



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

NUMERO: 1364A -

ANNO: 2015

# A P P U N T I

STUDENTE: Simeone

MATERIA: Elementi di Costruzione e Disegno di Macchine,  
Prof.Brusa\_Simeone

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**



Politecnico di Torino  
Dipartimento di Ingegneria  
Meccanica e Aerospaziale

*Elementi di Costruzione e Disegno di Macchine*  
Prof. Teresa Berruti (I corso) e  
Prof. Eugenio Brusa (II corso)




## FATICA NEI MATERIALI

### Fenomeno e modelli predittivi



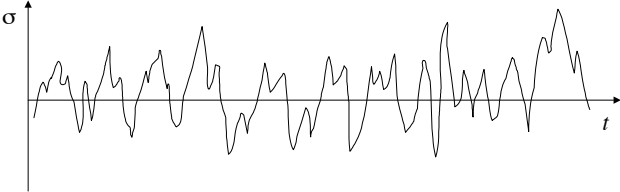
### Elementi di Costruzione e Disegno di Macchine

ECDM - Fatica 1



### *Il fenomeno della Fatica*

- Esistono evidenze sperimentali e pratiche che dimostrano che l'applicazione di carichi non costanti nel tempo, in particolare con andamento temporale ciclico, comporta la possibile rottura dei componenti anche quando la sollecitazione massima è piuttosto inferiore al carico unitario di snervamento del materiale (nel caso duttile) e di rottura (nel fragile).



- Si parla, dunque, di **cedimento per fatica** nel materiale (fatica per analogia con quanto accade alle persone) e di **carichi e condizioni affaticanti**.

ECDM - Fatica 2

ECDM – Fatica  
Autori: T.Berruti, E.Brusa  
Settembre 2012



### Predizione della vita a Fatica

Per analizzare il fenomeno della fatica si utilizzano vari metodi:

- **approccio microscopico:** analizza i motivi del fenomeno e studia i cambiamenti metallurgici e strutturali del materiale;
- **approccio fenomenologico** o empirico: cerca di fornire strumenti al progettista per:
  - evitare le rotture dovute alla fatica;
  - valutare la durata che può essere raggiunta dal componente prima che si verifichino pericolosi cedimenti.
- La presenza di variazioni di sezione molto brusche nel componente (intagli) influenza fortemente la resistenza a fatica dei componenti.

ECDM - Fatica 5

Nell'ipotesi di considerare un tipo di carico periodico, caratterizzato da una frequenza, per descrivere il ciclo di carico sono necessari:

- 1 parametro relativo al tempo: il numero di cicli effettuati nel tempo considerato;
- 2 parametri indipendenti relativi alla tensione o alla deformazione subita dal materiale (UNI 3964):

ECDM - Fatica 6



**Rottura statica - Rottura a fatica**

provetta piana, materiale duttile

stessa provetta: rottura per fatica

La provetta di materiale duttile si rompe a fatica con aspetto da rottura fragile ovvero con decoesione frontale delle parti, anziché mostrare il tipico scorrimento in direzione di 45° ruotata rispetto a quella del carico.

*ECDM - Fatica* 9

La fatica ha due "facce"...

LISCIA      RUVIDA

*ECDM - Fatica* 10



**Propagazione....**

**Propagazione stabile delle cricche:** i disordini superficiali si propagano in forma di cricche all'interno del materiale, creando striature, coalescenza di microporosità (duttile) e microclivaggio (fragile).

ECDM - Fatica 13

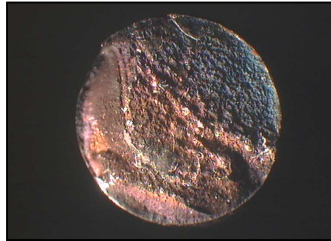
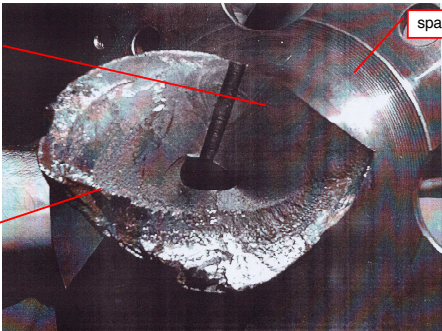
**Il problema della propagazione è regolato dal fenomeno della frattura e dalla Meccanica della frattura che la descrive.**

(continua qui affianco)

ECDM - Fatica 14



*esempi...*

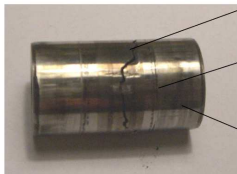




Zona liscia e rilucente

Zona scabrosa e ruvida

spallamento

*Perno di biella*

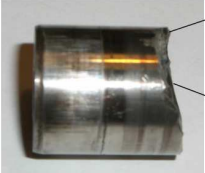




frattura

Linee passaggi di portata

Striature dovute ad usura

ECDM - Fatica

17

Innesco della cricca

Propagazione della frattura in direzione non normale alla superficie esterna

Zona di rottura fragile

Propagazione cricca e linee di spiaggia

Innesco cricca

Superficie di frattura

usura


ECDM - Fatica

18

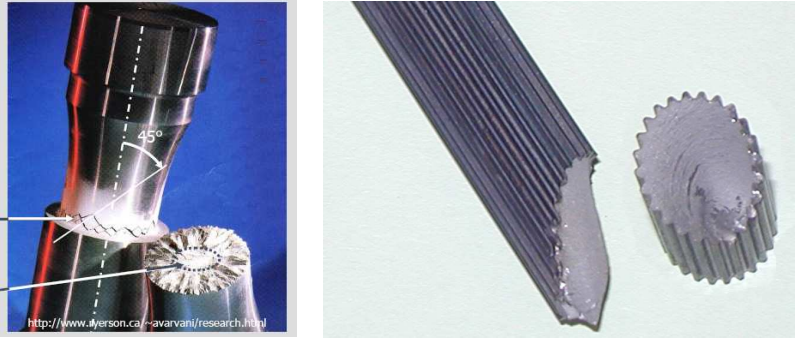


Politecnico di Torino  
Dipartimento di Ingegneria  
Meccanica e Aerospaziale

*Elementi di Costruzione e Disegno di Macchine*  
*Prof. Teresa Berruti (I corso ) e*  
*Prof. Eugenio Brusa (II corso)*





Sezioni circolari, con e senza intagli, soggette a torsione



da <http://www.ryerson.ca/~avarvani/research.html>

ECDM - Fatica 21

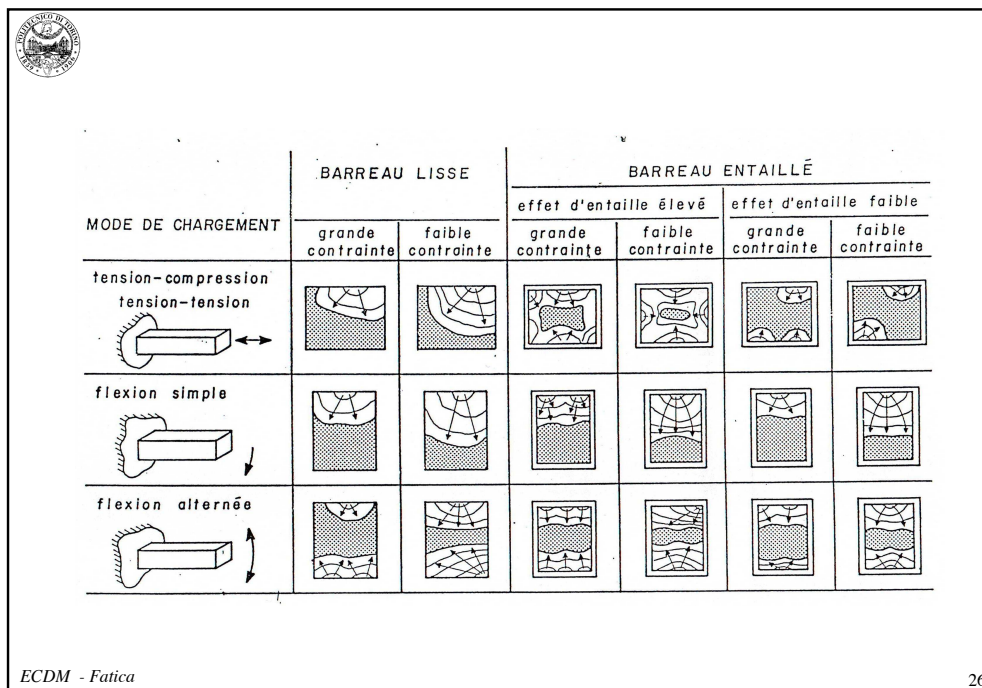
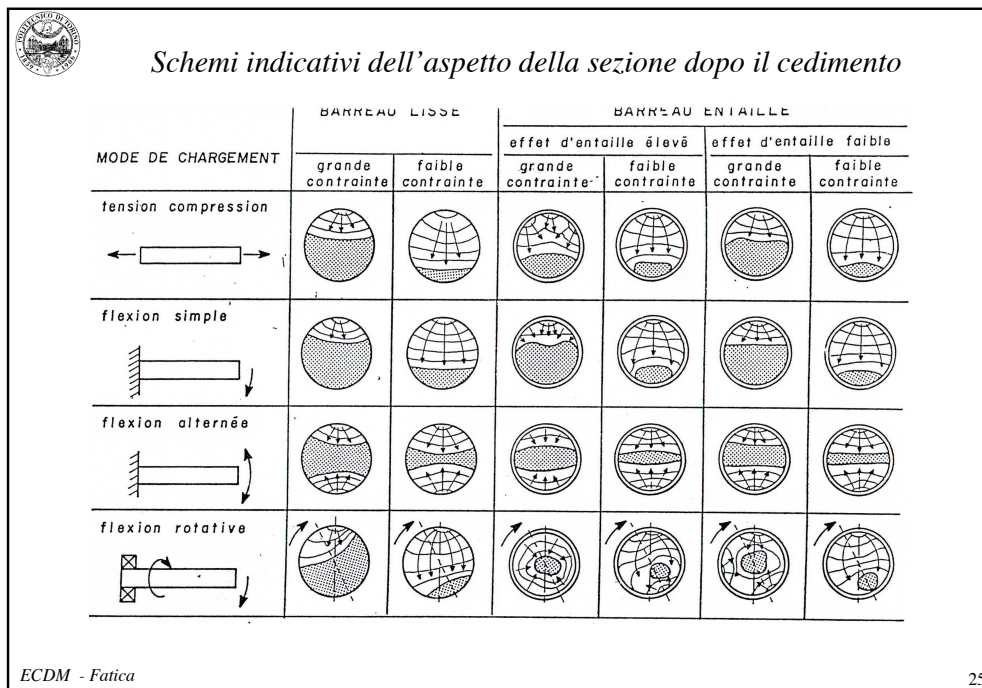


