



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1359

ANNO: 2014

A P P U N T I

STUDENTE: Griseri

MATERIA: Fisica e Materiali per Tecnologie Avanzate,
Prof.Giorgis_Descrovi_Allia

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

(DESCRIVI)

1

- EQUAZIONI DI MAXWELL SENZA SORGENTI (VUOTO)

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \nabla \times \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\nabla \times (\nabla \times) = \nabla(\nabla \cdot) - \nabla^2$$

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = - \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \vec{B}$$

$$\left[\nabla^2 \vec{E} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \right] \quad v^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}$$

onde em.

- Cal d'Alambertiano $\square = \nabla^2 - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$

$$\square \vec{E} = 0$$

- Ci concentreremo sempre sulla componente singola di $\vec{\Psi}$, un campo (tipicamente elettrico).

$\vec{\Psi}(\vec{r}, t) \rightarrow E_i$ ($= B_i$) - Onde piane

$$\vec{\Psi}(\vec{r}, t) = \Psi_0^+ e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} + \Psi_0^- e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

$$\frac{\omega}{k} = v_f$$

$$|B| = \frac{|E|}{c}$$

~~$$\vec{S} = \epsilon_0 \mu_0 \vec{E} \times \vec{B}$$~~

$$\vec{S} = \epsilon_0 c^2 \vec{E} \times \vec{B}$$

$$|\vec{S}| = \epsilon_0 c E^2$$

$$\langle |\vec{S}| \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2 \Rightarrow \text{INTENSITA'}$$

- Onde sferiche:



Hanno anche loro k e ω , ma k e ω non sono vettori

$$\Psi(\vec{r}, t) = \frac{\Psi_0}{r} e^{i(kr - \omega t)}$$

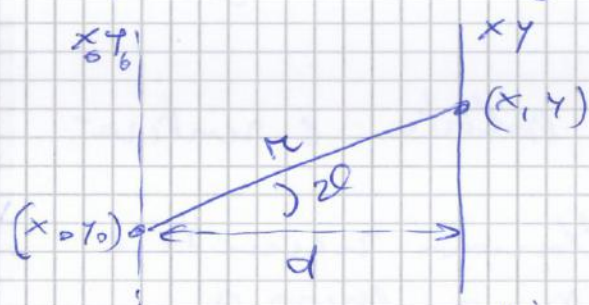
- Studiamo i due contributi

3

$$\Psi = -\frac{1}{2\pi} \left\{ \iint dx_0 dy_0 \Psi_0 ik \frac{d}{r^2} e^{ikr} - \iint dx_0 dy_0 \Psi_0 \frac{1}{r} \frac{d}{r} \frac{e^{ikr}}{r} \right\}$$

onda sferica

È come considerare tutti i punti si parrebbero come sorgenti di onde sferiche con ampiezza Ψ_0 (Principio Huygens)



$\frac{d}{r} = \cos \vartheta$] FATTORE GEOMETRICO

↳ Come fattore peso fa sì che contribuisce di più gli (x, y) più vicini alla (x_0, y_0) sorgente presa in considerazione o quello step di integrazione (Huygens non ne tieneva conto)

- Il fattore peso $\frac{e^{ikr}}{r^2}$ del secondo integrale fa riferimento all'energia dell'onda sferica

$$|\vec{S}| = \epsilon_0 c |\vec{E}|^2 \Rightarrow E = A \frac{e^{ikr}}{r} \Rightarrow |E|^2 \propto \frac{1}{r^2}$$

→ Ma se avessi un campo che va come $E \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow |E|^2 \propto \frac{1}{r^4}$ troppo!

Se integri su tutta la superficie non trovo l'energia di parhensura ma molto meno
 ↳ È energia che rimane confinata (CAMPO EVANESCENTE) → il secondo

$$\ddot{\vec{p}}^2 = \left(\frac{d^2}{dt^2} p(t) \right)^2 = e^2 |a(t)|^2$$

Piuttosto che usare $\ddot{\vec{p}}^2$ usero $\langle \ddot{\vec{p}} \rangle$ (è meno complicato)

$$\ddot{\vec{p}}^2 = e^2 |\ddot{\vec{a}}|^2 = e^2 \left(\frac{eE}{m} \right)^2$$

$$\sigma_e = \frac{\mu_0 (e^2 E)^2}{6 \pi c^2 m^2} \cdot \frac{1}{\epsilon E^2} = \frac{8}{3} \pi r_0^2$$

] SEZIONE D'URTO THOMPSON

$$r_0 = \frac{1}{mc^2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$$

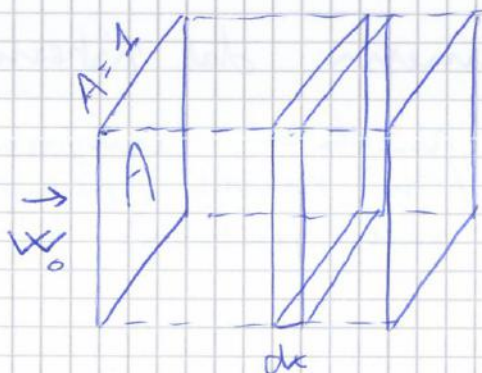
] RAGGIO CLASSICO DELL'ELETTRONE

Se considero un gas di elettroni con densità n mi chiedo quanto varia l'energia (diffusa)

⇓ viene da

$$mc^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0}$$

↓
Raggio necessario ad avere mc^2 di energia puramente elettrostatica (in una sfera)



$\Delta N = n dx$ Coimvolti

$$dW = -n dx \cdot \underbrace{W(x)}_{\text{resistenza}} \cdot \Delta_e$$

$$W(x) = W_0 e^{-m c x}$$

Non è fatta quella che ricavo perché ogni elettrone

viene ← → + $W(x)$ mirinatore

- Ma gli elettroni sono legati ai nuclei e non possono perdere troppa energia

→ Il modello a molla è pessimo!

- Perdendo così energia non potrebbe oscillare con frequenza propria!
- Bisogna introdurre un termine dissipativo nell'eq. del moto $m\ddot{x} = -dx$
- Quando c'è risonanza smorzata si definisce fattore di qualità

$$Q = \frac{W}{\frac{dW}{dt}}$$

→ energia immagazzinata

→ rate di perdita di energia al variare della (frequenza · t) } Energia scambiata per radiazione

$$\frac{dW}{dt} = \left| \frac{dW}{dt} \right| \frac{dt}{dt} = \left| \frac{dW}{dt} \right| \frac{1}{\omega}$$

$\varphi = \omega t$ (fase)
 $d\varphi = \omega dt$ → sinusoidi

$$Q = \frac{W}{\left| \frac{dW}{dt} \right|} \cdot \omega$$

- Se perdo una certa energia in un tot di tempo avrò un factor di qualità crescente con ω !

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{\omega}{Q} W$$

$$W(t) = W_0 e^{-\frac{\omega}{Q} t}$$

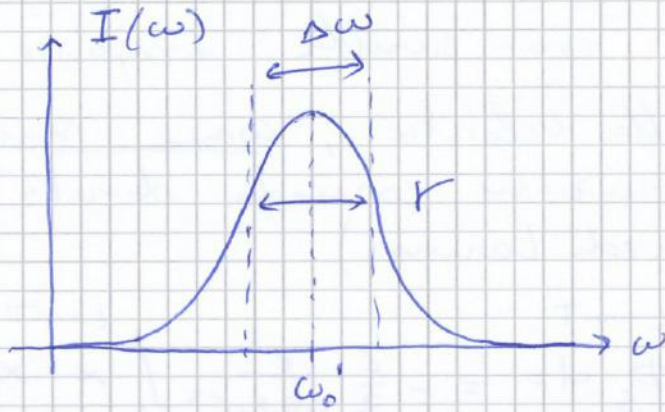
- Per il nostro sistema si deriva a mostrare che

$$Q = \frac{3}{4\pi} \frac{\lambda}{r_0} \quad \lambda = cT \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad (\text{provare})$$

- Reintroduco l'eq. del moto con il termine dissipativo

$$m\ddot{x} + dx - m\gamma\dot{x} = 0$$

conviene fattorizzare la massa



9

- Data la relazione vista prima

$$x(t) = x_0 e^{-\frac{\omega}{Q} t} \quad \text{e} \quad x \propto e^{-\gamma t}$$

→ $Q = \frac{\omega}{\gamma}$ (giusto, le perdite fanno male al fattore di qualità)

- Quello che abbiamo ricavato è un fenomeno macroscopico, γ sarà dovuto a diversi fenomeni dissipativi.

- Dall'algebra si vede anche $T \sim \frac{Q}{\omega}$
e $\Delta\omega \propto \gamma$ ($\Delta\omega = \omega_0 - \omega_0'$)

- Ora ritorniamo al sistema oscillante che viene eccitato (forzato) dall'onda elettromagnetica:

- **DIFFUSIONE** (elettrone \leftrightarrow onda em.)

$m\ddot{x} = -m\omega_0^2 x$] Forza di richiamo elastica

(+) $-m\gamma\dot{x}$] Dissipazione

(+) $+eEe^{-i\omega t}$] Forzante (campo elettrico)

(+) f_r] Vedi il campo localmente

↳ $E = E_0 e^{i\omega t}$
e non la variazione spaziale

↳ perché è localizzato
Dovuto al fatto che posso eccitare a freq. diverse da ω_0 e dissiparsi lo stesso (oscillo lo stesso)

- Derivando dalla $x(t)$ trovata:

11

$$\langle \Phi_s \rangle = \frac{\mu_0}{12\pi c} \ddot{P}_0^2 = \frac{1}{12\pi \epsilon_0 c^3} \frac{e^2}{m^2} E_0^2 \frac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \Gamma^2}$$

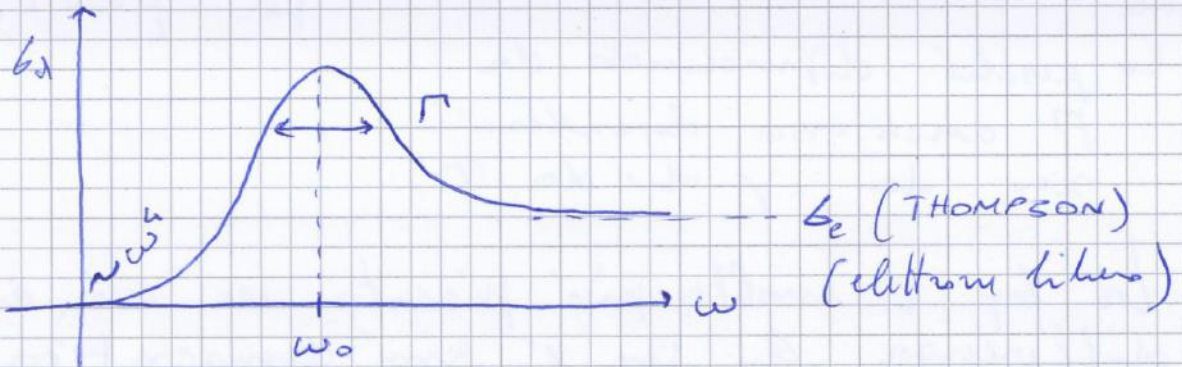
- SEZIONE D'URTO DI DIFFUSIONE:

Ricorda il termine Lorentziano

$$\sigma_d = \frac{\langle \Phi_s \rangle}{\frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2} = \frac{8}{3} \pi r_0^2 \left(\frac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \Gamma^2} \right)$$

(SEZIONE D'URTO DI RAYLEIGH)

potenza ricevuta



$$\sigma_d^{dis} = \frac{8}{3} \pi \left(\frac{r_0}{2\pi} \right)^2 \frac{\gamma^{12}}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

$$\sigma_d^{max} = 6\pi \left(\frac{r_0}{2\pi} \right)^2 \cdot \left(\frac{\gamma'}{\Gamma} \right)^2$$

- I modi di risonanza degli elettroni sono dovuti ai diversi livelli energetici

- Energia trasferita: (dall'onda)

$$\int_t^{t+mT} e E \cdot v dt = e \int_t^{t+mT} E_0 \cdot \ddot{x} \cdot e^{-i\omega t} dt = \dots$$

Bisogna prendere $Re\{\ddot{x}(t)\}$

$$Re\{\ddot{x}(t)\} = \frac{e}{m} E_0^2 \frac{(-\omega(\omega_0^2 - \omega^2)\sin\omega t + \omega^2 \Gamma \cos\omega t)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \Gamma^2 \omega^2}$$

- RETICOLI CRISTALLINI / SOLANTI

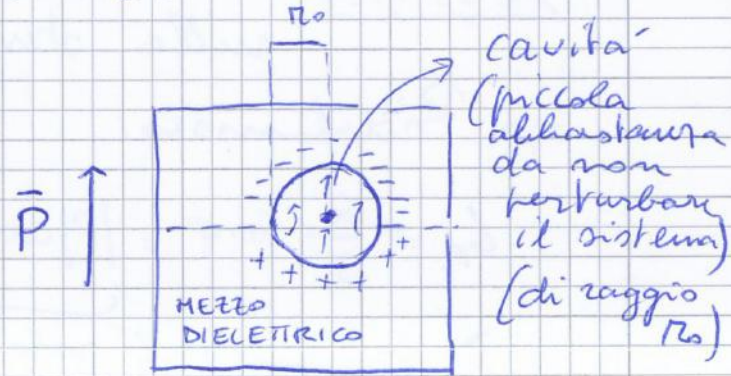
- Se considero affetti che si estendono a distanze di centinaia di celle elementari posso utilizzare l'approssimazione del continuum di materia.
- Se mi metto a distanze inferiori alla cella devo considerare solo lo ione
- Devo mettermi in una via di mezzo per trattare effetti locali estendibili a tutto il campione
- Si usano le teorie del campo locale:
 - Tolgo uno ione e rinvio la sovrapposizione in quel punto di E esterno più tutte le altre polarizzazioni (κ e isolante):

- VETTORE DI POLARIZZAZIONE:

$$|\bar{P}| = \frac{1}{V} |\bar{P}| = \frac{[C]}{[m^3]}$$
 (risultante macroscopica)

$$= \frac{1}{V} \sum_i p_i$$
 (somma singole p_i)

Prendo nella cavità una superficie infinitesima ds da cui esce un



campo

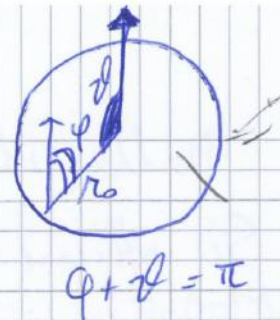
$$d\bar{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q ds}{r^2} \cdot \hat{r}_n$$

$q_p =$ cariche di polarizzazione



- Tutti i vettori \hat{r}_n sono radialmente puntati verso il centro della cavità
- Ne risulterà una sola componente verticale (per simmetria)

$$|\bar{E}| = \frac{P}{4\pi\epsilon_0} \int \cos^2\varphi \frac{2\pi r_0^2}{r_0^2} \sin\vartheta d\vartheta =$$



$$|\bar{E}| = \frac{P}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\pi \cos^2\varphi \cdot 2\pi \sin\vartheta d\vartheta$$

→ volume sfera
 → (nessa l'imbarazzo di avere ϵ_0)

$$\Rightarrow |\bar{E}| = \frac{P}{3\epsilon_0}$$

- Al centro della sferetta ho un campo complessivo

$$\bar{E}^* = \bar{E} + \frac{\bar{P}}{3\epsilon_0}$$

- Considero ora la cella elementare come volumetto
 → a seconda del tipo di base

$$\bar{P}(\bar{R} + \bar{d}) + q \cdot \bar{u}(\bar{R} + \bar{d}) = \epsilon_0 E^*$$

