



appunti
www.centroappunti.it

Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1320

ANNO: 2014

APPUNTI

STUDENTE: Rossi C.

MATERIA: Fisica Nucleare con Applicaz. Biomediche +riassunti
+temi + Eserc., Prof.Lavagno

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTI E NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

FISICA NUCLEARE CON APPLICAZIONI BIOMEDICHE

andrea.lavagno@polito.it

Il corso si suddivide in 3 PARTI, non completamente separate e distinte:

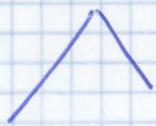
- 1) FISICA NUCLEARE DI BASE
- 2) RADIAZIONI, FUSIONE, FISSIONE NUCLEARE, PRINCIPI DELLE PARTICELLE ELEMENTARI, ACCELERATORI DI PARTICELLE
- 3) INTERAZIONE DELLA RADIAZIONE CON LA MATERIA, RIVELATORI, APPLICAZIONI (MEDICINA NUCLEARE)

LIBRI

- KRANE (preferibile) → è il + completo, tratta la parte di fisica nucleare
- POWELL → tratta la parte di particelle elementari
- LILLEY → tratta la parte di applicazioni

ESAME

scritto + orale obbligatorio

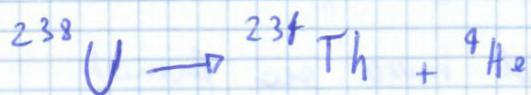


esercizi numerici

domande aperte
(anche dimostrazioni)

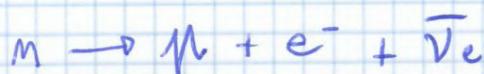
ESEMPI DI DECADIAMENTI

1) decadimento alpha



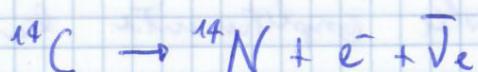
$$M_{\text{U}} - M_{\text{Th}} - M_{\alpha} > 0$$

2) decadimento del neutrone



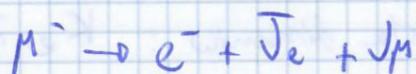
$$M_n - M_\mu - M_e - M_\nu > 0$$

3) decadimento del carbonio 14



$$M_c - M_N - M_e - M_\nu > 0$$

4) decadimento del muone



$$M_\mu - M_e - M_{\nu_e} - M_\mu > 0$$

NUMERO ATOMICO E NUMERO DI MASSA

A
 Z

$X \rightarrow$ elemento

$$A = N + Z \rightarrow$$
 n° di masse

$Z \rightarrow$ n° atomico

$N \rightarrow$ n° di neutroni

massa all'atomo convertita in energia $M c^2 = 0,5 \text{ MeV}$

ATTENZIONE

In tutti i decadimenti, le masse prima e dopo la reazione non sono uguali: il bilancio di massa tra stato finale e iniziale è sempre positivo

Le trasformate di Galileo permettono di passare da un sistema all'altro.

Il tempo è sempre uguale per tutti, è immuto ad ogni sistema in moto.

$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

TRASFORMATE DI GALILEO

?

$$\sigma_x' \rightarrow \sigma_x$$

$$\sigma_x' = \frac{dx'(t)}{dt'} = \frac{dx(t)}{dt} ; \quad \sigma_y' = \frac{dy'(t)}{dt} ; \quad \sigma_z' = \frac{dz'(t)}{dt}$$

trasformate per le velocità:

$$\begin{cases} \sigma_x' = \sigma_x - v \\ \sigma_y' = \sigma_y \\ \sigma_z' = \sigma_z \end{cases}$$

L'accelerazione è banale (ricordando $t = t'$)

$$\begin{cases} x = x' + vt' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases} \quad \begin{cases} \sigma_x = \sigma_x' + v \\ \sigma_y = \sigma_y' \\ \sigma_z = \sigma_z' \end{cases}$$

Calcolando le velocità e accelerazioni:

$$\begin{cases} \sigma_{x'} = \sigma_x \\ \sigma_{y'} = \sigma_y \\ \sigma_z' = \sigma_z \end{cases}$$

$$\boxed{\underline{\sigma} = \underline{\omega}}$$

(infatti si parla di sistemi immobili)

Quando l'elettromagnetismo non è invariante rispetto a diversi sistemi di riferimento (in zello).

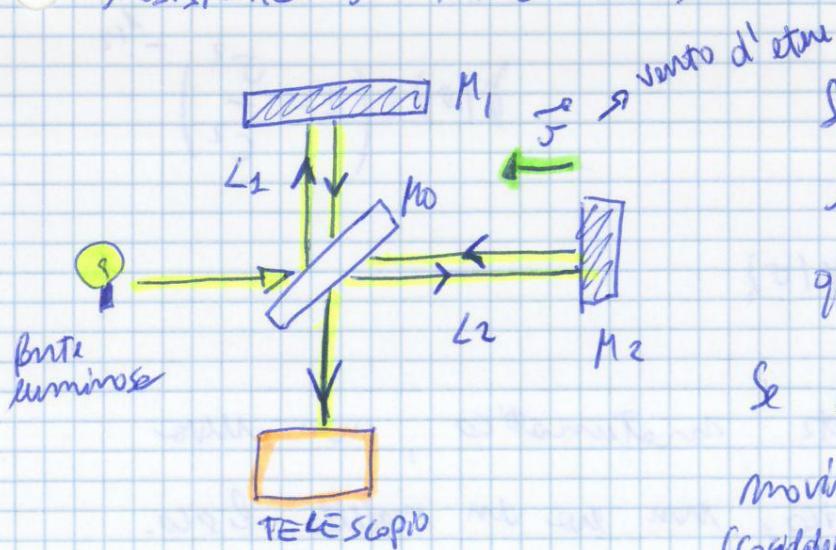
A fine 800, per ridurre questa contraddizione, si suppose che le onde elettromagnetiche fossero un fenomeno a parte, dato che le onde hanno bisogno di un mezzo per propagarsi.

Per ipotizzare si suppone che anche le onde si dovesse propagare in un mezzo: l'**eten** (si suppone la l'esistenza di questo mezzo).

L'eten dovrebbe essere solidale con il movimento della Terra, trasportato dalla Terra con velocità relativa rispetto ad esso.

dal fenomeno di aberrazione (spostamento del telescopio per osservare le stelle) si capì che l'eten doveva avere velocità relative.

Con l'esperimento di **Michelson - Morley (1887)** si volle scoprire l'esistenza o meno dell'eten.



Se $L_1 = L_2$ sono uguali,
l'onda fa lo stesso percorso,
quando non c'è interruzione.

Se esistesse un eten in
movimento con velocità v
(cosiddetto vento d'eten) modificherebbe
il tempo di percorrenza di un
percorso (tra $L_1 + L_2$) e quindi ci
produrrebbe ~~assorbimento~~ interferenza.

mentru la dimineata Nutrimentul îs bogat, îs approximat, va trebui să acorde un regim:

PRINCIPI DELLA RELATIVITÀ

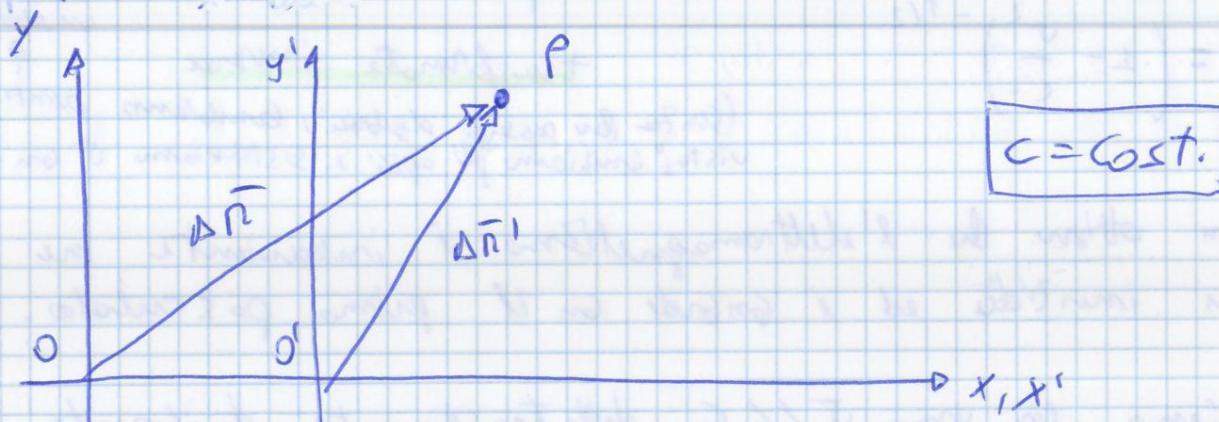
- 1) Tutte le leggi della fisica sono invarianti in tutti i sistemi di riferimento inerti.

Quando l'etere non esiste, l'elettromagnetismo non è una
eccezione, è innanzitutto orribile anch'esso!

- 2) La velocità della luce nel vuoto ha lo stesso valore in tutti i sistemi di riferimento inerti, indipendentemente dalla velocità dell'osservatore delle sorgenti che emette la luce.

Quindi $C = \text{cost.}$ in qualsiasi sistema di riferimento inerziale.

La seconda è un'affermazione molto pesante, dato che implica l'esistenza di uno stato inviolabile. Conseguenze importantissime.



Il punto P si muove con velocità c in tutti e due i sistemi di rifer.

O misure le vibrazioni delle luci come $\frac{\sqrt{R}}{\Delta t}$

of missions to revolutionize life on one $\frac{(S^n)^t}{\Delta t^t}$

Se è valido il secondo principio $\frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \frac{|\vec{v}|}{\Delta t}$ quindi

nesecariamente $\Delta t \neq \Delta t'$ dato que $\Delta \bar{n} \neq \Delta \bar{n}'$

$$U_x' \xrightarrow{?} U_x$$

$$U_x' = \frac{dx'}{dt'}$$

NB questo volta non possiamo più sostituire
 t' con t , $t' \neq t$!

Componente x
di U del punto P

$$dt' \neq dt$$

(t' è funzione di t !)

$$\frac{dt'}{dt} = \left(1 - \frac{\sigma u_x}{c^2}\right) r(\sigma)$$

$$U_x' = \frac{dx'}{dt} \frac{dt}{dt'} = \frac{(U_x - \sigma) \gamma(\sigma)}{\left(1 - \frac{\sigma u_x}{c^2}\right) \gamma(\sigma)} = \frac{U_x - \sigma}{1 - \frac{\sigma u_x}{c^2}} = U_x$$

$$U_y' = \frac{dy'}{dt'} \neq U_y = \frac{dy}{dt}$$

$$U_y' = \frac{dy'}{dt} \cdot \frac{dt}{dt'} = \frac{U_y}{\left(1 - \frac{\sigma u_x}{c^2}\right) \gamma(\sigma)}$$

$$U_z' = \frac{U_z}{\left(1 - \frac{\sigma u_x}{c^2}\right) \gamma(\sigma)}$$

Se uscendo otteniamo di nuovo le trasformate di Galileo.

TRASFORMATE PER LA VELOCITÀ:

INVERSE

$$\begin{cases} U_x = \frac{U_x' + \sigma}{1 + \frac{\sigma U_x'}{c^2}} \\ U_y = \frac{U_y'}{\left(1 + \frac{\sigma U_x'}{c^2}\right) \gamma(\sigma)} \\ U_z = \frac{U_z'}{\left(1 + \frac{\sigma U_x'}{c^2}\right) \gamma(\sigma)} \end{cases}$$

DIRETTE

$$\begin{cases} U_x' = \frac{U_x - \sigma}{1 - \frac{\sigma U_x}{c^2}} \\ U_y' = \frac{U_y}{\left(1 - \frac{\sigma U_x}{c^2}\right) \gamma(\sigma)} \\ U_z' = \frac{U_z}{\left(1 - \frac{\sigma U_x}{c^2}\right) \gamma(\sigma)} \end{cases}$$

$$L(v) = \frac{x_2'}{v} + vt_2 - \left(\frac{x_1'}{v} + vt_1 \right)$$

abbiamo visto $x' = (x-vt)/v$

O' si muove
con velocità v
rispetto ad O

in O vediamo l'
oggetto in movimento
con velocità v
in x' vediamo l'oggetto
fermo

$$L(v) = \frac{x_2' - x_1'}{v(v)} = \frac{L(0)}{\gamma(v)}$$

$$\boxed{L(v) = \frac{L(0)}{\gamma(v)}}$$

effetto di contrazione
delle lunghezze

$L(v)$ sono minori di $L(0)$ dato che $\gamma(v) > 1$ a $\gamma=1$

2) Per un orologio in moto il tempo scorre più lentamente di per un orologio identico in quiete (dilatazione del tempo).

Calcoliamo la distanza temporale Δt , un intervallo di tempo Δt tra due fenomeni.

Ad esempio misuriamo 4 secondi tra due lampi di luce quando le sorgenti i fanno.

$$\Delta t(0) = t_2 - t_1 \quad (x_2' = x_1' \text{ dato che le sorgenti i fanno})$$

Calcoliamo lo stesso intervallo di tempo tra i due lampi di luce se le sorgenti i' in movimento. Calcoliamo $\Delta t(v)$ con la trasformata di Lorentz.

$$\Delta t(v) = t_2' - t_1' = \left(t_2' + \frac{v x_2'}{c^2} \right) \gamma(v) - \left(t_1' + \frac{v x_1'}{c^2} \right) \gamma(v)$$

$$\Delta t(v) = (t_2' - t_1') \gamma(v) = \Delta t(0) \gamma(v)$$

$$\boxed{\Delta t(v) = \gamma(v) \Delta t(0)}$$

effetto di dilatazione del tempo

Il puzzle della vita media dei muoni

La Terra è bombardata ogni giorno dallo spazio

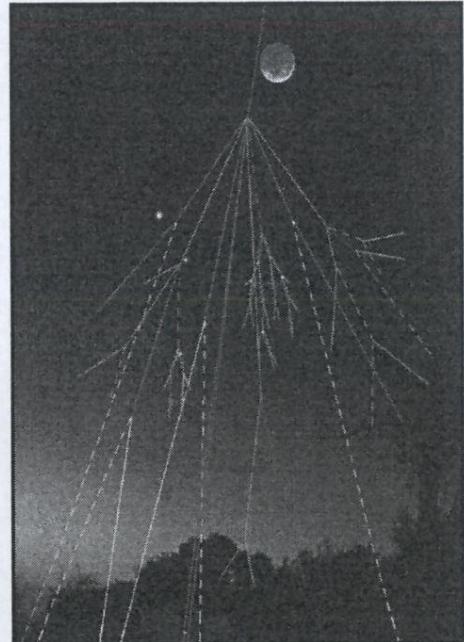
Già dai primi anni del 1900 i Fisici sapevano che la Terra è soggetta quotidianamente a una vera e propria pioggia di particelle di provenienza extraterrestre

Questa radiazione è formata da:
protoni (86%), He (13%), nuclei (1%),
elettroni (2%) e pochissimi raggi γ

Il nome dato a queste particelle provenienti dal cosmo è:

raggi cosmici

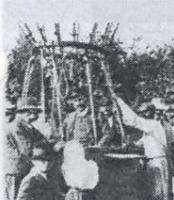
L'energia dei protoni va da circa 100 MeV a 10 TeV
(e in piccolissima misura anche oltre)



N.B. Elettronvolt = 1 elettronvolt (eV) equivale all'energia acquisita da un elettrone quando sottoposto a una differenza di potenziale pari a 1 Volt (1MeV = 10^6 eV & 1 TeV = 10^{12} eV)

I Raggi Cosmici...

