NUMERO: 1316 ANNO: 2014

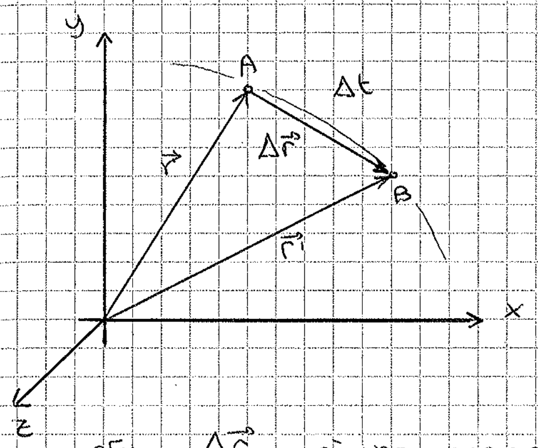
A P P U N T I

STUDENTE: Pecora

MATERIA: Meccanica delle Macchine, Prof.Pastorelli

CINEMATICA - studio del moto dei corpi, di come cambia la loro posizione nel tempo

CINEMATICA DI UN CORPO PUNTIFORME → dimensioni trascurabili



$\vec{OA} = \vec{r}$ vettore posizione (iniziale)

$\vec{OB} = \vec{r'} = \vec{r} + \Delta\vec{r}$

$\Delta\vec{r} = \vec{r_1} - \vec{r_2}$

Δt tempo A → B

$v_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ è una grandezza vettoriale (= velocità media) che ha la stessa direzione di $\Delta\vec{r}$

↓ variazione della posizione nell'intervallo Δt

↓ dato che la distanza non è infinitesima e nemmeno la variazione temporale

$\lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$ velocità istantanea

↳ velocità quando il punto si trova in A

$\vec{a_m} = \dfrac{\vec{v_B} - \vec{v_A}}{\Delta t} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ accelerazione media, si riferisce a tutto l'intervallo di tempo

$\lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$ accelerazione istantanea

↳ si riferisce a un certo istante

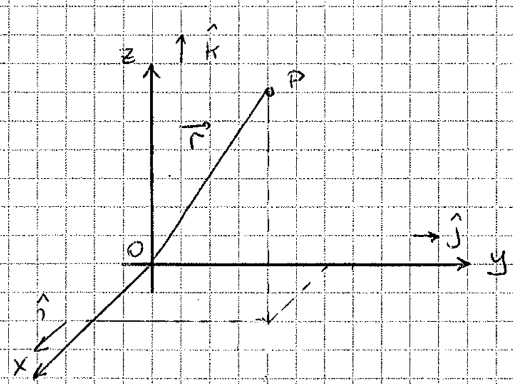
$\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

SISTEMI DI COORDINATE CARTESIANE

$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$

3 grandezze scalari con segno (PROIEZIONI)

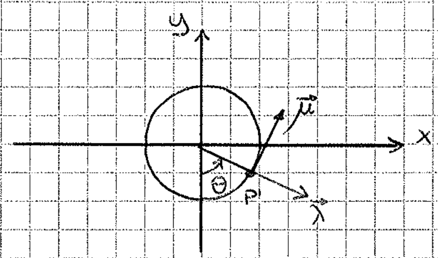
= componenti del vettore posizione del punto



$\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \dot{x}\hat{\imath} + \dot{y}\hat{\jmath} + \dot{z}\hat{k}$

$\vec{a} = \dfrac{d^2\vec{r}}{dt} = \ddot{x}\hat{\imath} + \ddot{y}\hat{\jmath} + \ddot{z}\hat{k}$

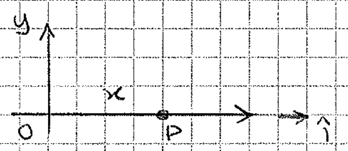
$\overrightarrow{OP} = (\vec{r}) = \overrightarrow{OP'} + \overrightarrow{P'P} = r\vec{\lambda} + z\vec{k}$



$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OP}}{dt} = \dot{r}\vec{\lambda} + \underbrace{r\dot{\vec{\lambda}}}_{r\dot{\theta}\vec{\mu}} + \dot{z}\vec{k} + \underbrace{z\dot{\vec{k}}}_{=0}$$ k sta fermo

$$\vec{a} = \frac{d^2\overrightarrow{OP}}{dt^2} = \ddot{r}\vec{\lambda} + \dot{r}\dot{\theta}\vec{\mu} + \dot{r}\dot{\theta}\vec{\mu} + r\ddot{\theta}\vec{\mu} - r\dot{\theta}^2\vec{\lambda} + \ddot{z}\vec{k}$$

MOTO RETTILINEO



$\vec{r} = x\hat{\imath}$

$\dot{\vec{r}} = \vec{v} = \dot{x}\hat{\imath}$

$\ddot{\vec{r}} = \vec{a} = \ddot{x}\hat{\imath}$

① $\vec{a} = \text{cost}$ moto uniformemente accelerato

$a = \frac{dv}{dt}$

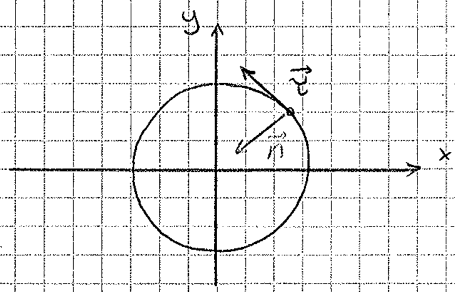
$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_{t_0}^{t} a\,dt \qquad v(t) = a(t-t_0) + v_0$$

$v = \frac{dx}{dt}$

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} v\,dt$$

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} a(t-t_0)\,dt \qquad x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

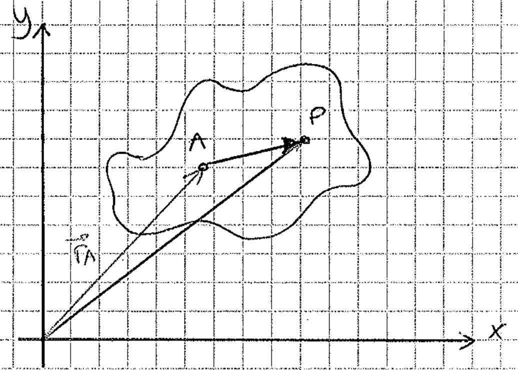
$\vec{a} = \dot{v}\vec{\mu} - \frac{v^2}{R}\vec{\lambda}$ $\qquad$ $\vec{a} = R\ddot{\theta}\vec{\tau} + R\dot{\theta}^2\vec{n}$



