



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1345

ANNO: 2014

A P P U N T I

STUDENTE: Righini

MATERIA: Meccanica delle Meccaniche, Prof. Velardocchia

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

Prof. Giovanni Mattiazzo

testo: "meccanica applicata", Ferraresi, Raparelli, CUP

Esame: Scritto, basato su 4 problemi risolti in aula \rightarrow 3 domande: cinematica, campo meccanici, dinamica (anche vibrazioni)

Argomenti:

- cinematica dei corpi \rightarrow come si muove un corpo, indipendentemente dal perché
- dinamica \rightarrow attrito ecc. (parte + importante del corso)
- Componenti \rightarrow sistemi frenanti, x la trasmissione del moto ecc.
- cenni di meccanica delle vibrazioni

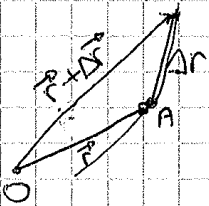
CINEMATICA

studia il moto dei corpi indipendentemente dalle cause che li mettono in moto.

l'unione di più

tratteremo i sist. meccanici come Y corpi rigidi, cioè non deformabili.

Ripartiamo dalla cinematica del punto:



identifico la posizione di A dal vettore \vec{r} , pt di A'

dal vettore $\vec{r} + \Delta\vec{r}$

$\Delta\vec{r}$ = variazione della posizione, indipendente dal sist.

di rif., è funzione solo del Δt .

Velocità media: $\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} = \dot{\vec{r}}$ \rightarrow in traiettorie curvilinee, la v è sempre tangente alla traiettoria curvilinea

RICORDA! la velocità è un vettore!

Accelerazione media: $\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

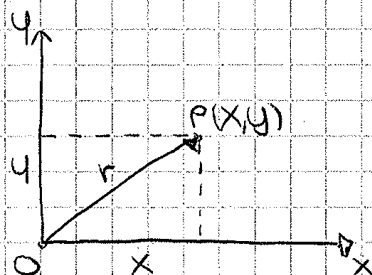
Accelerazione istantanea: $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

in una trae. curvilinea, l'acc. ha 2 componenti.

Posso usare 2 sist. di riferimento:

Cartesiano

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$



P ha 3 gradi di libertà.

la legge del moto di P mi identifica $x(t)$ e $y(t)$

$2r\dot{\theta}$ = acc. di curvatura, sempre presente nei moti relativi.

TRI p.motn

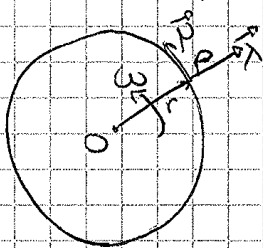
Rettilineo \rightarrow vel. angolare nulla, il moto rettilineo può essere: uniforme \rightarrow velo.

costante, acc. nulla $\rightarrow \vec{v} = v\vec{e}_t, a = \frac{d\vec{v}}{dt} = 0, v = \frac{dx}{dt}, x(t) = \int_{t_0}^t v dt + x_0 = v(t-t_0) + x_0;$

uniformemente accelerato $\rightarrow \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = a\vec{e}_t, v = v_0 + \int_{t_0}^t a dt = v_0 + a(t-t_0),$

$$x = x_0 + \int_{t_0}^t [v_0 + a(t-t_0)] dt = x_0 + v_0(t-t_0) + \frac{1}{2} a(t-t_0)^2$$

circolare \rightarrow il punto P percorre una circonferenza intorno al centro O.



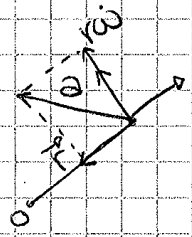
$$\vec{\omega} = \omega \vec{k}$$

$$\vec{r} = r \vec{e}_r$$

$$\dot{r} = \dot{r} = 0$$

$\omega = \omega \vec{k} \rightarrow \dot{\omega} = 0 \rightarrow v = r\dot{\theta} \vec{e}_t + r\theta \dot{\theta} \vec{e}_r = r\omega \vec{e}_t \rightarrow$ la vel. è sempre \perp a r e è mio verso comune col verso di ω , manca la compo. radiale della vel. perché r è cost.

$\vec{a} = -r\dot{\theta}^2 \vec{e}_r + r\ddot{\theta} \vec{e}_t = -r\omega^2 \vec{e}_r + r\dot{\omega} \vec{e}_t \rightarrow$ se ω è cost, $\dot{\omega} = 0$, quindi no radiale compo. centripeta

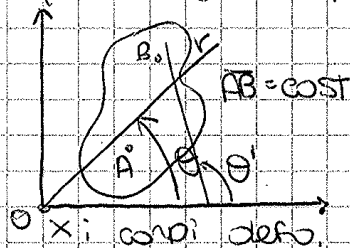


\leftarrow caso generale

5/3/2014

CINEMATICA DEL CORPO RIGIDO

un corpo rigido, rispetto a uno deformabile è tale che, presi 2 punti A e B, poi rimangono equidistanti durante il moto.



ES. Ruota ferroviaria è all'incirca un corpo rigido, mentre una ruota pneumatica è deformabile!

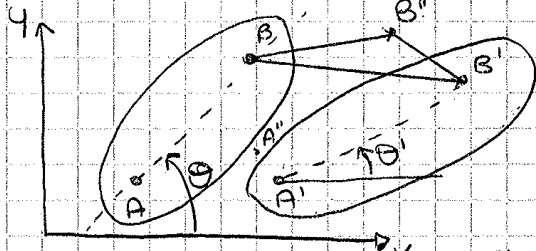
\circ X: corpi defo. non si può parlare di comportamento cinematico.

Considero un nodo piano: X sapere la posizione del corpo e il suo orientamento in ogni momento, devo definire la pos. in coo. XY di un punto e l'orientamento del corpo (tramite un altro punto o con un

Perché $r = |\overline{AB}| = r\omega t$, perché è un corpo rigido $\Rightarrow \frac{d\overline{AB}}{dt} = r \frac{d\lambda}{dt} = r\omega \cdot \vec{u} = \vec{V}_B$

$\Rightarrow \vec{V}_B = \omega r \vec{u}$ \rightarrow attenzione! \vec{u} è la vettore di B rispetto ad A e coincide con la tangente di B, se A è fermo, mentre, se A si muove, dovrai aggiungere la sua velocità di traslazione di A.

• moto generico \rightarrow composizione di traslazione e rotazione



$$\overline{B'B''} = \overline{A'A''}$$

$$\overline{BB'} = \overline{BB''} + \overline{B''B'}$$

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{B/A} \leftarrow \text{formula fondamentale della cinematica}$$

vettore di
traslazione
(di traslazione)

vettore di B intorno ad A (cioè la rotazione di B se fermo A e faccio ruotare B intorno ad A)

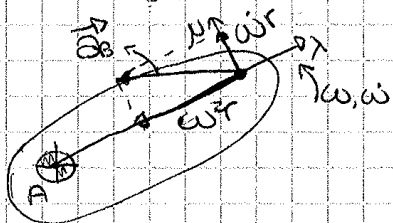
ACCELERAZIONE

le acc. esprimono gli equilibri dinamici. Prendo la \vec{V}_B e la derivo:

$$\frac{d\vec{V}_B}{dt} = \dot{\omega} r \vec{u} + \omega r \frac{d\vec{u}}{dt} = \underbrace{-\omega^2 r \vec{\lambda}}_{\vec{a}_n} + \underbrace{\dot{\omega} r \vec{u}}_{\vec{a}_t}$$

Attenzione! \vec{a}_B è l'acc. di B intorno al punto A $\Rightarrow \vec{a}_B = (\vec{a}_{B/A})_n + (\vec{a}_{B/A})_t =$

$$= (\vec{a}_{B/A})_{B \rightarrow A} + (\vec{a}_{B/A})_{\perp B \rightarrow A} = (\omega^2 r)_{B \rightarrow A} + (\dot{\omega} r)_{\perp B \rightarrow A}$$



le ω e le $\dot{\omega}$ sono prop. specifiche di quel corpo!

Se faccio $\frac{\partial \vec{a}_t}{\partial n} = \frac{\dot{\omega} r}{\omega^2 r} \rightarrow$ NB. r cambia nel tempo, ma un po' ricordo che n non

è den. sono di dens, quindi posso semplificare \Rightarrow il rapporto $\frac{\dot{\omega}}{\omega^2}$ è indipendente

dalla distanza, quindi \times tutti i punti.

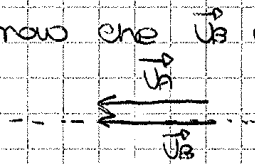
Per il moto piano generico, posso scrivere che: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A} =$

$$= \vec{a}_A + (\vec{a}_{B/A})_n + (\vec{a}_{B/A})_t$$

PRECISAZIONE:

$\omega = \text{cost}$ vuol dire che è identica per tutti i punti del corpo, non è costante rispetto al tempo.

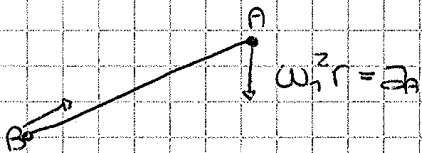
trovo che \vec{v}_B è:



$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}$$

→ in caso ero $\vec{v}_A = \vec{v}_B$, perentè, essendo // a \vec{v}_A e \vec{v}_B , con riesco a comparare con un 3° vettore.

trovo $\vec{\omega}_B$:

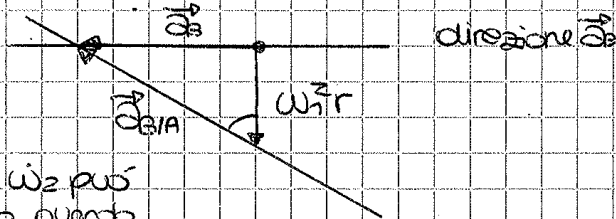


$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A} = \vec{v}_A + (\omega_B \cdot \vec{r}_{AB})_{B/A} + (\omega_B \cdot \vec{r}_{AB})_{A/B}$$

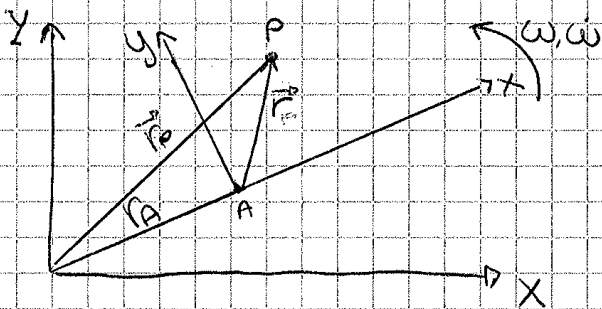
$$v_{B/A} = \omega_B \cdot AB = 0 \Rightarrow \omega_B = 0$$

$\int \vec{v}_B$

$\omega_B \neq 0 \rightarrow$ ATTENZIONE! Anche se $\omega_B = 0$, ω_B può essere diversa da 0! Ades, punto da fermo.



MOTI RELATIVI



Sistema XYO fissa
Sistema xYA mobile

Mi interessa capire la posizione assoluta di P, tramite \vec{r}_P .

La velocità di P è data da un moto di P relativo al sist. mobile + un moto di

$$\text{trascinamento col sist. mobile stesso} \Rightarrow \vec{v}_P = \vec{v}_{P_r} + \vec{v}_{P_e} = \vec{v}_{P_r} + \vec{v}_A + \vec{v}_{A/A}$$

P in moto rispetto ad un sist. mobile ritenuto fissa

P fissa sul sist. mobile, trascinata con esso

$$\text{Accelerazioni} \rightarrow \vec{a}_P = \vec{a}_{P_r} + \vec{a}_{P_e} + \vec{a}_c$$

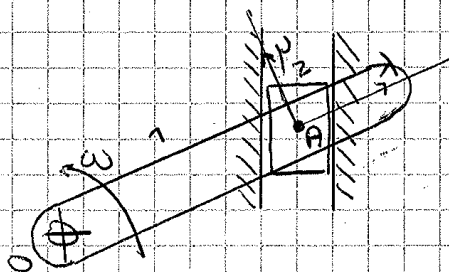
↳ accelerazione complementare (di Coriolis)

$$\vec{a}_c = 2\vec{\omega}_e \wedge \vec{v}_r$$

↳ velocità di P relativa ad A

vel. angolare di trascinamento

ESERCIZIO 1.18



\vec{v}_P, \vec{a}_P

$$\omega = \text{cost}$$

$$\vec{v}_A = \vec{v}_{A_r} + \vec{v}_{A_e}, \quad e \in AE \perp$$

AEZ può solo mettersi in senso verticale

ACCOPIAMENTI

Il moto relativo dei corpi viene permesso da diverse giunzioni, di varia natura. Su tutto. Si dividono in:

- cinematici \rightarrow quando è dovuto alla forma stessa dei corpi a contatto
- forzati \rightarrow 2 corpi (le forze scambiate tra i corpi mantengono il contatto)

Ad es., posso saldare insieme 2 corpi e un grado di libertà \rightarrow ancora 3 gradi di libertà. Oppure, posso mettere una cerniera, che non impedisce a uno dei 2 corpi di potersi muovere un moto $\omega_2 \neq \omega_1 \rightarrow$ ho appunto un grado di libertà (l'acco. non ha tolto tutti i gradi di libertà).

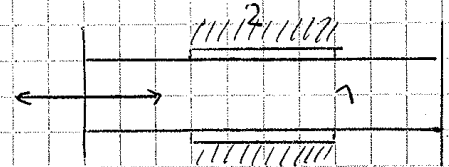
⊕ come giunzioni: corpo ripido nel piano ⊕

Si può togliere gradi di libertà relativi, ogni volta che, a rivoluzione il pezzo in moto, li tolgo, devo sostituirli con le forze che esso unico esercita.

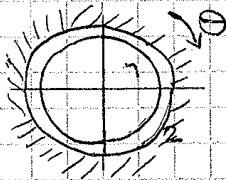
- Accoppiamento prismatico



il corpo 1 ha un unico grado di libertà nel moto rispetto al corpo 2

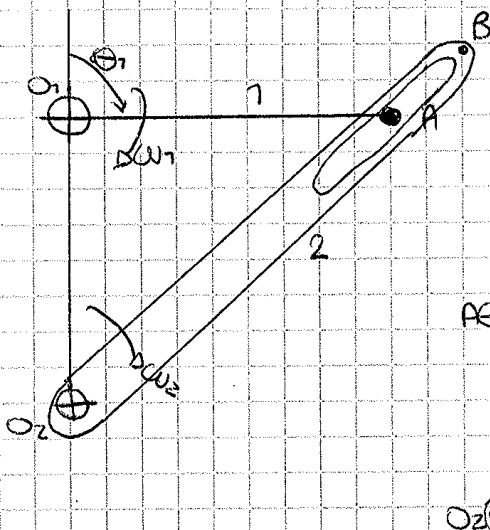


- Cerniera



Esempio di acco. forzato \rightarrow contatto tra le gomme e il terreno è permesso dalle condizioni di forza tra le superfici, non dalla forma dei corpi.

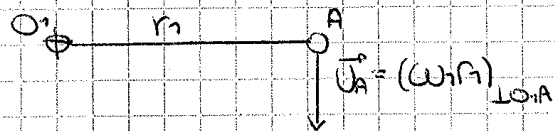
ES 4.21



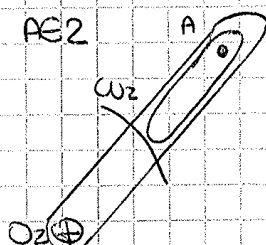
Dati: ω_1

Determinare: ω_2, V_A, ω_2

AE1



AE2



$$\vec{V}_A = \vec{V}_{A r_2} + \vec{V}_{A t_2}$$

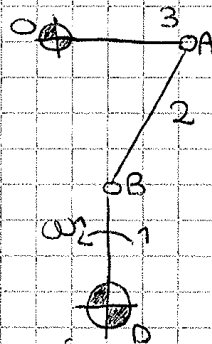
\downarrow dir. nota ($\parallel \vec{O_2 A}$) \downarrow dir. nota ($\perp \vec{O_2 A}$)

di libertà \Rightarrow



Il n° dei gradi di libertà rimanenti è ciò che bisogna imparare x avere una legge del moto nota, imposta, ad es, del motore.

ES. 1.11



Note: Geometria, ω_1

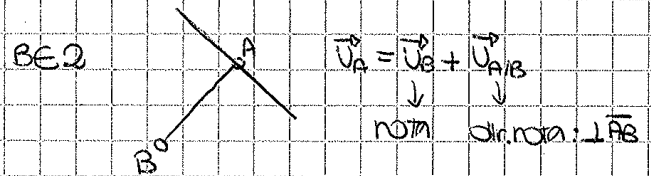
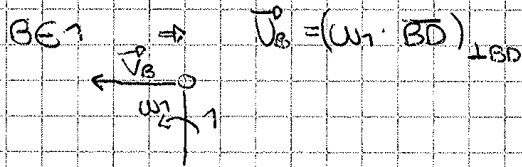
Determinare: $\omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \vec{v}_A, \vec{v}_B$

3 corpi \rightarrow 9 gradi di libertà (se i corpi fossero liberi)

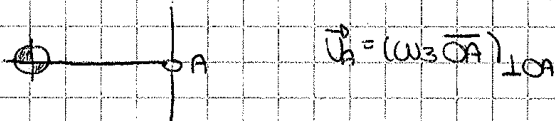
Gradi di libertà appresi = 8 \Rightarrow rimane un solo

grado di libertà, quindi mi basta definire un solo parametro x conoscere lo

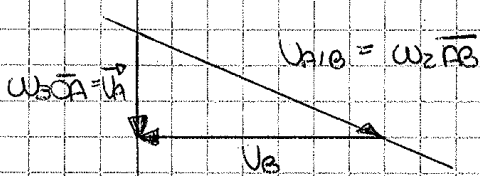
stato di moto dell'intero problema.



