphi$ => $\alpha = \varphi$
dove φ = angolo di riposo di un terreno, angolo d'inclinazione naturale di un pendio di terreno.
Tale resistenza al taglio del terreno riflette la resistenza al taglio tra i vari granuli (micro si riflette nel macro).
=> Angolo di attrito φ ha un significato fisico, dipende dai granuli e dalla loro forma.

SISTEMA DI SPOSTAMENTI COMPATIBILI
Tale spostamento avviene senza compenetrazione o strappo di materia

ESEMPIO DI POLIGONO DELLE FORZE

Per dimensionare un muro che deve reggere un terreno,
disegniamo un possibile cinematismo di rottura.
P_c = forza che si scambiano terreno e muro.
↳ Se è troppo piccola per chiudere il poligono
=> il sistema non è in equilibrio.



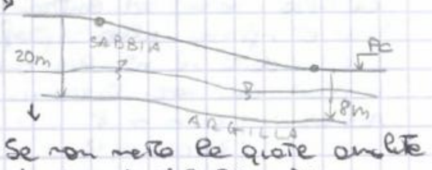
TEOREMA DELL'ESTREMO SUPERIORE DELL'ANALISI LIMITE → pag 11

Molto simile al Teorema dell'equilibrio limite. Vediamo le differenze
1) Entrambi devono ipotizzare un cinematismo di collasso, ma qui tale cinematismo dev'essere compatibile.
Lo si verifica con la costruzione grafica, poligono degli spostamenti.
2) Equilibrio limite = si ragiona con le equaz della statica dell'equilibrio.
Ora = si ragiona col PLV
3) Questo Teorema non ci fa trovare il carico limite, ma si può solo trovare un'approssimazione per eccesso del carico limite reale (di collasso).

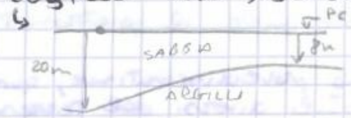
Vantaggio: è un metodo esatto e rigoroso;
invece, Coulomb è approssimativo e non si sa se è cautelativo.

Schede dei sondaggi → formato standard.
- Data inizio/fine sondaggio
- Quota assoluta:
  - Se PC = orizzontale, e sondaggi son vicini
    ⇒ valutaz. di quota assoluta del PC non è essenziale
  - Se PC non è orizz. e le distanze son significative
    ⇒ valutaz. essenziale
- Metodi di perforazione:
  1 = non consente prelievo di campioni
  2 = con campionamento, ricavo info relative alle caratteristiche dei terreni.
- Si indica il prelievo di campioni, e se sono disturbati o no.
- Risultati delle prove dinamiche
- Descrizione del terreno, spesso dividendo in categorie (ghiaia, sabbia, ...) e segni grafici per rappresentare le miscele dei tipi

Esempio: 2 sondaggi a 2 profondità ≠:



Se non metto le quote assolute dei 2 punti del PC, potremmo avere l'impressione che l'argilla stia salendo



Linea nella sabbia = livello della falda

- Grado di qualità → molto variabile x i vari campioni, si ricavano info molto diverse.
  ↳ grado min ⇒ disturbo max
  Per le prove meccaniche → serve il max livello di qualità, cioè campioni indisturbati, che è possibile fare x campioni granulari fini.
  Ghiaie e sabbie → non posso prelevare campioni indisturbati

CAMPIONAMENTO NEL FORO DI SONDAGGIO

Carotieri hanno teste taglienti, sono infissi nel terreno a rotazione
(Scalpelli invece sono infissi a percussione)

Spessore delle pareti è importante.
Coefficiente di parete → $c_p = \frac{D_s^2 - D^2}{D^2} \cdot 100$

$c_p > 15\%$ ⇒ campionatore a parete spessa, adatto x grana grossa
$c_p < 15\%$ ⇒ campionatore a parete sottile, x prelievo di campioni poco disturbati

Tubi cavi, al fondo c'è valvola di chiusura — Lunghezza ~1 m; Diametro standard = 100 mm

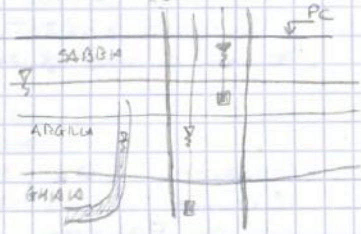
Al limite inferiore dei campionatori, possono esserci anelli allargatori

Per campioni indisturbati → campionatori a pistone
⇒ Campionatore Osterberg
↳ Aste di perforazione, è immesso 1 fluido che infligge a pressione un tubo nel terreno.
Poi, tubo infisso ⇒ si apre una valvola, l'acqua defluisce, si riduce la pressione nella camera
⇒ il tubo torna su col campione

A basse profondità, un'alternativa è prelevare campioni cubici.
Dimensioni grandi, $\ell \sim 50$ cm.
Risultano poco disturbo, prove di laboratorio sono affidabili.

PIEZOMETRI
Vari tipi, ad esempio → a tubo aperto → Casagrande è il + usato.
Sono realizzati in un foro di sondaggio. È
È fatto da una cella porosa che permette una misura accurata del carico idraulico a profondità voluta.

Esempio:
C'è 1 falda nella sabbia.
In ghiaia c'è acqua, il cui livello nel tubo è quello.
Ho 2 strati in cui posso avere 1 falda
⇒ faccio 1 foro di perforazione ed installo 2 celle, (una ad ogni profondità), collegate a 2 tubi rigidi in PVC da cui si vede il segno di risalita dell'acqua e si può verificare il livello di pressione.



Alla base e alla sommità della cella son messi dei sigilli (tappi) come bentonite (fatta da montmorillonite)
Relazione tra pressione dell'acqua e livello di risalita → $u = \gamma_w \cdot h_w$ — $\left\{\frac{kN}{m^3}\right\}\{m\} = \left\{\frac{kN}{m^2}\right\} = \{kPa\}$

- GRAFICO (φ_{picco}, D_R)
  L'angolo di resistenza al taglio cresce al crescere di D_R

- GRAFICO (N_{SPT}, φ)
  Parto dalla formula di Skempton per trovare D_R, poi col grafico di prima trovo ϕ
  Così, ho una correlazione diretta tra N_{SPT} e ϕ

- GRAFICO (q_c, φ)

- GRAFICO (E, N_{SPT})
  E = modulo di Young secante. Ci dice qual è la risposta del terreno al tentativo di infissione
  Si distinguono 2 rette:
  - SABBIA NC = normal consolidato
    In questo momento hanno il massimo carico mai avuto (Tipo appena depositate).
  - SABBIA OC = overconsolidated = sovraconsolidato
    Nella loro storia tensionale hanno subito valori di carichi verticali superiori a quelli che hanno ora. (Tipo sotto e dopo un'erosione).

- GRAFICO (E'/q_c, $q_c/\sqrt{\sigma'_{vo}}$)
  Ricavo il modulo di Young a partire dalla resistenza alla punta di un penetrometro statico.
  C'è anche è influenza della tensione verticale.
  Si formano 3 diversi campi, per ogni tipo di deposito: OC, NC, NC+AGING.
  NC+AGING = sabbie depositate di recente ma che hanno subito processi d'invecchiamento, che formano una struttura del materiale ≠ sciolto (ad es, la caduta del $CaCO_3$ che cementa).

PLT

PROVA DI CARICO SULLA PIASTRA
Si misura il cedimento, e si ricava il modulo di resistenza del terreno.
Poco usato, solo x piccoli volumi di terreno, perché la profondità investigata è il doppio del lato della piastra, troppo poco x prove geotecniche.

VANTAGGI E SVANTAGGI
VANTAGGI DELLE PROVE IN SITO (Rispetto a quelle in laboratorio)
1) S'indaga 1 volume di terreno maggiore
   => Definizione dei caratteri macrostrutturali
   In Lab → uso piccole porzioni di terreno, e quindi potrei prendere una parte con caratt. diverse (terreno non è omogeneo)

2) Registrazione continua dei parametri lungo la verticale di prova
   => Definizione di peculiarità stratigrafiche
   In Lab → prendo solo campioni a distanze stabilite, è discontinua (10m, 15m, ...)

3) Si possono indagare terreni dei quali è oneroso prelevare campioni, ad esempio ghiaia (a volte è congelata, ma è oneroso).

4) Rapidità ed economicità

LIMITAZIONI
1) La natura del materiale indagato non è identificata direttamente (ad eccezione della SPT).
   Ad es → prove con onde sismiche → si determina la rigidezza in modo indiretto, tramite la velocità di trasmissione delle onde

2) Il problema al contorno da risolvere per l'interpretazione non è sempre ben posto dal punto di vista matematico.
   In Lab → posso controllare umidità, tensione, altezza di falda, ...

3) Il terreno non è del tutto indisturbato; per le prove in profondità devo fare un foro; il grado di disturbo prodotto dall'inserimento di alcune sonde di prova è tale da confondere l'interpretazione della prova ad un'analisi puramente empirica.

Il dimensionamento delle opere è fatto sulla base della caratterizzazione geotecnica.

Tutti i discorsi sugli spostamenti sono a meno di un fattore di scala; è importante è che i rapporti tra i vettori siano gli stessi

DIAGRAMMA DEGLI SPOSTAMENTI

Imposto uno spostam verticale iniziale di quella fondazione → scelto arbitrariamente ⇒ è ritenuto noto
Per trovare direzione e valore degli altri spostamenti → poligono odografo
- Spostamenti assoluti → spostam dei cunei rispetto ad 1 sist di riferim fisso, x ogni cuneo sono paralleli alla superficie di scorrimento → δa, δb, ... → origine in O
- Spostamenti relativi → di un cuneo rispetto all'altro, paralleli alla superfici di separazione tra i cunei → δab, δaf, ... → congiungono gli apici degli spostamenti assoluti

PRINCIPIO DEI LAVORI VIRTUALI → Slide 15
Si deve avere concomitanza di 3 circostanze
1. Equilibrio del sistema di forze (e tensioni)
2. Congruenza degli spostamenti (e delle deformazioni) = spostamenti possibili
3. Somma dei lavori virtuali nulla
I lavori li chiamo virtuali perché non devo scegliere lavori congruenti alle forze e agli spostamenti, ma a piacere
Se ho: - spostamenti congruenti
- forze in equilibrio
|⇒ ho anche somma di lavori virtuali nulla, nonostante i 3 sistemi non siano congruenti tra loro.
⇒ Bastano 2 di queste condizioni, ed automaticamente è verificata anche la terza.