CINEMATICA DEL CORPO RIGIDO

considero un oggetto di dimensioni significative

un corpo è considerato rigido se presi due punti qualsiasi la loro distanza non cambia durante il moto



$\vec{r}_{PA} = \vec{AP}$

$|AP| = cost$

un corpo rigido ha 6 gradi di libertà

- 3 mi descrivono la posizione nello spazio rispetto agli assi cartesiani
- 3 mi descrivono l'orientamento del corpo

$\vec{r}_P = \vec{r}_A + \vec{r}_{PA}$

$\frac{d\vec{r}_P}{dt} = \frac{d\vec{r}_A}{dt} + \frac{d\vec{r}_{PA}}{dt}$ → derivata di un vettore di lunghezza costante, ma che si muove in direzione

$\vec{v}_P = \vec{v}_A + \vec{\omega} \wedge \vec{AP}$

→ legame tra due punti all'interno del corpo rigido

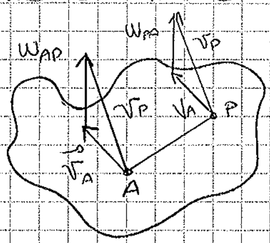
$\frac{d\vec{r}_{PA}}{dt} = r_{PA}\frac{d\lambda}{dt} = \vec{r}_{PA}\,\vec{\omega} \wedge \vec{\lambda} = \vec{\omega} \wedge \vec{AP} = \vec{\omega} \wedge \vec{r}_{PA}$

$v_P = \omega \wedge \vec{AP}$

$\vec{v}_P = \vec{v}_A + \vec{v}_{PA}$ → velocità di P attorno ad A

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 7 di 110

MOTO PIANO GENERALE



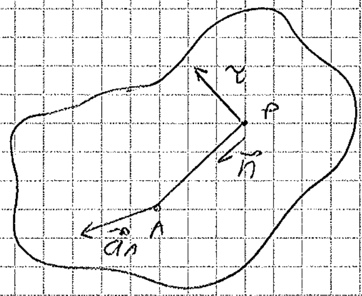
DATI
$\vec{\omega}$
$\vec{AP}$
$\vec{v}_A$

se non ci fosse ω, $\vec{v}_A = \vec{v}_P$

$\vec{v}_P = \vec{v}_A + \vec{v}_{P_A}$ tengo fermo A e faccio ruotare P attorno

$\vec{\omega} \wedge \vec{AP}$ vettore $\perp$ $\vec{AP}$, verso concorde con $\vec{\omega}$

$\vec{a}_P = \vec{a}_A + \vec{a}_{P_A}$

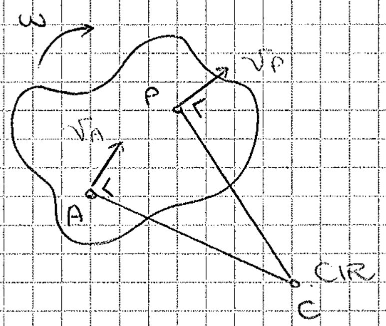


CENTRO DI ISTANTANEA ROTAZIONE DEL CORPO **[CIR]**

(non è detto che sia un punto appartenente al corpo)

informazione che vale istante per istante, varia nel tempo

→ si ha una successione di rotazioni → MOTO DI ROTOTRASLAZIONE



$\vec{v}_A = \vec{\omega} \wedge \vec{CA}$

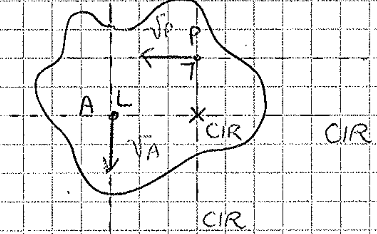
$|\vec{v}_A|$ è proporzionale alla distanza dal CIR

$\vec{v}_A \perp CA$

↳ vale per ogni punto del corpo

$\vec{v}_P = \omega \vec{CP}$

? calcolare il CIR conoscendo le direzioni di v_A e v_P

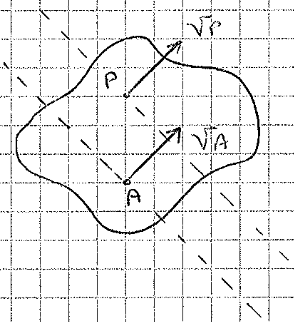


se sapessi il modulo di v_A e v_P potrei calcolare ω

$$\omega = \frac{v_A}{CA}$$

caso particolare → il corpo NON ruota

$\omega = 0$
$\dot{\omega} = 0$ } moto di traslazione



$\vec{v}_A = \vec{v}_P$

$C \to \infty$

$v_P = \omega \vec{CP}$

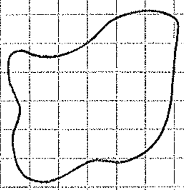
se il corpo sta traslando → $\omega = 0$

$CP \to \infty$ per ottenere un valore finito di CP

il concetto di CIR è utile solo quando si ha una velocità.

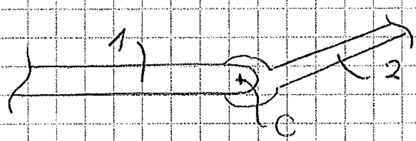
CINEMATISMI: sistema meccanico costituito da più corpi rigidi uniti tra loro attraverso vincoli, elementi di accoppiamento che limitano i movimenti di un corpo rispetto all'altro

VINCOLO limitazione del movimento



corpo libero
3GDL (gradi di libertà)
cambio posizione e orientazione (2+1)

1. VINCOLO CERNIERA vincolo ottenuto attraverso l'accoppiamento del corpo con un elemento solidale al piano.
Permette al corpo di ruotare mantenendo un punto del corpo fermo