Nei primi anni del secolo scorso
alcuni esperimenti effettuati
da ricercatori avventurosi



hanno messo in evidenza l'esistenza di una forma di radiazione fino ad allora sconosciuta, la cui intensità cresce con l'altezza...

...al contrario di quanto ci si aspetterebbe se la radiazione (come altre forme naturali) fosse prodotta dalle rocce terrestri...

scartate tutte le altre ipotesi come per esempio la provenienza dal Sole o dall'interno del sistema solare



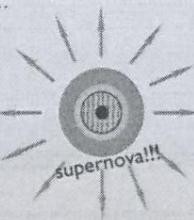
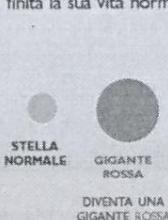
rimaneva un'unica ipotesi possibile, che la radiazione provenesse dall'Universo... da cui il nome di Raggi Cosmici

La radiazione misurata con appositi strumenti aumenta all'aumentare dell'altezza



Da dove vengono?

La maggior parte dei raggi cosmici è prodotta quando una stella, finita la sua vita normale...



CHE PRODUCE I RAGGI COSMICI
OLTRE A DISSEMINARE
NEL COSMO QUASI TUTTI GLI
ELEMENTI DA CUI SIAMO COMPOSTI

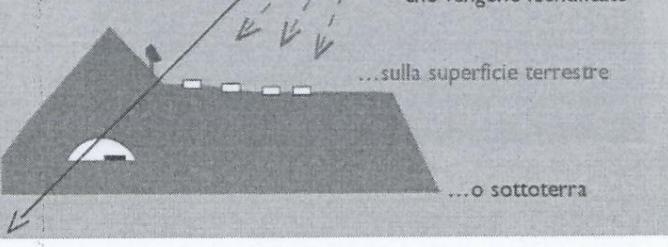
I Raggi Cosmici
dopo aver viaggiato per almeno un milione di anni nella Galassia.....

Oppure sono prodotti in lontanissime Galassie

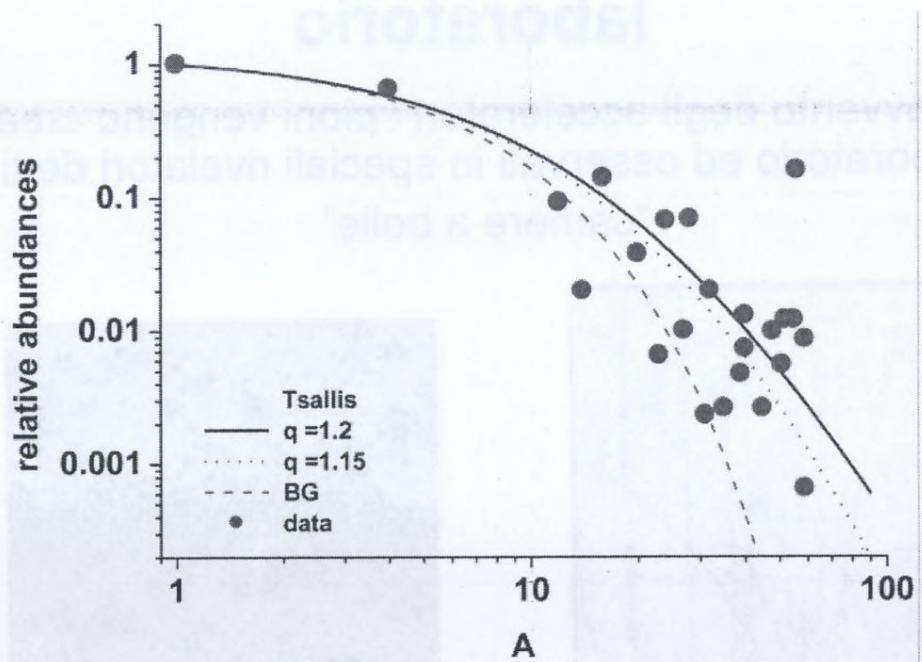


urtano contro gli atomi nell'atmosfera terrestre..

...e producono particelle che vengono identificate



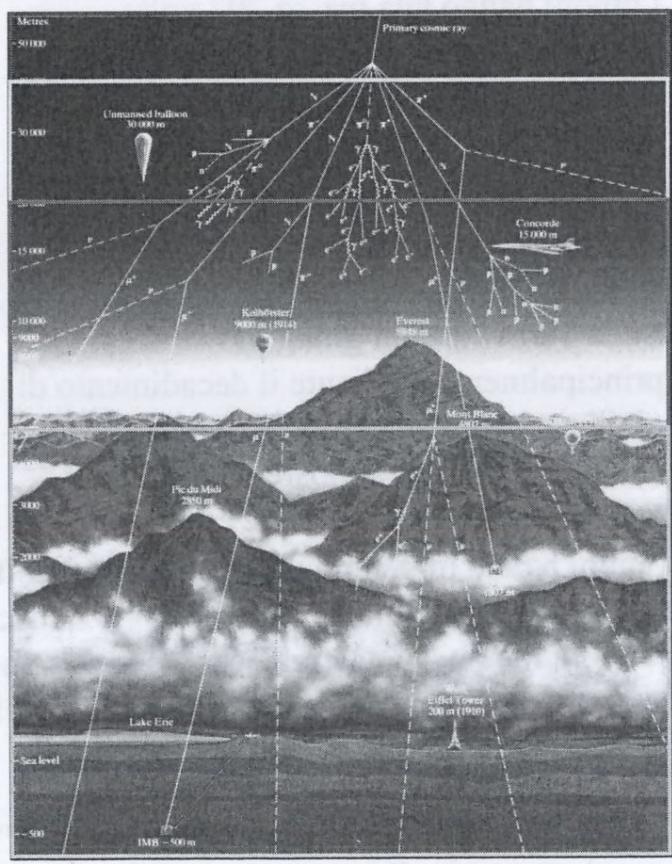
ni libobanghi onoe inoum e inoi9 piastrelsi



The chemical composition of cosmic rays (relative to hydrogen at 1 TeV)

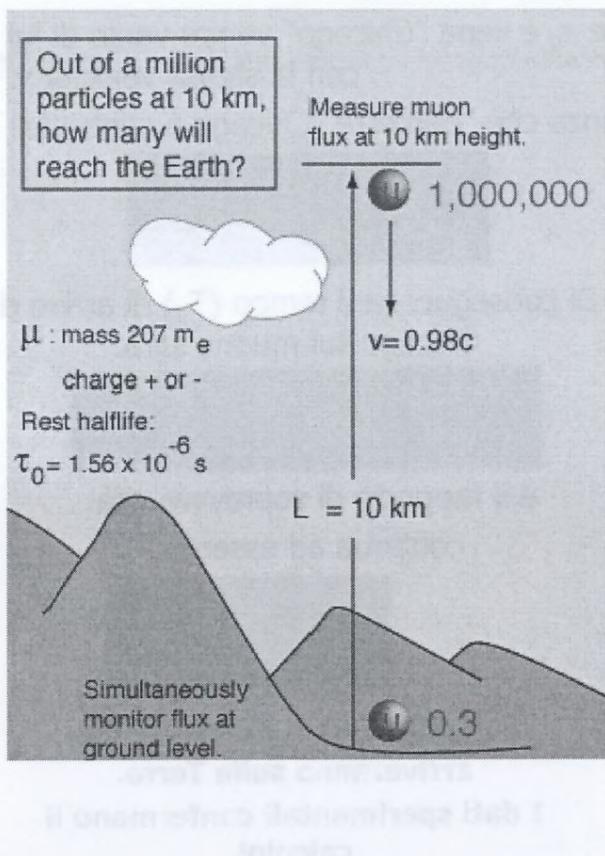
La popolazione di particelle nell'atmosfera

- **A 35 Km slm:** inizio atmosfera, prime interazioni protoni-nuclei dell'aria
- tra 20 e 35 km slm: avvengono i processi descritti, sono presenti in prevalenza protoni e nuclei, i pioni decadono dando vita a muoni, elettroni e γ
- tra 5 e 20 km slm: elettroni e γ si convertono gli uni negli altri moltiplicandosi e perdendo energia, costituiscono il grosso del flusso della radiazione
- dal livello del mare a 5 km slm: muoni (μ) e neutrini prodotti PIÙ IN ALTO sono la maggioranza delle particelle sopravvissute



Come è possibile osservare i muoni sulla terra?

Teoria non-relativistica



$$\text{Distanza: } L = 10^4 \text{ m}$$

Il tempo necessario al muone per arrivare sulla terra è:

$$T = \frac{L}{v} = 34 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 21.8 \cdot \tau_0$$

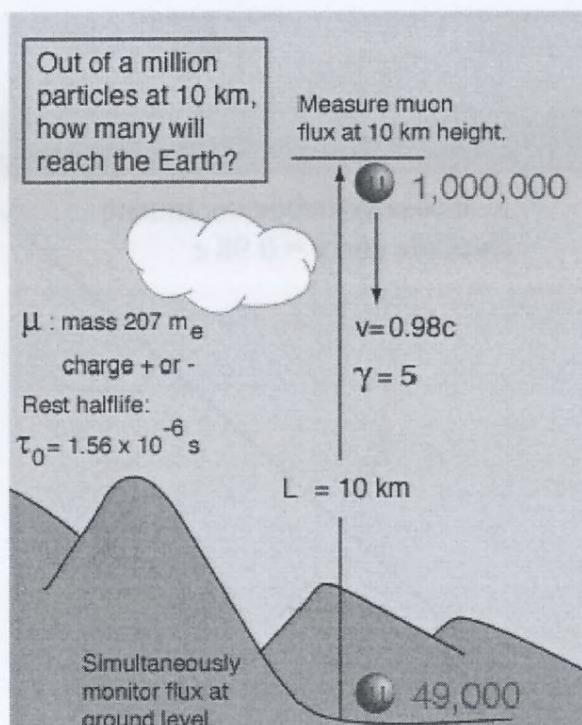
Dove $\tau_0 = 1.56 \times 10^{-6}$ s è la vita media dei muoni nel sistema di riferimento a riposo

IL RAPPORTO DI SOPRAVVIVENZA:

$$\frac{I}{I_0} = 0.27 \cdot 10^{-6}$$

Secondo la meccanica classica solo 0.3 muoni su 1.000.000 arriverebbero sulla Terra!! Non è ciò che si osserva !

Teoria relativistica: sistema di riferimento della Terra (dilatazione dei tempi)



Poiché i muoni viaggiano ad una velocità $v=0.98 c$, l'osservatore a riposo sulla Terra lo vedrà vivere un tempo medio:

$$\tau = \gamma \tau_0, \quad \gamma = 5$$

Di conseguenza il tempo (T_T) di arrivo del muone su "Chicago" sarà:

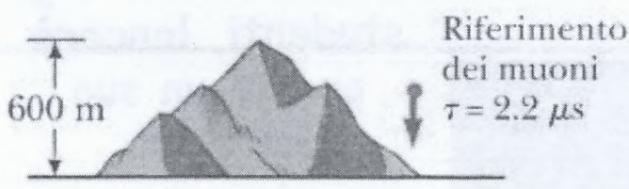
$$T_T = \frac{L}{v} = 34 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 4.36 \cdot \tau_0$$

Il rapporto di sopravvivenza:

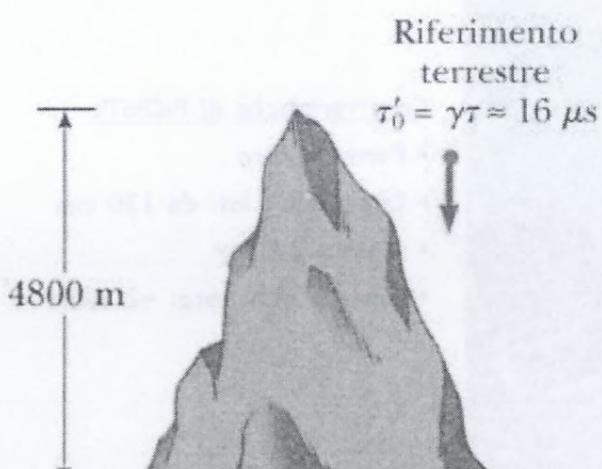
$$\frac{I}{I_0} = 0.049$$

Su 1.000.000 di muoni 49.000 arriveranno sulla Terra.

I dati sperimentali confermano il calcolo!

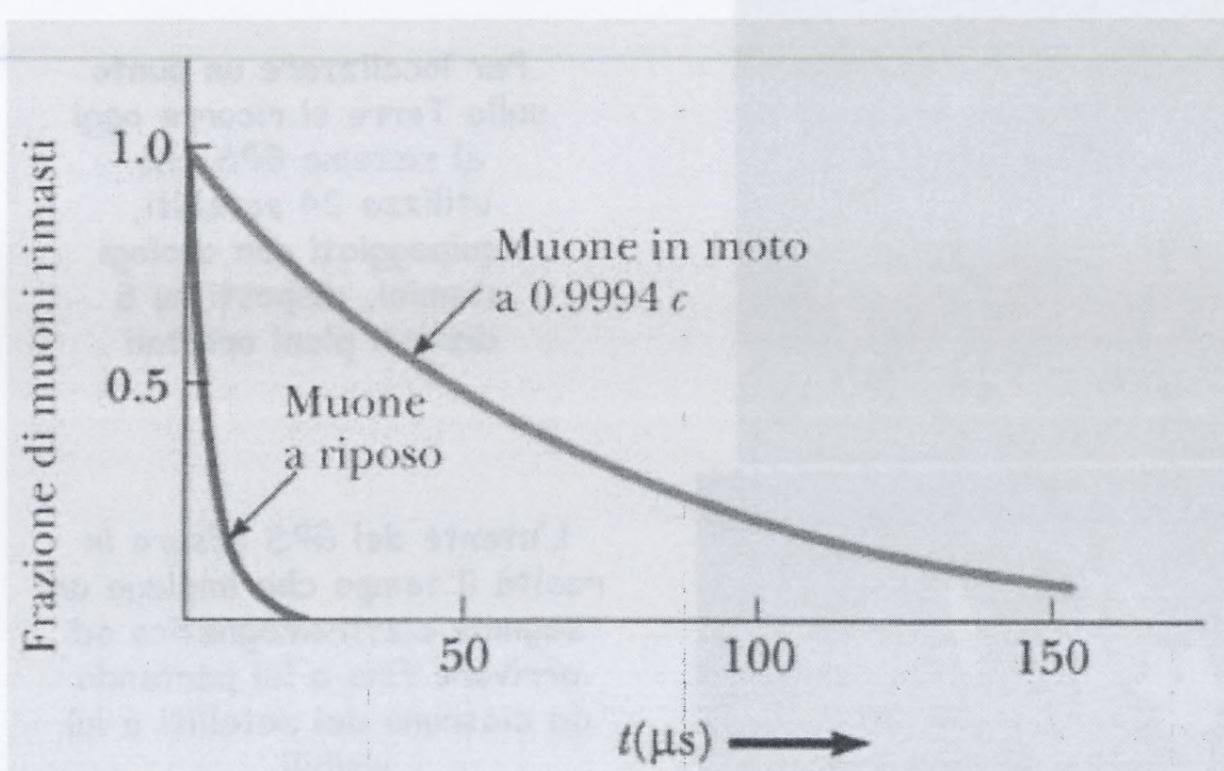


(a)



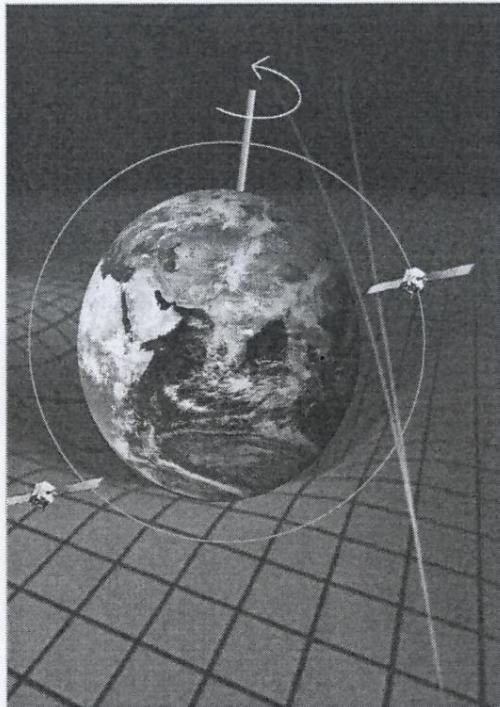
(b)

(a) Muoni che percorrono solo 600 m secondo le misure fatte nel loro riferimento proprio, ove la loro vita media è di circa $2.2 \mu s$. A causa della dilatazione dei tempi, la vita media dei muoni misurata dall'osservatore sulla Terra risulta più lunga. (b) I muoni che vanno alla velocità di $0.99 c$ percorrono circa 4800 m per un osservatore posto sulla Terra.

