



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

NUMERO: 1324

ANNO: 2014

# **A P P U N T I**

STUDENTE: Antoniotti

MATERIA: Fisica II + Eserc., Prof. Iotti

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

## Fisica II

Iotti Rita

Esercitatore:  
Sommavigna

Testi: Mazzoldi Nigro Voci

Consigliato → "Elementi di Fisica: Elettromagnetismo - Onde", EdiSES

Oppure

"Fisica: - - -"

### Esercitazioni:

- Materiale sul Portale
- Tantaglia, "300 esercizi svolti di elettromagn. e ottica"
- Pavan/Saxtoni, "Problemi di Fisica II risolti e commentati"

#### Martedì

→ Aula G (1,30 ora)

#### Venerdì

→ Aula 29 (1,30 ora)

→ Aula 29 : Sq. 1

Aula 3N : Sq. 2

A-C

D-L

### Modalità d'esame

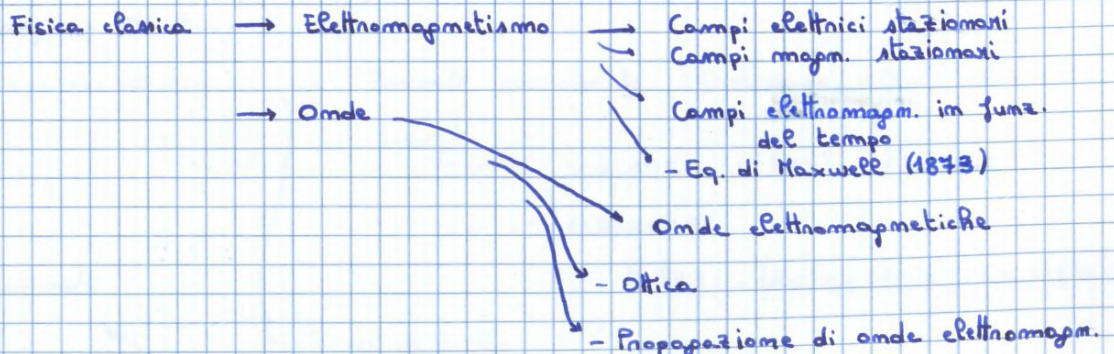
- Presentazione personale
- Documento d'identità

- Prova scritta di 1h 30 min. (Almeno 18)

- Prova orale

tra 18 e 23 → Orale Breve di conferma  
 da 23 in su → Orale Breve (max. 23)  
 Orale Completo

### Programma



### EQUAZIONI DI MAXWELL (In forma puntuale o differenziale)

1)  $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \longrightarrow \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho(x,y,z)}{\epsilon_0}$   
 Divergenza

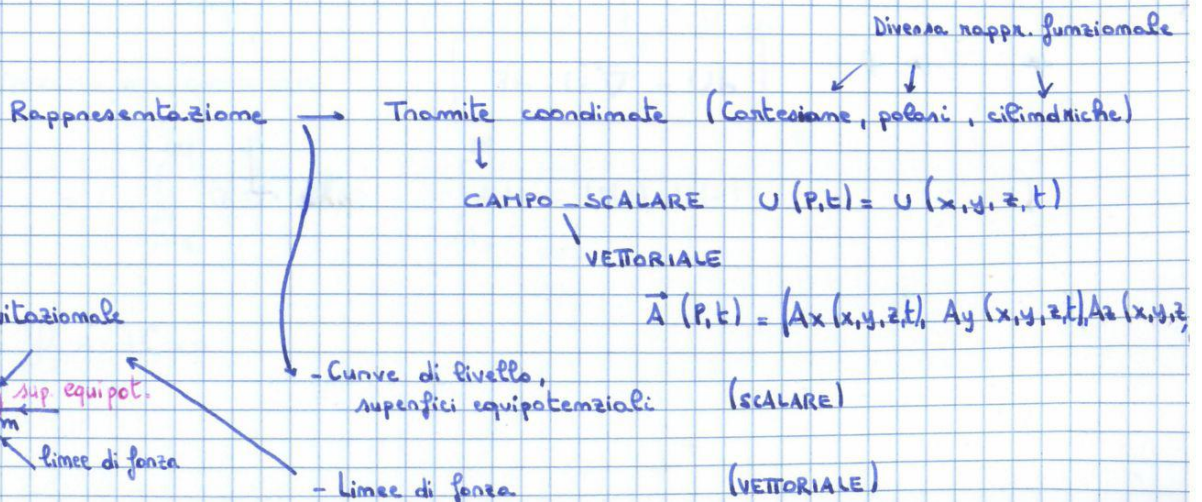
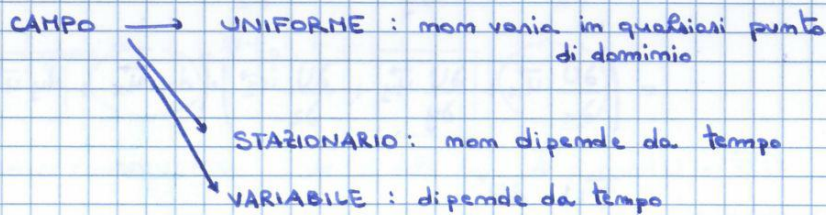
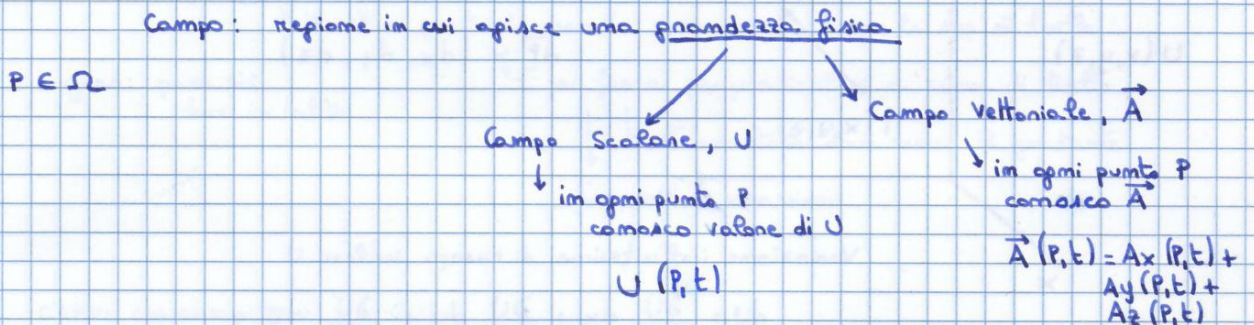
2)  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$

3)  $\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$   
 Rotore

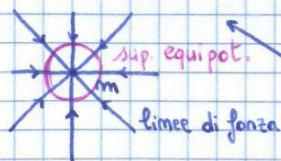
4)  $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

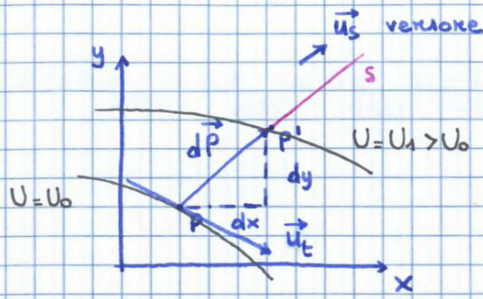
### CAMPO

$\Omega \rightarrow$  Regione di spazio (dominio)



Campo gravitazionale





$$U(x,y,z)$$

$$P = (x,y,z)$$

$$P' = (x+dx, y+dy, z+dz)$$

$$d\vec{P} = (dx, dy, dz) = ds \vec{u}_s$$

Variatione infinitesima

$$dU = \nabla U \cdot d\vec{P}$$

$$dU = \nabla U \cdot ds \vec{u}_s$$

$$= \nabla U \cdot \vec{u}_s ds$$

$$\frac{dU}{ds} = \nabla U \cdot \vec{u}_s = (\nabla U)_s$$

Componente di grad U  
in direzione generica.

DERIVATA DIREZIONALE  
(del campo scalare in direzione di s)

$$\frac{dU}{dt} = 0$$

U0 e U1 sono superfici di livello

il vettore gradiente non ha componente lungo la sup. di livello

grad: passo più  
breve in salita

E' per forza perpendicolare a curva di livello

E' orientata dove cresce il gradiente  
Con modulo massimo

### CAMPI CONSERVATIVI

$$\vec{F} = -\text{grad } E_p = -\nabla E_p$$

$\vec{A}$  CAMPO CONSERVATIVO se e solo se  $\vec{A} = \text{grad } U = \nabla U$

↳ campo scalare

$$\text{Circulazione: } \oint_{\gamma} \vec{A} \cdot d\vec{\ell} = 0$$

### TEOREMA DEL GRADIENTE

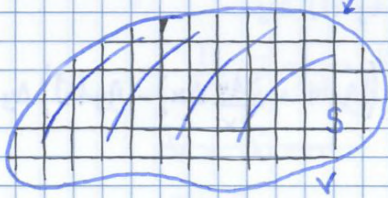
$$\int_{(1)}^{(2)} \vec{A} \cdot d\vec{\ell} = \int_{(1)}^{(2)} \nabla U \cdot d\vec{\ell} = \int_{(1)}^{(2)} dU = U(2) - U(1)$$

$$\oint_{\gamma} \vec{A} \cdot d\vec{\ell} = 0$$

$$\begin{aligned} \Delta \phi_{\Delta S}(\vec{A}) &= \Delta \phi_{\Delta S_1} + \Delta \phi_{\Delta S_2} + \Delta \phi_{\Delta S_3} + \Delta \phi_{\Delta S_4} + \Delta \phi_{\Delta S_5} + \Delta \phi_{\Delta S_6} = \\ &= \frac{\partial A_x}{\partial x} \Delta y \Delta z \Delta x + \frac{\partial A_y}{\partial y} \Delta z \Delta x \Delta y + \frac{\partial A_z}{\partial z} \Delta x \Delta y \Delta z \\ &= \left( \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right) \Delta V = \text{div} \vec{A} \cdot \Delta V \end{aligned}$$

↓  
DIVERGENZA

• Si può estendere a qualsiasi superficie chiusa, purché può essere divisa in infiniti cubetti piccoli



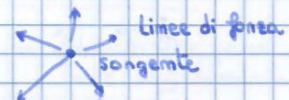
Flusso per unità di volume

$$\text{div} \vec{A} \Big|_P = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta \phi_{\Delta S}(\vec{A})}{\Delta V}$$

Im P  
(su cui costruisco) volume

PROPRIETÀ PUNTUALE

divergenza: nome deriva da una sorgente in cui il fluido diverge



Alternazione!

$$\Delta \phi_{S_1} = \int_{S_1} \vec{A} \cdot \vec{u}_1 dS$$

-Ax

$$\vec{u}_1 = -\vec{u}_x$$

$$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$$

$$A_x = \vec{A} \cdot \vec{u}_x$$

$$A_y = \vec{A} \cdot \vec{u}_y$$

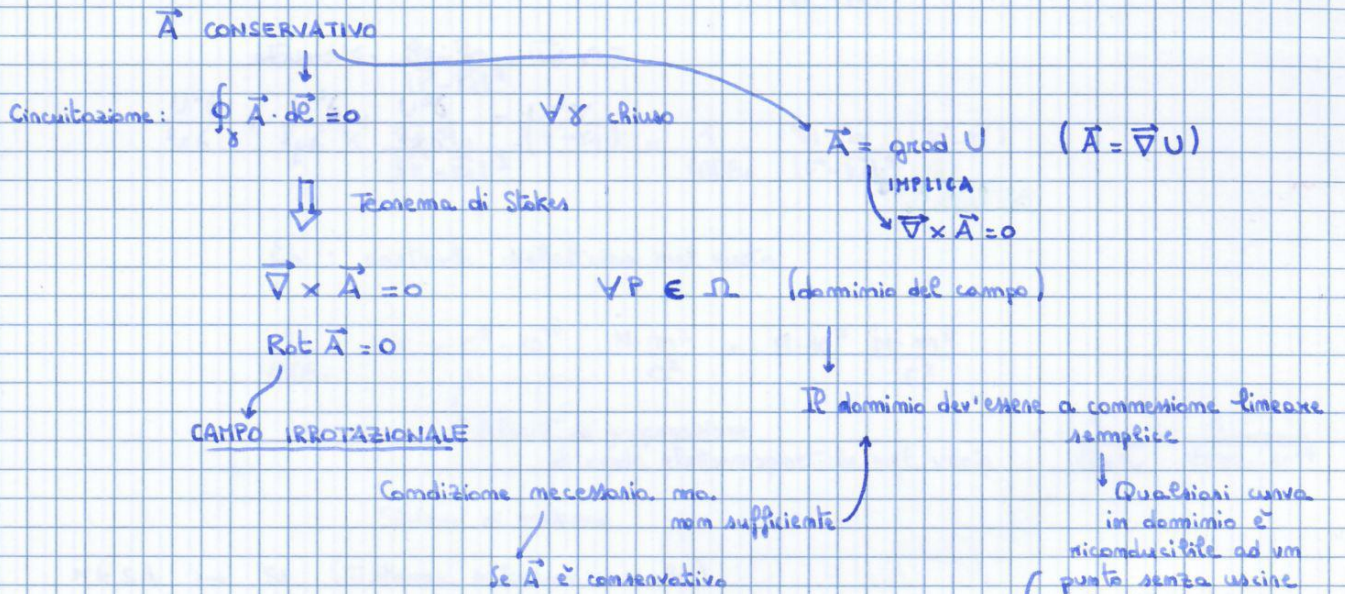
$$A_z = \vec{A} \cdot \vec{u}_z$$

$$(\nabla \times \vec{A}) \cdot \vec{u}_m = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\oint_{\partial S} \vec{A} \cdot d\vec{e}}{\Delta S}$$

Circuitazione per unità di area.