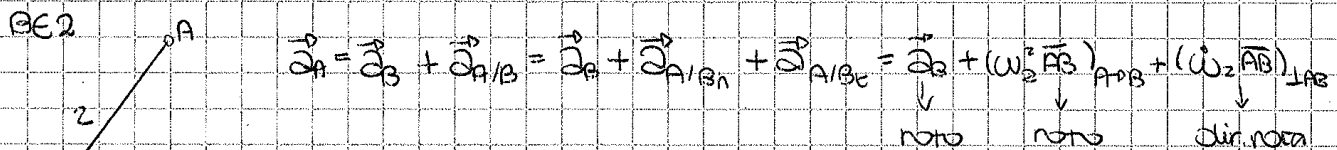
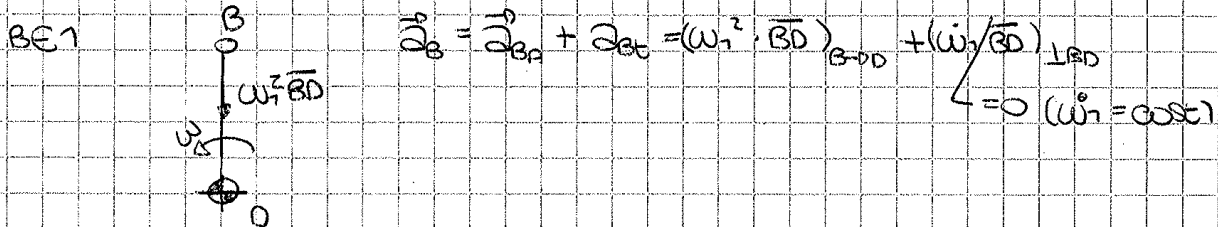
AE3



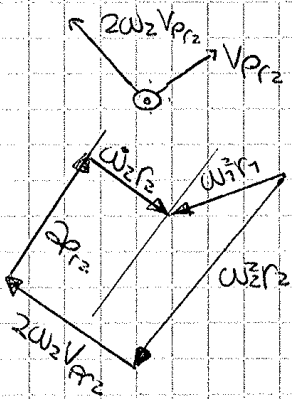
Faccio una composizione di vettori:



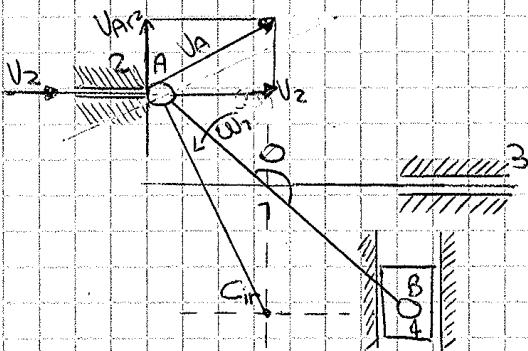
Uso lo stesso metodo x trovare le accelerazioni:



$$(\vec{\omega}^2 r)_{P \rightarrow O} = \underbrace{2\vec{\omega} r_2}_{\text{dir. } \parallel \vec{PO}'} + \underbrace{(\omega_2^2 r_2)}_{\text{rot.}} + \underbrace{(\omega_2 r_2)}_{\text{dir. } \perp \vec{PO}'} + 2\vec{\omega}_2 \wedge \vec{V}_{Pr2}$$



ES. 1.27

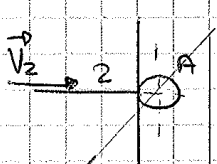


Gradi di libertà: $12 - 11 = 1$

note: geometria, V_2

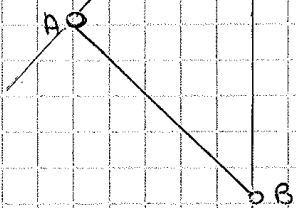
Determinazione: ω_2, \vec{V}_B

A riferito al corpo 2:



$$\vec{V}_A = \vec{V}_{Ar2} + \vec{V}_{At2}$$

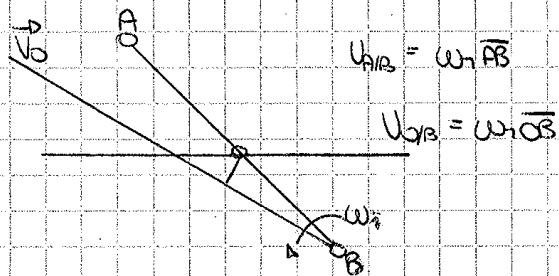
no info dir. $\perp V_2$! nota



$$\vec{V}_A = \vec{V}_B + \vec{V}_{A/B}$$

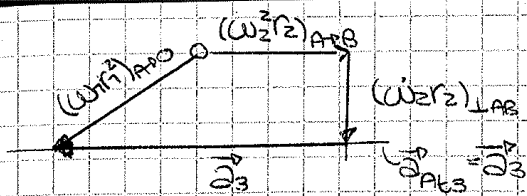
$$\vec{V}_O = \vec{V}_B + \vec{V}_{O/B}$$

dir. nota



È necessario fare ricorso al concetto di centro di istantanea rotazione.

La velocità di rispetto ad un sis. di rif. fissa è orizzontale, quella di B è verticale \Rightarrow trovo facilmente il centro di istantanea rotazione. congiungo C e punto A e trovo la direzione \perp a \overline{CA} , lungo cui si muove \vec{V}_A .



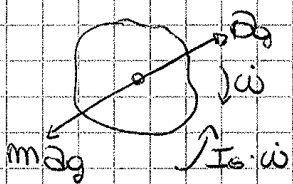
come faccio a riconoscere il moto relativo? Si verifica punto, bloccato un corpo, un altro corpo possiede un moto rispetto ad esso.

Se da un sistema di riferimento si conoscono le due velocità, trovare un poligono vettoriale, **DINAMICA**

È lo studio del moto dei corpi, in relazione alle cause che lo generano, cioè le forze. Devo capire bene a che punto fisico mi sto riferendo, e capire il comportamento dinamico. Per risolvere i problemi di dinamica, si segue una precisa procedura:

- Definire il modello fisico del sistema, ma un modello fisico semplificato: prendo alcuni parametri geometrici e fisici che lo caratterizzano in maniera chiara e la cui variazione influenza in modo significativo il moto del sistema.
- fare il diagramma di corpo libero: considero l'intero modello, separato dal mondo esterno o dal resto del sistema, togliendo i vincoli e mettendo loro posto le forze che essi applicano e impone il moto al corpo.
- scrivere le equazioni di equilibrio dinamico

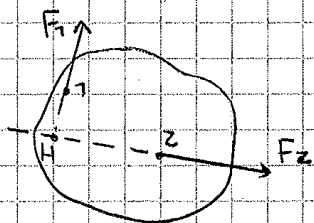
ATTENZIONE! Quando ho un sistema meccanico con una massa, la forza d'inerzia è sempre equipollente ad una forza esterna al sistema.



Appena vedo a_g , metto subito $m a_g$; appena vedo $\dot{\omega}$, metto subito $I_G \cdot \dot{\omega}$. **RICORDA!** Ovviamente devo stare attento che la m sia proprio quella del corpo che ha a_g e la $I_G \cdot \dot{\omega}$ sia proprio quella del corpo che ha $\dot{\omega}$.

FORZA → vettore applicato, con modulo, direzione, verso e punto di applicazione.

Scomposizioni e composizioni di forze:



Le forze determinano traslazione e, sotto certe condizioni, la rotazione del corpo.

Posso sempre traslare le forze lungo la loro linea d'azione, senza modificare il campo dinamico del corpo.

La forza d'inerzia è $m\ddot{x}$, sempre, mentre le forze ci sono sempre che fanno cose strane, perché \ddot{x} è l'acce. propria di quel corpo con massa m .

13/3/2014

Precauzione:

Se trovo in un es. una cosa del genere:



$a_s = -3m/s^2 \rightarrow$ vuol dire che il vettore effettivo è orientato in modo

opposto al punto ipotizzato.

DINAMICA

Concentriamoci sull'ultimo punto, la scrittura delle equazioni, al fine di estrarne le leggi del moto, un relazione alle cause che lo determinano.

1° Principio di Newton \rightarrow se la risultante delle forze e delle coppie è 0, il corpo rimane nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme.

2° Principio di Newton $\rightarrow \sum \vec{F}_e = m \cdot \vec{a}_g$: la risultante delle F applicate ad un corpo dà un'acce. sul baricentro proporzionale alle forze applicate, con un'accelerazione costante, la massa. Inoltre, $\sum \vec{M}_e = I_G \cdot \dot{\omega}$.

Def. di momento d'inerzia:



$$I_G = \int r^2 \cdot dm$$

⊗ Se si tratta di un corpo rigido, ω è comune a tutto il corpo ⊗

3° Principio di Newton \rightarrow se 2 corpi rigidi entrano in contatto, esercitano forze uguali e contrarie uno sull'altro.



$$\vec{R}_{12} = -\vec{R}_{21}$$

$\vec{R}_{12} + \vec{R}_{21} = 0 \Rightarrow$ se considero come sistema entrambi i corpi, la risultante delle forze interne è 0.

È noto che la forza d'inerzia prodotta da un corpo di massa m è

$$\vec{F}_i = -m \cdot \vec{a}_g, \text{ mettendo insieme con la def. di } \vec{F}_e \Rightarrow \sum \vec{F}_e + \vec{F}_i = 0$$



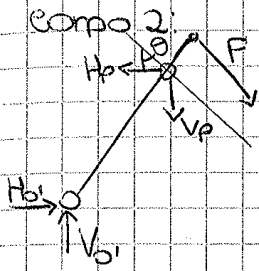
Se ho un corpo con una \vec{a}_g , immediatamente metto $m\vec{a}_g$.

In qualunque sist. meccanico, devo mettere un verso positivo arbitrario di spostamenti, velocità e accelerazioni.

Le forze determinano traslazioni e, a volte, rotazioni, però conviene il momento dovuto alla risultante delle forze d'inerzia:

newton's laws non si applicano coppie, perché manca l'alternativa la rotazione.

Ho però ipotizzato che la molla 2 abbia ω costante, quindi $\sum \vec{M}_O = I_G \cdot \dot{\omega} = 0$.



abbiamo cambiato la direzione di F x uncinziamo un po' la cosa !!

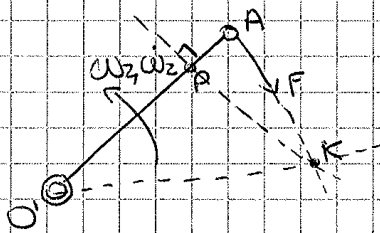
Scrivo anche più gli equilibri con la relazione orizz., verticale e rotazionale.

Avendo 7 incognite, devo aggiungere un'altra equazione: la

direzione di applicazione della forza F in P è nota, perché la guida esercita un

vincolo in dir. \perp alla guida stessa, quindi $v_p = H_p \cdot \tan \theta$

Avrei anche potuto risolvere il problema così:



È sottoposto ad una forza applicata in A , una in O' e

una in P . Ipotizzo: $m_p \approx 0$, $I_{O_2} \approx 0 \Rightarrow$ un perno

la dir. lungo la quale viene esercitata la forza.

un sist. meccanico sottoposto a 3 forze è in equilibrio se la loro risultante è

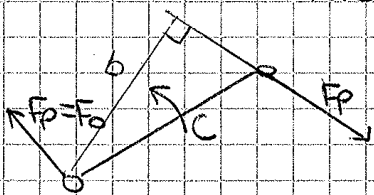
O e passano x lo stesso punto. \Rightarrow la rea. vincolare in O' deve passare x il punto

K , altrimenti non ho equilibrio, perché la risultante delle coppie è $\neq 0$. Alla fine

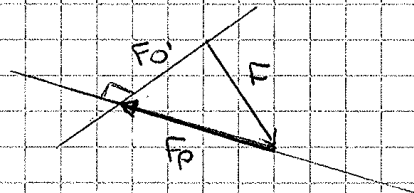
otengo:

$$\vec{F}_A + \vec{F}_{O'} + \vec{F}_P = 0$$

noto dir. di dir. \perp OA

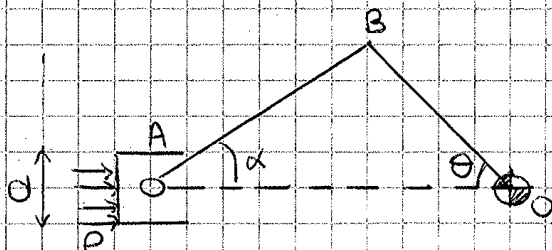


$$C = F_P \cdot b$$



18/3/2014

ES. 2.16



$$P = 100 \text{ kPa}$$

$$OB = 425 \text{ mm}$$

$$d = 40 \text{ mm}$$

$$AB = 107,5 \text{ mm}$$

$$\theta = 60^\circ$$

trascurare pesi propri e attriti.

$C?$ $R_B?$ $R_A?$ $R_C?$

Equilibrio statico \Rightarrow le acc. sono nulle, ma! le velocità non x forza.

$$\frac{OB}{\sin \alpha} = \frac{AB}{\sin \theta} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{OB \cdot \sin \theta}{AB} \Rightarrow \alpha = 20,02^\circ$$

$\vec{v}_A \Rightarrow$ conosci direzione e modulo: l

$\vec{v}_B \Rightarrow$ modulo = ωr_{OB} , dir. $\perp OB$, verso \downarrow

$\vec{v}_{A/B} \Rightarrow$ conosci direzione: $\perp AB \Rightarrow \vec{v}_{A/B} = 0 \Rightarrow v_{A/B} = \omega_z \cdot AB \Rightarrow \omega_z = 0$

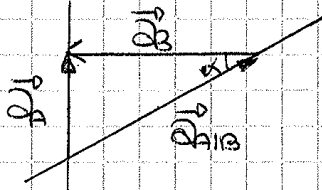
$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + (\vec{a}_{A/B})_N + (\vec{a}_{A/B})_T$$

$\vec{a}_A \Rightarrow$ conosci: dir. l

$\vec{a}_B \Rightarrow$ conosci: modulo = $\omega^2 r_{OB}$, dir. \perp , verso \leftarrow

$(\vec{a}_{A/B})_N \Rightarrow$ conosci: modulo = $\omega_z^2 AB$

$(\vec{a}_{A/B})_T \Rightarrow$ conosci: modulo = $\omega_z AB$, non conosci ω_z , dir. $\perp AB$



α è noto, \vec{a}_B si calcola \Rightarrow trova $\vec{a}_B = \omega^2 r_{OB} = 4195 \text{ m/s}^2$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B \cdot \cos \alpha =$$

$$\vec{a}_{A/B} = \omega_z AB = \vec{a}_B \Rightarrow \omega_z = \frac{\vec{a}_B}{AB \cos \alpha} =$$

$$\omega_z = \frac{\vec{a}_{A/B}}{AB} = 42480 \text{ rad/s}^2 \Rightarrow \omega \text{ in senso orario!}$$

$$\vec{a}_G = \vec{a}_A + (\vec{a}_{G/A})_N + (\vec{a}_{G/A})_T$$

$\vec{v}_G \Rightarrow$ non so nulla

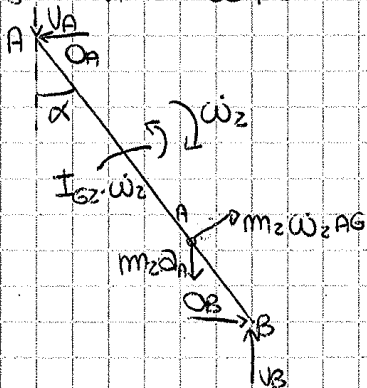
$\vec{a}_A \Rightarrow$ conosci modulo, direzione \uparrow

$(\vec{a}_{G/A})_N \Rightarrow$ modulo = $\omega_z^2 AG$

$(\vec{a}_{G/A})_T \Rightarrow$ modulo = $\omega_z AG \Rightarrow$ so che ω_z è orario, quindi ha verso \swarrow

$$\text{Ricordo che } \vec{a}_G = \vec{a}_A + (\vec{a}_{G/A})_T$$

Diagramma di corpo libero della biella:



considero tutta la massa della biella concentrata in G.

Unto il verso positivo dell'asc., la forza d'inerzia ha

verso opposto all'accelerazione!!

Porto $m_z a_A$ e $m_z \omega_z AG$, manca il momento d'inerzia:

$$I_{Gz} = m_z \cdot \rho_z^2$$

Le azioni inerziali vanno all'interno dell'equ. dei corpi

$$\textcircled{B}: V_A \cdot \sin \alpha + O_A \cdot \cos \alpha - m_z \omega_z AG \cdot BG + m_z a_A \cdot BG \sin \alpha + I_z \omega_z = 0$$

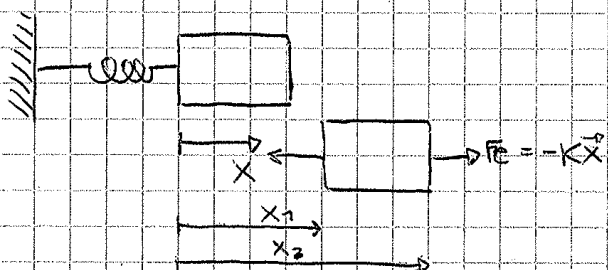
Chiamo $AB = l$ perché mi Tina.

$$a_f = \frac{dv}{dt} \Rightarrow a_f = \frac{dv}{dt} ds = v \cdot dv \Rightarrow \text{Sostituisco: } dL_e = m v dv$$

Nei istante 1, m è in S_1 e ha v_1 , nell'istante 2, m è in S_2 e ha v_2 .

$$L_e = \int_{v_1}^{v_2} m v dv = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow \text{Lavoro compiuto dalle forze esterne su una massa in moto da 1 a 2.}$$

Come calcolo il lavoro svolto dalle forze elastiche:

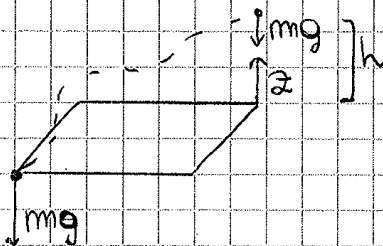


K = rigidità della molla

Le forze elastiche sono sempre opposte
allo spostamento!

$$L_m = \int_{x_1}^{x_2} F_e \cdot x d\vec{s} = \int_{x_1}^{x_2} -Kx dx = -\frac{1}{2} K (x_2^2 - x_1^2) \Rightarrow \text{È negativo perché sono forze di tipo conservativo.}$$

Come calcolo il lavoro svolto dalla forza peso:



$$L_p = \int_{S_1}^{S_2} m \vec{g} \cdot d\vec{s} = - \int_{z_1}^{z_2} mg dz \Rightarrow \text{La forza peso}$$

compie un lavoro positivo nel passare da 2 a 1, negativo
nel passare da 1 a 2.

$$\Rightarrow L_p = -mgh$$

Definizione di energia cinetica:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \text{Posso dire che } L_e = \Delta E_c = E_{c,fin} - E_{c,in}$$

energia potenziale elastica

$$E_e = \frac{1}{2} K x^2 \Rightarrow \text{Posso dire che } L_m = -\Delta E_e$$

energia potenziale gravitazionale

$$E_g = m \cdot g \cdot h \Rightarrow L_p = -\Delta E_g$$

Definizione di potenza:

$$P = \frac{dL}{dt} = \frac{F \cdot ds}{dt} = F \cdot v$$

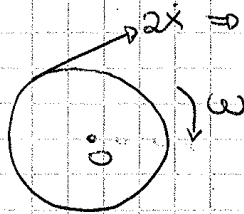
Nel campo delle rotazioni: $P = C \cdot \omega$

Definizione di rendimento:

$$\eta = \frac{P_u}{P_i} \Rightarrow \text{sempre } < 1!$$

Puleppia grande: ...

O è il centro di istantanea rotazione



$2\dot{x} \Rightarrow$ perché fine e puleppia non scivola

$$2\dot{x} = \omega r$$

$$\dot{x} = \omega r / 2$$

$$\ddot{x} = \omega r^2 / 2 \quad (3)$$

Sottinteso e trovo che:

$$\ddot{x} = \frac{2F - m_1 g \sin \alpha}{m_1 + 2m_2} = 4,39 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \text{il carrello scivola piano con moto uniformemente accelerato}$$

$$\dot{x} = \ddot{x} \cdot t \rightarrow t = \frac{\dot{x}}{\ddot{x}} \rightarrow x = \frac{1}{2} \ddot{x} t^2 = \frac{1}{2} \ddot{x} \frac{\dot{x}^2}{\ddot{x}^2} = \frac{1}{2} \frac{\dot{x}^2}{\ddot{x}} \rightarrow \dot{x}_B = \sqrt{2 \ddot{x} AB}$$

Rifaccio tutto con il principio dell'energia:

$$L_e + K_i = \Delta E_c + \Delta E_g + \Delta E_r$$

$$L_e = F \cdot 2x$$

Lo spostamento del punto d'applicazione di F è = al doppio dello spostamento del carrello

$$\Delta E_c = E_{c,fin} - E_{c,ini} = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} I_2 \omega^2 = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} I_2 \left(\frac{2\dot{x}}{r} \right)^2$$

$$\Delta E_g = E_{g,fin} - E_{g,ini} = m_1 g \cdot AB \sin \alpha$$

$$\Rightarrow F \cdot 2x = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 + I_2 \frac{2\dot{x}}{r^2} + m_1 g AB \sin \alpha \Rightarrow \text{adesso da qui posso ricavare } \dot{x}$$

PARTE 2

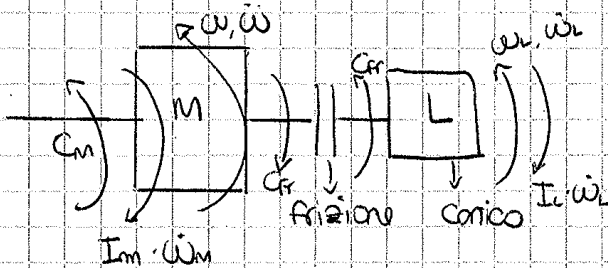
19/3/2014

L'ATTRITO

Ai moti relativi tra i corpi si oppone sempre l'attrito, sia che i 2 corpi siano in contatto, sia che ci sia un fluido. Esso nasce ancora prima che inizi il moto relativo.