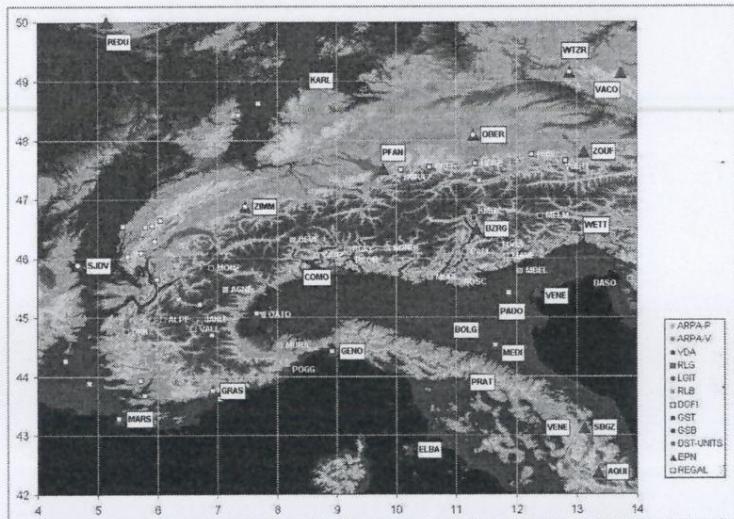


Senza considerare gli effetti relativistici il GPS risulterebbe fortemente impreciso

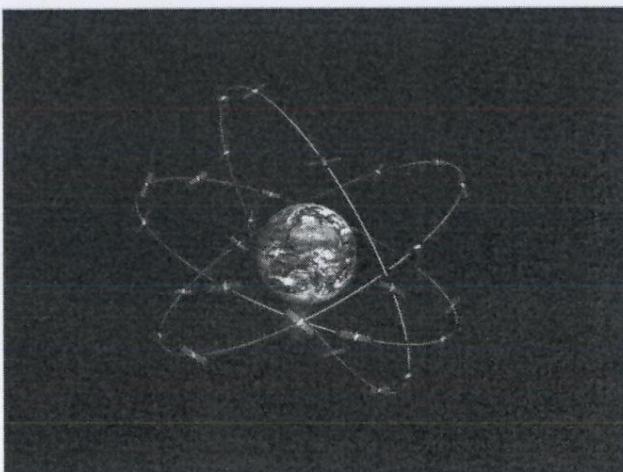
Effetto del campo gravitazionale
Dilatazione dei tempi
Sincronizzazione



**Effetto netto relativistico:
l'orologio in orbita è più veloce di quello a Terra di 38600 ns al giorno che corrispondono a 11,58 km**



Il GPS ha molte applicazioni diverse tra le quali, ad esempio, il monitoraggio delle deformazioni della crosta terrestre



Il GPS sarà presto affiancato, con migliori prestazioni, dal nuovo posizionamento globale europeo denominato GALILEO, che utilizzerà 30 satelliti, distribuiti su 3 piani orbitali, inclinati di 56 gradi rispetto al piano equatoriale

DINAMICA RELATIVISTICA

Nella dinamica newtoniana si mette l'equivalenza
tra le masse = masse gravitanti

Nella dinamica relativistica queste equivalenze cede!

Prendiamo una particella di massa m in un sistema di riferimento
isotopo e nato: $K=0$, $\vec{E}_{\text{tot}}=0$. Questa particella è descritta da:

$$\begin{cases} K = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 \\ \vec{P} = m \vec{v} \end{cases}$$

Sono eccezioni $K = \frac{\vec{P}^2}{2m}$
(equazioni non relativistiche)

Ma non siamo più sul campo delle trasformazioni di Galileo, le
velocità non si sommano semplicemente sommando (oltre vi è
una velocità max che non si può superare = velocità delle luce)
possiamo quindi pensare le quantità di moto con una ^{funzione di} $f(v)$
più complete che rigitto e v (in modo a includere il 2° principio
della relatività)

$$\vec{P} = m \vec{v} f(v) \quad \text{Condizione } f(0) = 1$$

Gli primi dell'elenco delle relazioni sono moti deceleranti relativistici
ma vi è una differenza di massa fra stato iniziale e finale e compresa d'energia cinetica.
L'impostazione che si fa è esserci una certa energia
associata ad una massa m anche se la massa è nata.

Per avere l'equivalenza $E = m$ manca una costante con le
dimensioni di una velocità al quadrato (per poter dare le unità di massa).
Einstein scelse come costante la velocità delle luce

$$E = c^2 m$$

$$= \frac{1}{2} m v^2 \quad \text{energia cinetica desiderata!}$$

I conti tornano, abbiamo il corrispondente delle 6 grandezze desiderate.

RELAZIONE DI CONSERVAZIONE

$$K_i + m_i c^2 = K_f + m_f c^2 \quad \Leftrightarrow E_i = E_f$$

ESEMPIO

ESEMPIO

$$\begin{cases} K(v) = mc^2(\gamma(v) - 1) \\ p(v) = \gamma(v)m v \end{cases} \Rightarrow K(p) = ?$$

$$\gamma(v) = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$p^2 = \gamma^2 m^2 v^2 \rightarrow p^2 c^2 = c^2 \gamma^2 m^2 v^2 \quad (1)$$

$$K^2 = m^2 c^4 (\gamma^2 - 2\gamma + 1) \quad (2)$$

$$\begin{cases} (1) \\ (2) \end{cases} ?$$

$$(1) - (2) \Rightarrow c^2 p^2 - K^2 = m^2 c^2 (\gamma^2 v^2 - \gamma^2 c^2 + 2\gamma c^2 - c^2).$$

entrambi si riportano ad una energia, li possiamo sottrarre

$$\begin{aligned} p^2 c^2 - K^2 &= m^2 c^2 \left[\frac{v^2 - c^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} + 2\gamma c^2 - c^2 \right] = m^2 c^2 \left[-c^2 + 2\gamma c^2 - c^2 \right] \\ &= m^2 c^2 2c^2 (\gamma - 1) = 2mc^2 \cdot \underbrace{mc^2(\gamma - 1)}_K = 2mc^2 K \\ &\Rightarrow K^2 + 2mc^2 K = p^2 c^2 \end{aligned}$$

Più esatto consideriamo la situazione positiva:

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$$

NB Abbiamo visto che se $m \neq 0$, quando $\frac{v}{c} \rightarrow 1$, $E \rightarrow \infty$

Quindi una particella massiva non può raggiungere una velocità pari a c perché ci vorrebbe una energia infinita e le equazioni divergono.

$$P = m v \gamma \quad (2)$$

$$E = m c^2 \gamma \quad (1)$$

$$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \gamma = c^2 \frac{P}{E} = c^2 \frac{P}{\sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}} = c \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{m^2 c^2}{P^2}}}$$

Se $m \neq 0$, γ è necessariamente minore di c (strettamente minore)

ed è minore di un fattore $\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{m^2 c^2}{P^2}}}$

Se $m \neq 0 \quad \gamma < c$

$$\text{Se } m=0 \quad \gamma=c \Rightarrow E \equiv K = pc \Rightarrow P = \frac{E}{c}$$

Si lo si può esser interpretato in maniera capescolare, ma con la condizione che massivamente $m=0$

NB $\begin{cases} P = m v \gamma \\ E = m c^2 \gamma \end{cases}$ se $m=0$, $\gamma=c \Rightarrow P=\infty \rightarrow$ sono forme indeterminate!

Se $m=0 \rightarrow \gamma=c$

$$(c = \lambda \nu) \quad E_f = h \nu \quad , \quad P = \frac{E}{c} = \frac{h \nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

corrispondente quantità ondulistica
e quantità capescolari delle onde elettromagnetiche

Esercizio

Si calcoli l'energia del fotone relativo alla luce avente lunghezza d'onda 400 nm (violetto) e a quella di 800 nm (rosso). (Queste sono all'incirca le lunghezze d'onda estreme dello spettro visibile.)

L'energia di un fotone con lunghezza d'onda di 400 nm è:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{400 \text{ nm}} = 3.1 \text{ eV}$$

L'energia di un fotone con lunghezza d'onda di 800 nm è:

$$E = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{800 \text{ nm}} = 1.55 \text{ eV}$$

Esercizio

La lunghezza di soglia dell'effetto photoelettrico per il potassio è 564 nm. Qual è il lavoro di estrazione ϕ per il potassio? Qual è l'energia cinetica massima degli elettroni emessi, se si usa luce avente lunghezza d'onda di 400 nm?

Il lavoro di estrazione, pari all'energia minima da fornire perché si verifichi l'effetto photoelettrico è:

$$\phi = h\nu = \frac{hc}{\lambda_{\text{soglia}}} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{564 \text{ nm}} = 2.2 \text{ eV}$$

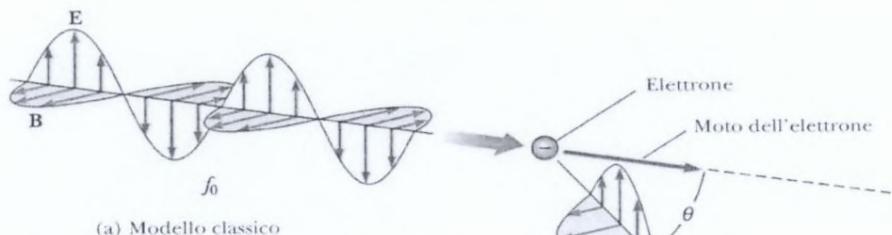
L'energia di un fotone con lunghezza d'onda di 400 nm è:

$$E = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{400 \text{ nm}} = 3.1 \text{ eV} > 2.2 \text{ eV}$$

per cui l'effetto photoelettrico può verificarsi e gli elettroni emessi hanno un'energia cinetica non nulla. L'energia cinetica massima degli elettroni emessi è pari a:

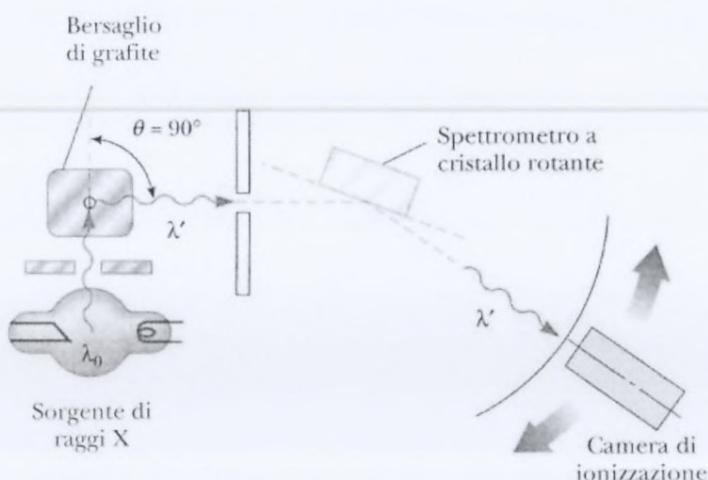
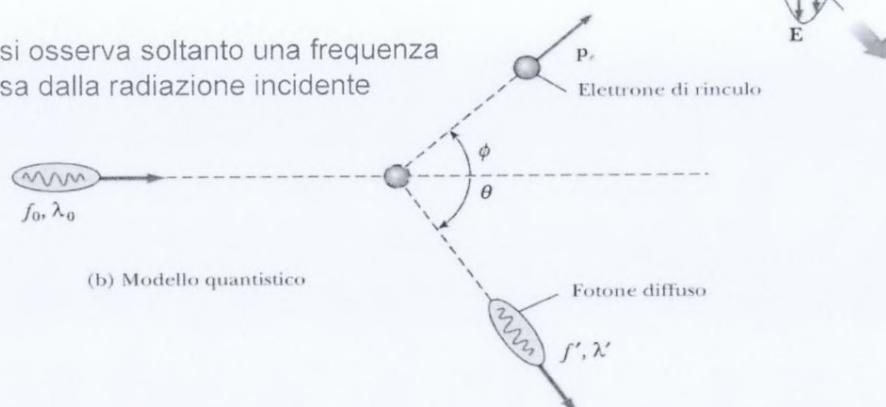
$$\left(\frac{1}{2}mv^2\right)_{\text{max}} = E - \phi = (3.1 - 2.2) \text{ eV} = 0.9 \text{ eV}$$

Effetto Compton (1923)



Modello classico: un'onda EM incidente ad una certa frequenza pone in vibrazione gli elettronni, i quali emettono onde EM alla stessa frequenza incidente.