Valutazione degli spostamenti permette l'applicazione del PLV per ricavare equilibrio di un sistema di corpi rigidi. Se sono nel piano ⇒ equaz di bilancio dei lavori sostituisce 1 equaz di equilibrio.

ESEMPIO

- Equilibrio di rotazione x le forze:
$F_1 \cdot b_1 = F_2 \cdot b_2$
- Impongo una rotazione infinitesima $\delta\vartheta$, che provoca gli spostamenti δ_1 e δ_2 nei punti di applicazione delle forze:
$\delta_1 = b_1 \cdot \mathrm{Tg}\,\delta\vartheta = b_1 \cdot \delta\vartheta$; $\delta_2 = b_2 \cdot \mathrm{Tg}\,\delta\vartheta = b_2 \cdot \delta\vartheta$
- Calcolo i lavori virtuali (moltiplico il sist. di forze x il sist di spostamenti), e deve essere nullo:
$F_1 \cdot b_1 \cdot \delta\vartheta - F_2 \cdot b_2 \cdot \delta\vartheta = 0$
- Se considerassi anche R, otterrei la stessa equaz della traslaz verticale:
$F_1 \delta_R + F_2 \delta_R - R\delta_R = 0 \Rightarrow F_1 + F_2 = R$

Quindi, per i corpi indeformabili:
- per poter applicare PLV, cinematismi e deformazioni devono essere congruenti
- forze e spostamenti devono essere congruenti, ma non conseguenza uno dell'altro
- PLV x mette di scrivere un'equaz alternativa a quelle dell'equilibrio che fanno riferimento ai gradi di libertà del sistema

9 Per i terreni non ci sono direzioni prevalenti, essendo un semispazio
⇒ bisogna tornare all'origine dei concetti di deformazione dei corpi

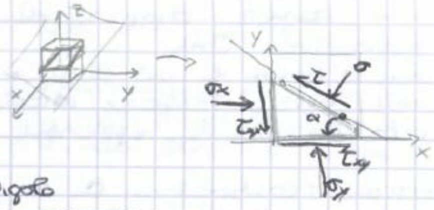
Problemi di equilibrio in campo statico → si riferisce a sistemi rigidi finché → n° vincoli ≤ gdl
Se n° vincoli > gdl ⇒ sistema iperstatico ⇒ x valutare le reazioni dei vincoli si prende in considerazione la deformabilità del sistema stesso.
⇒ S'introducono tensioni e deformazioni

Osservo un sistema da lontano
⇒ il dito agisce come una forza su un punto, si valuta come vettore forza
Osservo + da vicino
⇒ il contatto non è puntuale, si sviluppa su un'area finita
⇒ Forza è data da:
$$F = \int_A \sigma \, dA$$
dove: σ = tensioni estese all'area del solido che sto considerando, vettori + piccoli, ⊥ al piano di contatto

- Definizione esplicita di tensione → $\sigma = \lim_{dA \to 0} \frac{dN}{dA}$ → tensioni e forze normali al piano di rif
Si specifica il limite per $dA \to 0$ xké bisogna limitare i concetti ad aree infinitesime, xké le σ possono variare da punto a punto
$\tau = \lim_{dA \to 0} \frac{dT}{dA}$ → tensioni e forze Tg alla superficie

CONVENZIONI DI SEGNO PER I CERCHI DI MOHR

Considero il prisma che si crea tagliando il cubetto con un piano qualsiasi



- $\sigma > 0$, se di compressione
- $\tau > 0$ se tendono a far ruotare in senso antiorario (sono uno convergente e l'altro divergente, in ogni spigolo)
- $\alpha > 0$, se è l'angolo che parte dal piano e gira in senso antiorario fino all'asse x

=> In questa convenzione, ho antisimmetria: $\tau_{yx} = -\tau_{xy}$

Imponendo l'equilibrio di questo prisma, trovo l'equazione che definisce il cerchio di Mohr (in modo generico):

$$\begin{cases} \tau = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha - \tau_{xy} \cos 2\alpha \\ \sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \cos 2\alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha \end{cases}$$

→ σ, τ esplicitate rispetto a $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$, che sono note su 2 piani tensionali

PIANI PRINCIPALI

Sono piani su cui agiscono solo tensioni normali, e (in valore assoluto) tali tensioni sono anche la min e la max che trovo in quel punto.
Sono piani posti a $\pi/2$ tra loro, hanno sempre questa caratteristica: trovato un piano principale α => anche il piano $\alpha + \frac{\pi}{2}$ sarà principale
=> in 3D → 3 piani mutuamente ⊥
   in 2D → ho 2 piani su cui agiscono le tensioni σ_1 e σ_3, la min e la max

$$\begin{cases} \tau = 0 \\ \sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \end{cases} \quad \text{per } \alpha = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

Riscrivendo le espressioni di σ e τ rispetto ai piani principali, ovvero con (le direzioni x, y sono anche le direzioni principali): $\begin{cases} \sigma_x = \sigma_1 \\ \sigma_y = \sigma_3 \\ \tau_{xy} = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} \tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \sin 2\alpha \\ \sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\alpha \end{cases}$$

EQUAZIONE DEL CERCHIO DI MOHR, nel piano (σ, τ)

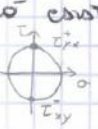
- rispetto alle tensioni principali → $\tau^2 + \left(\sigma - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right)^2$
- formula generale → $\tau^2 + \left(\sigma - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 = \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2\right]$

Ogni punto generico sulla circonferenza rappresenta lo stato tensionale (in termini di σ, τ) di punti tagliati da piani inclinati di α generica
- P = polo di proiezione dei piani
- Piani principali → intersecano il cerchio in $(\sigma_3, 0)$ e $(\sigma_1, 0)$.
  → Son distanti $\pi/2$ => verificano l'equazione
- σ_2 = è la terza tensione principale nel caso 3D, agisce su un piano ⊥ al foglio
- Angolo α_p delle tensioni principali:
  $\operatorname{Tg} 2\alpha_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$

  Potrebbe indicare entrambi i piani, sia la tensione max che la min.
  => Se $(\sigma_x - \sigma_y) > 0$ => α_p è riferito al piano della tensione principale min

- Stato tensionale isotropo → il cerchio di Mohr si riduce ad un punto
  inoltre, le τ sono sempre e comunque nulle, qualsiasi siano i piani

- Può esistere uno stato tensionale di taglio puro, ovvero $\tau \neq 0$ con $\sigma = 0$?



  → il polo di proiezione coincide con τ_{yx}
  => Non può esistere un tensore di questo tipo, salvo l'unico caso in cui anche le τ si annullano → caso isotropo

- Spostare il polo sul cerchio di Mohr → equivale a ruotare i piani di riferimento x e y rispetto al solido fermo.
  Alcune componenti dello stato tensionale restano uguali → invarianti

11 Deformazione = risultato dello spostamento relativo di due punti appartenenti ad un mezzo continuo e deformabile
Terreni hanno big deformazioni, ma noi ci occuperemo solo di piccole deformazioni (+ semplici).
x le piccole deformazioni → non è necessario aggiornare le coord dei punti del solido rispetto al sist di rif fisso; cioè spostam relativo è infinitesimo rispetto alla geometria in esame

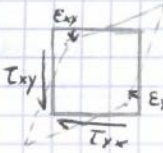
{Deformazioni → visibili e misurabili
{Tensioni → ricavate da misure di deformazione

DEFORMAZIONE LONGITUDINALE → Slide 4
Derivata dello spostamento rispetto ad 1 asse di riferim, fatto in direzione di allungamento o accorciamento stesso
Provocano allungam/accorciam delle fibre in direzione ∥ allo spostamento

$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{dx - dx'}{dx}$ → definito così per piccole deformazioni, per elementi infinitesimi, ovvero per $dx - dx' \ll dx$

Lo spostamento ha 2 parti:
- spostamento rigido = cost
- spostamento dovuto alle deformazioni → $\int \varepsilon_x dx$

DEFORMAZIONE PER DISTORSIONE (o Tangenziali) O DI TAGLIO
↳ Solo pure. Non accorciano né allungano le fibre del sistema, ma distorgono l'elemento, ne variano l'inclinazione dei lati, allungando le diagonali. A parità di volume, cambia la forma dell'elemento.
Di fatto, sono degli angoli in radianti. Sempre valori molto piccoli.
Taglio puro = può essere insegnato come conseguenza di deformazioni longitudinali, ortogonali di segno opposto e uguale entità (prendendo il rombo inscritto nel quadrato e ruotando di 45°)

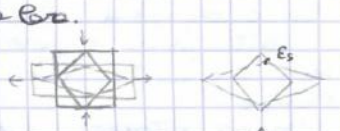


$\varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yx}$ = angoli che i lati dell'elemento deformato formano rispetto al deformato
il segno è dato dalla tensione di taglio che la determina;
in questo caso:
- $\varepsilon_{xy} > 0$ → Dato da $\tau_{xy} > 0$ (x convenzione di Mohr) → Antiorario
- $\varepsilon_{yx} < 0$ → Dato da $\tau_{yx} < 0$ → Orario

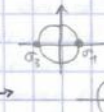
In particolare:
- $\varepsilon_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\gamma_{yx}}{2}$ → $\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx}$ → per le convenzioni di segno del Tensore.
- $\varepsilon_{yx} = \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\gamma_{yx}}{2}$ invece, x le convenzioni dei cerchi di Mohr → $\varepsilon_{xy} = -\varepsilon_{yx}$

Per convenzione, si chiama: $\varepsilon_{xy} = \varepsilon_s$ → deformazione di Taglio puro
Questo è messo in relazione con la deformazione di Taglio semplice $\gamma = 2\varepsilon_s$
In realtà → γ è fatta da 1 componente di deformazione pura ed una di rotazione rigida
invece → ε_s = sola componente di distorsione pura

DEFORMAZIONE DI TAGLIO PURO → Slide 7
Possiamo vederla da 2 diversi sistemi di riferimento, ruotati di 45° tra loro.