↑  
Componente di Rotazione in P normale a superficie

Rotore trasforma int. di linea (cospenziale) in un int. di superficie (flusso)  
 ↓  
 Significa censore componenti tangenziali di velocità in superficie  
 ↓  
 VORTICI



$\vec{A}$  CONSERVATIVO PER IL FLUSSO → CAMPO SOLENOIDALE

Quando il flusso di  $\vec{A}$  attraverso una superficie chiusa qualsiasi che possa costruire nel suo dominio

$$\oint_{S_c} \vec{A} \cdot \vec{u}_m dS = 0$$

IMPLICAZIONE (Teorema di Gauss)

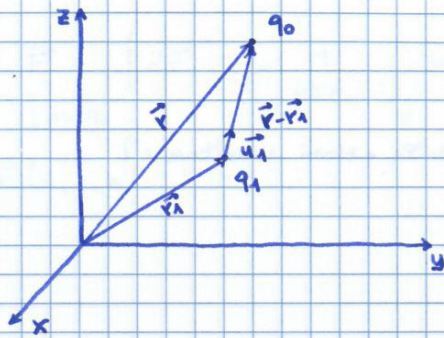
$\vec{A}$  è INDIVERGENTE in tutti i punti  
 (Proprietà puntuale)

Ma campo INDIVERGENTE non necessariamente SOLENOIDALE  
 (dominio dev'essere a connessione superficiale)

Superficie riducibile ad un punto senza uscire da dominio

Ripasso di elettrostatica

LEGGE DI COULOMB



$$P = (x, y, z)$$

$$P_1 = (x_1, y_1, z_1)$$

$$\vec{r} - \vec{r}_1 = (x - x_1, y - y_1, z - z_1)$$

$q_1$  è la sorgente

$\vec{u}_1$  è un vettore uscente da  $q_1$  e rivolto verso  $q_0$

$$\vec{u}_1 = \frac{\vec{r} - \vec{r}_1}{|\vec{r} - \vec{r}_1|}$$

$$\vec{F} = k \frac{q_1 \cdot q_0}{|\vec{r} - \vec{r}_1|^2} \vec{u}_1$$

$$= k \frac{q_1 \cdot q_0}{|\vec{r} - \vec{r}_1|^3} (\vec{r} - \vec{r}_1) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_0}{|\vec{r} - \vec{r}_1|^3} (\vec{r} - \vec{r}_1)$$

$\epsilon_0$ : costante dielettrica nel vuoto

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = k = c^2 \cdot 10^{-7} \frac{N \cdot m^2}{C^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

Velocità di propagazione di onde elettromagnetiche nel vuoto

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 \cdot 10^{-7}}}$$

Sistemi di misura

MKSA  $\rightarrow$  SI (Sistema internazionale)

~~MKSQ~~

CGS

Sistema alternativo (Pone  $k=1$ )

$\hookrightarrow$  Cambia molto studio di magnetismo

Sistemi razionalizzati

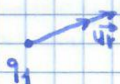
$\hookrightarrow$  Manteniamo ad es.  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

$$F_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_1 \cdot q_0 \frac{(x - x_1)}{[(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2]^{3/2}}$$

$$F_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_1 \cdot q_0 \frac{(y - y_1)}{[ \dots ]}$$

$$F_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_1 \cdot q_0 \frac{(z - z_1)}{[ \dots ]}$$

$\cdot q_0$



$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_0}{r^2} \vec{u}_r$$

Per semplicità



$$d\vec{F} = k \cdot \frac{q_0 dq}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \vec{u}' \quad \vec{u}' = \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{q_0 \cdot \rho(x', y', z')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}') dV$$

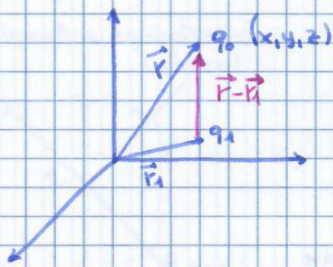
$\downarrow$  su  $q_0$        $\downarrow$        $\downarrow$   
 $\vec{F}(x, y, z)$             $dx' dy' dz'$

$$\sigma = \frac{dq}{dS} \quad [C/m^2] \quad \text{Densità superficiale}$$

$$\lambda = \frac{dq}{dl} \quad [C/m] \quad \text{Densità lineare}$$

} A seconda di distribuzione di carica.

### CAMPO ELETTRICO



$q_0$  si può spostare → Forza dipende da posizione, da  $q_0$  e da  $q_1$

$$\vec{F}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \vec{u}_2}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \cdot q_0$$

↳ Carica ESPLORATRICE

$$= \vec{E}(x, y, z) \cdot q_0$$

↳ Campo generato da carica sorgente  $q_1$

• Dipende da dove mi trovo rispetto a posiz. di  $q_1$

$$\vec{E}(x, y, z) = \frac{\vec{F}_0}{q_0}$$

↳ Normalmente positiva

$$\vec{E}(x, y, z) = k \cdot \frac{q_1}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \vec{u}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}')$$

Si può generalizzare a più cariche

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_{oi} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}'_i|^2} \vec{u}_i$$

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

e a corpi estesi (distribuz. di carica estesa)

$$\vec{E}(x, y, z) = \int d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(x', y', z')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}') dx' dy' dz'$$

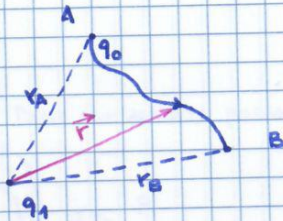
↳ Ma spostando carica esterna → Può alterare  $\rho$  (densità) di carica  
 ↳ Distribuzione cariche

Matematicamente  
Campo sul filo  $\rightarrow$  DIVERGE a  $\infty$

Ma non esistono fili senza spessore

$\rightarrow$  Non diverge — Perché ha spessore  
(Fisicamente)

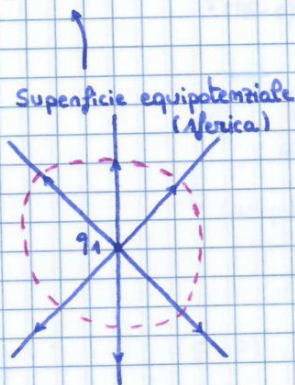
### ENERGIA POTENZIALE ELETTROSTATICA



$$\vec{F}_e = -\nabla U_e$$

$$L_{AB} = \int_A^B \vec{F}_e \cdot d\vec{e} = U_e(A) - U_e(B)$$

Dipende da distanza.



$$U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_0}{r} + \text{const.}$$

$$U(\infty) = 0$$

$$U(r) = U(r) - U(\infty) = \int_r^\infty \vec{F}_e \cdot d\vec{e}$$

(Lavoro necessario per spostare una carica da r a  $\infty$ )

$$U_{\text{ sistema }} = \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j=0 \\ i \neq j}}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i q_j}{r_{ij}} + \text{const.}$$

### POTENZIALE ELETTROSTATICO

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$V(r) = \frac{U(r)}{q_0}$$

$$U(r) = q_0 \cdot V(r)$$

differenza di potenziale

$$L_{AB} = q_0 (V(A) - V(B)) = q_0 \cdot \text{d.d.p.}$$

$$\hookrightarrow V(A) - V(B) = \frac{L_{AB}}{q_0}$$

Lavoro per unità di cariche

$$V(\infty) = 0$$

$$V(r) = V(r) - V(\infty) = \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{e}$$

$$r^2 = R^2 + x^2 \quad \cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

$$\vec{E}(x) = E_x(x) \vec{u}_x = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \vec{u}_x$$

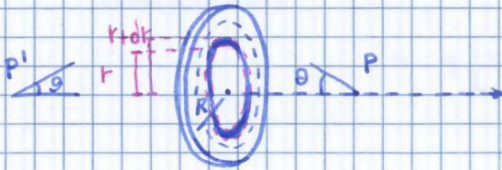
Se  $x=0$

$$\hookrightarrow \vec{E}(x) = 0$$

se  $x \gg R$

$$\vec{E}(x) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x^2} \quad (\text{Come se fosse puntiforme})$$

Disco con spessore prestato nullo



$$P = P(x, 0)$$

$$q \rightsquigarrow \sigma = \frac{q}{\pi R^2} > 0$$

$$\vec{E}(P) = ? \quad \vec{E}(x) = ?$$

$$dq = \sigma \cdot 2\pi r dr$$

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{x}{(r^2 + x^2)^{3/2}} \vec{u}_x = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \frac{r dr}{(r^2 + x^2)^{3/2}} \vec{u}_x$$

↳ Campo dovuto a cariche circolari di spessore infinitesimo dr

$$\vec{E}(P) = \int d\vec{E} = \int_0^R \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \frac{r dr}{(r^2 + x^2)^{3/2}} \vec{u}_x = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \left[ \frac{d \frac{r^2}{2}}{r^2} \right]_{r=0}^{r=R} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (1 - \cos \theta) \vec{u}_x$$

Valore per P con  $x > 0$

Sostituzione:  $r^2 = r^2 + x^2$

↳  $r=R$   
 $\frac{d \frac{r^2}{2}}{r^2} = \frac{d \cos \theta}{1 - \cos \theta}$   
 da  $r=0$

Se  $x < 0$

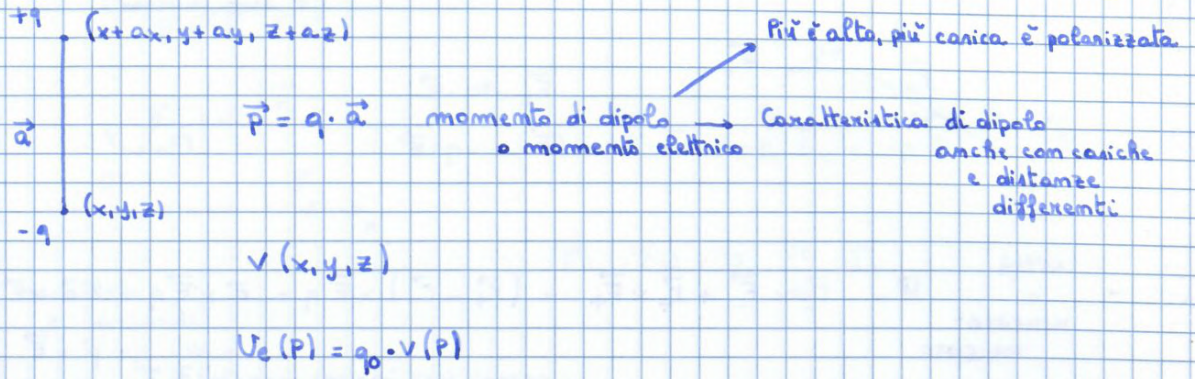
$$\vec{E}(P) = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} (1 - \cos \theta) \vec{u}_x$$

$$E_x(x) = \begin{cases} \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (1 - \cos \theta) & x > 0 \\ -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} (1 - \cos \theta) & x < 0 \end{cases}$$

Sul disco campo ha DISCONTINUITÀ (di prima specie) "SALTO"

↳ Perché non ha in realtà spessore nullo → Problema di modello matematico

### DIPOLO ELETTRICO



Principio di sovrapposizione

$$U_p = qV(x+a_x, y+a_y, z+a_z) - qV(x, y, z)$$

$$= q [V(x+a_x, y+a_y, z+a_z) - V(x, y, z)]$$

APPROSSIMAZIONE DI DIPOLO :  $|\vec{a}|$  piccolo

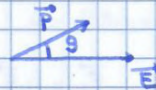
$$V(x+a_x, y+a_y, z+a_z) = V(x, y, z) + \frac{\partial V}{\partial x} a_x + \frac{\partial V}{\partial y} a_y + \frac{\partial V}{\partial z} a_z$$

$$U_p \approx q \left[ \frac{\partial V}{\partial x} a_x + \frac{\partial V}{\partial y} a_y + \frac{\partial V}{\partial z} a_z \right]$$

$$U_p \approx q \vec{a} \cdot \vec{\nabla} V = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -p \cdot E \cos \theta$$

$|\vec{a}|$  piccolo

Valutato in P



ENERGIA POTENZIALE DEL DIPOLO

Se campo non è uniforme

$$U_p(r) = -\vec{p} \cdot \vec{E}(r)$$

RISULTATO COMPLETO

↳ Tiene conto di disomogeneità di campo

Minima energia  $\rightarrow \theta = 0$



EQUILIBRIO STABILE

$\theta = \pi$



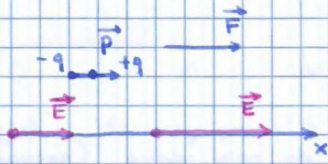
EQUILIBRIO INSTABILE

Caso più semplice

$$\vec{p} \parallel \vec{E} \parallel \vec{u}_x$$

$$\theta = 0$$

$$(\cos \theta = 1)$$

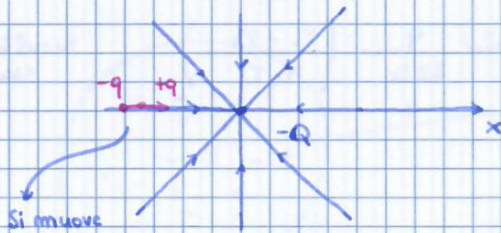


$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -p_x \cdot E_x = -p \cdot E$$

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} U = p_x \frac{\partial E}{\partial x} \vec{u}_x$$