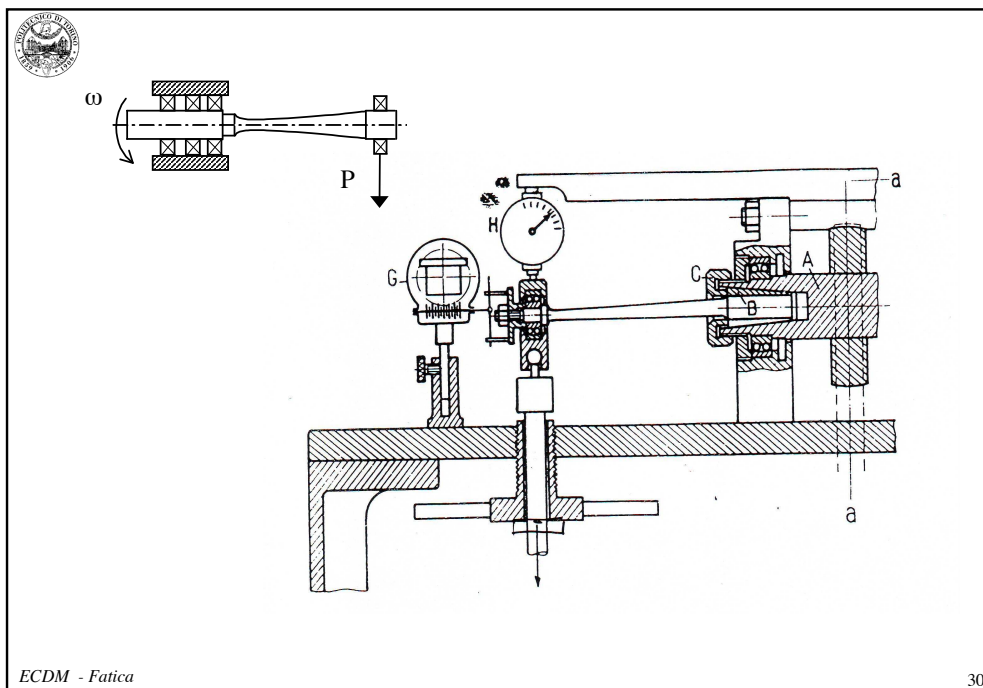
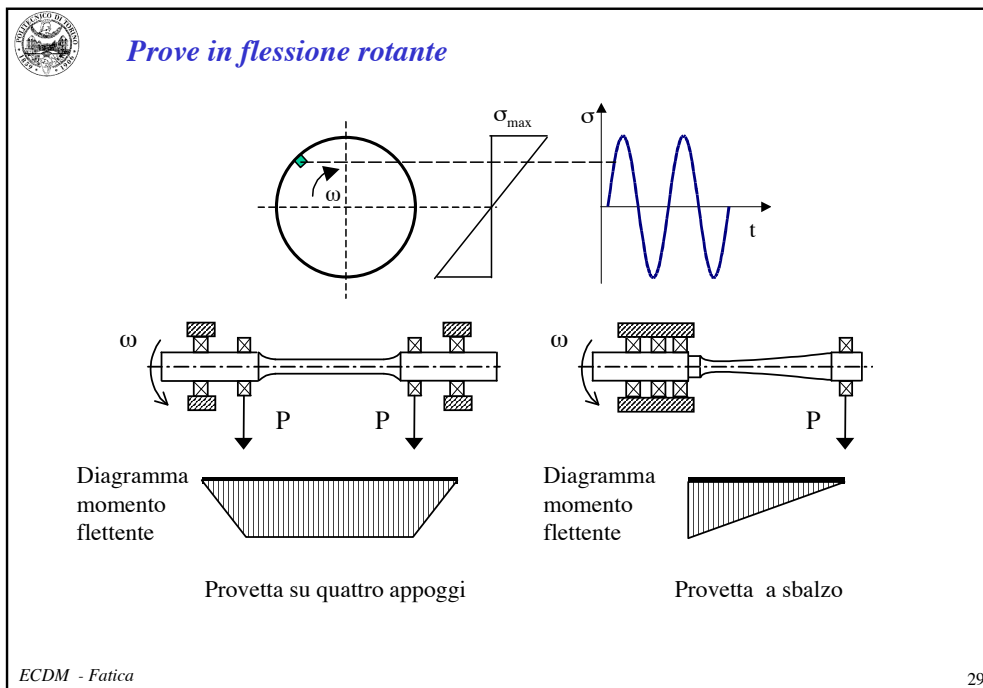
Assile – incidente di Viareggio 29/06/09

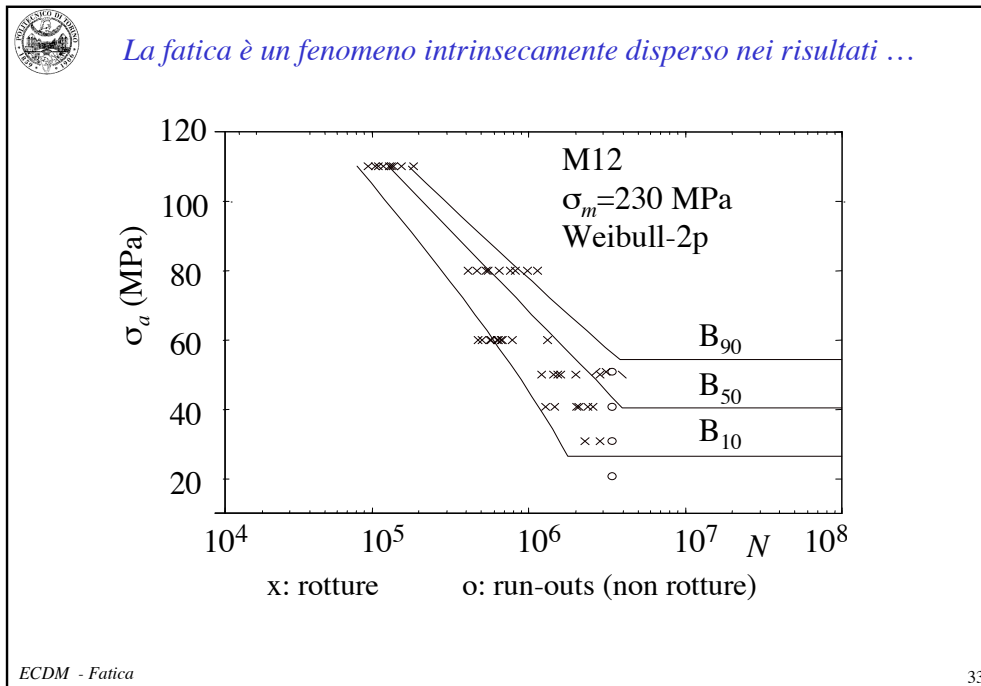
ECDM - Fatica 22

ECDM – Fatica  
Autori: T.Berruti, E.Brusa  
Settembre 2012









*Il metodo stair case*

M8 Prove di fatica $\sigma_m = 400$ MPa "senza difetti"																		
d=	10	MPa	1 = Rotta; 0 = Non rotta															
esito	$\sigma_a$	MPa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1	0	60																
3	0	60										1		1		1		
4	3	50	1		1				1		0		0		0		1	
1	3	40		0		1		0		0								
0	1	30					0											
tot	8	7	Evento meno frequente					Non Rotta										

i	n	in	i2n
3	0	0	0
2	3	6	12
1	3	3	3
0	1	0	0
N = 7		A = 9	B = 15

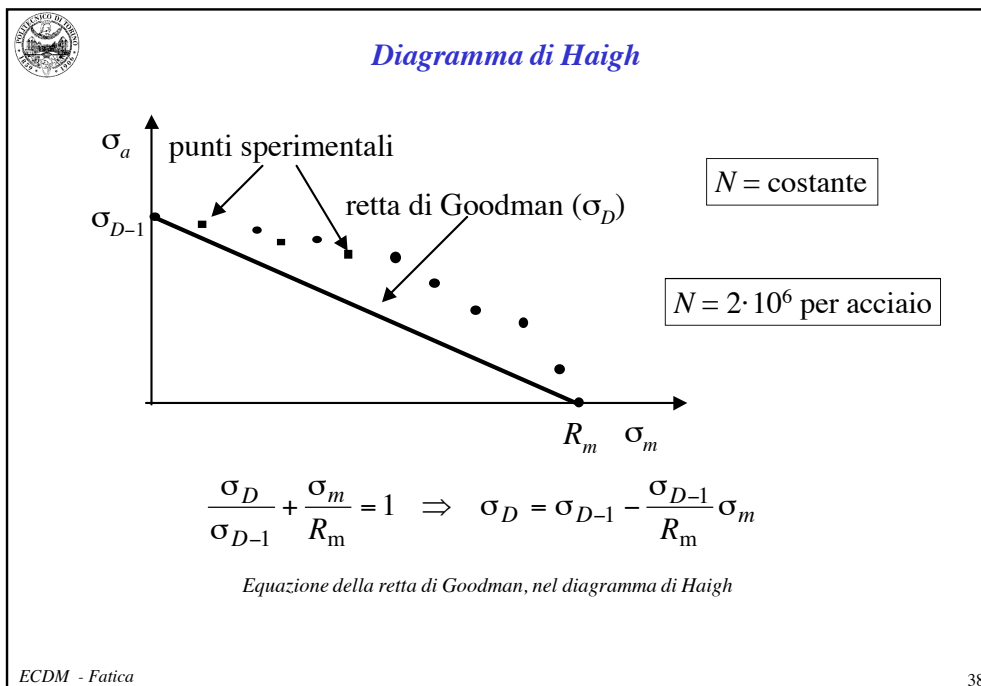
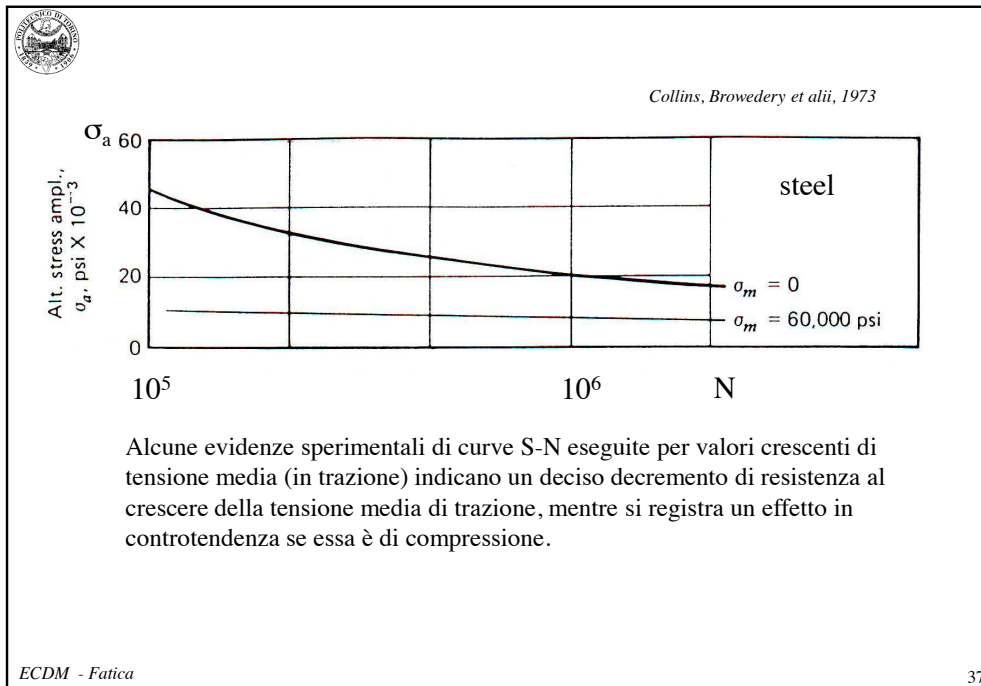
$\sigma_i$  rotta  $\Rightarrow \sigma_{i+1} = \sigma_i - d$   
 $\sigma_i$  non rotta  $\Rightarrow \sigma_{i+1} = \sigma_i + d$

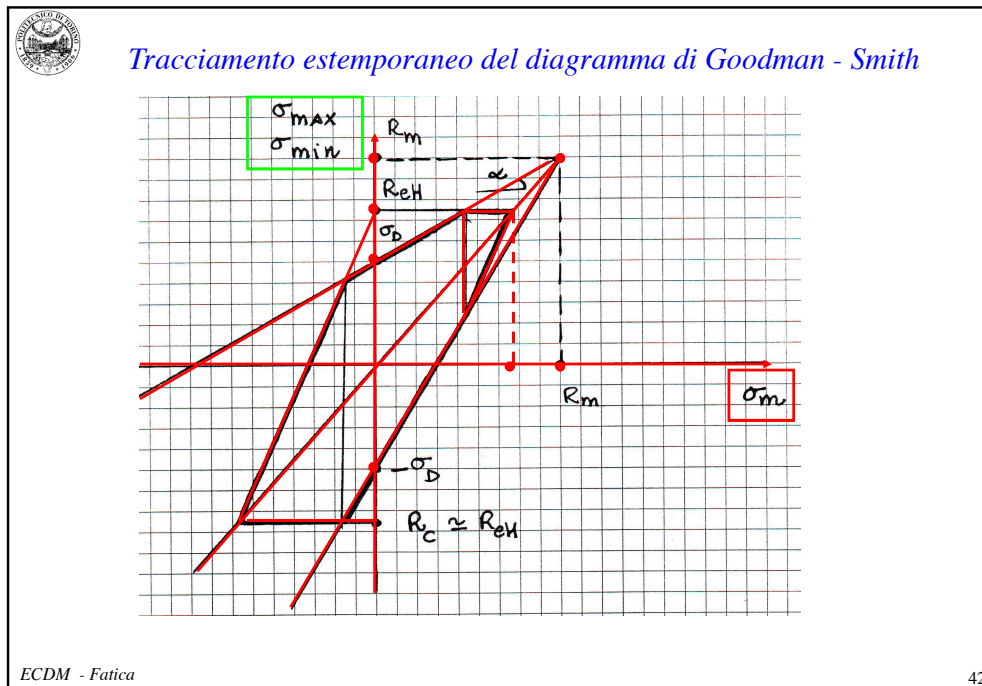
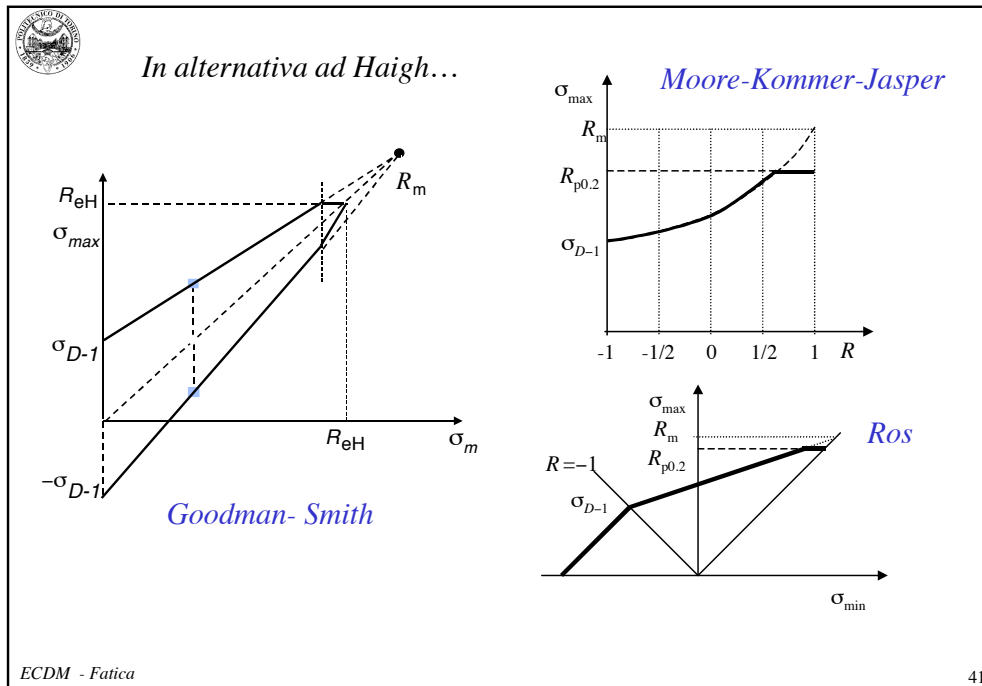
Occorrono almeno 15 provini utili per ottenere il limite di fatica (del materiale)  $\sigma_{D-1}$  in condizioni standard con probabilità di rottura 50% (B50)