$\bar{d} \ll \bar{R}$ spostamento relativo POLARIZZABILITÀ

→ Posizione specifica dentro la cella

- Voglio sommare su tutti i \bar{d} dentro la cella per trovare $\bar{P}(\bar{r})|_{\bar{r} \approx \bar{R}}$

$$\bar{P}(\bar{r})|_{\bar{r} \approx \bar{R}} = \frac{1}{V_{cell}} \sum \left[\bar{P}(\bar{R} + \bar{d}) + q \cdot \bar{u}(\bar{R} + \bar{d}) \right]$$

- E' una media sulla cella

$$E^*(\bar{r}) = \bar{E}(\bar{r}) + \frac{\bar{P}(\bar{r})}{3\epsilon_0} \quad \bar{P}(\bar{r}) = \frac{\alpha}{V} \epsilon_0 E^*(\bar{r})$$

$$\bar{P} = \frac{\frac{\alpha}{V} \epsilon_0 \bar{E}}{1 - \frac{\alpha}{3V}}$$

- Si ottiene \vec{r}_0

$$\vec{r} = \text{Re} \left\{ - \frac{e E_0 e^{-i\omega t}}{Z_m(\omega_0^2 - \omega^2)} \right\}$$

$$\omega_0 = \frac{k}{m}$$

$$\vec{p} = \text{Re} \left\{ \vec{p}_0 e^{-i\omega t} \right\}$$

$$\vec{p}_0 = Ze \vec{r}_0$$

ci vorrebbe il termine dissipativo per rendere l'infinito

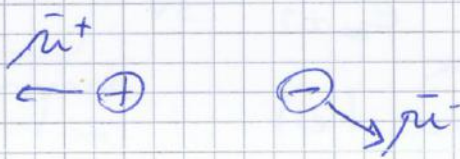
$$\vec{p} = \frac{d^{at}}{v} \epsilon_0 \vec{E}^*$$

$$\Rightarrow d^{at} = \frac{Ze^2}{\epsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2) + (\Gamma)}$$

- le ω_0 corrispondono alle transizioni elettroniche, tipicamente $\hbar\omega_0 \sim 10\text{eV}$ (UV)

- Vedremo che le ω_0 dovute all'attivarsi di d^{dis} (eccitazioni fononi) sono (IR)

Base biatomica



$$\vec{w} = \vec{r}^+ - \vec{r}^- \quad \left[\begin{array}{l} \text{Spostamento} \\ \text{relativo} \end{array} \right]$$

$$\vec{p} = q \vec{w}$$

$$\begin{cases} M_+ \ddot{r}_+ = -k(r_+ - r_-) + e \vec{E}^* \\ M_- \ddot{r}_- = -k(r_- - r_+) - e \vec{E}^* \end{cases}$$

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{M^+} + \frac{1}{M^-}$$

$$\ddot{w} = \frac{q}{M} \vec{E}^* - \frac{k}{M} w \quad \vec{p} = q w$$

- Si arriva con un procedimento analogo a prima:

$$d^{dis} = \frac{q^2}{\epsilon_0 M (\omega^2 - \omega_0^2)}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M}} \ll \omega_0$$

Massa ionica non elettronica $\Rightarrow d^{dis} \ll d^{at}$

$$\bar{D} = \epsilon_0 \bar{E} + \bar{P} = \epsilon_0 \epsilon_r \bar{E}$$

19

- Se la frequenza di variazione di P gli dà un comportamento di dimensioni simili alla ϵ_r , il P medio sarà nullo

- Manteniamo un andamento armonico

$$\begin{pmatrix} \bar{D} \\ \bar{E} \\ \bar{P} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{D}_0 \\ \bar{E}_0 \\ \bar{P}_0 \end{pmatrix} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \quad \left. \vphantom{\begin{pmatrix} \bar{D} \\ \bar{E} \\ \bar{P} \end{pmatrix}} \right\} \begin{array}{l} \text{materiale} \\ \text{isotropo} \end{array}$$

- Se impongo $\nabla \cdot \bar{D} = 0$ ho due alternative:

I $\bar{D} = 0$ oppure $\bar{D}, \bar{E}, \bar{P} \perp \vec{k}$
ortog

Perché devo avere $\vec{k} \cdot \bar{D} = 0$

II Per imporre $\nabla \times \bar{E} = 0$ ottengo due:

$\bar{E} = 0$ oppure $\bar{D}, \bar{E}, \bar{P} \parallel \vec{k}$

- Dato che I e II devono valere contemporaneamente, mi interessano i due casi

$\bar{D} = 0, \bar{E}, \bar{P} \parallel \vec{k}$] MODI LONGITUDINALI DI OSCILLAZIONE $\left[\begin{array}{l} \bar{E} = -\frac{P}{\epsilon_0} \\ E_x = 0 \end{array} \right.$
Non ci interessano quando $\omega = \omega_L$

perché non riguardano la generazione di oscillazioni da parte di onde em. incidenti (che sono trasversali); quindi:

$\bar{E} = 0, \bar{D}, \bar{P} \perp \vec{k}$] MODI TRASVERSALI DI OSCILLAZIONE

- Si ottiene $\epsilon = \infty$ quando $\omega = \omega_T$
 (bisogna avere $\epsilon_0 \epsilon_r \neq 0 = D$ finito)

- le due rette di asintoto e tangente ① e ② hanno coefficienti

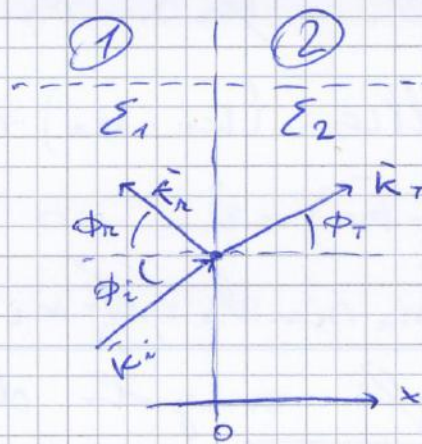
$$\textcircled{1} = \frac{kc}{\sqrt{\epsilon_0}} = kv_f \quad \textcircled{2} = \frac{kc}{\sqrt{\epsilon_0}}$$

- la propagazione trasversale avviene in quelle regioni, cioè quando la dispersione è lineare con k

- Interfaccia tra due mezzi

$$\epsilon(\omega) = \frac{k^2}{\omega^2} c^2$$

$$k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon} = \frac{\omega}{c} n$$



- Scriviamo onde piane incidenti e riflesse

$$\bar{E}_i = \bar{E}_{0i} \cos(\omega_i t - \bar{k}_i \cdot \bar{r}) \quad \bar{E}_r = \bar{E}_{0r} \cos(\omega_r t - \bar{k}_r \cdot \bar{r})$$

$$\bar{E}_T = \bar{E}_{0T} \cos(\omega_T t - \bar{k}_T \cdot \bar{r})$$

- I punti all'interfaccia non possono oscillare con fasi diverse, perché le tre onde coesistono in quei punti

⇒ Impone che le tre onde abbiano la stessa fase nei punti di interfaccia

$$\Rightarrow \text{in } \bar{r} = 0 \quad \boxed{\omega_i = \omega_T = \omega_r = \omega}$$

~~...~~

$$E \forall t \text{ vale anche } \bar{k}_i \cdot \bar{r}_i = \bar{k}_r \cdot \bar{r}_r = \bar{k}_T \cdot \bar{r}_T$$

all'interfaccia si ha la POLARIZZAZIONE S

- Se il CE. è contenuto nel piano di incidenza si dice POLARIZZAZIONE P

- Sono due casi notevoli con cui costruisco una base di componenti

- Nel caso perpendicolare $E \perp P.i.$
PURAMENTE
 S

$$r_{\perp} = \frac{n_i \cos \theta_i - n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}$$

$$t_{\perp} = \frac{2n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}$$

- Nel caso parallelo $E \parallel P.i.$
PURAMENTE
 P

$$r_{\parallel} = \frac{n_t \cos \theta_i - n_i \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_t + n_t \cos \theta_i}$$

$$t_{\parallel} = \frac{2n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_t + n_t \cos \theta_i}$$

- Per le POTENZE (non più rapporto di ampiezze)

- RIFLETTANZA

$$R = \frac{P_r}{P_i}$$

- TRASMITTANZA

$$T = \frac{P_t}{P_i}$$

$$\vec{J}_{cond} = \bar{\sigma} \vec{E}$$

$$b = \frac{me^2}{m} T$$

$$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

- La ρ ~~depende~~ ^{varia nel} tempo per T molto brevi di tempo-relassamento

$$\rho(t) = \rho_0 e^{-t/T}$$

- Da tutto questo insalatore si ottiene

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu b \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \text{EQUAZIONE DELLA} \\ \text{TELEGRAFIA} \end{array} \right\}$$

- Applicando una soluzione a onda

$$E = E_0 e^{-i(\omega t - kz)}$$

ottengo: $-k^2 E + \mu b (i\omega) E + \epsilon \mu \omega^2 E = 0$

Ma $\mu = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r}$ $\Rightarrow k^2 = \mu b i \omega + \epsilon \mu \omega^2$

$$k^2 = \frac{\epsilon_r \mu_0}{c^2} \omega^2 \left(1 + i \frac{b}{\epsilon_0 \epsilon_r \omega} \right)$$

$$b(\omega) = \frac{b_0}{1 - i\omega T}$$

- Nel caso non metallo $b=0$ si ritrova il caso isolante $k^2 = \frac{\epsilon_r}{c^2} \omega^2$

- Il termine immaginario di k dà l'attenuazione dell'onda

$$n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \approx \sqrt{\epsilon_r} = \frac{c}{\omega} k$$

\rightarrow se $\epsilon_r < 0$ k ha una comp. immaginaria

$$n = n' + i n''$$

$$n^2 = \mu_r \left(\epsilon_r + i \frac{b}{\epsilon_0 \epsilon_r \omega} \right) = \epsilon_r$$

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi e^2 n}{m}$$

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

- Nella geometria 2D se una delle due componenti di k è maggiore di $|k|$ allora l'altra deve essere immaginaria

- Il plasmon rimane agganciato alla superficie proprio perché la sua componente di k ortogonale alla superficie è immaginaria (\Rightarrow attenuazione)

$z > 0$ (dielettrico) fuori (2)

$$\vec{H}_2 = (0, H_{y2}, 0) e^{i(k_{x2}x + k_{z2}z - \omega t)}$$

$$\vec{E}_2 = (E_{x2}, \underbrace{E_{y2}}_{\text{costante}}, E_{z2}) e^{i(k_{x2}x + k_{z2}z - \omega t)}$$

non
propagano lungo
y

$z < 0$ (metallo) dentro (1)

$$\vec{H}_1 = (0, H_{y1}, 0) e^{i(k_{x1}x + k_{z1}z - \omega t)}$$

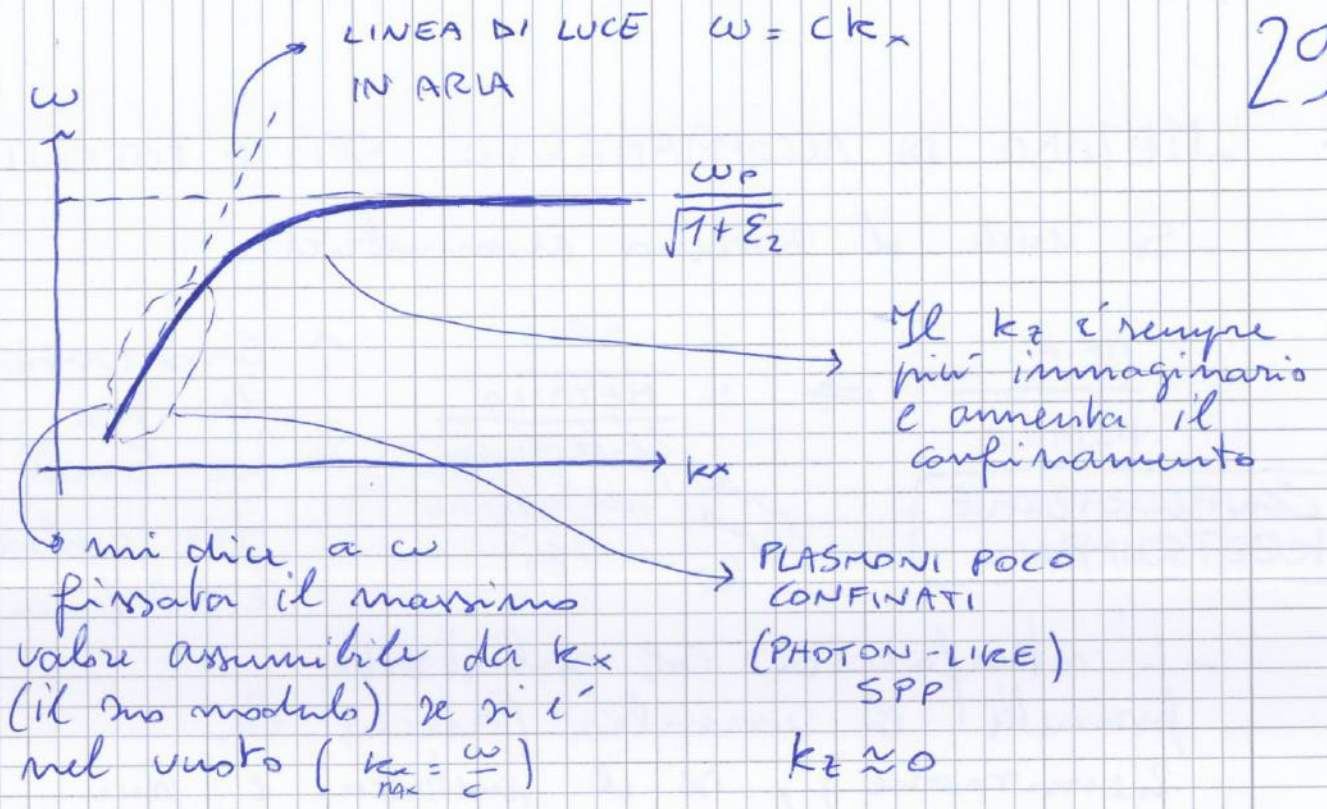
$$\vec{E}_1 = (E_{x1}, E_{y1}, E_{z1}) e^{i(k_{x1}x + k_{z1}z - \omega t)}$$

- Relazioni di continuità:

$$\left. \begin{aligned} E_{x1} &= E_{x2} \\ H_{y1} &= H_{y2} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{continuità} \\ \text{componenti} \\ \text{tangenziali} \end{array}$$

$$k_{x1} = k_{x2} \left\} \begin{array}{l} \text{continuità} \\ \text{fase} \end{array} \right.$$

Da Snell! $n_1 \frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta_1 = n_2 \frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta_2 \Rightarrow k_1 \cos \theta_1 = k_2 \cos \theta_2 \Rightarrow k_{x1} = k_{x2} \square$



- Come trasferire energia da radiazione propagante nel dielettrico a plasmoni?
- Posso vederlo come urto elastico che trasferisce energia e momento tra fotone e plasmoni
- ⇒ Ma ho imposto che il momento sia diverso (linee che non si toccano), quindi c'è un mismatch e lo scambio non è possibile.

