NUMERO: 1367A - ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Zito

MATERIA: Complem. di Tecnica delle Costruzioni parte II - III, Prof.Fantilli

CORSO: COMPLEMENTI di TECNICA delle COSTRUZIONI

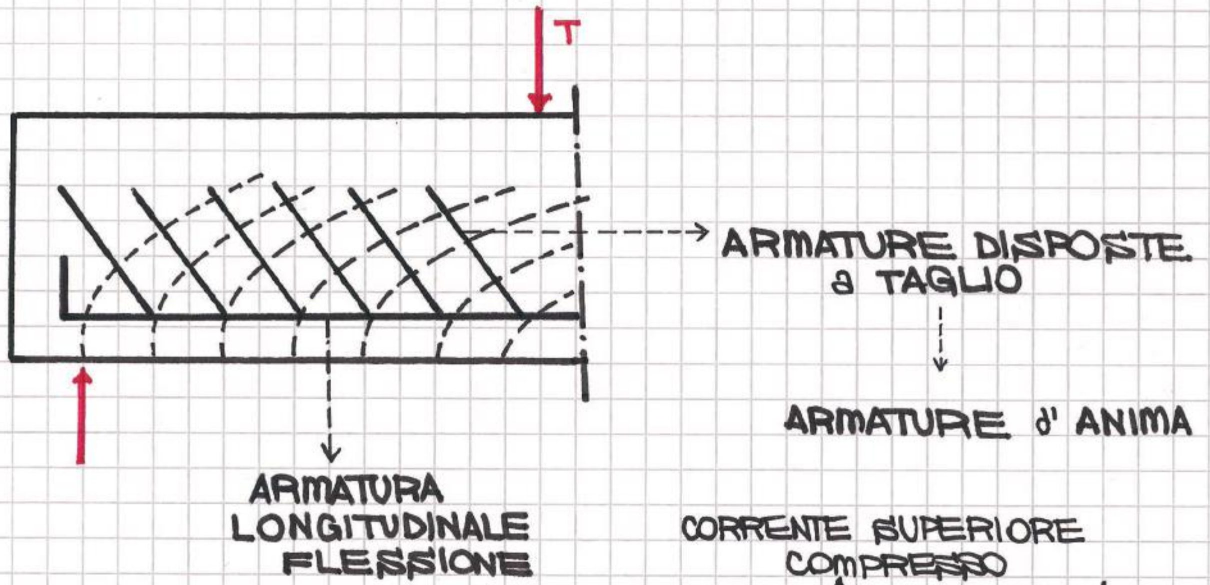
DOCENTE: ALESSANDRO ING. FANTILLI

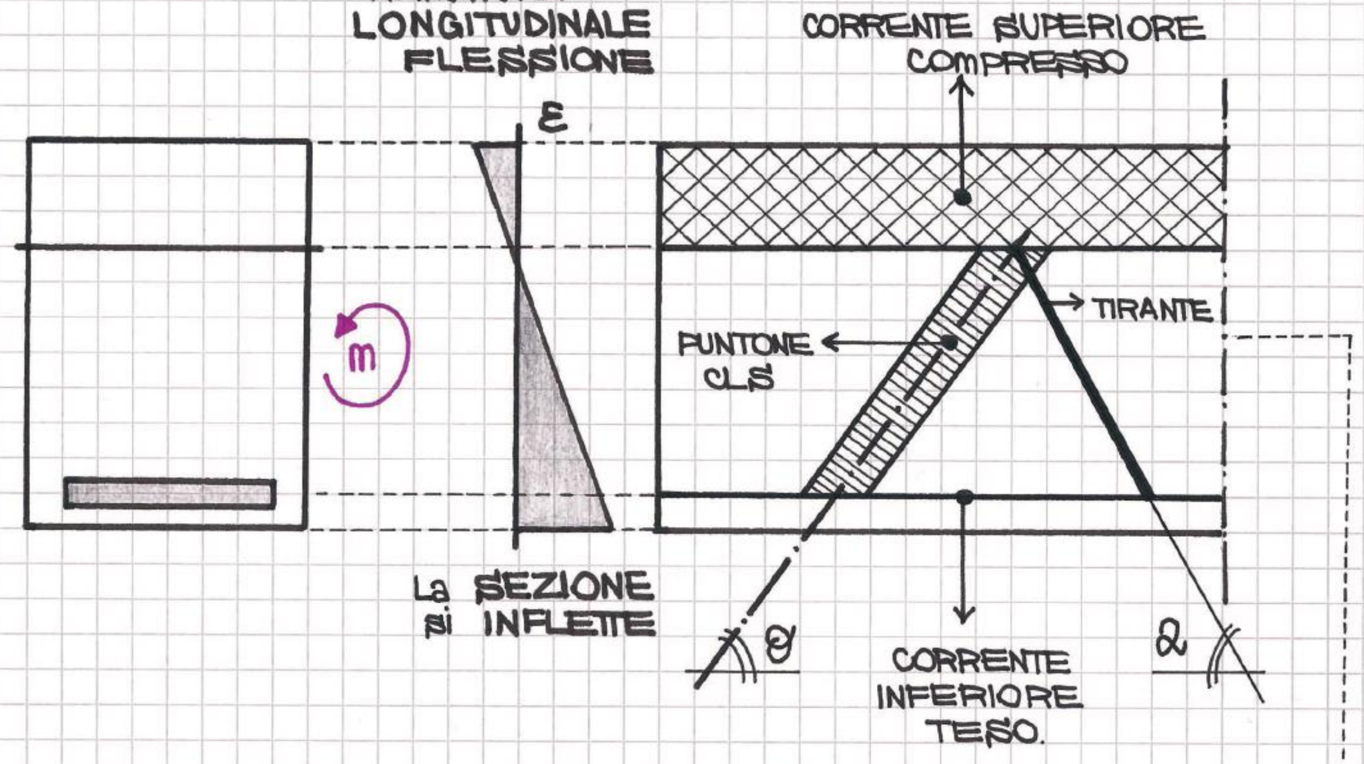
LEZIONE n°: 22 DATA: 08/01/2015

STRUTTURE ARMATE a TAGLIO

Come viene disposta l'ARMATURA?

⇒ Dipende da come si SVILUPPANO le FESSURE a TAGLIO.





SCHEMA RETICOLARE

→ quello più FAMOSO → TRALICCIO di RITTER-MÖRSCH

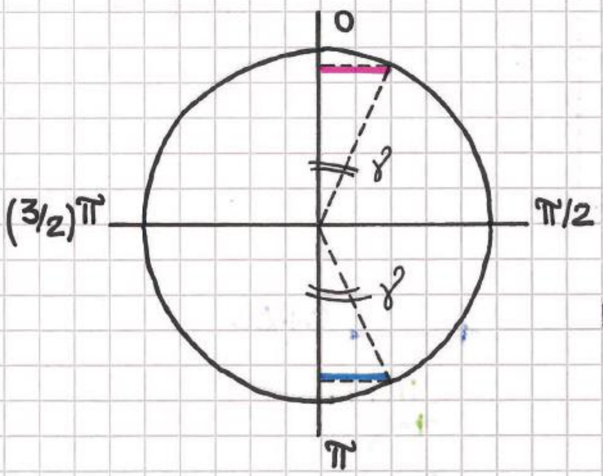
↓

è ISOSTATICO

Applico il **TEOREMA dei SENI al TRIANGOLO ABC**:

$$\frac{S_c}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{S_s}{\operatorname{sen}\vartheta} = \frac{\Delta T}{\operatorname{sen}(180° - \alpha - \vartheta)} = \frac{\Delta T}{\operatorname{sen}(\alpha+\vartheta)}$$

Per **ARCHI ASSOCIATI**: (CONVENZIONE TOPOGRAFICA)



$$(\alpha+\vartheta) = \gamma$$

$$\operatorname{sen}(180° - \gamma) = \operatorname{sen}\gamma$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}(180° - \alpha - \vartheta) = \operatorname{sen}(\alpha + \vartheta)$$