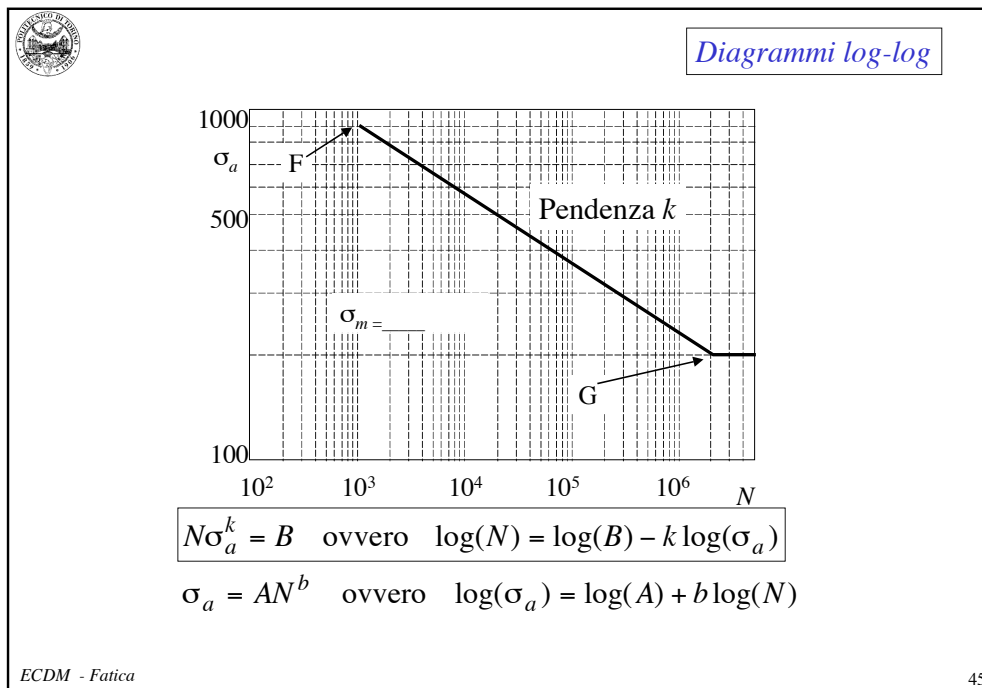
Si calcoli come esempio il tempo di una prova con 15 provini  
 Si assuma una frequenza di prova pari a 100 Hz (cicli/s)  
 Tempo impiegato da un provino per arrivare a rottura dopo  $2 \cdot 10^6$  cicli =  $2 \cdot 10^6 / 100 = 2 \cdot 10^4$  s  $\approx 6$  h  
 Tempo di prova per 15 provini =  $15 \cdot 6$  h = 90 h  $\approx 3$  giorni

3 giorni di prova per determinare un punto del diagramma SN!!

ECDM - Fatica 34







$N\sigma_a^k = B$  ovvero  $\log(N) = \log(B) - k \log(\sigma_a)$

$$k = \frac{\log(N_G) - \log(N_F)}{\log(\sigma_F) - \log(\sigma_D)} \quad \log(B) = \log(N_G) + \frac{\log(N_G) - \log(N_F)}{\log(\sigma_F) - \log(\sigma_D)} \log(\sigma_D)$$

$\sigma_a = AN^b$  ovvero  $\log(\sigma_a) = \log(A) + b \log(N)$

$$b = \frac{\log(\sigma_D) - \log(\sigma_F)}{\log(N_G) - \log(N_F)} = -\frac{1}{k} \quad \log(A) = \log(\sigma_D) - \frac{\log(\sigma_D) - \log(\sigma_F)}{\log(N_G) - \log(N_F)} \log(N_G)$$

ECDM - Fatica 46



**Effetto del tipo di carico ( $C_L$ )**

A parità di dimensione della struttura si può notare come essa sia sollecitata in modo più severo nel caso di distribuzione di tensione uniforme che nel caso di distribuzione lineare (in generale con gradiente)

Flessione      Zona di processo (ZP)      Trazione-compressione

–  $C_L \approx 1$ , nel caso della flessione piana;

–  $C_L \approx 0.7$  (valori sperimentali  $0.6 \div 0.8$ ) nel caso di trazione-compressione.

*ECDM - Fatica* 49

A questo risultato si perviene se si introduce il concetto di tensione efficace della distribuzione. Se si considerano due provini sottoposti a fatica, uno in trazione-compressione, l'altro in flessione con lo stesso valore di  $\sigma_a$  sulla superficie:

si può rilevare una  $\sigma_{a,eff}$  che, per entrambi i casi, è sotto la superficie, ma è diversa nei due stati di sollecitazione, a causa del fatto che nella flessione esiste un gradiente di tensione attraverso la sezione trasversale.

curva SN sperimentale trazione-compressione

curva SN sperimentale flessione

L'evidenza sperimentale dimostra infatti che:  $\sigma_{D-1}^T = 0.7 \cdot \sigma_{D-1}^f$  cioè  $C_L = 0.7$

*ECDM - Fatica* 50



**Confronto tra effetto delle dimensioni e del carico**

In altri termini si può osservare che il **tipo di carico** è influente nel confronto tra flessione e trazione /compressione perché la  $\sigma_{a,eff}$  è **minore nel caso della flessione** a causa del gradiente, rispetto alla trazione. La resistenza a fatica in trazione è dunque minore.

Se si aumenta la **scala della sezione**, però, nel caso della flessione e a parità di tensione in superficie, la  $\sigma_{a,eff}$  **tende ad essere sempre più prossima al valore massimo**, così come già accade per la trazione. In questo caso la resistenza del componente più grande è minore.

Poiché la prova di flessione rotante è assunta come riferimento per la resistenza a fatica, il **coefficiente  $C_L$  è unitario in flessione**. Aumentando la **scala**, però, a pari sollecitazione in superficie, occorre correggere il valore di resistenza a fatica **nel caso di flessione e di torsione** per tenere conto del diverso gradiente della distribuzione di tensione, applicando il coefficiente  $C_S$ .

53

Se volessimo riportare in un unico grafico la riduzione di resistenza imputabile ad entrambi gli effetti potremmo così fare:

Si noti come, per dimensioni veramente grandi, la pendenza della distribuzione delle tensioni in flessione e torsione comporti una sostanziale convergenza di risultato con quanto avviene nel caso trazione/compressione essendo il coefficiente uguale a 0.7.

54





### Effetto di Intaglio

Si indica come **intaglio** una brusca variazione della sezione resistente di un pezzo, in una zona limitata.

Tali variazioni di sezione e di forma sono determinate da necessità di progetto, correlate al montaggio del sistema, alla realizzazione di fori o sedi per accessori.

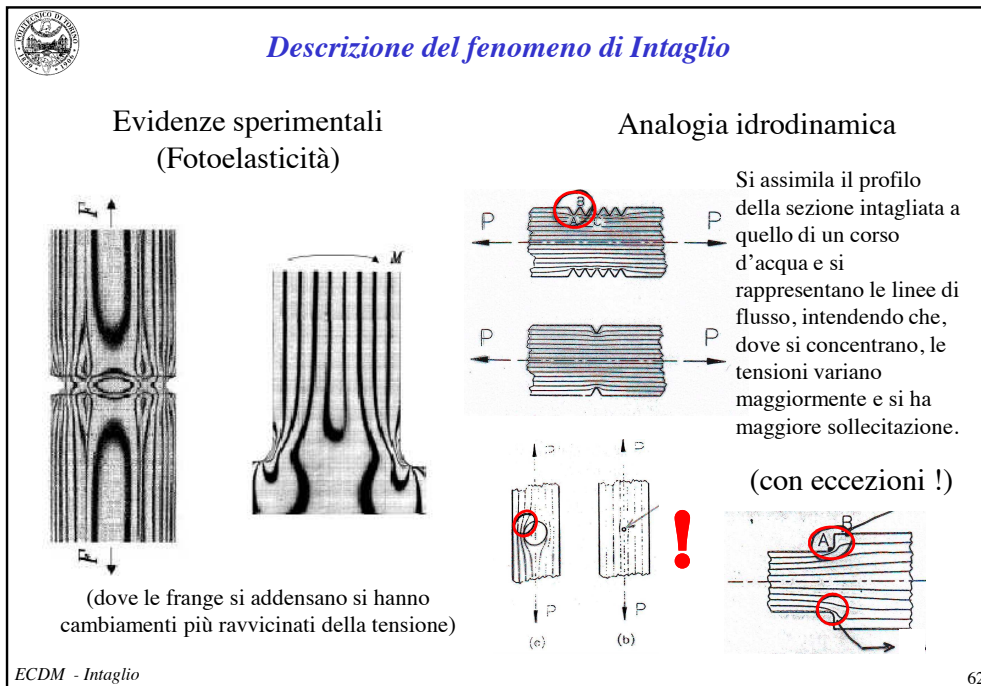
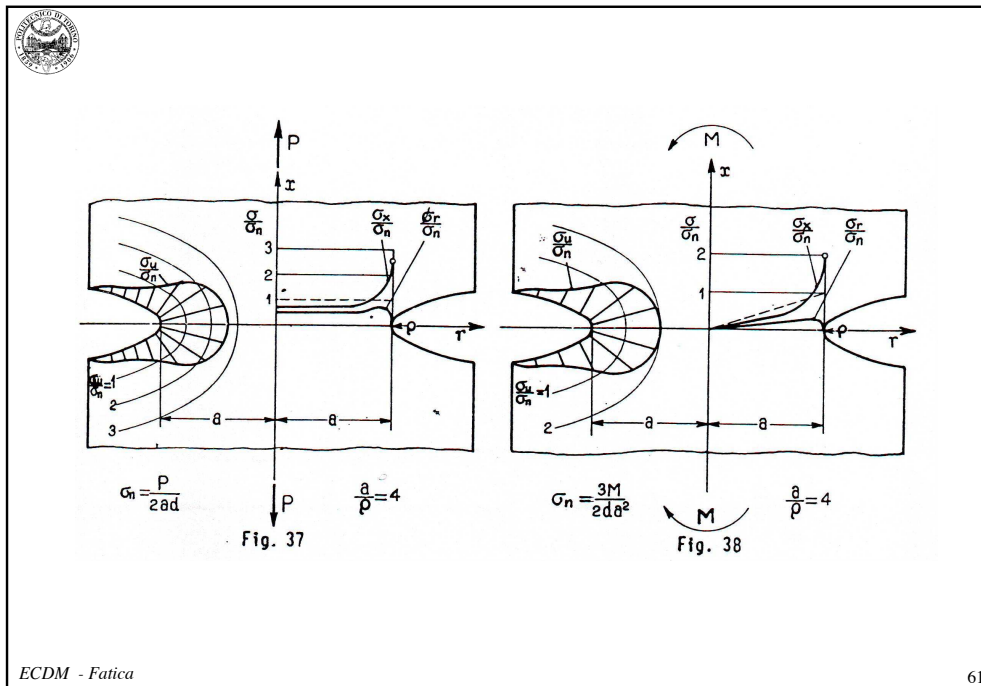
ECDM - Intaglio

57

L'intaglio, purtroppo, crea uno stravolgimento del campo di tensioni locali, che diventa spesso tridimensionale anche in stati di sollecitazione monoassiali e provoca una concentrazione di tensione corrispondente ad un severo incremento di valore della tensione nell'intorno dell'intaglio stesso. Ai fini della fatica è un fattore importante di riduzione della resistenza. Già in statica è comunque un problema significativo.