1) Distorsione pura, sottopongo l'elemento a compressione verticale e trazione orizzontale, ottengo deformazioni longitudinali.
Ma se considero il rombo interno → angoli interni sono → ε_s
=> Cerchio di Mohr →



2) Rotazione rigida
Ottengo la deformazione di taglio semplice

=> cerchio di Mohr →

TENSORE DELLE DEFORMAZIONI → SLIDE 9

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy}/2 & \gamma_{xz}/2 \\ \gamma_{yx}/2 & \varepsilon_y & \gamma_{yz}/2 \\ \gamma_{zx}/2 & \gamma_{zy}/2 & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

→ valgono le stesse proprietà del Tensore delle Tensioni
Lo stato deformativo in un punto è descritto completamente dalle 6 componenti di deformazione, (si riducono a 3 nel piano)
Matrice simmetrica => 6 incognite
↳
ε_i = deformazioni Longitudinali
γ_{ij} = deformazioni di taglio puro o semplice

ANGOLO DI DILATANZA $\longrightarrow \sin\psi = -\frac{\varepsilon_v}{|\gamma_{max}|} = -\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_3}{\varepsilon_1-\varepsilon_3}$

$\searrow \operatorname{tg}\psi = -\frac{\varepsilon_v}{|\gamma_{NE}|}$

DISTORSIONE SUI PIANI DI NON ESTENSIONE $\rightarrow \gamma_{NE} = \frac{du}{dy} = (\varepsilon_1-\varepsilon_3)\cdot\sin 2\alpha$

SCORRIMENTO LOCALIZZATO E SUPERFICI DI SCORRIMENTO

Quando (ad es → Frana) in un terreno s'individuano 2 zone, 2 cunei (1 stabile e l'altro instabile) separate da 1 banda di taglio (o superficie di scorrimento)
=> le tensioni si concentrate su quelle superfici, in campo plastico
Lungo qst superficie ho una direzione di NE
Possiamo scrivere un vettore di movimento relativo che dà la direzione dello spostamento del cuneo instabile.
Tale vettore è inclinato di ψ rispetto alla banda di taglio.
=> anche se un materiale scorre per attrito, non è detto che si muova sempre // alla banda, c'è una componente ⊥ alla superficie, che fa aumentare di volume gli elementini (a causa dell'ingranamento dei grani)
Banda di taglio = superficie omogenea, senza discontinuità (nessun distacco o sovrapposiz di materiale)

SIMMETRIA ASSIALE slide 19

Per prove triassiali → considero un elemento cilindrico sottoposto ad un carico verticale σ_1 ed a carichi orizzontali $\sigma_2=\sigma_3$

$\Rightarrow \begin{cases}\sigma_1=\sigma_a & \rightarrow \text{tensione assiale}\\ \sigma_2=\sigma_3=\sigma_r & \rightarrow \text{tensioni radiali}\end{cases}$ → sono uguali nelle 2 direzioni, in campo elastico (fino a rottura)

Le relative deformazioni

$\Rightarrow \begin{cases}\varepsilon_1=\varepsilon_a\\ \varepsilon_2=\varepsilon_3=\varepsilon_r\end{cases}$

Si usano le notazioni → $\begin{cases}\varepsilon_v=\varepsilon_a+2\varepsilon_r\\ \varepsilon_s=\frac{2}{3}(\varepsilon_a-\varepsilon_r)\end{cases}$ ↗ $\begin{cases}p=\frac{\sigma_a+2\sigma_r}{3}\\ q=\sigma_1-\sigma_3\end{cases}$

Considerando anche gli invarianti delle tensioni, si può dimostrare che il lavoro compiuto vale:

$$\delta w = \sigma_a\delta\varepsilon_a + 2\sigma_r\delta\varepsilon_r = p\,\delta\varepsilon_v + q\,\delta\varepsilon_s$$

DEFORMAZIONE PIANA slide 19

In una delle 3 direzioni ortogonali non vi sono deformazioni; ma ciò non implica quindi che la tensione che agisce su tale piano sia nulla:

$\varepsilon_n=0 \not\Rightarrow \sigma_n=0$

$[\varepsilon] = \begin{bmatrix}\varepsilon_x & \gamma_{xy} & 0\\ \gamma_{yx} & \varepsilon_y & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$

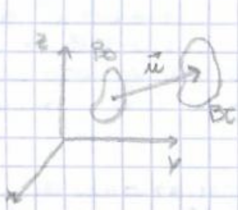
Ad es → muro di sostegno indefinitamente esteso (di 90) → $z >>> x, y$
Tutte le sezioni // piano (x,y) non si allontanano né avvicinano quando carico
=> stato di deformazione piano → $\varepsilon_z=0$
Ma → $\sigma_z\neq0$

TENSIONI PIANE

Su uno dei 3 piani ortogonali non ho tensioni → $\sigma_n=0$
Ma ciò non implica che $\varepsilon_n=0$

13

Un corpo solido, in configurazione iniziale B_0
A seguito di tensioni, può variare posizione, volume, forma, ovvero i punti di B_0 possono essere spostati in B_t di un vettore $\vec{u}$



- $\vec{u}$ → definisce un campo vettoriale → $\vec{u}=\vec{u}(\vec{x},t)$ => $\begin{cases}u_x=u(x,y,z,t)\\ u_y=v(x,y,z,t)\\ u_z=w(x,y,z,t)\end{cases}$
- u, v, w = componenti dello spostamento nelle 3 direzioni.

DEFORMAZIONE → 2 parti:
- Traslazioni e rotazioni rigide (corpo inalterato)
- Deformazioni che variano la forma del corpo → "Strain"
  ↳ Sono quelle che ci interessano, varia lo stato tensionale
  Per vedere come varia lo spostamento nell'intorno di un punto
  => ci riferiamo alle derivate del vettore spostamento
=> Tensore delle deformazioni → funzione matematica che ci dice come variano le deformaz e quindi le tensioni

Deformazioni angolari → portano ad un cambiamento di forma del materiale

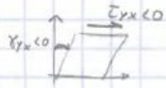
Un terreno, con taglio semplice, può aumentare o diminuire il volume per la sua natura particellare.
- Elemento di volume con addensamento minimo e max volume dei vuoti
  => Sottoposto a taglio → le particelle cadono nei vuoti presenti tra particelle contigue
  => Diminuzione di volume, indice dei vuoti minore e max densità

- Elemento di volume con addensamento max
  => percorso inverso, aumento di volume

CONVENZIONI DI SEGNO x CERCHI DI DEFORMAZ

1. $\begin{cases} \varepsilon_i > 0 \Leftrightarrow \text{contrazione} \\ \varepsilon_i < 0 \Leftrightarrow \text{estensione} \end{cases}$ dx $du > 0$, $du < 0$ → le tensioni hanno lo stesso segno delle deformaz. associate => $\begin{cases} \sigma_i > 0 \\ \sigma_i < 0 \end{cases}$

2. $\begin{cases} \gamma_{ij} > 0 \Leftrightarrow \tau_{ij} > 0 \Leftrightarrow \text{produce rotazione antioraria} \\ \gamma_{ij} < 0 \Leftrightarrow \tau_{ij} < 0 \Leftrightarrow \text{rotaz oraria} \end{cases}$



Devo immaginare le tensioni corrispondenti e determinarne il segno

3. Sul piano di Mohr → $\alpha > 0 \Leftrightarrow$ direzioni in senso antiorario a partire dal piano deformato

14

→ 2 famiglie → elasticità e plasticità

Leggi costitutive → servono x risolvere completamente il problema al contorno dei solidi caricati, x cui il problema della determinazione delle componenti tenso-deformative del mezzo continuo.
Descrivono il comportamento meccanico dei materiali in esame
=> permettono di legare le tensioni alle deformazioni, in modo specifico per ogni materiale

Tensioni e deformazioni + equilibrio e congruenza = 3+3 = 6 equaz. di equilibrio-congruenza
Ma → 12 incognite nei tensori di tensioni e deformazioni
Scriviamo le variabili indipendenti dei 2 tensori come vettori → $\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix}$ $\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix}$

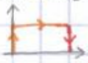
=> una relazione costitutiva completa, per legare i due vettori, potrà essere rappresentata (nel caso +generale) con una matrice 6x6
Spesso + problema al contorno è semplificato con schematizzazioni piane o assial simmetriche
=> si compattano le leggi costitutive, anche si riducono i parametri

COMPORTAMENTI MECCANICI IDEALI DI BASE DEI SOLIDI DEFORMABILI

- ELASTICO-LINEARE
Tutte le deformazioni e l'energia erogata sono recuperate totalmente.
Incrementi di deformazione sono direttamente proporz. agli incrementi di carico (idem x decrement.).
Posso dirlo solo dopo aver scaricato;
nel carico noto soltanto la linearità

Linea di carico ≡ scarico

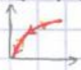
- RIGIDO-PERFETTAMENTE PLASTICO



Non recupera le deformazioni della fase di carico
Dissipa tutta l'energia erogata.
Al perdurare del carico → deformazioni indefinite

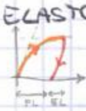
Combinando i comportamenti di base:

- ELASTICO-NON LINEARE



Linea di carico ≡ scarico, ma non è lineare
Tutto il lavoro è restituito

- ELASTO-PLASTICO



Comportamento molto simile alla realtà
Parte iniziale = elastico-lineare
Poi → sempre + plastico, fino ad una tg orizzontale → punto di MAX
Scarico => la parte di deformazioni elastiche è recuperata
la parte relativa al plastico è dissipata

Noi utilizzeremo: → elastico-lineare → problemi di stati limite di esercizio (cedimenti,
→ rigido-perfett. plastico → problemi agli stati limite ultimi

COEFF DI POISSON

Confinamento laterale del terreno è tanto maggiore quanto alto è il coef. ν
ma resta comunque nun range:

$$0 < \nu < 0,5$$

Non esistono casi di $\nu > 0,5$. Se così fosse, avrei un K negativo (se carico qualcosa, esso si espande e poi torna a posto => energia infinita)

- Per $\nu = 0,5$
  => $K \to \infty$ => il materiale elastico lineare è in realtà volumetricamente indeformabile, per qualunque forza io applichi.