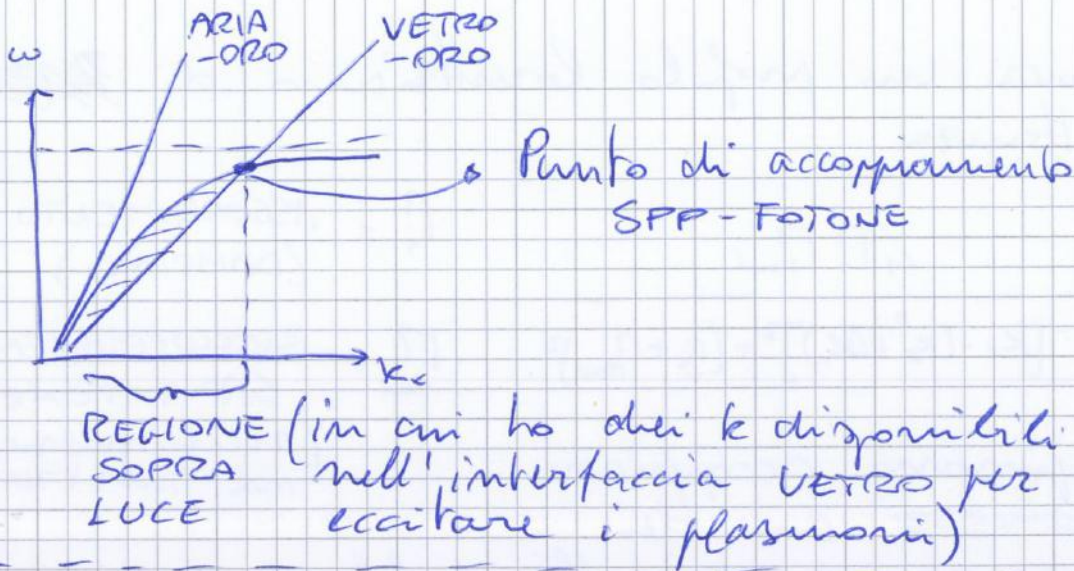
- DISTANZA DI SOPRAVVIVENZA SPP

$L_i = (2k_z'')^{-1}$ (poi viene assorbito)

ES: Ag
 $\lambda = 515 \text{ nm}$
 $L_i = 22 \mu\text{m}$

- la distanza di allungamento trasversale:

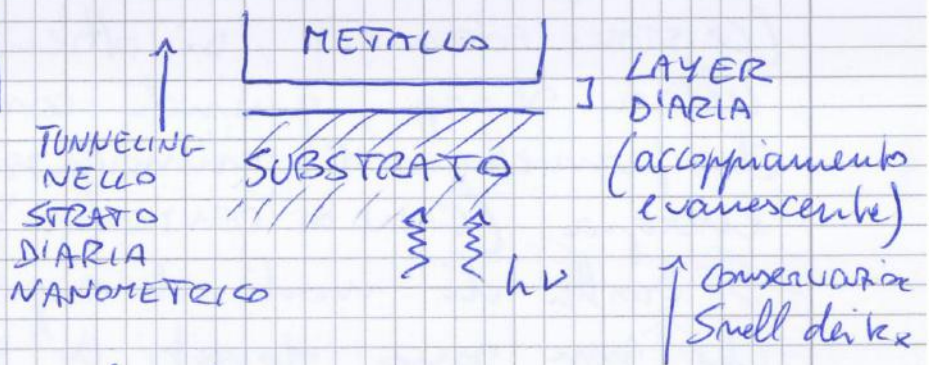
$\tilde{\epsilon} = \frac{1}{|k_{z,i}|}$ (tutta immaginaria) o quindi decadente



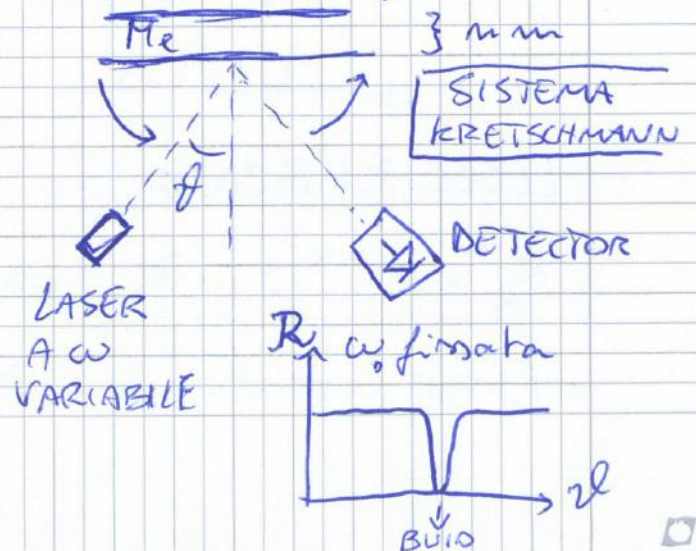
CONFIGURAZIONE OTTO

- L'SPP 2' eccita sulla superficie del metallo semi-infinito

- Non si usa per applicazioni sensibili perché la superficie di propagazione è protetta dalle perturbazioni esterne dal pannello di materiali



- Sperimentalmente le dispersioni $\omega(k_x)$ si possono tracciare con delle mappe di riflettanza, sarà la striscia di buio



FISICA & MATERIALI PER TECNOLOGIE AVANZATE

• FORMULA di RAYLEIGHT-SOMMERFIELD

→ onda sferica

$$\psi(x, y, z=d) = -\frac{1}{2\pi} \iint dx_0 dy_0 \psi_0(x_0, y_0, z=0) \left(ik - \frac{1}{r} \right) \frac{d}{r} \frac{e^{ikhz}}{\pi}$$

→ cosθ

$$= -\frac{1}{2\pi} \iint dx_0 dy_0 \cos\theta \psi_0 \frac{e^{ikhz}}{r} \cdot ik + \frac{1}{2\pi} \iint dx_0 dy_0 \cos\theta \frac{e^{ikhz}}{r^2}$$

≠ 1: far field
≠ 2: campo evanescente

INTERAZIONE RAD - MATERIA

• ONDA EM + e⁻ liberi

↳ flusso di Poynting

$$\phi_s = \int \vec{S} \cdot \vec{n}_r d\Sigma$$

elongazione dell'oscill. p = q · d

FORMULA DI LARMOR

$$\phi_s = \frac{\mu_0}{6\pi c} \ddot{p}^2$$

$$\Rightarrow \phi_s = \frac{1}{6\pi\epsilon_0 c^3} \ddot{p}^2$$

$$\Rightarrow \ddot{p}^2 = e^2 \cdot |\ddot{x}|^2 = e^2 \left(\frac{eE}{m} \right)^2$$

↙ $\vec{x} = a$

σ_e : area effettiva $\sigma = \frac{\phi_s}{W} = \frac{\mu_0}{6\pi c} \cdot \frac{\ddot{p}^2}{\epsilon_0 c E^2}$

$$\sigma_e = \frac{8}{3} \pi r_0^2$$

r_0 : raggio classico dell'e⁻

$$r_0 = \frac{1}{mc^2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$$

↳ in scatola di e⁻ liberi

$$W(x) = W_0 e^{-m\sigma_e x}$$

• e⁻ LEGATO ~ molla con ω_0 di oscillazione $\omega_0 = \sqrt{\frac{\alpha}{m}}$

cost. el.

$$\langle \phi_s \rangle = \frac{\mu_0}{12\pi c} \ddot{p}_0^2 \quad p = \frac{e x_0}{\rho_0} \cos(\omega t)$$

$$W = W_{cin} + W_{pot} = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \omega_0^2 x^2)$$

$$\Delta W = \Delta t \cdot \frac{e^2 x_0^2 \omega_0^4 \cdot \mu_0}{12\pi c} = \frac{\Delta t}{4\pi\epsilon_0} \frac{\omega^4 e^2 x_0^2}{3 c^3}$$

MANCA PERÒ UN TERMINE DISSIPATIVO

OSCILLATORE SMORZATO FORZATO DA UN DRIVING FIELD

$$m \ddot{x} = -m \omega_0^2 x - m \gamma \dot{x} + e E + f_R$$

\leftarrow esprime la perdita di energia per irragg.;
 non può avere prefer. di x, v, w
 \rightarrow dipende almeno da \ddot{x}

\downarrow
 term. trascurabile $E_0 e^{i\omega_0 t}$ un'onda EM
 distanti da ω_0 localizzata sull' \vec{a}

$$\int_t^{t+mT} f_R \cdot \dot{x} dt = \int_t^{t+mT} \phi_S \cdot dt \quad \rightsquigarrow \text{da prima: } \phi_S = \frac{2}{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c^3} \ddot{x}$$

$$e \frac{2}{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c^3} = \tau m$$

$$\int_t^{t+mT} [f_R - m \tau \ddot{x}] \cdot \dot{x} dt = 0 \quad \leftarrow \text{quindi}$$

$$\Rightarrow f_R = m \tau \ddot{x}$$

forzando questa formula: $x(t) = x_0 e^{-i\omega t}$ nell'eq del moto ottengo

$$x(t) = \frac{e}{m} \frac{E_0 \cdot e^{-i\omega t}}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\tau\omega}$$

forzante del moto impone la frequenza
 l'ampiezza viene però decisa dalla
 differenza tra la f forzante e quelle
 caratteristiche

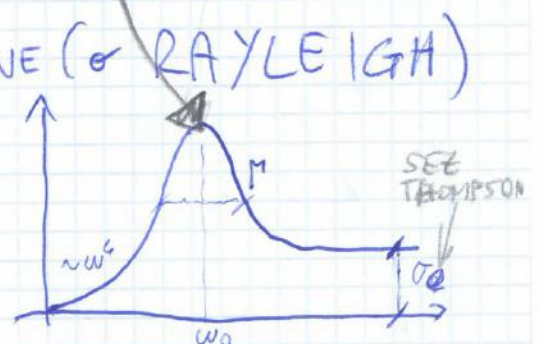
da inserisco nella \rightarrow irraggiamento (dipende da ω)
 $\langle \phi_S \rangle = \frac{m_0}{12\pi\epsilon_0} \dot{\phi}_0^2$
 $\bullet \Gamma = \gamma + \tau \omega^2$
 \uparrow dissipazione

$$\bullet \Gamma = \gamma + \gamma' \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \quad \text{con } \gamma' = \omega_0^2 \tau$$

$$\sigma_d^{2\omega} = \frac{3}{2} \pi \left(\frac{\lambda_0}{2\pi}\right)^2 \frac{\gamma'^2}{(\omega_0 - \omega)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}$$

\Rightarrow SEZIONE D'URTO DI DIFFUSIONE (σ RAYLEIGH)

$$\Gamma_d = \frac{\langle \phi_S \rangle}{\frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2} = \frac{8}{3} \pi R_0^2 \left(\frac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \Gamma^2} \right)$$



Nome studente _____

Fisica e Materiali per Tecnologie Avanzate

Esempio Esame scritto

1. Descrivere il ruolo della polarizzabilità nella definizione della costante dielettrica in un dielettrico (modello classico), inclusi i limiti a basse ed a alte frequenze

- Nel caso statico di un dielettrico vale per considerazioni geometriche: $|\vec{E}| = \frac{P}{3\epsilon_0}$ (indotta dalla polarizzazione)

$\vec{E}^* = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0}$
 ↳ total ↳ esterno

- Considerando la polarizzabilità α tale che $P = \frac{\alpha}{V} \epsilon_0 \vec{E}^*$

$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$

⇒ CLAUSIUS-MOSSOTTI $\frac{\alpha}{3V} = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2}$


↳ $\vec{P} = \frac{\alpha}{V} \frac{\epsilon_0 \vec{E}}{1 - \frac{\alpha}{3V}} \epsilon_0 \vec{E}$

La α estende al caso dinamico $E(\omega)$ e $d(\omega)$

ipolizzando $\alpha = \alpha^{\text{atomica}} + \alpha^{\text{displacement diti zionidari}}$

- α^{atomica}

MODELLO A NUBE:



$\Rightarrow \alpha^{\text{at}} = \frac{Ze^2}{\epsilon_0 m (\omega_0^2 + \omega^2) + \Gamma}$ → termine dissipativo

$\omega_0^2 = \frac{k}{m_{\text{elettroni}}}$

- $\alpha^{\text{displacement}}$

$M_1 \oplus \dots \oplus M_2 \Rightarrow \alpha^{\text{dis}} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\epsilon_0 M (\bar{\omega}^2 + \omega^2) + \Gamma}$

$M^{-1} = M_1^{-1} + M_2^{-1}$

- Dato che $M_{\text{ioni}} \gg m_{\text{elett}} \Rightarrow \bar{\omega} \ll \omega_0$
 ↳ IR ↳ UV

- Usando CLAUSIUS-MOSSOTTI:

$\frac{\epsilon(\omega) - 1}{\epsilon(\omega) + 2} = \frac{1}{3V} (\alpha^{\text{at}}(\omega) + \alpha^{\text{dis}}(\omega) + \alpha^{\text{res}}(\omega))$ → non ϵ_0 del vuoto!