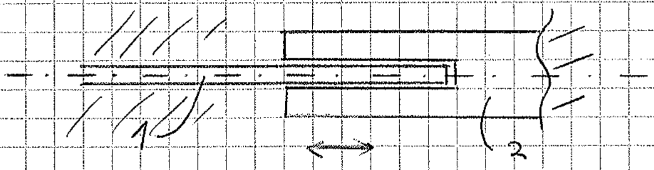


2 GDV

gradi di vincolo che impediscono la traslazione del corpo 2 rispetto all' 1

1 GDL rotazione
di 1 rispetto 2
$v_C = 0$

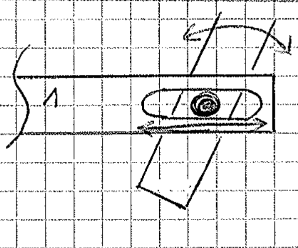
2. VINCOLO GUIDA LINEARE (PRISMATICA)
possibilità di traslare lungo una precisa direzione



2 GDV
traslazione verticale e rotazione

1 GDL traslazione orizzontale

3. APPOGGIO SCORREVOLE

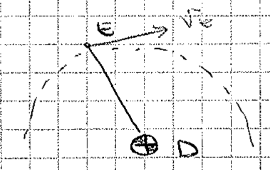


1 GDV

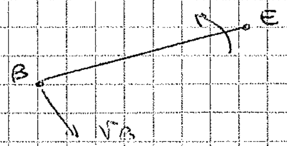
2 GDL

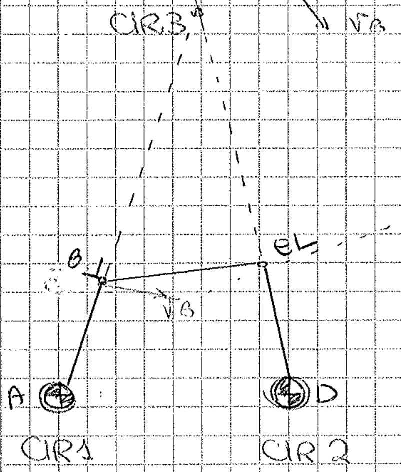
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 13 di 110

nota v_E so che $\omega_2 = \frac{v_3}{DE}$



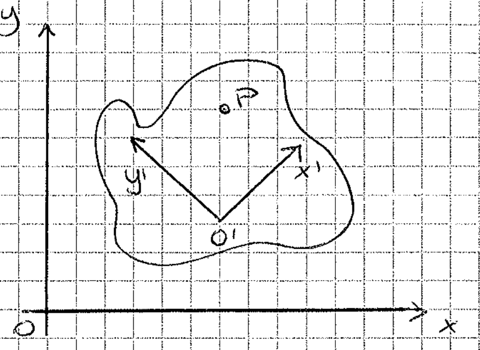
$\omega_3 = \frac{v_{E/B}}{BE}$





posso calcolare $v_B = \omega_1 BA$

MOTI RELATIVI (moti composti) punto in moto rispetto a un corpo in moto



Oxy sistema di riferimento fisso

O'x'y' sistema di riferimento solidale al corpo

MOTO ASSOLUTO moto rispetto al sistema fisso
MOTO RELATIVO moto rispetto al sistema di riferimento mobile
MOTO DI TRASCINAMENTO moto rispetto al sistema di riferimento fisso quando si annulla il moto relativo

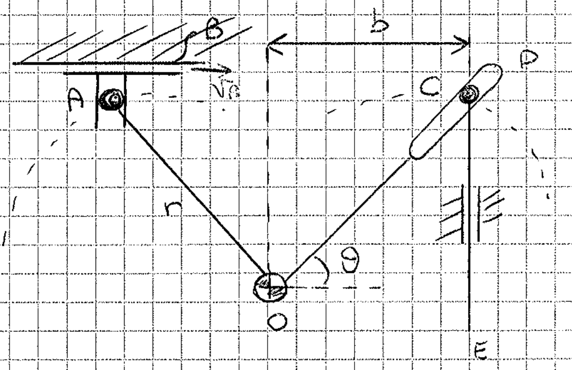
$\vec{v}_{P_{ASS}} = \vec{v}_{P_{TR}} + \vec{v}_{P_{REL}}$

↳ $\vec{v}_{O'} + \vec{v}_{P/O'}$

$\vec{a}_{P_{ASS}} = \underline{\underline{\vec{a}_{P_{TR}}}} + \vec{a}_{P_{REL}} + \vec{a}_{P_C}$ ↳ accelerazione di coriolis $\vec{a}_{P_C} = 2\vec{\omega}_{TR} \wedge \vec{v}_{P_{REL}}$

↳ $\vec{a}_{P_{TR}} = \vec{a}_{O'} + \vec{a}_{P/O'_{\tau}} + \vec{a}_{P/O'_{n}}$

* Esempio



b, r, θ

$v_B = \text{cost}$

info di moto di $\overline{CE}$

$OC = \frac{b}{\cos\theta}$

partiamo dal collare B

che trasla con velocità costante; se conosco il moto di A posso sapere il moto della leva

$\vec{v}_A = \vec{v}_{A_T} + \vec{v}_{A_R}$ il moto di trascinamento è dato dal collare B

↳ direzione verticale, dipende dal vincolo di A

$$\vec{a}_C = \vec{a}_{C\tau} + \vec{a}_{CR} + \vec{a}_{Cc}$$

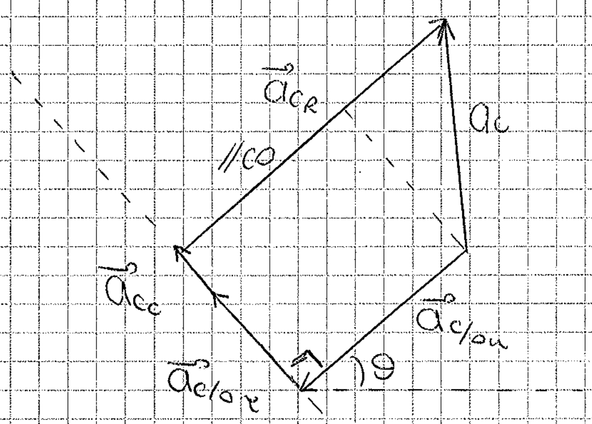
$$\vec{a}_C = (\vec{a}_{C/O\tau} + \vec{a}_{C/On}) + \vec{a}_{CR} + \vec{a}_{Cc}$$

$//CE$	$\perp CO$	$//CO$	$//CO$
?	$\dot{\omega} CO$	$\omega^2 CO$	?
?	↖	$C \to O$	?