  Se osservo le tensioni => noto che diventa $\sigma_1 = \sigma_2$

Prendendo 2 campioni, uno libero e l'altro nella edometrica.
Li carico assialmente
=> a parità di carico, si deforma di più quello non vincolato
Ad es.: {vincolato → 0,45% ; Libero → 0,5%}

CONDIZIONI DI ASSIAL SIMMETRIA

	Tensioni	Deformazioni
Deviatoriche →	$q = \sigma_a - \sigma_r$	$\varepsilon_s = \frac{2}{3}(\varepsilon_a - \varepsilon_r)$
Isotrope →	$p = \frac{1}{3}(\sigma_a + 2\sigma_r)$	$\varepsilon_v = \varepsilon_a + 2\varepsilon_r$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} \delta q \\ \delta p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 3G & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \varepsilon_s^e \\ \delta \varepsilon_v^e \end{Bmatrix}$$

→ $(\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_r)$ Matrice di rigidezza, in notazione assial-simmetrica

Usate per prove di laboratorio sottoposti a prova triassiale
Facendo riferimento a queste tensioni e deformazioni, le equazioni sono semplificabili

Queste espressioni possono essere combinate x il calcolo del lavoro dell'unità di volume del solido deformabile in campo assial-simmetrico

16 Campione di 1 qualsiasi materiale → aumento il carico generico
=> si raggiunge un limite oltre cui le deformazioni non sono + recuperate, son permanenti
=> Si parla di plasticizzazione, snervamento, o anche rottura o resistenza limite
A seconda del carico e della storia tensionale, i terreni possono appartenere a 3 tipi di plasticità (3 sottocategorie):

- MODELLO ELASTO-PLASTICO IDEALE/PERFETTO

  Raggiunta la tensione di snervamento, le deformazioni proseguono indefinitamente, senza + variazioni dello stato tensionale → non buono x ing
  Parleremo di Limite di rottura o Resistenza Limite, definite mediante Criteri di resistenza a rottura

- MODELLO ELASTO-PLASTICO INCRUDENTE

  Il limite del comportamento elastico è definito mediante un criterio di plasticizzazione, superato il quale le deformazioni sono permanenti, ma il carico varia.
  Da tale limite, la tensione può aumentare in modo non lineare fino ad un asintoto orizzontale, che dà la condizione limite

=> la rottura avviene non in corrispondenza della prima plasticizzazione, ma successivamente.
Sottoponendo questo materiale a cicli di carico/scarico, si può ampliare il campo elastico.
Però, non cresce la resistenza, lo stato limite ultimo è sempre lo stesso.
È il materiale preferibile x ingegneria: una volta superato il limite, mantiene ancora un po' di elasticità prima di deformarsi tanto.

- MODELLO ELASTO-PLASTICO RAMMOLLENTE

  Il limite del comportamento elastico è definito mediante un criterio di plasticizzazione, superato il quale le deformazioni sono permanenti ma il carico varia.
  Si arriva ad un picco di resistenza in campo elastico
  Oltre a questo limite il carico diminuisce, e perdono la resistenza.

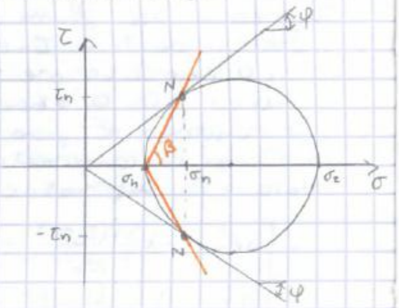
Terreni → schematizzati come elasto-plastici ideali
=> Criterio di snervamento ≡ rottura

INVILUPPO DI ROTTURA DEI MATERIALI PURAMENTE ATTRITIVI

In assenza di acqua nei vuoti interstiziali → comportamento = materiale puramente attritivo
⇒ il materiale ha resistenza al taglio solo in presenza di una componente tensionale di tipo isotropo

Avevamo visto ≠ caso di solido indeformabile che scorre sul piano orizzontale
La resistenza allo scorrimento è: $T = N\mu$
⇒ inizia a scorrere quando $T = N \, \mathrm{tg}\varphi$
Per analogia, in un materiale particellare, si definisce il criterio di rottura
$\tau_n = \sigma_n \cdot \mathrm{tg}\varphi$ → dove: • τ_n = massima tensione di taglio mobilitante, rispetto al piano di riferim.
• σ_n = tensione normale al piano sul quale agisce τ_n

Sul piano di Mohr (τ, σ)
Inviluppo è dato da 2 rette uscenti dall'origine degli assi, inclinate di $\mathrm{tg}\varphi$.
Tra le 2 rette ⇒ dominio elastico
Cerchi di Mohr tangenti rappresentano lo stato tensionale limite nelle zone critiche del solido considerato; arrivano a portare il materiale alla plasticizzazione



Considero un elemento di terreno sollecitato a rottura da 2 tensioni principali: $\sigma_h = \sigma_3$; $\sigma_z = \sigma_1$
⇒ Polo di proiezione $P \equiv \sigma_h$
Il piano di scorrimento non è quello dove avrò τ_{max}, ma sono i piani in cui il rapporto τ/σ diventa critico (cioè è massimo), ovvero i punti $N(\sigma_n, \tau_n)$ in cui il rapporto diventa $\tau_n/\sigma_n = \mathrm{tg}\varphi$
Tali piani di rottura - taglio sono inclinati, rispetto al piano su cui agiscono le tensioni principali, di:
$\beta = 45° + \frac{\varphi}{2}$
Se il mezzo è ipotizzato plastico perfetto
⇒ questi piani coincidono con le direzioni di NE

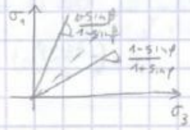
Possiamo esprimere questo criterio di rottura attraverso gli invarianti:

- PIANO (t, s) → $t = s \, \mathrm{tg}\,\alpha = s \sin\varphi$

$$\frac{t}{s} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3}$$

- PIANO $(\sigma_1; \sigma_3) = (\sigma_z; \sigma_h)$ →

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi} = \mathrm{tg}^2\left(45° + \frac{\varphi}{2}\right)$$

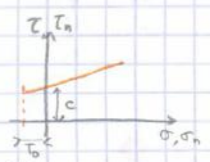


→ Tra le 2 rette = dominio elastico
La retta a metà, inclinata di 45°, è lo stato tensionale isotropo

⇒ Si definiscono →
- K_p = coef. di spinta passiva → $K_p = \mathrm{tg}^2\left(45° + \frac{\varphi}{2}\right)$
- K_a = coef. di spinta attiva → $K_a = \mathrm{tg}^2\left(45° - \frac{\varphi}{2}\right)$ → $K_a = \frac{1}{K_p}$

INVILUPPO DI MOHR - COULOMB

Combina comportamento di materiali puram. coesivi (Tresca) e di puram. attritivi.
⇒ Tiene conto di entrambe le componenti della resistenza di un materiale.
Sul piano (σ, τ):
inviluppo → equazione riferita alle tensioni sui piani di scorrimento:
→ $\tau_n = c + \sigma_n \, \mathrm{tg}\varphi$

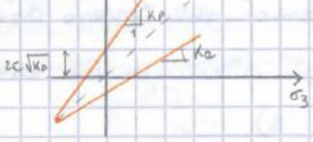


In corrispondenza della superficie, che può essere mobile × materiali incrudenti, ci sarà dissipazione di energia in calore, le deformazioni sono permanenti
⇒ comportamento classico descritto da leggi di flusso

Sul piano (s, t)
⇒ $t = c \cdot \cos\varphi + s \cdot \sin\varphi$
a = adesione = $c \cos\varphi$

Nelle rocce e nei terreni, l'inviluppo è modificato, viene interrotto nel semipiano delle sco, ovvero è introdotto un limite di resistenza a trazione minore di quello individuato dal prolungamento dell'inviluppo originario

Sul piano (σ_1, σ_3)
⇒ $\sigma_1 = 2c\sqrt{K_p} + \sigma_3 K_p$



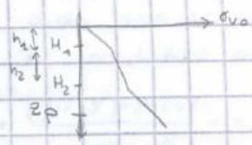
il pedice "0" indica che siamo in condiz. geostatiche, ovvero all'inizio del problema.
Se, partendo da queste condizioni, aggiungo delle strutture sul PC, creo dissimmetrie
=> genero tensioni Tg
=> non sono + rispettate le condizioni geostatiche

EQUAZ. INDEF. DI EQUIL. IN DIREZ. VERTICALE

$$\frac{\partial\sigma_z}{\partial z}+\cancel{\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial x}}+\cancel{\frac{\partial\tau_{zy}}{\partial y}}=\gamma \quad \text{, con } \sigma_v=\sigma_z \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial\sigma_{v0}}{\partial z}-\gamma=0$$

Dove: $\gamma=\rho\cdot g$ → peso dell'unità di volume di terreno
Per determinare σ_{v0}, integro:
per $z=0 \Rightarrow \sigma_{v0}=0$ $\Rightarrow \sigma_{v0}=\gamma z$ => aumenta con la profondità, in modo lineare, pendenza è: $\Delta z/\Delta\sigma_{v0} = 1/\gamma$
Per il calcolo: la tensione verticale in un punto è la somma dei pesi degli strati sopra:
(ovvero divido l'integrale in più parti):

$$\int_0^{\sigma_{v0}} d\sigma_{v0}=\int_0^{H_1}\gamma_1 dz+\int_{H_1}^{H_1+H_2}\gamma_2 dz+\int_{H_1+H_2}^{z_P}\gamma_3 dz \quad \Rightarrow \quad \sigma_{v0}(z_P)=\sum\gamma_i h_i$$



=> il grafico delle σ_{v0} presenta cambi di pendenza in corrispondenza del cambio di strato