Le forze di attrito sono sempre opposte al moto relativo.

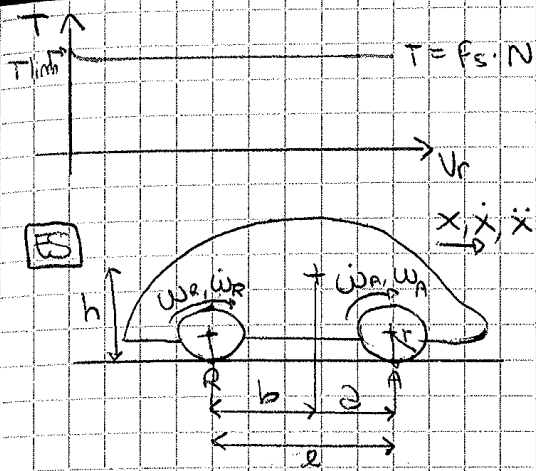
ES



x mantenere il moto, devo applicare una coppia motrice.

La frizione trasmette il moto x attrito: si genera una coppia d'attrito, opposta alla coppia motrice.

Mi concentro sulla frizione:



$G \equiv$ baricentro

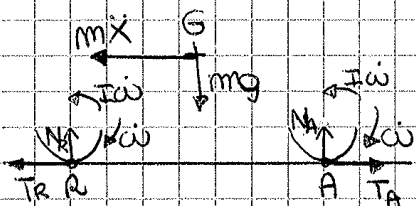
$A \equiv$ baricentro dell'area di contatto dei pneumatici $\equiv R$

Nella realtà $\omega_R \neq \omega_A!$

Riteniamo, per semplicità, che $\omega_R = \omega_A = \omega$, il che equivale ad ipotizzare che le ruote si muovano con un moto di puro rotolamento e che siano, quindi, indeformabili.

RICORDA! Prima di fare qualsiasi diagramma di corpo libero, devo decidere qual è, a convenzione, verso positivo di velocità ed accelerazioni.

Ipotizzo una trazione anteriore, con una coppia motrice C_m applicata all'avantreno.
Diagramma di corpo libero dell'intero veicolo:

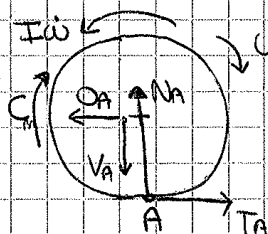


mix è la forza d'inerzia, che dipende dalla massa m di tutto il veicolo.

Non rappresento C_m , perché è una forza interna, dato che sto considerando il veicolo nel suo

insieme. Perché ho isolato l'intera ruota, non ho meno neanche le rea. vincolanti, anch'esse interne.

Diagramma di corpo libero della ruota anteriore

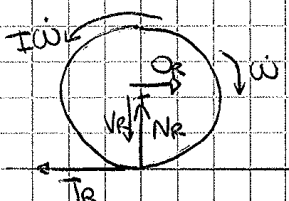


trascuro la forza d'inerzia dovuta alla ruota, perché è trascurabile rispetto a quella dell'intero veicolo.

C_m dev'essere concorde con le accelerazioni.

e T_A anche nel diagramma precedente.

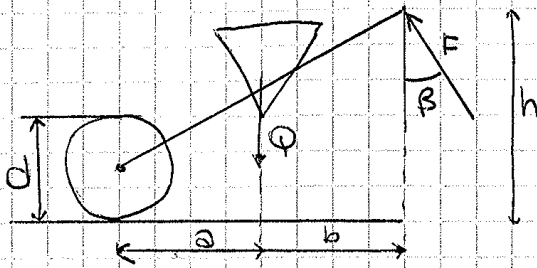
Diagramma di corpo libero della ruota posteriore



Sulla ruota è applicata solo un'azione di traino, no coppie.

Però scrivere 3 eq. x ogni diagramma, ho 10 incognite \rightarrow mi manca un'eq., che

ES.3.14



$m = 80 \text{ kg}$

$f = 0,2$

$u = 10 \text{ mm}$

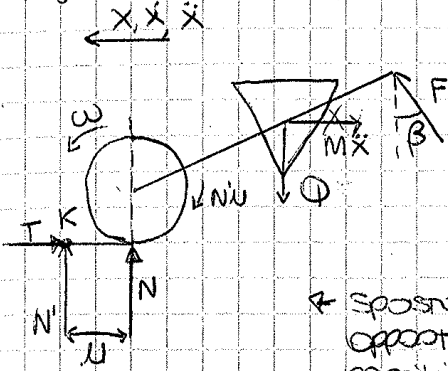
\dot{x} cost? Qual è F?

$d = 30 \text{ mm}$

$Q = 0,7 \text{ m}$

$d = 0,4 \text{ m}$

Diagramma di corpo libero della conoia:



$Q = M \cdot g$

trovo Mx perché voglio determinare la forza tale che \dot{x} sia costante

Spesso la N a ax perché deve dare un momento di verso opposto a ω . Altrimenti, si avrebbe il moto, il che non è possibile, poiché è un fenomeno d'attrito.

$\uparrow: N' + F \cos \beta - Q = 0$

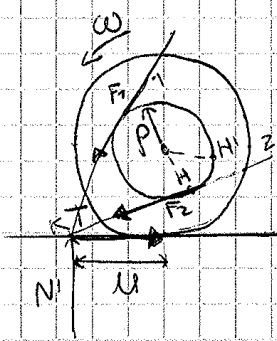
incognite: N', F, T, β

$\rightarrow: T = F \cdot \sin \beta$

rimane un'equazione

$\curvearrowright: F \cos \beta (a + b + u) + F \sin \beta h - Q(a + u) = 0$

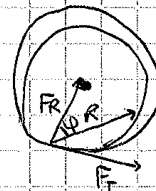
Stacco la ruota e ne faccio il diagramma di corpo libero:



Ho 2 possibili tangenti al cerchio d'attrito che partono da K

Il piano non è ideale, quindi la relazione tra la ruota e la leva non passa al centro.

È possibile identificare un cerchio ideale di raggio $\rho = r \cdot \sin \varphi$, $\varphi = \text{angolo d'attrito}$.



Se conosco il raggio e il coeff. d'attrito nel piano, so trovare la

direzione della forza risultante. Nel nostro caso:

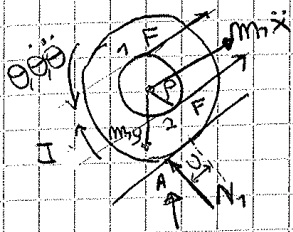
$\rho = \frac{d}{2} \sin \varphi$

φ è noto perché conosco f

La forza risultante è F_2 , perché genera un momento opposto al verso di rotazione della ruota.

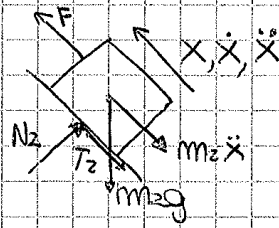
Scrivo l'equilibrio alla rotazione intorno al punto H' , che lo considero come il

Programma di campo libero del rullo e della molla:



$$\rho = \rho_0 \cdot \cos \alpha$$

$$F_p = \tan \alpha$$



mentiamo anche le forze d'inerzia, anche se $x_{u.10}$ punto, non hanno perché $\ddot{x} = 0$.

c.m.m.

Scego F_1 , perché F_2 mi darebbe un momento concorde alla velocità del rullo (sopra più la direzione, perché dev'essere opposta alla F della ruota).

Abbiamo sporcato N a ax dell'asse, in modo da generare un momento che si opponga al moto.

Per avere rotolamento puro, non ci dev'essere moto relativo tra il punto di contatto ed terreno e il terreno \rightarrow qso punto diventa il centro d'istantanea rotazione.

Calcolo gli effetti d'inerzia rispetto al punto d'appoggio:

$$I\ddot{\theta} + m_1 \ddot{x} r = I\ddot{\theta} + m_1 \ddot{\theta} r^2 \leftarrow \text{teorema del trasporto}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{\ddot{x}}{r} \rightarrow \ddot{x} = \ddot{\theta} \cdot r$$

$$\downarrow$$

$$(I + m_1 r^2) \cdot \ddot{\theta}$$

momento d'inerzia rispetto al punto intorno al quale il rot. sta avvenendo (non è il baricentro).

ATTENZIONE! $m_1 \ddot{x}$ è applicato al baricentro, non è tangente al centro d'attacco.

Equazioni d'equilibrio del rullo:

$$\uparrow \curvearrowright : F(r + \rho) + I \cdot \ddot{\theta} + m_1 \ddot{x} r + m_1 g \cos \alpha \cdot r - m_1 g \sin \alpha \cdot r = 0$$

Equazioni d'equilibrio della molla:

$$\uparrow : F = m_2 \ddot{x} + T_2 + m_2 g \sin \alpha$$

$$\uparrow : N_2 = m_2 g \cos \alpha$$

$$T_2 = F \cdot N_2$$

Se la velocità di discesa del rullo è costante: $\dot{\theta} = \text{cost} \rightarrow \ddot{\theta} = 0 \rightarrow \ddot{x} = 0 \rightarrow$ applico

qsa condizione alle equazioni.

$$\rightarrow \begin{cases} F = T_2 + m_2 g \sin \alpha \Rightarrow F = F \cdot m_2 g \cos \alpha + m_2 g \sin \alpha \\ T_2 = F \cdot m_2 g \cos \alpha \end{cases}$$

Calcolo F dalla 1a eq., annullando le accelerazioni:

$$F(r + \rho) + m_1 g \cos \alpha \cdot r - m_1 g \sin \alpha \cdot r = 0$$

$$\Rightarrow \text{facendo i calcoli, molo: } m_2 = \frac{m_1 g (r \sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{g (r \cos \alpha + \sin \alpha) (r + \rho)} = 22,3 \text{ kg}$$

A priori, non posso dire se il ruolo rotola o striscia, ma! posso fare l'ipotesi d'aderenza, cioè che il ruolo si muova di rotolamento puro, in questo modo introduco una nuova equazione $\Rightarrow \dot{X} = r \cdot \dot{\theta} \Rightarrow$ adesso ho abbastanza equazioni x risolvono il sistema e trovo un valore di N e T x ogni α .

Affinché l'ipotesi d'aderenza sia verificata, devo verificare che $\frac{T}{N} \leq f_a$

che succede per $\alpha = 45^\circ$

Se la condizione d'aderenza non viene soddisfatta, sono in condizione di strisciamento e posso dire che: $T = f \cdot N$.

Per $\alpha = 45^\circ \rightarrow \ddot{X} = 5,89 \text{ m/s}^2 \Rightarrow X(t) = \underset{L_0}{x_0} + \underset{L_0}{\dot{x}t} + \frac{1}{2} \ddot{x}t^2 \rightarrow t =$

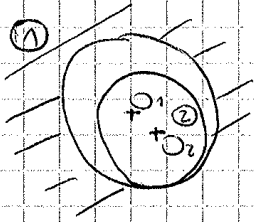
RICORDATI! Di verificare sempre le ipotesi che faccio.

PARTE 2

26/3/2014

ATTRITO NEL PIANO

Copita molto spesso nei sistemi meccanici di avere alberi che ruotano nei perni.



$\omega_2 = \omega \neq 0$

$\omega_1 = 0$

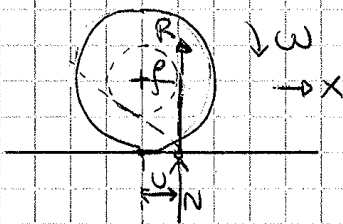
\Rightarrow esiste una $\Delta\omega$, quindi nasce un fenomeno tangenziale d'attrito: nasce una risultante R , non equilibrata dalla forza peso.



$f_s = \tan \alpha$

Quando un albero ruota in un supporto, noto il

coeff. d'attrito, è possibile rappresentare il cerchio di attrito di raggio ρ , al quale R dev'essere tangente.



COMPONENTI AD ATTRITO

Sono concetti x sfruttare le caratteristiche dell'attrito x realizzare varie funzioni.

- freni

- Frizioni

Sono caratterizzati dall'uso dell'attrito, distribuito su una superficie di contatto.

FRENI

Sono classificati in seconda della forma della superficie che strisciano tra loro.

Decomponi in 2 moti: rotazione del corpo 3 intorno ad A e spostamento in dir.

$$\perp OA \Rightarrow S_O = S_A + S_{1,OA}$$

\Rightarrow il consumo del materiale avviene secondo la stessa distribuzione degli spostamenti.

trovo il baricentro della distribuzione e ci applico N.

$$\begin{cases} N = \int_A P \cdot dA = \int_A Kx \cdot dA \\ P = K \cdot \delta \end{cases}$$

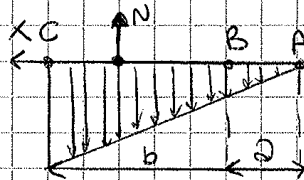
\hookrightarrow consumo del materiale

$$\begin{cases} T = FN \\ C = NX_0 + Th \end{cases}$$

27/3/2014

FRENO A PATTINO

Poiché δ è proporzionale alla distanza dal centro di rotazione del periferico punto S, posso fare:

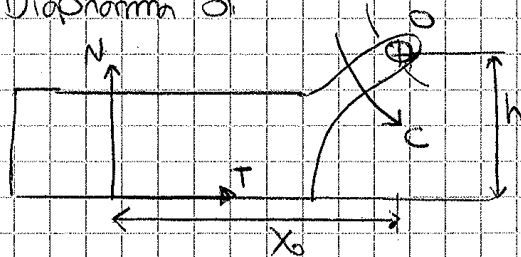


$$\delta = K' \cdot x$$

$$N = \int_A P \cdot dA$$

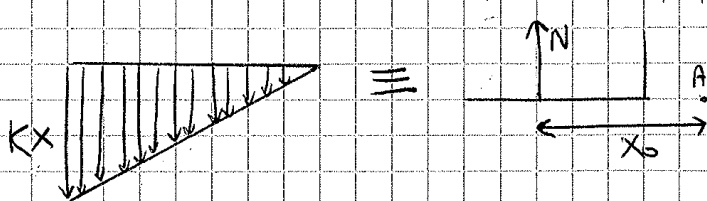
$$P \propto \delta \Rightarrow p = K \cdot x \Rightarrow N = \int_a^{a+b} K \cdot x \cdot dx \text{ poi risolvo tranquillamente l'integrale.}$$

Posso trovare la posizione dove applico N, cioè il baricentro della distribuzione delle pressioni. Diagramma di



$$\begin{cases} C + Th - NX_0 = 0 \\ T = F \cdot N \end{cases}$$

X_0 deve essere tale che anche ai fini della rotazione, N sia equivalente all'azione distribuita delle pressioni (oltre che, ovviamente, equivalente all'area).



$$NX_0 = \int_A p \cdot dA \cdot x = \int_A Kx^2 dx$$

Da qui posso trovare X_0 , se

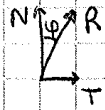
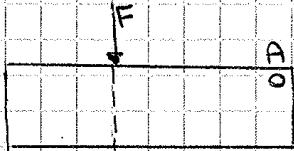
$$\text{spostolico } N \text{ con quello trovato con l'integrale di prima } (N = \frac{K}{2} [(a+b)^2 - a^2])$$

Avrà capitare che il pattino di impunti, a volte è addirittura un effetto cercato oppositamente. Normalmente, i freni lavorano sempre a contatto, in modo da poter

$$C = R \cdot d \rightarrow R = \frac{T}{\sin \alpha} \rightarrow C = T \frac{d}{\sin \alpha}$$

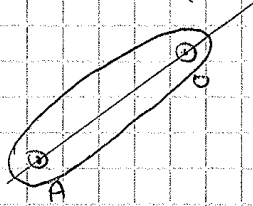
Chi che ho trovato la posizione di R, è nota anche $N = R \cos \alpha$ e posso cercare come fatta la distribuzione delle pressioni \rightarrow non lo fanno!!

Invece di dare una coppia C, posso scegliere di dare una forza F dall'esterno \rightarrow che legame c'è tra questa e la forza d'attrito? $F = f(T)$?



conoscendo solo le 2 direzioni delle forze e il punto d'applicazione di R \rightarrow è un

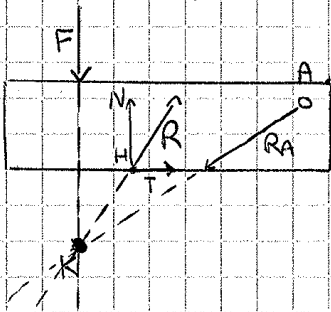
problema non risolvibile, quindi guardo cosa fa la bilia:



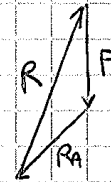
$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_e + \sum \vec{F}_i &= 0 \\ \sum \vec{M}_e + \sum \vec{M}_i &= 0 \end{aligned}$$

per avere equilibrio, le 2 forze devono essere =, contrarie e collineari.

Ritorno al disegno del pattino:



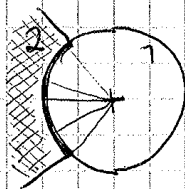
Le loro direzioni le 3 forze si equilibrano se si intersecano in uno stesso punto. Formo comunque 3 direzioni tra di loro:



Da qui posso trovare anche la distribuzione delle P.

FRENI A CEPPI (o a tamburo)

una superficie rotante è appoggiata ad un sistema meccanico, che deve essere decelerato.



La forza d'attrito esercita una forza radiale, mentre, nei freni a disco, si esercita una forza frontale (es. gli elmi delle biciclette).

Oltre in pso caso, l'accostamento può essere rigido o libero.

11/4/2014

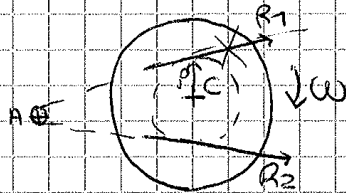
freno a ceppi ad accostamento rigido

Si sommatima l'effetto della coppia frenante di $\approx 5-10\%$, \times amplifica la trazione.

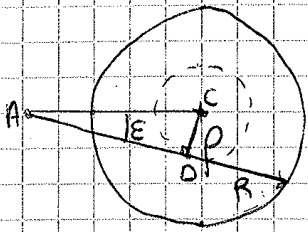
Direpro il ceppo 2:



Sono certo che R dev. essere tangente al cerchio o d. anitto e partono per A, affinché il corpo 2 sia in equilibrio. Poiché il ceppo viene spinto contro il tamburo, la forza risultante sarà da sinistra verso destra.

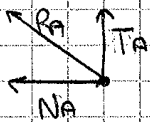


La scelta della direzione dipende solo da ω : se ω è oraria, ϵR_2 .



$$p = (a+r) \cdot \sin \epsilon$$

N.b. Se avessi un ceppo a dx e uno a sx, non è detto che le forze sui due siano uguali! *

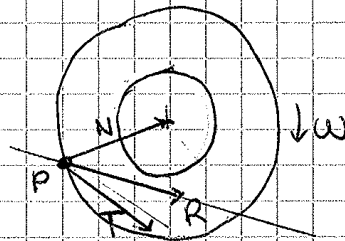


$$N_A = T_A / \tan \epsilon \rightarrow T_A = N_A \cdot \tan \epsilon$$

A qso punto diventa noto il punto d'applicazione della risultante delle forze scomposte.

$$F \cdot a = N \cdot b$$

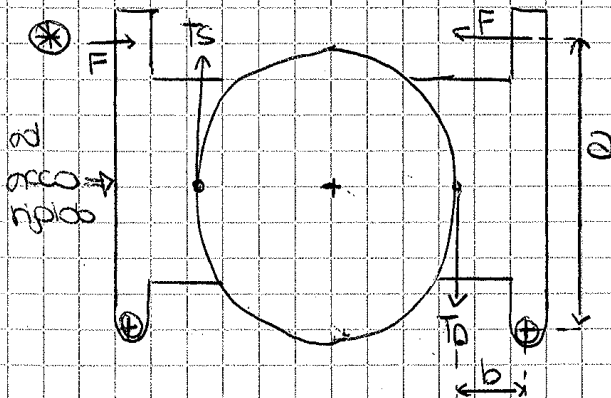
trovo N e T_A come $F(F)$



Non può esserci una distribuzione di P uniforme.