Ad un dato angolo si osserva soltanto una frequenza di radiazione, diversa dalla radiazione incidente



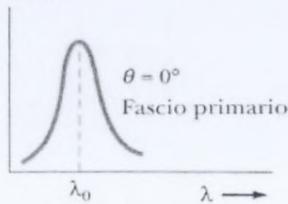
$$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$\lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \vartheta)$$

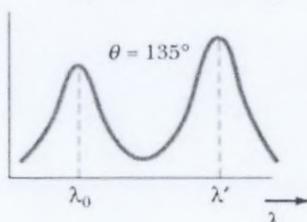
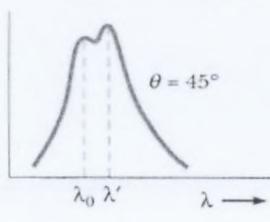
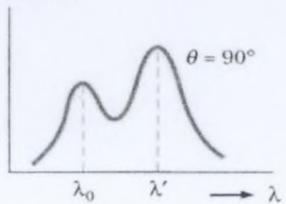
$$\lambda_C = \frac{h}{m_e c} = 0.00243 \text{ nm}$$

Lunghezza d'onda Compton dell'elettrone

Intensità



Intensità



Radiologia: I raggi X vengono diffusi dagli elettronni del corpo in tutte le direzioni

↓
pareti assorbenti, grembiule di piombo per ridurre l'esposizione

$$\lambda_0 = \lambda_i = \frac{h}{\nu_i}, \quad \lambda' = \lambda_f = \frac{h}{\nu_\lambda}$$

Ottieniamo

$$\lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{mc} (1 - \cos \alpha)$$

Si definisce

$$\Lambda_C = \frac{h}{mc} = 0,00243 \text{ nm} \quad \text{lunghezza d'onda Compton dell'elio}$$

CORRISPONDENZA TRA ASPECTO CORPOSCOTICO E MATERIALE

$$m = 0 \quad P = \frac{E\gamma}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

La luce ha anche un comportamento corpuscolare.

$$m \neq 0 \quad \lambda = \frac{h}{P} \quad \text{di de Broglie}$$

Una particella massiva ha anche un comportamento ondulatorio.

Esercizio

Se

$$P = mc \Rightarrow \gamma = ? , K = ?$$

$$\text{¶} K = mc^2(\gamma - 1)$$

$$P = m\gamma c = mc \Rightarrow \gamma = \frac{c}{\gamma}$$

$$\gamma = \frac{c}{\gamma} = c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \sqrt{c^2 - v^2} \Rightarrow v^2 = c^2 - \gamma^2 \Rightarrow 2v^2 = c^2$$

$$v^2 = \frac{c^2}{2} \Rightarrow \gamma = \frac{c}{\sqrt{2}} \Rightarrow \gamma = \sqrt{2}$$

$$K = m c^2 (\sqrt{2} - 1)$$

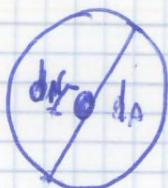
Ora

$$\sqrt{E^2 - P^2 c^2 + m^2 c^4} = \gamma m c^2 \Rightarrow \gamma \xrightarrow{\gamma} \gamma = \sqrt{m^2 c^2 + m^2 c^2} = \sqrt{2} m c^2 \Rightarrow \gamma m c^2 = \sqrt{2} m c^2 \Rightarrow \gamma = \sqrt{2}$$

Si capì che l'atomo non poteva avere una carica e una massa

uniforme, ma avere una massa concentrata in un nucleo positivo
e il resto del volume quasi nullo.

Rutherford misurò colossale anche il diametro del nucleo e il diametro
totale dell'atomo



$$d_N \approx 10^{-14} \text{ m} \approx 10 \text{ fm}$$

$$d_A \approx 10^{-10} \text{ m}$$

NB $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m} = 10^{-13} \text{ cm}$

La dimensione d è dovuta alle interazioni Coulombiane.

Calcoliamo l'energia cinetica delle particelle che sondano il nucleo:

~~massa elettrone~~

NB ~~massa~~ $\hbar c = 200 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$

$$\frac{\hbar}{p} = \frac{\hbar c}{p c} = \frac{\hbar c}{\sqrt{k^2 + 2mc^2 k}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\hbar c}{\sqrt{2mc^2 k}} \quad mc^2 \gg k \\ \frac{\hbar c}{k} \quad mc^2 \ll k \end{array} \right.$$

$\hbar^2 p^2 c^2 = k^2 + 2mc^2 k$

Nel caso dell'esperimento di Rutherford $mc^2 \gg k$ dato che

$$mc^2 \approx 4000 \text{ MeV} \quad \text{mentre} \quad k \approx 5 \div 6 \text{ MeV}$$

Possiamo sondare il nucleo anche con degli elettroni, che hanno
massa molto piccola $\rightarrow mc^2 \approx 0,5 \text{ MeV}$

Più sondare otteniamo bisogno di $\frac{\hbar}{p_e} \approx 1 \text{ fm}$

$$\frac{\hbar}{p_e} \approx \frac{\hbar c}{K_e} \Rightarrow K_e \approx \frac{\hbar c}{1 \text{ fm}} \Rightarrow K_e \approx 200 \text{ MeV}$$

Ottieniamo scatenare gli elettroni con $K_e \approx 200 \text{ MeV}$ per sondare il
nucleo \rightarrow regime ultrarelativistico $K_e \gg mc^2$

$$[\sigma] = [A] \quad \sigma \text{ ha le dimensioni} \text{ di un'area}$$

$$\sigma \approx 10^{-28} \text{ m}^2$$

Nelle unità di misura: Barn

$$1 \text{ Barn} = 1 b = 10^{-28} \text{ m}^2$$

SEZIONE DIFFERENZIALE

Possiamo calcolare anche una sezione d'urto non totale, ma solo una urto parziale su una certa area di angolo solido

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}$$

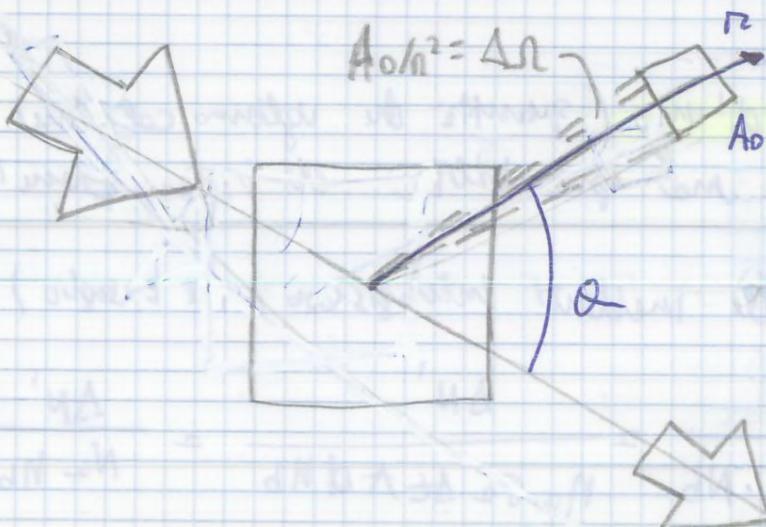
non sono differenziali, sono differenze finite

il $\frac{d}{d}$ è solo indicativo, non ha significato fisico matematico.

Lo si calcola quando si ha un rivelatore che copre solo una parte dell'angolo solido, non riesce a misurare completamente σ .

Per ottenere σ totale, facciamo diverse misure con i rivelatori e poi:
↳ a diversi angoli

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-\pi}^{\pi} d\cos\theta \frac{d\sigma(\theta, \phi)}{d\Omega}$$



$$\int_{\bar{J}_i}^{\bar{J}_f} d\bar{U} = \int_0^{\pi/2} k_e \frac{2 z_2 e^2}{m R^2} \bar{u}_n d\phi$$

$$m R^2 \frac{d\phi}{dt} = L$$

momento angular
orbitale

est! \rightarrow se conserva perche'
la parte essenziale
Coulomb è costante
Moto su un piano

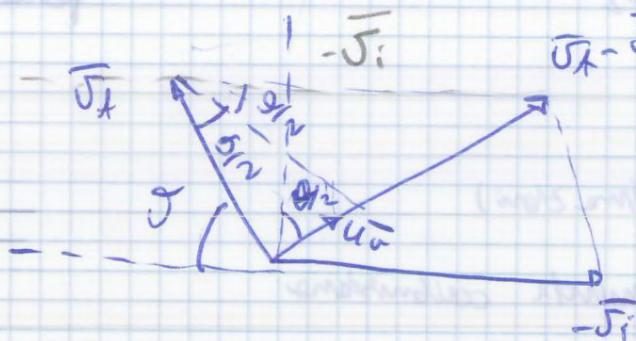
$$\int_{\bar{J}_i}^{\bar{J}_f} d\bar{U} = k_e \frac{2 z_1 z_2 e^2}{m R^2} \int_0^{\pi/2} \bar{u}_n d\phi$$

$$L = m \bar{J} b$$

$$|\bar{J}_i| = |\bar{J}_f| = J$$

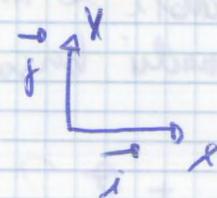
$$\int_{\bar{J}_i}^{\bar{J}_f} d\bar{U} = \bar{J}_f - \bar{J}_i = |\bar{J}_f - \bar{J}_i| / \bar{u}_v = 2 J \sin(\frac{\alpha}{2}) / \bar{u}_v$$

trig. isoscele



$$\begin{aligned} \bar{J}_f - \bar{J}_i &= J \sin(\frac{\alpha}{2}) \\ J &= \sqrt{\bar{J}_i^2 + \bar{J}_f^2 - 2 \bar{J}_i \bar{J}_f \cos(\frac{\alpha}{2})} \\ |\bar{J}_i| &= J \sin(\frac{\alpha}{2}) \\ \bar{u}_v &= \cos(\frac{\alpha}{2}) \bar{j} + \sin(\frac{\alpha}{2}) \bar{i} \end{aligned}$$

$$\int_0^{\pi/2} U_n(\phi) d\phi =$$



$$= \int_0^{\pi/2} [\cos \phi \vec{i} + \sin \phi \vec{j}] d\phi = \vec{i} + \vec{j}$$

$$\vec{u}_n = \left[\begin{array}{c} \cos \phi \\ \sin \phi \\ 0 \end{array} \right] = \left. \begin{array}{c} \vec{i} \\ \vec{j} \\ 0 \end{array} \right| \begin{array}{c} \cos \phi \\ \sin \phi \\ 0 \end{array} + \left. \begin{array}{c} \vec{i} \\ \vec{j} \\ 0 \end{array} \right| \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 1 \end{array} = \sin \theta \vec{i} + (1 + \cos \theta) \vec{j}$$

$$\begin{cases} \sin \theta = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \\ \cos \theta = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &= 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \vec{i} + \\ &\quad + 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} \vec{j} \end{aligned}$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

f

Masse molto & se vogliamo considerare il nucleo non ferme

$$M = \frac{mN}{m+n}$$

ma $\mu \approx m$ (il nucleo ha massa molto
se $m \ll M$ più grande dell'eltrone)

$$b = \frac{\alpha}{2} \cot \left(\frac{\theta}{2} \right)$$

$$a = K e \frac{2,72 e^2}{K}$$

$b \rightarrow$ parametro d'urto

Se l'energia K è più alta, e è più piccolo, quindi anche b è più piccolo! Le particelle sono state uscite più vicine al nucleo.

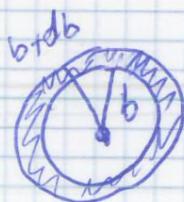
$$d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$$

Ad ogni angolo solido $d\Omega$ corrisponde un angolo θ , che è l'angolo con cui le particelle vengono diffuse.

Ad una variazione di b , corrisponde una variazione di θ in particolare

$$b \rightarrow b + db \Leftrightarrow \theta \rightarrow \theta - d\theta$$

se b aumenta,
 θ diminuisce



Area come circolare di ~~raggio~~ db : $2\pi b db$

$$\frac{2\pi b db}{A} = \frac{2\pi \alpha \cot \frac{\theta}{2}}{2A} \cdot \frac{\alpha}{2} \left| -\frac{d\theta}{2 \sin^2(\frac{\theta}{2})} \right| =$$

normalizziamo l'area di tutta la sezione basiglio del parallelogramma per avere una probabilità

area di base

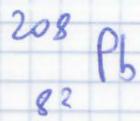
$$= \frac{2\pi \alpha^2 \cos \frac{\theta}{2} d\theta}{8 + \sin^3 \frac{\theta}{2}} = \frac{2\pi \sin \theta \alpha^2}{16 \sin^4 \frac{\theta}{2}} = \frac{\alpha^2 d\Omega}{16 A \sin^4 \left(\frac{\theta}{2} \right)}$$

= probabilità che le particelle vengano diffuse secondo un dato angolo solido (singola particella incidenta in un singolo nucleo basiglio)

ESEMPIO

$$) K_2 = 6 \text{ MeV}$$

$$\theta = 60^\circ$$



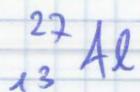
$$b = K_e \frac{2 \cdot 982 e^2}{2 K_2} \log \frac{\theta}{2} = 11,3 \text{ fm}$$

N.B. $K_e \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137} = \alpha$

$$\hbar c = 197,3 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$$

$$K_e e^2 = 1,44 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$$

$$) K_2 = 6 \text{ MeV}$$



$$\theta = 30^\circ \quad \left| \frac{d\sigma}{d\omega} \right|_{30^\circ} = 5,92 \text{ barn}$$

Le formule appena trovate sono valide quando le particelle si avvicinano al nucleo, senza entrare nel volume occupato dal nucleo.

Rutherford non poteva vedere K_2 , quindi non poteva misurare il parametro α (le singole radiazioni emette particelle a sempre con stesse K_2).

Rutherford quindi misurò solo la $\frac{R_{opp}}{R_{opp}}$ distanza del nucleo $r \leq b$.

La situazione d'urto di Rutherford non rispetta più i valori sperimentali quando le velocità delle particelle, quindi l'energia cinetica, diventa tali da uscire e sondare l'occupazione del volume del nucleo, non possono più considerare le particelle puntiformi, entro in più altre fibre.

Proviamo a fare il calcolo delle sezioni d'urto differenziali nel regime quantistico.

II REGOLE D'ORO DI FERMI

La seconda regola d'oro di Fermi assicura che vi è una certa probabilità di transizione W dallo stato f allo stato i :

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \Psi_f | \hat{H}_{\text{int.}} | \Psi_i \rangle|^2 p_f(\epsilon')$$

$p_f(\epsilon')$ = densità degli stati finali $\hat{H}_{\text{int.}} \rightarrow \hat{H}$ di interazione
cavalliani

Le particelle iniziali: da usare per sondare la struttura del nucleo sono eltroni!

$$p_f(\epsilon') = \frac{dn}{d\epsilon'}$$

stati compresi tra K e $K + dk$

Pesa la probabilità che lo stesso finale sia possibile

La formula si può ottenere in regime perturbativo: infatti nelle formule compare l' H di interazione cavalliani non l'intero Hamiltoniano.