Si definiscono le **SOLLECITAZIONI** S_c e S_s.

- $\dfrac{S_c}{\operatorname{sen}\alpha} = \dfrac{\Delta T}{\operatorname{sen}(\alpha+\vartheta)} \Rightarrow S_c = \operatorname{sen}\alpha \cdot \dfrac{\Delta T}{\operatorname{sen}(\alpha+\vartheta)}$

  $$\Rightarrow \boxed{S_c = \operatorname{sen}\alpha \cdot \frac{V \cdot \Delta z}{z_0 \cdot \operatorname{sen}(\alpha+\vartheta)}}$$

- $\dfrac{S_s}{\operatorname{sen}\vartheta} = \dfrac{\Delta T}{\operatorname{sen}(\alpha+\vartheta)} \Rightarrow S_s = \operatorname{sen}\vartheta \cdot \dfrac{\Delta T}{\operatorname{sen}(\alpha+\vartheta)}$

  $$\Rightarrow \boxed{S_s = \operatorname{sen}\vartheta \cdot \frac{V \cdot \Delta z}{z_0 \operatorname{sen}(\alpha+\vartheta)}}$$

Nel **TRALICCIO** di **RITTER-MÖRSCH** $\Rightarrow \vartheta = 45°$

Definisco l'**ESPRESSIONE** della **SOLLECITAZIONE** S_c:

$$S_c = \operatorname{sen}\alpha \cdot \frac{V \cdot \Delta z}{z_0 \cdot \operatorname{sen}(\alpha+\vartheta)}$$