Per $\omega \ll \bar{\omega}$ (caso DC) $\frac{\epsilon_0 - 1}{\epsilon_0 + 2} = \frac{1}{3V} \left(\frac{Ze^2}{\epsilon_0 m (\omega_0^2)^2} + \frac{Ze^2}{\epsilon_0 m \bar{\omega}_0^2} + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\epsilon_0 M \bar{\omega}^2} \right)$

Per $\bar{\omega} \ll \omega \ll \omega_0$
 ($\omega \rightarrow \infty$)
 ma non altre
 il visibile

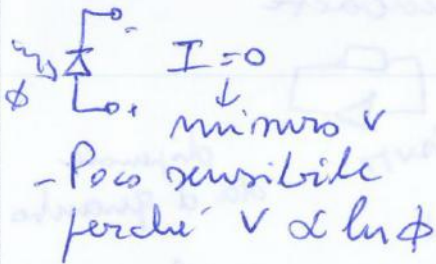
$\frac{\epsilon_\infty - 1}{\epsilon_\infty + 2} = \frac{1}{3V} \left(\frac{Z_1 e^2}{\epsilon_0 m (\omega_0^2 - \bar{\omega}^2)} + \frac{Z_2 e^2}{\epsilon_0 m (\omega_0^2 - \bar{\omega}^2)} \right)$
 (contributi atomici dominanti)

4 Descrivere il principio di funzionamento di un fotodiodo a giunzione p-n e p-i-n dettagliando le possibili configurazioni di polarizzazione elettrica

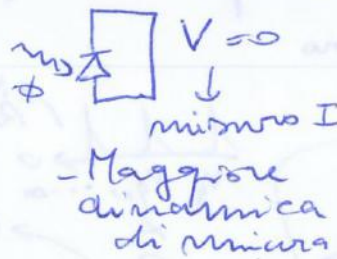
- Un diodo a giunzione di semiconduttori può essere usato come fotorecettore sfruttando le correnti (in particolare l'aumento di conducibilità) che si manifestano quando delle coppie EHP vengono generate per assorbimento del fotone incidente.
- l'energia del fotone deve essere $h\nu > E_{gap}$ (ragionevole per fotoni visibili 1.8 eV) per portare l'elettrone dalla BV alla BC (con coinvolgimento fotone nel caso di gap indiretti ES: Si)
- la fotocorrente $i_p \propto \Phi_{\text{fotoni}}$ si somma alla corrente di Shockley: $I = I_0 (e^{-V/V_T} - 1) - i_p$
 ↳ corrente saturazione inversa

- Polarizzazioni:

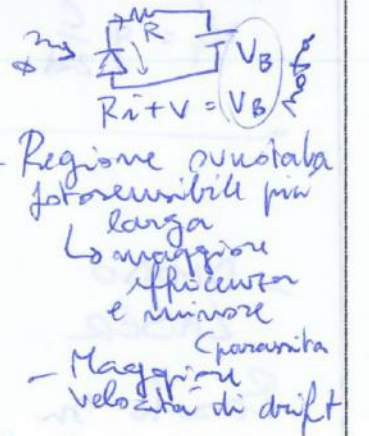
- CIRCUITO APERTO



- CORTO CIRCUITO

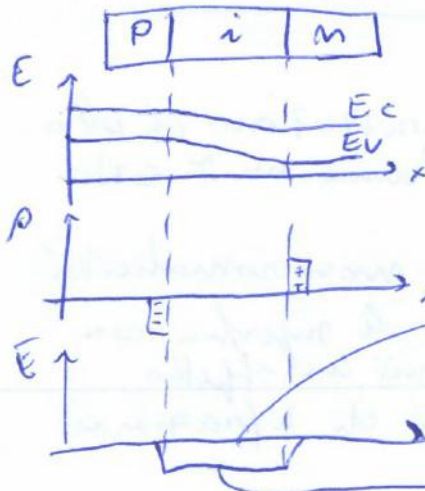


- POLARIZZAZIONE INVERSA



- GIUNZIONE P-i-n

(drogaggio accetoni - silicio intrinseco - drogaggio donori)



→ Capacità di giunzione minore

Maggiore velocità di drift

Regione fotorecettore molto più grande

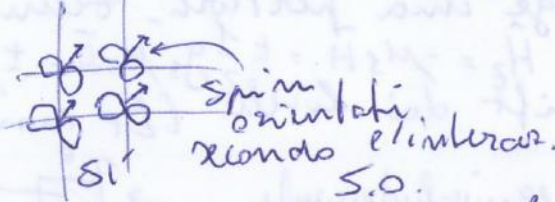
6 Discutere delle anisotropie magnetiche

- l'hamiltoniana di Heisenberg è simmetrica per rotazioni, tuttavia in un bulk cristallino macroscopico presenta delle rotture di tale invarianza dovute alla conformazione del reticolo e a effetti di superficie macroscopici e spiegabili in modo classico.

- ANISOTROPIA CRISTALLINA

- Si incontra in cristalli ferromagnetici di transizione. Il momento \vec{C} è quenched ma l'orientazione degli orbitali 3d deve seguire delle orientazioni che minimizzano l'energia

composizione, troppa energia

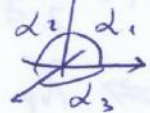


dunque rispetto ai piani cristallografici i momenti

delle direzioni privilegiate (EASY DIRECTIONS) magnetici presentano

- È possibile parametrizzare l'energia rispetto agli angoli di orientazione e trovare le condizioni di minimo (somme di potenze pari per sim. rotaz.)

$$E = k_1(d_1^2 d_2^2 + d_2^2 d_3^2 + d_3^2 d_1^2) + k_2(d_1 d_2 d_3 + d_1 \dots)$$



- ANISOTROPIA DI FERMA

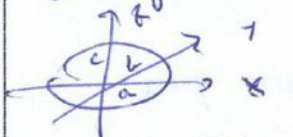
- Emerge un campo smagnetizzante \vec{H}_D per via di contributi superficiali del termine $\nabla \cdot \vec{M} \neq 0$ (che passa da \vec{M} a zero improvvisamente)

$$\nabla \cdot \vec{H}_D = -4\pi \nabla \cdot \vec{M} \Rightarrow \vec{H}_D = -\vec{\nabla} \vec{M}$$

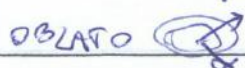
- la trattazione geometrica rigorosa è possibile per forme di ellissoide, perché $\vec{\nabla}$ è un tensore diagonale in quei casi.

- Si possono calcolare le direzioni privilegiate minimizzando

$$E = -\frac{1}{2} \int \vec{H}_D \cdot \vec{M} dv = -\frac{1}{2} \int \frac{\rho(\vec{r})}{r} dx + \dots$$



PROLATO \vec{M} dirett privilegiata



OBLATO

tabulati forme per varie di ellissoide

componenti dipendenti da angoli geometrici

partialment

1) Dal legame classico fra momento angolare e magnetico

$$\vec{\mu} = \nabla \times \vec{A} = \nabla \times \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi \vec{m} - m\vec{r}}{r^3} \right) = \left(\vec{r} \times \nabla \times \vec{m} \right) \frac{\mu_0}{2\pi r^3} = \frac{\mu_0}{2\pi r^3} \vec{L}$$

$$\vec{\mu} = -\mu_B (g_L \vec{L} + g_S \vec{S}) \quad g_L = 1 \quad g_S = 2,0023$$

$$\vec{\mu} = -\mu_B (\vec{L} + 2\vec{S}) = -\mu_B (g_J \vec{J})$$

- I valori di L e S si ottengono con le regole di Hund.

considerando la simmetria di generazione nel J dovuta all'int S.O.

- 1) $S = \sum_i S_i \text{ max}$
- 2) $L = \sum_i L_i \text{ max}$
- 3) $J = \begin{cases} L+S & \text{guscio } > \text{metà} \\ |L-S| & \text{guscio } < \text{metà} \end{cases}$

ES: Cr^{2+} con $3d^4$

ES: Gd^{3+} con $4f^7$

$\rightarrow d \rightarrow L_d = 2 \quad S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2 \quad L = 2 + 1 + 0 + 1 \rightarrow J = 0$

$\rightarrow f \rightarrow L_f = 3 \quad S = \left(+\frac{1}{2}\right) \cdot 7 = +\frac{7}{2} \quad L = 3 + 2 + 1 + 0 - 1 - 2 - 3 = 0$

- 2) - Non interazione fra i momenti magnetici reciproci - Soprattutto disordine, turbolenza
- Trattazione statistica con $\langle \mu \rangle = 0$ e $H = 0$
- No quenching in Van Vleck (nessuna alta occupazione livelli m_j degenerati da Zeeman, in grado da minimizzare energia)
- $\chi_{VV} > 10^2 \chi_p$ - VV ha una contrib. classica
- χ_{VV} dipende da T (χ_p solo debolmente)

$$\chi_{VV} = \frac{C}{T} \quad \chi_p \propto 1/(E_f)$$

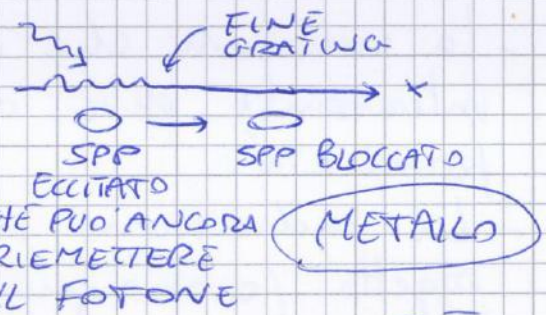
(linearità ad alta T)

a fare un accoppiamento FOTONE - SPP, devo scavare il grating direttamente nel metallo

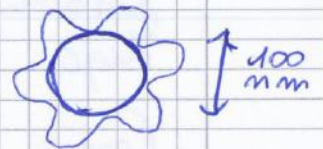
$$k_z^{m=1} = \frac{\omega}{c} \sin \theta \pm K = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_2 + 1}} = k^{SPP}$$

- Durante ~~la~~ ~~propagazione~~ la propagazione nella zona reticolata c'è risonanza, infatti va fatta piccola in modo da fregare il plasmon

- PLASMONI LOCALIZZATI SU NANOPARTICELLE



- Si sfruttano molti plasmonici risonanti su tutta la superficie dell'oggetto (ES: nanospere d'oro)



- Essendo particelle piccole sono ottimi scatteratori Rayleigh quindi si possono eccitare direttamente senza risonatori o strati evanescenti

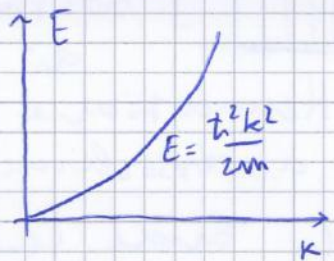
- Particelle messe vicine generano una "plethora" di modi risonanti che si formano (assolutamente irrisolvibili analiticamente, si va di simulazioni)

- Si possono usare per colorare dei mezzi, ad esempio vetri (viene assorbita una certa λ) o ridiffusa subito

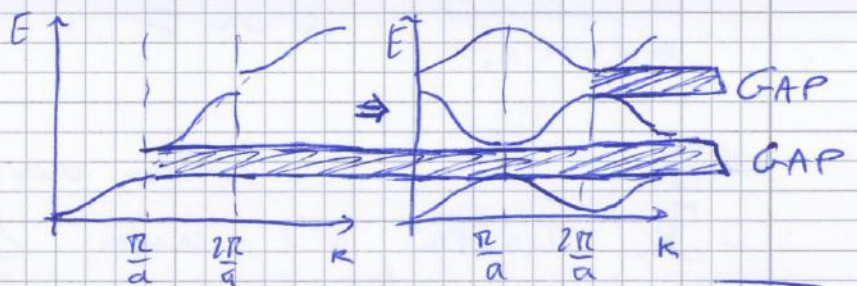
costituiscono una base per disaccoppiare le soluzioni, ogni elemento di base ha un'ampiezza dipendente periodicamente dalla posizione e un termine di fase simile alle onde ~~propaganti~~ piane.

- Le $U_k(\vec{r})$ sono un set limitato
 ⇒ esisterà una relazione di dispersione $\omega(\vec{k})$

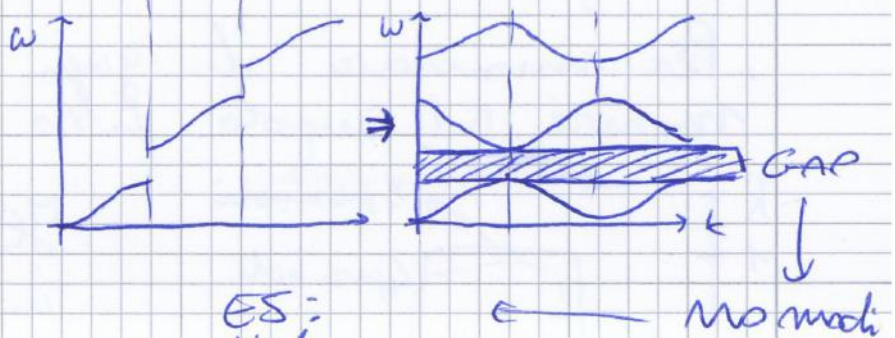
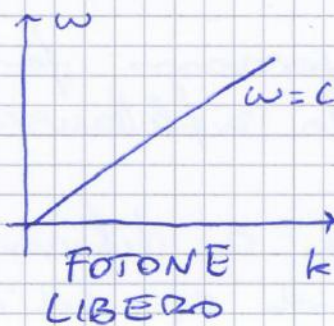
FREE ELECTRON



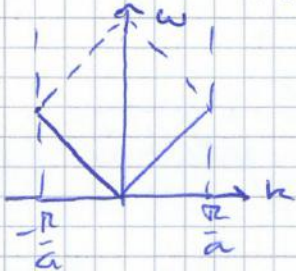
BLOCH'S THEOREM



- Similmente (Cristallo fotonico 1D) 1D



(O MEZZO OMOGENEO:)

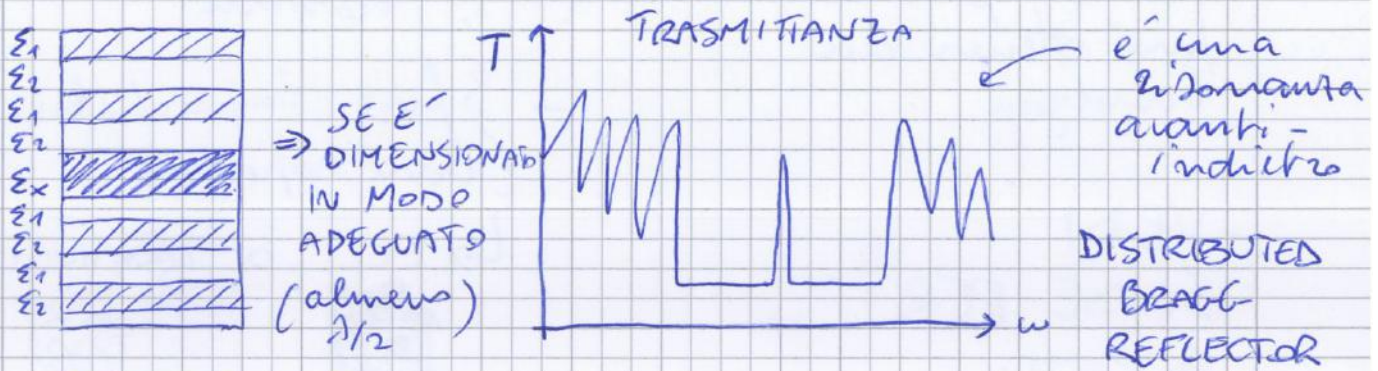


↳ Nei massimi o minimi si ha $\frac{d\omega}{dk} = 0 \Rightarrow$ velocità di gruppo nulla

TECNOLOGIE SLOW LIGHT

ONDE STAZIONARIE

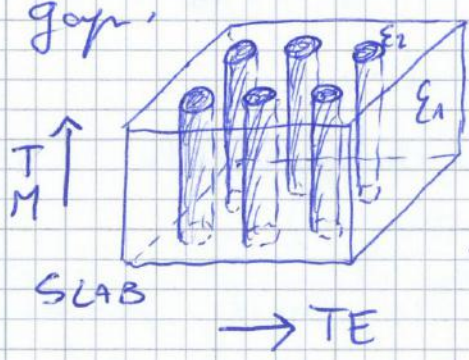
- Se apro un difetto posso creare modi all'interno della stop band (MODI DI DIFETTO). È come se il materiale fosse una cavità risonante



- EFFETTO PURCELL :

Una molecola che deve deeccitarsi, se viene inserita in un cristallo che non prevede quel modo radiativo di deeccitazione, semplicemente non emette, cambia la sua T media come se vedesse l'ambiente attorno a se sapendo che non può supportare quel fotone.

2D - Ci sono diagrammi a bande con bande TE e TM, anche qui si trovano dei gap. (Non ci sono soluzioni analitiche). Possono esistere anche senza gap.