$|\Psi_f\rangle$ e $|\Psi_i\rangle$ sono stati delle particelle non interrogate

Quindi se pesse da uno stato iniziale i uno stato finale ~~anche~~ non interrogato con probabilità W .

$$\vec{p} = \hbar \vec{k} \quad \rightarrow \quad \vec{p}' = \hbar \vec{k}'$$

Se l'urto è elastico $|\vec{p}'| = |\vec{p}|$, il modulo della quantità di moto non cambia, ma cambia solo la direzione, quindi l'angolo tra \vec{p} e \vec{p}' .

dN : numero di stati compresi fra due valori di \vec{p} nello spazio delle fasi.

$$\sigma = \frac{V}{50} \frac{2\pi}{h} \left| \langle \Psi_f | \hat{H}_{int} | \Psi_i \rangle \right|^2 p_f(\epsilon')$$

$$\sigma = \frac{V}{50} \frac{2\pi}{h} \left| \langle \Psi_f | \hat{H}_{int} | \Psi_i \rangle \right|^2 \frac{dn}{d\epsilon'}$$

$$\boxed{\frac{d\sigma}{dn} = \frac{V}{50} \frac{2\pi}{h} \left| \langle \Psi_f | \hat{H}_{int} | \Psi_i \rangle \right|^2 \frac{P^2}{(2\pi h)^3} V \frac{dp}{d\epsilon'}}$$

Entriamo nel calcolo: usiamo elettroni accelerati con $E = 200 \text{ MeV}$, ipotizziamo i nuclei fermi e gli urti completamente elasticci ($p_i^+ = p_f^+$)

Siamo in regime relativistico

$$K \gg m_ec^2 = 0,5 \text{ MeV}$$

$$K \approx 200 \text{ MeV}$$

$$\text{Quindi } P^2c^2 = K^2 + 2m_e c K$$

Possiamo trascurare la massa dell'elettrone a riposo:

$$P = \frac{E}{c} \quad \text{in prima approssimazione possiamo considerare } E \text{ con } c$$

$$\frac{dp}{d\epsilon'} = \frac{dp}{dE'} = \frac{1}{c}$$

Quindi:

$$\frac{d\sigma}{dn} = \frac{V^2}{50} \frac{2\pi}{h} \left| \langle \Psi_f | \hat{H}_{int} | \Psi_i \rangle \right|^2 \frac{E^2}{c^2} \cdot \frac{1}{c} \frac{1}{(2\pi h)^3} =$$

$$\boxed{\frac{d\sigma}{dn} = \frac{V^2}{(2\pi)^2} \frac{E^2}{(hc)^2} \left| \langle \Psi_f | \hat{H}_{int} | \Psi_i \rangle \right|^2}$$

Dobbiamo far comparire $\Delta \phi$ nelle formule!

TEOREMA DI GREEN

$$(u \Delta \phi - \sigma \Delta u) d^3 r = 0$$

$$\Delta \left[e^{i \frac{\vec{q} \cdot \vec{r}}{\hbar}} \right] = -\frac{q^2}{\hbar^2} e^{i \frac{\vec{q} \cdot \vec{r}}{\hbar}} \Rightarrow e^{i \frac{\vec{q} \cdot \vec{r}}{\hbar}} = -\frac{\hbar^2}{q^2} \Delta e^{i \frac{\vec{q} \cdot \vec{r}}{\hbar}}$$

Quindi

GREEN

$$\langle \psi_f | H_{int} | \psi_i \rangle = -\frac{e}{V} \frac{\hbar^2}{q^2} \int \phi(r) \Delta e^{i \frac{\vec{q} \cdot \vec{r}}{\hbar}} d^3 r = -\frac{e}{V} \frac{\hbar^2}{q^2} \int \Delta \phi e^{i \frac{\vec{q} \cdot \vec{r}}{\hbar}} d^3 r =$$

GRANSS

$$= \frac{e}{E_0 V} \frac{\hbar^2}{q^2} \int p(\vec{r}) e^{i \frac{\vec{q} \cdot \vec{r}}{\hbar}} d^3 r$$

dipende dalla distribuzione delle cariche elettriche del centro di diffusione

DEFINIZIONE

$$F(\vec{q}) \stackrel{\Delta}{=} \int p(\vec{r}) e^{i \frac{\vec{q} \cdot \vec{r}}{\hbar}} d^3 r$$

TRANSFORMATA DI FOURIER DI $p(\vec{r})$

$F(\vec{q})$ è denominato FATTORE DI FORMA e descrive la distribuzione delle cariche nel nucleo bersaglio

$\propto p(r) = \frac{f(r)}{2\pi}$ (che è puntiforme) allora $F(q) = 1$, se $p(r)$ è diverso $\Rightarrow F(q) \neq 1$
ritornando al calcolo iniziale

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{V^2}{(2\pi)^2} \frac{E^2}{(\hbar c)^4} \frac{e^2}{\epsilon_0^2 V^2} \frac{1}{q^4} \left| F(\vec{q}) \right|^2$$

e Ω è il congegno le sezioni d'urto

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2} \cdot 4 \cdot \frac{E^2}{(qc)^4} \left| F(\vec{q}) \right|^2}$$

Se vogliamo passare in regime non relativistico, allora

$$P = m \cdot v$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E \approx mc^2$$

$$z_1^2 e^+ \rightarrow (z_1 z_2 e^{\pm})^2$$

$$\text{perché } mc^2 \gg K !!$$

Sostituendo nelle formule relativistiche trovate prima, otteriamo esattamente la sezione d'urto di Rutherford ottenuta con il calcolo classico, con l'unica differenza che vi è in più la correzione $|F(\vec{q}')|^2$.

Quindi, quantisticamente e in regime non relativistico otteniamo:

$$\frac{d\sigma}{dr} = \frac{(z_1 z_2 e^2)^2}{(4\pi \epsilon_0)^2} \frac{4E^2}{(qc)^4} |F(q')|^2 = \frac{z_1^2 z_2^2 e^4}{(4\pi \epsilon_0)^2} \frac{E^2 |F(\vec{q}')|^2}{c^4 (2)^4 p^4 \sin^2(\frac{\alpha}{2})}$$

$$= \frac{4 z_1^2 z_2^2 e^4 m^2 c^4 |F(\vec{q}')|^2}{(4\pi \epsilon_0)^2 16 p^4 m^4 \sin^2(\frac{\alpha}{2})} = \frac{z_1^2 z_2^2 e^4}{(4\pi \epsilon_0)^2} \frac{4}{m^2 v^4} \frac{|F(\vec{q}')|^2}{16 \sin^2(\frac{\alpha}{2})} =$$

$$= K e^2 \frac{z_1^2 z_2^2}{K^2} \cdot \frac{1}{16 \sin^2(\frac{\alpha}{2})} |F(\vec{q}')|^2$$

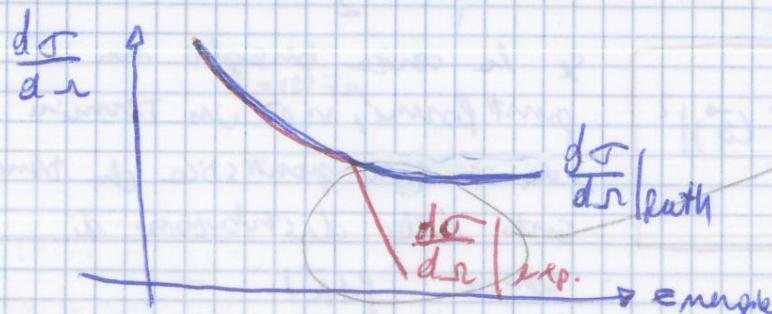
$$\boxed{\left| \frac{d\sigma}{dr} \right|_{\text{exp.}} = \left| \frac{d\sigma}{dr} \right|_{\text{Ruth.}} |F(\vec{q}')|^2}$$

sezione d'urto di particelle
e distanza

$$\text{Se } F(q) = 1 \Rightarrow \frac{d\sigma}{dr} = \underbrace{\left| \frac{d\sigma}{dr} \right|}_{\text{Ruth.}}$$

(densità di carica uniforme)

La correzione $|F(\vec{q}')|^2$ giustifica il grafico della sezione d'urto misurata



correzione quantistica

$$= 2\bar{a} \int_{-1}^1 \left(\int_0^{+\infty} f(R) R^2 dR \right) e^{\frac{i q R x}{\hbar}} dx =$$

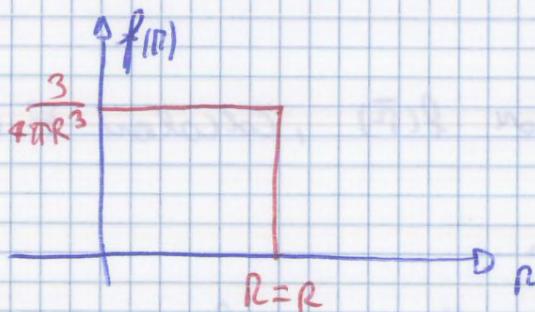
Calcoliamo prima

$$\int_{-1}^1 e^{\frac{i q R x}{\hbar}} dx = 2 \left(\frac{e^{\frac{i q R}{\hbar}} - e^{-\frac{i q R}{\hbar}}}{2i \frac{q R}{\hbar}} \right) = 2 \frac{\sin\left(\frac{q R}{\hbar}\right)}{\frac{q R}{\hbar}}$$

Quindi

$$F(q) = 4\pi \int_0^{+\infty} f(R) \frac{\sin\left(\frac{q R}{\hbar}\right)}{\frac{q R}{\hbar}} R^2 dR$$

CASO SFERA RIGIDA o MAGNETICA



$$\begin{aligned} \int_0^{+\infty} f(R) R^2 dR &= \int_0^{+\infty} f(R) R^2 dR \int_{-1}^1 d\cos \int_0^{2\pi} d\varphi = 4\pi \int_0^{R_0} f(R) R^2 dR = \\ &= 4\pi \frac{3}{4\pi R_0^3} \left[\frac{R^3}{3} \right]_0^{R_0} = 1 \quad \text{è effettivamente normalizzato!} \end{aligned}$$

Possiamo usare le nostre scelte di f(R)!

Faccendo il calcolo di F(p̂) ottieniamo:

$$\boxed{F(\vec{p}) = \frac{3}{y^3} [\sin y - y \cos y]} \quad \text{con } y = \frac{q R}{\hbar}$$

Faciamo uno sviluppo per $\frac{qR}{\hbar}$ << 1 delle funzione $F(\vec{q})$

$$F(\vec{q}) = \int f(r) e^{i \frac{\vec{q} \cdot \vec{r}}{\hbar}} d^3 r = \int f(r) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \left(i \frac{qR}{\hbar} \cos \vartheta \right)^m d^3 r =$$

$$= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^1 d \cos \vartheta \int_0^{\infty} r^2 dr \left[1 + \frac{i q R \cos \vartheta}{\hbar} - \frac{1}{2} \left(\frac{qR}{\hbar} \right)^2 \cos^2 \vartheta \right] f(r) =$$

Una funzione dispari integrata
in un intervallo simmetrico
NON DA CONTRIBUTO

$$= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^1 d \cos \vartheta \int_0^{\infty} r^2 f(r) dr - 2\pi \frac{q^2}{\hbar^2} \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \int_0^{\infty} r^2 f(r) r^2 dr =$$

$\underbrace{\int_0^{2\pi} d\varphi}_{1} \quad \underbrace{\int_{-1}^1 d \cos \vartheta}_{\int_{-1}^1 \cos^2 \vartheta d \cos \vartheta = \frac{2}{3}}$

$$\int f(r) d^3 r = 1$$

NORMA ZZATO!

$$= 1 - \frac{q^2}{6\hbar^2} \cdot \int_0^{\infty} 4\pi r^2 f(r) r^2 dr$$

$\underbrace{\int_0^{\infty} 4\pi r^2 f(r) r^2 dr}_{\text{RAGGIO QUADRATICO MEDIO}}$

$$F(\vec{q}) \approx 1 - \frac{q^2}{6\hbar^2} \langle r^2 \rangle$$

$$\langle r^2 \rangle = -6\hbar^2 \frac{dF(q^2)}{dq^2}$$

Si definisce parametru t (spessore delle pelli del nucleo) quando

$$\frac{P(n)}{P(0)} \text{ sconde dal } 90\% \text{ al } 10\%$$

DEFINIZIONE

$$t \equiv n \left(\frac{P(n)}{P(0)} = 0,1 \right) - n \left(\frac{P(n)}{P(0)} = 0,9 \right)$$

$$t = 2 \text{ e fm}$$

t è dell'ordine dei fm

Inoltre

$$\Leftrightarrow R = \frac{\rho_A}{\rho_0 A} = \rho_0 A^{1/3} = 1,07 t^{1/3}$$

LEGGE
EMPIRICA

Il raggio del nucleo reale è proporzionale, con un fattore di potenza, al numero di messe A .

Per nuclei pesanti la densità $\rho(n)$ nel primo tratto è quasi costante per poi decrescere velocemente a zero.

Questo del punto di vista delle forze nucleari ha un effetto curioso: se aumenta A (aggiungi neutroni, aumenta le parti della del nucleo) la densità non cambia, quindi le forze nucleari debbono essere attrattive e maggiori delle forze elettromagnetiche, inoltre agiscono su uno spazio piccolissimo

Rispetto alle dimensioni del nucleo, le forze nucleari sono a conto raggio d'azione, più piccolo del nucleo, dell'ordine dei fm.

Velle

$$M_{\text{nucleo}} \approx A M_A$$

Ma è approssimabile alla massa di un nucleone, poiché la massa dell'elettrone è trascurabile ($\approx 500 \text{ eV}$)

Abbiamo detto che lo spessore del nucleo può essere espresso tramite t

$$t = 2 a \ln 9 \Rightarrow r = \frac{t}{2 \ln 9} \approx 0,54 \text{ fm}$$

t è fissato automaticamente per tutti i nuclei molto-pesanti indipendentemente da A .

$$\langle r^2 \rangle = \int f(r) r^2 d^3r = 4\pi \int_0^{+\infty} f(r) r^2 dr$$

$$\Rightarrow \sqrt{\langle r^2 \rangle} = r_0' A^{1/3}$$

questa volta con $r_0' = 9.94 \text{ fm}$ (dimetri)

NB In generale (non per tutti i nuclei) la distribuzione di carica è uguale a quella di massa poiché p (protoni) e n (neutroni) hanno masse comparabili e tre di loro hanno una interazione molto maggiore dell'interazione coulombiana

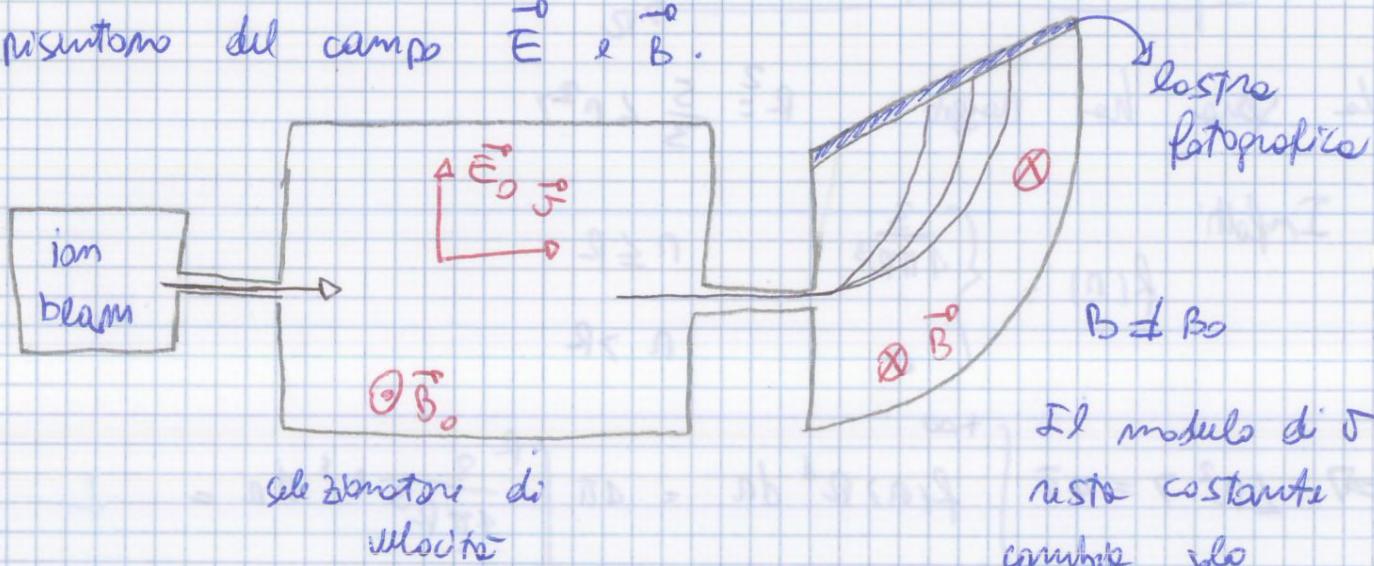
(approfondimento dopo!)