FRENO A DISCO

Le forze \perp alle superfici di contatto che danno anitto hanno direzione anitale.



$$F \cdot a + T_s \cdot b = N_s \cdot c$$

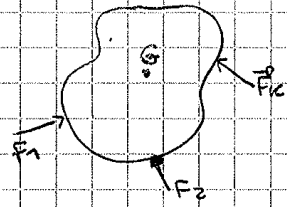
$$F \cdot a - T_s \cdot b = N_s \cdot c$$

\Rightarrow il ceppo di sx tende ad essere allontanato, T_s , mentre quello di dx ad essere avvicinato.

Se $T_s \cdot b < N_s \cdot c$ ho imbrantimento del freno.

*

Corpo rigido:



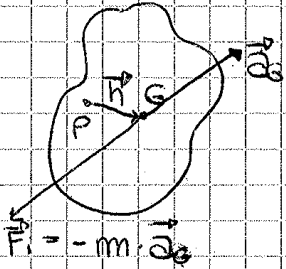
$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{k=1}^n \vec{F}_{e,k} &= m \cdot \vec{a}_G \\ \sum_{k=1}^n \vec{M}_{G,e} &= I_G \cdot \vec{\omega} \end{aligned} \right.$$

N.B. il corpo rigido ha una ω !

$$\Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \sum_{k=1}^n \vec{F}_{e,k} - m \cdot \vec{a}_G &= 0 \Rightarrow \sum_{k=1}^n \vec{F}_{e,k} + \underbrace{(-m \vec{a}_G)}_{\substack{\text{Forza d'inerzia} \\ \vec{F}_i = -m \vec{a}_G}} = 0 \Rightarrow \sum_{k=1}^n \vec{F}_{e,k} + \vec{F}_i = 0 \rightarrow 1^{\circ} \text{ eq. cardinale} \\ &\text{della dinamica} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{k=1}^n \vec{M}_{G,e} - I_G \cdot \vec{\omega} &= 0 \Rightarrow \sum_{k=1}^n \vec{M}_{G,e} + \vec{M}_i = 0 \rightarrow 2^{\circ} \text{ eq. cardinale} \\ &\downarrow \\ \vec{M}_i &= -I_G \cdot \vec{\omega} \text{ \u00e9 il momento risultante delle} \\ &\text{forze d'inerzia, non il momento d'inerzia.} \end{aligned} \right.$$

Se volessi riferirmi ad un punto che non sia il baricentro, posso, ad es., prendere il punto P:



$$\vec{M}_i = I_G \cdot \vec{\omega} + h \wedge \vec{F}_i$$

$$\sum_{k=1}^n \vec{F}_{e,k} = m \cdot \vec{a}_G = m \frac{d\vec{v}_G}{dt} = \frac{d(\vec{v}_G \cdot m)}{dt} \Rightarrow \text{definisco } \vec{Q} = m \cdot \vec{v}_G = \text{quantit\u00e0 di moto (momentum)}$$

$\Rightarrow \frac{d\vec{Q}}{dt} = \frac{d\vec{Q}}{dt} \Rightarrow$ sono 2 punti di vista, quindi posso ragionare con le componenti:



$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^n F_{x,k} &= \frac{d(Q_x)}{dt} \\ \sum_{k=1}^n F_{y,k} &= \frac{d(Q_y)}{dt} \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{\u00e9 utile perch\u00e9 ci sono casi in cui} \\ \sum_{k=1}^n F_{e,k} = 0$$

$\Rightarrow \frac{d\vec{Q}}{dt} = 0 \rightarrow \vec{Q}(t)$ \u00e9 costante rispetto al tempo t.

$\sum_{k=1}^n \vec{F}_{e,k} = \frac{d\vec{Q}}{dt} \Rightarrow$ posso (eppure \u00e8 cor.) $(\sum_{k=1}^n \vec{F}_{e,k}) dt = d\vec{Q}(t) \Rightarrow$ integro, partendo in

qualche modo da 1 a 2:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\sum_{k=1}^n \vec{F}_{e,k}) dt = \int_{t_1}^{t_2} d\vec{Q}(t) = \vec{Q}(t_2) - \vec{Q}(t_1) \Rightarrow \text{ovviamente,} \\ \text{per\u00f2 anche vedere qua eq. newtoniana} \\ \text{(matriciale per uno dei versori degli assi)}$$

Impulso lineare delle forze tra t_1 e t_2

$$|\vec{v}| = \omega_1 \cdot R \Rightarrow \omega_1 = \frac{|\vec{v}|}{R}$$

$$|\vec{v}| = \omega_2 \cdot r \Rightarrow \omega_2 = \frac{|\vec{v}|}{r}$$

$$\vec{a}_G = -\omega_1^2 R \vec{u} = -\frac{|\vec{v}|^2}{R} \vec{u} \quad \Rightarrow \vec{F}_i = -m \vec{a}_G = m \omega_1^2 R \vec{u} = m \frac{|\vec{v}|^2}{R} \vec{u}$$

$$\vec{\omega}_T = \omega_1 \cdot \vec{K}$$

↳ ω della terra λ, μ, ν

$$\vec{K}_G = I_\lambda \omega_\lambda \vec{\lambda} + I_\mu \omega_\mu \vec{\mu} + I_\nu \omega_\nu \vec{\nu}$$

$$\vec{\omega}_{ruota} = \omega_1 \vec{K} - \omega_2 \vec{\lambda}$$

$$\omega_\lambda = \vec{\omega}_{ruota} \cdot \vec{\lambda} = \omega_1 \vec{K} \cdot \vec{\lambda} - \omega_2 \vec{\lambda} \cdot \vec{\lambda} = \omega_1 \sin \alpha - \omega_2$$

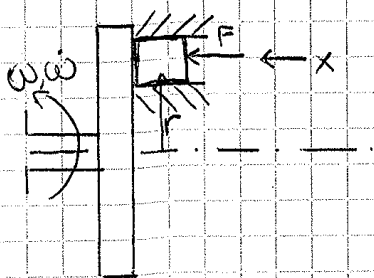
\uparrow 90° $(90^\circ - \alpha)$

$$\omega_\mu = \vec{\omega}_{ruota} \cdot \vec{\mu} = \omega_1 \vec{K} \cdot \vec{\mu} - \omega_2 \vec{\lambda} \cdot \vec{\mu} = \omega_1 \cos \alpha$$

$$\omega_\nu = \vec{\omega}_{ruota} \cdot \vec{\nu} = \omega_1 \vec{K} \cdot \vec{\nu} - \omega_2 \vec{\lambda} \cdot \vec{\nu} = 0$$

3/4/2014

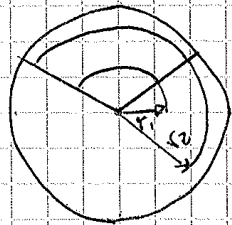
Freni a disco



È un freno di natura annale, perché F determina un consumo con un moto d'accostamento annale.

$p = \frac{K}{r} \Rightarrow$ è la p di contatto che determina i fenomeni d'attrito

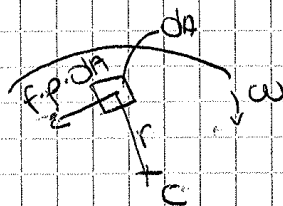
Considero la sezione frontale del pattino:



$$F = \int_A p \cdot dA = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{K}{r} \cdot r \cdot dr \cdot d\theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = K(r_2 - r_1)(\theta_2 - \theta_1) \quad (1)$$

Pero ragionare meglio per la coppia dovuta alle singole forze di contatto:



$$M = \int_A r \cdot p \cdot F \cdot dA = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{r_1}^{r_2} F \cdot r \cdot \frac{K}{r} \cdot r \cdot dr \cdot d\theta = F \frac{K}{2} (r_1^2 - r_2^2)(\theta_2 - \theta_1) \quad (2)$$

$\Rightarrow M = F \cdot F \cdot \frac{r_1 + r_2}{2} \Rightarrow$ la coppia aumenta proporzionalmente al coeff. d'attrito, alla coppia di serraggio e al raggio medio

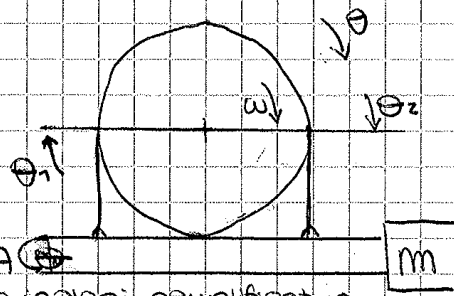
Lo sviluppo angolare è influente sulla coppia d'attrito, ma in realtà influenza la relazione tra F e K : + è ridotto K , + è ridotto P , + è ridotto θ è il rapporto.

Per aumentare la coppia frenante, posso agire su 3 parametri: uno geometrico, uno di spinta e uno d'attrito.

I coeff. d'attrito variano molto con la temperatura!

FRENI A NASTRO

Ovviamente, essendo meccanico, non è perfetto che il nastro si pieghi perfettamente nel punto di contatto, A ma posso fare una ipotesi semplificativa. Come si dimensionano questi freni?

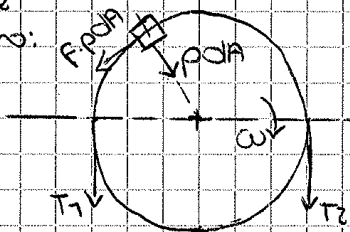


Il nastro è metallico e presenta un certo numero di piastre d'attrito:



hanno una certa elasticità, ma, comunque, i cambi di curvatura hanno dei costi energetici.

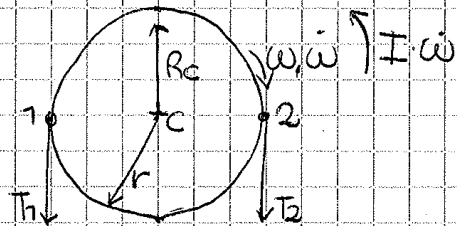
d.c.e. Tamburo:



$|\theta_2 - \theta_1| = \theta^* \rightarrow$ angolo di avvolgimento

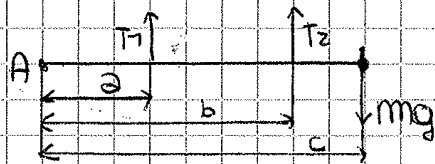
T_1 e T_2 rappresentano le forze date dal nastro, che ho immaginato di tagliare.

$\sum \tau: I\dot{\omega} = (T_2 - T_1) \cdot r$
 $\uparrow: R_c = T_1 + T_2 \rightarrow$ uguale da determinare



la relazione tra T_1 e T_2

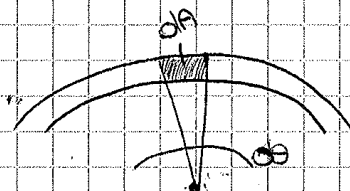
Diagramma di corpo libero della molla:



$\sum \tau_A: T_1 \cdot a + T_2 \cdot b = m \cdot g \cdot c$

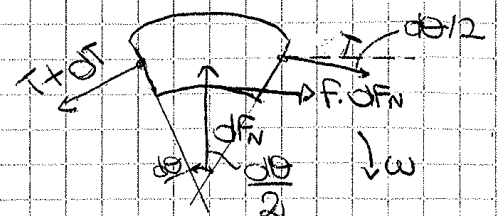
Devo, ovviamente, verificare che il nastro sia in grado di svilupparsi ope forze.

D.c.e. nastro:



$T =$ generica forza tangenziale.

Studio l'elemento di nastro dA:



con il corpo rigido, allora $\vec{\omega}_T = \omega_x \vec{i} + \omega_y \vec{j} + \omega_z \vec{k}$, ma non è il nostro caso.

$$\vec{\omega} = \omega_1 \vec{k} - \omega_2 \vec{\lambda}$$

$$|\vec{v}| = \omega_1 R = \omega_2 r \Rightarrow \omega_1 = \frac{|\vec{v}|}{R} \quad \text{e} \quad \omega_2 = \frac{|\vec{v}|}{r}$$

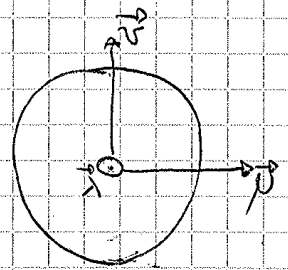
$$|\vec{a}_G| = \omega_1^2 R = \frac{v^2}{R} \quad ; \quad \vec{a}_G = -\omega_1^2 R \vec{i} = -\frac{v^2}{R} \vec{i}$$

$$\vec{\omega}_T = \omega_1 \vec{k}$$

I_λ = momento d'inerzia di massa rispetto al vertice λ

$$I_\lambda \approx 2I_p = 2I_r$$

l'ipotesi di una perfetta sfera renderebbe la forma un disco sottile, con spessore trascurabile



Ripetiamo : $\vec{K}_G = I_\lambda \omega_\lambda \vec{\lambda} + I_p \omega_p \vec{p} + I_r \omega_r \vec{r}$

$$\omega_\lambda = \vec{\omega} \cdot \vec{\lambda} \quad \vec{\omega} = \omega_1 \vec{k} - \omega_2 \vec{\lambda}$$

$$\omega_\lambda = \omega_1 \vec{k} \cdot \vec{\lambda} - \omega_2 = \omega_1 \sin \alpha - \omega_2$$

$$\omega_p = \vec{\omega} \cdot \vec{p} = \omega_1 \vec{k} \cdot \vec{p} = \omega_2 \vec{\lambda} \cdot \vec{p} \quad ; \quad \omega_p = \omega_1 \cos \alpha$$

$$\omega_r = \vec{\omega} \cdot \vec{r} = \omega_1 \vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_2 \vec{\lambda} \cdot \vec{r} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{K}_G = I_\lambda (\omega_1 \sin \alpha - \omega_2) \vec{\lambda} + I_p \omega_1 \cos \alpha \vec{p} \Rightarrow \text{la velocità e l'inclinazione } \alpha \text{ della ruota sono costanti}$$

$$\frac{d\vec{K}_G}{dt} = I_\lambda (\omega_1 \sin \alpha - \omega_2) \frac{d\vec{\lambda}}{dt} + I_p \omega_1 \cos \alpha \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow \text{sostituisco le espressioni delle derivate:}$$

$$\Rightarrow = I_\lambda (\omega_1 \sin \alpha - \omega_2) (-\omega_1 \cos \alpha) \vec{r} + I_p \omega_1 \cos \alpha \cdot \omega_1 \sin \alpha \vec{r}$$

$$\Rightarrow \vec{M}_{iG} = -\frac{d\vec{K}_G}{dt} = I_\lambda (\omega_1^2 \sin \alpha \cos \alpha - \omega_1 \omega_2 \cos \alpha) \vec{r} + I_p \omega_1^2 \sin \alpha \cos \alpha \vec{r}$$

Sostituisco $I_p = I_\lambda / 2$

$$\Rightarrow \vec{M}_{iG} = I_\lambda \vec{r} \omega_1 \cos \alpha (\omega_1 \sin \alpha - \omega_2 - \omega_1 \sin \alpha)$$

$$\Rightarrow \vec{M}_{iG} = I_\lambda \omega_1 \cos \alpha \left(\frac{\omega_1 \sin \alpha}{2} - \omega_2 \right) \vec{r} \rightarrow \text{ricorda che } \omega_2 \text{ sia } > 0 < 0,$$

in presenza ancora di + la ruota o la raddizza \Rightarrow vediamo chi vince tra $\frac{\omega_1 \sin \alpha}{2}$

$$\text{e } \omega_2 : |\vec{v}| = \omega_1 R = \omega_2 r \rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R}{r} \rightarrow R \gg r \Rightarrow \frac{R}{r} \gg 1 \rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} \gg 1 \rightarrow \omega_2 \gg \omega_1$$

\rightarrow vince il termine negativo, quindi alla fine ottengo, approssimando:

$$\vec{M}_{iG} \approx -I_\lambda \omega_1 \omega_2 \cos \alpha \vec{r} \Rightarrow \text{è diretto lungo } -\vec{r}, \text{ quindi ha un effetto}$$

raddizzante sulla ruota.

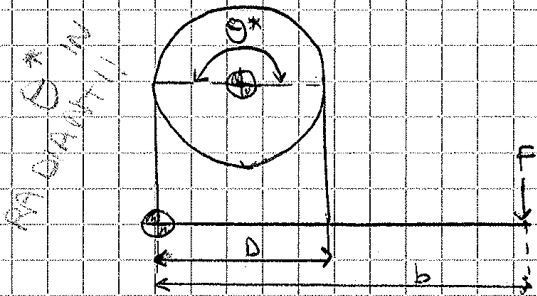
• unno elastico $\rightarrow E_{tot} = e \cdot St$ \Rightarrow poiché non cambia la geometria e i due corpi sono indeformabili, rimane solo l'En. cinetica: $E_{cin} = E_{cin} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$

\Rightarrow raggruppo l'eq. di conservazione di Q, quindi otterpo un sist. di 2 eq. in 2 incognite. Sono accettabili solo le soluzioni che mi danno $v_2 \geq v_1$, poiché non è possibile la compenetrazione dei corpi.

9/4/2014

ESERCITAZIONE

ES. 4.11



$\theta^* = \omega \text{ rad}$

$M_f ?$

$D = 0,4 \text{ m}$

$F = 0,25$

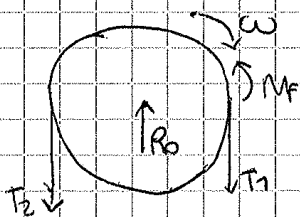
$b = 1 \text{ m}$

$F = 200 \text{ N}$

momento trascurabile
 \downarrow
possiamo trascurare in coppia d'inerzia

Abbiamo visto che: $\frac{T_2}{T_1} = e^{f\theta^*} \rightarrow e^{f\theta^*} > 1 \Rightarrow T_2 > T_1$

ipotizziamo una ω del nostro corpo:



$T_2 > T_1$ così si forma un M_f di verso opposto a ω .

D.C.L. della leva:



$\sum \vec{A}: F \cdot b = T_1 \cdot d \rightarrow T_1 = F \frac{b}{d} = 500 \text{ N}$

$T_2 = T_1 \cdot e^{f\theta^*} = 1096 \text{ N}$ \rightarrow non aerei

potuto trovarlo dal d.c.l. e. re

momento M_f .

$M_f = (T_2 - T_1) \cdot \frac{D}{2} = 119,3 \text{ Nm}$

Se cambio il verso di ω , scambiano le tensioni:

$T_2 = 500 \text{ N}$

$M_f = 54,4 \text{ Nm}$

$T_1 = \frac{T_2}{e^{f\theta^*}}$

Spingo il ceppo contro il tamburo, finché questo si ferma. Facciamo un'ipotesi semplificativa, considerando che la risultante delle forze scambiate tra ceppo e tamburo è esattamente nella direzione del ceppo.