RICORDO la FORMULA di ADDIZIONE del SENO

$$\operatorname{sen}(\alpha+\vartheta) = \operatorname{sen}\alpha \cdot \cos\vartheta + \cos\alpha \cdot \operatorname{sen}\vartheta$$

$$S_c = \operatorname{sen}\alpha \cdot \frac{V \cdot \Delta z}{z_0 \cdot [\operatorname{sen}\alpha \cdot \cos\vartheta + \cos\alpha \cdot \operatorname{sen}\vartheta]}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 5 di 26

Abbiamo **DUE MECCANISMI** di **ROTTURA**:

- **TAGLIO – TRAZIONE** (delle ARMATURE messe a CUCIRE le FESSURE INCLINATE).
- **TAGLIO – COMPRESSIONE** (del CLS).

$$\boxed{V_s = s_s \cdot \frac{z_0 \cdot (\mathrm{sen}\,\alpha + \cos\alpha)}{\Delta z}}$$ → **RESISTENZA TAGLIO-TRAZIONE**

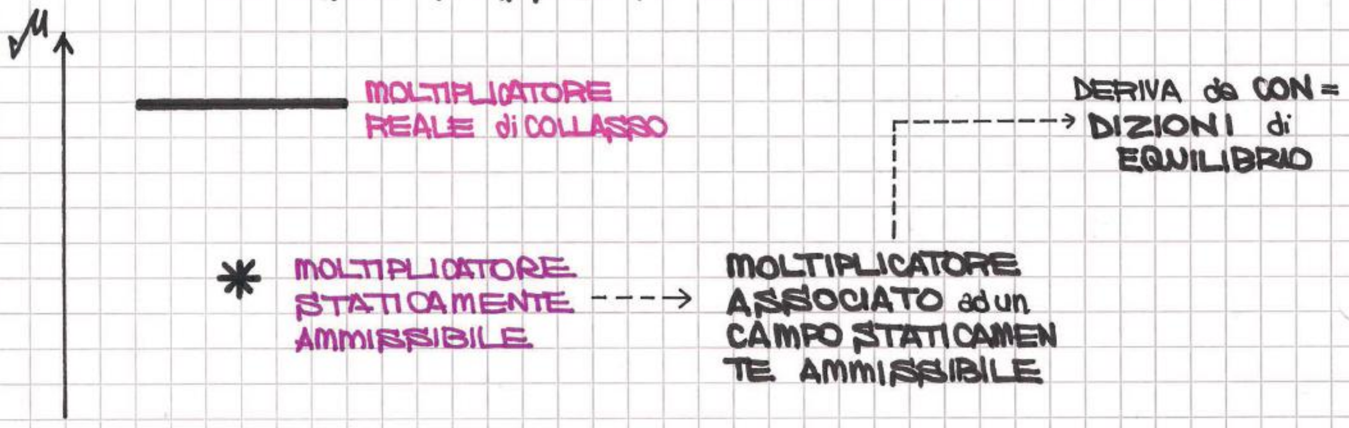
$$\boxed{V_c = s_c \cdot \frac{z_0 (1 + \mathrm{cotg}\,\alpha)}{\sqrt{2} \cdot \Delta z}}$$ → **RESISTENZA TAGLIO-COMPRESSIONE.**

⇒ **RESISTENZA a TAGLIO della TRAVE:**

$$\underline{\underline{V_R = \min(V_c, V_s)}}$$ → e' a **FAVORE di SICUREZZA**

OSSERVAZIONI:

- V_R: e' un **MINORANTE** della **RESISTENZA REALE** della **TRAVE**
  - → Per il **PRIMO TEOREMA dell'ANALISI LIMITE** → fu dovuto a **GREENBERG**
    - si definisce una **LOWER BOUND SOLUTION**
    - e' a **FAVORE di SICUREZZA**
  - → Il **MOLTIPLICATORE di COLLASSO** e' il **MASSIMO** dei **MOLTIPLICATORI STATICAMENTE AMMISSIBILI.** → **CARICO di COLLASSO** e' **APPROSSIMATO per DIFETTO**

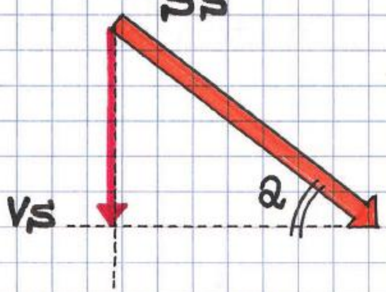


© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 7 di 26

$\Rightarrow A_s = n_{sw} \cdot \boxed{A_{sw}} = A_{sw} \cdot \dfrac{z_0}{s}(\cot\theta + \cot\alpha)$