ECDM - Fatica

58





**Approccio di calcolo con intaglio in statica**

In statica il rapporto tra valore massimo effettivo e nominale si definisce come:

**FATTORE DI CONCENTRAZIONE DELLE TENSIONI (o fattore di forma)**

[simboli  $K_t$  o anche  $\alpha_k$ ]

$$K_t = \frac{\sigma^{\max}}{\sigma_{\text{nom}}}$$

ECDM - Intaglio 65

Il fattore di concentrazione delle tensioni (fattore di forma)  $K_t$ :

- è il rapporto tra tensione principale massima all'apice dell'intaglio e tensione nominale calcolata (ad es. con De St.Venant) nella sezione minima (ristretta, o di fondo intaglio)
- serve per calcolare la tensione massima effettiva che si genera in prossimità dell'intaglio, nota la tensione nominale
- si determina per via sperimentale (fotoelasticità, estensimetria, vernici fragili) nei casi di geometria di intaglio più comuni in meccanica e più semplici, o per via numerica (elementi finiti, elementi al contorno) quando si tratta di geometrie molto complesse o particolari
- dipende tanto dalla geometria dell'intaglio e dalle sue dimensioni quanto dalla modalità di applicazione del carico
- si ricava da diagrammi di letteratura che raccolgono i risultati di vaste campagne sperimentali (R.E. Petterson, Stress Concentration Factor, Wiley, 1974)

ECDM - Intaglio 66



- La geometria dell'intaglio è descritta da due grandezze adimensionali:  $D/d$  e  $r/d$ ;
- $K_t$  dipende soltanto dalle proporzioni del componente e non dalle sue dimensioni assolute;
- se  $r \rightarrow 0$  (raggio di fondo intaglio)  $K_t$  (e quindi la tensione massima)  $\rightarrow \infty$ ; fisicamente ciò non può avvenire, perché il materiale supera il limite elastico, snerva e ridistribuisce i picchi di tensione localizzata;
- il picco di tensione dovuto alla presenza dell'intaglio conta quindi diversamente a seconda del materiale sia esso fragile o duttile.

ECDM - Intaglio

69

*Altri casi...*

[Panoramica completa nell'allegato]

NB: Caso particolare in cui solo il rapporto d/b conta !

ECDM - Fatica

70



**Verifica statica di componenti con intaglio**

Materiali fragili ( $A < 5\%$ )

Trazione

$$\sigma^{\max} = K_t \cdot \sigma_{\text{nom}} < R_m$$

Attenzione: nei materiali fragili per la verifica statica è necessario moltiplicare la tensione nominale per il fattore  $K_t$  in quanto anche solo la generazione di una cricca in quel punto è letale per il componente.

ECDM - Intaglio 73

Materiali duttili ( $A > 5\%$ )

Beneficiano della redistribuzione delle tensioni a seguito di una plasticizzazione locale.

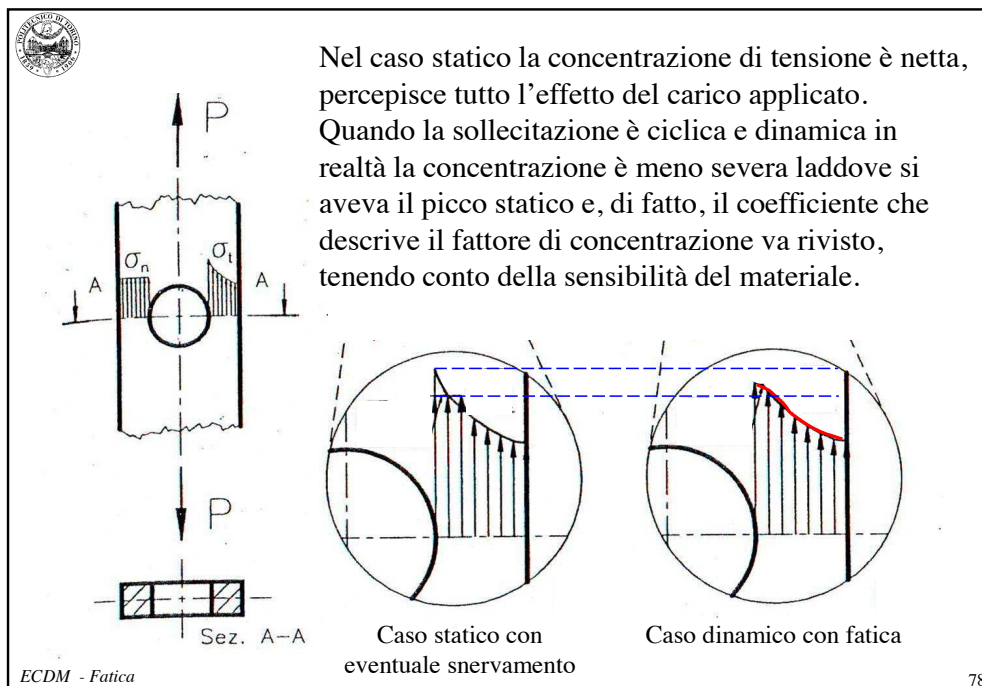
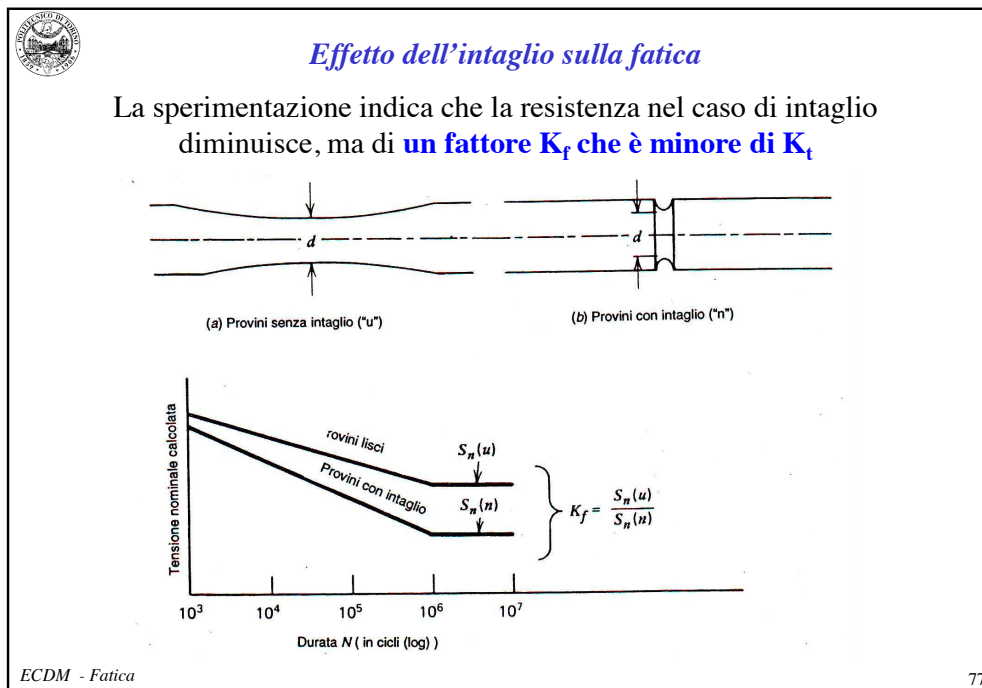
*Cedimento per primo snervamento*  $\sigma^{\max} = K_t \cdot \sigma_{\text{nom}} < R_{eH}$

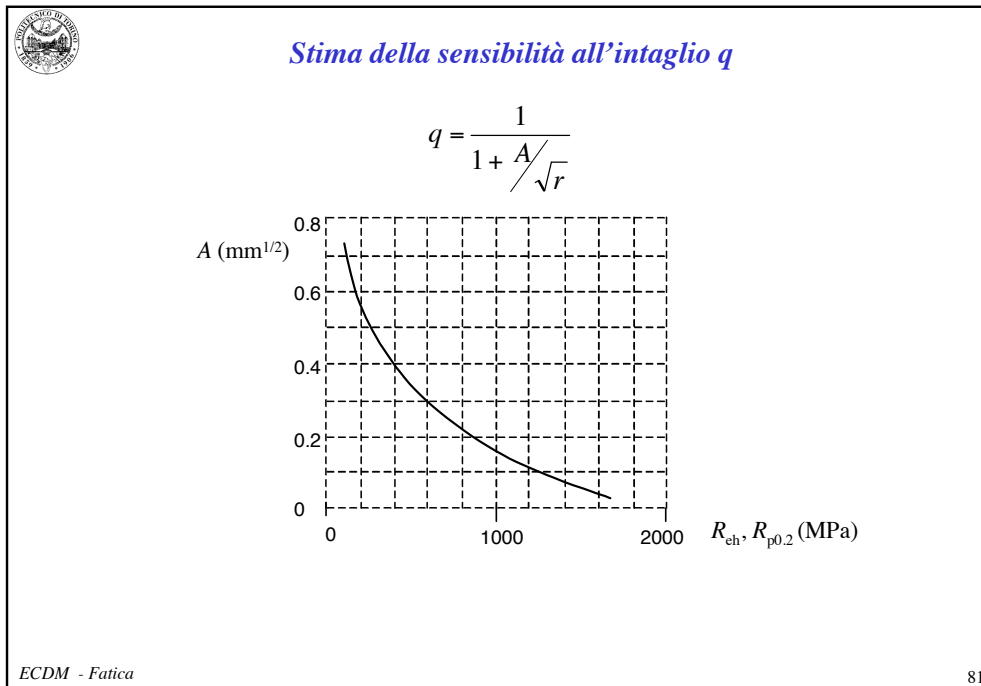
*Condizione di completa plasticizzazione (cerniera plastica)*  $\sigma_{\text{nom}} = R_{eH}$

*Cedimento per rottura duttile*  $\sigma_{\text{nom}} \leq R_m$

Nei materiali duttili se si considera accettabile il primo snervamento non si moltiplica la tensione nominale massima per il fattore  $K_t$  in quanto, di fatto, si intende che il cedimento avvenga quando i punti non interessati dall'intaglio (C) raggiungono la plasticizzazione.

ECDM - Intaglio 74





*Limite di fatica del componente*

Data la presenza dei fattori che influenzano la resistenza a fatica, il limite di fatica standard del materiale  $\sigma_{D-1}$  (flessione rotante, diametro 10 mm, liscio) deve essere corretto.

Il limite di fatica del componente corretto con i fattori correttivi si indicherà con  $\sigma_{D-1}^C$

*Componente senza intagli*  $\sigma_{D-1}^C = C_L \cdot C_S \cdot C_F \cdot \sigma_{D-1}$

*Componente con intagli*  
(se si considera uno stato uniaassiale di sollecitazione al quale si riferisce  $K_f$ )  $\sigma_{D-1}^C = \frac{C_L \cdot C_S \cdot C_F}{K_f} \sigma_{D-1}$

NB: sul testo:  $\sigma_{D-1} = \sigma_{D-1}^* \cdot \frac{\prod C_i}{K_f}$

ECDM - Fatica 82



**Verifica dei coefficienti di sicurezza per vita illimitata**

**Passo 1:** si traccia il diagramma di Haigh

$$\sigma_{D-1}^C = \frac{C_L \cdot C_S \cdot C_F}{K_f} \sigma_{D-1}$$

ECDM - Fatica 85

**Passo 2:** si posiziona sul diagramma di Haigh il punto di lavoro P e si calcola il coefficiente di sicurezza CS in uno dei seguenti modi (in funzione di come aumentano le tensioni all'aumentare delle prestazioni richieste al componente).