SPETROMETRO DI MASSA

La massa si misura con lo spettrometro di massa.

$$\vec{F} = q \vec{E} + q \vec{v} \times \vec{B}$$

Se abbiammo atomi ionizzati, la loro massa coincide con la massa del nucleo, inoltre hanno carica positiva, quindi risentono del campo \vec{E} e \vec{B} .



La velocità è misurata
variando E e B in modo
che le traiettorie siano rettilinee
e questo avviene quando le
forze elettriche e magnetiche
hanno lo stesso modulo

$$qE_0 = qvB_0 \Rightarrow$$

$$v = \frac{E_0}{B_0}$$

Il modulo di v
resta costante
come si muova
direzione e verso

$$qvB = \frac{mv^2}{r}$$

per
motu
circulare
uniforme

$$M = \frac{qR}{v} B = \frac{qRB_0B}{E_0}$$

$$M_N \approx A M_H$$

Le cose più semplici da pensare è che avendo o la distribuzione di carica o di massa $M_N \approx A M_H$

Identifichiamo A come il numero degli elettroni positivi elementari che compongono H^+ e li chiamiamo protoni; quindi:

Vi sono anche evidenze sperimentali:

- Thompson trova atomi con diverse masse ma uguali Z.
- misure con statistica di Bose-Einstein e Fermi-Direc

esempio



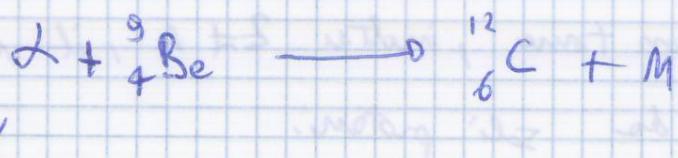
$$N_e = A - Z = 7$$

$$n_{\text{particelle}} = 14 + 7 = 21$$

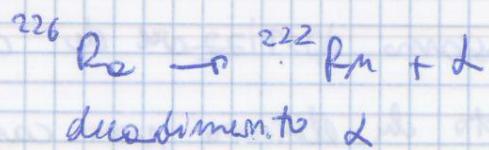
Dovrebbe essere un fermione (tutti le particelle hanno spin semi-intero) invece si comporta come un BOSONE.

I dubbi sulla struttura del nucleo furono risolti completamente da Chadwick nel 1932 con la scoperta del neutrone.

SCOPERTA DEL NEUTRONE



I prodotti di una reazione radioattiva → ad esempio



Le messe producevano particelle neutre, con massa comparabile a quelle del protoni (essendo neutri era molto difficile di trovarli, da individuare).

Considerando $K_{Be}^{(1)} \approx 0$, per la conservazione dell'energia, vali:

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{\lambda} c^2 + M_{Be} c^2 + K_{\lambda} = M_{^{12}\text{C}} c^2 + M_m c^2 + K/c + K_m \\ P_{\lambda} = P_c + P_m \end{array} \right.$$

λ di p
trasanabile

Risolvendo, possiamo ottenere la massa M_m dei neutrini (che comprende le masse del nucleo) $A = Z + N$ protoni neutrino con $M_p \approx 938.2 \text{ MeV}$, $M_n \approx 939.5 \text{ MeV}$

Elettivamente ora $Q_N = Ze$. Le fini stimano i due distribuzioni di carica elettrica (quanti dei protoni). Esse può essere confusa anche con la distribuzione di massa perché $M_n \approx M_p$.

DEFINIZIONE

$$\frac{1}{2} \text{B.E.} \stackrel{\text{def.}}{=} M_{\text{NUCLEO}} - (N M_n + Z M_p)$$

$$1 \quad \text{B.E.} \approx M_{\text{ATOMICA}} - [N M_n + Z (M_p + M_e)]$$

C (B.E. è un'energia negativa)

Quando i nucleoni interagiscono, formando il nucleo, diminuiscono

la loro massa, in quanto una

parte si trasforma in energia di legame (equivalenza massa-energia).

I nucleoni liberi hanno una certa massa, invece ci sono i nucleoni legati che hanno una massa effettiva minore.

Quando le masse dei singoli costituenti libri i maggiori delle somme delle masse del nucleo.

Questo perché l'interazione fa diminuire l'energia totale (e dunque l'equivalenza anche la massa!)

energia di legame media di ogni nucleone nel nucleo: $\frac{1}{A}$ B.E.

energia di legame per particella

diminuzione di una singola massa nucleonica (di ogni nucleone)

Un nucleo è stabile quando non degrado in un altro stato in un tempo comprensibile con la vita delle Tns. La stabilità di un nucleo è relativa, ma lo consideriamo stabile in queste condizioni:

↳ magari un nucleo stabile potrebbe decadere più
in un tempo > della vita delle Tns

(tuttavia in media l'interazione p-n è più forte di quelle f-f e n-n)

I nuclei sono stabili per $N = Z = \frac{A}{2}$

Vediamo che l'interazione p-n o n-p è equivalente, inoltre, più questo fatto, il nucleo tende ad essere simmetrico!

(per nuclei molto leggeri, tutti erano)

A sx delle regioni di stabilità, i nuclei trovano vantaggio nel legarsi tra di loro \rightarrow FUSIONE NUCLEARE
(in determinate condizioni)

A dx delle regioni di stabilità, i nuclei trovano vantaggio nel scindersi in due nuclei che risalgono le curve di stabilità
 \rightarrow FISSIONE NUCLEARE

Il problema dell'interazione nucleare, i cui dati non conosciamo l'andamento, l'espressione dell'interazione nucleare deve comunque obiettivo una funzione da la modellizzata.

Possiamo solo approssimarla per via-fisicomodifica.

Parametrizziamo le energie di legame come somma di più termini, e mai noti, dipendenti da A, Z , cercando di ottenere il grafico sperimentale.

$$M_{\text{ATOMICA}}^{(A, Z)} = \sum_{i=0}^5 f_i(A, Z)$$

$$f_0(A, Z) = Z(M_p + M_e) + (A - Z)M_n$$

\hookrightarrow termine libero

i termini superiori f_1, f_2, \dots rappresentano l'energia di legame

$$f_2(A, Z) = -C_0 A$$

\hookrightarrow massimo valore di $\frac{Z}{A}$ (quello del Fe)

\hookrightarrow rappresenta la zona di stabilità (è importante il volume)

$\times 5^{\text{es}}$ per volume \hookrightarrow costante

$$f_2(A, Z) = +C_{\text{sup}} A^{2/3}$$

\hookrightarrow nuclei sulla superficie hanno meno giri interni, sono meno legati

\hookrightarrow rappresenta i nuclei leggeri (è importante la superficie)

$$f_0 = \text{cost} \rightarrow R = R_0 A^{1/3} \quad \begin{array}{l} \xleftarrow{V} \frac{A}{R^2} \xrightarrow{A} \\ \xrightarrow{A} \end{array} A^{2/3}$$

costanti:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_r \approx 15,56 \text{ MeV}/c^2 \\ a_{\text{sup}} \approx 17,23 \text{ MeV}/c^2 \\ a_{\text{col}} \approx 0,71 \text{ MeV}/c^2 \\ a_{\text{sum}} \approx 23,28 \text{ MeV}/c^2 \end{array} \right.$$

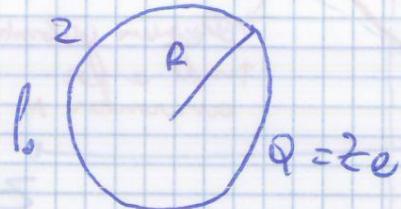
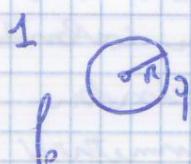
$$b_i = a_i c^2$$

b_i sono collegati alle energie e a_i sono collegati alle masse.

MODELLO SEMICLASSICO PER IL CALCOLO DI b_COLOMBIANO

Potremo dire che sferette caricate di raggio R e carica q

e vogliamo arrivare ad una sferetta carica di raggio R e carica $Q = 2e$ (le due sferette hanno stessa densità ρ_0)



Potremo pensare di partire una carica q sulla superficie della sfera 1 e farla finire ad arrivare ad una carica Q .

$$U = \int_0^Q \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q dq}{r(q)}$$

$$\rho_0 = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \rho_0$$

$$R(q) = R \left(\frac{q}{Q} \right)^{1/3} \rightarrow \text{perché?}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q^{1/3}}{R} \int_0^Q q^{2/3} dq = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^{1/3}}{R} \frac{3}{5} Q^{5/3}$$

$$U = \frac{3}{5} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{R} = \frac{3}{5} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z^2 e^2}{R \times n_A A^{1/3}} = \frac{3}{5} \frac{Z^2}{4\pi\epsilon_0 R_0} \frac{Z^2}{A^{1/3}} = b_{\text{coll}} \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

CARATTERISTICHE GENERALI DELLE FORZE NUCLEARI

- all'interno del nucleo le forze nucleari sono più intense delle interazioni elettromagnetiche
- le forze nucleari hanno le componenti attrattive dominanti
- le forze nucleari ha raggio di azione molto limitato (1-2 fm, per la distanza media tra i nucleoni in un nucleo)
- le forze nucleari hanno proprietà di simmetria, *

escludo le densità: Gradi di presidenza: per tutti i nuclei

c) l'intensità delle forze nucleari non può essere misurata direttamente dalle energie di legame osservate nei nuclei in quanto esse i contenuti il numero di cariche positive (positivo) confrontabile con il numero di energie potenziali

f) le forze nucleari dipende non soltanto dalla distanza relativa tra due nucleoni ma anche da: grado di libertà intrinseco: lo spin + la carica

g) l'atto nucleone-nucleone a grande energia (7200 MeV) mostra che, a distanze relativamente piccole, l'interazione diventa fortemente repulsiva

$$Z_{\min} = \frac{M_m - M_p - m_e + e \omega_{\text{coul}} A^{-1/3} + 4 \omega_{\text{sym}}}{8 \omega_{\text{sym}} A^{-1} + 2 \omega_{\text{coul}} A^{-1/3}}$$

$$M_m - M_p - m_e \approx 0.5 \text{ MeV/c}^2 \ll 4 \cdot \omega_{\text{sym}} \approx 4.23 \text{ MeV/c}^2$$

$$\omega_{\text{coul}} A^{-1/3} \ll 4 \cdot \omega_{\text{sym}}$$

$$(\omega_{\text{coul}} \approx 971 \text{ MeV/c}^2)$$

$$Z_{\min} \approx \frac{4 \omega_{\text{sym}}}{8 \omega_{\text{sym}} A^{-1} + 2 \omega_{\text{coul}} A^{-1/3}} = \frac{A}{2} \cdot \frac{1}{1 + \underbrace{\frac{1}{4} \left(\frac{\omega_{\text{coul}}}{\omega_{\text{sym}}} \right) A^{2/3}}_K}$$

$$Z_{\min} \approx \begin{cases} \frac{A}{2} & \text{pn } K \ll 1 \\ \frac{A}{2} & \text{pn } K \approx 1 \end{cases}$$

$$\frac{1}{4} \frac{\omega_{\text{coul}}}{\omega_{\text{sym}}} A^{2/3} - 1$$

$$A^{2/3} = \frac{4 \omega_{\text{sym}}}{\omega_{\text{coul}}}$$

$$A = \sqrt[3]{\frac{(4 \omega_{\text{sym}})^3}{2 \omega_{\text{coul}}}} = 1475$$

$$\Rightarrow K \approx 1 \text{ so } A = 1475$$

NUCLEO PER AMBI

KLL1 $\rightarrow A \approx 1475$

KLLL1 $\rightarrow A \approx 1475$

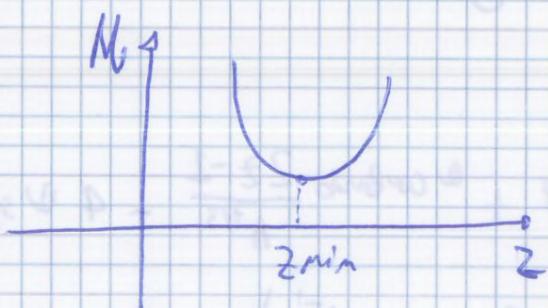
$$^{208}_{82} \text{ Pb} \rightarrow \frac{Z}{A} \approx 0.44$$

$$^{63}_{29} \text{ Cu} \rightarrow \frac{Z}{A} \approx 0.46$$

$$\times \quad A = 140$$

$$Z_{\min} = 57,8$$

$$^{140}_{58} \text{ Ge}$$



A	K
5	0.0225
205	0.2683
905	0.4288
605	0.5532
903	0.5722
1105	0.6818
1805	0.7681
1705	1.1014
1905	1.1859

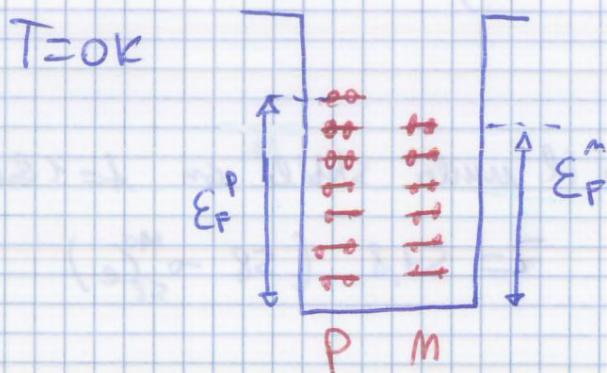
Consideriamo adesso di giustificare meccanicamente i quattro termini a delle forme semi-empiriche.

Consideriamo ora il termine di simmetria.

Neutroni e protoni sono particelle dotate di spin semintero ($\frac{1}{2}$) e quindi obbediscono alle statistiche di Fermi - Dirac.

A $T=0K$ si sistemano su vari livelli energetici in modo tale da obbedire alla statistica del principio di Pauli (statistica di Fermi-Dirac).

Consideriamo protoni e neutroni confinati in una buca di potenziale (nucleo).