- Il mezzo riempiente è ad alto indice (guidante) $\epsilon_1 > \epsilon_2$ per permettere riflessione totale

- I difetti possono essere puntuali (resonant cavity) o intere file mancanti (waveguides)

$$k_{\pm 1x} = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \vartheta_{\pm 1}$$

$$\psi = \psi_0 e^{ik_0 x} + \psi_{+1} e^{-i(k_{+1x} x + k_{+1z} z)} + \psi_{-1} e^{-i(k_{-1x} x + k_{-1z} z)} + \text{termini in } k_{\pm 2}$$

$$k_{\pm 2x} = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \vartheta_{\pm 2}$$

- È un'espansione angolare in armoniche:

$$\psi(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \psi(k_x) e^{-ik_x x} e^{-i\sqrt{k_0^2 - k_x^2} z}$$

} Nel limite continuo

$$\psi(k_x) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \psi(x, z) e^{ik_x x} \Big|_{z=0}$$

] SPETTRO ANGOLARE

$$k_x = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \vartheta \quad k_z \in \left[-\frac{2\pi}{\lambda}, \frac{2\pi}{\lambda}\right] \text{ altri due } (-\infty, +\infty)$$

- È un'espansione in onde piane pesate a seconda della direzione angolare

→ Campo di partenza rispetto al quale calcolò la trasformata di Fourier

- Questa rappresentazione è equivalente all'integrale di convoluzione di Rayleigh-Sommerfield

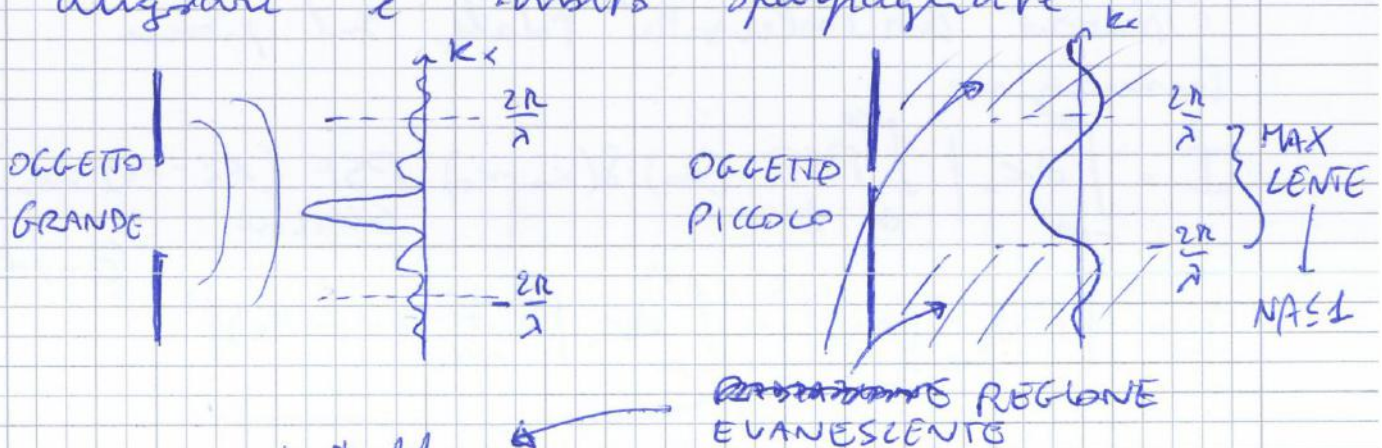
$$\psi(x, y, z) = \int \psi(x, z) \Big|_{z=0} \left(ik - \frac{1}{r}\right) \frac{z}{r} \frac{e^{ikr}}{r} dx_0$$

La risolviamo come convoluzione (basta riconoscerla)

$$\psi = \underbrace{\psi(x, z) \Big|_{z=0}}_g \otimes \underbrace{\left(ik - \frac{1}{r}\right) \frac{z}{r} \frac{e^{ikr}}{r}}_h$$

perdita di nitidezza.

- Più è stretta la PSF, più è alta la risoluzione (come per le ombre) però la FFT è larga.
- L'apertura numerica migliora l'immagine al tendere verso 1 ($\alpha \rightarrow 90^\circ$), nei casi in cui l'oggetto non $\gg \lambda$
- La risoluzione peggiora per oggetti $\sim \lambda$ anche se $NA = 1$. (interferenze molto evidenti)
- Nel visibile, gli oggetti non $\sim 0,1 \lambda$ sono praticamente inosservabili con microscopi a lenti.
- Considerando onde evanescenti $k_x < \frac{2R}{\lambda}$ o $k_x > \frac{2R}{\lambda}$, per oggetti piccoli diventano rilevanti visto che lo spettro angolare è molto sparpagliato



potrebbe non arrivare nemmeno alla lente!

→ Ulteriore limitazione del microscopio a lenti

- Sono problemi fondamentali e non tecnologici

43

- TIPO II (CONFOCALE)

- Il DETECTOR è piccolo rispetto all'oggetto

- Ottengo: $x_i = 0$ (sempre)

$$I(x_s) \propto |PSF_{focus}(x_s)|^4$$

- Gli zeri di $I_{Tipo I}$ sono identici agli zeri di $I_{Tipo II}$

- Nel tipo II la PSF è più stretta e l'immagine viene più risolta (in modo netto le due PSF sono paragonabili, ma a livello percettivo si vede più contrasto col tipo II perché la PSF_{II} è più stretta a metà altezza)

- In generale se le dimensioni dell'oggetto sono $< \frac{\lambda}{2}$ gli zeri (ipermi) finiscono nella regione evanescente e perdono informazioni

- SNOM (SCANNING NEAR-FIELD OPTICAL MICROSCOPY)

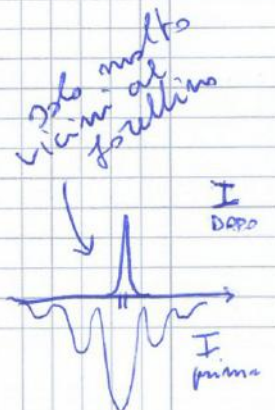
- Si modifica la capacità di focalizzare la luce in modo da ottenere spot illuminati $< \frac{\lambda}{2}$

- NANO SONDA:



- Si possono recuperare le componenti evanescenti visto le piccole dimensioni

- È lo stesso concetto di usare un fessolino sul lobo principale di luce e mettere subito dopo di esso (mettici l'oggetto da illuminare)

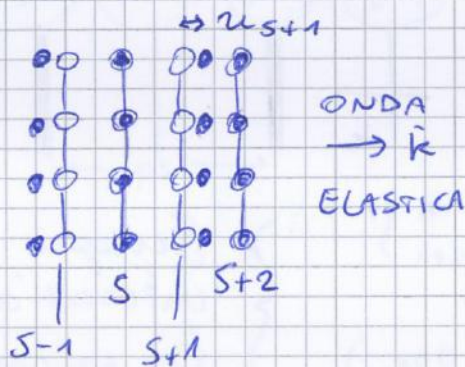


(GIORGIS)
 - SCATTERING RADIAZIONE
 (DIFFUSIONE ELASTICA E ANAELASTICA)
 (EFFETTO RAMAN)

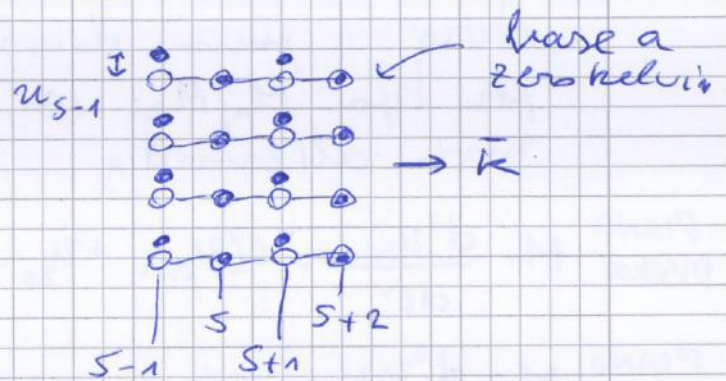
↳ SHIFT DI LUNGHEZZA D'ONDA DIFFUSA

- VIBRAZIONI DEL RETICOLO

- Considero un reticolo 2D MONOATOMICO



LONGITUDINALI



TRASVERSALI

$$F_s = \sum_p C_p (u_{s+p} - u_s) \quad (\text{LEGGE DI HOOK})$$

Lo Hell' approssimazione armonica si usa il modello delle forze di richiamo tra piani

- Se la metta nella legge di Newton:

$$M \frac{d^2 u_s}{dt^2} = \sum_p C_p (u_{s+p} - u_s) = F_s \quad \text{per ogni piano } S\text{-esimo}$$

- Soluzione ingostrata: onda piana:

$$u_{s+p} = u(0) e^{i[(s+p)ka - \omega t]}$$

Valida solo per primi vicini
 $P = \pm 1$

- Si ottiene la relazione di dispersione:

$$\omega = \sqrt{\frac{4C_1}{M}} \left| \sin \frac{1}{2} ka \right|$$

monoatomica

47

- Per piccoli k si ha due modi:

MODI OTICI

$$\epsilon/\eta = -M_2/M_1 \Rightarrow$$

oscillazioni antiparallele dei piani 1 e 2

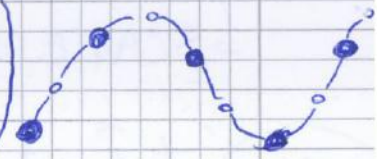


- Si chiamano ottici perché sono facilmente eccitabili da radiazioni (sono generati dipoli oscillanti)

MODI ACUSTICI

$$\epsilon = \eta \Rightarrow$$

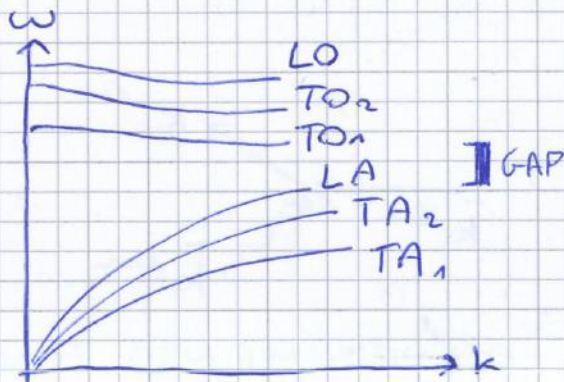
oscillazione in fase dei piani 1 e 2



- Facili da eccitare con onde acustiche

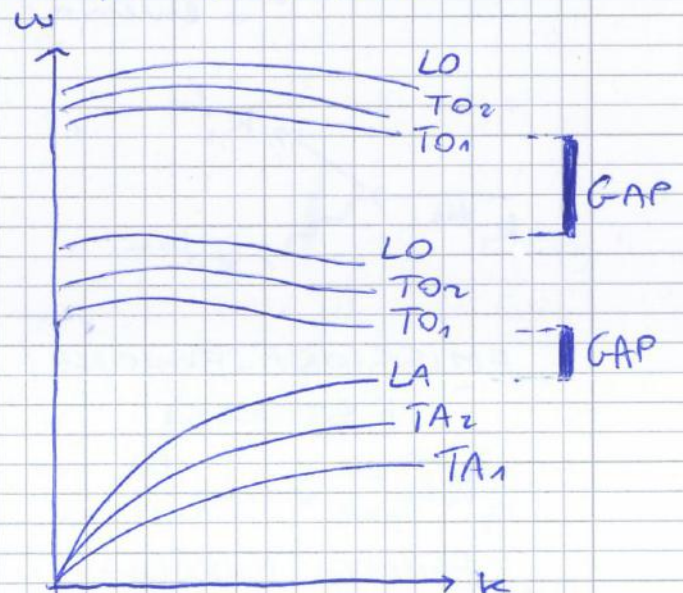
- Considero reticolo 3D

BIATOMICO



$3N$ branche di cui 3 acustiche e $(3N-3)$ ottiche

N-ATOMICO



- In generale per reticoli x D ho con N basi:
 xN branche di cui x acustiche e $x(N-1)$ ottiche

reticolo reciproco hanno le dimensioni della ZDB $\sim 10^8 \text{ cm}^{-1}$ (bordo zona)
 da $a \sim 10^{-10} \text{ m}$

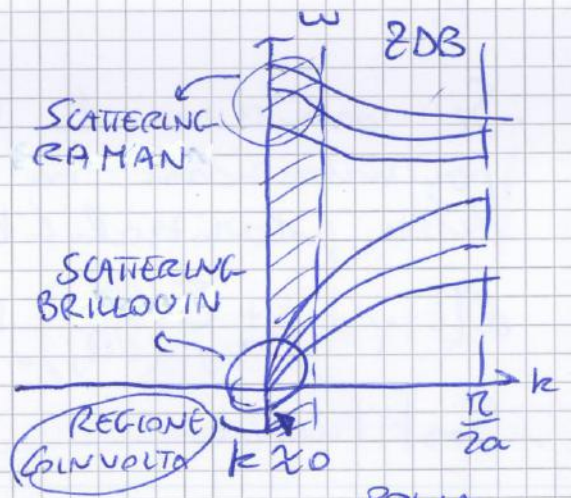
49

- Il bordo zona è parecchi ordg sopra i fotoni visibili (è accessibile a infrarossi) (Perché la Golden Rule dice che le interazioni devono avere k confrontabili)

→ I fotoni visibili accedono a fononi con $k \approx 0$

- L'energia dei fotoni visibili $\sim \text{eV}$ è molto maggiore dei fononi $\sim \text{meV}$
 → $E_{\text{out}}^{\text{fot}} \approx E_{\text{in}}^{\text{fot}}$

→ quindi sono proprio i k a dover essere confrontabili] PRIMA REGOLA DI SELEZIONE



- Lo scattering raman, si usa anche con molecole (dipoli o insiemini di dipoli)

- POLARIZZABILITA'

$$P_i = \sum_j \alpha_{ij} E_j$$

$$\vec{P} = \vec{\alpha} \vec{E} \rightarrow \text{onda di dipolo + campo locale}$$

Lo momento di dipolo eccitato

- In modo generale, se molecole disordinate si ha lo spostamento atomico:

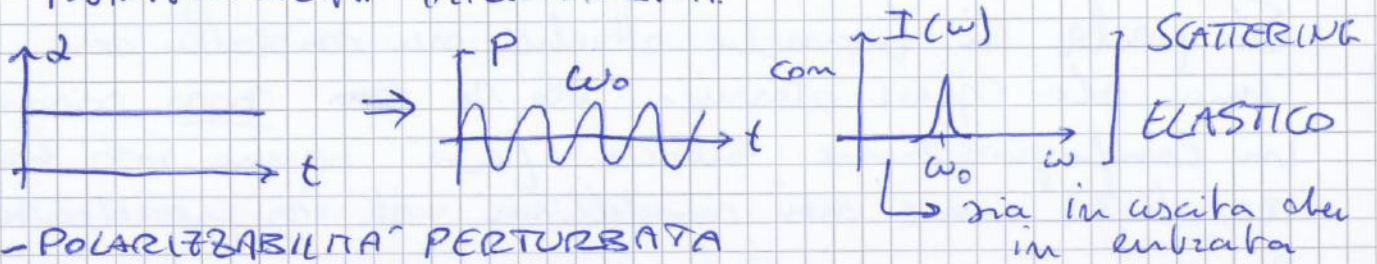


Valido anche per cristalli ordinati

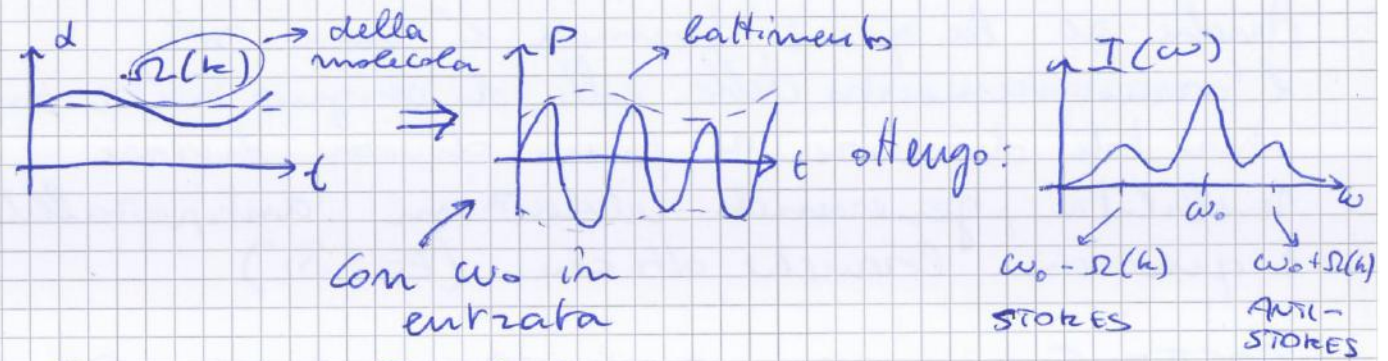
$$a_j = a_0 e^{i \Omega_j t} \Rightarrow a_0 \cos \Omega_j t$$