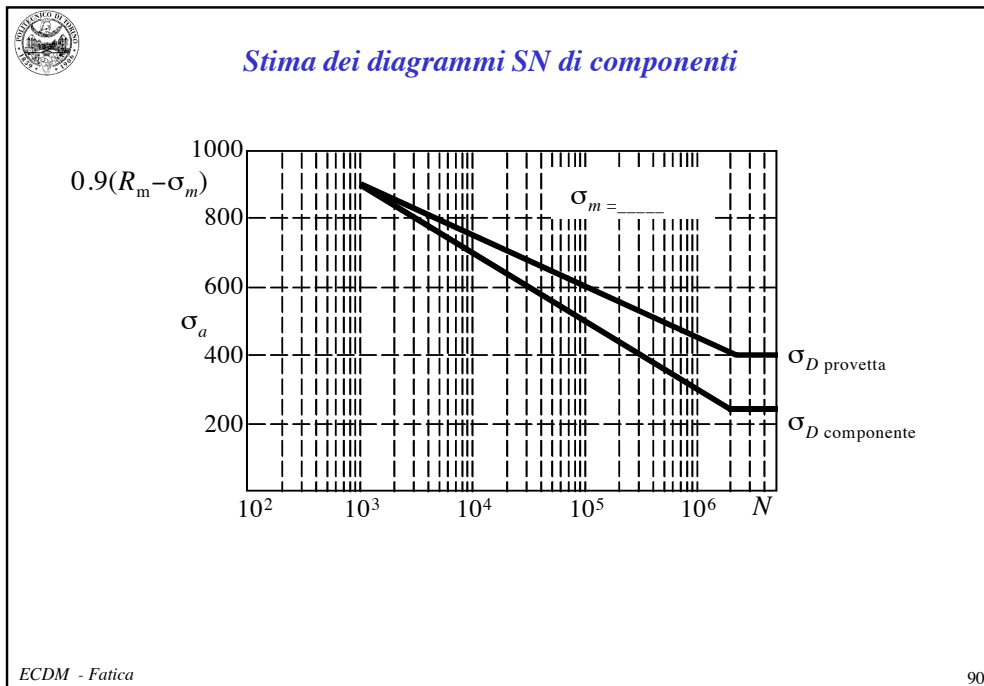
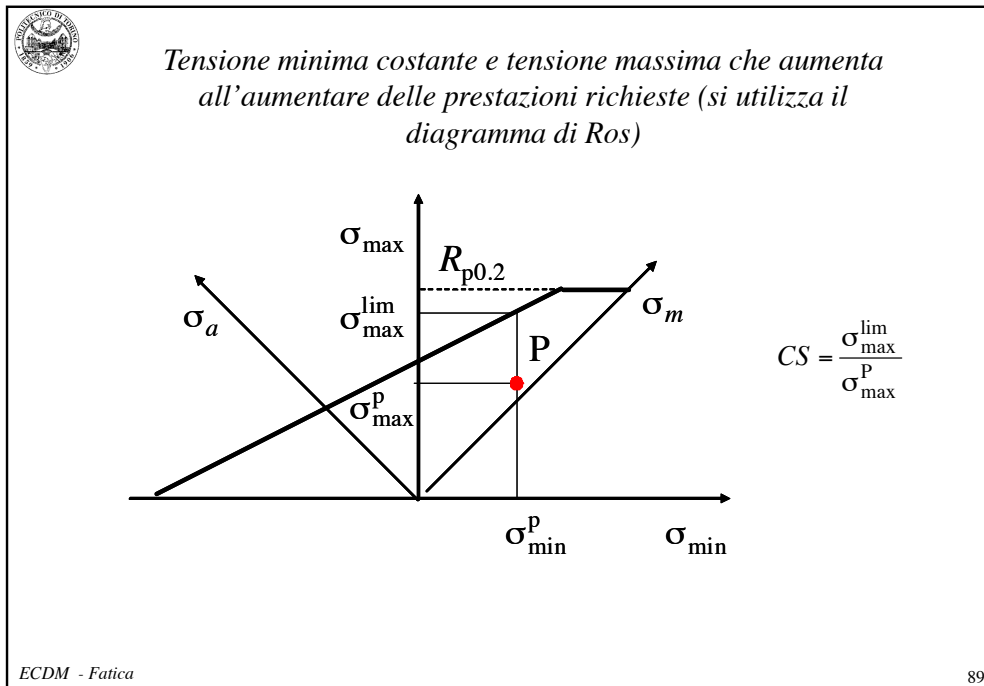
$$P(\sigma_m^P = \sigma_{m \text{ nom}}, \sigma_a^P = \sigma_{a \text{ nom}})$$

*Ipotesi: Tensione media costante – alternata dipendente dalle prestazioni*


$$CS = \frac{\sigma_D^{\text{lim}}}{\sigma_a^P}$$

ECM - Fatica 86



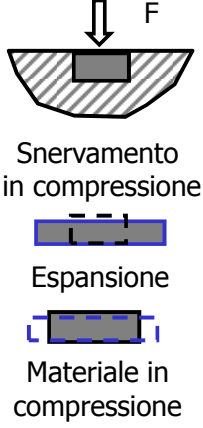







**Trattamenti Meccanici – meccanismo generale**

- Si applica un carico locale
- Il carico provoca snervamento in compressione
- Il materiale si espande lateralmente
- Il cuore rimasto elastico impedisce l'espansione e mantiene il materiale in superficie in compressione



ECDM - Fatica 93



**Trattamenti meccanici**

- **Pallinatura:** crea tensioni residue di compressione grazie al bombardamento della superficie con sferette di acciaio proiettate (forza centrifuga o aria compressa)
  - la profondità della zona interessata dalle tensioni residue di compressione è di circa 1 mm
  - è più efficace su acciai di media durezza e ghise (20-35% di aumento del  $\sigma_{D-1}$ ), meno su acciai duri e leghe leggere;
  - applicazione: molle a balestra

*Processo brevettato da Föppl (Germania) nel 1929 ed introdotto in ambito industriale da Almen (GM) negli anni '30 per aumentare la resistenza a fatica delle molle a balestra delle autovetture*

ECDM - Fatica 94



- **Formatura a freddo (delle lamiere):** genera uno stato di tensione residuo di compressione da un lato, di trazione dall'altro: attenzione all'effetto di tali tensioni.

ECDM - Fatica 97

- **Formatura (e rullatura) a caldo:** ha un effetto negativo perché è accompagnata da decarburazione superficiale
  - diminuisce la resistenza dello strato superficiale
  - diminuisce il volume dello strato superficiale la cui contrazione viene impedita dal materiale sottostante
  - si creano quindi pericolose tensioni residue di trazione

ECDM - Fatica 98



### *Trattamenti termici e diffusivi*

Tensioni residue possono essere causate da:

- ✓ cambiamenti di fase localizzati
- ✓ processi diffusivi
- ✓ gradienti termici e differenti espansioni/ contrazioni (raffreddamento differenziale)

Tensioni residue nascono quindi nei processi di saldatura, di taglio alla fiamma, ma anche dalle lavorazioni (ad es. rettifica)

ECDM - Fatica

101



### *Trattamenti termici e diffusivi*

- **Cementazione e nitrurazione:** sono processi diffusivi con effetto benefico sulla resistenza a fatica
  - generano un indurimento superficiale del materiale
  - fanno aumentare di volume lo strato interessato dal processo che, a fine trattamento, si trova in uno stato di tensione residua di compressione
  - lo strato interessato è dell'ordine di 1 mm

ECDM - Fatica

102



Politecnico di Torino  
Dipartimento di Ingegneria  
Meccanica e Aerospaziale

*Elementi di Costruzione e Disegno di Macchine*  
*Prof. Teresa Berruti (I corso) e*  
*Prof. Eugenio Brusa (II corso)*



### *Effetto di un ambiente corrosivo*

- L'ambiente corrosivo riduce drasticamente la durata di un componente;
- la temperatura gioca un ruolo notevole per l'influenza sulla velocità delle reazioni elettrochimiche;
- i materiali più altoresistenti sono più sensibili, mentre i materiali più duttili ne risentono in misura minore
- gli acciai con alto contenuto di cromo ne risentono in misura minore;
- si adottano trattamenti di cromatura, nichelatura, cadmiatura e zincatura che riducono la resistenza a fatica in ambiente non corrosivo, ma la aumentano in ambiente corrosivo

ECDM - Fatica

105



### *Fatica multiassiale*

- Stati di tensione multiassiali semplici: quando tutte le tensioni principali raggiungono i valori massimi e minimi nello stesso istante e le direzioni principali non cambiano la loro direzione nel tempo;
- Stati di tensione multiassiali complessi: quando le varie cause di sollecitazione *non operano in fase* e di conseguenza le direzioni principali non sono fisse nel tempo;
- Caso intermedio: si presenta quando le cause di oscillazione sono in fase ma le direzioni principali non sono fisse a causa di tensioni medie con direzioni principali non coincidenti con quelle principali delle componenti alternate

ECDM - Fatica

106

ECDM – Fatica  
Autori: T.Berruti, E.Brusa  
Settembre 2012

53



$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{a,1} - \sigma_{a,2})^2 + (\sigma_{a,1} - \sigma_{a,3})^2 + (\sigma_{a,2} - \sigma_{a,3})^2} + m(\sigma_{m,1} + \sigma_{m,2} + \sigma_{m,3}) \leq \sigma_{D-1}$$

Nel caso uniassiale:  $\sigma_{a,1} + m \cdot \sigma_{m,1} = \sigma_{D-1}$

cioè l'equazione di Goodman se  $m = \frac{\sigma_{D-1}}{R_m}$

*Interpretazione assimilabile al concetto di tensione equivalente:*

$$\sigma_{a,eq} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{a,1} - \sigma_{a,2})^2 + (\sigma_{a,1} - \sigma_{a,3})^2 + (\sigma_{a,2} - \sigma_{a,3})^2}$$

$$\sigma_{m,eq} = (\sigma_{m,1} + \sigma_{m,2} + \sigma_{m,3})$$

Nel caso di alberi:  $\sigma_{a,eq} = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}$

$$\sigma_{m,eq} = \sigma_m$$

*Secondo Sines la  $\tau_m$  non influirebbe sulla vita a fatica: risultato universalmente condiviso? ...non del tutto...*

ECDM - Fatica 109

*Cenni sul calcolo secondo normativa tedesca FKM-Guideline (2003)*

La normativa Analytical Strength Assessment, FKM – Forschungskuratorium Maschinenbau, 5th ed., VDMA Verlag, Frankfurt am Main, 2003 è la normativa europea allo stato dell'arte più completa e più ricca di dati sui materiali per la progettazione a fatica di alberi di trasmissione.

Senza entrare nel dettaglio della normativa le formule finali per calcolare la tensione alternata equivalente ( $\sigma_{a,eq}$ ) e la tensione media equivalente ( $\sigma_{m,eq}$ ) hanno la seguente forma:

$$\sigma_{a,eq,eff}^{FKM} = \sqrt{(\sigma_{a,nom}^{tc} K_f^{tc} + \sigma_{a,nom}^b K_f^b)^2 + 3(\tau_{a,nom}^t K_f^t)^2}$$

Dove:

- tc trazione-compressione
- b bending (flessione)
- t torsione

$$\sigma_{m,eq,eff}^{FKM} = \sqrt{(\sigma_m^{tc} K_f^{tc} + \sigma_m^b K_f^b)^2 + 3(\tau_m^t K_f^t)^2}$$

ECDM - Fatica 110



Si noti peraltro che, anche senza ricorrere alla normativa FKM è frequente calcolare, ad es. nel caso di alberi di trasmissione, la tensione media equivalente come composizione della  $\sigma_m$  e della  $\tau_m$  (dovuta alla torsione media dell'albero, indotta dal momento torcente trasmesso).

$$\sigma_{m,eq} = \sqrt{\sigma_m^2 + 3 \cdot \tau_m^2}$$

Questo perché la tensione di torsione è utilizzata per un primo dimensionamento statico dell'albero e anche perché il calcolo, in questo caso, risulta conservativo rispetto al calcolo basato sulla teoria di Sines.

(Nel caso di utilizzo della normativa FKM per i dettagli si rimanda al testo della norma).