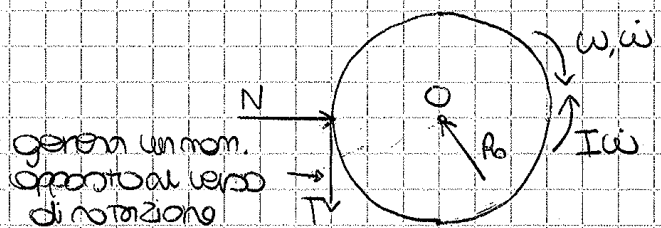
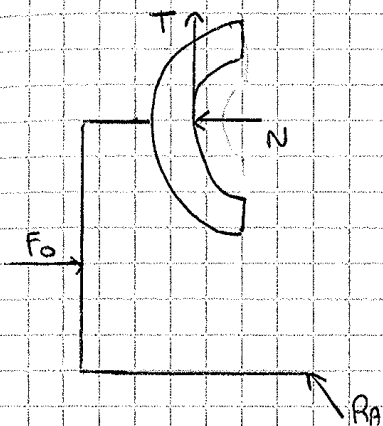
Il moto è uniformemente decelerato.

$$\omega(t) = \omega_0 + \dot{\omega}t$$

$$\omega_f = 0 \rightarrow t^* = 10\text{s}$$

$$\omega(t^*) = \omega_f = 0 = \omega_0 + \dot{\omega}t^* \rightarrow \dot{\omega} = \frac{-\omega_0}{t^*} = -1,256 \text{ rad/s}^2$$

Diagrammi di ceppo libero di tamburo e luna:



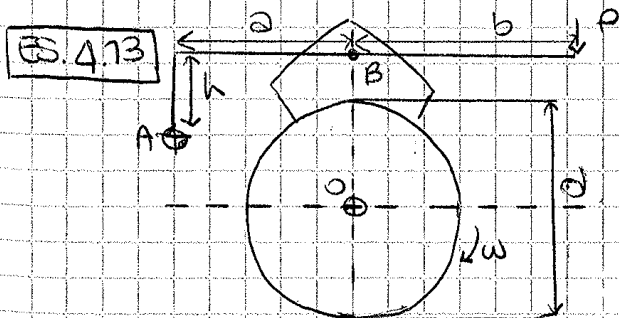
$$\sum \tau: I\dot{\omega} + TR = 0 \rightarrow T = -\frac{I\dot{\omega}}{R} = 31,4\text{N}$$

$$T = F \cdot N \Rightarrow N = 89,71\text{N}$$

TIP:

Non forze equi, alla traslazione, x non for componente R_A radio equi. alla rotazione !!

$$\sum \tau: TR - N(a+b) + F_0 \cdot a = 0 \rightarrow F_0 = \frac{N(a+b) - TR}{a} = 197,37\text{N}$$



$$a = 150\text{cm}$$

$$P = 100\text{N}$$

$$b = 30\text{cm}$$

$$F = 0,4$$

$$h = 5\text{cm}$$

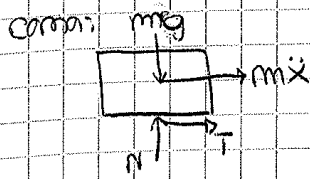
C? tale che $\omega = \text{cost}$

$$d = 22\text{cm}$$

Il ceppo ha 2 gradi di libertà, quindi non posso fare ipotesi semplificative \Rightarrow non conosci, x ora, il punto d'applicazione della risultante.

Il ceppo è appeso a 2 forze: affinché sia in equi, que devono avere la stessa direzione.

RICORDA! l'attrito è sempre sempre contro ciò che vogliamo fare, quindi, se il veicolo frenare, lui mi equilibra il momento frenante.



$$\sum \ddot{\theta}: M_p = T_p \cdot \frac{D}{2}$$

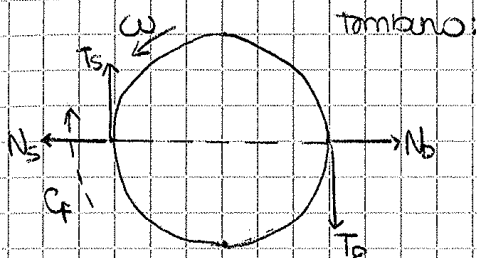
$$\uparrow: N = mg = 3924 \text{ N}$$

$$\rightarrow: T + m\ddot{x} = 0 \Rightarrow T = -m\ddot{x} = 1200 \text{ N}$$

condizione di non scivolamento della carr: $\frac{I}{N} = f_3 = 0,3$

$$T_p + m\ddot{x} + M\ddot{x} = 0 \rightarrow T_p = -(m+M)\ddot{x} = 12000 \text{ N} \rightarrow \text{ora posso calcolare}$$

$$M_p = T_p \cdot \frac{D}{2} = 4800 \text{ Nm} \rightarrow C_p = \frac{M_p}{2} \rightarrow \text{da qui posso calcolare } F:$$

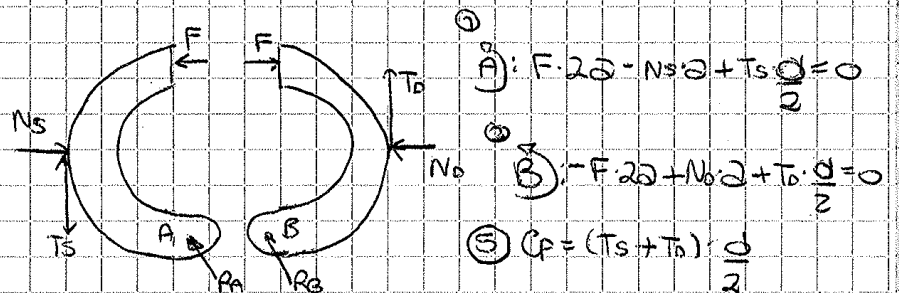


T_s e T_o generano una coppia oraria, opposta alla ω del tamburo, nel d.c.r. del tamburo, non compare C_f , perché ho messo le forze che la generano.

$$T_s = N_s \cdot f \quad (3)$$

$$T_o = N_o \cdot f \quad (4)$$

C_p



$$\textcircled{1} \sum \ddot{\theta}: F \cdot 2a - N_s \cdot a + T_s \cdot \frac{D}{2} = 0$$

$$\textcircled{2} \sum F_x: -F \cdot 2a + N_o \cdot a + T_o \cdot \frac{D}{2} = 0$$

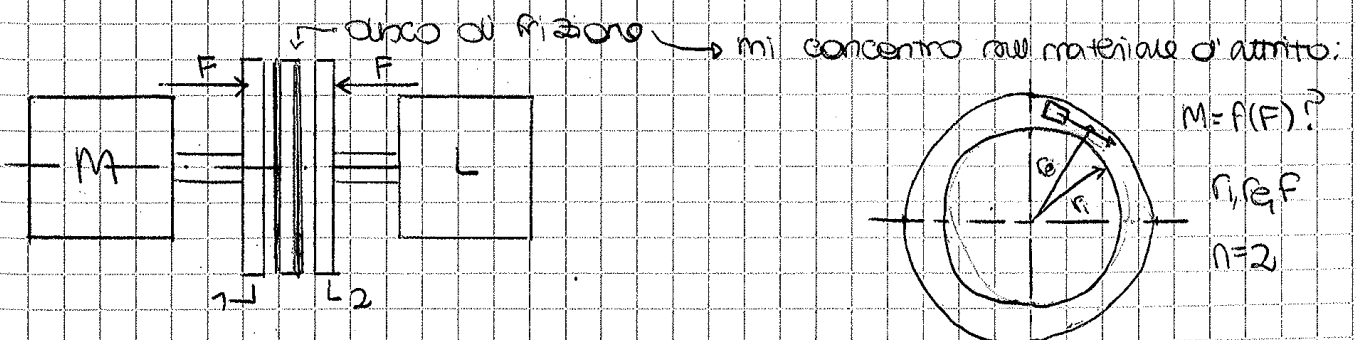
$$\textcircled{3} C_p = (T_s + T_o) \cdot \frac{D}{2}$$

$\textcircled{*}$ M_p è applicato sulle 2 ruote posteriori, quindi si divide tra le 2 $\textcircled{8}$

10/4/2014

FRIZIONI

Un frizione serve a realizzare un innesto tra 2 parti che viaggiano a velocità differenti: da coppia a chi va + lento, toglierla a chi va + veloce.



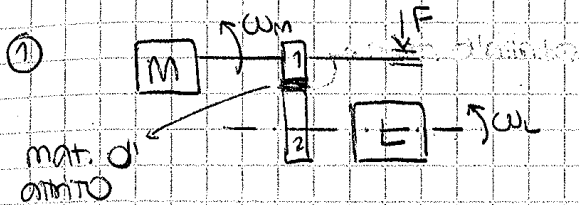
2 corpi, dovei applicare una forza enorme x striscanti.

L'applicazione principale delle frizioni coniche è nei cambi delle macchine.

TRASMISSIONE TRA ALBERI non coincidenti → ROTISMI: Generalmente la trasmissione del moto tra un motore e un utilizzatore con alberi non coincidenti.

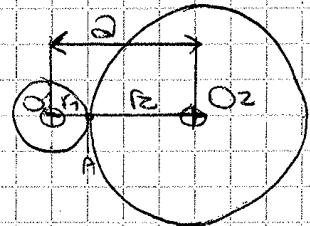
1° ruote di frizione

2° ruote dentate



Frontalmente:

$$a = \text{interasse} = r_1 + r_2$$



a più coniche: più forza, più silenziosa.

$$v_{A1} = v_{A2} \rightarrow v_{A1} = \omega_1 r_1$$

$$v_{A2} = \omega_2 r_2$$

$$\omega = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

nessuno geometrico in coerenza del rapporto di trasmissione!

molto come legge in ω del corpo a q. di un altro corpo, attraverso un ingranaggio.

rapporto di trasmissione

Ad es., se metto troppo conico, il motore continua a dare coppia alla ruota 1, che, però, può unirsi o scivolare rispetto alla 2.

ESEMPI CAP. 2

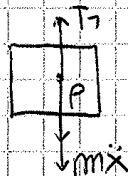
2.2 PAG. 77

CASO A:

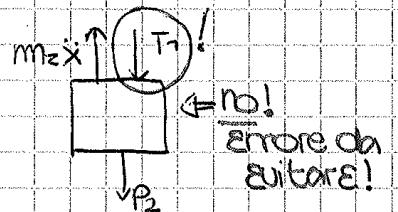
massa pulegge & attrito trascurabili

D.C.L. $m_1 \rightarrow$

$$P_1 + m_1 \ddot{x} = T_1$$



D.C.L. $m_2 \rightarrow$



D.C.L. $m_2 \rightarrow$

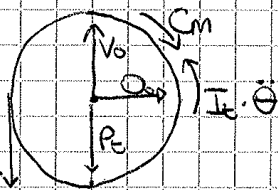


$$\Rightarrow m_2 g = m_2 \ddot{x} + m_1 g + m_1 \ddot{x}$$

$$P_2 = m_2 \ddot{x} + T_1$$

$$\Rightarrow \ddot{x} = g \frac{(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2} = 1,4 \text{ m/s}^2$$

D.C.E. tamburo:



Attenzione!
T dà momento!

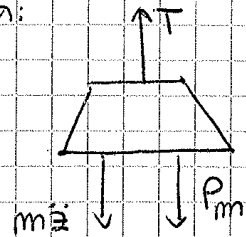
$$I_t = \frac{mr^2}{2} = 1,425 \text{ N}$$

$$\textcircled{1} : T \cdot r + I_t \cdot \ddot{\theta} = C_m = 303 \text{ Nm}$$

$$\textcircled{2} \uparrow : V_0 = T + P_E = 2990 \text{ N}$$

$$\rightarrow : Q_0 = 0$$

D.C.E. molla:



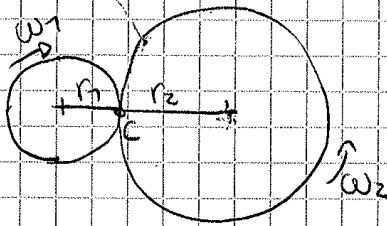
$$\uparrow : m\ddot{x} + P_m - T = 0 \rightarrow T = 2010 \text{ N}$$

mettere SUBITO le reazioni vincolari!

15/4/2014

TRASMISSIONI

Prendo 2 ruote che trasmettono il moto x attrito.



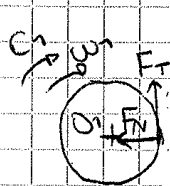
Adesso la ruota 1 è la motrice!

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \text{rapporto di trasmissione}$$

$i > 1 \Rightarrow$ rotismo riduttore

$i < 1 \Rightarrow$ rotismo moltiplicatore

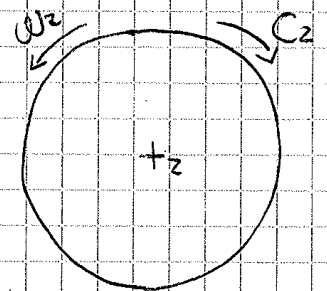
In C si sviluppano forze di contatto normali e tangenziali.



$$F_T \leq F_N \cdot F_{\mu}$$

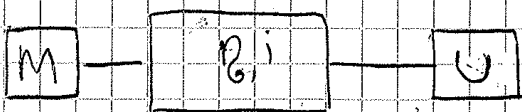
$$C_1 = F_T \cdot r_1$$

$$\text{rendimento} \rightarrow \eta = \frac{C_2 \omega_2}{C_1 \omega_1}$$



$$C_2 = C_1 \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \eta = C_1 i \eta \rightarrow \text{questa relazione è sempre vera!}$$

Devo fare in modo che i sia costante, ma di per sé non è in un punto ho due ruote dentate. mi pare trovare una situazione:

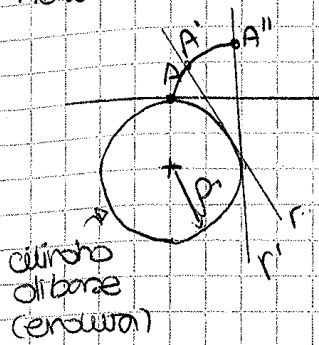


È un sistema che mi serve a collegare le velocità del motore e dell'utilizzatore

Se sulla mia ruota ho anche un'accelerazione, ho anche le coppie d'

Perché unta i, varia anche in rapporto tra le coppie C1 e C2.

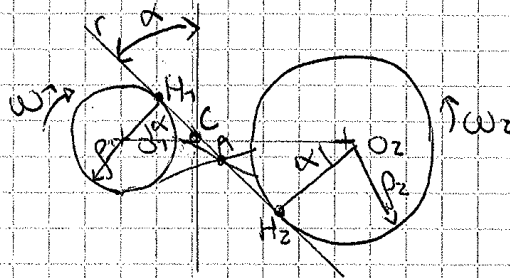
Le ruote dentate non si fanno con dentature rettangolari, ma si fa un modo di mente, nelle i denti in contatto lungo una retta costante.



Ho un'evoluzione di A secondo un evuente di cerchio

Se costruisco 2 ruote dentate con lo stesso passo,

quello che succede è qso:



In A i fianchi dei 2

denti entrano in contatto

Il normale è coincidente

col piano generatore dei

denti, comuni alla sua ruota 1 alla sua ruota 2. Possiamo scrivere una relazione cinematica indipendente dalla posizione istantanea di contatto.

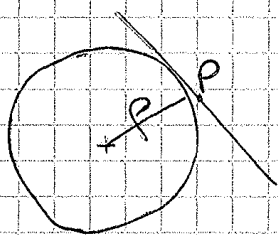
$$v_A = \omega_1 p_1 \cos \alpha = \omega_2 p_2 \cos \alpha$$

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{p_2}{p_1} \text{ sempre costante con le ruote evolventi}$$

Se avessi installato le 2 ruote a distanza diversa, avrei avuto un iterame di lunghezza $a' = r_1' + r_2'$, ma i non nebbe cambiato.

16/4/2014

RUOTE DENTATE



P si muove con velocità v_1 se

considerato E ruota 1 e v_2 se E

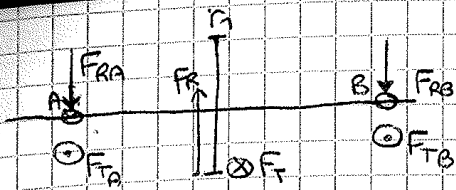
ruota 2, ma devono avere una

componente v_n uguale, in modo che i

Si
denti mantengono in contatto. c'è una situazione particolare, in cui $v_s = 0$,
quando il punto P è sulla congiungente i 2 centri $\rightarrow v_1 = v_2 = v_n$, condizione di
puro rotolamento tra le ruote dentate. Le circonferenze passanti x C si
chiamano circonferenze primitive.

$$p = r \cdot \cos \alpha \rightarrow \text{raggio circ. primitiva}$$

D'ora in avanti tratteremo le forze d'attrito tra i denti.

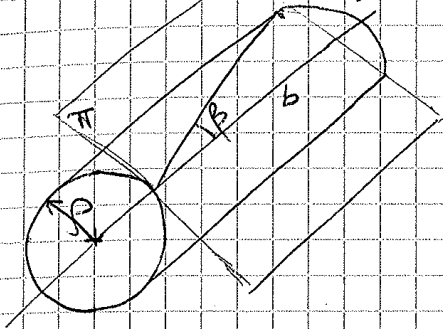


I 2 vinci A e B reciprocano con 2 forze di contatto radiale e 2 di contatto tangenziale.

ATTENZIONE! Le forze avanzano le ruote.

RUOTE DENTATE CILINDRICHE EUCOIDALI

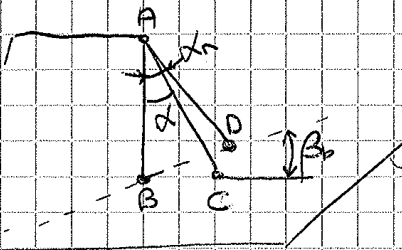
Prendo il cilindro di base, adesso non posso + puntarlo in sezione:



temporo usate x evitare che si verifichi il fenomeno del "tracchetto".

Prendo una retta sul piano inclinato dell'angolo $\beta \Rightarrow$ la penetrazione del dente mi dà un piano inclinato di un angolo β .

In pos modo geometrico che d'ora + di un dente in presa contemporaneamente.



ABC è piano frontale.

ABD è piano perpendicolare al dente

↳ piano di base \rightarrow cilindro di base aperto

$\hat{B}AD = \alpha_n$ $\hat{B}AC = \alpha$

$\overline{AB} = \overline{AC} \cos \alpha$

$\overline{AB} = \overline{AD} \cos \alpha_n$

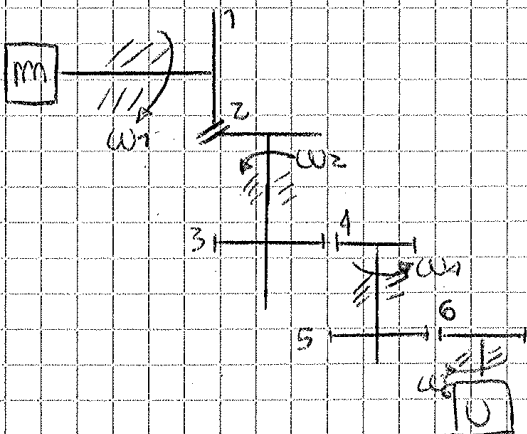
$\overline{AD} = \overline{AB} \operatorname{tg} \alpha_n$

$\overline{BC} = \overline{AB} \operatorname{tg} \alpha$

$\operatorname{tg} \alpha_n = \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \beta$

29/4/2014

In un accoppiamento tra ruote dentate, mediamente, il rapporto di trasmissione, ^{in serie} ne è 5-6, x averne uno + alto accoppio + ruote dentate e ottergo dei ridotti.



Il flusso di potenza va dal motore all'utilizzatore, a noi interessa che il rendimento del riduttore sia il + vicino possibile a 1.