(ho usato Werner $\cos 2\cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)]$) 51

- POLARIZZABILITÀ IMPERTURBATA:



- POLARIZZABILITÀ PERTURBATA



- EFFICENZA RAMAN:

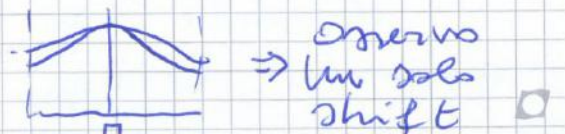
$$\eta \propto \frac{\omega^4}{\Omega} \frac{\partial d}{\partial \Omega} \rightarrow n(\Omega, T) + 1 \quad (\text{STOKES})$$

$$\rightarrow n(\Omega, T) \quad (\text{ANTI-STOKES})$$

$$n(\Omega, T) = \frac{1}{e^{\frac{h\Omega}{k_B T}} - 1} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Tipicamente nei cristalli} \\ \eta \approx 10^{-6} \div 10^{-8} \end{array} \right\}$$

→ La stragrande maggioranza dello scattering è elastico

- È utile perché lo shift dà informazioni sul sistema ($\Omega(k)$ che è tipico del materiale)
- Gli anti-Stokes a $0k$ sono impossibili perché non ci sono fononi disponibili
- Aumentando T la probabilità anti-Stokes rimane comunque più bassa degli Stokes (ovvi motivi termodinamici) ⇒ è il motivo di quell' $(n+1)$
- I materiali mono atomici hanno una degenerazione a $k=0$ delle branche ottiche T e L



- Unità di misura usate in spettroscopia Raman:

$$E = h\nu \quad \nu = \frac{c}{\lambda} [\text{s}^{-1}] \quad \tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} [\text{cm}^{-1}] \quad \nu = c \cdot \tilde{\nu}$$

$$E = hc\tilde{\nu} \quad \Delta E = h\Delta\nu = hc\Delta\tilde{\nu}$$

$$\left[\Delta\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda_{\text{inc}}^{\text{fot}}} - \frac{1}{\lambda_{\text{scatt}}^{\text{fot}}} = \frac{\Delta E}{hc} [\text{cm}^{-1}] \right]$$

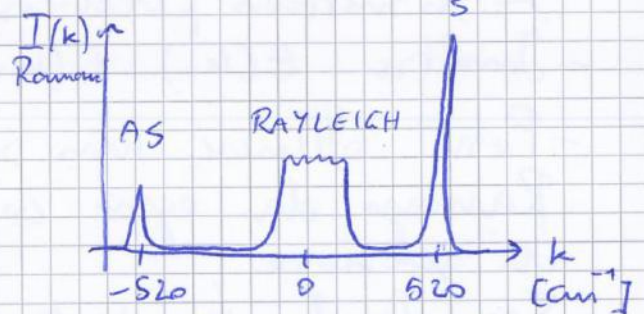
ES:
 $\Delta E = 1 \text{ meV}$
 \Downarrow
 $\Delta\tilde{\nu} = 8,08 \text{ cm}^{-1}$

- RAPPORTO INTENSITA' ANTI STOKES / STOKES



$$\frac{n(\nu, T)}{n(\nu, T) + 1} = e^{-\frac{h\nu}{k_B T}}$$

- ESEMPIO:
 Spettro Raman Si cristallino



- Lo sbilanciamento spesso cessa a temperature basse ma superiori alle T di fusione.

- E' un modo per misurare la temperatura! (Ma devo conoscere il cristallo prima)

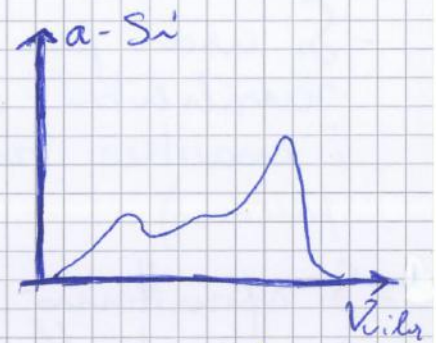
- Tenere conto che il fascio usato può alterare localmente la temperatura, dato che si usano i laser c'è anche il rischio di alterare il materiale nello spot se la α è bassa.

- Dato che le frequenze vibrazionali (anche a centro zona) dipendono dal passo reticolare, si può usare la spettroscopia Raman anche per misurare bulk sotto stress (compressivo o tensile) (Deformazione reticolo \Rightarrow deformazione spettro \Rightarrow lieve spostamento shift)

- lo shift può variare nella forma a seconda

- SEMICONDUCTORI AMORFI

- Non sono tanto disordinati quanto i vetri o i liquidi, si ha una debole struttura reticolare solo localmente
- Cade la regola di selezione qui ke anche al primo ordine, quindi lo spettro Raman mostra già al primo ordine la forma della densità di stati (sutta raddoppiamento della frequenza)

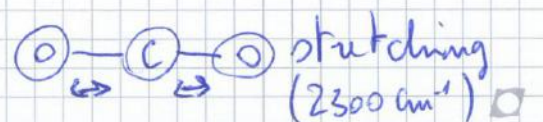
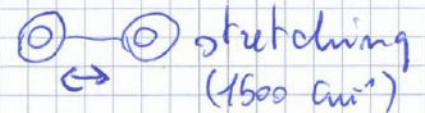
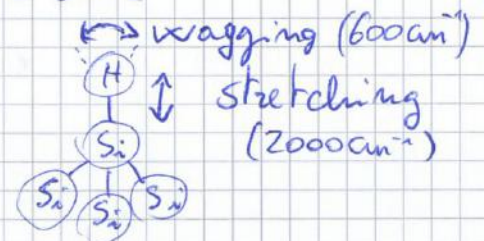
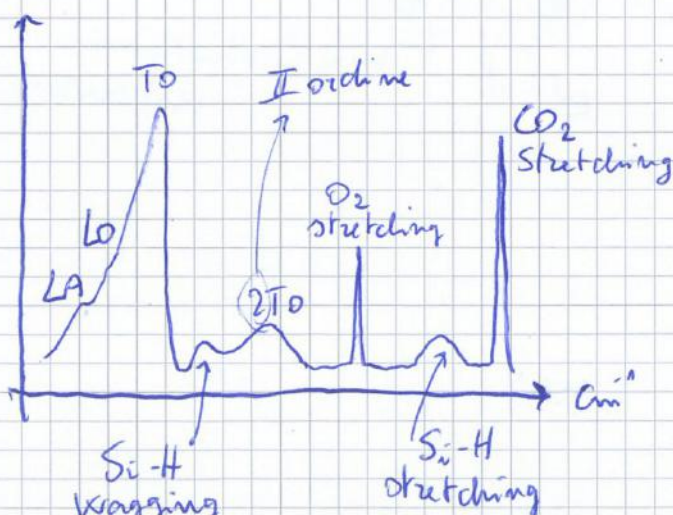


- MICROCISTALLI (O NANOCISTALLI)

- Matrice amorfa che contiene casualmente dei bulk cristallini (μ-metrici o n-metrici)
- L'orientazione dei piani cristallografici dei pezzettini è casuale.
- Sono materiali a due fasi
- Lo spettro Raman che si ottiene è una sovrapposizione tra l'amorfo e il cristallino, i due contributi hanno un peso diverso e questo fa mostrare la concentrazione percentuale delle due fasi

- IMPUREZZE

- Esempio: a-Si:H con O₂ e CO₂



- FOTORIVELATORI

57



ENERGIA TERMICA

FOTORIVELATORI TERMICI PER MISURAZIONI IN CONTINUA (mW)

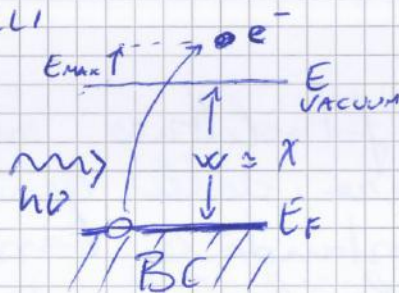
ENERGIA (FOTO)ELETTRICA

FOTORIVELATORI FOTOELETTRICI USATI IN OTTICA (VELOCI)

- EFFETTO FOTOELETTRICO

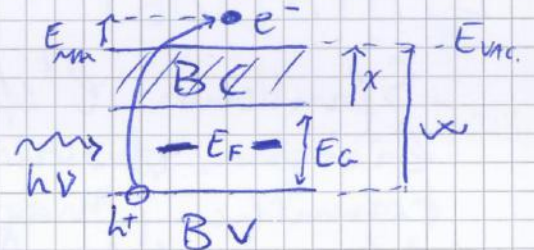
- METALLI

- Rimozione dell'e⁻ dal materiale (esterna)



$$E_{max} = h\nu - \phi$$

- SEMICONDUTTORI

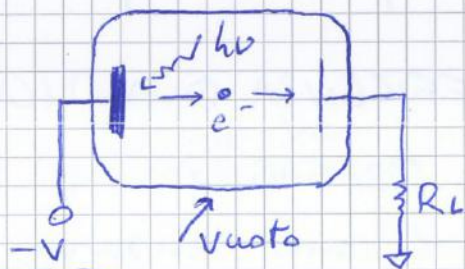


$$E_{max} = h\nu - (E_g + \phi)$$

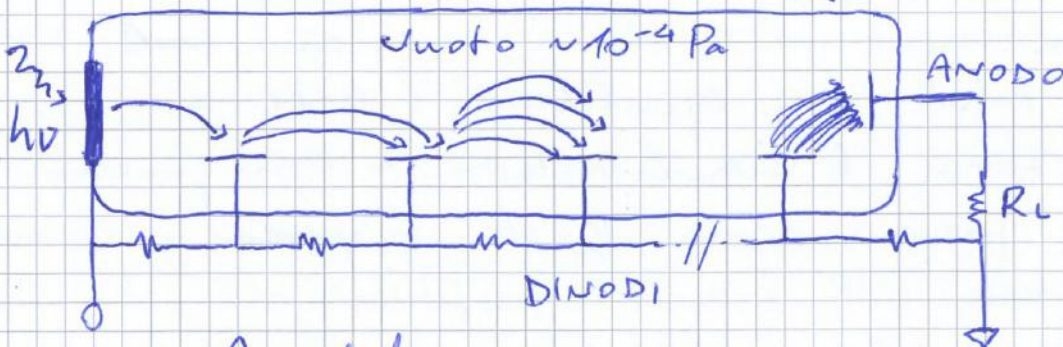
- Se $h\nu$ non supera il livello di vuoto nel semiconduttore si ha un'eccitazione fotoelettrica senza fuga (interna), l'e⁻ va in BC ed e' veicolabile da un campo elettrico.

- FOTOTUBO

(Non più utilizzato)



- FOTOMOLTIPLICATORE



- Sono ionizzazioni da impatto elettronico

- Amplificazione di corrente fino a $10^8 - 10^9$ rispetto al singolo fototubo

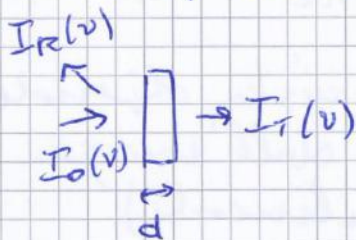
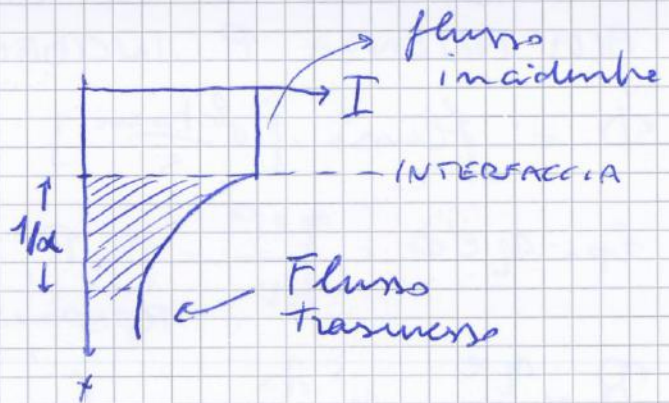
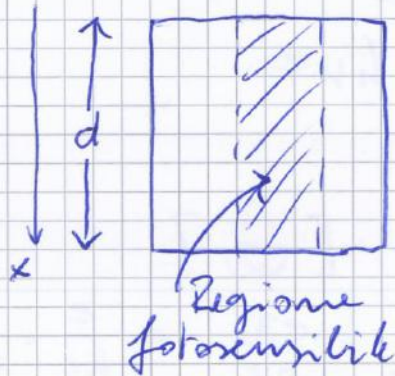
In modo esatto:

$$\eta = (1-R) \xi [1 - e^{-\alpha d}]$$

↓ Coefficiente di Riflessione

(tanto maggiore tanto è grande il contrasto tra gli indici di rifrazione delle interfaccia)

ξ = frazione di elettroni che non subiscono la ricombinazione per via dei difetti



- Legge di Lambert - Beer

$$I_T(v) = [1 - R(v)] I_0(v) e^{-\alpha(v)d}$$

- RIFLETTANZA

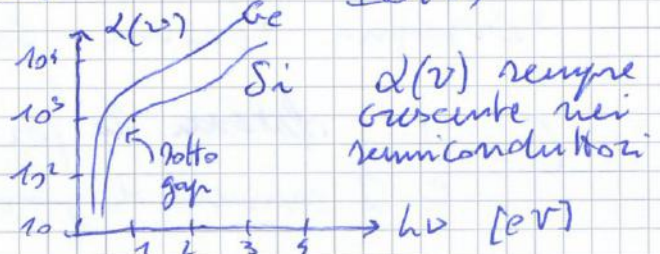
- TRASMITTANZA

$-\alpha(v)$ μm^{-1}
Cambiare drasticamente

con v e col materiale:

$$R(v) = \frac{I_R(v)}{I_0(v)}$$

$$T(v) = \frac{I_T(v)}{I_0(v)}$$



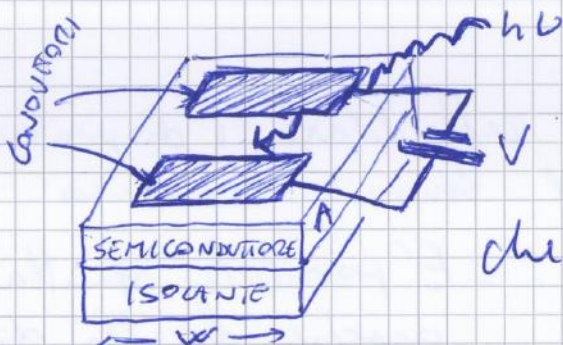
- ASSORBENZA:

$$A(v) = \frac{I_0(v) - I_T(v) - I_R(v)}{I_0(v)} = 1 - T(v) - R(v) =$$

$$A(v) = 1 - [1 - R(v)] e^{-\alpha(v)d} - R(v) = [1 - R(v)] [1 - e^{-\alpha(v)d}]$$

- Nei fotomoltiplicatori c'è un limite inferiore in lunghezza d'onda dovuto al gaso vetroso sopra la superficie fotosensibile (meccanismo per il vuoto) che ha coeff. $\alpha(\nu)$ che provoca assorbimenti a base λ (VEDI TRASMITTANZE SPETTRALI IN GRAFICO PER I VETRI) 61

- FOTOCONDUTTORI



La conduttività nel semiconduttore aumenta all'aumentare dei portatori che vengono generati otticamente \Rightarrow si inverte la $\sigma = \rho^{-1}$

- Rate fotogenerazione $R = n\Phi/wA$ (u.d.v.)