EQUAZ. INDEF. DI EQUIL. IN DIREZ. ORIZZONTALE
Ottenuta integrando le equazioni indefinite di equilibrio in direzione orizzontale:
non ho Fext, e le τ sono nulle => resta solo il termine con σ_{h0} => $\frac{\partial\sigma_{h0}}{\partial x}=0$
Ma quest'equaz. non è sufficiente a determinare il valore della σ_{h0}, l'equilibrio di un elemento di terreno risulterebbe possibile per qualsiasi valore di σ_{h0}, si sa solo che non dipende dalla x.
=> la σ_{h0} varia solo in direzione verticale
Storicamente si è adottata una procedura, data da: $\sigma_{h0} = K_0\cdot\sigma_{v0}$
dove K_0 = coef. di spinta a riposo

COEFF. DI SPINTA A RIPOSO
in un solo caso il suo valore è facilmente ottenibile, cioè sotto l'ipotesi di condizioni edometriche x un mezzo perfettamente elastico

in laboratorio → anello impedisce deformaz. orizz. e permette solo le verticali →
in sito → Ades. su un dato PC, si deposita un nuovo strato.
=> il PC si sposta + in alto, aumenta carico verticale (l'estensione orizz. è molto >> della distanza verticale). L'elemento di terreno non può subire def. orizz. (tipo rilevato stradale)
Con questo procedimento si ottiene un risultato puramente teorico, di scarsa utilità pratica, perché l'hp su cui si basa è irrealistica x i terreni reali (sono plastici, non puramente elastici)
=> K_0 è valutato in realtà con formule empiriche

Parto dalle equazioni:

$$\begin{cases}\varepsilon_x=\frac{1}{E}\left[\sigma_x-\nu(\sigma_y+\sigma_z)\right]\\ \varepsilon_y=\frac{1}{E}\left[\sigma_y-\nu(\sigma_x+\sigma_z)\right]\\ \varepsilon_z=\frac{1}{E}\left[\sigma_z-\nu(\sigma_x+\sigma_y)\right]\end{cases}$$

→ in condiz. edometriche:

$$\begin{cases}\sigma_z=\sigma_{v0} \rightarrow =\sigma_1 \ (\sigma \text{ princ. max})\\ \sigma_x=\sigma_y=\sigma_{h0} \rightarrow =\sigma_3 \ (\sigma \text{ princ. min})\end{cases} \quad ; \quad \begin{cases}\varepsilon_z=\varepsilon_{v0}=\varepsilon_v\\ \varepsilon_x=\varepsilon_y=\varepsilon_{h0}=0\end{cases}$$

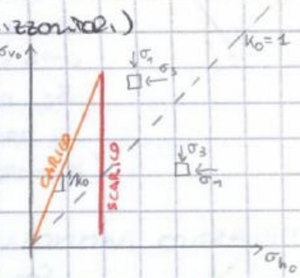
Sostituendo:

$$\begin{cases}\varepsilon_{v0}=\frac{1}{E}\left[\sigma_{v0}-\nu\cdot 2\sigma_{h0}\right]\\ \varepsilon_{h0}=\frac{1}{E}\left[\sigma_{h0}-\nu(\sigma_{v0}+\sigma_{h0})\right]=0\end{cases} \Rightarrow \sigma_{h0}-\nu(\sigma_{v0}+\sigma_{h0})=0 \Rightarrow \sigma_{h0}=\frac{\nu}{1-\nu}\sigma_{v0}$$

=> $K_0=\frac{\nu}{1-\nu}$ → per un mezzo elastico → $K_0<1$, sempre

CONDIZIONI EDOMETRICHE:
- In laboratorio → cella edometrica
- In sito → condizioni geostatiche

TENSIONI ORIZZONTALI NELLA CURVA DI SEDIMENTAZIONE



• FASE DI CARICO

incrementando le σ_{vo}, sono cresciute anche le σ_{ho} (x evitare deform. orizzontali)

In generale → $\sigma_h = K_0 \sigma_v$

Per un materiale elastico → $\sigma_h = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_v$

Essendo materiale sciolto, posso supporre che le tensioni orizzontali crescano meno delle verticali

Ho $K_0 < 1$ => asse principale max è la verticale

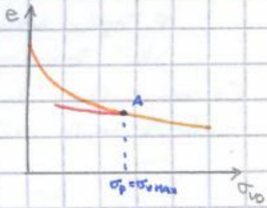
• FASE DI SCARICO

Il vincolo cinematico non permette alle σ_h di diminuire, se non x la piccola elasticità del materiale => restano bloccate nel materiale

Scaricando, le σ_{vo} diminuiscono, ma le σ_{ho} no. Se si scende fino a passare la bisettrice, si arriva nel campo $K_0 > 1$

=> cambia l'asse principale max, ora è l'orizzontale

TEORIA DI PLASTICITÀ



Interpretando la curva di compressione con Teoria della plasticità

• / = CURVA VERGINE, o SUPERFICIE DI PLASTICIZZAZIONE

è la curva di primo deposito. Tutti i punti sopra tale curva non sono fisicamente raggiungibili dal materiale.

• DOMINIO ELASTICO = sotto la curva vergine, c'è cmq un comportamento non lineare

• A = punto corrispondente alla tensione verticale di SNERVAMENTO

• / = FASE A COMPORTAMENTO ELASTICO, deformazioni reversibili → curva di RIGONFIAMENTO

• / = FASE A COMPORTAMENTO PLASTICO, deformazioni irreversibili

DEPOSITI OC ed NC

DEPOSITO NORMAL CONSOLIDATO → NC

La massima tensione verticale a cui è stato assoggettato ogni suo elemento coincide con la tensione verticale attuale: $\sigma_{v\,corrente} = \sigma_{v\,max}$ nella storia tensionale

Il suo stato corrente è rappresentato da un punto sulla superficie di plasticizzazione

DEPOSITO SOVRACONSOLIDATO → OC (o preconsolidato)

Attualmente, ad esso compete una tensione verticale inferiore a quella raggiunta nel corso della sua storia.

Tensione di preconsolidazione (o snervamento) = max tensione verticale a cui è stato sottoposto. → $\sigma_p = \sigma_{v\,max}$

Il suo stato corrente si trova sulla curva di rigonfiamento.

CURVE VERGINI nei grafici (σ, ε), per materiali plastici

• PLASTICO PERFETTO

Nei grafici (σ, ε), la superficie di plasticizzazione è una linea, che divide il campo del grafico in 2:

- sopra = punti non raggiungibili dallo stato fisico del materiale => il corpo può trovarsi solo sotto la linea o su di essa
- sotto = punti che possono essere raggiunti dallo stato fisico del materiale dominio elastico.

A→B => deformazione elastica nel carico. Per avere deformazioni plastiche, devo raggiungere la σ_y di snervamento (in B)

B→C => carico, con deformazioni plastiche

C→D => scarico, e arrivando a D ho una parte recuperata

RANGE DI VARIAZIONE DEL COEF. DI SPINTA A RIPOSO → Slide 29

Si parte da un cerchio che rappresenta lo stato geostatico di un elemento di terreno (le tensioni principali sono le oriz. e le verticali). Qui, $\sigma_h < \sigma_v$ => può essere NC.
Segno il criterio di rottura di Mohr-Coulomb con coesione

- Tenendo σ_v = cost, diminuisco le σ_h, fino a trovare il cerchio tg all'inviluppo di rottura
  => è il cerchio minimo che posso trovare, (oltre non è possibile, si supera l'inviluppo)
  $\sigma_{h\,min} \equiv \sigma_a$ → spinta attiva
  => $K_a = \frac{\sigma_a}{\sigma_{v0}}$ → coef. di spinta attiva

- Con σ_v = cost, aumento le σ_h fino al cerchio tg inviluppo
  => $\sigma_{h\,max} \equiv \sigma_p$ → spinta passiva
  => $K_p = \frac{\sigma_p}{\sigma_{v0}}$ → coef di spinta passiva

→ SLIDE 31

Possiamo rappresentare entrambe le situazioni con un solo cerchio tg all'inviluppo, dipende da come interpreto σ_3 e σ_1.
Considerando la geometria, trovo 3 equazioni → $AC = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$; $OC = \sigma_3 + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$; $AC = OC \cdot \sin\varphi$
Da queste, arrivo a : $\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}$

- SPINTA ATTIVA → considero i valori come → $\begin{cases} \sigma_3 = \sigma_{h\,min} = \sigma_a \\ \sigma_1 = \sigma_{v0} \end{cases}$ → cerchio piccolo

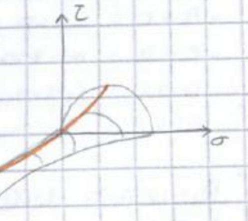
  => $K_a = \frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi} \quad \left(= \frac{\sigma_a}{\sigma_{v0}} = \frac{\sigma_3}{\sigma_1}\right)$

- SPINTA PASSIVA → considero i valori come → $\begin{cases} \sigma_3 = \sigma_{v0} \\ \sigma_1 = \sigma_{h\,max} \equiv \sigma_p \end{cases}$ → cerchio grande

  => $K_p = \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} \quad \left(= \frac{\sigma_p}{\sigma_{v0}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right)$

Dev'essere sempre verificato che: $K_a \leq K_0 \leq K_p$
Poiché: $\begin{cases} K_0(NC) = 1-\sin\varphi > K_a \\ K_0(OC) = K_0(NC) \cdot \sqrt{OCR} < K_p \end{cases}$

MODELLO CAM CLAY



Collega l'inviluppo di rottura e la plasticizzazione.
Modello 3D
Superficie di plasticizzazione → gabbiano.
Su di essa, individuo la curva dello stato critico, unisce tutti i punti massimi dei cerchi.
Se la proietto sul piano (τ, σ), trovo la curva di Mohr-Coulomb dello stato critico

PROVE DI LABORATORIO

Queste servono di verifica i parametri fondamentali dei modelli usati x il comportamento meccanico dei terreni (ovvero, le leggi costitutive fondamentali: teoria dell'elasticità e della plasticità).
Prove principali x caratterizzazione dei terreni: - TRIASSIALE - TAGLIO DIRETTO - EDOMETRICA
- TRIASSIALE → è la prova + completa
- TAGLIO DIRETTO → troviamo i parametri di resistenza e la coesione
- EDOMETRICA → finalizzata a trovare i parametri di deformabilità (cioè inclinazione delle curve) inoltre, si può trovare il coeff. di consolidazione, che riguarda la velocità

PROVA EDOMETRICA → Slide 40

Permette di simulare la fase di deposizione del terreno, ed eventualmente le successive fasi di scarico e ricarico
Campione → posto in cella senza tensioni.
Anello rigido laterale evita che si sviluppino deformazioni laterali.
Campione → messo in acqua, xché le prove sono fatte con campioni saturi, con tutti i pori pieni d'acqua (effetto di acqua = determina lo sviluppo di deformazioni nel corso del tempo, non immediato) => mettendo acqua, si evita una desaturazione; inoltre, in fase di scarico il campione tende a rigonfiarsi x restare saturo deve assorbire acqua dall'esterno.