$\eta = \frac{P_0}{P_1} = \frac{C_0 \omega_0}{C_1 \omega_1}$

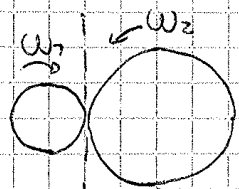
$\eta_{16} = \eta_{12} \eta_{23} \eta_{34} \eta_{45}$

Es. 5.4 $i = 3$ $z_1 = 30$ $d_{e1} = 128 \text{ mm}$ $P = 12,57 \text{ mm}$

m ? d_1 ? d_2 ? d_{f1} ? d_{f2} ? z_2 ? interasse tra le 2 ruote? (in)

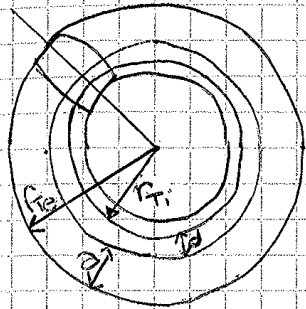
$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} \rightarrow z_2 = i z_1 = 90$$

$$\text{modulo} = m = \frac{P}{\pi} = \frac{12,57}{\pi} = 4 \text{ mm}$$



* diametro di tronatura esterna (cioè dove finisce il dente) *

previsione:



$$r_{Te} = r + a = r + m \rightarrow m = \frac{P}{\pi}$$

\downarrow \downarrow
 raggio del primitivo addendum

$$r_{f2} = r - d = r - 1,25m$$

\downarrow
dedendum

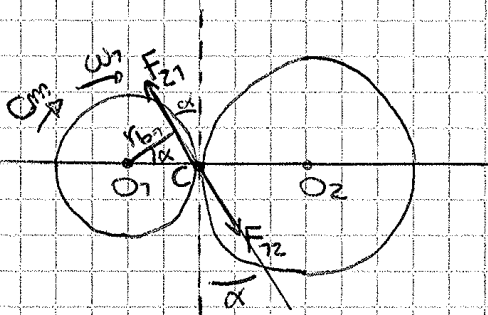
torione al nostro esercizio:

$$\frac{d_{e1}}{2} = \frac{d_1}{2} + a = \frac{d_1}{2} + m$$

ricordando che: $\frac{\omega_1}{\omega_2} = i = \frac{z_2}{z_1} \rightarrow r_2 = 180 \text{ mm} \Rightarrow \frac{d_{f1}}{2} = \frac{d_1}{2} - 1,25m$

interasse tra le 2 ruote dentate: $IN = r_1 + r_2$

ora ipotizzo che viene applicata una coppia motrice $C_m = 150 \text{ Nm}$ e che $\alpha = 20^\circ$, quanto vale la forza F scambiata tra i denti?

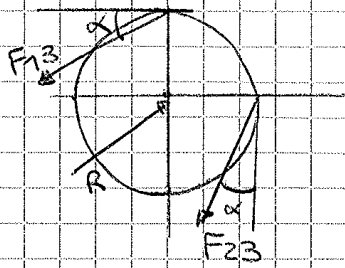


ipotizzo una sola coppia di denti in presa e che il punto in cui si scambia la forza F è C, cioè il punto di tangenza tra le 2 primitive.

Lezioni scambiate tra le ruote devono sempre andare ad equilibrare la coppia motrice.

$$C_m = F_{z1} \frac{r_1 \cos \alpha}{r_{b1}} \rightarrow F_{z1} = \frac{C_m}{r_1 \cos \alpha} = 266 \text{ N}$$

Ruota 3 \Rightarrow

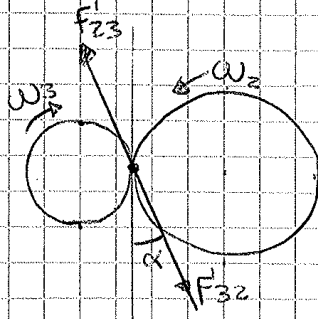
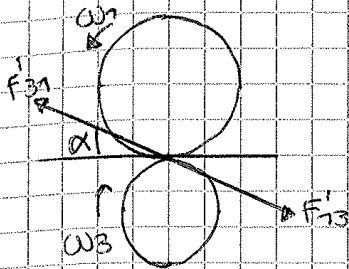


$$F_{13} \cdot r_{b3} = F_{23} \cdot r_{b3}$$

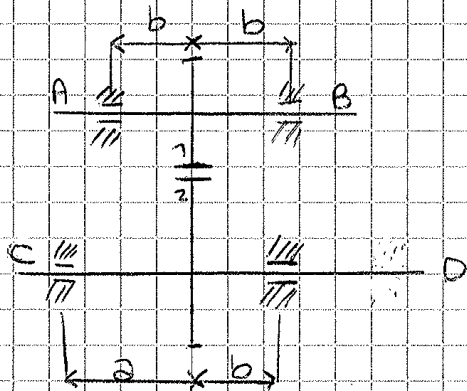
$$C_3 = F_{13} \cdot r_{b3} = F_{13} \cdot r \cdot \cos \alpha$$

$$F_{23} = F_{13} = 864,5 \text{ N}$$

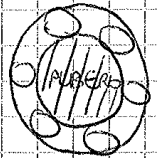
Se un cambio vero, cambiano le direzioni delle forze combinate:



ES



circunferenza \Rightarrow



La ruota 1 è supportata dai cuscinetti A e B, la 2 dai cuscinetti C e D.

$$C_m = 30 \text{ Nm}$$

$$\eta = 1$$

coppia che esce dall'albero su cui è calata la ruota 2

$$m = 4 \text{ mm}$$

$$z_1 = 13$$

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = 3$$

$$\omega_1 = 20 \text{ rad/s}$$

$R_c?$ $G_r?$

$z_2?$

$$\alpha = 20^\circ$$

$R_D?$ $F_{12}?$

$r_1, r_2?$

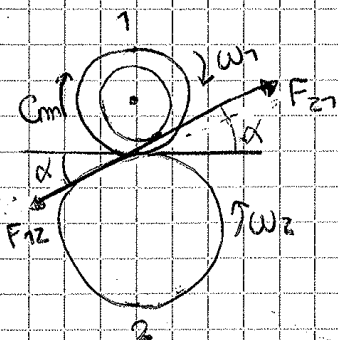
$$a = 100 \text{ mm}$$

$$b = 50 \text{ mm}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = i = \frac{z_2}{z_1} \rightarrow z_2 = i \cdot z_1 = 3 \cdot 13 = 39$$

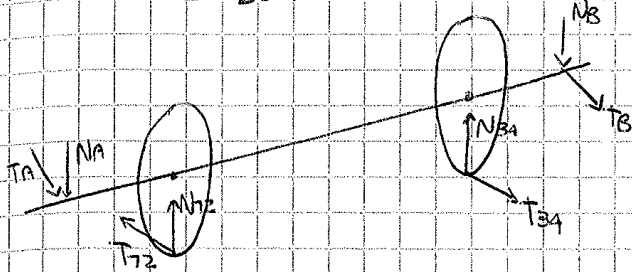
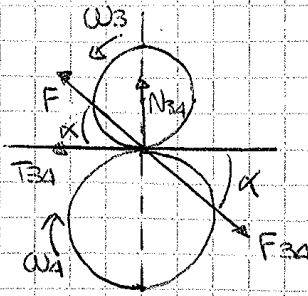
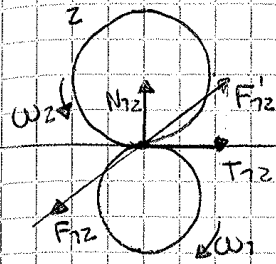
$$r = \frac{m \cdot z}{2} \Rightarrow \begin{cases} r_1 = \frac{m \cdot z_1}{2} = 26 \text{ mm} \\ r_2 = \frac{m \cdot z_2}{2} = 76 \text{ mm} \end{cases}$$

$$\eta = 1 = \frac{C_2 \cdot \omega_2}{C_m \cdot \omega_1} \rightarrow C_2 = C_m \cdot \frac{\omega_1}{\omega_2} = C_m \cdot i = 90 \text{ Nm}$$



$$C_m = F_{21} \cdot r_1 \cdot \cos \alpha$$

ipotesi che la ruota 1 ruota in senso orario:



$$T_8 - T_{12} + T_{34} = 0$$

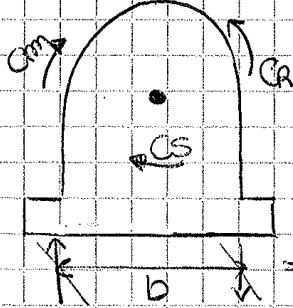
con l'equazione di equilibrio trovo che:

$$R_8 = 859,5 \text{ N}$$

$$R_3 = 1055,9 \text{ N}$$

incoppia generata dalle reazioni vincolari:

Quale dev'essere affinché il sistema sia in equilibrio?

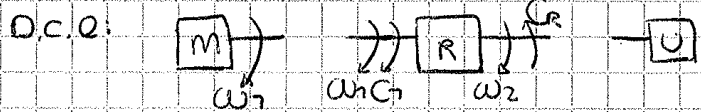


$$C_m - C_r + C_s = 0 \rightarrow C_s = 8356 \text{ Nm} \rightarrow \text{positivo, quindi il verso ipotizzato è giusto}$$

⇒ ho tutte le reazioni vincolari e merito al loro punto in coppia, dunque un verso a caso.

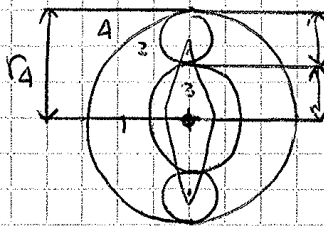
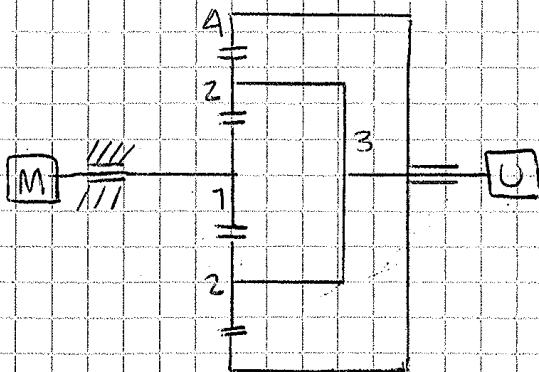
$$C_s = R_c \cdot b = R_b \cdot b \rightarrow R_c = R_b = \frac{C_s}{b}$$

ERRORE DA EVITARE:



~~C_r = C_s no!!! perché no sempre C_s.~~

Rotismi Epicycloidali



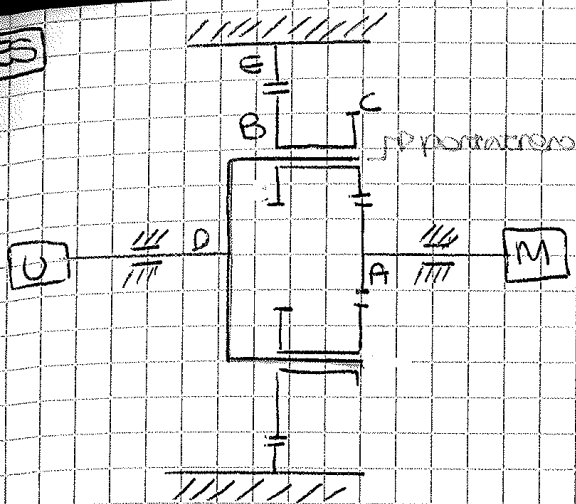
La ruota 1 gira e ingranisce 2 ruote 2.

Ruota dentata 1 → Sole
Ruote dentate 2 →

Satelliti o planetari

Gli anni dei satelliti sono morti in movimento dal partitismo.

ES

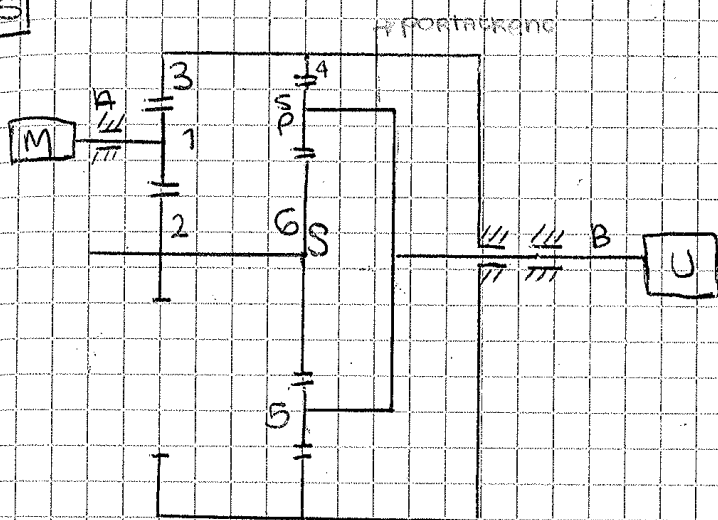


Questo motore è rapporto di trasformazione:

$$i^* = \frac{\omega_A - \omega_0}{\omega_E - \omega_0} = \left(-\frac{z_c}{z_A} \right) \left(\frac{z_e}{z_s} \right) = -\frac{z_c z_e}{z_A z_s}$$

$$\omega_A - \omega_0 = -i^* \cdot \omega_0 \rightarrow \frac{\omega_A}{\omega_0} = 1 - i^* = 1 + \frac{z_c z_e}{z_A z_s}$$

ES



il motore è la G, i rotori sono le S.

$$i_{z3} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{z_3}{z_1} \rightarrow \omega_3 = \omega_1 \cdot \frac{z_1}{z_3}$$

$$i_{z2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{z_2}{z} \rightarrow \omega_2 = -\omega_1 \cdot \frac{z_1}{z_2} = \omega_6$$

Adesso punto di rotazione epicicloidale:

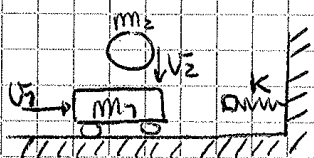
$$i^* = \frac{\omega_6 - \omega_p}{\omega_A - \omega_p} = \left(-\frac{z_s}{z_6} \right) \left(\frac{z_4}{z_s} \right) = -\frac{z_4}{z_6}$$

$$\frac{-\omega_1 \frac{z_1}{z_2} - \omega_p}{\omega_1 \frac{z_1}{z_3} - \omega_p} = -\frac{z_4}{z_6} \rightarrow i = \frac{\omega_1}{\omega_p}$$

17/4/2014

ESERCITAZIONE (URTI)

1)



$m_1 = 730 \text{ kg}$

$v_1 = 0,5 \text{ m/s}$ (costante)

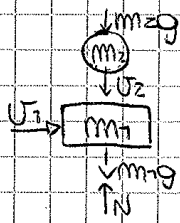
$m_2 = 40 \text{ kg}$

v_2 verticale

$k = 0,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}} = 0,8 \frac{\text{N}}{10^{-3} \text{m}} = 800 \frac{\text{N}}{\text{m}}$

U' urto come u' respingente?

forza come u' respingente massima e deformazione max?



non c'è componente tangenziale perché non c'è attrito.

non ci sono altre forze esterne.

$\sum_{k=1}^n F_{\text{ext}} = 0$ in dir. orizzontale → la quantità di moto si conserva

URTO ANELASTICO $\Rightarrow Q_{x,fin} = (m_1 + m_2) v_f$

$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_f \rightarrow v_f = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1 = 4,95 \text{ m/s}$

Deformazione massima \rightarrow velocità nulla:

$\Delta l = x = l_1 - l_0$ negativo

$E_{c,ini} = E_{e,fin} \rightarrow \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_f^2 = \frac{1}{2} k x^2 \rightarrow x = \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} v_f = -0,35 \text{ m}$

URTO ELASTICO $\rightarrow E_{c,ini} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$, $E_{e,fin} = \frac{1}{2} k x_m^2 \rightarrow x_m = \sqrt{\frac{m_2}{k}} v_2 = 0,30 \text{ m}$

Per l'energia dissipata:

$E_{mec,ini} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \rightarrow$ energia totale prima dell'urto

$E_{mec,fin,el} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \frac{1}{2} k x_m^2$

$E_{mec,fin,el} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_f^2 + \frac{1}{2} k x^2$

URTO elastico \rightarrow non c'è dissipazione $\rightarrow E_{mec,ini} = E_{mec,fin}$:

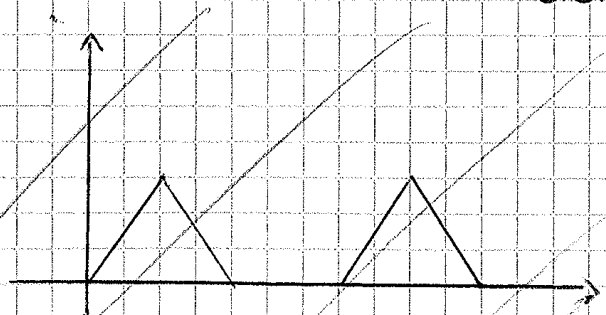
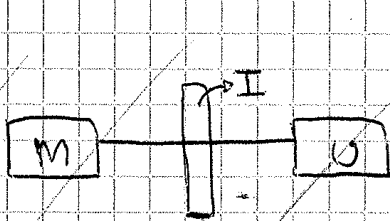
$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} k x_m^2$

URTO anelastico \rightarrow l'energia viene dissipata $\Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \neq \frac{1}{2} k x^2$

Si ha deformazione plastica $\rightarrow E_{diss} = E_i - E_{fin} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} k x^2 = 9,2 \text{ kJ}$

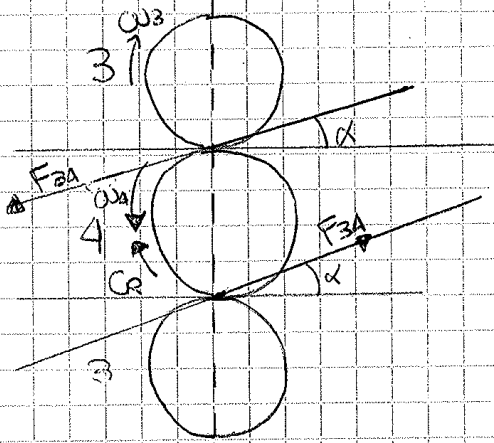
5/6/2014

E.68



Un altro metodo: applico la

conservazione dell'energia \rightarrow alla fine del ciclo, il lavoro netto dell'energia $= 0$.

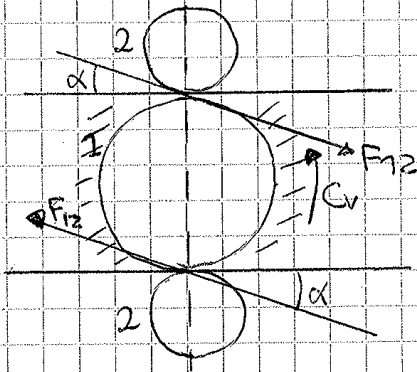


Cr è equilibrata dalla coppia generata dalle forze scambiate tra la ruota 3 e la ruota 4.

$$C_r = 2F_{34} r_4 \cos \alpha$$

$$F_{34} = \frac{C_r}{2r_4 \cos \alpha} = 1212 \text{ N}$$

Se questi ipotizzato ω4 al contrario, non sarebbe venuto il tutto al contrario, ma non sarebbe cambiato niente in realtà.

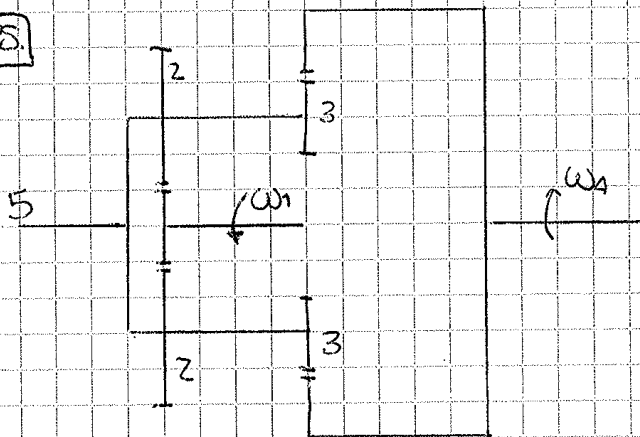


$$C_v = 2F_{12} r_2 \cos \alpha$$

$$F_{12} = \frac{C_v}{2r_2 \cos \alpha} = 7284$$

Attenzione! A mettere i versi giusti delle coppie.