$\vec{a}_{Cc} = 2\omega \wedge \vec{v}_{CR}$ ⊥ tra loro

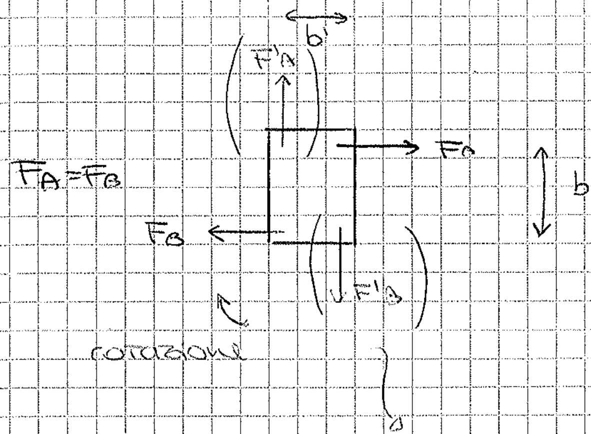
$\vec{a}_{Cc} = 2\omega v_{CR} \cdot 1$

ω entrante



$$a_C = \frac{a_{Cc} + a_{C/O\tau}}{\cos\theta}$$

$$a_{CR} = a_{C/On} + (a_{Cc} + a_{C/O\tau})\,tg\,\theta$$



COPPIA DI FORZE

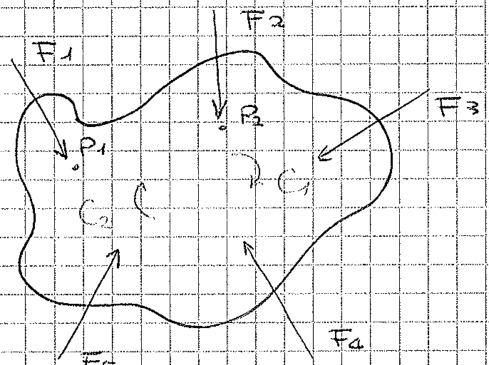
risultante nulla MA momento NON nullo

$M = F_A b$

EQUILIBRIO? devo applicare una coppia che annulli il momento

$F'_A = F'_B$ $\qquad$ $F'_A b' = F_A b$

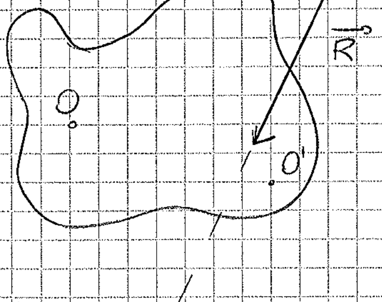
EQUILIBRIO STATICO → Forza risultante nulla
→ Momento delle forze applicate nullo



$$\left.\begin{array}{l}\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = 0 = \vec{R} \\ \sum_{i=1}^{N} \left[(\vec{OP_i} \wedge \vec{F}_i) + \vec{C}_i \right] = 0 \end{array}\right\} \text{AZIONI ESTERNE}$$

$\vec{C}_i$ → momenti associati a coppie di forze uguali e opposte

equilibrio statico ⇒ risultante = 0



$\vec{M}_O$ = momento di $\vec{R}$ rispetto O

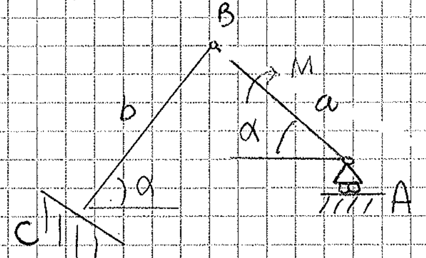
$\vec{M}'_O = \vec{M}_O + \vec{R} \wedge \vec{OO'}$

2 equazioni vettoriali

3 eq. scalari FORZA $\longrightarrow g = 3$

3 eq. scalari MOMENTO

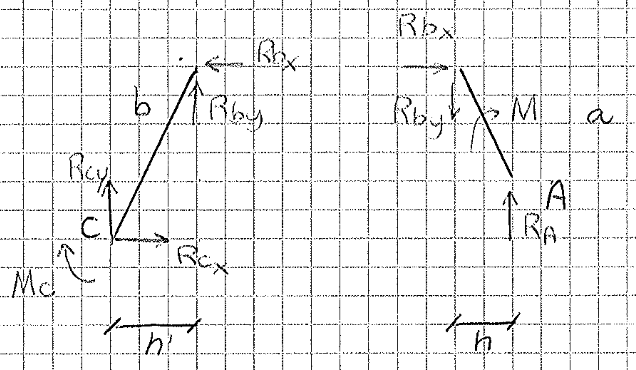
* Esempio



$$\begin{cases} 2 \text{ corpi} \times 3GDL = 6\,GDL \\ 3 + 1 + 2 = 6\,GDV \\ C \quad A \quad B \end{cases}$$

Ogni corpo sarà sottoposto a una risultante nulla e un momento nullo

Scompongo il sistema → DIAGRAMMA DEL CORPO LIBERO



→ $R_{bx} = 0$

A) $R_{By} h - M = 0$ equazione del momento

$-R_{By} h + M = 0$

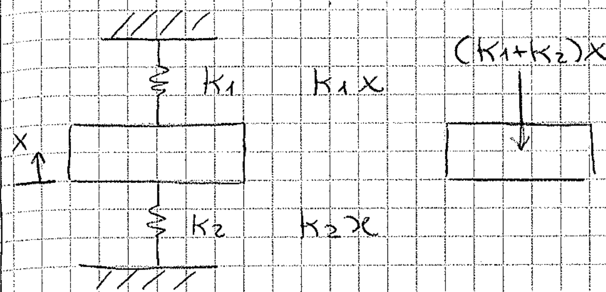
$R_{By} = \frac{M}{h} = \frac{M}{a \cos\alpha}$

↑ $R_{By} = R_A$

→ $R_{cx} = R_{Bx} = 0$

↑ $R_{cy} = R_{By}$

C) $M_c = R_{By} h' = R_{By}\, b \cos\alpha$



$K_{eq} = K_1 + K_2$

$x = x_1 + x_2$

↳ allungamento di tutto il sistema elastico

K_{eq}?