- Rate ricombinazione $\Delta n/\tau$ (u.d.v.)

- Equilibrio: $R = \Delta n/\tau$ ↳ eccesso (es: e^- in BC = h^+ in BV)

$\Rightarrow \Delta n = \frac{n\tau\Phi}{wA}$ $\tau = \tau(\text{Drogaggio}, T, \text{materiali})$

- Si ottiene con il flusso incidente la variazione di conduttività

$$\Delta \sigma = e\Delta n(\mu_e + \mu_h) = \frac{en\tau(\mu_e + \mu_h)}{wA} \Phi$$

$J_p = \Delta \sigma E$ $v_{e,h} = \mu_{e,h} E$ (FOTOCONDUCTIVITÀ)

↳ fotocorrente aggiuntiva dovuta al $\Delta \sigma(\Phi)$

$$J_p = \frac{en\tau(v_e + v_h)}{wA} \Phi$$

- Suppongo che $v_h \ll v_e$

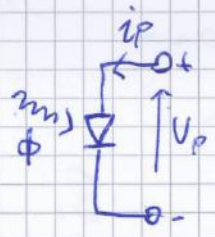
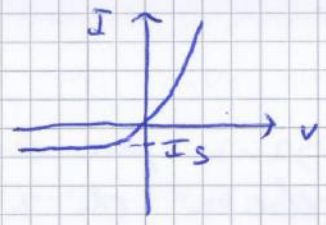
e $\tau_e = \frac{w}{v_e}$

$\Rightarrow i_p = AJ_p = en\tau(v_e + v_h)\Phi/w \approx en\left(\frac{\tau}{\tau_e}\right)\Phi$ ↳ G per fissare la forma

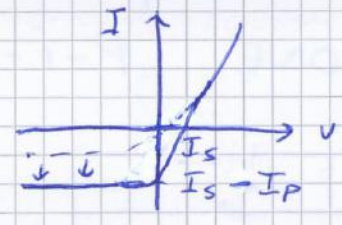
63

- Se polarizzato inversamente le coppie $e^- h^+$ generate subiscono il forte campo elettrico e migrano contribuendo alla corrente di saturazione inversa (devo illuminare la regione di interfaccia) \Rightarrow FOTOCORRENTE $i_p \propto \Phi_{fotoni}$
- Più allontanano la zona illuminata dalla zona di interfaccia meno è forte il campo elettrico che slega le coppie $e^- h^+$

IN ASSENZA DI STIMOLO OTTICO

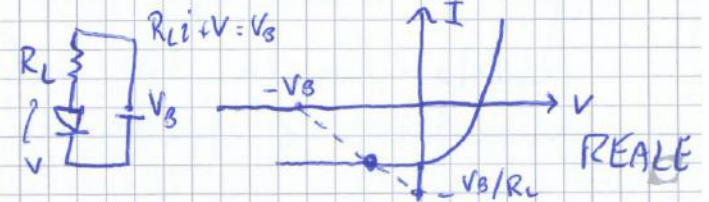
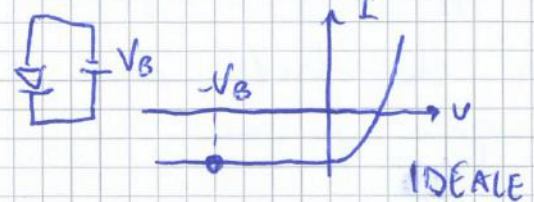


CON STIMOLO OTTICO



$$\Rightarrow i = i_s \left(e^{\frac{eV}{k_B T}} - 1 \right) - i_p$$

- Ponendo $i = 0$ si misura $V_p = \frac{k_B T}{e} \ln \left(\frac{i_p}{i_s} + 1 \right)$
- Non è un grande perché il range dinamico di V_p è piccolo nonostante grandi variazioni di flusso \Rightarrow poca sensibilità
- Si può porre in corto circuito $V = 0$ e misurare direttamente la corrente di saturazione inversa: maggiore dinamica di misurazione
- Si può usare il fotodiode in polarizzazione inversa: misurando i_p crescendo la $-V_B$ applicata



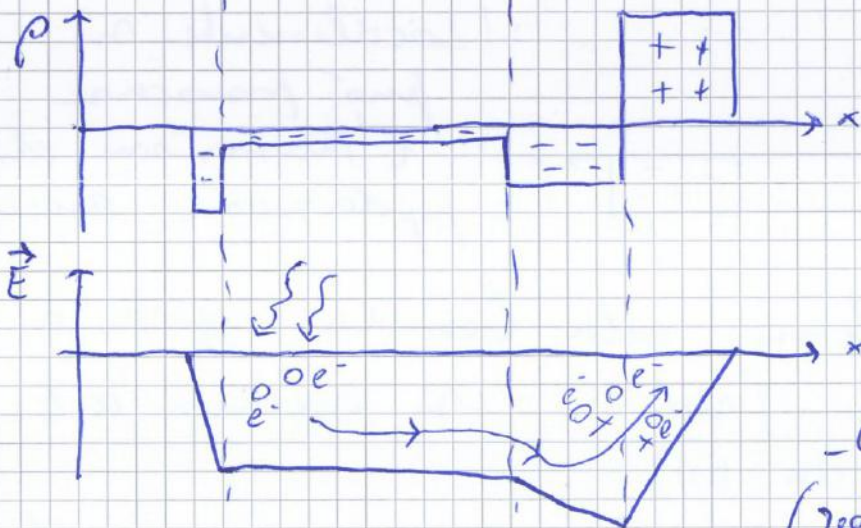
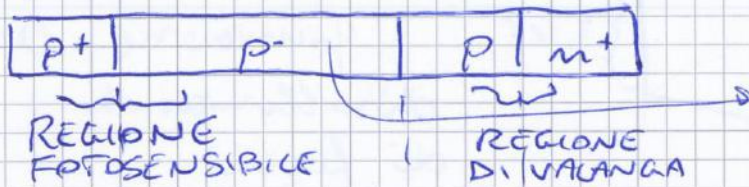
- Le efficienze con cui gli e^- e h^+ generano nuovi portatori sono caratterizzate dai COEFFICIENTI DI IONIZZAZIONE (d_e e d_h) che rappresentano le probabilità di collisione per unità di lunghezza. $1/d_e$ e $1/d_h$ rappresentano il cammino medio tra una collisione e l'altra.

- RAPPORTO DI IONIZZAZIONE

$$K = \frac{d_h}{d_e} \quad K \ll 1 \Rightarrow \text{contributo prevalente di elettroni (Si)}$$

- Il sistema può rompersi se non si controllano i coefficienti (troppa conducibilità)

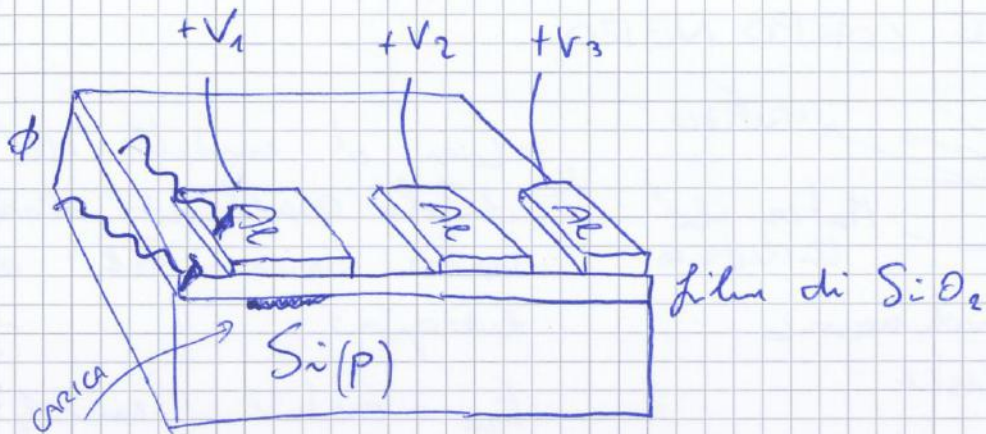
- Per controllare l'effetto si separa la regione di fotogenerazione da quella di impatto con diverse concentrazioni droganti.



- Si può controllare il fattore di guadagno della responsività

- Gli impatti (regimi di microplasma) possono generare rumore (shot noise), si vedono flicchi di fotocorrenti.

67



- La carica accumulata può essere trasportata da un'interfaccia MOS a quelle adiacenti polarizzandole consecutivamente (PIXEL), così facendo, ~~o~~ dopo l'esposizione alla luce (che viene interrotta), tutta la traccia di carica che è rimasta sulla matrice di PIXEL viene trasportata rigidamente verso l'elettronica di codifica e memoria. Terminata l'acquisizione, viene iniziata una nuova esposizione.

- Per farlo a colori si usano celle triple con filtri di lunghezza d'onda R, G, B,

- Per avere grande sensibilità nei CCD si raffredda per ridurre il noise termico. Si può fare o con dewar a liquido o con effetto Peltier.

- Bisogna evitare le riflessioni

- La densità dei modi EM sarà raddoppiata considerando due piani di polarizzazione

$$\rho(\nu) = \frac{4}{3} \frac{\pi V \nu^3}{c^3} \cdot 2$$

- Per unità di volume in un range $\nu + d\nu$:

$$g(\nu) = \frac{d\rho(\nu)}{d\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$$

DENSITÀ DI STATI OTTICI (FOTONICI)

- Usando E ricavato la densità di energia per $\nu d\nu$ e frequenza

$$u(\nu) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3 (e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1)}$$

- Intensità emessa dall'orifizio: (densità)

$$I(\nu) = u(\nu)c$$

- Su un'emisfera

$$\begin{aligned} I_{\text{BS}}(\nu) &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{I(\nu) \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi}{4\pi} = \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} u(\nu)c \frac{\cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi}{4\pi} = \frac{u(\nu)c}{4} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow u(\nu) = \frac{A_{ul}}{B_{ul}} \left(\frac{B_{lu}}{B_{ul}} e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1 \right)^{-1}$$

71

- All'equilibrio deve eguagliare la $u(\nu)$ del corpo nero

- Per poter semplificare le distribuzioni di Bose-Einstein devo porre $B_{lu} = B_{ul}$
 \Rightarrow Assorbimento o emissione equiprobabili.

Infatti:

$$\frac{8\pi h\nu^3}{c^3 (e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1)} = \frac{A_{ul}}{B_{ul}} \left(\frac{B_{lu}}{B_{ul}} e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1 \right)^{-1}$$

$$\Rightarrow \frac{A_{ul}}{B_{ul}} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \quad \text{solo se} \quad \frac{B_{lu}}{B_{ul}} = 1$$

- Si nota che $\frac{B_{ul} u(\nu)}{A_{ul}} = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$

\rightarrow Il rapporto tra emissione stimolata e spontanea dipende molto da T e ν_{ul}

- ESEMPIO: Per avere un contributo paritetico con luce verde $h\nu_{ul} = 2,5 \text{ eV}$, $\frac{B_{ul} u(\nu)}{A_{ul}} = 1$
 si ottiene $T = 33000 \text{ K}$

- L'emissione stimolata è molto poco favorita, si aiuta portando vicini i livelli, a vicino infrarosso la temperatura soglia è ancora elevata ma non $\sim 10000 \text{ K}$

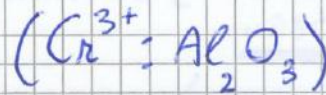
- AMPLIFICAZIONE OTTICA

- Un flusso ϕ di radiazione che attraversa il sistema a 2 livelli: $\phi(z) = \phi e^{r z}$

$$d\phi = \phi \sigma (N_u - N_l) dz$$

\hookrightarrow SEZIONE D'URTO ASSORBIMENTO/EMISSIONE \square

- LASER A RUBINO

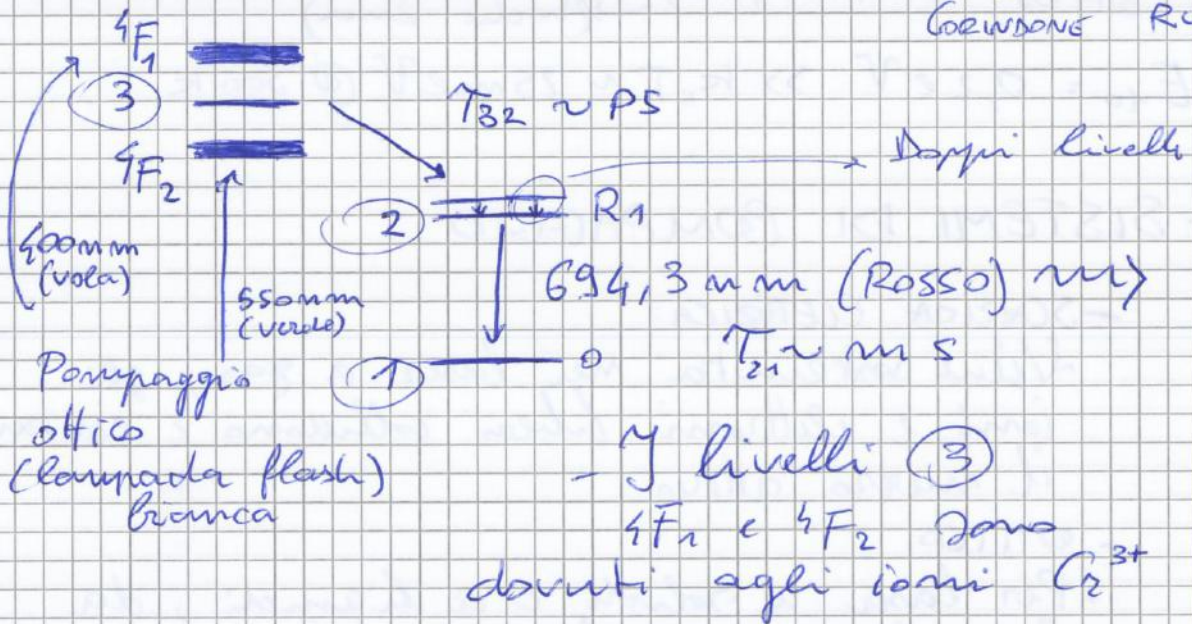
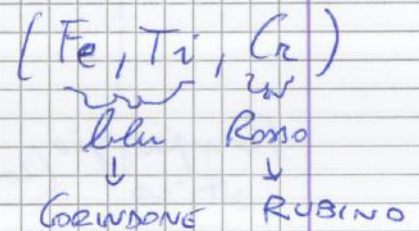