A_{sw} → AREA della SINGOLA BARRA

$\Rightarrow$ **SOLLECITAZIONE** $S_s = \sigma_s \cdot A_s = \sigma_s \cdot A_{sw} \cdot \dfrac{z_0}{s} \cdot (\cot\theta + \cot\alpha)$



$V_s = S_s \cdot \operatorname{sen}\alpha$

$\Rightarrow V_s = \sigma_s \cdot A_{sw} \cdot \dfrac{z_0}{s}(\cot\theta + \cot\alpha) \cdot \operatorname{sen}\alpha$

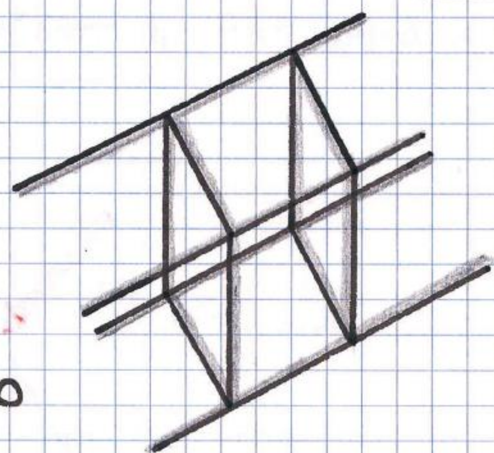
Analizziamo la **CONDIZIONE** di **SLU**:

- $\sigma_s = f_{yd}$
- $z_0 = 0{,}9 \cdot d$

$$\Rightarrow \boxed{V_{Rsd} = f_{yd} \cdot A_{sw} \cdot \frac{0{,}9d}{s} \cdot (\cot\theta + \cot\alpha) \cdot \operatorname{sen}\alpha}$$

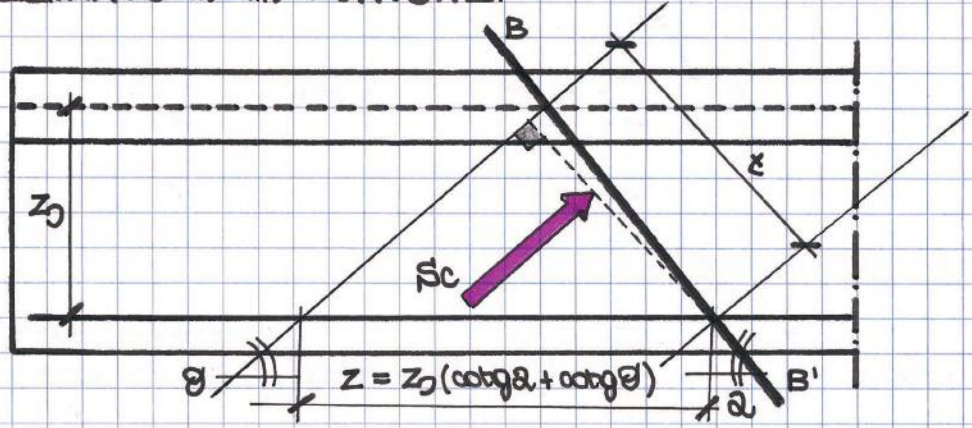
OGGI: ARMATURA a TAGLIO REALIZZATA con STAFFE VERTICALI $\Rightarrow \alpha = 90°$

$$\boxed{V_{Rsd} = f_{yd} \cdot A_{sw} \cdot \frac{0{,}9d}{s} \cdot \cot\theta}$$



Per determinare la **SOLLECITAZIONE** S_c

$\Rightarrow$ Faccio un **TAGLIO PARALLELO** alle **BIELLE TESE** e **VALUTO** lo **SFORZO IMMAGAZZINATO** in un **PUNTONE**.



238

→ $\alpha_c = 1 + \frac{\sigma_{cp}}{\sigma_{cd}}$ se $0 \leq \sigma_{cp} \leq 0{,}25 \cdot \sigma_{cd}$

→ $\alpha_c = 1{,}25$ se $0{,}25\ \sigma_{cd} \leq \sigma_{cp} \leq 0{,}5 \cdot \sigma_{cd}$

→ $\alpha_c = 2{,}5\left(1 - \frac{\sigma_{cp}}{\sigma_{cd}}\right)$ se $0{,}5\sigma_{cd} \leq \sigma_{cp} \leq \sigma_{cd}$

σ_{cp}: TENSIONE di COMPRESSIONE MEDIA nella SEZIONE TRASVERSALE.