- intersezione tra b e la ~~curva~~ retta che prolunga la curva vergine = σ_p
  Cade nel range => accettabile
- M = valore minimo di σ_p possibile nell'interpretazione } sono proprio gli estremi del range, → inizio tratto lineare CR
- N = $\sigma_{p\,MAX}$ possibile (intersezione rette RR-CR) } giacciono sulla curva vergine

LEGAME TRA MODULO ELASTICO E MODULO EDOMETRICO → DIMOSTRAZIONE

M → rappresenta la rigidità del terreno sottoposto a carico in condizioni edometriche
m_v = compressibilità edometrica, è la deformabilità del terreno sottoposto a carico in condizioni edometriche

Partiamo dall'ipotesi di un andamento lineare

Equazioni di partenza → $\begin{cases} \varepsilon_1 = 1/E\,[\sigma_1 - \nu(\sigma_2+\sigma_3)] \\ \varepsilon_2 = 1/E \\ \varepsilon_3 = 1/E \end{cases}$ → sostituendo: $\begin{cases} \sigma_1 = \sigma_v \\ \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_h \end{cases}$ e $\begin{cases} \varepsilon_1 = \varepsilon_v \\ \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow \varepsilon_h = \frac{1}{E}\left[\sigma_h - \nu(\sigma_v - \sigma_h)\right] = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{E} = 0 \rightarrow \text{impossibile},\ E \not\to \infty \\ \sigma_h - \nu(\sigma_v - \sigma_h) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sigma_h = \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_v$

Sostituendo nella 1ª equazione:

$\varepsilon_v = \frac{1}{E}\left[\sigma_v - \nu\, 2\sigma_h\right] = \frac{1}{E}\left[\sigma_v - 2\nu \cdot \frac{\nu}{1-\nu}\cdot\sigma_v\right] = \frac{\sigma_v}{E}\left[\frac{1-\nu-2\nu^2}{1-\nu}\right]$

$\Rightarrow \frac{d\sigma_v}{d\varepsilon_v} = M = \frac{1}{m_v} \Rightarrow \rightarrow m_v = \frac{1}{E}\frac{1-\nu-2\nu^2}{1-\nu}$; $M = \frac{1}{m_v} = \frac{E(1-\nu)}{1-\nu-2\nu^2}$

Però, nella prova edometrica, l'andamento non è lineare
=> M non è cost, è la pendenza di questa curva nei vari punti

PASSAGGIO TRA I GRAFICI (ε_v, $\log\sigma_{vo}$) E (e, $\log\sigma_{vo}$) → SLIDE 47

I due grafici sono identici a meno del termine $-\frac{1}{1+e_0}$ → $\Delta\varepsilon_v = -\frac{1}{1+e_0}\Delta e$

Grafico (ε_v, $\log\sigma_{vo}$) → noto gli andamenti rettificati.
Si ottiene, essendo in campo elastico → RR ≅ SR
Sperimentalmente → CR ~ 5 RR → CR è maggiore, essendo in campo plastico

Grafico (e, $\log\sigma_{vo}$) → C_r = indice di ricompressione
$C_s \sim C_r$, circa.

Tutte queste pendenze sono costanti sul piano semilogaritmico => andamento lineare.
Sul piano aritmetico, avrò pendenze non costanti ed un andamento non lineare

Legami tra le pendenze:

$RR = \frac{C_r}{1+e_0}$; $CR = \frac{C_c}{1+e_0}$

Dall'indice di compressione C_c si può ricavare m_v: → procedimento nelle slide → slide 51

$d\varepsilon_v = \frac{C_c \cdot 0{,}43}{(1+e_0)\cdot\sigma_v}\, d\sigma_v$, con: $m_v = \frac{C_c\, 0{,}43}{(1+e_0)\sigma_v}$

Possiamo ripetere tutto sulle altre curve; sulla curva vergine → $m_v = \frac{1}{M} = \frac{C_c \cdot 0{,}43}{(1+e_0)\sigma_v} = \frac{RR \cdot 0{,}43}{\sigma_v}$
In entrambi i casi: $m_v = m_v(\sigma_v) \neq cost$, le relazioni non sono costanti

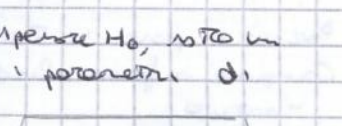
Pendenze → RR, C_r, CR, C_c → usate × ricavare i parametri di deformabilità elastici equivalenti, nei tratti di variazione tensionale di interesse, o direttamente × ricavare i cedimenti degli strati di terreno reale da cui sono stati prelevati i campioni

SLIDE 49/52 = parametri e rapporti tra essi

STIMARE I CEDIMENTI → slide 53

Bisogno di valori valutare i cedimenti di uno strato di terreno di spessore H_0, sotto un rilevato stradale di cui conosco le dimensioni, dopo aver ricavato i parametri di compressibilità dalla prova edometrica

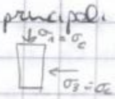
Si distinguono 3 casi:



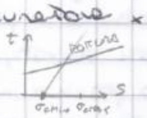
1) $\sigma_{vf} = \sigma'_{vo} + \Delta\sigma_v < \sigma_p$ => $S = \Delta H = H_0 \cdot RR \cdot \log\frac{\sigma_{vo}+\Delta\sigma_v}{\sigma_{vo}}$
=> Terreni molto OC,
il campione non raggiungerà mai la curva vergine, si muove sempre sulla curva di ricompressione

Testa del campione → collegata ad un'asta verticale → permette di applicare carichi verticali
Liquido nella cella x imporre al campione un carico isotropo, la σ_c di cella è uguale in tutta la cella, regolabile con una valvola.

Prove TX → impone uno stato tensionale assial simmetrico, le 3 tensioni principali sono note.
Se sottopongo a prova di compressione isotropa ⇒ quando aumento le tensioni, la vertic e l'oriz uguali → $\sigma_1 = \sigma_3 = \sigma_c$ ⇒ non posso arrivare a rottura



(invece, in prova edom, aumentando la σ_v aumenta x forza anche σ_h, ma i valori non erano uguali)



Sul piano (t,s) vediamo questa cosa, →
Cioè che x arrivare alla rottura devo avere quella retta secondo il criterio di rottura ⇒ devo bloccare σ_3 e aumentare σ_1

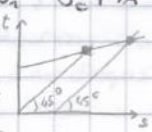
Sperimentalmente → attraverso F_a e σ_r regolo le tensioni principali totali nel campione (σ_1, σ_3)
- F_a = forza verticale indotta dal pistone
- σ_r = isotropa, indotta da acqua di cella

I contributi tensionali nel campione sono 2, che si sommano: →

$$\begin{cases} \sigma_r = \sigma_c = \sigma_3 \\ \sigma_a = \sigma_1 = \sigma_c + F/A \end{cases}$$

→ Nota: $F/A = q = \sigma_1 - \sigma_3$ → uguale alla tensione deviatorica definita con riferimento ad uno stato tensionale assial-simmetrico
⇒ Se incremento tanto F ⇒ arrivo a rottura

Piano (t,s)
$t = \frac{\Delta\sigma_a}{2}$, $s = \frac{\Delta\sigma_a}{2}$ } $\frac{t}{s} = 1$



INTERPRETAZ CON INVARIANTI

Al posto di usare le tensioni, posso usare invarianti:

- Assimilo ad uno stato piano
  ⇒ introduco → Tensione media → $s = \frac{\sigma_a + \sigma_r}{2}$
  ↳ Tensione di Taglio → $t = \frac{\sigma_a - \sigma_r}{2}$
  ⇒ associate ad esse → deformaz. volumetrica bidimensionale → $\varepsilon_v^{(2D)} = \varepsilon_a + \varepsilon_r$
  ↳ deformazione di Taglio → $\varepsilon_s^{(2D)} = \varepsilon_a - \varepsilon_r$

- Assimilo al caso 3D → è il + simile a questa prova
  ⇒ introduco → Tensione media 3D → $p = \frac{\sigma_a + 2\sigma_r}{2}$
  ↳ Tensione deviatorica → $q = \sigma_a - \sigma_r$
  [Interpretazione fisica di q, dal punto di vista della modalità operativa della prova]
  ↳ $q = \sigma_a - \sigma_r = \sigma_c + \frac{F}{A} - \sigma_c$ ⇒ $q = F/A$
  ⇒ associate ad esse → deformaz. volumetriche 3D → $\varepsilon_v^{(3D)} = \varepsilon_a + 2\varepsilon_r$
  ↳ deformaz. di Taglio → $\varepsilon_s = \frac{2}{3}(\varepsilon_v - \varepsilon_r)$