ECDM - Fatica 113

$$\sigma_{D-1}^C = \frac{C_L \cdot C_S \cdot C_F}{K_f} \sigma_{D-1}^b \quad \text{?} \quad N, M_f$$

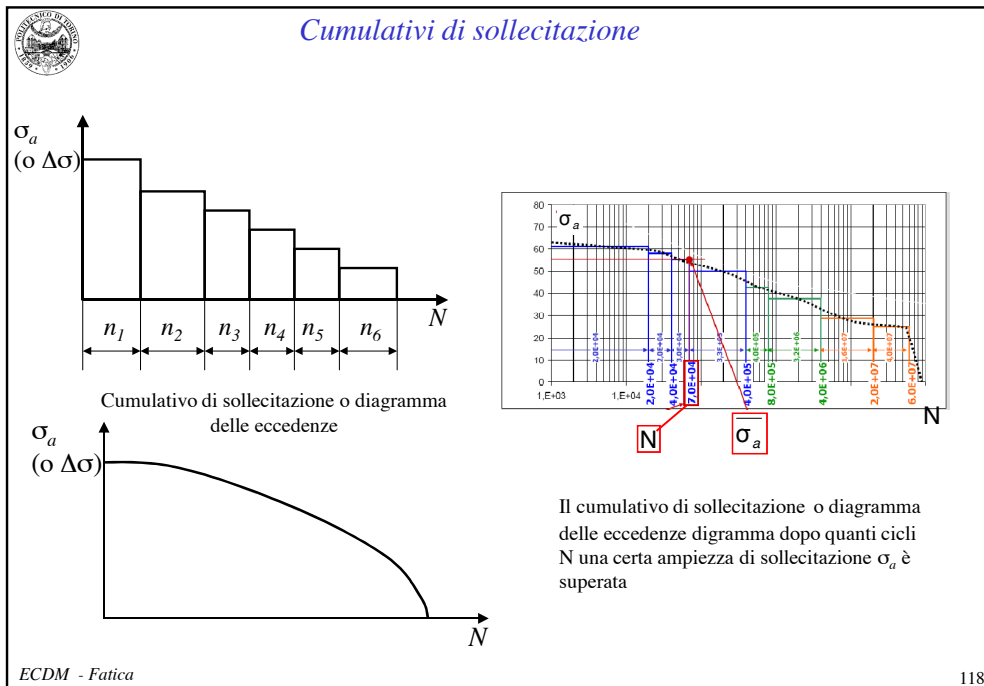
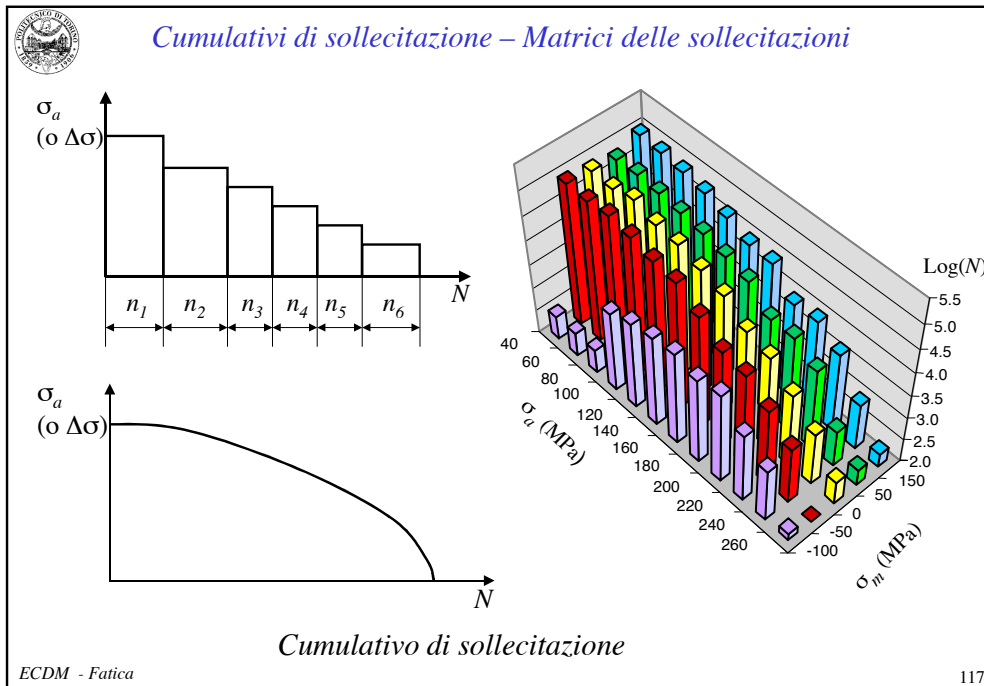
L'approccio che interpreta il coefficiente di intaglio come un elemento di riduzione della resistenza del materiale a fatica incontra limiti severi quando lo stato di tensione non è indotta da un tipo di carico univoco.

Nel caso ad esempio di una **flessione rotante associata ad un effetto di trazione** e compressione si crea **il dilemma su quale  $K_f$  porre a denominatore, ma anche di quali coefficienti adottare a numeratore**. Talora e in via cautelativa si calcola il valore del limite di fatica per il caso di flessione e per quello di trazione e compressione, utilizzando poi come termine di paragone per la verifica il minore tra i due. Si tratta comunque di una approssimazione.

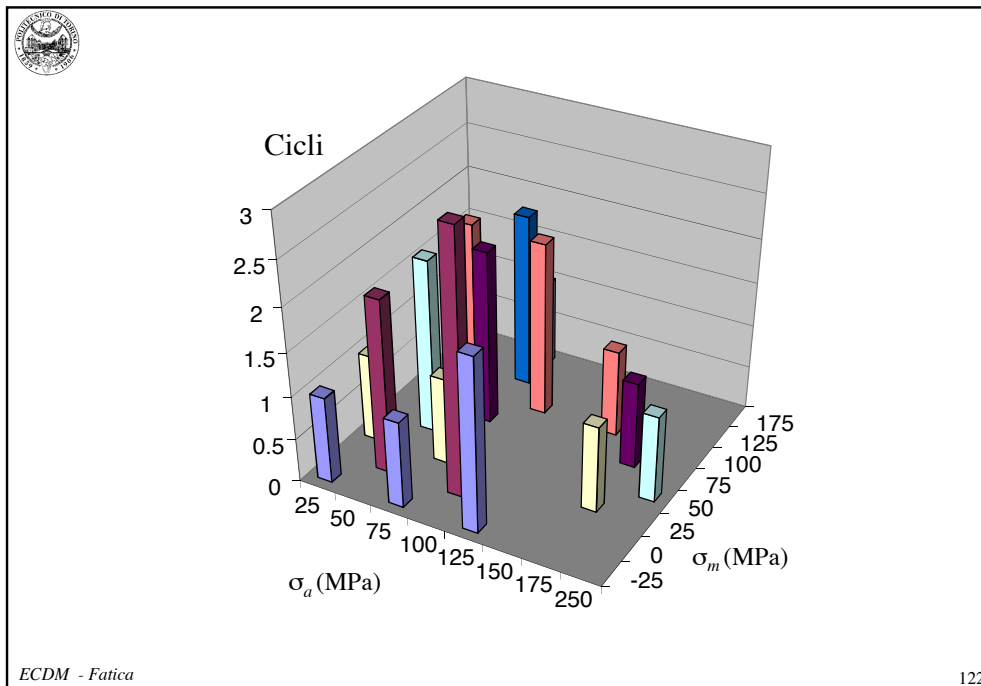
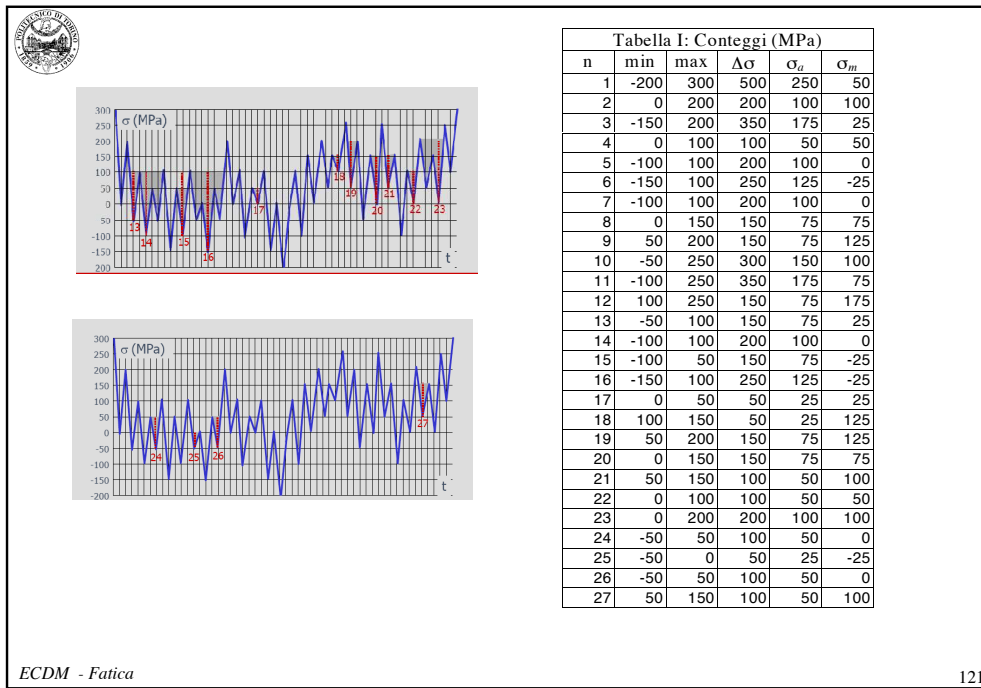
In questo senso mantenere il coefficiente di intaglio come peggiorativo della condizione di sollecitazione permette di distinguerne i contributi nelle varie tipologie di carico, così come ad esempio indicato dalla FKM:

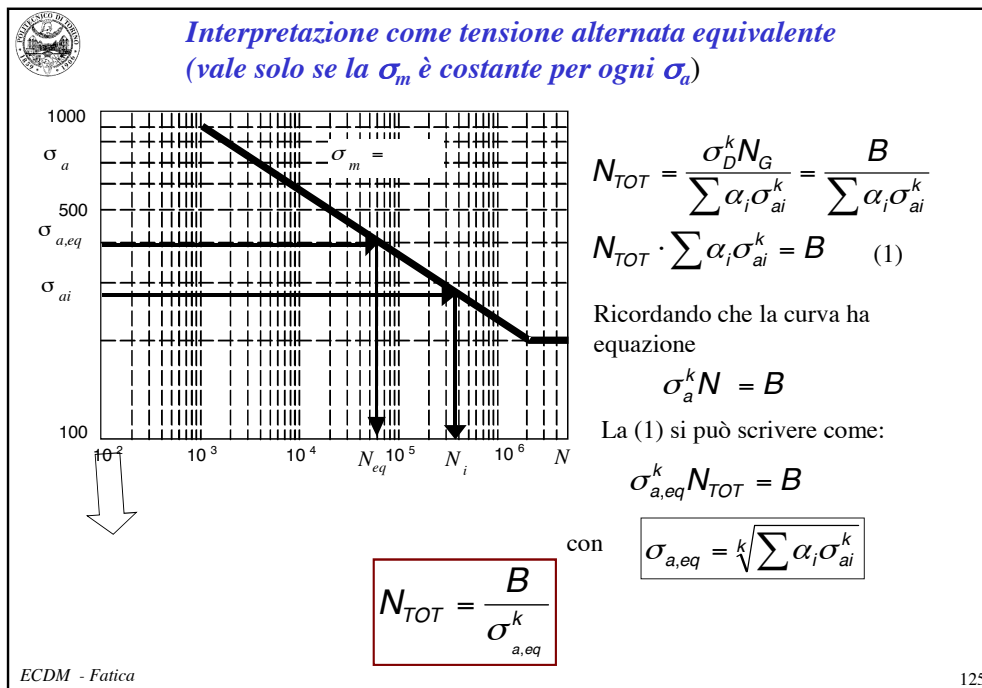
$$\sigma_{a,eq,eff} = \sqrt{(\sigma_{a,nom}^{tc} K_f^{tc})^2 + (\sigma_{a,nom}^b K_f^b)^2} + 3(\tau_{a,nom}^t K_f^t)^2$$

ECDM - Fatica 114











Politecnico di Torino  
Dipartimento di Ingegneria  
Meccanica e Aerospaziale

*Elementi di Costruzione e Disegno di Macchine*  
Prof. Teresa Berruti (I corso) e  
Prof. Eugenio Brusa (II corso)

**M** – Il motore genera **la potenza**, **U** – L'utilizzatore riceve **la potenza**, ma potrà vederla trasmessa con una **coppia** in ingresso e una **velocità angolare** diverse dal motore, a parità di prodotto tra le due (stessa potenza)

che si sviluppa come **coppia** in uscita all'albero motore ad una certa **velocità angolare**

Motore    giunto    supporti    giunto    utilizzatore

**1** – Per inviarla all'utilizzatore U si impiega una **linea** oppure un **albero rotante detto “di trasmissione”**. Un **giunto** (1) collega albero e motore. Esso può essere chiamato a risolvere problemi di **allineamento**, fungere da elemento sacrificabile in caso di **guasto con rischio** di ripercussione sul motore (come un ‘fusibile’), contenere le **vibrazioni** della linea/albero di trasmissione sul lato motore oppure su quello utilizzatore, regolarizzare la velocità di **rotazione**

**2 e 3** – L'albero per ruotare deve essere collegato al suolo da **supporti** che ne permettano la rotazione che appunto svolgono il ruolo di **vincoli** sui quali scaricare le azioni alle quali l'albero è assoggettato.