Nel caso in cui venissero utilizzate delle **STAFFE VERTICALI**, $\alpha = 90°$:

$$\Rightarrow \boxed{V_{Rcd} = 0{,}9 \cdot d \cdot \sigma_{cd} \cdot \alpha_c \cdot \nu \cdot b_w \frac{\cot g\theta}{1 + \cot g^2\theta}}$$

⇒ **RESISTENZA** a **TAGLIO** di **PROGETTO** di una **TRAVE** in **C.A.**

$$V_{Rd} = \min\left(V_{Rcd}, V_{Rsd}\right)$$

Dalla FORMULA PRECEDENTE, possiamo definire il VALORE della $\cot g\theta$:

$$\omega_{sw} = \nu \cdot \alpha_c \cdot \frac{1}{1+\cot g^2\theta}$$

$$\Rightarrow \omega_{sw}(1+\cot g^2\theta) = \nu \cdot \alpha_c$$

$$\Rightarrow \omega_{sw} \cdot \cot g^2\theta = \nu \cdot \alpha_c - \omega_{sw}$$

EQUAZIONE (*) $\Rightarrow \cot g\theta = \sqrt{\frac{\nu \cdot \alpha_c}{\omega_{sw}} - 1}$

RICORDA che θ = ANGOLO di INCLINAZIONE delle BIELLE COMPRESSE

Definiamo l'ANGOLO θ che consente di avere la RESISTENZA della BIELLA COMPRESSA = alla RESISTENZA della BIELLA TESA.

Le NORME STABILISCONO che: $21°{,}81 \leq \theta \leq 45°$

VALUTIAMO quanto VALE $\cot g\theta$ per $\theta = 21°{,}81$ e $\theta = 45°$.

$$\cot g(21°{,}81) = 2{,}5$$

$$\cot g(45°) = 1$$

$$\Rightarrow 1 \leq \cot g\theta \leq 2{,}5$$

FORMULE di VERIFICA → sono NOTE → GEOMETRIA della SEZIONE; CARATTERISTICHE dei MATERIALI

CALCOLO $\cot g\theta$, θ con EQUAZIONE (*)

posso venirmi a trovare in 3 SITUAZIONI

VER. 1

VER. 2

VER. 3

E nel PROGETTO? ----> GEOMETRIA SEZIONE NOTA } DERIVA da VERIFICA FLESSIONE

La SOLLECITAZIONE TAGLIANTE e' NOTA

INCOGNITA: DEVO DEFINIRE la SOLA ARMATURA a TAGLIO

Devo definire quale sia ---> A_{sw}

---> s = PASSO STAFFE

CALCOLO ----> V_{Rcd1} ----> IPOTESI che $\theta = 45°$

----> V_{Rcd2} ----> IPOTESI che $\theta = 21°,81$

Si osservano TRE CASI:

- PROG. 1 $\Rightarrow$ $V_{Ed} > V_{Rcd1}$ BIELLA COMPRESSA ----> CAMBIO SEZIONE
  ----> CAMBIO MATERIALE ----> INCREMENTO RESISTENZA CLS

- PROG. 2 $\Rightarrow$ $V_{Ed} < V_{Rcd2}$ e' minimo

  La BIELLA COMPRESSA e' SOVRADIMENSIONATA

  $\Rightarrow$ Ho la CRISI nella BIELLA TESA.

$$V_{Ed} = V_{Rsd} \quad (\theta = 21°,81)$$

$$\Rightarrow V_{Rsd} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{yd} \cdot 0{,}9d \cdot \boxed{2{,}5}$$

$\boxed{2{,}5}$ ----> $\cot g(21°,81)$

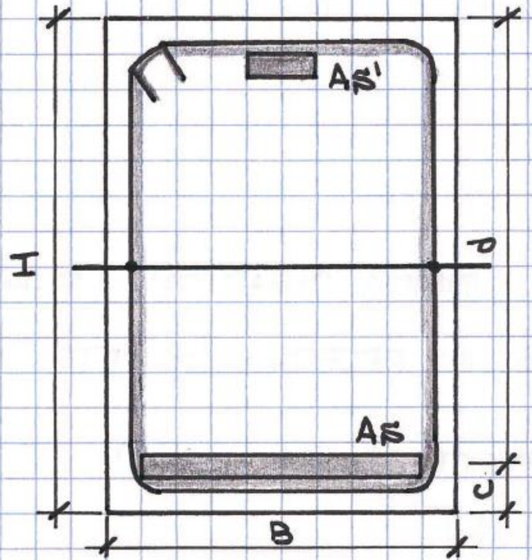
----> Determino il RAPPORTO A_{sw}/s

- PROG. 3 $\Rightarrow$ $V_{Rcd2} \leq V_{Ed} \leq V_{Rcd1}$

  Si ha la CONTEMPORANEA CRISI del MECCANISMO TAGLIO-TRAZIONE e TAGLIO-COMPRESSIONE.