E_F^P e E_F^n = livello di Fermi di protoni e neutroni.

$$E_F^P + E_F^n \approx N/2$$

Consideriamo un modello a GAS DI FERMI : protoni e neutroni liberi che si muovono in una buca di potenziale, obbedendo solo al principio di Pauli.

Passiamo a calcolare l'energia di Fermi.

$$\sum_i \rightarrow dN$$

$$dN = \frac{4\pi p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3} \cdot V$$

→ p quantità di moto
 V di stato di versio delle quantità di moto

Se assumiamo che il volume occupato dai protoni e neutroni sia uguale e diciamo che (No) è il raggio ~~massimo~~ ~~occupato~~ dei protoni e neutroni, allora:

$$V = \frac{4}{3} \pi R_0^3 A \quad (\text{Nucleo approssimato a sfera})$$

$$R_0 = 1.21 \text{ fm}$$

$$\text{Se } N=Z = \frac{A}{2} \quad p_F^m = p_P^p = p_F$$

$$\frac{A}{2} = \frac{\frac{4}{3} \pi R_0^3 A}{3 \pi k \hbar^3} p_F^3$$

$$p_F = \left(\frac{9 \pi}{8} \right)^{1/3} \frac{\hbar c}{mc} \approx 250 \frac{\text{MeV}}{c}$$

$$E_F = \frac{p_F^2}{2m} \approx 33 \text{ MeV}$$

\rightarrow se in hanno una quantità di moto molto alta ciò può il fatto di dover obbedire al principio di Pauli.

Siamo in regime non relativistico $k \ll \hbar c^2$

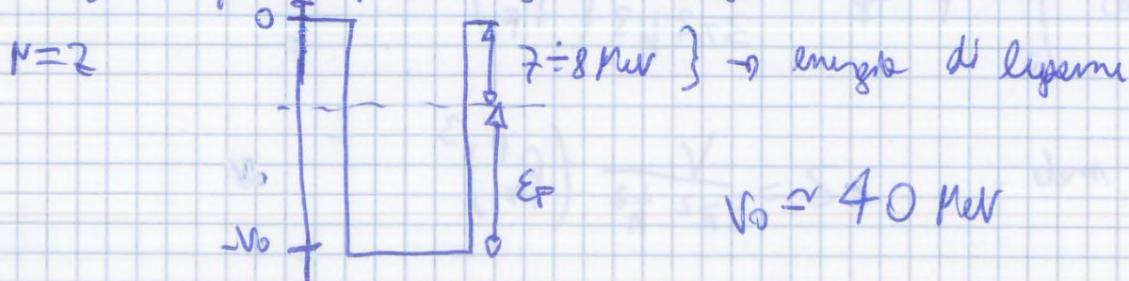
Possiamo ottenere lo stesso risultato con il principio di indeterminazione di Heisenberg

$$\Delta x \Delta p \approx$$

$$\Delta p \approx \frac{\hbar c}{\Delta x c} \approx 20 \frac{\text{MeV}}{c}$$

$$\Delta x \approx 1 \text{ fm}$$

Ottieniamo l'altezza delle barriere di potenziale come somma di energie di fermi più energie di esigui dei nucleoni



$$N = \frac{\frac{4}{3} \pi r_0^3 A}{3\pi^2 h^3} (P_F^m)^3 = \frac{4}{9} \frac{r_0^3 A}{\pi h^3} (P_F^m)^3 = \frac{4 r_0^3 A}{9 \pi h^3} (P_F^m)^3$$

$$P_F^m = \left(\frac{9\pi}{4}\right)^{1/3} \frac{h}{r_0} \frac{N^{1/3}}{A^{1/3}}$$

$$\langle K_{\text{tot}} \rangle = \frac{3}{10M} \left(\frac{9\pi}{4}\right)^{2/3} \left(\frac{h}{r_0}\right)^2 \left[\frac{N^{5/3} + Z^{5/3}}{A^{2/3}} \right]$$

$\hookrightarrow A = N + Z$

Abbiamo un minimo di $\langle K_{\text{tot}} \rangle$ per $N = 2 = \frac{A}{2}$

NB non stiamo considerando interazioni! L'unico ingrediente è il principio di Pauli, per il resto sono particelle libere!

Consideriamo

$$\begin{aligned} N &= \frac{A+\Delta}{2} \\ Z &= \frac{A-\Delta}{2} \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} \Delta &\text{ è tensione costante!} \\ \Delta &= N-2 \end{aligned} \right\} A \text{ e tensione costanti!} \quad A = N+Z$$

$$\left[\frac{N^{5/3} + Z^{5/3}}{A^{2/3}} \right] = \frac{1}{A^{2/3}} \left[\left(\frac{A+\Delta}{2} \right)^{5/3} + \left(\frac{A-\Delta}{2} \right)^{5/3} \right]$$

Consideriamo Δ piccolo rispetto a $N \in \mathbb{Z} \rightarrow$ sviluppiamo in serie!

$$(1+x)^{\alpha} \approx 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2} x^2 + \dots$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\left(\frac{A}{2}\right)^{5/3}}{A^{2/3}} \left[\left(1 + \frac{\Delta}{A}\right)^{5/3} + \left(1 - \frac{\Delta}{A}\right)^{5/3} \right] \underset{\Delta \ll A}{\approx} \frac{A}{2^{5/3}} \left[1 + \frac{5}{3} \frac{\Delta}{A} + \frac{15}{2^3 3} \left(\frac{\Delta}{A}\right)^2 \right] \\ &+ 1 - \frac{5}{3} \frac{\Delta}{A} + \frac{1}{2} \frac{5}{3} \frac{2}{3} \left(\frac{\Delta}{A}\right)^2 = \frac{A^2}{2^{5/3}} \left(1 + \frac{5}{9} \frac{\Delta^2}{A^2}\right) = \frac{A}{2^{2/3}} \left(1 + \frac{5}{9} \frac{\Delta^2}{A^2}\right) \end{aligned}$$

Due energie di separazione per un protone (differenza tra energia di legame)

$$S_Z = BA(Z, N) - BA(Z-1, N)$$

$$S_m = BA(Z, N) - BA(Z, N-1)$$

l'energia di separazione per un neutrone

La differenza di lunghezza di separazione tratta sperimentalmente dovrebbe coincidere con quelle previste dalla formula semiempirica, ma non è così.
Consideriamo l'energia di separazione tra due protoni e due neutroni:

$$S_{2Z} = BA(Z, N) - BA(Z-2, N)$$

$$S_{2m} = BA(Z, N) - BA(Z, N-2)$$

per i neutroni

per non introdurre nelle formule il termine di pairing, lasciando così considerato non solo il contributo al S di pairing passando da 4 parti ad 4 disponibili

Le discontinuità di lunghezza di separazione si hanno in corrispondenza di $N=2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$ per i protoni.

Se consideriamo l'energia di separazione, le discontinuità si hanno in corrispondenza degli stessi numeri $Z=2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$

2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 sono detti "numeri magici"

Come per le energie di ionizzazione, esistono nuclei con energie di legame particolarmente elevate, struttura molto legata, molto superiore alle medie

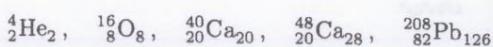
→ picchi delle energie di separazione
per i neutroni corrispondenti a numeri magici

→ si hanno quindi $N, Z =$
ad un numero magico

Esistono nuclei deppressi ancora più legati, si hanno sia N che Z pari a un numero magico → in nuclei con numero deppresso magico

A differenza degli elettroni in un nucleo, i nucleoni sono legati da un potenziale che non trascurano (ma che sappiamo di non dipendere da tutti i nucleoni, dato che la forza nucleare è un forza corto raggio).
Da questo esperimento capiamo che il potenziale deve essere tale che il rimpicciolimento di tutto ~~è~~; livelli energetici deve avvenire in corrispondenza dei numeri magici → rimpicciolimento di tutti i nuclei \Rightarrow stabilità massima (in analogia con gli elettroni).

Modello a Shell



Nuclei doppiamente "magici"

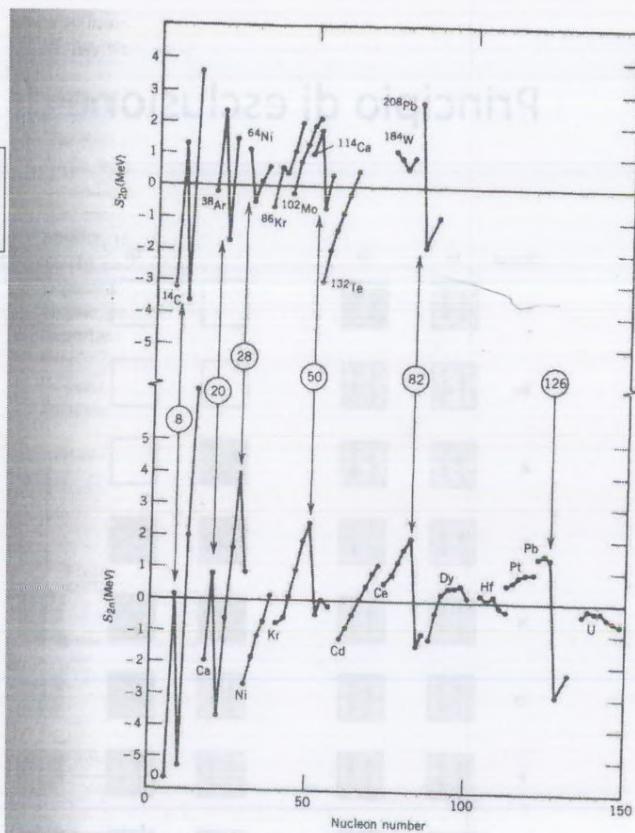


Figure 5.2 (Top) Two-proton separation energies of sequences of isotones (constant N). The lowest Z member of each sequence is noted. (Bottom) Two-neutron separation energies of sequences of isotopes. The sudden changes at the indicated "magic numbers" are apparent. The data plotted are differences between the measured values and the predictions of the semiempirical mass formula. Measured values are from the 1977 atomic mass tables (A. H. Wapstra and K. Bos, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* 19, 215 (1977)).

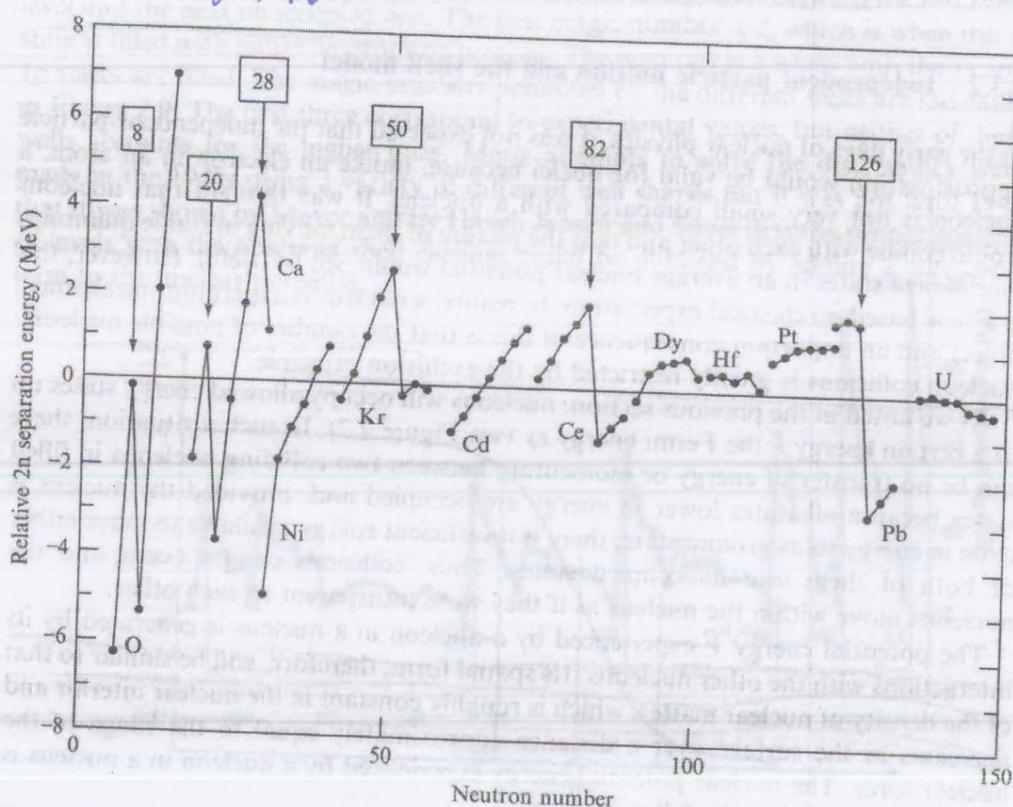


Figure 2.7 The difference between measured two-neutron separation energies and those predicted by the SEMF, plotted against neutron number. The lines connect sequences of isotopes. Discontinuities in the otherwise smooth trend are evident.

Inoltre nuclei doppiamente magici hanno i primi livelli di eccitazione più elevati, ed esigono più energia dei nuclei non magici.

livelli energetici

$$E_N = \left(N + \frac{3}{2}\right) \hbar\omega$$

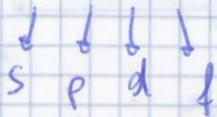
$$N = 2(m-1) + l$$

$$m = 1, 2, 3, 4$$

$$N = 2m' + l$$

$$m' = m-1 = 0, 1, 2, \dots$$

$$l = 0, 1, 2, 3, \dots$$



$m_l \rightarrow$ configurazione spettroscopica dei livelli
m l identifica un singolo stato