$\vec{p}$  parallelo  
e concorde

↳ Va a  
Esplorare regioni con campo  
più intenso



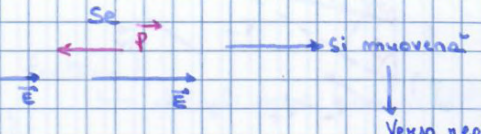
Si muove  
verso centro

↳ Carica positiva (più vicina a sorgente)

↳ Attrazione di +q

è maggiore di repulsione -q

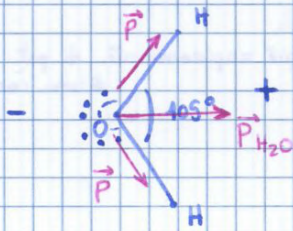
↳ Si avvicina  
a sorgente di campo



↳ Si muove  
↳ Verso regioni  
con campo minore

Alcuni  
Sistemi molecolari → Si comportano come un dipolo

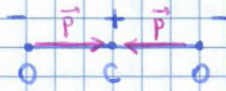
O tende ad attrarre  $e^-$   
per elettronegatività



$H_2O$  → molecola polare (per il dipolo)

↳ Ha momento di dipolo

Molecola di CO<sub>2</sub>



$$\vec{P}_{CO_2} = 0$$

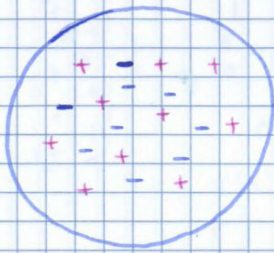


QUADRUPOLO LINEARE

(2 dipoli affiancati)

$$V(P) \approx \frac{1}{r^3}$$

Andamento di quadrupolo



(Se lo vediamo da lontano)

↳ dettagli vicini trascurabili

$$V(P) = \frac{Q_{\text{netta}}}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{p \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} + \dots + \frac{1}{r^3} + \dots + \frac{1}{r^4} \dots$$

SVILUPPO IN MULTIPOLI

↳ di potenziale in termini dipendenti da  $(\frac{1}{r})^n$

Momenti di dipolo di molecole

↳ Piccoli:  $10^{-30}$  C.m

Atomi → Possono avere

dipoli indotti →  $10^{-35}$  C.m

Per teorema della divergenza

LEGGE DI GAUSS (in forma integrale)

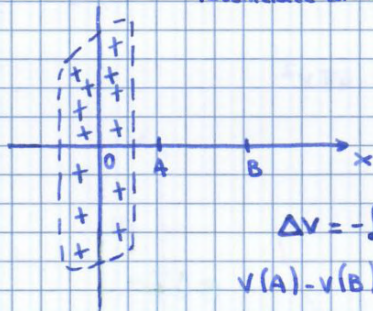
$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{u}_n \, dS = \int_{V(S)} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \, dV$$

$$\Phi_S(\vec{E}) = \frac{1}{\epsilon_0} \int_{V(S)} \rho \, dV$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

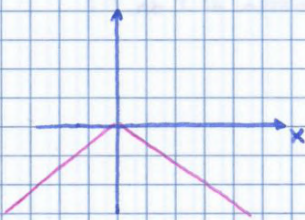
• Legge di Gauss in forma differenziale (puntuale)

Potenziale di Strato Carico



$$\Delta V = -\vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$V(A) - V(B) = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_A^B E \, dx = \frac{G}{2\epsilon_0} (x_B - x_A)$$



$$V(x) = \begin{cases} -\frac{G}{2\epsilon_0} x + C & x > 0 \\ \frac{G}{2\epsilon_0} x + C & x < 0 \end{cases}$$

Normalmente a  $\infty$  vale 0

Ma a  $\infty$  diverge

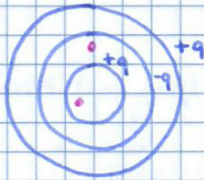
↳ Problema di modello matematico

↳ Simpatia fittizia

$$V(0) = 0$$

← Soluzione

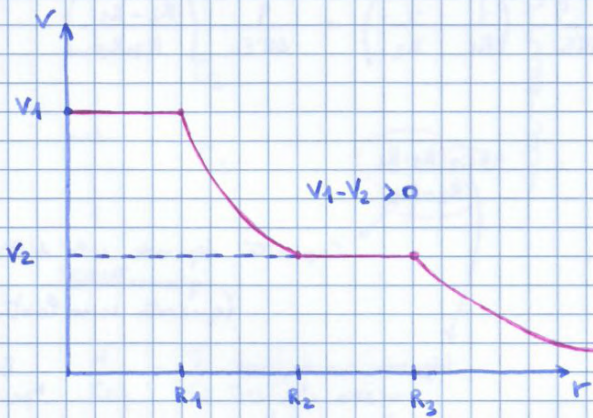
### GUSCI CONCENTRICI



$$R_3 > R_2 > R_1$$

Per sovrapposizione degli effetti

$$V(r) = \begin{cases} r < R_1 & \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_1} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_3} \\ R_1 < r < R_2 & \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_3} \\ R_2 < r < R_3 & \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_3} \\ r > R_3 & \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \end{cases}$$

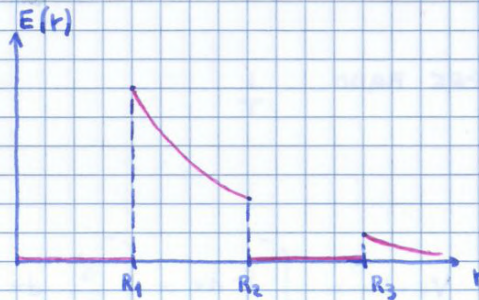


$$V_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_1} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_3}$$

$$V_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_3}$$

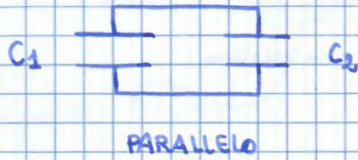
$$V_1 - V_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_1} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$$





### COLLEGAMENTO DI CONDENSATORI

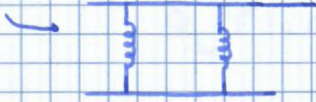


$$Q = Q_1 + Q_2$$

Collegamento in parallelo

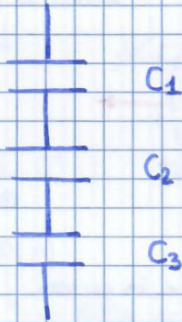
$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

Come molle



$$k_{eq} = k_1 + k_2$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

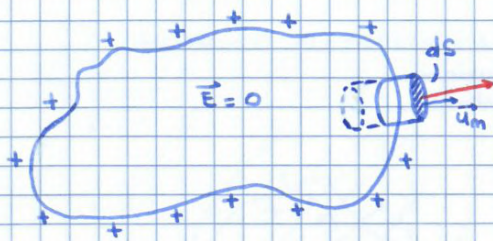


Come molle



$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$



Piccola altezza di cilindro

$$\Phi(\vec{E})_{\text{scat}} \cong 0$$

$$\Phi(\vec{E})_{\text{faccia interna}} = 0$$

$$\Phi(\vec{E})_{\text{faccia est}} = dS \cdot E$$

$$\Phi_{Sc}(\vec{E}) = 0 + 0 + dS \cdot E$$

Piccola  $\rightarrow$  Piatto ( $\perp$  a  $\vec{E}$ )

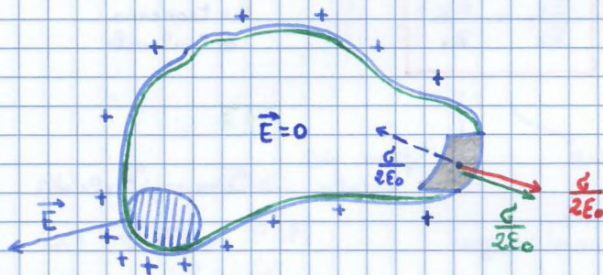
$$\Phi_{Sc} = \frac{dq}{\epsilon_0} = \frac{\sigma \cdot dS}{\epsilon_0}$$

$$dS \cdot E = \frac{\sigma \cdot dS}{\epsilon_0} \quad E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

3)  $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{u}_n$  TEOREMA DI COULOMB

$$\lim_{P \rightarrow P_0} \vec{E}(P)$$

$\leftarrow$  Molto vicini a superficie



$$\rho_0 \cdot dS \longrightarrow dq = \sigma \cdot dS$$

• Piano indefinito (da vicino  $\rightarrow$  piatto)

Le altre cariche di superficie generano un campo in quel punto di modulo  $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

$$\frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \rightarrow \text{Teorema di Coulomb}$$

$$\frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = 0$$

superficie  $dS$  sente forza elementare

$$d\vec{F} = \sigma \cdot dS \cdot \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{u}_n$$

4)  $d\vec{F} = dS \cdot \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} \vec{u}_n \rightarrow P_{es}$  (Come una forza di pressione)

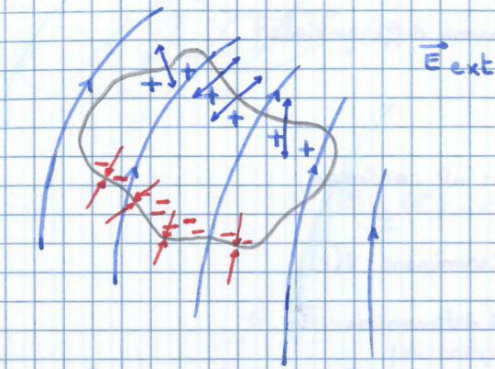
$$P_{es} = \frac{|d\vec{F}|}{dS} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$$

PRESSIONE ELETTROSTATICA

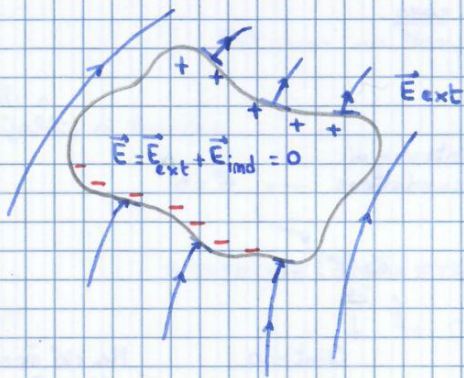
•  $\sigma$  non è più uniforme

$\leftarrow$  In alcune zone è più intenso

## INDUZIONE ELETTROSTATICA



Piccoli campi delle cariche annullano campo esterno all'interno



Spostamento di cariche deforma linee di forza esterne vicine a superficie  
 ↳ le rende  $\perp$  a superficie

Presenza di conduttore non può modificare campo esterno  
 ↳ Genera un CONTRO CAMPO che annulla  $\vec{E}_{ext}$  all'interno  
 ↳ Carica si ridistribuisce (si riorganizza)  
 ↳ Induzione elettrostatica di un conduttore neutro

1)  $\vec{E} = -\nabla V$

2)  $\nabla \cdot \vec{E} \Big|_p = \frac{\rho(p)}{\epsilon_0}$

Legge di Gauss in forma puntuale

$\nabla \cdot (-\nabla V) = -\nabla^2 V = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$

Equazione di Poisson

$\nabla \cdot \nabla = \nabla^2$

Ompogenea associata

$\nabla^2 V = 0$

← Equazione di Laplace

Famiglia di equazioni importanti → Ad es. trasporto del calore" anche

$\rho(x,y,z)$

$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV'$

di Dirichlet — impongono valori di funzione  
 di Neumann — impongono valori di derivata  
 Condizioni che devono assumere sui bordi del dominio

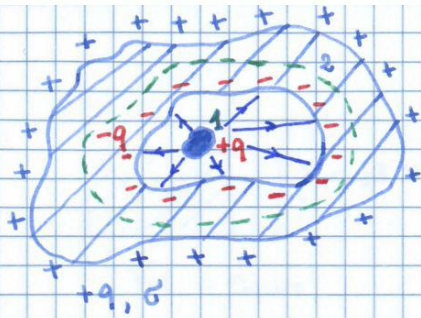
Conoscendo POTENZIALE

↳ Condizioni al contorno

↳ Condizioni di annullamento

↳ Ci si può calcolare nuova distribuzione di carica nei conduttori all'eq.