$$\begin{cases} V_{Ed} = V_{Rcd} = 0{,}9d \cdot \nu \cdot b_w \cdot \alpha_c \cdot \sigma_{cd} \cdot \dfrac{\cot g\theta}{1 + \cot g^2\theta} \\ V_{Ed} = V_{Rsd} = \dfrac{A_{sw}}{s} \cdot f_{yd} \cdot \cot g\theta \cdot 0{,}9d \end{cases}$$

ESEMPIO VERIFICA



DATI:

- $H = 500mm$
- $B = 300mm$
- $c = 40mm$
- $A_s = 4\varnothing 16$
- $A_s' = 2\varnothing 16$
- $A_{sw} = 100mm^2$ (1 STAFFA con 2 BRACCI $\varnothing 8$).
- $s = 100mm$
- C25/30 (CLS) $\mapsto$ $\sigma_{cd} = 14,2 MPa$
- B450 C (ACCIAIO) $\mapsto$ $f_{yd} = 391,3 MPa$
- $V_{Ed} = 380 kN$

TAPPA 1 CALCOLO $\cot\theta$

$$\cot\theta = \sqrt{\frac{\nu \cdot \alpha_c}{\omega_{sw}} - 1}$$

Definiamo i VALORI $\nu, \alpha_c, \omega_{sw}$

- $\nu = 0,5$ (da NTC 2008)
- $\alpha_c \mapsto$ dipende dalla PRESENZA di un POSSIBILE SFORZO COMPRESSIONE
  $\hookrightarrow N = 0 \dashrightarrow \alpha_c = 1$
- $\omega_{sw} = \dfrac{A_{sw} \cdot f_{yd}}{B \cdot s \cdot \sigma_{cd}} = \dfrac{100 \cdot 391,3}{300 \cdot 100 \cdot 14,2} = 0,092\ [-]$

$$\mapsto \cot\theta = \sqrt{\frac{0,5 \cdot 1}{0,092} - 1} = 2,11\ [-]$$

$\mapsto$ $1 < \cot\theta < 2,5$ $\mapsto$ Ricadiamo nel CASO VER. 1

$\mapsto$ $V_{Rd} = V_{Rsd} = V_{Rcd}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 17 di 26

$$V_{Rd} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0{,}9 \cdot d \cdot f_{yd} \cdot \cot g\theta = \frac{100}{200} \cdot 0{,}9 \cdot 460 \cdot 2{,}5 \cdot 390 =$$

$$= 201{,}83 \text{ kN}$$

TAPPA 3*: EFFETTUO VERIFICA

$$\left.\begin{array}{l} V_{Ed} = 380 \text{ kN} \\ V_{Rd} = 201{,}83 \text{ kN} \end{array}\right\} \quad V_{Ed} > V_{Rd}$$

VERIFICA NON SODDISFATTA

AUMENTANDO il PASSO ci sono MENO STAFFE
⟹ SEZIONE MENO RESISTENTE -.-'

NUOVA IPOTESI: STESSA SEZIONE INIZIALE

↗↗ ARMATURA: (1 STAFFA Ø10 con 2 BRACCI); $s = 50$ mm
DIMEZZO SPAZIATURA STAFFE

TAPPA 1**: CALCOLO $\cot g\theta$

ν, α_c RIMANGONO TALI, VARIA ω_{sw}

$$\omega_{sw} = \frac{A_{sw} \cdot f_{yd}}{B \cdot s \cdot \sigma_{cd}} = \frac{[(\pi \cdot 10^2/4) \cdot 2] \cdot 391{,}3}{300 \cdot 50 \cdot 14{,}2} = 0{,}29 \, [-]$$

$$\Rightarrow \cot g\theta = \sqrt{\frac{\alpha_c \cdot \nu}{\omega_{sw}} - 1} = \sqrt{\frac{1 \cdot 0{,}5}{0{,}29} - 1} = 0{,}85 \, [-]$$

$$\Rightarrow \theta = \text{arccotg}(0{,}85) = 49{,}63° = 50°$$

⟹ Ricadiamo nel CASO VER. 3 $\cot g < 1 \Rightarrow \theta = 45°$

TAPPA 2**: CALCOLO V_{Rcd}

CASO VER. 3 ⟹ $V_{Rd} = V_{Rcd}$

$$V_{Rcd} = \nu \cdot \alpha_c \cdot 0{,}9 \cdot d \cdot B \cdot \sigma_{cd} \cdot \frac{\cot g\theta}{1 + \cot g^2\theta} =$$

$$= 0{,}5 \cdot 1 \cdot 0{,}9 \cdot 460 \cdot 300 \cdot 14{,}2 \, \frac{1}{1+1} = 440{,}91 \text{ kN}$$

TAPPA 3**: EFFETTUO VERIFICA

$$\left.\begin{array}{l} V_{Ed} = 380 \text{ kN} \\ V_{Rd} = 440{,}91 \text{ kN} \end{array}\right\} \quad V_{Ed} < V_{Rd}$$

VERIFICA SODDISFATTA

CONSEGUENZA ⟹ si ha ROTTURA della BIELLA TESA.

$$V_{Rsd} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0{,}9 \cdot d \cdot f_{yd} \cdot \cot\theta$$

IMPONGO che il VALORE MAX di tale QUANTITA' sia UGUALE a V_{Ed}.