Partiamo da n fissato \rightarrow lo spin è fissato! $S = \frac{1}{2}$ ($m_s = \pm \frac{1}{2}$)

$$|\lambda, m_\ell, \frac{1}{2}, m_s\rangle$$

Degenerazione

$$2(2l+1) \leftrightarrow l$$

nel singolo livello

Spin

Degenerazione totale dei livelli energetici (a fisso N): d

$$d = 2 \sum_{l=0}^N 2l+1$$

$$N = \text{fisso} \Rightarrow l \leq l \leq N \quad (\text{da } 0 \leq m-1)$$

$$N = 2m' + l \quad (m' = m-1)$$

$$l = N - 2m'$$

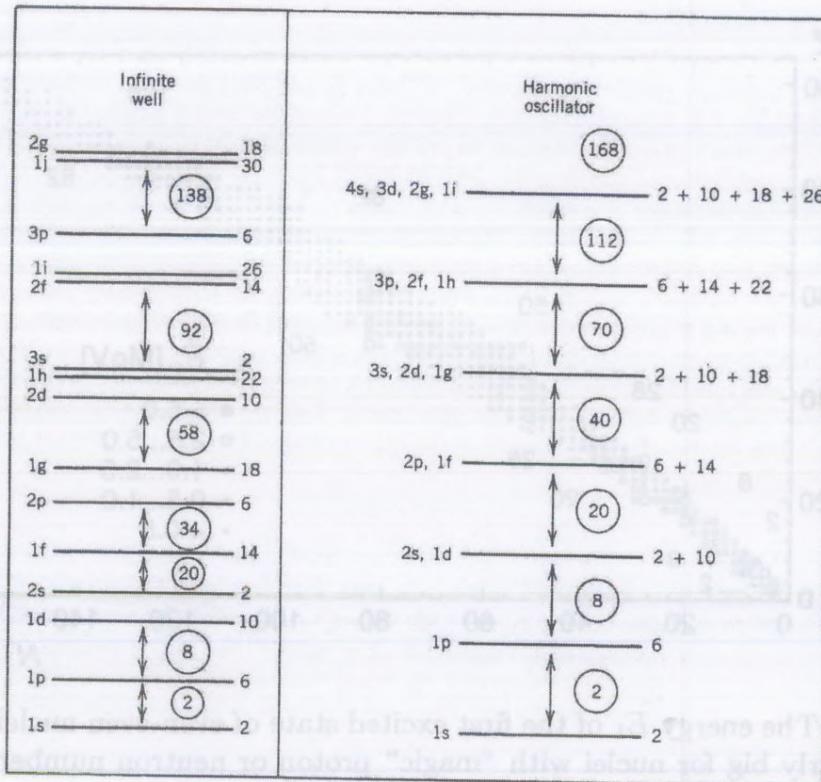
$$d = 2 \sum_{m'=0}^{N/2} [2(N-2m') + 1] = 2 \sum_{m'=0}^{N/2} (2N+1) - 8 \sum_{m'=0}^{N/2} m' = 2(2N+1)\left(\frac{N}{2}+1\right) - \frac{8}{8} N(N+2)$$

$$l=0 \Rightarrow m' = \frac{N}{2}, \quad l=N \Rightarrow m'=0$$

$$\sum_{m'=0}^{N/2} m' = 0+1+2+\dots+\frac{N}{2}$$

$$\frac{\frac{N}{2} + \frac{N}{2}-1 + \dots + 1 + 0}{\underbrace{\frac{N}{2} + \frac{N}{2}-1 + \dots + \frac{N}{2}}_{\frac{N}{2}+1 \text{ termini}}} \rightarrow \frac{1}{2} \frac{N}{2} \left(\frac{N}{2}+1\right) = \frac{1}{8} N(N+2)$$

$$d = \frac{2}{2}(2N+1)(N+2) - N(N+2) = (N+2)(N+1)$$

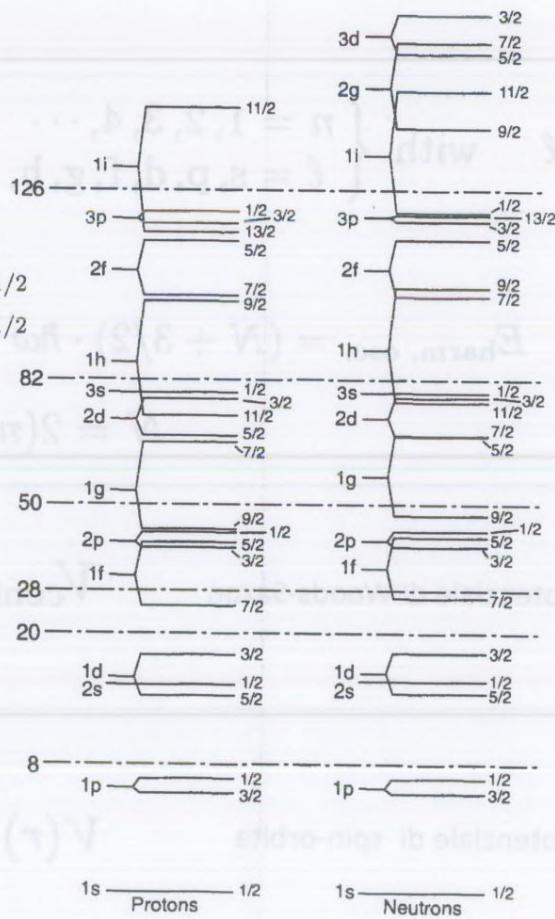


Shell structure obtained with infinite well and harmonic oscillator potentials. The capacity of each level is indicated to its right. Large gaps occur between the levels, which we associate with closed shells. The circled numbers indicate the total number of nucleons at each shell closure.

$$V(r) = V_{\text{centr}}(r) + V_{\ell s}(r) \frac{\langle \ell s \rangle}{\hbar^2}$$

$$\frac{\langle \ell s \rangle}{\hbar^2} = \frac{j(j+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1)}{2} = \begin{cases} \ell/2 & \text{for } j = \ell + 1/2 \\ -(\ell+1)/2 & \text{for } j = \ell - 1/2 \end{cases}$$

$$\Delta E_{\ell s} = \frac{2\ell + 1}{2} \cdot \langle V_{\ell s}(r) \rangle$$



Non possono quindi a meno di i numeri magici mancare un ulteriore potenziale di Woods-Saxon (come funzione di Fermi).

Introduciamo il potenziale di spin-orbita:

$$V_{LS}(R) \vec{L} \cdot \vec{S} = V_{LS}$$

Il potenziale totale è:

$$V(R) = V_{\text{centrale}} - \frac{\hbar^2}{R_s} \vec{L} \cdot \vec{S}$$

o
uno di
quelli studiati prima

$$|l, m_l, \frac{1}{2}, m_S\rangle$$

\downarrow \downarrow

non vanno più bene! Non commutano più con l'hamiltoniano
mentre gli altri vanno bene

$$[L^2, L \cdot S] = 0$$

$$[S^2, L \cdot S] = 0$$

Dobbiamo introdurre due diversi numeri quantici, quindi ^{un} uno
operatore da commutare con l'Hamiltoniano: J cioè la somma
dei due momenti angolari

$$|J, m_J, l, s\rangle$$

$$\bar{J} = \bar{L} + \bar{S} \Rightarrow J = 2J + 1 = m_J$$

$$J^2 = L^2 + S^2 + 2 \bar{L} \cdot \bar{S}$$

$$\bar{L} \cdot \bar{S} = \frac{1}{2} (J^2 - L^2 - S^2)$$

$$|l-s| \leq J \leq l+s$$

ma J può solo assumere i valori $\pm \frac{1}{2}$
quindi J assume solo dei valori $\#$

Possiamo ad un sistema descritto dai numeri quantici (J, m_J, l, s)

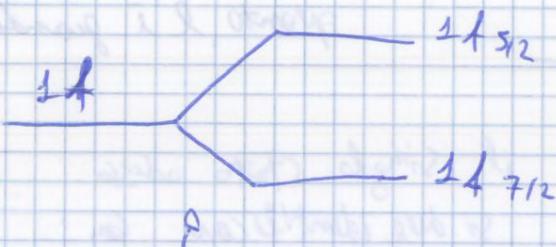
$\langle J, m_J, l, s | \bar{L} \cdot \bar{S} | J, m_J, l, s \rangle$ possiamo calcolarlo!

I livelli spettroscopici grandi combineranno! Ne combineranno da $N=3$ in

Però dato che prima avremo già ottenuto i numeri magici quindi possiamo dire che l'effetto spin-orbita anche non si fa sentire, i livelli saranno separati però quindi li consideriamo ancora insieme quando entriamo nel riempimento.

Nl_J

$N=3$



C'è uno sdoppiamento grande

abbastanza grande
Moltissime volte!

si chiama il "magico" 28

o separazione con $l=3$ doppia!

Importante! Soprattutto con le sezioni tra le due livelli - interpretate come shell e ci stanno:

$1d_{3/2}(2)$

$2S_{1/2}(2)$

$2d_{5/2}(6)$



VEDI GRAFICO LIVELLI E PERMETTI!

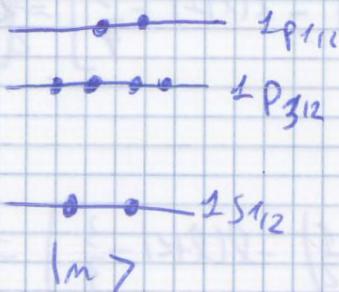
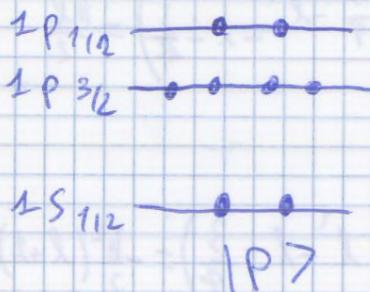
Consideriamo

10

$^{10}_8 O_8 \rightarrow$ nucleo appartenente magico

punti + punti $S=0$

$J=0$ \oplus non ha parità +, ha momento totale pari 0 (numero d'app. magico)

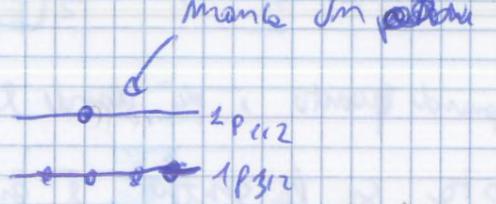
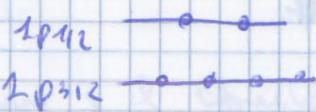


$\nwarrow 2J+1$
posti in
ogni livello

$^{16}_8 O_8$ è molto stabile, infatti le differenze di energia tra due livelli è maggiore rispetto a $^{15}_8 O$ e $^{17}_8 O$ di hanno un solo numero magico (vedi grafico)

parità negativa

$^{15}_8 O_7 \rightarrow J = \frac{1}{2}^-$



per indicare che
essendo si usa $(-)^{-1}$

$1P_{1/2}^{-1}$

parità $\rightarrow (-)^{-1}$ con $l=1$

$1D_J$ $1S_{1/2}$ 0 0

$1S_{1/2}$ 0 0 $1S_{1/2}$ (il punto del neutrone immobile)

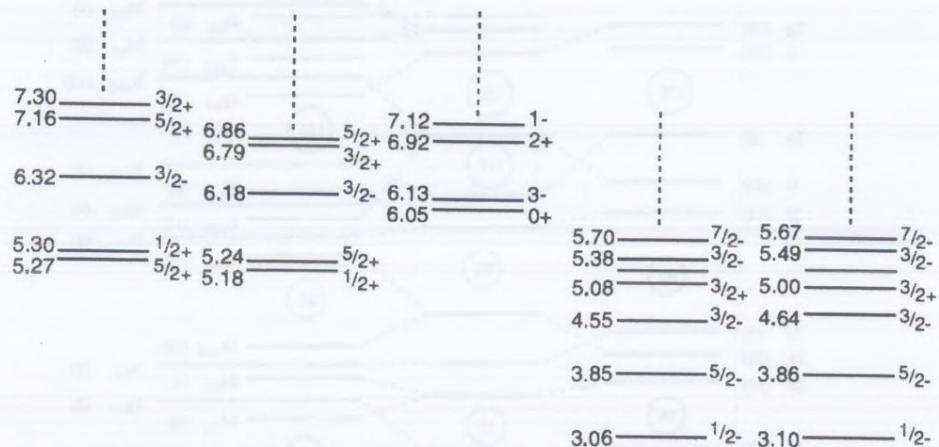
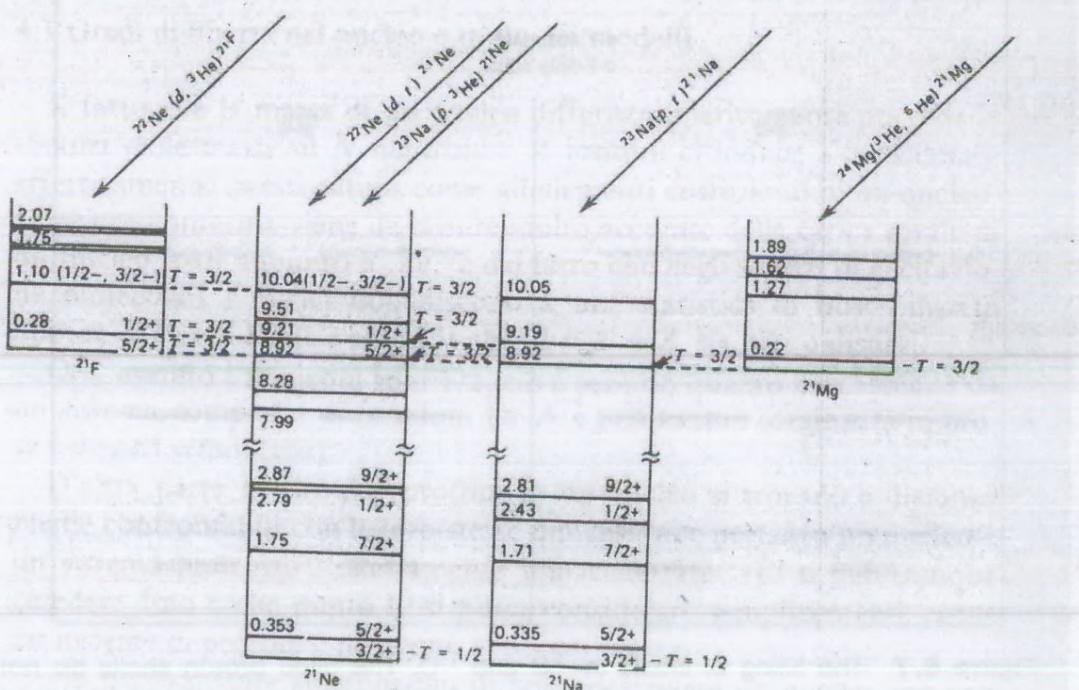


Fig. 17.7. Energy levels of the ^{15}N , ^{15}O , ^{16}O , ^{17}O and ^{17}F nuclei. The vertical axis corresponds to the excitation energy of the states with the various ground states all being set equal, i.e., the differences between the binding energies of these nuclei are not shown.

Indipendenza dalla carica delle forze nucleari



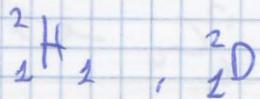
Spettro dei livelli energetici per i nuclei con $A = 21$; per chiarezza di confronto gli stati isobarici ($T = 3/2$) sono posti allo stesso livello (pur avendo energie diverse). (Da De Shalit-Feshbach, John-Wiley and Sons, Inc.).

in genere non sono uguale (se qualche cosa sia uguale ma in genere non lo sono).

J

INDIPIENDENTI DALLA CANTITÀ NELLA FORZA NUCLEARE

STATO DEUTONE = 1 NEUTRONE + 1 PROTONE (dal nucleo di deutone)



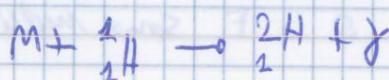
Possiamo calcolare l'energia di legame del deutone:

$$|B-E| = [M({}_{1}^2H) + M_n - M({}_{1}^2H)]c^2 = 2,2 \text{ MeV}$$

Investigheremo meglio ${}_{1}^2H_1$, tramite raggi J



oppure vicino:



$$\Rightarrow J = 1$$

Il nucleo del deutone ha momento angolare totale pari a 1

Q
assunto spettivamente uno stato di

Il nucleo inoltre ha un momento di magnete.

$$\left(\begin{array}{l} \text{MAGNETONE DI BORR} \\ M = \frac{e\hbar}{2m} \end{array} \right) \quad M_0 = 0,85 \mu_N$$

Ha quindi un quadrupolo momento e quadrupolo elettrico pari a:

$$Q = 0,288 \text{ fm}^2$$

Il quadrupolo elettrico dipende dalla distribuzione delle cariche elettriche, dipende dalle deformazioni del nucleo rispetto alla distribuzione sferica:

$$Q = \int p(r) (3z^2 - r^2) d^3r$$