- Primo laser, inefficiente
- E' a 3 livelli

- Lo zaffiro puro e' trasparente nel visibile (grande gap)

↓
ZAFFIRO DROGATO CON CROMO

- Drogandosi progressivamente si inseriscono nuovi livelli e transizioni visibili

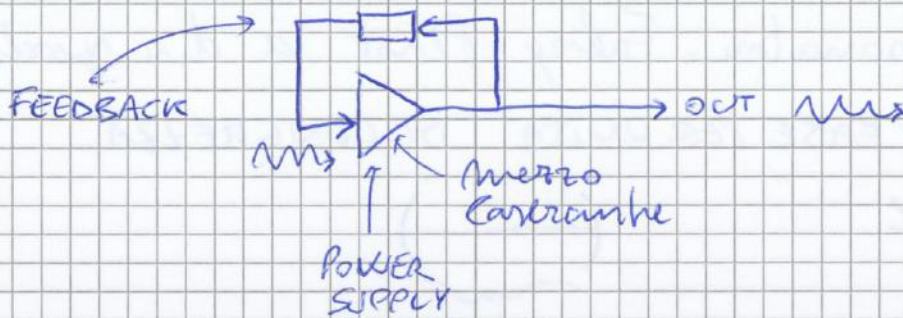


- LASER Nd³⁺:YAG (Nd_xY_{3-x}Al₅O₁₂)

- YAG = granato di Yttrio e Alluminio. Viene drogato con Nd³⁺

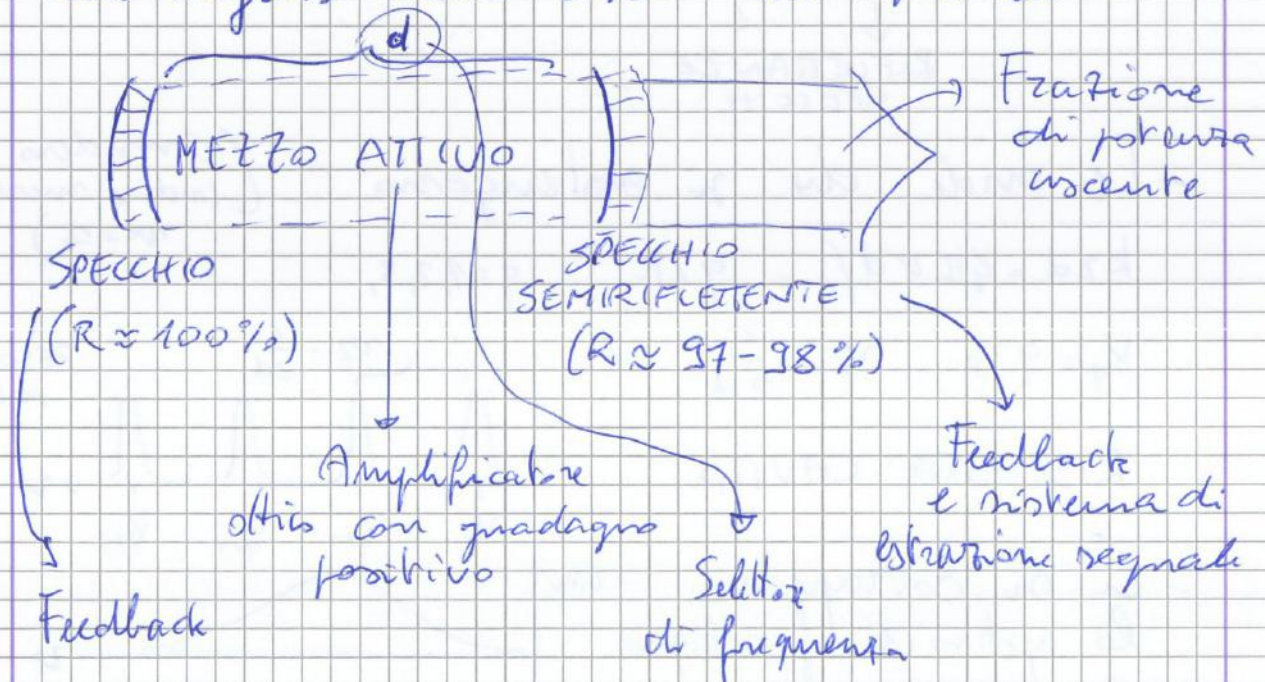
- Laser a 4 livelli

- Il laser è un oscillatore retroazionato

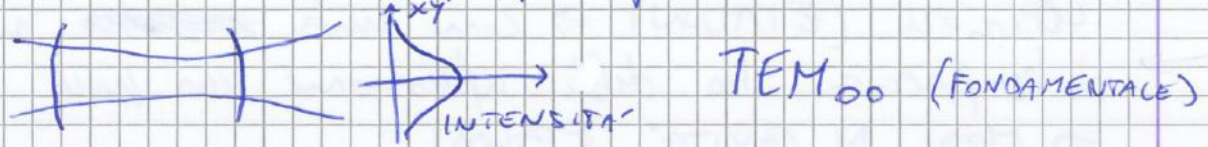


- Il guadagno dell'amplificatore deve superare le perdite del sistema di feedback (assorbimenti, fughe fuori dalla cavità dovute a imperfezioni sia nel materiale attivo (centri di scattering) che negli specchi) → feedback non perfetto

- Lo shift di fase del campo EM in un singolo ciclo che porta il segnale dall'uscita all'ingresso deve essere multiplo di 2π



- Se gli specchi sono sferici si ottiene un'uscita con profilo Gaussiano di intensità.



- Ma esistono altri modi (FASCI DI HERMITE-GAUSS)

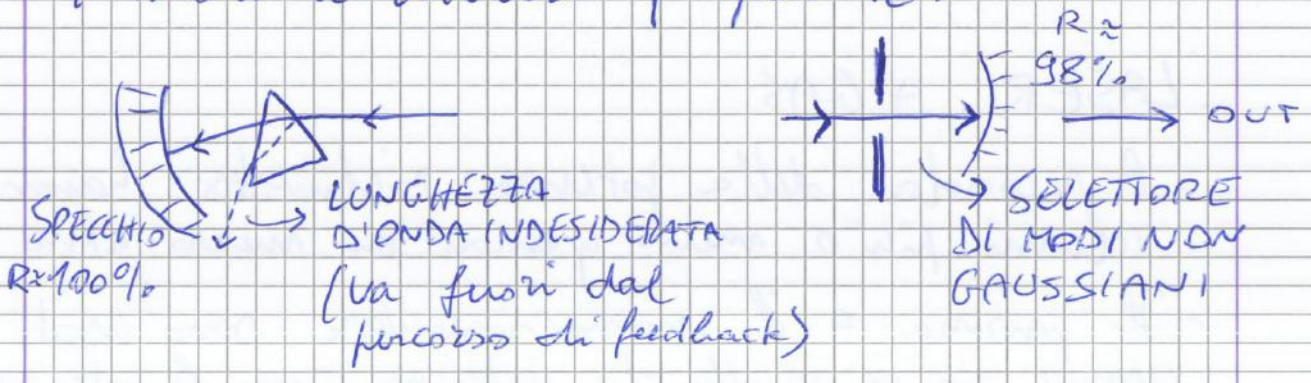
TEM_{lm}

\swarrow n° di minimi lungo asse x
 \searrow n° di minimi lungo asse y

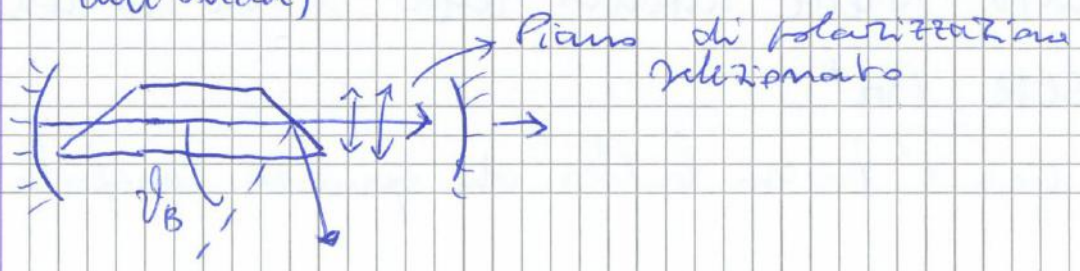
Di solito danno fastidio perché disomogeneizzano l'uscita

ES: TEM_{21}

- Esistono dispositivi ottici aggiuntivi (prismi, elementi dispersivi) per selezionare i modi a diverse frequenze.



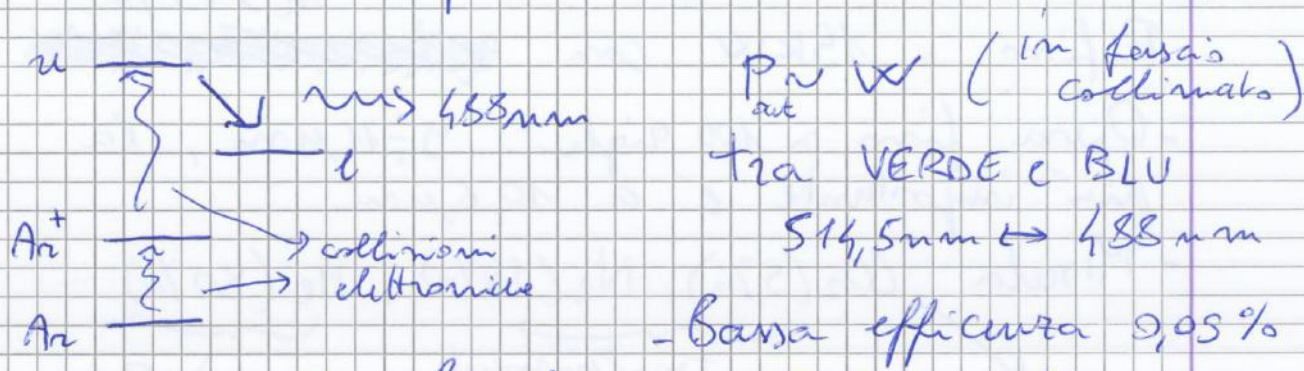
- Si può selezionare anche il piano di polarizzazione con l'angolo di Brewster (si azzerava l'uscita della componente TM o TE dell'onda)



08

79

e viene eccitato per scarica



- Vista la larghezza di riga gli specchi hanno una larga banda di riflettanza

- LASER He-Ne

3,39 μm , 1,55 μm e 632,8 μm

buona per fibre ottiche (bassi assorbimenti) \rightarrow Più usata
 $P \sim 10 - 20 \text{ mW}$

- L'He si usa per attuare il pompaggio, il Ne lavora (livelli eccitati vicini), non si formano molecole (no ecciplessi) (trasferimenti risonante)

- Non si usa per modifiche strutturali - chimiche (come Ar⁺) per via della bassa potenza.

- Alta purezza spettrale

- Aggiungere CH₄ (gas di buffer) anche 3,39 μm e purifica lo spettro.

- Inefficiente, nel bulbo passano ~ 10A

η fino a 10 - 15%

crystalini non per il danno ma per ~~la stessa~~
il cristallino (maggiore focalizzazione e
meno sbriciolamento grazie al regime
impulsato) \rightarrow SPOT \sim 200 nm

- Può scindere catene polimeriche \rightarrow si usa
per tracciare i photowrist (\rightarrow rimozione chimica
delle serpentine indolubite)

- LASER A LIQUIDI

- Laser a coloranti o "dye": il mezzo attivo
è fatto di sostanze organiche o a volte in
solventi, la transizione avviene tra bande
e non livelli (larghe \sim 10 nm), tipicamente
nel visibile e nell'infrarosso.

- Accordabili con continuità dal reticolo o
dal prisma.

- Pompati da un altro laser con λ
opportuna (contenuta nella riga)

ES: ROSALINA 6G



- Sono efficienti

- Il gran numero
di livelli e quindi
di bande è dovuto al gran numero di
livelli vibrazionali eccitati \rightarrow vibrazionali
fondamentali

La discesa \leftarrow
~~è~~
è rapida

rilassamenti
vibrazionali

\rightarrow FLUORESCENZA

- LASER Nd-YAG

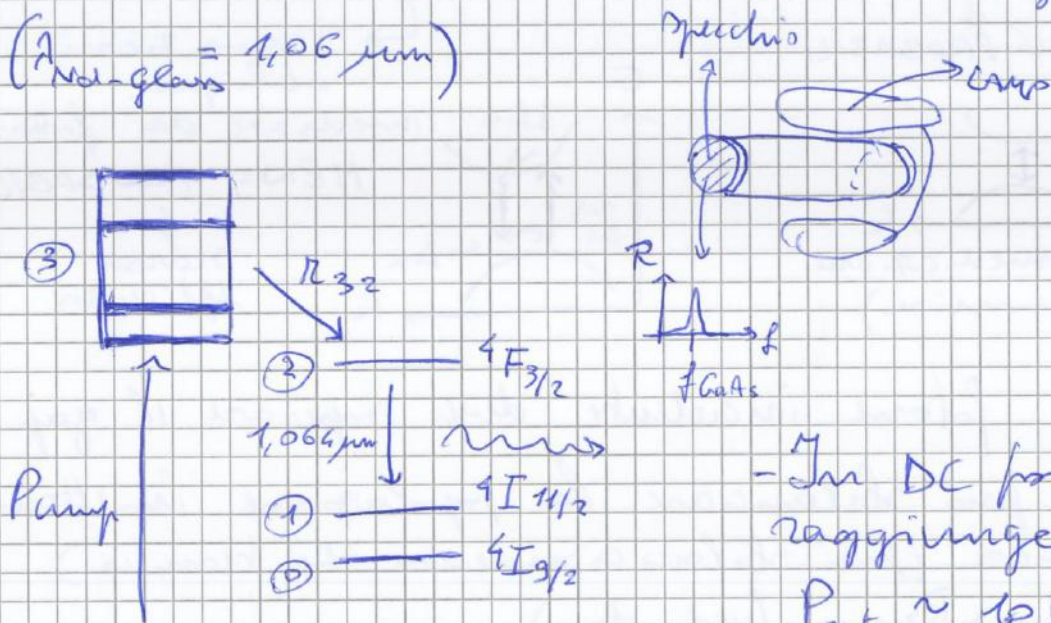
- Pompato otticamente da laser GaAs $\sim 800 \text{ nm}$

- Emettitore

$\lambda = 1,064 \mu\text{m}$

nella banda di assorbimento del Nd-Yag

($\lambda_{\text{emissione}} = 1,06 \mu\text{m}$)



- In DC possono raggiungere $P_{\text{out}} \sim 10 \text{ kW}$

- In impulsato si aumenta ancora $P_{\text{out}} \sim \text{MW}$ (istantanei)

Si ottiene con modulatore ottico all'interno che funziona con polarizzazioni variabili. Nelle fasi opache l'energia si accumula.

- Si usa impulsato per le saldature

- Spot confinabili a $\sim 10 \mu\text{m}$

- Si usa come sorgente per spettroscopia Raman (sostituiscono quelli a gas negli ultimi anni)

- Con cristalli non lineari (ES: Ti:NbO)

si può rendere il fascio visibile

(a doppia) come seconda armonica. $\sim 500 \text{ nm} \Rightarrow \text{VERDE}$

- Si può arrivare a terza armonica $3\omega \Rightarrow \text{BLU}$

\downarrow
il 10-20% dei fotoni