$\vec{E} = -\nabla V \rightarrow \vec{E} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{u}_n$



Corpo 2 non conico (No coniche in eccesso)

Corpo conico 1

↓  
Corpo 2 subisce effetto di carica interna

↳ INDUZIONE

$$\Phi_{sc}(E) = 0$$

$G \rightarrow$  Non dipende da posizione di corpo 1

↳ Solo dal valore della carica e se ci sono altri corpi

Esterno  $\rightarrow$  Non si occupa di quello che succede all'interno

↳ SCHERMO ELETTROSTATICO

↓ Non dipende da conformazione interna

↓ Anche se si toccano, all'interno si scarica

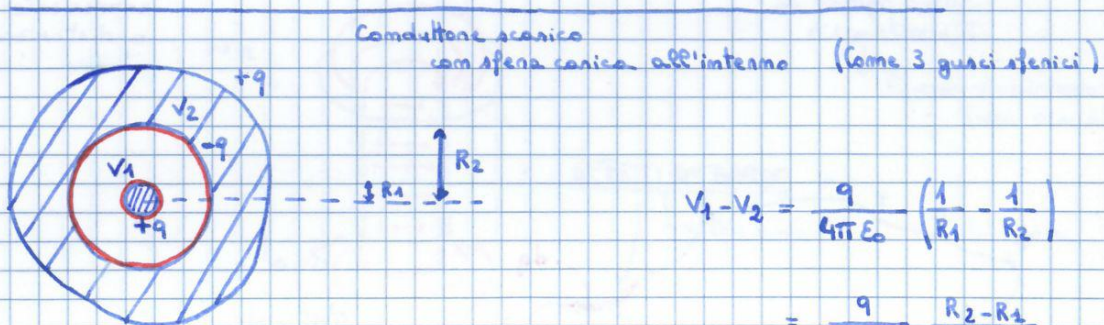
- Simile a gabbia di Faraday

INDUZIONE COMPLETA

↳ Carica rimane identica

ma all'esterno rimane carica

$$+q \rightarrow -q \rightarrow +q$$



$$V_1 - V_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{R_2 - R_1}{R_1 \cdot R_2}$$

Come un condensatore

↳ Ha una capacità

$$C \equiv \frac{q}{V_1 - V_2} = 4\pi\epsilon_0 \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_2 - R_1}$$

↳ Dipende da geometria e da distanza interposta ad armature

↳ In modo che sia positivo

$$C \equiv \frac{q}{V}$$

$$q = CV \quad V = \frac{q}{C}$$

Definizione univoca

Ciò che succede all'interno non risente di effetti esterni e viceversa

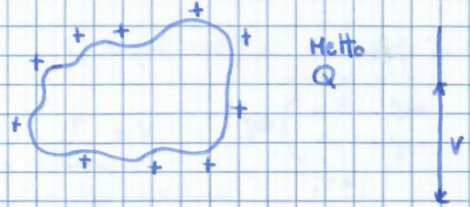
↳ SCHERMO

PROBLEMI  $\rightarrow$  Se induzioni non fosse completa

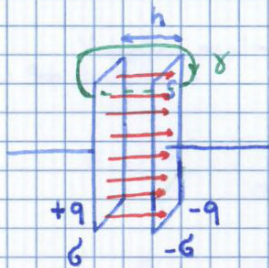
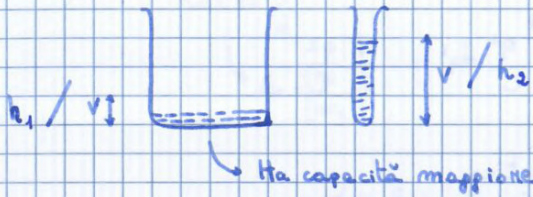


Vol di liquido

$$s = \frac{\text{Vol}}{h}$$



$$C = \frac{Q}{V}$$

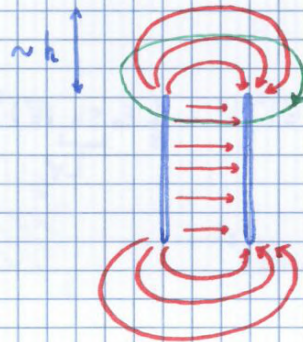


$$C = \frac{q}{V_+ - V_-} = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{h} \quad \text{con ipotesi di } \vec{E} \text{ uniforme}$$

Nella realtà non è così

Se campo avesse discontinuità

$\vec{E}$  non conservativo (con circuitazione)



EFFETTI DI BORDO

Per annullare circuitazione

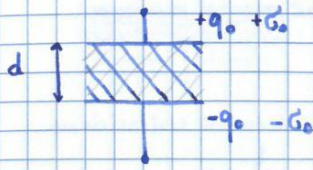
Trascurabili se armature sono molto vicine rispetto ad S

$$h^2 \sim S \text{ dimensionalmente } [m^2]$$

$$h^2 \ll S$$

### CONDENSATORI CON DIELETRICI

Si può modificare C modificando d oppure V



$$C_0 = \frac{q}{V_0} \rightarrow \text{Con vuoto tra armature}$$

$$V = \frac{V_0}{\epsilon_r} \rightarrow C = \epsilon_r \cdot C_0$$

$$C_0 = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

$$\epsilon_0 = \left[ \frac{F}{m} \right]$$

$$\frac{V_0}{V} = \epsilon_r > 1 \text{ [adimensionale]}$$

dipende da materiale tra armature

Costante dielettrica relativa del mezzo (K) detta anche permittività

$$\frac{C}{C_0} = \epsilon_r$$

Definizione operativa.

↳ Complesso di operazioni di misura da fare

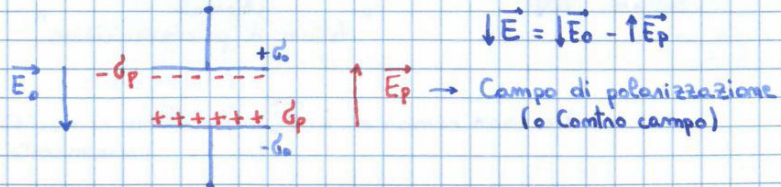
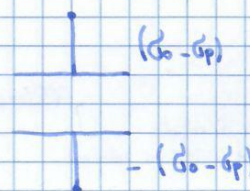
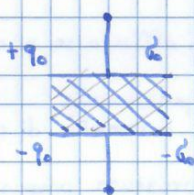
### Condensatore piano

$$V = \frac{V_0}{\epsilon_r} \rightarrow E = \frac{E_0}{\epsilon_r}$$

$$E = \frac{V}{h} = \frac{V_0}{\epsilon_r \cdot h} = \frac{E_0}{\epsilon_r} = \frac{G_0}{\epsilon_r \cdot \epsilon_0}$$

$$E = \frac{G_0}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r} + \frac{G_p}{\epsilon_0} = \frac{G_0}{\epsilon_0} + \frac{(\epsilon_r - 1) G_0}{\epsilon_r \epsilon_0}$$

$$E = \frac{G_0}{\epsilon_0} - \frac{G_p}{\epsilon_0} = \frac{G_0 - G_p}{\epsilon_0}$$



$$G_p = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} G_0$$

INDUZIONE PARZIALE

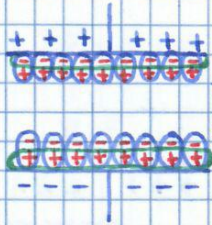
$$|G_p| < |G_0|$$

$$G_p = \frac{\chi}{\chi + 1} G_0$$

$\chi$ : SUSCETTIVITA' ELETTRICA DEL DIELETRICO

$\chi = \epsilon_r - 1$  caratteristica di sostanza dielettrica

Se materiale è omogeneo



All'interno i dipoli si bilanciano  $\rightarrow \rho_p = 0$   
 ↓ densità di carica

$$\rho_p = \vec{P} \cdot \vec{u}_n$$

↳ Versore normale a superficie

$$[\vec{P}] = \left[ \frac{Q}{L^2} \right] = \frac{C}{m^2}$$

• Se dielettrico non fosse omogeneo

↳ Non riempie uniformemente lo spazio

$$\rho_p = -\nabla \cdot \vec{P}$$

$$\int_V \rho_p dV = -\int_V \nabla \cdot \vec{P} \cdot dV$$

$$q_p = -\int \vec{P} \cdot \vec{u}_n dS$$

Con dielettrico omogeneo

↳ Si può sostituire a dielettrico  $\rightarrow$  2 distribuzioni superficiali ( $+\rho_p, -\rho_p$ )  
 ↳ 1 distribuzione volumica ( $\rho_p = 0$ )

Quanto vale  $\vec{P}$ ? Vettore polarizzazione

Mappone è il campo  $\rightarrow$  Mappone è  $\langle \vec{p} \rangle$

↳ Che campo subisce la molecola i-esima?

↳ Molecole vicine lo influenzano



Campo locale

↳ Campo percepito da momento di dipolo infinitesimo

(Dovuto a distrib. di carica e dipoli indotti da distrib. vicini a dipolo infinitesimo) (molecola)

Campo elettrico locale

↳ Tipicamente è campo macroscopico che misuriamo  $\rightarrow$  Problema quantistico

Con dielettrico CRISTALLINO  $\rightarrow$  Polarizzazione non è più parallela ad  $\vec{E}$   
 ↳ Campo locale  $\neq \vec{E}$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \text{Teor. di Gauss in forma puntuale}$$

$q_{\text{totale}} \leftarrow \text{Comprende tutte le cariche in gioco} \rightarrow \frac{\rho_{\text{globale}}}{\epsilon_0} = \frac{\rho_0 + \rho_p}{\epsilon_0} \leftarrow \text{Comprende cariche superficiali}$

Forma integrale  $\oint_{S_c} \vec{E} \cdot \vec{u}_m dS = \frac{q_0 + q_p}{\epsilon_0}$

$$\frac{q_0 + q_p}{\epsilon_0} = \frac{q_0}{\epsilon_0} + \frac{q_p \cdot S}{\epsilon_0}$$

$$\oint_{S_c} \vec{E} \cdot \vec{u}_m dS = \frac{q_0}{\epsilon_0} + \frac{1}{\epsilon_0} \oint_{S_c} \vec{P} \cdot \vec{u}_m dS \quad \oint_{S_c} \vec{P} \cdot \vec{u}_m dS = P \cdot S = q_p \cdot S$$

$$\oint_{S_c} \left( \vec{E} + \frac{1}{\epsilon_0} \vec{P} \right) \cdot \vec{u}_m dS = \frac{q_0}{\epsilon_0}$$

$$\oint_{S_c} (\vec{E} \cdot \epsilon_0 + \vec{P}) \cdot \vec{u}_m dS = q_0 \quad (\text{Coniche libere})$$

Im forma puntuale

$$\vec{\nabla} \cdot (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \rho_0 \quad \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_0$$

Finché non so descrivere  $\vec{P}$

Effetto di  $\vec{E}$  su dielettrico  
↳ si crea  $\vec{P}$

↳ Non posso conoscere  $\vec{D}$   
↳ Risolvere equazione

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

$$\oint_{S_c} (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot \vec{u}_m dS = \oint_{S_c} \epsilon_0 (\vec{E} + \chi \vec{E}) \cdot \vec{u}_m dS =$$

$$= \oint_{S_c} \epsilon_0 \underbrace{(1 + \chi)}_{\epsilon_r} \vec{E} \cdot \vec{u}_m dS$$

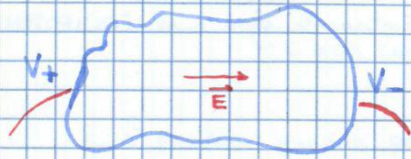
$$\vec{\nabla} \cdot (\epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}) = \rho_0$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\epsilon \vec{E}) = \rho_0$$

↳ costante dielettrica assoluta.



• Noi ora per semplicità  
partiamo solo di conduttori elettromici



Se genera differenza di potenziale  
 $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$        $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Quante cariche si muovono? A che velocità?

$n$ : portatori per unità di volume

↳ Più alto, conduttore migliore e il numero

$n = 10^{28} \text{ m}^{-3}$  ( $10^{28}$  elettroni su  $\text{m}^3$ )  
(valore medio)

$\rho_s = e \cdot n = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{28} \text{ C/m}^3 = 10^9 \frac{\text{C}}{\text{m}^3}$  ( $e$ : carica di un elettrone)  
 ↳ densità di conduzione



$e^-$  si muovono in conduttore scarico o in equilibrio

↳ Agitazione termica

↳ In moto disordinato / caotico

$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\sum \vec{v}_i}{N} = 0$  → numero di elettroni nel volume

Come in un gas perfetto

↳ GAS DI ELETTRONI LIBERI

Energia cinetica media

$\frac{1}{2} m \langle v \rangle^2 = \frac{3}{2} k_B \cdot T$

↳ Costante di Boltzmann

Equilibrio non statico ma STATISTICO

↳ dipende da conformazione

modello di gas di elettroni liberi

$v_T = \langle v \rangle = 10^5 \text{ m/s}$

↳ da stima di velocità dipendente da  $T$  (ERRATA)

$v_F = 10^6 \text{ m/s}$

↳ Velocità di Fermi — indipendente da Temperatura ( $T$ )

↳ Gas di Fermi — studi più avanzati

STAZIONARIETÀ

- ↳ se  $i \neq i(t)$
- ↳  $i$  non cambia nel tempo

$i$  è positiva quando passa da potenziale maggiore a potenziale minore  
(Come se ci muovessi forte carica positiva.)