$x = \frac{F}{K_{eq}} \rightarrow K_{eq} = \frac{F}{x_1 + x_2}$

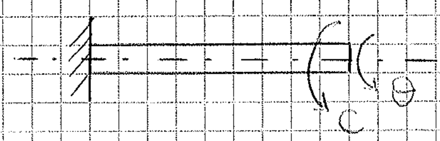
$$\boxed{\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}}$$

↳ CEDEVOLEZZA

↳ DEFORMAZIONI LINEARI

MOLLA TORSIONALE

legame tra la forza F e la coppia C, l'allungamento x e la rotazione di θ



$$\boxed{C = K_\theta \cdot \theta}$$

↳ RIGIDEZZA TORSIONALE $\left[\frac{Nm}{rad}\right]$

FORZE RESISTENTI AGENTI SU CORPI IN MOVIMENTO

↳ forze che producono un lavoro negativo determinano un effetto che si oppone al movimento

cambiamento di posizione o tentativo di movimento

FORZE DI ATTRITO

forze che nascono quando due corpi sono a contatto tra loro e tra i corpi c'è movimento relativo o un tentativo

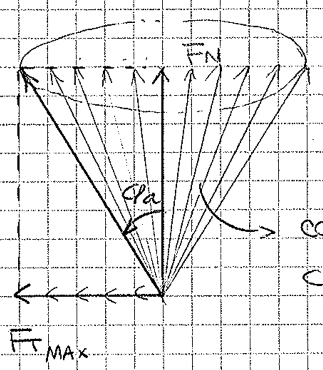
→ forze tangenziali alle superfici di contatto

→ dipendono dai corpi e da come essi reagiscono

Ho la condizione di aderenza $\forall\ T_a < T_{a_{MAX}}$

$F_T \leq f_a \cdot F_N$ → CONDIZIONE DI ADERENZA

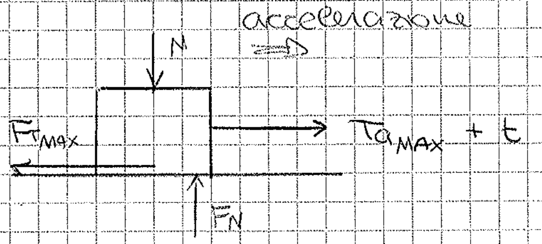
lo diventa un'uguaglianza solo nella condizione limite



$\boxed{tg\,\varphi_a = f_a}$

cono di aderenza

φ_a = angolo di aderenza

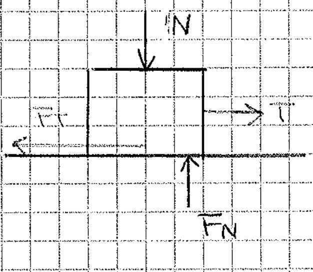


supero la condizione limite

→ sistema non in equilibrio, inizierà a muoversi

moto uniforme ?? (v = cost)

per mantenere il sistema in moto sarà sufficiente applicare una forza T opportuna



Dopo che il sistema è in moto la forza F_T non dipende dalla velocità, ma dalla natura dei corpi e da F_N

$$\begin{cases} F_T = T \\ F_N = N \end{cases}$$

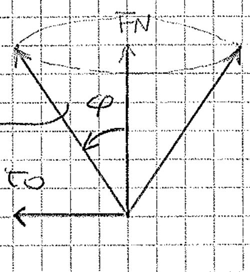
$\boxed{F_T = f\, F_N}$

COEFFICIENTE (DI ATTRITO) DI STRISCIAMENTO

MOTO RELATIVO

F_T = forza di strisciamento

$\boxed{tg\,\varphi = f}$

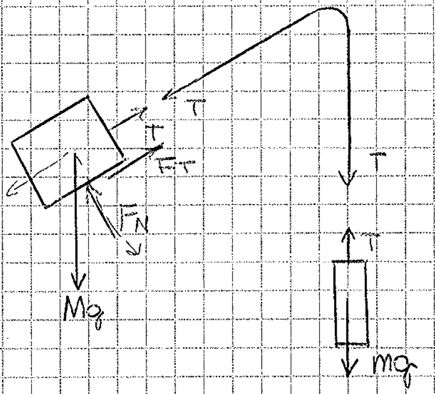


cono di attrito

φ = angolo di attrito

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 27 di 110

M in discesa



$$\begin{cases} T = mg \\ T = Mg\,\text{sen}\,\alpha - F_T \\ F_N = Mg\cos\alpha \end{cases}$$

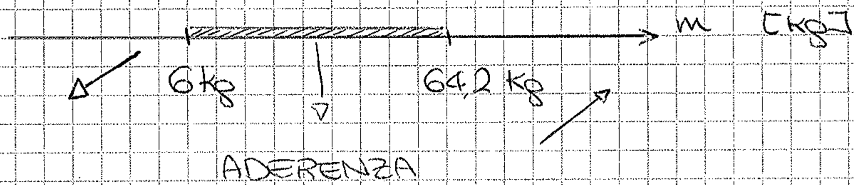
$$F_T \leq f_a F_N$$

$$F_T = Mg\,\text{sen}\,\alpha - mg \leq f_a\, Mg\cos\alpha$$

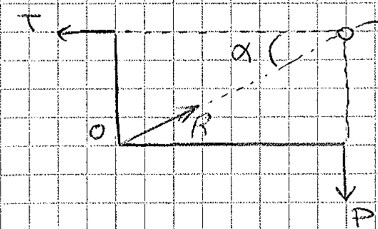
sono in aderenza se

$$m \geq M(\text{sen}\,\alpha - f_a\cos\alpha)$$

$$m_{DISCESA} = M(\text{sen}\,\alpha - f_a\cos\alpha) = 6{,}0\ \text{kg}$$



SENZA ATTRITO

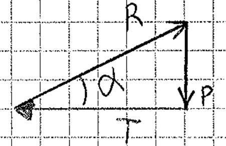


→ non ci sono momenti

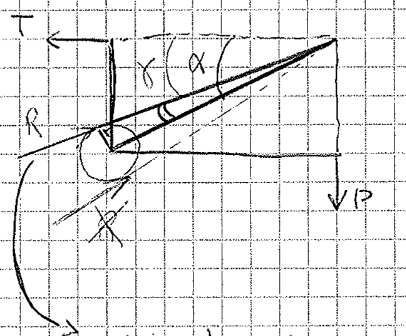
$$tg\,\alpha = \frac{b}{a} \Rightarrow \alpha = 30{,}964°$$