ECDM - Sistemi, assi e alberi 3

### Il concetto di “sistema”

- Si pone pertanto il problema di:
  - Determinare la configurazione di massima del sistema e definirne i vari elementi componenti
  - Attribuire a ognuno le proprie funzioni
  - Dimensionare correttamente in termini di resistenza, durata a fatica e deformabilità ogni elemento
  - Prevenire problemi di funzionamento
  - Curare la compatibilità dei vari componenti nonché la possibilità di assemblare tra loro le parti per realizzare l'insieme che costituirà la macchina o parte di essa.

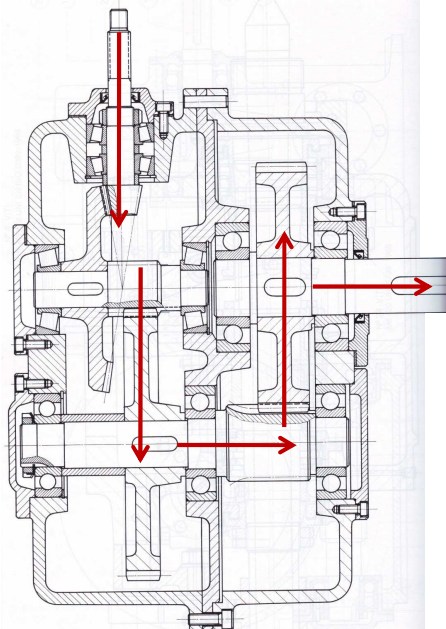
ECDM - Sistemi, assi e alberi 4

ECDM – Fatica  
Autori: T.Berruti, E.Brusa  
Settembre 2012



In base ai raggi delle ruote dentate faccio variare la velocità dell'albero facendo variare la coppia


Cuscinetti di vario genere in base allo sforzo che deve sostenere



La scelta della configurazione risponde ad esigenze di:

- funzionalità, che possono prevedere anche che il moto debba trasmettersi tra direzioni diverse e angolate tra loro (ruote dentate);
- più cambi di direzione e di velocità (operati da contatti);
- **compattezza** e contenimento degli ingombri
- **semplicità** e linearità del **disegno** costruttivo (razionalità pur nella complessità del sistema).

ECDM - Sistemi, assi e alberi 7



Le considerazioni finora fatte rendono il caso degli alberi di trasmissione paradigmatico per la presentazione delle metodologie di calcolo e disegno di macchine e motivano un primo studio dedicato, nell'ambito del corso al dimensionamento / verifica di:

- assi e alberi
- ingranaggi (con elementi di teoria del contatto)
- cuscinetti e supporti
- collegamento mozzo – albero
- giunti
- collegamenti smontabili...

che saranno qui di seguito sviluppati, a livello di teoria, calcolo, rappresentazione, anche nella Relazione Tecnica.

ECDM - Sistemi, assi e alberi 8



Il momento torcente  
conta a fatica nella  
tensione tangenziale  
media

**ALBERI**

Assale automobilistico posteriore Jeep CJ2A  
(<http://www.thecj2apage.com/om10.html>)

Esempio di albero soggetto al momento torcente  
trasmesso tra ruota dentata e puleggia

<http://www.yjdriveshaft.com>

<http://www.aalcar.com/library/2003/ic60340.htm>

ECDM - Sistemi, assi e alberi 11

momento flettente  
massimo che mi  
rispettavo nelle travi in  
statica possono variare in  
dinamica a causa di un  
taglio che è una  
concentrazione di sforzi

Se si evidenzia l'albero in alcuni esempi, si nota come sia richiesto che  
la sua sezione vari in modo molto articolato lungo il suo asse per  
consentire il collegamento e l'assemblaggio dei vari organi, nonostante i  
problemi di intaglio che ne derivano.

albero

Sede Perno Fusto Sede Fusto Perno  
intermedio estremità

ECDM - Sistemi, assi e alberi 12



I cuscinetto può essere approssimato con i vari vincoli in base a quale movimento dovrebbe porre.

**Schematizzazione del sistema**

In una prima fase si cerca di schematizzare il sistema in una forma assimilabile allo studio delle travi vincolate già condotto in Fondamenti di Meccanica Strutturale.

Aspetto delicato è l'interpretazione delle condizioni di vincolo imposte dai dispositivi reali. Segue il calcolo delle caratteristiche di sollecitazione e l'identificazione delle sezioni più caricate.

ECDM - Sistemi, assi e alberi 15

Qualunque direzione diametrale si può usare come sezione per il calcolo della sezione principale. Questo è solo il caso della sezione circolare.

**Dimensionamento preliminare**

Di norma, secondo la schematizzazione precedentemente illustrata, si conoscono i carichi che devono essere sopportati dall'albero, gli accessori e gli organi di macchina che devono essergli applicati e le dimensioni di massima della parte statorica della macchina in cui deve operare. Si possono quindi tracciare i diagrammi di momento flettente  $M_f$  e di momento torcente  $M_t$  (indipendenti dalle dimensioni).

In particolare, se il calcolo del momento flettente viene effettuato su due piani di flessione ( $yz, xz$ ) tra loro disposti a  $90^\circ$  l'effetto totale è valutato come:

$$M_f = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

Per definire le dimensioni di massima della sezione trasversale si utilizza una ipotesi di rottura (es.: Tresca, per i materiali duttili):

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{M_f}{W_f}\right)^2 + 4\left(\frac{M_t}{W_t}\right)^2}$$

ECDM - Sistemi, assi e alberi 16

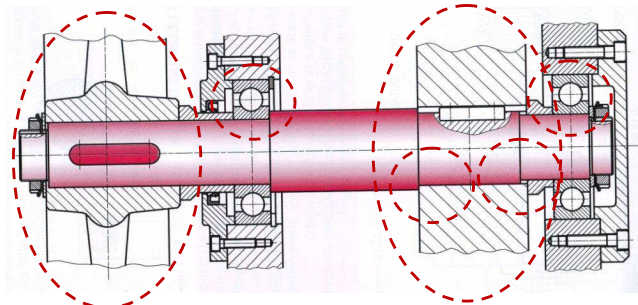


Gli spallamenti devono essere fatti di un diametro in cui esiste il cuscinetto



### *Disegno della struttura*

In base a quanto calcolato in precedenza viene disegnato l'albero, compresi i raggi di raccordo e le indicazioni per le finiture superficiali; contestualmente si scelgono i cuscinetti, che influenzano la determinazione del diametro dell'albero e del raggio di raccordo degli spallamenti (riportati proprio sul catalogo dei cuscinetti). Così pure, nel caso di ruote dentate, pulegge e volani, si determinano le relative geometrie per poterle confrontare e rendere compatibili con quelle dell'albero stesso.



ECDM - Sistemi, assi e alberi

19

Non deve ne flettersi troppo ne torcersi come uno strofinaccio

Tendo sempre ad avere verifica a snervamento perchè tendo ad usare materiali duttili



### *Calcoli di verifica per il dimensionamento finale*

Devono essere effettuate le verifiche:

**statiche** (a rottura e a snervamento, nei materiali duttili)

**a rigidezza** (spostamenti massimi e rotazioni)

*per le quali non è tanto utile modificare il materiale nell'ambito di una stessa classe, come nel caso degli acciai, quanto piuttosto la geometria dell'albero*

**a fatica**

*ove grande importanza ha la forma del componente nei suoi vari intagli, lo stato di finitura e i trattamenti superficiali, talora quasi di più che il materiale selezionato*

**di risposta dinamica** (risonanze e velocità critiche e di soglia per l'instabilità dinamica) per la quale contano molto anche proprietà come lo smorzamento interno del materiale e dei supporti ]

A seguito di tali verifiche forma, dimensioni materiali e trattamenti sono univocamente determinati.

ECDM - Sistemi, assi e alberi

20

ECDM – Fatica  
*Autori: T.Berruti, E.Brusa*  
*Settembre 2012*



Politecnico di Torino  
Dipartimento di Ingegneria  
Meccanica e Aerospaziale

*Elementi di Costruzione e Disegno di Macchine*  
*Prof. Teresa Berruti (I corso ) e*  
*Prof. Eugenio Brusa (II corso)*

**TRASMISSIONE DEL MOTO  
TRAMITE INGRANAGGI**  
**dimensionamento preliminare**

Elementi di Costruzione e  
Disegno di Macchine

ECDM – Ruote dentate

1

*Trasmissione di potenza e di coppia tramite ingranaggi*

*Cilindriche, denti diritti, alberi paralleli*

*Cilindriche, denti elicoidali, alberi paralleli (azioni assiali)*

*Coniche, assi concorrenti*

*Vite senza fine e ruota, assi non paralleli nè concorrenti*

ECDM – Ruote dentate

[libro di testo]

2

ECDM – Ruote dentate  
Versione del 4/08/12, E.Brusa





Potenza  
 $P = Cw = Fv$



### Trasmissione di potenza e di coppia tramite ingranaggi

La trasmissione del moto avviene per *ingranamento* tra i denti a *profilo coniugato* delle due ruote, quindi per *contatto* tra superfici, attraverso il quale viene trasmessa la coppia dalla ruota che impone il moto (*conduttrice, motrice o pignone*), alla ruota che viene trascinata in rotazione, detta *condotta*.

A seconda delle condizioni di carico e della direzione degli alberi tra i quali si trasmette il moto le ruote utilizzate sono:

- Cilindriche
- Coniche
- Vite senza fine e ruota

e sono dotate di denti:

- Diritti
- Elicoidali

ECDM – Ruote dentate

5

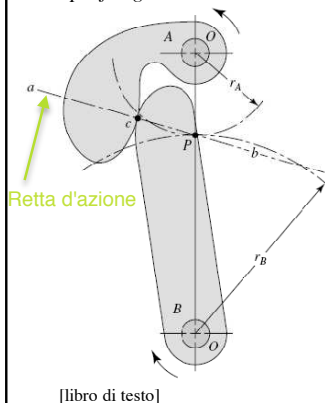
### Cinematica del contatto



### Azione coniugata tra i profili

Sapendo la cinematica del contatto saprò le tensioni e deformazioni che avrà il dente in modo tale da sapere se il materiale regge o meno

Esempio di trasmissione tra profili generici



[libro di testo]

- L'azione è coniugata se il rapporto delle velocità angolari è costante.
- Nel punto di contatto istantaneo  $C$  le superfici sono tangenti tra loro e le azioni si sviluppano lungo la direzione normale  $ab$ , comune ad entrambe.
- La retta  $ab$  è detta **retta d'azione** o di pressione.
- Essa interseca la congiungente tra i centri delle due ruote  $OO'$  nel punto  $P$ :
  - tutte le rette d'azione devono passare per  $P$  affinché il rapporto di trasmissione sia costante
  - $P$  è il punto di tangenza di due **circonferenze ideali (primitive)** che rappresentano il moto delle due ruote (tracciabili per  $P$  dai rispettivi centri  $O$  e  $O'$ ) con raggi primitivi  $r_A, r_B$ .

La congiungente deve sempre passare per i due centri delle ruote

ECDM – Ruote dentate

6



DESCRIZIONE RUOTE DENTATE

I due profili entrano in contatto in punti diversi rispetto ad un dente stesso.

La retta di contatto è quasi la tangente dei cerchi di base, un po' meno per precisione

*Il profilo ad evolvente di cerchio*

ab è la generatrice dell'evolvente di cerchio

- Nel caso delle ruote dentate l'elemento  $aPb$  corrisponde alla retta d'azione dei contatti tra le due ruote, normale alla superficie dei denti.
- Essa è assimilabile ad una fune avvolta e tesa su due circonferenze cosiddette di base, tangenti alla retta d'azione per definizione.
- Il punto indicato con  $g$  traccia idealmente le due evolventi sulle due ruote, mentre  $ab$  ne è la generatrice.