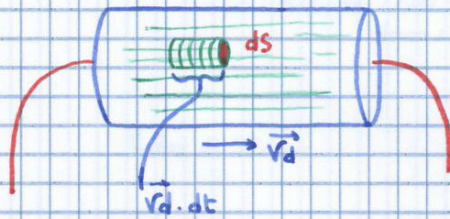
Corrente elettrica — moto di particelle trascinate da campo  $\vec{E}$  esterno

$n$  elettroni in unità di volume

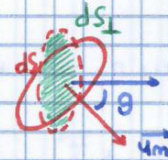
$q$  carica di ogni portatore

$\vec{v}_d$  velocità di deriva → Velocità media  
(su un gran numero di elettroni)  
 $\langle \vec{v} \rangle = \frac{\sum \vec{v}_i}{N}$   
Definita punto per punto  
↳ È un campo vettoriale di velocità

Conduttore (Tubo di flusso)



Tubo di corrente



$dS_1 = dS \cos \theta$

$$dq = n \cdot q \cdot dV = n \cdot q \cdot (dS_1 \cdot v_d dt)$$

$$= n \cdot q \cdot (dS \cdot \cos \theta \cdot v_d dt) \quad dS_1 = dS \cos \theta$$

$$di = \frac{dq}{dt} = n \cdot q \cdot dS \cdot v_d = n \cdot q \cdot v_d \cdot dS = \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

$$\vec{j} = n \cdot q \cdot v_d = \rho_c v_d$$

densità di conduzione  
(densità di portatori)

$$di = \vec{j} \cdot d\vec{S} = \vec{j} \cdot \vec{u}_m dS$$

$$i = \int di = \int_S \vec{j} \cdot \vec{u}_m dS = \Phi_S(\vec{j})$$

$\vec{j}$ : DENSITÀ DI CORRENTE  $\frac{A}{m^2}$

$$-\frac{dQ_{int}}{dt} = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = \oint_S \vec{j} \cdot \vec{u}_m dS$$

TEOR. DELLA DIVERGENZA

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{j} dV$$

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{j} dV = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

EQUAZIONE DI CONTINUITÀ DELLA CORRENTE

IN CONDIZIONE DI STAZIONARIETÀ

$$\oint_S \vec{j} \cdot \vec{u}_m dS = \frac{dQ}{dt}$$

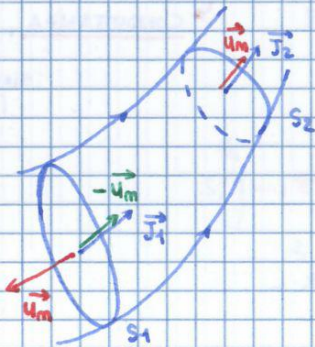
$Q_{int} \neq Q_{int}(t)$

$$\oint_S \vec{j} \cdot \vec{u}_m dS = 0 \longrightarrow \text{CAMPO SOLENOIDALE}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0 \longrightarrow \text{CAMPO INDIVERGENTE}$$

EQ. DI CONTINUITÀ IN REGIME STAZIONARIO

Tubo di Flusso



$$\oint_S \vec{j} \cdot \vec{u}_m dS = 0$$

$$\oint_S \vec{j} \cdot \vec{u}_m dS = \int_{S_1} \vec{j}_1 \cdot \vec{u}_{m1} dS_1 + \int_{S_2} \vec{j}_2 \cdot \vec{u}_{m2} dS_2 = 0$$

$$-\int_{S_1} \vec{j}_1 \cdot \vec{u}_{m1} dS_1 = \int_{S_2} \vec{j}_2 \cdot \vec{u}_{m2} dS_2 = \underline{i_2}$$

$$\int_{S_1} \vec{j}_1 \cdot (-\vec{u}_{m1}) dS_1 = \underline{i_1}$$

in STAZIONARIETÀ

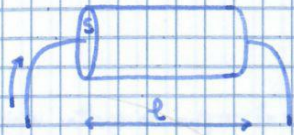
$$i_1 = i_2 = i$$

$\vec{j}$  non dipende dal tempo  $\rightarrow$  ha varia. a seconda di sezione

$$\vec{j} = \rho_c \vec{v}_d$$

$v_d$  varia a seconda di sezione

Studio sistematico → SECONDA LEGGE EMPIRICA DI OHM



Per conduttori OHMICI

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

Legge empirica

RESISTIVITA' ( $\Omega \cdot m$ )

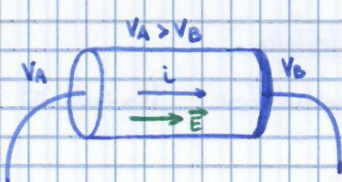
effetti di  
→ Separa geometria  
e  
di materiale

Oppure

$$R = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{l}{S}$$

CONDUCIBILITA'  
o CONDUITIVITA'  
( $\Omega^{-1} m^{-1}$ )

$\rho$  e  $\sigma$  caratteristiche  
tipiche del  
materiale

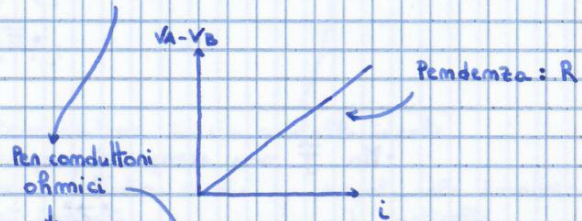


"Prima  
Legge di Ohm"

$$R = \frac{V_A - V_B}{i}$$

Resistenza  
al passaggio  
di corrente

Curva CARATTERISTICA



Campi  $\vec{E}$  o ddp  
non sono elevati

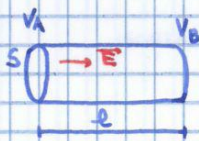
"Seconda legge empirica  
di Ohm"

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

→ lunghezza  
→ sezione

$\rho$ : RESISTIVITA' ( $\Omega \cdot m$ )

Dipende molto da temperatura



$\vec{E}$  uniforme

Soltanto  
per campi  
con forma  
regolare

Prima Legge di Ohm

$$V_A - V_B = R \cdot i$$

$$V_A - V_B = E \cdot l$$

← Campo uniforme

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

$$i = J \cdot S$$

$$E \cdot l = \rho \cdot \frac{l}{S} \cdot (J \cdot S)$$

$$\vec{E} = \rho \cdot \vec{J}$$

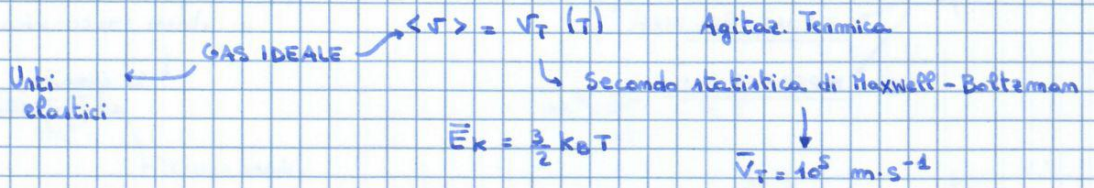
(Tutte grandezze parallele)

oppure  $\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E}$

LEGGE DI OHM VETTORIALE (puntuale o locale) e istantanea

(Regime di stazionarietà)  
 $\vec{E}$  uniforme  
e  $\vec{J}$  pure

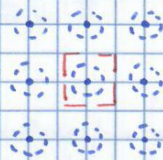
Elettroni di conduzione → Come se fosse un gas di elettroni



• Interpretazione più corretta per gas di elettroni

$\langle v \rangle = v_F = 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$       Velocità di Fermi  
 (non dipende da Temp.)

Unti



- Reticolo preciso

A basse temperature in un cristallo ideale

↳ Libera cammino medio e infinito — singolo volo dinamico di particella  
 ↳ Non unita con nulla

In un CRISTALLO REALE

- 1) IMPERFEZIONI → Superficie non fine a periodicità spaziale infinita
- 2) IMPUREZZE → Ci sono atomi di materiale diverso
- 3) VIBRAZIONI RETICOLARI (T) o in posiz. allungata

↳ A temperatura finita oscillano

↳ Aumentano col aumentare T

• Elettrone unita

com imperfezioni, impurezze e atomi in oscillazioni (distorsioni che si propagano)

- Non unita direttamente con ioni del reticolo

↳ dipende da T proprio per VIBRAZIONI

$$\sigma = \frac{me^2}{K}$$

A velocità limite

↓ Azzero  $\vec{E}$

$$\sigma = \frac{me^2 \tau}{m^*}$$

Tempo medio tra un urto e l'altro

Si determina da modelli microscopici di materia

- Se è un numero

↓ Non dipende da  $\vec{E}$

↓ Lineari, Omogenei, Isotropi

- Di solito dipende da  $\vec{E}$

$$m^* \frac{dv}{dt} = -k v$$

$$v(t) = v_d \cdot e^{-\frac{k}{m^*} t} = v_d \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = \frac{m^*}{k}$$

↓

$$k = \frac{m^*}{\tau}$$

$v_d$  è molto piccola rispetto a  $v_F$

↳ Non la influenza per urti

$m$ : può dipendere da campo / da Temperatura.

$\rho(T)$ : funzione molto complessa

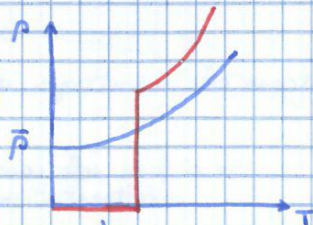
- legge fenomenologica valida in alcuni casi (Buona Approssimazione)

(Sviluppo al primo ordine)

$$\rho(T) = \rho_0 [1 + \alpha (T - T_0)]$$

↳ Si può sviluppare a ordini superiori

↓ Non vale a T bassissime



↳ Supercapacitanti: Sotto Temperatura critica ( $T_{crit}$ ) Resistività si annulla 130-140 K

↓ si annulla resistenza

Separazione di cariche → Grazie ad una forza "generica"

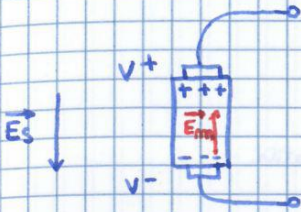
$\int_{-}^{+} \frac{d\phi}{dl} = E$   
 Campo ELETTRIMOTORE ( $\vec{E}_m$ )

↓ Accumulo di cariche di segno opposto tra i due morsetti

Si forma anche campo elettrostatico che si oppone via via a spostamento

$\vec{E}_s$  - Lavoro negativo in generatore

Generatore isolato (circuito aperto)



Ad un certo punto effetto di  $\vec{E}_m$  equilibrato da  $\vec{E}_s$

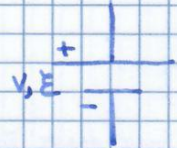
↳ situazione di equilibrio  $\vec{E}_m = -\vec{E}_s$

f.e.m. =  $E = \int_B^A \vec{E}_m \cdot d\vec{l}$

forza elettromotrice

Circuito aperto:  $\vec{E}_m = -\vec{E}_s$

$= \int_A^B \vec{E}_s \cdot d\vec{l} = V_A - V_B$



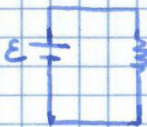
Nome è una forza

↓ ddp a circuito aperto

Lavoro carica

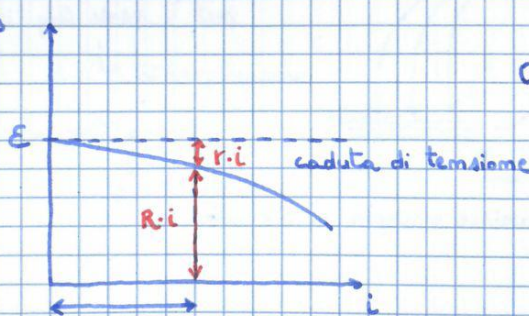
Nome deriva da contesto storico

Spindendo circuito



(Generatore ideale)  
 $V_A - V_B = E$

$V_A - V_B$

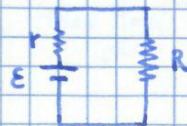


Curva caratteristica di generatore ideale

$V_A - V_B = E - R \cdot i$

GENERATORE REALE

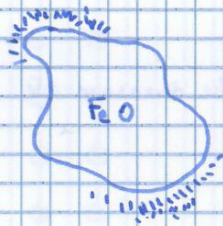
resistenza interna del generatore



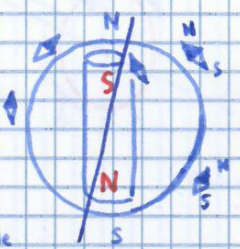
## CAMPI MAGNETICI STAZIONARI

- ↳ Non generati da magneti
- Generati da cariche in moto — Si può pensare a campi magnetici nel vuoto

Magneti naturali  
 (come dei "sani", ossidi di ferro)  
 Trovati in regione "Magnesia"  
 Proprietà particolari — Attrinavano pezzi di ferro in modo selettivo, solo in determinate zone



Campo magnetico di terra  
 ↳ piccolo  
 ~ 50 μT  
 Disallineato di 11° da asse  
 Variabile  
 I poli si possono INVERTIRE (Paleomagnetismo) gradualmente



Magneti o (ferro può essere magnetizzato)  
 - Si rivolge sempre una parte verso nord e una verso sud (POLO NORD e POLO SUD)

Terra esercita un campo magnetico  
 ↳ Come se fosse un magnete

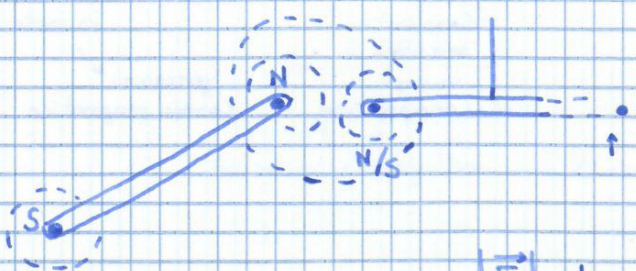
Avvicinando stessi poli NORD o SUD

↳ Si respingono



Avvicinando poli opposti

↳ Si attraggono



Si può studiare forza di attrazione/repulsione

$$|F| = k_m \frac{q_{m1} q_{m2}}{r^2}$$

← massa / carica magnetica



$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} + q\vec{E}$$

FORZA DI LORENTZ

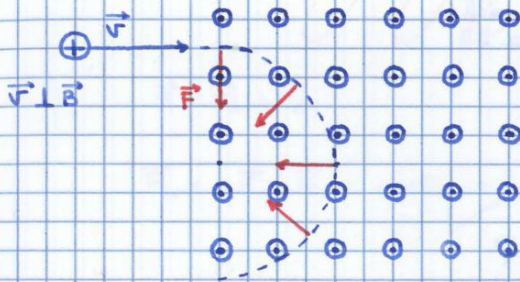
↳ Dovuto a campo elettrico

$$[B] = \frac{N}{A \cdot m} = \text{tesla (T)}$$

Unità del SI

In sistema CGS  $\rightarrow 1 \text{ gauss} = 10^{-4} \text{ tesla (G)}$

Applicazioni



$\vec{B}$  uscente ( $\odot$ )

↳ linee di campo (tangenti in ogni punto a campo magnetico)