$$T = \frac{Pa}{b} \leftarrow Tb = Pa$$

$$b = 500\ \frac{250}{150} = 833{,}3\,N$$



CON ATTRITO

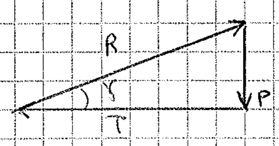


R sarà tangente al cerchio d'attrito

$$\rho = \frac{d}{2}\,sen\,\varphi = 8{,}90\ mm$$

$$tg\,\varphi = f \Rightarrow \varphi = 8{,}501°$$

mi da un momento che si oppone al moto della leva
escludo la reazione concorde al moto



$$T = P\,\frac{1}{tg\gamma}$$

$$(\alpha - \gamma) = \frac{\rho}{\sqrt{a^2+b^2}} \Rightarrow \gamma = 29{,}25°$$

$$T = 894{,}1\,N$$

↗ $P_{ruota} = F_T = 26,95\,N$

↘ $P_{cassa} = F_N = 449,2\,N$

↻ $M = P_{ruota} \cdot r = 5,39\,Nm$

$F_T \leq f_a F_N$

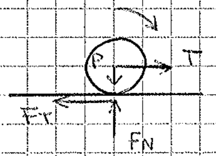
$f_a \geq \frac{F_T}{F_N} = 0,06$

---

necessaria presenza di attrito

nel punto di contatto ci sarà una reazione vincolare dovuta al vincolo

ruota condotta



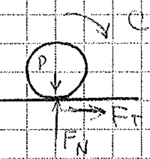
F_T si oppone al moto

F_T cerca di compensare la forza T, se le forze sono in grado di equilibrarsi avremo un moto a velocità costante, in caso contrario avremo un'accelerazione

se F_T supera il limite di aderenza ci sarà rotolamento con strisciamento

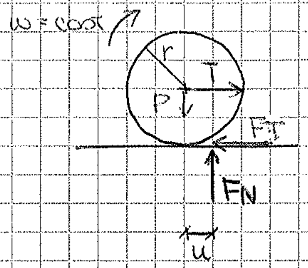
F_T e T rappresentano una coppia di forze, se non ci fosse attrito la coppia farebbe in modo che il corpo non ruoti attorno al punto di contatto che ruota verso sinistra ciò produce l'avanzamento del corpo

ruota motrice



F_T favorisce il moto

lo spostamento del punto di contatto nasce per effetto della deformazione dei corpi



ATTRITO → resistenza al rotolamento

la deformazione delle ruote macroscopicamente è trascurabile

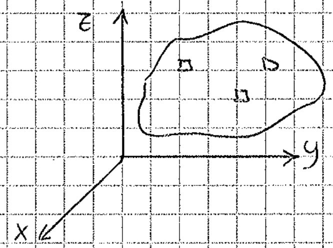
$$\begin{cases} \rightarrow \quad T = F_T \\ \uparrow \quad P = F_N \\ \circlearrowright \quad T r = P u \\ \quad \hookrightarrow T = P \dfrac{u}{r} \end{cases}$$

$\dfrac{u}{r}$ → f_v = coefficiente di attrito volvente

rotolamento puro $F_T \leq f_a F_N$

DINAMICA

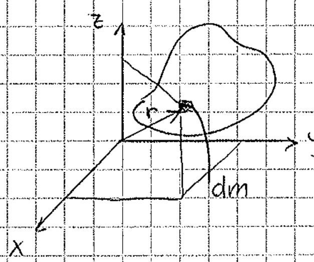
PROPRIETA' INERZIALI DEI CORPI → termini che dipendono dal fatto che il corpo ha una propria massa distribuita nello spazio



baricentro G

$$\vec{r}_G = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_h \vec{r}_h}{\sum_{i=1}^{N} m_h} \rightarrow \text{massa}$$

$$\vec{r}_G = \frac{\int_M \vec{r}\, dm}{m}$$

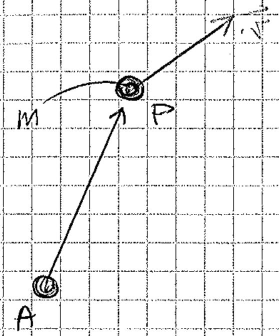


forza peso in G ⇒ $\vec{P} = m\vec{g}$

$$\begin{cases} I_{xx} = \int_m (y^2 + z^2)\, dm \\ I_{yy} = \int_m (x^2 + z^2)\, dm \\ I_{zz} = \int_m (x^2 + y^2)\, dm \end{cases}$$

QUANTITÀ DI MOTO e MOMENTO QdM

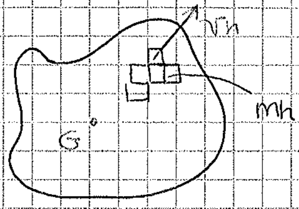
corpo puntiforme



$\vec{Q} = m \cdot \vec{V}$ QUANTITÀ DI MOTO

$\vec{H}_A = \vec{AP} \wedge \vec{Q}$ MOMENTO

corpo rigido (massa distribuita)

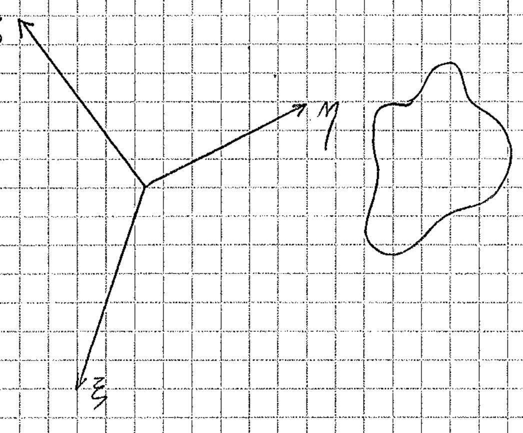


$\vec{Q} = \sum_{i=1}^{N} m_h v_h = m\vec{V}_G$ considero il corpo come se tutta la massa fosse concentrata nel baricentro

$\vec{H}_A = \sum_{i=1}^{N} (\vec{AP}_h \wedge m_h \vec{V}_h)$ → FORMULA GENERALE