[libro di testo]  
ECDM – Ruote dentate

In genere per evitare saltellamenti ci sia sempre un dente in presa ancora prima che l'altro che era in presa si distacchi

*Il profilo ad evolvente di cerchio*

Proprietà interessanti di tale profilo sono:

- a) La velocità tangenziale delle due ruote in  $P$  è uguale, in assenza di strisciamento  $V = r_1 \omega_1 = r_2 \omega_2$
- b) Il rapporto delle velocità angolari è l'inverso del rapporto dei raggi:  
 $\omega_1 / \omega_2 = r_2 / r_1$
- c) Dato l'angolo di inclinazione della retta d'azione  $\Phi$ , detto *angolo di pressione*, il raggio di base è pari a:  $r_b = r \cos \Phi$  ( $\Phi$  è compreso tra  $20^\circ$  e  $25^\circ$ )

[libro di testo]  
ECDM – Ruote dentate



*Requisiti cinematici per la progettazione delle ruote dentate*

Normalmente nel progetto dell'accoppiamento tra due ruote:

- si fissa l'interasse tra le due ruote corrispondente alla somma dei diametri primitivi
- si definisce anche il rapporto tra le velocità delle due ruote, in termini di:
  - **rapporto di trasmissione:**  $\tau = \omega_{ruota} / \omega_{pignone} = d_{pignone} / d_{ruota} = z_{pignone} / z_{ruota}$
  - o **rapporto di ingranamento:**  $i = \omega_{pignone} / \omega_{ruota} = d_{ruota} / d_{pignone} = z_{ruota} / z_{pignone}$
- convenzionalmente **ruote esterne hanno il rapporto negativo** perché le velocità angolari sono discordi in verso, positivo quelle interne.

esterne

interne

*ECDM - Ruote dentate* [libro di testo] 13

devo avere lo stesso passo  
a le due ruote il che  
comporta di avere lo stesso  
stesso modulo

*Requisiti cinematici per la progettazione delle ruote dentate*

- I primi due requisiti chiariscono la relazione tra il diametro primitivo delle due ruote, fissato uno, l'altro è automaticamente definito. Il primo è scelto in funzione del diametro dell'albero sul quale va collegata la ruota.
- Il diametro primitivo è peraltro prodotto di modulo e numero dei denti.
- Si noti che il modulo è correlato al passo essendo  $m = p/\pi$ .
  - per evitare l'interferenza tra i denti delle due ruote e consentire un corretto ingranamento su un fianco, occorre che **il passo tra i denti sia lo stesso** sulle due ruote, pertanto che esse abbiano lo stesso modulo.

*ECDM - Ruote dentate* 14



*Modulo e numero di denti minimo*

I moduli sono, invece, definiti dalle normative, come numeri tendenzialmente interi.

**Passo diametrale (diametral pitch)**

Serie grossa	2, 2 $\frac{1}{4}$ , 2 $\frac{1}{2}$ , 3, 4, 6, 8, 10, 12, 16	[libro di testo]
Serie fine	20, 24, 32, 40, 48, 64, 80, 96, 120, 150, 200	

**Moduli**

Preferito	1, 1.25, 1.5, 2, 2.5, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 16, 20, 25, 32, 40, 50
Di uso comune	1.125, 1.375, 1.75, 2.25, 2.75, 3.5, 4.5, 5.5, 7, 9, 11, 14, 18, 22, 28, 36, 45

Il rapporto  $\lambda$  tra lo spessore del dente (larghezza di fascia) e il modulo è anch'esso oggetto di dimensionamento, anche se la prassi lo colloca tradizionalmente tra 9 e 14.



*Modulo, numero di denti e larghezza di fascia*

I tre valori di modulo, larghezza del dente e numero dei denti si possono scegliere nei limiti imposti dalle regole precedenti, solo introducendo il problema del calcolo a resistenza del dente che è soggetto sostanzialmente a due tipi di sollecitazione:

- Flessione a fatica per effetto della condizione di ingranamento
- Usura per contatto tra le superfici.

Tali verifiche necessitano dello studio della distribuzione dei carichi tra le ruote, a seconda del tipo e della dentatura.



Regolarizza il trasferimento della forza assiale da una ruota all'altra

Ruote coniche, con dentatura elicoidale e vite senza fine

*Ruote cilindriche con dentatura elicoidale*

<http://www.directindustry.it>

L'ingranamento si ottiene se pignone e ruota hanno elica destrorsa e sinistrorsa rispettivamente o viceversa, mai concorde.

Il contatto avviene prima in un punto, poi gradualmente si estende lungo una linea nello spessore del dente. Si presta a una migliore distribuzione del carico sui denti rispetto al caso dei denti diritti. Il profilo a evolvente è anche qui molto usato. Le forze di contatto tra i denti ha una componente assiale a differenza del caso dei denti diritti.

ECDM – Ruote dentate 21

lo un angolo d'avvolgimento caratteristico. La cinematica comanda la dentatura in ogni caso indipendentemente dalla geometria del rotismo

Ruote coniche, con dentatura elicoidale e vite senza fine

*Vite senza fine e ruota*

In questo caso la condizione di ingranamento è data dal fatto che l'angolo di avvolgimento dell'elica della vite senza fine sia complementare all'angolo dell'elica della ruota.

Il dimensionamento della vite segue alcune regole pratiche:

- il diametro primitivo della vite può essere arbitrariamente scelto, anche se deve essere correlato con il valore dell'interasse secondo formule pratiche (sul testo);
- si determina il passo della vite in funzione del numero dei denti;
- si determina l'angolo d'elica della vite in funzione del suo diametro.

ECDM – Ruote dentate 22



a forza TANGENZIALE asmette la coppia utile.  
a forza RADIALE è quella che carica maggiormente l'albero a flessione.  
a forza ASSIALE carica l'albero a trazione o compressione in modo tale da dover mettere un cuscinetto reggispira

*Determinazione dei carichi agenti sulle ruote dentate e sugli alberi*

Nelle ruote coniche si aggiunge un carico assiale sull'albero.

[libro di testo]

25

ECDM – Ruote dentate

*Determinazione dei carichi agenti sulle ruote dentate e sugli alberi*

Così pure nelle dentature elicoidali di ruote diritte e nell'ingranamento ruota-vite senza fine

[libro di testo]

26

ECDM – Ruote dentate



*Tipici danneggiamenti e rotture caratteristiche negli ingranaggi*

Figure 3. Fatigue Crack in Gear Tooth Root Fillet.

Comportamento statico e a fatica del dente per flessione

Worn Gear In Driveline  
BrokenPrinter.com

Comportamento ad usura e a fatica del dente per effetto del contatto

ECDM – Ruote dentate 29

colendo con la normativa  
la seguo mi spiega tutto  
ello che c'è prima.  
i fa anche da garanzia,  
si rompe un pezzo ma  
hai seguito tutta la  
ormativa allora te non sei  
unibile.

Componente meccanico in cui devo avere la normativa tecnica

*Procedura di dimensionamento e verifica di ingranaggi cilindrici a denti dritti*

FLESSIONE RUOTE CILINDRICHE  
A DENTI DIRITTI  
ANSI / AGMA 2001-D04

$$d_p = \frac{N_p}{F_d}$$

$$V = \frac{\pi d n}{12}$$

$W^t = \frac{33,000 H}{V}$  [o Eq. (a), Paragrafo 14-10]

$\sigma = W^t K_f K_m K_R K_T K_B$  Eq. (14-30)

Equazione della tensione di flessione Eq. (14-15)

Tabella sottostante

$\sigma_{all} = \frac{S_f Y_N}{S_F K_T K_B}$  Eq. (14-17)

Equazione della resistenza a fatica flessionale Eq. (14-17)

Coefficiente di sicurezza a flessione Eq. (14-41)

$$S_F = \frac{S_f Y_N}{(K_T K_B) \sigma}$$

Secondo normativa (ad es.: AGMA – ISO)

Flessione del dente

Resistenza a fatica con tutti gli effetti

Calcolo del coefficiente di sicurezza a fatica

ECDM – Ruote dentate 30



*L'interpretazione approssimativa della teoria della trave*

In questo senso il più classico approccio che introduce il problema del calcolo a flessione, riportato da molti testi, è quello di **W.Lewis** che, in primissima battuta, considera il dente come trave incastrata alla circonferenza di piede della ruota, di lunghezza  $l$ , che suppone caricato dalla forza nel punto di contatto più lontano dalla radice del dente (caso peggiore) e dalla componente della forza tangenziale, responsabile della flessione del dente nel piano della figura, nell'ipotesi peggiore che solo una coppia di denti sia in presa.

(libro di testo – NB: per una più intuitiva comprensione sono stati adattati alcuni simboli).

Schematizzo con una trave a mensola anche se dovrebbe essere snella e con sezione costante da principio di De Saint Venant

La forza non è vero che è sempre applicata alla fine del dente ma si muove in base a come si muove la ruota. È messa lì xk ha il raggio massimo rispetto alla base e quindi momento flettente massimo.

ECDM – Ruote dentate 33

*L'interpretazione approssimativa della teoria della trave*

Secondo la teoria della trave elementare studiata in *Fond. Mecc. Strutt.* e il sistema di riferimento allora utilizzato, la tensione normale massima che si sviluppa per flessione del dente nella direzione del suo asse di simmetria frontale vale nella sezione indicata da  $a$ :

$$\sigma_{zz,max} = M y_{max} / I_{xx} = F_t \cdot l \cdot t / 2 / I_{xx}$$

con  $I_{xx} = b \cdot t^3 / 12$  quindi

$$\sigma_{zz,max} = 6 F_t \cdot l / b t^2$$

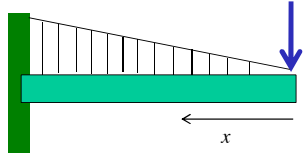
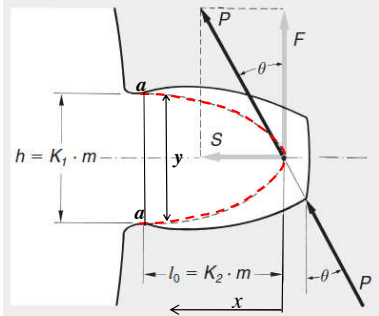
Lo spessore del dente lavora come sezione trasversale

ECDM – Ruote dentate 34





*L'interpretazione approssimativa della teoria della trave*

6. Se si esplicita il valore del modulo normale  $m_n$ :

$$\sigma_{zz, max} = \frac{6 \cdot F \cdot l_0}{b \cdot h^2} = \frac{6 \cdot F \cdot \frac{l_0}{m_n^2}}{b \cdot \left(\frac{h}{m_n}\right)^2} = \frac{F}{b \cdot m_n} \cdot y_{Lw} = \frac{F}{b \cdot m_n \cdot Y}$$

Quindi la tensione massima viene ora correlata al modulo del dente,  $m_n$ , e ad un parametro tabulato, che Lewis indicò come  $y_{Lewis}$ . Per praticità il suo reciproco, detto  $Y$ , è direttamente tabulato:

Numero di denti	Y	Numero di denti	Y
12	0.245	28	0.353
13	0.261	30	0.359
14	0.277	34	0.371
15	0.290	38	0.384
16	0.296	43	0.397
17	0.303	50	0.409
18	0.309	60	0.422
19	0.314	75	0.435
20	0.322	100	0.447
21	0.328	150	0.460
22	0.331	300	0.472
24	0.337	400	0.480
26	0.346	Dentiero	0.485

*ECDM – Ruote dentate*

Coeff. di Lewis, in america è sotto ma comunque nascondono sotto la stessa cosa

Nel parametro è anche inserito il coefficiente dovuto all'intaglio ma è solo stato inserito dopo dalla normativa perchè Lewis non ci aveva pensato

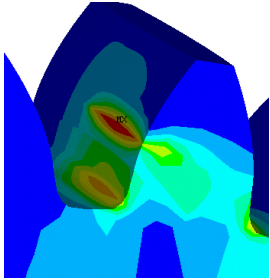

Non sappiamo calcolare il valore della sigma per la distribuzione sull'evolvente di cerchio ma approssimando il momento flettente costante su tutta la superficie arrivo ad una distribuzione delle sigma come la parabola rossa e trovo che il punto "a" è quello maggiormente sollecitato come si poteva aspettare dal calcolo della trave a mensola

*Commento alla formulazione semplificata della teoria della trave*

Com'è evidente le varie assunzioni che stanno alla base dell'approccio di Lewis rendono questa stima della tensione nel dente del tutto convenzionale e per nulla realistica, specie se si considerano:

- l'intaglio al piede del dente
- i carichi dinamici
- la geometria reale delle dentature in tutte le tipologie di ruote utilizzate.

Le normative la utilizzano come tensione convenzionale, per poi apportare varie correzioni, tramite coefficienti tabulati o diagrammati e avvicinarsi così alla situazione reale.

*ECDM – Ruote dentate*



Tale tensione affaticante viene confrontata con la resistenza del materiale, espressa tramite una tensione ammissibile di fatica:

$$\sigma_{amm,FATICA} = \frac{\sigma_{FP}}{S_F} \frac{Y_N}{Y_\theta Y_Z}$$

Resistenza a flessione a fatica

Tensione ammissibile a fatica

Coefficiente di sicurezza a fatica

Correzione per numero di cicli

Correzione per livello di affidabilità

Correzione per la temperatura

perchè la sigma sale se si riducono i cicli allora devo incrementarla

[Unità di misura Sistema S.I.; lunghezze in mm]

ECDM – Ruote dentate 41

Questa teoria è per il contatto statico

A parità degli altri simboli, nel caso del contatto e della verifica ad usura del materiale:

$$\sigma_{max,USURA} = Z_E \sqrt{F_t K_0 K_v K_s K_H Z_R} \frac{1}{bd_1 Z_l}$$

Forza tangenziale

Coefficiente geometrico di resistenza al pitting

Effetto elastico

Stato superficiale

Diametro primitivo del pignone

[Unità di misura Sistema S.I.; lunghezze in mm]

ECDM – Ruote dentate 42