↓ Forza è perpendicolare

• Mano destra

Pollice: primo ( $\vec{v}$ )  
indice: secondo ( $\vec{B}$ )  
pollice: terza

$$|\vec{F}| = qvB$$

Forza CENTRALE

↓  
Forza centripeta diretta verso centro di curvatura

$$\begin{cases} a_c = \frac{v^2}{R} \\ a = \frac{qvB}{m} \end{cases}$$

Particella se nonamesse all'interno del campo percorrenrebbe circonferenza di raggio

$$R = \frac{mv}{qB}$$

Velocità angolare

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{qB}{m}$$

$\omega$  è funzione solo di  $B$  e di  $\frac{q}{m}$

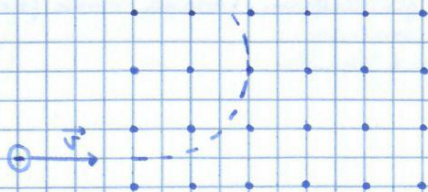
$R = \frac{P}{qB} \rightarrow$  Quantità di moto  
↓  
Più generale

$$q\vec{v} \times \vec{B} = m\vec{\omega} \times \vec{v} = -m\vec{v} \times \vec{\omega}$$

$$\vec{\omega} = -\frac{q}{m} \vec{B}$$

Se carica è negativa  $\rightarrow$  Curva in senso antiorario

↳  $\vec{\omega} // \vec{B}$  ed equivale



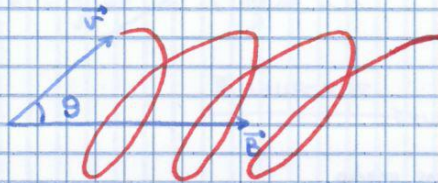
$$\vec{\omega} = \frac{q}{m} \vec{B}$$

**Elettronvolt:** Energia acquistata da una carica di 1 elettrone quando viene accelerata con una differenza di potenziale di 1V

$$1eV = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Unità di misura di energia comodo per studiare particelle

se  $\vec{v} \perp \vec{B}$



$$\vec{v} = \vec{v}_{\perp} + \vec{v}_{\parallel}$$

$$\vec{F}_L = q \vec{v} \times \vec{B} = qvB \sin \theta = qv_{\perp} B$$

$$R = \frac{mv \sin \theta}{q \cdot B}$$

$\vec{v}_{\parallel}$  → non è sottoposta a forza → Rimane costante → Traiettoria ad elica

Campi magnetici generati da cariche in moto

e cariche sono sensibili a campi magnetici

- Relazione fondamentale

Legge della forza di Lorentz

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} + (q\vec{E})$$

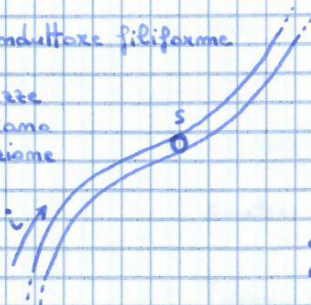
← Dovuta a eventuale campo elettrico

← Carica in moto → sente questa forza  $\vec{F}$

← sempre ortogonale a traiettoria

Conduttore filiforme

Grandissime  
non variano  
su sezione



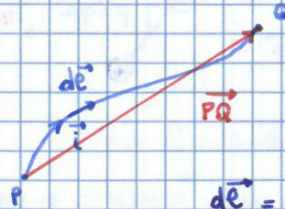
$$\vec{j} = n \cdot (-e) \cdot \vec{v}_d$$

Cariche disponibili a conduzione nell'unità di volume

← Molto piccola → stima grazie a esp. di Hall

← grazie a esperimento di Hall

$$\vec{F} = i \left( \int_P^Q d\vec{e} \right) \times \vec{B}$$



Curva su un piano

$$d\vec{e} = dx \vec{u}_x + dy \vec{u}_y$$

Uno dei due è parallelo a  $\vec{B}$

Contributo nullo

$$\vec{F}_{PQ} = i \cdot \vec{PQ} \times \vec{B}$$

Valida anche per un filo non su un piano

Su un circuito chiuso

$$\vec{F} = \oint d\vec{F} = i \oint d\vec{e} \times \vec{B}$$

$$\vec{B} \text{ UNIFORME} \rightarrow = i \left( \oint d\vec{e} \right) \times \vec{B} = 0$$

Se circuito era fermo il centro di massa resta fermo

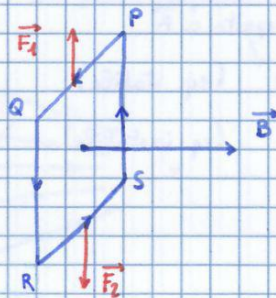
MA Momento risultante non è nullo

$\vec{F}_L = q \vec{v} \times \vec{B}$   
 $d\vec{F} = i d\vec{e} \times \vec{B}$

Fa curvare traiettoria di elettrone → Traiettoria elicoidale  
 Ma vincolato a pareti di conduttore → Provocamo un'azione meccanica.  
 Forza trasmessa a struttura di conduttore

Dovute entrambe a interazione di sistema con il campo

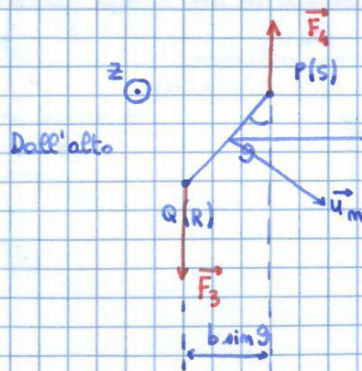
Applicazione (Spina rettangolare)



$$\vec{QR} = \vec{PS} = a$$

$$\vec{QP} = \vec{RS} = b$$

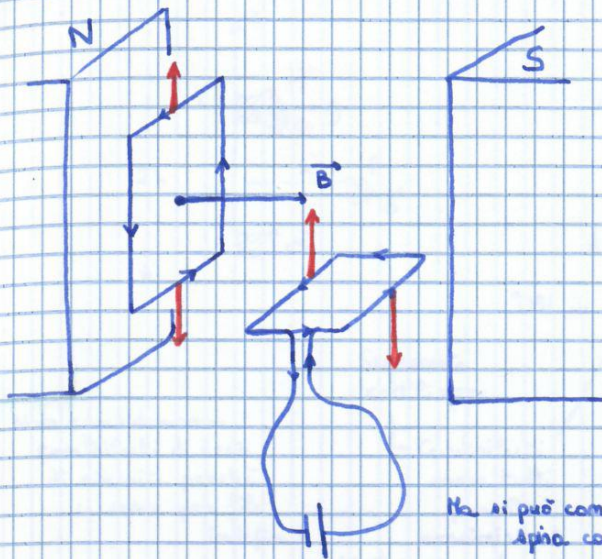
- Momento di coppia di forze  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  è nullo — Sono in stessa direzione



Momento meccanico

$|M| = |\vec{F}| \cdot b \sin \theta$  → Braccio  
 $|M| = i a B \cdot b \sin \theta$   
 $|M| = i S B \sin \theta$

$\vec{m} = i S \cdot \vec{u}_m$  → MOMENTO MAGNETICO (Valido per qualsiasi superficie piana)  
 $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$



Campo  $\vec{B}$  uniforme

Ma si può considerare  
aperta come un rettangolo chiuso

- Fili paralleli solo impediscono rotazione

Risultato vale  
per qualsiasi sezione



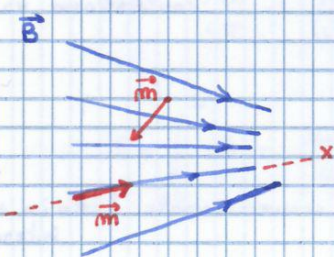
$$\vec{m} = i \cdot S \cdot \vec{u}_m$$

$$M_{mm} = \vec{m} \times \vec{B}$$

↓ tende ad allineare  $\vec{m}$  a  $\vec{B}$



Se  $\vec{B}$  non fosse uniforme



C'è anche forza risultante  $\neq 0$

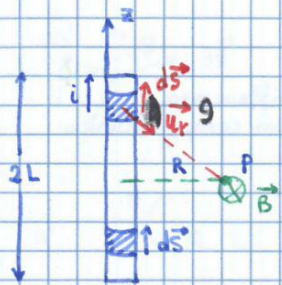
↳ Centro di massa si sposta

•  $m$  parallelo a  $\vec{B}$

$$F_x = - \frac{\partial U_m}{\partial x} = m \frac{\partial B_x}{\partial x}$$

Se  $m$  è concorde a campo  
↳ la punta verso regioni  
a campo più intenso

Se  $m$  è discorde → Verso regioni  
con campo inferiore



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{r^2}$$

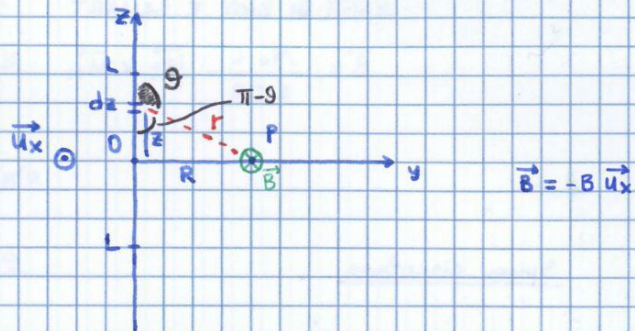
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{ds \sin\theta}{r^2}$$

Non consideriamo contributi di resto di circuito perché ci serve per filo indefinito

Segmento rettilineo

Contributi sono tutti paralleli

Modulo



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{ds \sin\theta}{r^2}$$

$$r = \sqrt{z^2 + R^2}$$

$$\sin\theta = \sin(\pi - \theta) = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{z^2 + R^2}}$$

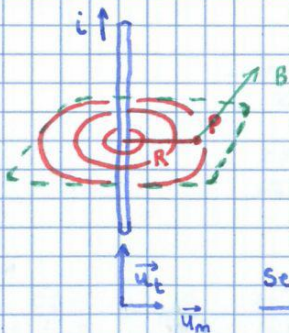
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{dz R}{\sqrt{z^2 + R^2} (R^2 + z^2)}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{R}{(z^2 + R^2)^{3/2}} dz$$

$$B = \int_{-L}^L dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} R \int_{-L}^L \frac{1}{(z^2 + R^2)^{3/2}} dz = \frac{\mu_0 i R}{4\pi} \frac{1}{R^2} \left[ \frac{z}{(z^2 + R^2)^{1/2}} \right]_{-L}^L$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} i R \cdot \frac{1}{R^2} \frac{2L}{(L^2 + R^2)^{1/2}}$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \frac{1}{R} \frac{L}{(L^2 + R^2)^{1/2}}$$



Linee di campo sul piano mediano

Se  $L \gg R$

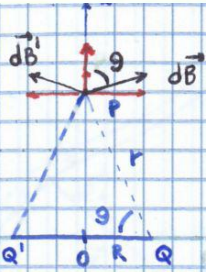
$$B \rightarrow \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

FILO RETTILINEO INDEFINITO

Ponendo i vettori:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \vec{u}_t \times \vec{u}_m$$

Se il conduttore è filiforme



$$dB_{Px} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dl \cos \theta}{r^2}$$

$$B_P = \int dB_{Px} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int \frac{dl \cos \theta}{r^2}$$

$\theta$  ed  $r$  sono costanti

$$= \frac{\mu_0 i \cos \theta}{4\pi r^2} \int dl$$

$$= \frac{\mu_0 i \cos \theta}{4\pi r^2} 2\pi R$$

$$= \frac{\mu_0 i R \cos \theta}{2 r^2}$$

$$r^2 = R^2 + x^2$$

$$\cos \theta = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

$$B(x) = \frac{\mu_0 i}{2} \frac{R^2}{r^3} = \frac{\mu_0 i}{2} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$\vec{B}(x) = \frac{\mu_0 i}{2} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \cdot \vec{u}_x$$

• Il campo non cambia mai di verso,  $\forall x$

• Se  $x=0$

$$\hookrightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2R} \quad (\text{nel centro})$$

Se  $x \gg R$

$$\vec{B}(x) \rightarrow \frac{\mu_0 i}{2} \frac{R^2}{x^3} \vec{u}_x$$

$$= \frac{\mu_0 i}{2} \frac{R^2}{x^3} \frac{2\pi}{2\pi} \vec{u}_x$$

$\vec{m}$  momento magnetico

$$= \frac{2\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m}}{x^3}$$

- Si può valutare in tutto lo spazio (con componente trasversa)

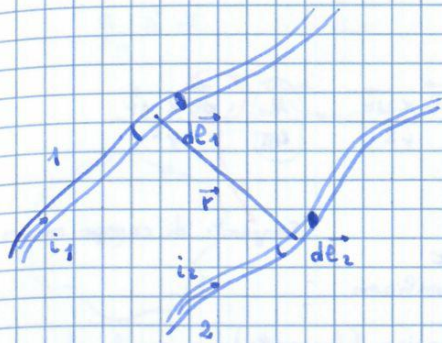
$\hookrightarrow$  simile a quella del dipolo

$$\vec{E}(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p}{x^3}$$

del dipolo

molto simile ad un dipolo elettrico

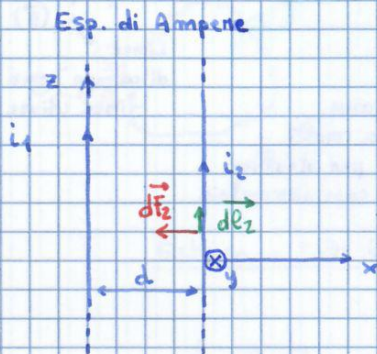
lungo l'asse  $x$



$$\vec{B}(1) = \frac{\mu_0}{4\pi} i_1 \oint \frac{d\vec{l}_1 \times \vec{ur}}{r^2}$$

$$\begin{aligned} d\vec{F}_2 &= i_2 \cdot d\vec{l}_2 \times \vec{B}(1) \\ &= i_2 \cdot d\vec{l}_2 \times \left( \frac{\mu_0}{4\pi} i_1 \oint \frac{d\vec{l}_1 \times \vec{ur}}{r^2} \right) \\ &= i_1 \cdot i_2 \cdot \frac{\mu_0}{4\pi} d\vec{l}_2 \times \oint \frac{d\vec{l}_1 \times \vec{ur}}{r^2} \end{aligned}$$

$$\vec{F} = \oint_{\gamma_2} d\vec{F}_2 = \oint_{\gamma_2} \frac{\mu_0}{4\pi} i_1 i_2 d\vec{l}_2 \times \oint_{\gamma_1} \frac{d\vec{l}_1 \times \vec{ur}}{r^2}$$