55



n.B.

$$> 0!! \rightarrow \omega_1 = 400 \text{ rpm} \quad z_1 = 15$$

$$< 0!! \leftarrow \omega_4 = 50 \text{ rpm} \quad z_2 = 25$$

$$z_3 = 15 \quad z_4 = 55$$

$$\Omega? \quad \omega_2? \quad i_{15}?$$

velocità angolare del portante

Se fermo il portante, il moto entra da 1 e esce da 4:

$$i^* = \frac{\omega_1 - \Omega}{\omega_4 - \Omega} = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(\frac{z_4}{z_3} \right) = -\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}$$

$$\omega_1 - \Omega = -\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} \omega_4 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} \Omega \Rightarrow \Omega = \frac{z_2 z_4 \omega_4 + z_1 z_3 \omega_1}{z_2 z_4 + z_1 z_3} = 1328 \text{ rpm}$$

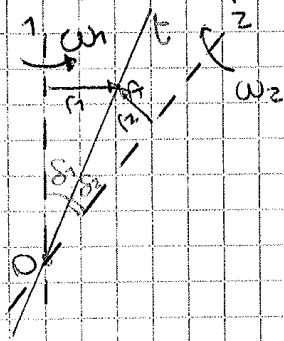
Attenzione! Ai segni di ω1 e ω4 quando sostituisco!

$$i_{15} = \frac{\omega_1}{\Omega} = 30,11$$

$$i_{12} = \frac{\omega_1 - \Omega}{\omega_2 - \Omega} = -\frac{z_2}{z_1} \rightarrow \omega_2 = -218,7 \text{ rpm}$$

RUOTE CONICHE A DENTATURA DIRITTA

Servono a permettere la trasmissione del moto tra un motore e un carico che ruotano su assi non paralleli, ma incidenti.



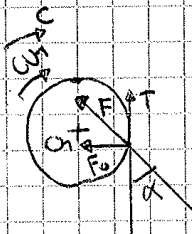
Il punto di contatto non si muove senza scivolare sui coni, individuati dalla retta t di comune tangenza.

Un punto generico A ha la stessa velocità di tutti i punti di t.

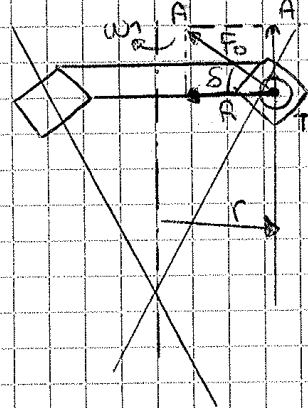
$$v_A = \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$$

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1} = \frac{z_2}{z_1}$$

Dall'alto:



F è inclinata di un angolo α_n .



$$C = T \cdot r$$

$$T = F \cos \alpha$$

$$F_0 = F \sin \alpha$$

$$= T \tan \alpha$$

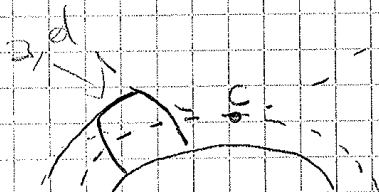
$$\begin{cases} A = F_0 \sin \delta \\ R = F_0 \cos \delta \end{cases}$$

PROPORZIONAMENTO MODULARE

$$P = \text{paso} \rightarrow m = \frac{P}{\pi}$$

Anche P dipende dal numero di denti $\rightarrow P = \frac{2\pi r}{z}$

C'è un legame tra quanto sporge il dente e il diametro primitivo?



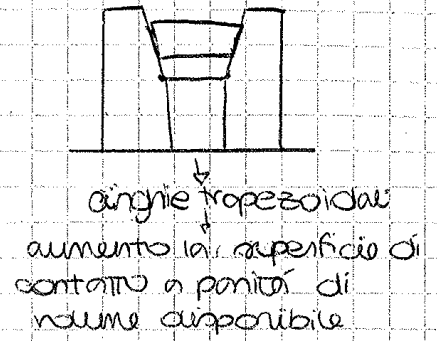
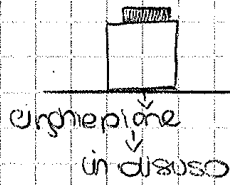
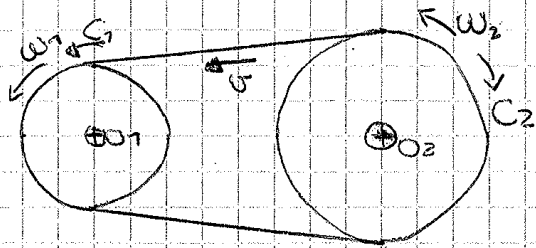
$$? a = m$$

$$? d = 1,25m$$

TRASMISSIONI con Flessibili \rightarrow cinghie, funi e catene: cambia lo strumento con cui

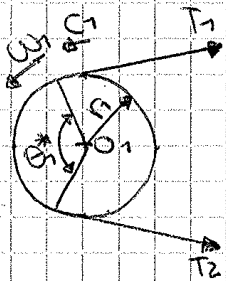
si realizza la trasmissione, ma il modo di operare è lo stesso. Si applicano quando

non devo garantire una esattezza del rapporto di trasmissione.



Di solito, la rottura delle cinghie non è un fenomeno catastrofico, un punto si manifesta dapprima con sfilamenti... Un ponte della cinghia non lavora in condizioni di slittamento e un ponte in aderenza.

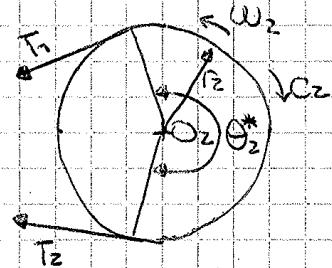
Diagramma di corpo libero:



$$C_1 = (T_1 - T_2)r_1$$

$$C_2 = (T_1 - T_2)r_2$$

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{r_1}{r_2}$$



$$V = \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$$

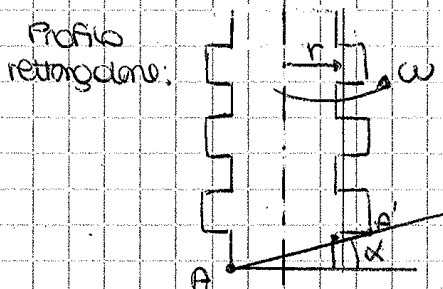
$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} \Rightarrow C_2 = i C_1 \rightarrow \text{esso implica che abbiamo assunto l'ipotesi}$$

$$\text{di rendimento unitario} \Rightarrow \eta = \frac{C_2 \omega_2}{C_1 \omega_1} \Rightarrow C_2 = \eta i C_1$$

Perché io abbia la garanzia che la trasmissione avvenga a aderenza, devo verificare, con che $\frac{T_1}{T_2} < e^{f_a \theta}$ (f_a = coefficiente di aderenza)

La verifica dell'aderenza si fa solo sulla ruota più piccola.

TRASMISSIONE VITE-MADREVITE



Dopo mezzo giro, A mi trova in A'

$$V = \omega r$$

α = angolo d'inclinazione dell'elica del filetto

Il contatto tra vite e madrevite avviene attraverso

un fianco di elica inclinato di α .

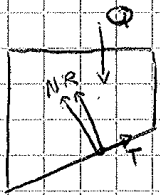
non a interramento di come la forza ma distribuita sui fianchi dei filetti.

^Aprendo^ vite e madrevite il moto avviene anche tra 2 eliche inclinate dello

$\Rightarrow \tan \alpha \leq f_a \rightarrow$ condizione di irreversibilit  del moto : in qualunque condizione operativa, la risultante non   in grado di equilibrare la componente verticale.

$\Rightarrow \alpha < \varphi_a$

Se ci  non succede:

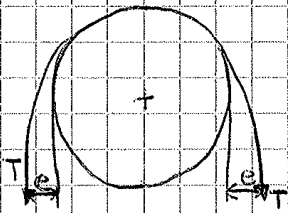


il sistema inizia a scivolare, il F_a viene sostituito dal coefficiente di attrito, pi  basso.

COMPORAMENTO ELASTICO/ANELASTICO DI ELEMENTI FLESSIBILI

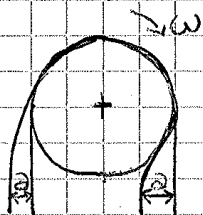
ogni sistema ha una sua caratteristica di elasticit , che implica una resistenza alla deformazione. p.es. puleggia: non assume subito la curvatura del corpo su cui vengono forzati, la deformazione richiede energia (coppia di deformazione) e c'  uno spostamento del punto di contatto. la coppia dovuta alla defo. si quantifica introducendo un braccio elastico.

$C_{elastica} = T \cdot e$



e si presenta a prendersi dal verso di avvolgimento del sistema, poich  le 2 coppie hanno modulo = e verso opposto, la somma   0.

comportamento anelastico \rightarrow   legato alla dissipazione di energia che si accompagna al cambiamento di forma di un componente e si oppone ad esso.



La presenza di attriti interni fa s  che il fermo il le tenti di rimanere nella configurazione originale.   richiesta una coppia : $C = T \cdot a$

Queste dissipazioni interne non si recuperano e, una volta finita la curvatura, tende a rimanere deformato, mentre darebbe tornare rettilineo quindi deve usare ulteriore energia. Nel tratto avvolgente, l'anelasticit  attiva un allungamento dell'ome di rotazione, nel tratto svolgente un accorciamento.

Per applicare il principio di sovrapposizione degli effetti:



Se il mot. affiora sotto corrente a portarsi in B", $C_m > C_r \rightarrow \dot{\omega} > 0$, quindi la
 w m riposta in B \Rightarrow il punto B è una condizione di regime stabile.

Un condizione di regime in A è completamente # : qualsiasi fenomeno che porti,
 anche temporaneamente il mot. in A', fa sì che $C_m > C_r$, $\dot{\omega} > 0$, la ω aumenta fino a
 portarsi in B \Rightarrow A è una condizione di regime instabile.

con i motori in corrente continua, tutte le condizioni di regime
 di regime
 di regime sono stabili.

⊗ Se invece lo porta in A", il mot. rallenta fino a spegnersi. ⊗

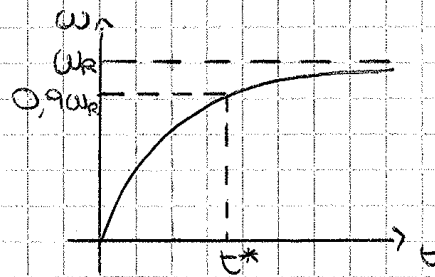
Risolviamo il problema dell'eq. del moto, ipotizzando $C_m = \text{cost}$ e $C_r = K\omega$.

$$C_m - K\omega = I\dot{\omega} = I \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \int_0^t dt = \int_0^{\omega} \frac{I}{C_m - K\omega} d\omega \rightarrow t = \left[\frac{I}{K} \ln \frac{C_m - K\omega}{C_m} \right]$$

quando $\dot{\omega} = 0 \rightarrow C_m = C_r = K\omega_R \rightarrow \omega_R = \frac{C_m}{K}$
 \downarrow
 ω di regime

$$\Rightarrow t = - \frac{I}{K} \ln \left(1 - \frac{\omega}{\omega_R} \right) \rightarrow e^{-(K/I)t} = 1 - \frac{\omega}{\omega_R} \rightarrow \omega = \omega_R (1 - e^{-(K/I)t})$$

Ho trovato che la ω va così:



$\omega \rightarrow \omega_R$ per $t \rightarrow \infty$

per avere un'idea della
 rapidità del mot. nella
 risposta, mi chiedo
 quanto di tempo a

raggiungere $0.9 \cdot \omega_R \rightarrow t^* = \frac{I}{K} \ln(10)$

Per avere un'idea della prontezza del sistema, posso prendere la derivata del
 sistema nell'origine, che interseca il valore di regime in H, che identifica un
 tempo τ (costante di tempo), necessario a raggiungere il regime se il mot.
 evolve con la sua pendenza nell'origine.

$$\left. \frac{d\omega}{dt} \right|_{t=0} = \omega_R \frac{K}{I} = \frac{\omega_R}{\tau}$$

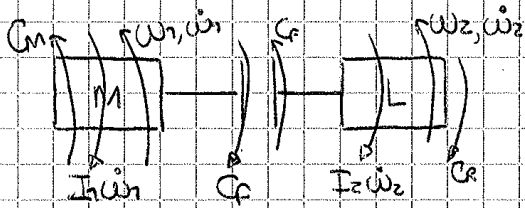
$$\tau = \frac{I}{K}$$

In pso modo riesco a confrontare diversi sistemi tra loro.

C'è un valore di coppia sotto al quale il sistema non si mette in moto..

Au' inizio $P_0 = 0$, quindi punto da $\dot{\eta}_0 = 0$.

MOTORE - CARICO TRAMITE FRIZIONE



Quando si esaurisce il transitorio, $\omega_1 = \omega_2$,
mentre prima, quando meno a contatto la frizione,
no.

$$C_f = N \cdot f = F \cdot r_m$$

\downarrow
 forza di attrito
 dea frizione

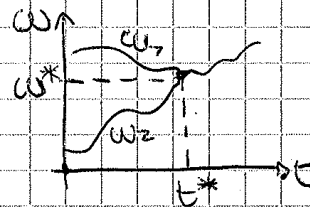
\rightarrow
 raggio
 medio

$$\dot{\omega}_1 = \frac{C_n - C_f}{I_1}, \quad \dot{\omega}_2 = \frac{C_f - C_r}{I_2}$$

$$C_n = C_n(\omega), \quad C_r = C_r(\omega)$$

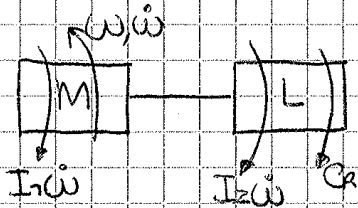
$$\int_0^t dt = I_1 \int_0^{\omega} \frac{1}{C_n - C_f} d\omega$$

$$\omega_R = \frac{C_f - C_r}{I_2}$$



$\omega_1 = \omega_2 \rightarrow t = t^* =$ tempo
necessario x esaurire il
transitorio di
strisciamento. Un
valore che si è esaurito,

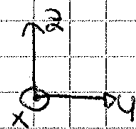
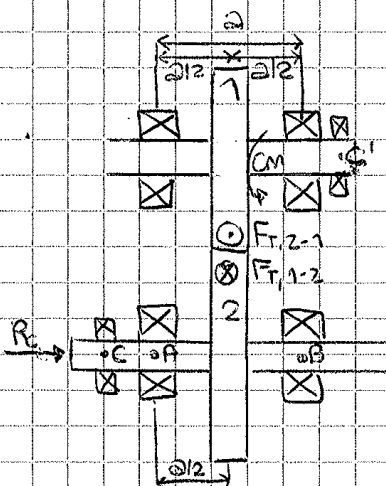
solo in condizioni di aderenza:



$$\dot{\omega} = \frac{C_n - C_r}{I}$$

ES. Ruote elicoidali

14/5/2014



$$\alpha_n = 19^\circ$$

$$\beta = 11^\circ$$

$$d = 180 \text{ mm}$$

$$i = 3$$

$$r_f = 60 \text{ mm}$$

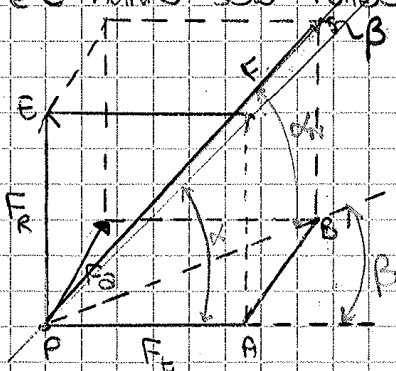
$$R_e = 50 \text{ N}$$

A e B possono sostenere solo carichi radiali.

$$F_{12} = P \quad F_A = ? \quad F_B = ? \quad C_n = ?$$

le ruote sono destrorse o sinistrorse?

C e C' hanno solo funzione di respingimento, quindi sostengono solo forze normali.

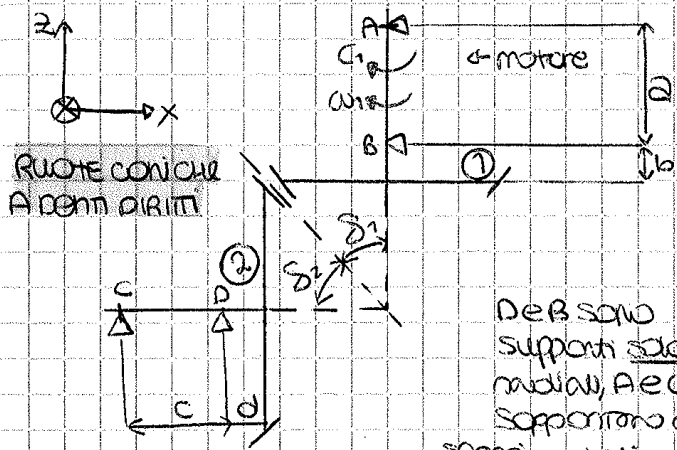


$$\overline{F_B} = F \cdot \cos \alpha_n$$

$$\overline{F_B} = \overline{F_B} \cdot \cos \beta \rightarrow F_A = F \cdot \cos \alpha_n \cdot \cos \beta$$

$$\overline{F_A} = \overline{F_B} \cdot \cos \beta \rightarrow F_T = F \cdot \cos \alpha_n \cdot \cos \beta$$

$$\overline{C_B} = \overline{F_C} \cdot \sin \alpha_n \rightarrow F_R = F \cdot \sin \alpha_n$$



$$\omega_1 = 20 \text{ rad/s}$$

$$n_1 = 1500 \text{ rpm} \rightarrow \omega_1 = 157 \text{ rad/s}$$

$$i = 2 \quad z_1 = 14 \quad m = 5 \text{ mm}$$

$$\alpha = 20^\circ$$

$$a = 200 \text{ mm} \quad b = 100 \text{ mm}$$

$$c = 200 \text{ mm} \quad d = 80 \text{ mm}$$

De B sono supporti solo radiali, A e C supporti sono anche sfere normali.

Determinare le reazioni vincolari sui cuscinetti.