PROPRIETÀ dei sistemi di tensioni e deformazioni di questo tipo → qualunque tipo di rappresentazione utilizzi, il lavoro compiuto dalle tensioni deviatoriche sul provino ha la stessa espressione:
↳ $dW = \sigma_a d\varepsilon_a + \sigma_r d\varepsilon_r$
Sostituendo con gli invarianti ⇒ $dW = s\, d\varepsilon_v^{2D} + t\, d\varepsilon_s^{2D}$
Nel caso 3D ⇒ $dW = p\, d\varepsilon_v + q\, d\varepsilon_s$
Dall'espressione del lavoro → trovo il legame costitutivo → $\begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{matrice delle} \\ \text{rigidezze} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_v \\ d\varepsilon_s \end{Bmatrix}$
Se rappresento la matrice con legame elastico ⇒ tutti zeri fuori dalla diagonale, perché → $\begin{cases} \Delta p \Rightarrow \Delta\varepsilon_v \\ \Delta q \Rightarrow \Delta\varepsilon_s \end{cases}$
Ma i terreni hanno comportamento plastico ⇒ qst tipo di corrispondenza non è soddisfatta
⇒ Tutti i termini possono essere ≠0, perché → $\begin{cases} \Delta p \leftrightarrow \Delta\varepsilon_s, \Delta\varepsilon_v \\ \Delta q \leftrightarrow \Delta\varepsilon_v, \Delta\varepsilon_s \end{cases}$

PERCORSI DI CARICO REALI → Slide 22

Percorsi tensionali reali di un elemento di terreno sotto opere geotecniche

Hp → stato tensionale di partenza è geostatico

⇒ linee non partono da asse S, ma + in alto

a) → CC. sotto un plinto ⇒ $\Delta\sigma_v > 0$; $\Delta\sigma_h \sim 0$ → diverso dal caso di fondazione con sezione oriz molto ampia, lì avrei condiz. edom, remuovo

→ A→B = percorso fatto dal terreno delle condiz geostatiche alle rottura x taglio → $\Delta\sigma_v > 0$, $\Delta\sigma_h = K_0 \Delta\sigma_v$

condiz. mai, il carico è assorbito dal terreno → tale x cors non deve intercettare criterio di rottura.

b) → ES → $\Delta\sigma_v < 0$, $\Delta\sigma_h \sim 0$

c) → CS → $\Delta\sigma_h < 0$

→ l'opera di sostegno non è in grado di dare al terreno a tergo una tensione pari a quelle che era dato dal terreno mancante

d) → ES → $\Delta\sigma_h > 0$

→ (Può essere fatto x ancorare i tratti di un ponte). Al blocco è fornita una forza che lo spinge verso il terreno a tergo

20 PROVA DI TAGLIO DIRETTO

Può essere interpretata direttamente nel piano (τ, σ)

Permette di determinare solo i parametri di resistenza (coesione e resistenza al taglio) e non i parametri di deformazione

← slide 3

Scatola di taglio = contenitore a pianta quadrata o circolare costituito da 2 parti, in grado di scorrere tra loro (la parte sopra è fissa)

Campione → rettangolare, ~ 10 x 10 cm

Si stabilisce quale forza vert. che si deve applicare, ed essa è applicata attraverso un coperchio svincolato dal contenitore del campione

Una forza orizzontale applicata alla parte inferiore induce lo scorrimento (piccoli sforzi di taglio), e si misurano gli spostamenti verticali ed orizzontali tra le 2 parti.

Incremento taglio fino alla rottura ⇒ conosco le σ che suppongo essere σ di rottura.

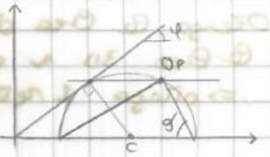
⇒ Da questa prova ricavo una coppia (τ, σ) che so appartenere al cerchio di Mohr, ma ci sono infiniti cerchi che passano x quel punto ⇒ esso non è sufficiente a ricavare informazioni sullo stato tensionale del provino, c'è incertezza.

⇒ HP → la rottura avviene su un piano orizzontale (ipotesi verosimile, favorita dalle condizioni al contorno) ⇒ tensioni principali sono inclinate di θ

⇒ quel punto corrisponde all'intersezione tra cerchio e criterio di rottura

⇒ traccio criterio; traccio la sua ⊥; trovo C del cerchio; traccio cerchio.

Per trovare l'angolo di attrito da una sola prova, devo fare hp → $c=0$ ⇒ $\tan\varphi = \frac{\tau_n}{\sigma_n}$



Di solito, si usano 3 provini su cui s'impongono 3 tensioni verticali diverse $(\sigma_{n1}, \sigma_{n2}, \sigma_{n3})$ ⇒ si ricavano 3 punti diversi $(\tau_{n1}, \tau_{n2}, \tau_{n3})$

⇒ Dai 3 punti, traccio la retta di regressione lineare che interpola, e così trovo anche la c.

Prova di taglio diretto = simula stato tensionale e deformativo di un campione di terreno lungo una superficie di scorrimento

Prova di taglio semplice = induce nel campione una deformazione più omogenea: il campione è messo in una membrana di lattice rinforzata, così mantiene la forma lineare. Anche qui, per definire qual è il cerchio, faccio hp che il piano di rottura sia orizzontale

CONFRONTO TRA LE 3 PROVE

• EDOMETRICA → permette di ricavare:
- Moduli edometrici (= moduli elastici equivalenti)
- Storia dello stato tensionale
  Terreno ha comportamento in campo plastico => storia tensionale importante.
  Permette di ricavare la max tensione a cui è mai stato sottoposto -
  => distinguere terreni NC da OC, e vedere le differenze di comportamento nel diagramma tensioni-deformazioni

• TRIASSIALE
- Parametri di resistenza
- Parametri di deformazione

→ Prova interpretabile x la resistenza al taglio, ad esempio. Permette di approssimare il terreno come materiale elastico perfettamente plastico, ricavandone i parametri

• TAGLIO DIRETTO
- Parametri di resistenza
  Qst prova è un chiaro esempio di differenziazione da materiale attritivo plastico perfetto: elemento di terreno ha una diminuzione dell'altezza della banda di taglio
  => diminuzione di V => dilatanza negativa => il materiale non si comporta in maniera plastica perfetta (x esserlo, dovrebbe esserci dilatanza = angolo d'attrito)
  Diminuzione di V tende ad azzerarsi quando si raggiunge valore di resist al taglio

21 MATERIALE PLASTICO PERFETTO - RIASSUNTO

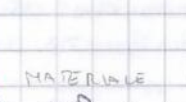
Per definire un materiale plastico perfetto:
- Potenziale plastico deve coincidere col criterio di rottura
  ↳ in tal caso → Banda di taglio coincidono con direzioni di NE
  ↳ lungo esse, si ha τ/σ max a rottura.
- Dev'esserci un limite tra resistenza e deformazioni.

Altro risvolto pratico:
  a cavallo di banda di taglio, il movimento relativo dei 2 blocchi ha una componente // superficie di scorrimento ed 1 comp ⊥ → dilatanza, tale x cui si forma un angolo tra superficie e movimento
  Materiali attritivi => $\psi \equiv \varphi$
  Materiale puramente coesivo => $\psi = 0$, non ha angolo di attrito
  => vettore di spostamento relativo è // alla banda di taglio

Materiale non plastico perfetto
=> Bande di taglio ≠ direzioni N.E => $\psi \neq \varphi$

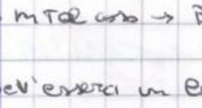
Aspetti generali → slide 3-4

Esempio → compressione e distorsione

• 

→ Tensione deviatorica semplice
  Un suo aumento non porta sempre ad una diminuzione di volume, dipende se sono in campo plastico o elastico

Andamento sforzi-deformazioni → crescita di tensione deviatorica fa diminuire la resistenza
↳ Terreno diventa sempre più deformabile, fino al valore limite di resistenza, cioè la τ_R di rottura. Comportamento del terreno essenzialmente attritivo

• 

→ Tensione isotropa
  Un suo aumento porta ad una diminuzione di incrementi delle deformazioni
  => Comportamento ~ incrudente, s'irrigidisce => migliorano le sue caratteristiche meccaniche, anche la resistenza al taglio

Se ruotata di 90°, questa curva riproduce bene ~ la curva edometrica

L'equazione diventa → $\frac{\tau_n}{\sigma_n} = Tg\,\varphi_P = Tg(\varphi_{cv} + \alpha)$

dove: • φ_{cv} = angolo d'attrito che coincide con la deformazione a volume cost ("constant volume").
Si verifica tra i grani in condiz di stato critico, con dilatanza nulla, cioè x le deformazioni Tg (che avvengono senza deformazioni volumetriche)
↳ È un parametro di base (caratt. del terreno, indip dalla sua storia)
Limite inferiore di resistenza, non si può mai scendere sotto questo valore.

• $\alpha = \psi$ = angolo di dilatanza → parametro di stato
Dipende dal grado di addensamento della sabbia quindi mano a mano lavorarlo
Un aumento di volume cioè questo supplemento di resistenza
È direttamente funzione di → densità relativa
↳ tensione di confinamento

Più un materiale è denso e meno è confinato isotropicamente ⇒ se sottoposto a taglio, maggiore è la sua tendenza alla dilatanza

• φ_P = di picco

Per materiali plastici perfetti → incongruenza:
↳ hanno $\varphi_P = \psi$. Ma φ_P è la max resistenza che possono avere
⇒ dovrebbe essere $\varphi_{cv} = 0$, attrito puro tra i grani del terreno = nullo
⇒ no dissipazione di energia → contraddizione di questo modello
⇒ In condizioni drenate, un terreno non può essere plastico perfetto
Xò, qst grande approssimazione funziona bene da più di vista pratico-ingegneristico

ESEMPIO DI PROVA DI TAGLIO SEMPLICE: CAMPIONE DI SABBIA DENSA - Slide 13

Materiale ad alta densità relativa. Applico una σ_n, inizio ad incrementare τ, e seguo l'andamento sul grafico:

GRAFICO ($Tg\,\psi = \frac{\tau_n}{\sigma_n}$, γ, Δx) → curva di resistenza
↳ Picco raggiunto in corrispondenza della max ψ. Poi, la tendenza alla dilatanza diminuisce fino ad annullarsi, resistenza decade fino ad 1 resistenza critica → $Tg\,\varphi_{cv}$