Fili infinitesimi indefiniti

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1}{d} \vec{uy}$$

$$\begin{aligned} d\vec{F}_2 &= i_2 d\vec{l}_2 \times \vec{B} \\ &= \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1 \cdot i_2}{d} d\vec{l}_2 \times (-\vec{ux}) \end{aligned}$$

$$F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1 i_2}{d} \int_{\gamma_2} dl_2$$

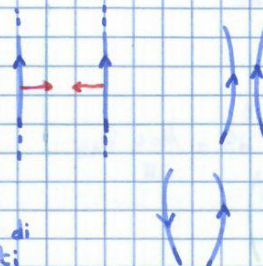
$$F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1 \cdot i_2}{d} \cdot l$$

$$\frac{F_2}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1 \cdot i_2}{d} \quad \text{Forza per unità di lunghezza}$$

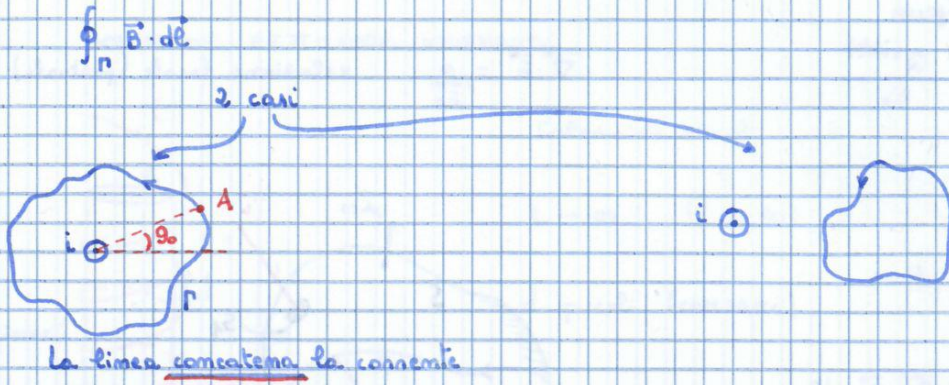
- lo stesso vale per  
altro filo

Aziome - Reazione

Ampere grandezza fondamentale



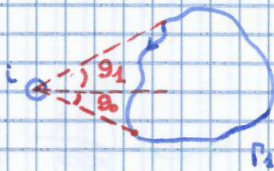
"In due fili fluisce la corrente di 1 A quando tra i due fili posti alla distanza di 1 m si esercita una forza pari a  $2 \cdot 10^{-7}$  N ogni metro di filo"



$$\oint_P \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \frac{\mu_0 \cdot i}{2\pi} \int_{\theta_0}^{\theta_0 + 2\pi} d\theta = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \cdot 2\pi = \mu_0 \cdot i$$

Razionalizzazione del sistema di misura

↳ semplifica il risultato



$$\oint_P \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \frac{\mu_0 \cdot i}{2\pi} \int_{\theta_0}^{\theta_0} d\theta = 0$$

Esteso a tutte le configurazioni

$$\oint_P \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \cdot i = \mu_0 \cdot \sum_k i_k \cdot m_k$$

(algebraica) ↳ grado di concatenazione

$$\oint_P \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \sum_k i_k \cdot m_k$$

conc

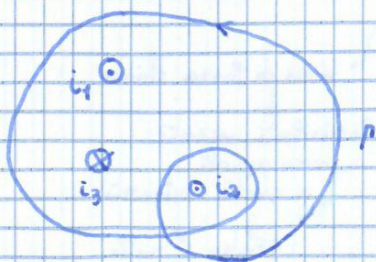
Esempio

• Circuitazione di  $\vec{B}$  dipende solo da quanti fili ci sono all'interno



$$\oint_P \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 (i_1 + i_2 - i_3)$$

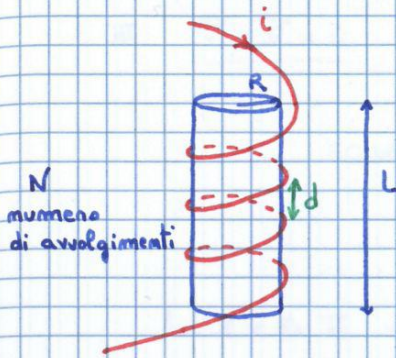
↳ Segno in base al verso (con regola della mano destra)



$$\oint_P \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = (1 i_1 + 2 i_2 - 1 i_3)$$



## SOLENOIDE RETTILINEO INDEFINITO

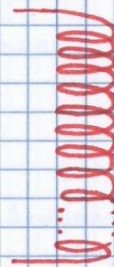


Solenoido ideale

$$L \rightarrow \infty \quad (L \gg R)$$

$d$  piccoli (COMPATTO)

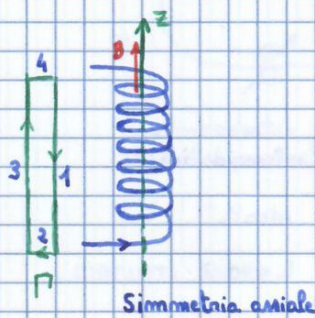
Si può pensare come una sovrapposizione di spine circolari



$$m = \frac{N}{L}$$

numero di spine per unità di lunghezza

↳ Solenoidi ideali possono avere  $m$  diversi



$\vec{B} = ?$

• Non ci sono pezzi né serpenti

↳ Se aveva componenti trasversale

↳ Intercetterebbe le spine → Contravvenirebbe a legge di Laplace

↳ Solo campo assiale  $\vec{z}$  (componente radiale)

↳ Linee di campo sono linee chiuse

Scelta di linea Amperiana  $\Gamma$

• Così come si sceglie superficie Gaussiana

$$\vec{B} = B \vec{u}_z$$

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_1 \vec{B} \cdot d\vec{l}_1 + \int_2 \vec{B} \cdot d\vec{l}_2 + \int_3 \vec{B} \cdot d\vec{l}_3 + \int_4 \vec{B} \cdot d\vec{l}_4$$

↳  $d\vec{l}_2$  e  $d\vec{l}_4$  sono  $\perp$  al campo  $\vec{B}$

$$= -B_1 l + B_3 l = l(B_3 - B_1)$$

$$l(B_3 - B_1) = \mu_0 \cdot 0 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$B_1 = B_3$$

→ Campo magnetico fuori dal solenoide è UNIFORME

↳ Stesso valore che ha all'infinito

↳ È NULLO

I  $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

II  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$

III  $\nabla \times \vec{E} = 0$

IV  $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{j}$

nel caso  
EQUAZIONI DI MAXWELL STATICO / STAZIONARIO

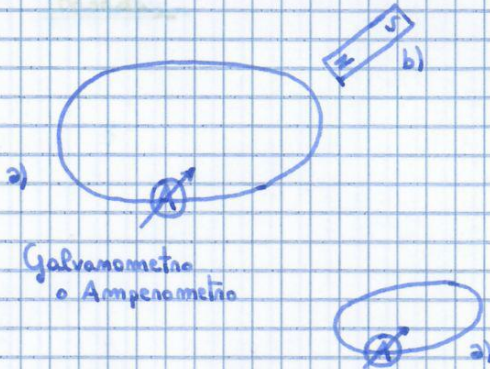
• Sono imparentate tra loro

La I e la II valgono sempre

La III e la IV valgono solo per la statica

↳ vanno CORRETTE

FARADAY



Avvicinando / Allontanando  
magnete

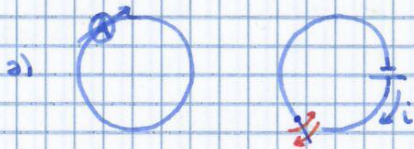
↓ Fluisce corrente in un senso  
o in un altro

• Lo stesso muovendo  
una spina

• Solo se c'è movimento relativo

↓ Se lo fermo vicino → corrente  
si interrompe

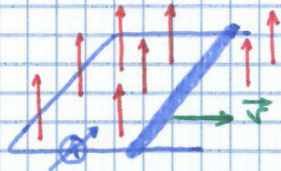
CIRCUITI RIGIDI



Se  
 $i = i(t)$  varia nel tempo

Nel primo circuito scorge  
della corrente INDOTTA

Con CIRCUITO DEFORMABILE (mobile)



Se muoviamo esta mobile

↓ circola corrente  
(registrata)

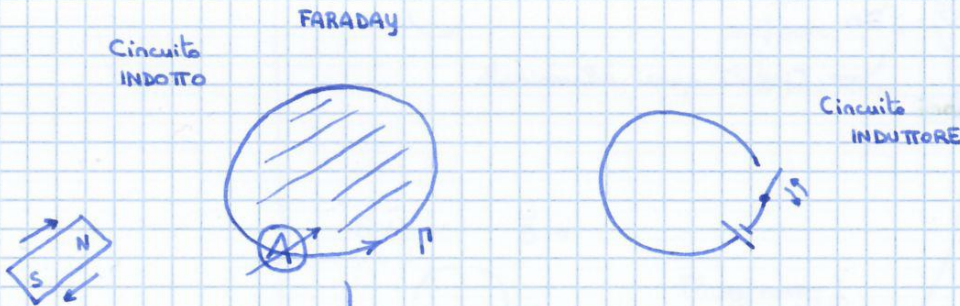
$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \nabla \times \vec{E} = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \vec{B} = 0 \\ \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \end{array} \right.$$

Teorema di Gauss per elettrostatica e magnetostatica

Valgono solo per fenomeni stazionari

Concettualmente sono legati

↳ Cariche in moto → Campo magnetico  
 ↓  
 Sorgenti di campo elettrostatico



↳ Corrente in diversi sensi dovuta a variazioni di flusso di campo magnetico (prodotto da INDUTTORE)

↳ Attraverso qualsiasi superficie costruita su  $\Gamma$

$$\Phi_{S(\Gamma)}(\vec{B}) = \int_{S(\Gamma)} \vec{B} \cdot \vec{u}_m dS$$

$$[\Phi(\vec{B})] = \text{Weber}$$

FLUSSO CONCATENATO CON  $\Gamma$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \rightarrow \vec{B} \text{ è SOLENOIDALE}$$

(conservativo per il flusso)

Forza elettromotrice

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = - \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

indotta in circuito INDOTTO

Provoca corrente indotta (risultato secondario) → Solo quando c'è variazione di  $\Phi(\vec{B})$

$\mathcal{E}_{\text{ind}}$  Risultato primario  
 ↓  
 Campo elettromotore

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R}$$

Se circuito è chiuso e può condurre

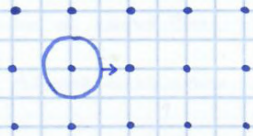
Legge di Ohm valeva per regime STAZIONARIO

Ormai le grandezze variano nel tempo

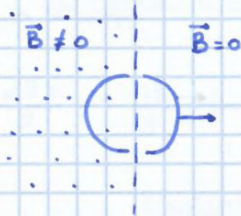
### Variatione di Flusso

→ Si può variare  $\vec{B}$  induzione elettromagnetica per TRASFORMAZIONE  
 $\vec{B} = \vec{B}(t)$ ,  $r$  fissa

→ Si può muovere  $r$  induzione elettromagnetica dovuta al MOVIMENTO (relativo)  
 $\vec{B}$  anche costante nel tempo

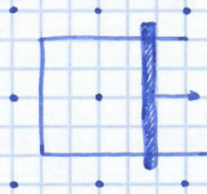
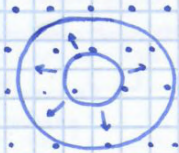


Se  $\vec{B}$  è anche uniforme  
↓  
No induzione

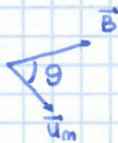


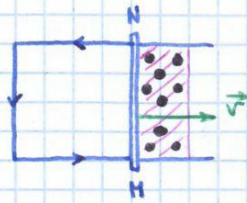
Flusso varia

→ Circuito deformabile



→ Variazione di  $\theta$  (Rotazione)





Configurazione di flusso tagliato

Valida

Anche quando barretta non è in un circuito chiuso

Si genera comunque  $E_i$

In fase a quante linee di campo tagliate

$$E_i = -Bv b$$

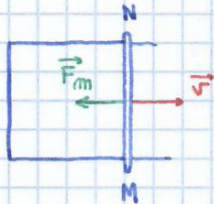
$$\Rightarrow i = \frac{E_i}{R} = -\frac{Bv b}{R}$$

Su pezzettino di conduttore percorso da corrente in un campo magnetico <sup>in movimento</sup>

↓ Azione meccanica - Fenomeno secondario (Effetto collaterale)

$$\vec{F}_m = i \vec{NM} \times \vec{B}$$

$$= \frac{-Bv b}{R} \cdot b B = -\frac{(bB)^2}{R} \vec{v} \quad (\text{verso opposto a quello di velocità})$$