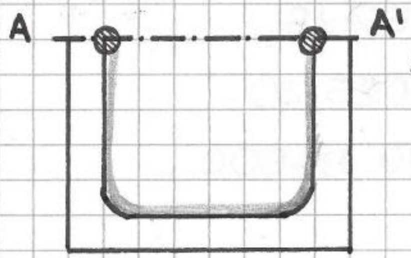
e' MAX quando $\theta = 21°,81 \Rightarrow \cot\theta = 2,5$

⟹ $V_{Rsd} = V_{Ed}$ ⟹ Ricavo il RAPPORTO A_{sw}/s $\left(\frac{\text{AREA SEZ. TRASV.}}{\text{PASSO}}\right)$

$f_{yd} = 391$ MPa

$$\Rightarrow \frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Rsd}}{0{,}9 \cdot d \cdot f_{yd} \cdot 2{,}5} = \frac{125\,000}{0{,}9 \cdot 460 \cdot 391 \cdot 2{,}5} = 0{,}31 \ \frac{mm^2}{mm}$$

IPOTESI:



ARMATURA a TAGLIO REALIZZATA con una STAFFA Ø8 con DUE BRACCI.

STAFFA a 2 BRACCI se con SEZIONE A-A' incontro DUE VOLTE la SEZIONE TRASVERSALE.

$$A_{sw} = 2 \cdot \frac{\pi (\varnothing)^2}{4} = 2 \cdot \frac{\pi \cdot 8^2}{4} = 100 \, mm^2$$

⟹ CALCOLO PASSO tra le STAFFE s.

$$s = (0{,}31)^{-1} \cdot A_{sw} = \frac{100}{0{,}31} = 324 \, mm$$

CONCLUSIONE: ⟹ Per sopportare lo SFORZO TAGLIANTE AGENTE, occorrono STAFFE Ø8 OGNI 300mm

ORA: Faccio IPOTESI: AUMENTO lo SFORZO di TAGLIO AGENTE.

⟹ $V_{Ed} = 400$ kN

OSSERVO che:

$V_{Rcd2} \leq V_{Ed} \leq V_{Rcd1}$ ⟹ ROTTURA CONTEMPORANEA BIELLA COMPRESSA e BIELLA TESA.

IMPONGO: $V_{Ed} = 500\,kN$

$\Rightarrow V_{Ed} > V_{Rcd1} = 438\,kN$ -----> Va in CRISI la BIELLA COMPRESSSA

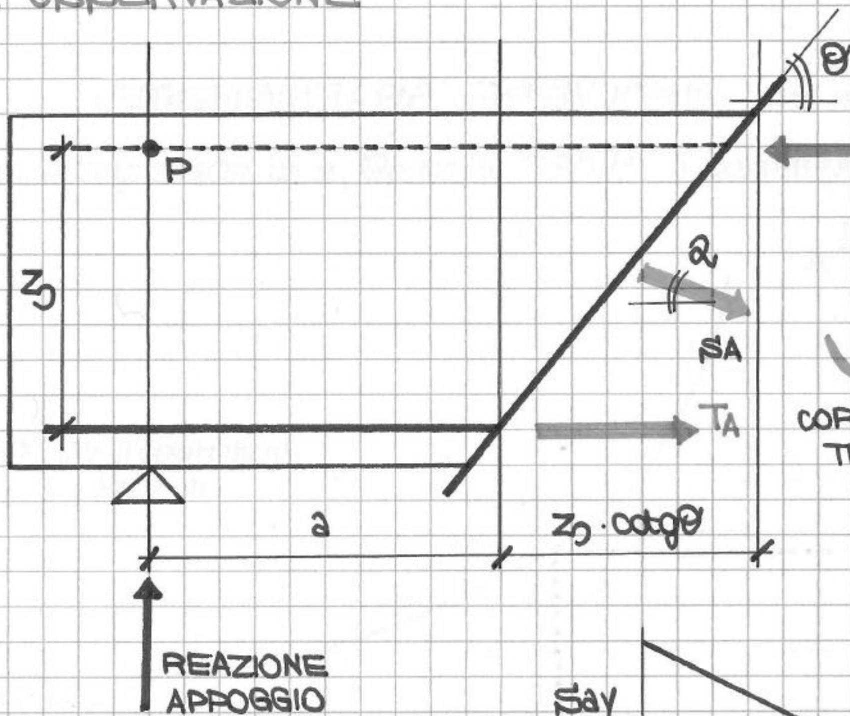
si procede con

CAMBIO SEZIONE

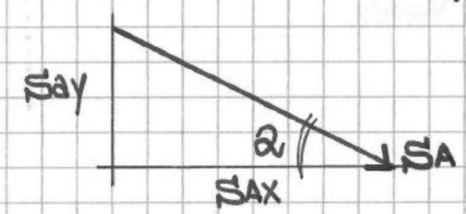
CAMBIO RESISTENZA CLS

Facciamo alcune OSSERVAZIONI:

PRIMA OSSERVAZIONE



z_0 a SLU: $0{,}9 \cdot d$



$m = V \cdot a = T_A \cdot z_0 \quad \Rightarrow$ Per EQUILIBRIO: $\quad T_A = \dfrac{m}{z_0} = \dfrac{V \cdot a}{z_0}$

EQUILIBRIO alla TRASLAZIONE VERTICALE $\Rightarrow V = S_{AY}$

$$S_{AX} = V \cdot \text{cotg}\alpha$$

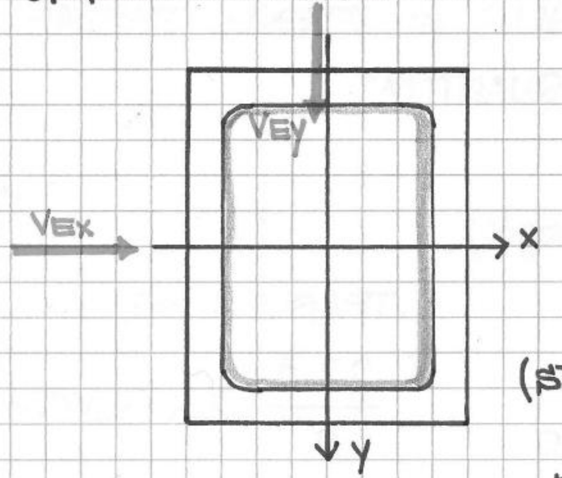
Scrivo EQUILIBRIO alla ROTAZIONE INTORNO a P.

$$P)\quad T_A \cdot z_0 - V \cdot \left(a + \frac{z_0}{2}\,\text{cotg}\theta\right) + V \cdot \text{cotg}\alpha \cdot \frac{z_0}{2} = 0$$

TIRO delle ARMATURE va CALCOLATO TRASLANDO il DIAGRAMMA del MOMENTO di una QUANTITA' d in PROSSIMITA' dei PICCHI POSITIVI e NEGATIVI.

⟹ Tale RAGIONAMENTO va fatto solo nelle STRUTTURE dove vi e' PRESENZA di ARMATURA a TAGLIO, perche' NASCE COMPONENTE SA.

OSSERVAZIONE 2:



(STAFFATURA ✕ rispetto i 2 ASSI).

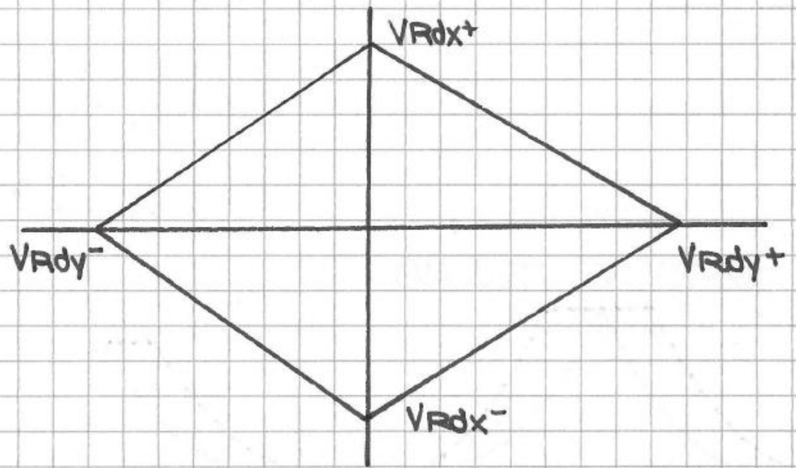
TAGLIO nelle 2 DIREZIONI:

Si INTRODUCE una STAFFATURA.

⟹ Si CALCOLA:

$V_{Rdx}^{+} = V_{Rdx}^{-}$ $\qquad$ $V_{Rdy}^{+} = V_{Rdy}^{-}$

⟹ Definisco il DOMINIO di INTERAZIONE di BESLER:



La SEZIONE e' VERIFICATA se VEX e VEY cadono all'interno del DOMINIO

↓

se NO CAMBIO SEZIONE