Asse ① ⊥ asse ②

Ruota 1 motrice e ruota 2 condotta.

$$\delta_1 + \delta_2 = \frac{\pi}{2}$$

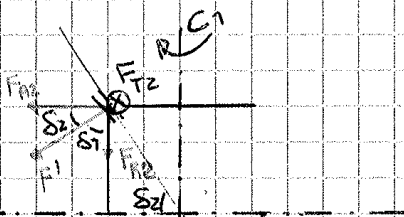
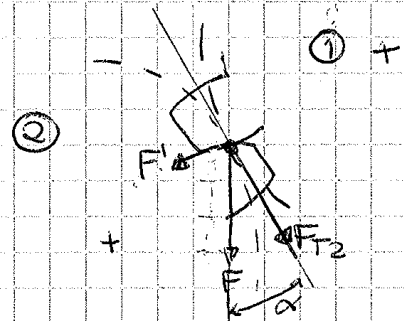
$$v = \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2 \rightarrow \begin{cases} r_1 = \overline{OP} \sin \delta_1 \\ r_2 = \overline{OP} \sin \delta_2 \end{cases} \rightarrow \omega_1 r_1 \sin \delta_1 = \omega_2 r_2 \sin \delta_2 \rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2 \sin \delta_2}{r_1 \sin \delta_1}$$

$$\rightarrow = \frac{r_2 \sin(\frac{\pi}{2} - \delta_1)}{\sin \delta_1} \rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2 \cos \delta_1}{r_1 \sin \delta_1} = \frac{1}{\tan \delta_1} \rightarrow \tan \delta_1 = \frac{1}{i} \Rightarrow \begin{cases} \delta_1 = 20,57^\circ \\ \delta_2 = 63,43^\circ \end{cases}$$

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1} \rightarrow z_2 = i z_1 = 28$$

$$r_1 = m z_1 / 2 = 35 \text{ mm}$$

$$r_2 = m z_2 / 2 = 70 \text{ mm}$$



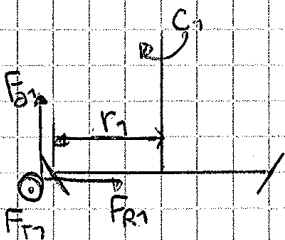
$$\curvearrow C_1 - F_{T1} \cdot r_1 = 0 \rightarrow F_{T1} = \frac{C_1}{r_1} = 3638 \text{ N}$$

$$\omega_1 = C_1 \omega_1 \rightarrow C_1 = \frac{W_1}{\omega_1}$$

$$F_{T2} = F_{T1} = 3638 \text{ N}$$

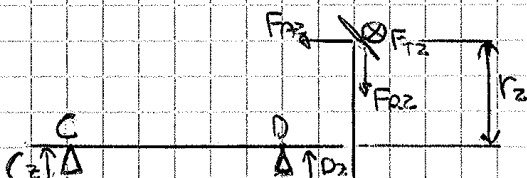
$$F' = F_{T2} \cdot \tan \alpha = 1324 \text{ N}$$

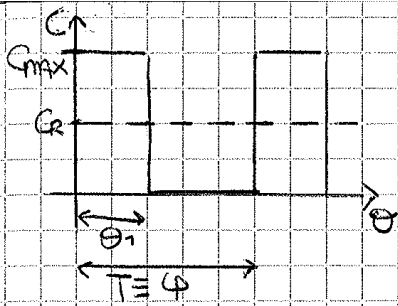
$$F_{R2} = F' \cos \delta_1 \quad F_{R2} = F' \cos \delta_2 \\ = F' \sin \delta_2 = 1184 \text{ N} \quad = F' \sin \delta_1 = 592 \text{ N}$$



$$\curvearrow C_2 \cdot c + F_{R2} \cdot d - F_{R2} \cdot r_2 = 0 \rightarrow C_2 = 178 \text{ N}$$

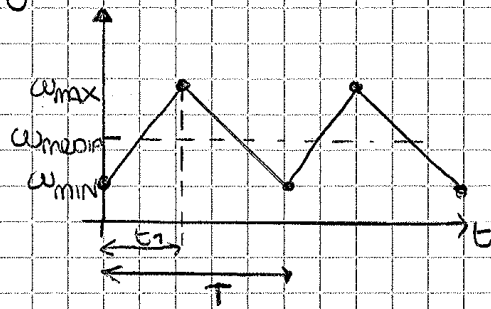
$$\uparrow C_2 - D_2 - F_{R2} = 0 \rightarrow D_2 = 474 \text{ N}$$





Il valore di un momento d'inerzia $I\ddot{\omega}$.

$$\ddot{\omega} = \frac{C_{max} - C_r}{I}, \quad 0 < \theta < \theta_1$$



Primo definire una ω_{media} .

$$\omega_{media} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}$$

$$i = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{media}} \rightarrow \text{grado di irregolarità periodica}$$

$$W_{media} = C_r \cdot \frac{\omega}{T} = C_r \cdot \omega_{media}$$

15/5/2014

SISTEMI A REGIME PERIODICO

Come dipende i dal momento d'inerzia del ript.?

$$L_e = \Delta E_c \leftarrow \text{ep dell'energia}$$

$C_{max} \cdot \theta_1 - C_r T = 0 \leftarrow \Delta E_c = 0$ perché il fenomeno è periodico quindi deve avere:

$$C_{max} = C_r \cdot \frac{T}{\theta_1} \Rightarrow \text{più in dettaglio, vedo che:}$$

$$0 < \theta < \theta_1 \rightarrow \underbrace{(C_{max} - C_r) \theta_1}_A = \frac{1}{2} I (\omega_{max}^2 - \omega_{min}^2) \rightarrow A = \frac{1}{2} I (\omega_{max} + \omega_{min})(\omega_{max} - \omega_{min})$$

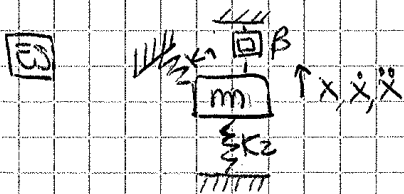
$$\rightarrow A = I \omega_{media} \cdot \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{media}} \cdot \omega_{media} \Rightarrow (C_{max} - C_r) \theta_1 = I \omega_{media}^2 \cdot i$$

$$\rightarrow i = \frac{C_{max} - C_r}{I \omega_{media}^2} \cdot \theta_1$$

VIBRAZIONI (NVH: noise vibration harshness)

Fenomeni oscillatori intorno a un valore medio, senza distinguere tra l'udibile e il non udibile, che portano a spostamenti non trascurabili.

Protagonisti: azioni inerziali, azioni armoniche, azioni di natura elastica e frenanti \Rightarrow le prime azioni si oppongono sempre al compimento di tutto del sistema (al di là delle forze d'attrito).

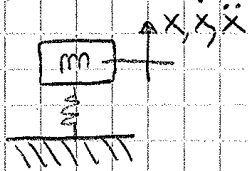


$$m\ddot{x} + (\alpha K_1 + K_2)x + \beta\dot{x} = 0 \rightarrow \text{3 addendi devono avere lo stesso segno, che si oppongono tutti al moto.}$$

Un sist. a un grado di libertà ha una pulsazione naturale e può essere descritto con una combinazione di seni e coseni \rightarrow vuol dire che posso studiarlo nei transienti, come combinazione di mot. periodici.

2015/2014

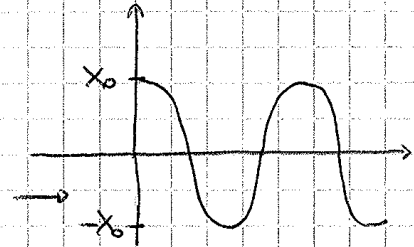
VIBRAZIONI



$$m\ddot{x} + kx = 0$$

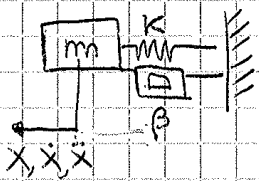
$$x = x_0 \cos(\omega_n t + \varphi)$$

Oscillazione libera non smorzata



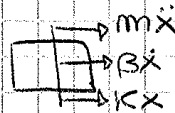
In realtà ci sono elementi, come l'attrito e le dissipazioni, che mi appartengono alla velocità relativa con cui il sistema si sta muovendo rispetto ai suoi vincoli:

$F_v = \beta \cdot \dot{x} \rightarrow$ è una semplificazione di fenomeni che in realtà non sono x niente rettilinei, né con coefficienti costanti.



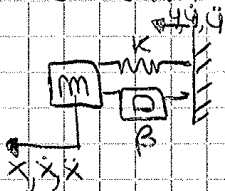
partic. che il sist. di riferimento sia fermo.

Equilibrio dinamico:



$$m\ddot{x} + \beta\dot{x} + kx = 0$$

Se avremo avuto una situazione del genere:



$$\begin{aligned} & \rightarrow m\ddot{x} \quad \rightarrow \text{la } \ddot{x} \text{ è una proprietà del solo corpo.} \\ & \left. \begin{aligned} & \rightarrow k(x-y) \\ & \leftarrow \beta(\dot{x}-\dot{y}) \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

$$m\ddot{x} + \beta\dot{x} + kx = \beta\dot{y} + ky$$

Vibrazioni libere smorzate:

$$m\ddot{x} + \beta\dot{x} + kx = 0 \rightarrow \ddot{x} + \frac{\beta}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow \text{pulsazione naturale}$$

$$\xi = \frac{\beta}{2km}$$

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0 \rightarrow x = x_0 \cdot e^{\lambda t} \rightarrow \text{risolvendo dopo l'eq. caratteristica.}$$

$$\lambda^2 + 2\xi\omega_n\lambda + \omega_n^2 = 0 \rightarrow \lambda_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \sqrt{\xi^2\omega_n^2 - \omega_n^2} = \omega_n(-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1})$$

Dal p.d.v. meccanico, $\xi > 1 \rightarrow \beta > k/m \rightarrow$ la radice quadrata è negativa, quindi la soluzione è nel campo complesso, inapplicabile nella realtà. Tra i casi applicabili

nella realtà, possiamo avere i seguenti casi:

$$\xi > 1 \rightarrow x = e^{-\xi\omega_n t} (a e^{\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} t} + b e^{-\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} t}) \Rightarrow \text{trav. deb. come}$$

condizioni iniziali:

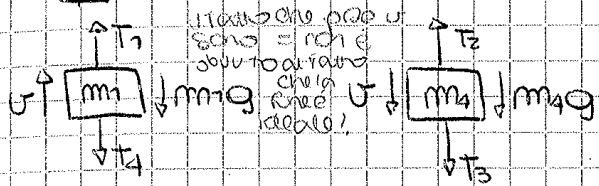
$$R_3 = R_5 = 300 \text{ mm}$$

F tra puleggia 3 e 5?

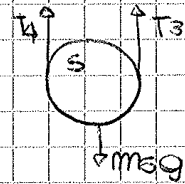
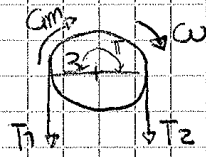
Ⓐ Flessibile ideale

Ⓑ $\rho = 5 \text{ mm}$, $\rho_1 = \rho_2 = 8 \text{ mm}$

Suggeri Flessibile agisce solo una forza di trazione!



Il fatto che $\rho_1 \neq \rho_2$ solo = non è dovuto al fatto che la fune è ideale?



Ⓒ \odot_3 : $C_m - T_1 R_3 + T_2 R_3 = 0 \rightarrow C_m = (T_1 - T_2) \cdot R_3$

↑: $T_1 - T_4 - m_1 g = 0$ ①

↑: $T_2 - T_3 - m_4 g = 0$ ②

Ⓒ \odot_5 : $T_4 R_5 - T_3 R_5 = 0$

↑: $T_4 + T_3 - m_5 g = 0$ ③

risolvendo il sistema, trovo:

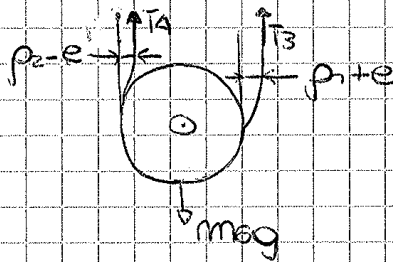
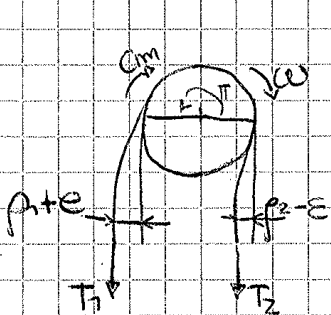
$\Rightarrow T_1 = 13243,5 \text{ N}$ $T_5 = T_4 = 7357,5 \text{ N}$

$T_2 = 10300,5 \text{ N}$ $C_m = 882,9 \text{ Nm}$

considero la condizione limite $\rightarrow \frac{T_1}{T_2} = e^{f\theta} \rightarrow \ln \frac{T_1}{T_2} = f\theta \rightarrow f = 0,08$

N.B. θ è in radianti!

Ⓒ Per m_1 e m_4 non cambia niente, perché il vettore la fune è verticale, la riga d'azione elastica e anelastica riguardano l'allungamento e rimpicciolimento della fune nel tamburo. Cambiano solo i d.c.e. delle 2 pulegge:



Le eq. ① e ② rimangono uguali, poi ho:

Ⓒ \odot_3 : $C_m - T_1 (R_3 + \rho_1 + e) + T_2 (R_3 - (\rho_2 - e)) = 0$

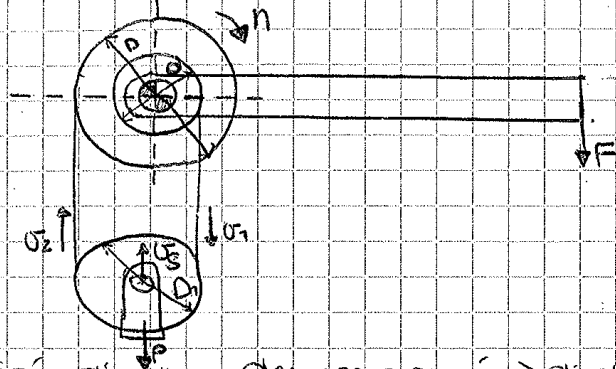
Ⓒ \odot_5 : $T_4 (R_5 - (\rho_2 - e)) - T_3 (R_5 + \rho_1 + e) = 0$

\Rightarrow
 $T_1 = 13346,5 \text{ N}$
 $T_2 = 10107,5 \text{ N}$
 $T_3 = 7164,5 \text{ N}$
 $T_4 = 7550,5 \text{ N}$
 $C_m = 1175,5 \text{ Nm} \rightarrow e$ aumenta

tanta, perché il motore lavora in condizioni + sfavorevoli

Ⓒ $P = C_m \omega = C_m \frac{v}{R_3} = 29,42 \text{ W}$

Ⓒ $P = C_m \omega = 1175,5 \cdot \frac{1}{300} = 3918,3 \text{ W}$



$$d = 400 \text{ mm}$$

$$D = 500 \text{ mm}$$

$$n = 30 \text{ rpm}$$

$$p = 80 \text{ mm}$$

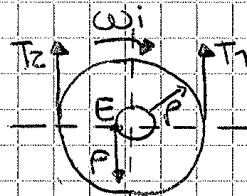
$$F = 0,1$$

$$P = 5000 \text{ N}$$

La velocità di rotazione del ramo sx è $>$ di quella di direzione del lato dx.

$$p = r_p \cdot \sin \phi = 3 \text{ mm}$$

D.c.e. puleggia inferiore:

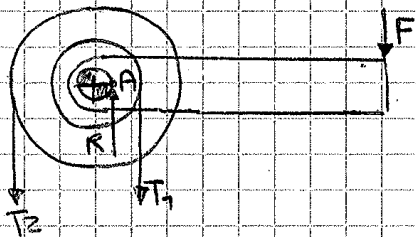


$$\downarrow: P - T_1 - T_2 = 0$$

$$\curvearrowleft: T_2 \left(\frac{D_1}{2} - p \right) - T_1 \left(\frac{D_1}{2} + p \right) = 0$$

$$D_1 = \frac{D}{2} + \frac{d}{2} = 450 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow T_1 = 2466,7 \text{ N} \quad \text{e} \quad T_2 = 2533,3 \text{ N}$$



$$\curvearrowleft: F \left(\frac{D_2}{2} - p \right) + T_1 \left(\frac{D_2}{2} - p \right) - T_2 \left(\frac{D_2}{2} + p \right) = 0$$

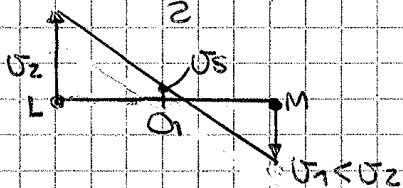
$$\Rightarrow F = 312 \text{ N}$$

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = 3,14 \text{ rad/s}$$

Analisi cinematica:

$$v_1 = \omega \frac{d}{2} = 0,628 \text{ m/s}$$

$$\text{e} \quad v_2 = \omega \frac{D}{2} = 0,985 \text{ m/s}$$



La puleggia è un corpo rigido!

$$v_s = \frac{v_2 - v_1}{2} = 0,1785 \text{ m/s}$$

$$P_s = P \cdot v_s$$

$$P_s = F \cdot v_k$$

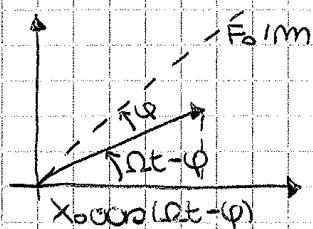
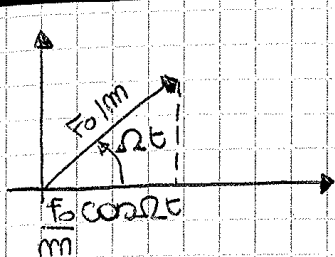
$$v_k = \omega d = 1,57 \text{ m/s}$$

$$\eta = \frac{P \cdot v_s}{F \cdot v_k} = 0,8$$

22/5/2014

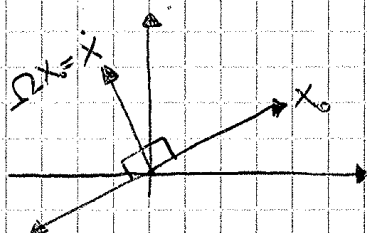
VIBRAZIONI FORZATE

Quando possibile, si cerca di riportare un sistema meccanico alla sua descrizione, anche tramite parametri.

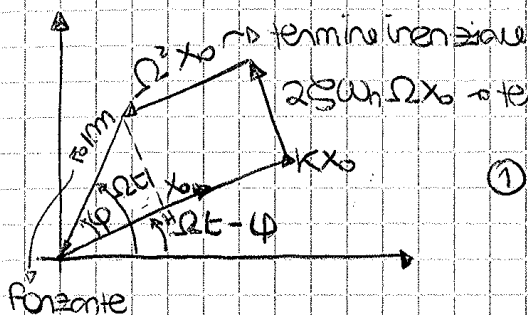


Senza variazioni tornano alla posizione iniziale con periodicità 2π .

In generale:

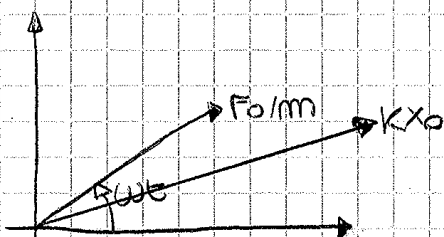


$\Omega^2 x_0 = \ddot{x}$ → nella stessa direzione di x , ma verso opposto



①

considero un sistema con $\beta=0$:



Per equilibrare la forzante, ^{ho} rido i termini elastici e inerziali.

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t$$

La forzante e la risposta del sistema, in caso non possono avere ritardi.

Per certi valori di Ω , il termine inerziale \ddot{x} è = al termine elastico → basta una forza minima che, se applicata con frequenza Ω , mi dà un'oscillazione del sistema, anche quando la forza viene tolta. Se invece la forza persiste, l'ampiezza dell'oscillazione aumenta, fino a provocare la rottura del sistema.

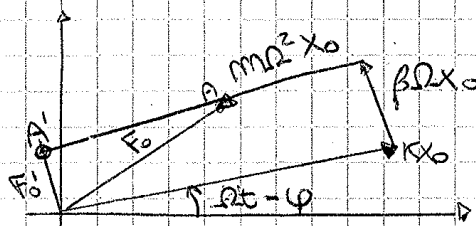
Se invece c'è smorzamento:

$$m\ddot{x} + \beta\dot{x} + Kx = F_0 \cos \omega t$$

ti spari termini si oppongono alla forzante

C'è un valore di Ω tale da portare A in A', così

F_0 è equilibrato solo dai termini smorzanti.



Dal grafico ① : $[x_0(\omega_n^2 - \Omega^2)] + (2S\omega_n\Omega x_0)^2 = \left(\frac{F_0}{m}\right)^2$ (x Pitagora) ⇒

$$\Rightarrow x_0 = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_n^2 - \Omega^2)^2 + (2S\omega_n\Omega)^2}}$$