- Come una forza di resistenza di tipo viscoso

Resistenza di attrito elettromagnetico

• Per mantenere barretta in moto si deve applicare una forza uguale e opposta

$$\vec{F}_{est} = -\vec{F}_m$$

Lavoro:  $dL = F_{est} dx \rightarrow P = \frac{dL}{dt} = F_{est} \frac{dx}{dt} = F_{est} \cdot v$

velocità

$$P = \frac{(Bbv)^2}{R} \rightarrow \text{Potenza spesa per far muovere barretta}$$

Potenza dissipata per effetto Joule da resistenza:

$$P_J = \frac{E_i^2}{R} = \frac{(Bbv)^2}{R}$$

Circuito semplicemente resistivo

↓ Ha una propria resistenza

Stessa potenza che forniamo

↓ Trasformata in calore

Se non ci fosse segno  $\ominus$  (Legge di Lenz)

↳ Non sarebbe più valido il principio di conservazione dell'energia

↳ Si genererebbe energia dal nulla

Chiudendo circuito

$$i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{E_0 \sin \omega t}{R} = \frac{SB \omega}{R} \sin \omega t$$

Andamento come  
forza elettromotrice

$$P_J = \frac{\mathcal{E}_i^2}{R} = \frac{E_0^2}{R} \sin^2 \omega t$$

Potenza  
dissipata

$$\vec{M}_m = \vec{m} \times \vec{B} \quad \rightarrow \quad \text{Dobbiamo esercitare } \vec{M}_{est} \quad (\text{momento torcente esterno})$$

Momento meccanico  
dovuto al campo

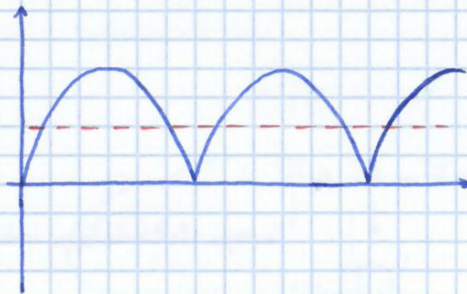
↓  
Tende ad allineare spira

$$\vec{M}_{est} = -\vec{M}_m$$

$$|\vec{M}_{est}| = |-\vec{M}_m| = i SB \sin \omega t$$

$$\begin{aligned} P &= M_{est} \cdot \frac{d\theta}{dt} = M_{est} \cdot \omega \\ &\text{spesa} \\ &\text{per far} \\ &\text{ruotare} \\ &\text{circuito} \\ &= i SB \omega \sin \omega t \\ &= \frac{E_0^2}{R} \sin^2 \omega t \end{aligned}$$

$$P = P(t) \propto \sin^2 \omega t$$



Generatore  
Fornisce  
Corrente alternata

$$P_{media} = \frac{1}{2} \frac{E_0^2}{R}$$

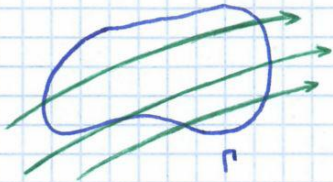
$$\frac{E_{eff}^2}{R} = \frac{E_0^2}{2R} \quad \rightarrow \quad E_{eff} = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$$

forza elettromotrice efficace

↳ Come se fosse un  
generatore continuo con  $E_{eff}$  (220 V)  
Nelle nostre case

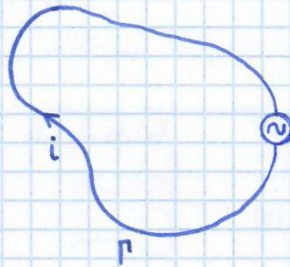
Frequenza = 50 Hz

Legge di Faraday



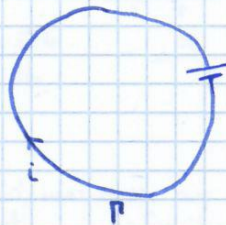
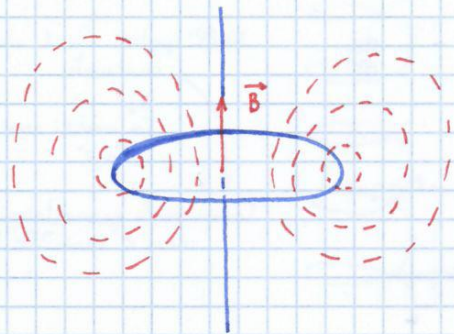
$\Phi(\vec{B})$  flusso concatenato a  $\Gamma$

$\vec{B}$  solenoidale → Flusso di  $\vec{B}$  è lo stesso su qualsiasi superficie creata su  $\Gamma$



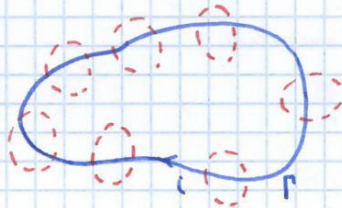
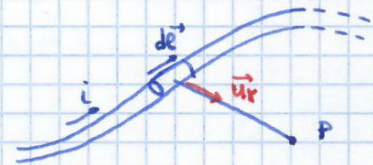
generatore di tensione

↳ Corrente genera un campo magnetico



Calcolo complesso

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \oint_{\Gamma} \frac{d\vec{\ell} \times \vec{ur}}{r^2}$$



Flusso del campo magnetico generato dalla stessa spina

↳ Flusso AUTOCONCATENATO o AUTOFLUSSO

$\vec{B}$  → direttamente proporzionale a  $i$

$$\Phi_{\Gamma, a}(\vec{B}) = \int_{S(\Gamma)} \vec{B} \cdot \vec{u}_n dS =$$

Anche

$\Phi_{\Gamma, a}(\vec{B})$  → direttamente proporzionale a  $i$

$$\Phi_{\Gamma, a}(\vec{B}) = i \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S(\Gamma)} \left( \oint_{\Gamma} \frac{d\vec{\ell} \times \vec{ur}}{r^2} \right) \cdot \vec{u}_n dS$$

Calcolo complicato ma

↳ chiamato in generale  $L$

$$\Phi(\vec{B}) = i L$$

↳ induttanza o coefficiente di autoinduzione

Induttanza  
si misura in Henry =  $\frac{Wb}{A} = \frac{Wb \cdot m}{Ampere} = H$

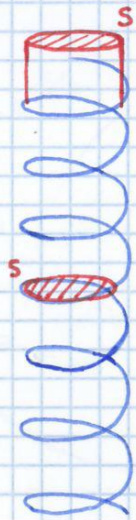
Spire che abbiamo considerato prima  $\rightarrow L = 10^{-7} H \sim \mu H$   
e circuiti

Autoinduzione  
è trascurabile

Autoinduzione  
Non è trascurabile in  
un SOLENOIDE

• Solenoide rettilineo indefinito

Ci deve essere  
corrente  $\rightarrow$  Solenoide chiuso  
in un circuito  
con induttanza trascurabile



- Si considera pezzo di  
solenoide lungo  $l$  con  $N$  spire

$$m = \frac{N}{l}$$

$l \ll$  lunghezza del  
solenoide

Di solito  
Solenoide ottenuto  
ruotando filo attorno  
a cilindro paramagnetico/diamagnetico/  
ferromagnetico

• Considerato vuoto l'interno

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot i \frac{N}{l}$$

modifiche nelle  
il campo  
(non più nel vuoto)

$$\Phi_{a,1S}(\vec{B}) = B \cdot S = \mu_0 \cdot i \frac{N}{l} \cdot S$$

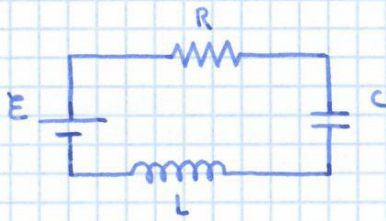
Attraverso  
una spira

$$\Phi_{\text{autocompletato}} = N \cdot BS = \mu_0 \cdot i \frac{N^2}{l} S$$

$$L = \frac{\Phi_a}{i} = \mu_0 \frac{N^2}{l} S = \mu_0 m^2 l S$$

Se  $m = 100$

$\rightarrow L = 1 \cdot 10^{-2} H \rightarrow$  e si giunge fino ad 1 H  
facilmente



$\rightarrow$  circuito con induttanza non trascurabile

$$\mathcal{E}_a = -L \frac{di}{dt}$$

se  $L$  è piccolo ma  $\frac{di}{dt} \gg 0 \rightarrow$  Non trascurabile

• Regime di stazionarietà  $\rightarrow \frac{di}{dt}$  non è alto.



$$Q(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

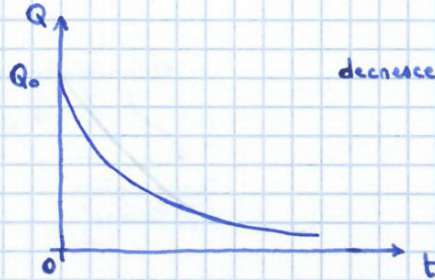
$$Q(0) = A \cdot 1 \quad A = Q_0$$

$$Q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$RC = \tau$$

$$Q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Legge di scarica del condensatore



decadenza e' in funzione di  $\tau$

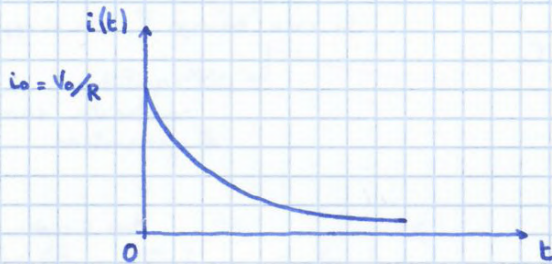
Costante di tempo

↓  
Cadenza diminuzione di grandezze in circuito

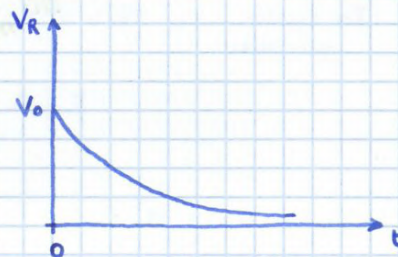
$$i(t) = -\frac{dQ}{dt} = \frac{Q_0}{RC} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$Q_0 = C V_0$$

$$i(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$



$$V_R(t) = R \cdot i(t) = V_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$



$$\tau = RC = 10^2 \cdot 10^{-7} = 10^{-5} \text{ s}$$

(Costante di tempo capacitiva)

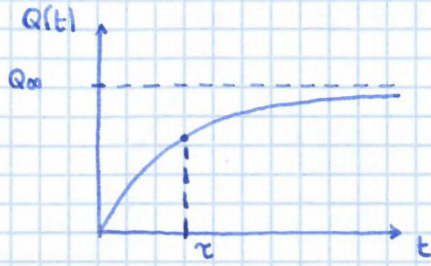
trascurabile rispetto a tempo che impiega la luce a percorrere il circuito ( $10^{-9} \text{ s}$ )

$$g = g_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \rightarrow g(\tau) \cong g_0 \cdot \frac{1}{3}$$

grandezza generale

(In teoria si scarica completamente all'infinito)

↳ Dopo 5 o 6 costanti di tempo  $\tau$  condensatore si può pensare scarico (errore del 7 per mille)



$$Q(t) = Q_{\infty} (1 - e^{-t/\tau})$$

$$Q(\tau) = Q_{\infty} (1 - e^{-1}) \approx \frac{2}{3} Q_{\infty}$$

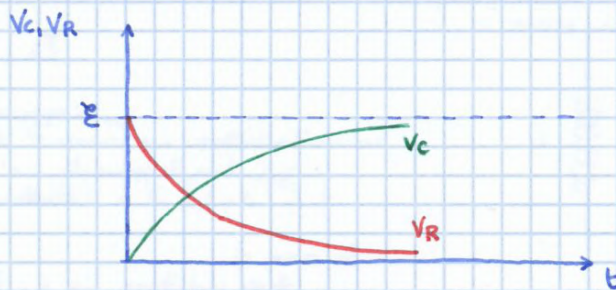
Dopo un certo numero di costanti di tempo  $\tau$

↳ Si può considerare carico

$$Q(t) = Q_{\infty} (1 - e^{-t/\tau}) = \Sigma C (1 - e^{-t/\tau})$$

$$V_C = \frac{Q(t)}{C} = \Sigma (1 - e^{-t/\tau}) \quad -$$

$$V_R = \Sigma - V_C = \Sigma \cdot e^{-t/\tau} \quad -$$



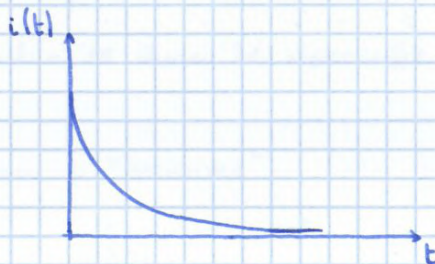
$$i(t) = \frac{dQ}{dt} = \frac{Q_{\infty}}{RC} e^{-t/\tau} = \frac{\Sigma}{R} \cdot e^{-t/\tau}$$

Stesso andamento in processo di scarica e di carica  $\left( \frac{Q_0}{RC} \cdot e^{-t/\tau} \right)$

SCARICA CARICA

$$Q_0 = Q_{\infty}$$

$$V_0 = \Sigma$$



$\tau = RC$  tempo caratteristico di carica e lo stesso di scarica

$$U_J = \int_0^{\infty} R i^2 dt = R \frac{Q_{\infty}^2}{R^2 C^2} \int_0^{\infty} e^{-2t/\tau} dt = \frac{1}{2} \frac{Q_{\infty}^2}{C}$$

$$i(t) = \frac{Q_{\infty}}{RC} e^{-t/\tau}$$

$$U_J = \frac{1}{2} \Sigma^2 \cdot C$$

• Energia per scaldare resistenza → Diventa energia di condensatore (immagazzinata)

Lavoro doppio

↳ Non lo fa il condensatore