GRAFICO (ε_v, Δx) → deformazione volumetrica
- Parte iniziale → fase in cui c'è la tendenza a diminuire il V
- Poi → aumento di V
il picco dell'altro grafico corrisponde al punto di flesso
⇒ Percorso fino al picco di resistenza avviene con aumento di V ⇒ $\psi < 0$
- Poi → curva si appiattisce, non ci sono + incrementi di volume
⇒ Regime neutro di stato critico → angolo di resistenza al taglio corrispondente è φ_{cv}

GRAFICO (e, γ)
- Parte iniziale: leggera diminuzione iniziale di e
- Flesso in corrispondenza del massimo ψ
Forma ed andamento qualitativo della curva = a curva ε_v
Gradiente della curva → $\psi = \delta\varepsilon_v / \delta\gamma$
↳ derivata della curva proporzionale a tutta la parte della curva ($Tg\,\varphi$, γ) sopra il valore φ_{cv}

ESEMPIO DI PROVA DI TAGLIO SEMPLICE: CAMPIONE DI SABBIA MENO DENSA → Slide 14

Materiale più sciolto, ripeto la stessa prova → parametri di stato che entrano in gioco sono → D_R e σ_n (tensione di confinamento)

GRAFICO ($Tg\,\psi$, Δx) → curva sforzi-deformazioni
La tendenza alla dilatanza negativa si riduce fino ad annullarsi in corrisp. di $Tg\,\varphi_{cv}$
⇒ Per grandi deformazioni, sia denso che sciolto arrivano allo stesso valore, che è il valore della resistenza x deformazioni a volume cost, è funzione solo + di mineralogia e caratteristiche della sabbia → parametri di base

GRAFICO (ε_v, Δx) → speculare al grafico della sabbia densa

GRAFICO (e, γ)
A parità di tensioni di confinamento, a grandi deformazioni raggiunge lo stesso e del denso → e_{cr} = indice dei vuoti critico, quindi le deformaz. in nulle (non ci sono + variaz di V)
La parte prima della curva → cioè la densità

GRAFICO (e, σ_n) — ascissa = σ_n in corrisp. di cui quel campione aveva raggiunto φ_{cv}

Ho riportato i 3 punti dei 3 campioni → ordinate = e (o D_R, cambiando direzione)

CSL = Linea dello STATO CRITICO → luogo dei punti in corrispondenza dei quali il Terreno si trova allo stato critico. Lì, se sollecitassi a taglio il terreno, esso non dà deformazioni di volume (né contraz. né dilatanza), dà solo una resist. al taglio.

Sopra la curva → stati dei materiali che, se sollecitati a taglio puro, danno contraz. volumetrica. Possono al max raggiungere CSL; lì, non hanno + deform. volum. Materiali con alti e e σ_n ⊗

Sotto la curva → Materiali che, se sollecitati da tensioni puramente tangenziali, possono fare quel percorso, al massimo fino allo stato critico. Per sabbie dense => picco è a 1/3 del percorso verso CSL → dilatanza, e cresce.

⊗ A rottura, hanno il comportamento di materiali con resist. al taglio pari a $tg\,\varphi_{cv}$.

CSL → limiti della curva = oss. cartesiani.

Ogni materiale ha una sua CSL, che è un parametro di base x il terreno; è 1 grafico di riferimento che ce ne dice il comportamento.

GRAFICO (σ_n, τ_n)

Si può tracciare il reale inviluppo di rottura per il terreno → non è lineare.

Si traccia la retta φ_{cv} (parametro di base x sabbie, non varia). I pt. sperimentali dopo un certo valore di σ_n stanno su φ_{cv} => ce li segno sopra.

Per i pt. prima: guardo le coord. del pto nel grafico ($tg\,\varphi$, σ_n), traccio 1 retta inclinata di quel φ, ne prendo il punto a quello σ_n.

Unendo tutti i pti, trovo l'inviluppo di rottura, che è curvilineo prima di un certo σ_n.

Questi andamenti sono poi linearizzati o tratti x applicare i modelli.

Comportamento è dato dalla coppia di param. di stato (D_R, σ_n)

=> anche una sabbia molto densa, se ha una sufficiente σ_n, può passare sopra φ_{cv} e comportarsi come sabbia sciolta, e viceversa

Sabbie (e argille + o -) → non si può ottenere un φ_{cv} inferiore a quello dato da qst grafico => è 1 limite inferiore. Per sabbie quarzose → ~ 33° ÷ 34°

Sopra slide 13 → disegno del modello Cam Clay

Possiamo unire i grafici di inviluppo di rottura e indice dei vuoti corrispondenti

Per ogni e, traccio l'andamento dell'inviluppo reale di rottura (curvilineo & rettilineo)

Sotto stato critico, su base sperimentale posso prolungare le linee fino al piano orizz. => si crea galleria, con cui posso valutare l'andamento di tensioni e deformazioni in campo plastico x materiali incrudenti e rammollenti

Linea di stato critico → unisce i punti d'intersezione tra la superficie di plasticizzazione ed il piano dato dalle rette φ_{cv}

Proiezione di tale linea sul piano (σ_n, e) → CSL fatta prima in 2D

Questa superficie è la superficie di plasticizzazione e potenziale x materiale incrudente e rammollente.

Punto sotto la superficie → si comporta in modo elastico/ oppure? come fragile: picco e poi cala ⊕

Quando i punti toccano la superficie, materiali si muovono in campo plastico su di essa, non la possono superare

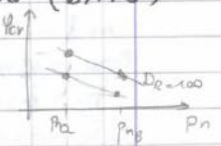
Punto sopra CSL → materiale sciolto sottoposto ad alte σ_n → Materiale scende, tocca la superficie, si muove su di essa fino ad incontrare CSL, valore asintotico

⊕ x campione denso: avrò prima un picco, poi anche lui incontrerà CSL e calerà

SABBIE DENSE → inviluppo di rottura curvilineo, approssimabile con:

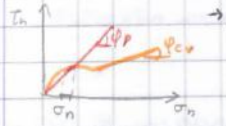
- sabbie → angolo di attrito secante di picco e $c=0$
- argille → OC, con φ_p e c' = coesione fittizia o apparente

a) Sabbia spinge nel sostegno (superficiale) } stessa D_R e stessa mineralogia
b) Sabbia e' sotto (profonda)
L'angolo di attrito φ_{cv} e' diverso nei due casi → xke' cambia la tensione di confinamento (b>>>a)
⇒ Angolo φ_{cv} di progetto a) >>> angolo b) → lo vedo dal grafico (φ_{cv}, p_n) →
Ma la resistenza resta uguale



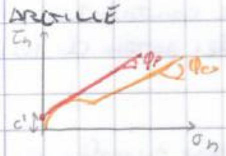
LINEARIZZAZIONI

SABBIE



→ curva di inviluppo di rottura → rappresentata da 1 linearizzazione
φ_p = Nel campo di variazione di interesse (σ_n), c'e' quella φ_p secante
$\varphi_p < \varphi_{cv}$, uso φ_{cv} ad alte tensioni, dov'e' lineare

ARGILLE



→ Sovraconsolidate = curva molto accentuata
⇒ φ_p e' l'angolo della Tg, e' $\varphi_p > \varphi_{cv}$
c' = coesione apparente, e' l'intercetta di φ_p
Può capitare che $\varphi_p < \varphi_{cv}$, xke' e' 1 modello. La coesione nelle modalità drenate e' nulla in realtà ⇒ serve solo per avere l'angolo

DEFORMABILITA' → Slide 24
Vogliamo definire i parametri della deformazione × calcolo dei progetti.
Vediamo caso: comp. deviatorica >>> comp. isotropa.
Terreno → tratto iniziale lineare → in corrispondenza di esso individuo "modulo Tg iniziale", che e' il modulo di rigidezza iniziale → descrive le piccole deformazioni iniziali.
Approssimo la curva all'inizio, facendo 1 linearizzazione riferita al modulo di Young.
Moduli elastici equivalenti = buona approssimazione del comportamento del terreno.
Materiali sovraconsolidati → E_3 = modulo di ricarico, riferito al ciclo di scarico e ricarica, interpreta e linearizza bene quel tratto
× stimare il modulo de ci serve, devo tener conto di 6 parametri: $E = f(\gamma, SH, D_R, \sigma'_o, S, t)$ (E modulo di Young equivalente)
- γ = livello di deformazione
- SH = stress history, storia dello stato tensionale → a parità di deformazione, se un materiale OC ha già percorso tutto questo, a parità di stato tensionale avrà 1 rigidezza maggiore (cioè la differenza tra E_3 ed E_2)
- D_R = densità relativa } parametri di stato che influenzano anche la resistenza.
- σ'_o = tensione isotropa } Materiale + denso ⇒ confinamento + elevato ⇒ rigidezza
- S = orientamento delle tensioni principali a causa dell'anisotropia; ovvero angolo rispetto alla direz principale su cui agisce incremento di carico.
  Tensioni principali max → verticali. × terreni NC e' così. × terreni OC, le oriz possono diventare > vertic
- t = fattore tempo, inteso in termini di viscosità primaria e secondaria → terreni hanno comportamento viscoso, cioè cedimento cost sul lungo periodo (× materiali coesivi) sono deformaz viscose a carico cost; oppure interazione viscosa col liquido interstiziale × terreni a grana fine;) comportamento viscoso e' molto accentuato soprattutto × le argille NC.
  - età del deposito → miglioramento di condiz × diagenesi (microcementazione)

MODULO DI TAGLIO G → Slide 26
Esistono metodi geofisici di prova in sito × valutare la rigidezza dei terreni, basati sulle misure della velocità delle onde (Tg e longitudinali) che passano attraverso il terreno.
A piccolissime deformazioni, si può stimare il modulo elastico equivalente
Noto G_0, ricavo il corrispondente modulo × il calcolo dei cedimenti, che e' ~30% di quello calcolato con le prove geofisiche
Moduli di resistenza del terreno → funzione di v^2
Grafico = andamento adimensionalizzato del decadimento del modulo di taglio G con il livello deformativo
↳ G cambia ODG col livello deformativo
⇒ devo conoscere la deformazione media di 1 progetto × la scelta dei parametri di deformabilità
↳ Slide 27