A fisso coincidente con G

$\vec{H}_A = I_\xi p \vec{\lambda} + I_\eta q \vec{\mu} + I_\zeta r \vec{\nu}$



$A_{\xi\eta\zeta}$ sistemi di riferimento principale

$\vec{\lambda}$ $\vec{\mu}$ $\vec{\nu}$ versori

I_ξ I_η I_ζ momenti d'inerzia

$\vec{\omega} = p\vec{\lambda} + q\vec{\mu} + r\vec{\nu}$

↑ ↑ ↑

componenti della velocità angolare

1) $\frac{m d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$ $\left[kg \frac{m}{s^2} = N \right]$

forza di inerzia $\vec{F}' = -m\vec{a}$

$\Sigma \vec{F}_i + \vec{F}' = 0$ l'equilibrio dinamico può essere considerato statico

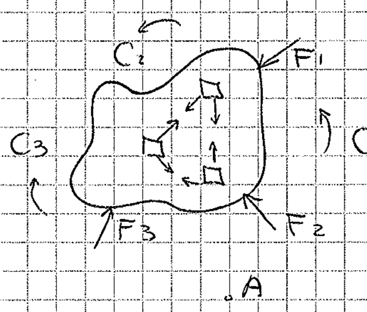
2) $\int_{t_1}^{t_2} \Sigma \vec{F}_i \, dt = \int_{V_1}^{V_2} m\, d\vec{v} = \int_{Q_1}^{Q_2} d\vec{Q}$

$\underbrace{\int_{t_1}^{t_2} \Sigma \vec{F}_i \, dt}_{\text{impulso delle forze applicate}} = \vec{Q}_2 - \vec{Q}_1 = \Delta Q$ variazione della quantità di moto

A : punto generico

$\Sigma (\vec{AP} \wedge \vec{F}_i) = \frac{d\vec{H}_A}{dt} + \vec{V}_A \wedge \vec{Q}$

corpo rigido



$\Sigma \vec{F}_i = \frac{d\vec{Q}}{dt}$

$\Sigma \vec{F}_i = m \frac{d\vec{v}_G}{dt}$

1) $m \frac{d\vec{v}_G}{dt} = m\vec{a}_G$

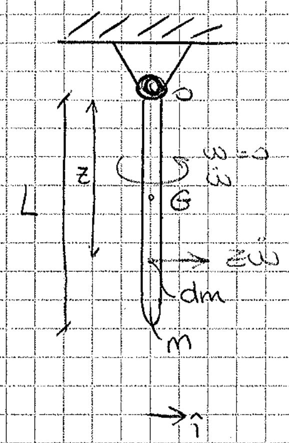
$\vec{F}' = -m\vec{a}_G$ forza risultante delle forze d'inerzia
↳ punto di applicazione ??

$\Sigma \vec{F}_i + \vec{F}' = 0$

2) $\underbrace{\int_{t_1}^{t_2} \Sigma \vec{F}_i \, dt}_{\text{impulso}} = \int_{Q_1}^{Q_2} d\vec{Q} = \vec{Q}_2 - \vec{Q}_1 = \Delta Q$

impulso → dipende dal valore istantaneo delle quantità di moto all'inizio e alla fine

RIDUZIONE DELLE FORZE D'INERZIA

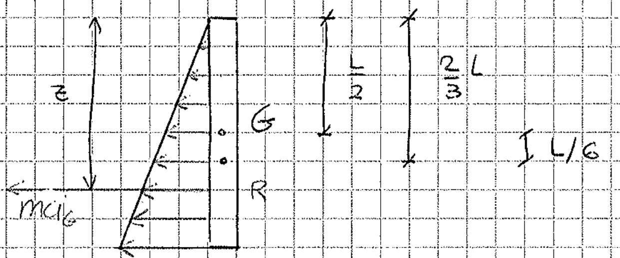


condizione di moto incipiente

$$d\vec{F}' = -z\dot\omega\, dm\, \vec{i}$$

↳ varia con la quota z

FORZA DISTRIBUITA NON UNIFORMEMENTE

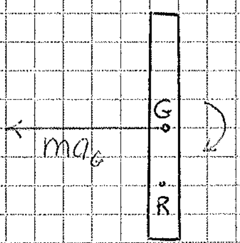


ho ridotto le azioni di inerzia a R

$$\vec{F}' = \int_m -z\dot\omega\, dm\, \vec{i} = \int_0^L -z\dot\omega \frac{m}{L} dz\, \vec{i}$$

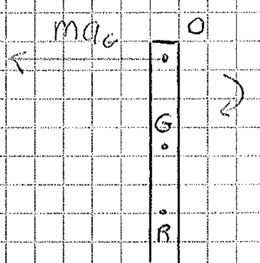
$$F' = -\dot\omega \frac{m}{L}\frac{L^2}{2}\vec{i} = -\dot\omega m \frac{L}{2}\vec{i} = -m a_G \vec{i}$$

disegno la stessa forza in G e aggiungo un momento di trasposizione



$$M'_G = F'\frac{L}{6} = m\dot\omega\frac{L^2}{12} = \dot\omega I_G$$

riduzione delle azioni di inerzia al baricentro G

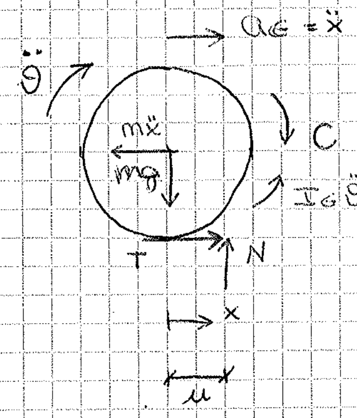


$$M'_O = F'\frac{2}{3}L = \dot\omega m\frac{L}{2}\cdot\frac{2}{3}L = \dot\omega m\frac{L^2}{3} = \dot\omega I_O$$

riduzione delle azioni di inerzia in O

ADERENZA / STRISCIAMENTO ?

→ analizziamo l'equilibrio dinamico del rullo



T nasce per effetto dell'attrito

N è spostata verso destra a causa della deformabilità

richiamo le azioni di inerzia al baricentro

$$\begin{cases} \uparrow \; N - mg = 0 \\ \rightarrow \; T - m\ddot{x} = 0 \\ mgu + m\ddot{x}\frac{d}{2} - C + I_G\ddot{\theta} = 0 \end{cases}$$

ho 4 incognite $N, T, \ddot{x}, \ddot{\theta}$

hp: ADERENZA $\quad \ddot{x} = \ddot{\theta}\frac{d}{2}$

$$\ddot{x} = \frac{4}{3d}\left(\frac{C}{m} - gu\right)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{2\ddot{x}}{d} \qquad \text{se } T \leq f_a N$$

$$T = \frac{4}{3d}\left(C - mgu\right)$$

$$N = mg$$

$$\frac{T}{N} = \frac{3}{4d}\left(\frac{C}{mg} - u\right) \leq f_a \; ?$$

$C = C_1 \Rightarrow \frac{T}{N} = 0{,}27 \leq f_a$ sono in aderenza → NO strisciamento

$\ddot{x} = 2{,}66 \; m/s^2$

$\ddot{\theta} = 133{,}13 \; rad/s^2$

$C = C_2 \Rightarrow \frac{T}{N} = 0{,}67 \not\leq f_a$ la ruota non è più in aderenza → STRISCIAMENTO

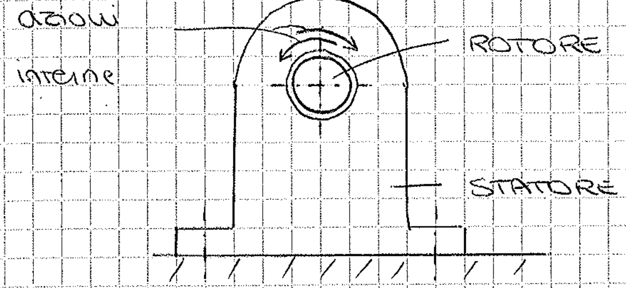
se non c'è aderenza non vale $\cancel{\ddot{x} = \ddot{\theta}\frac{d}{2}}$

il punto di contatto ha un moto relativo rispetto il terreno

$T = fN$

* MOTORE ELETTRICO

si sfruttano azioni elettromagnetiche dovute a corrente che scorre in cavi che interagiscono con altri oggetti elettromagnetici

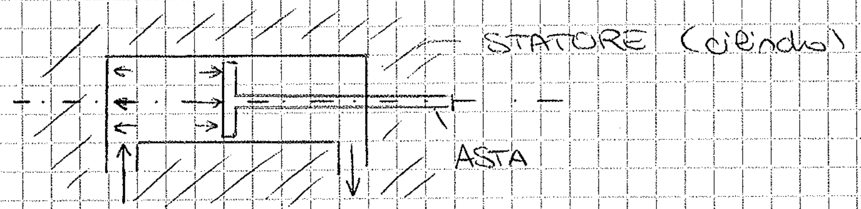


sul rotore applico una coppia C che origina una rotazione θ

la coppia C applicata allo statore non compie lavoro (non ruota, θ e' nullo)

$dL = C\,d\theta$ → lavoro compiuto dalla coppia applicata al rotore

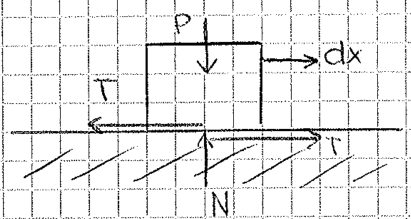
* MOTORE LINEARE



fluido
in pressione

$dL = pA\,dx$ azioni motrici compiono un lavoro positivo

AZIONI DI ATTRITO



$T = fN$

T applicato sul terreno non compie lavoro

$dL = -T\,dx$ → T esercitata sul blocco

si oppone al moto

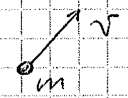
l'attrito e' un'azione resistente

AZIONI MOTRICI	$dL > 0$
AZIONI RESISTENTI	$dL < 0$

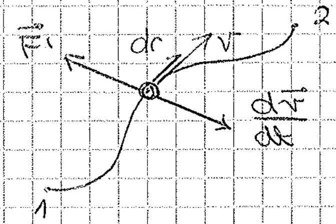
ENERGIA CINETICA

dipende dallo stato cinematico del sistema (massa e velocità)

corpo puntiforme $E_c = \frac{1}{2} m v^2$



Energia legata al lavoro
delle forze d'inerzia



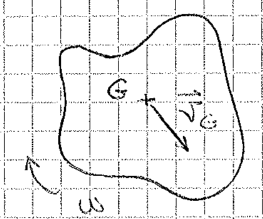
$\vec{F}' = -m \frac{d\vec{v}}{dt} = -m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ $\qquad dr = \vec{v}\,dt$

$$\mathcal{L}'_{1,2} = \int_1^2 \vec{F}' \cdot d\vec{r} = \int_1^2 -m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v}\,dt =$$

$$= -m \int_1^2 \frac{1}{2} \frac{d(\vec{v} \cdot \vec{v})}{dt} \cdot dt = -m \int_1^2 \frac{1}{2} d(V^2) =$$

$$= -\left(\frac{1}{2} m V_2^2 - \frac{1}{2} m V_1^2\right) = -(Ec_2 - Ec_1)$$

corpo piano



$$E_c = \frac{1}{2} m \vec{v}_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2$$

equazione di bilancio energetico

sistema meccanico $\qquad$ stato 1 → stato 2

$$\mathcal{L}_{1,2} + \mathcal{L}'_{1,2} = 0$$

tutte le forze

forze d'inerzia

$\mathcal{L}_{1,2} = -\mathcal{L}'_{1,2} = \Delta E_c = Ec_2 - Ec_1$ $\qquad$ eq. energia cinetica

le azioni motrici determinano una energia cinetica positiva

le azioni resistenti fanno diminuire l'energia cinetica → il sistema rallenta

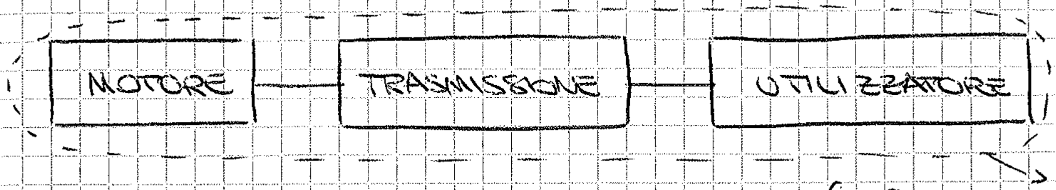
$\mathcal{L}_{1,2} = \Delta E_c$

→ se non inserisco il lavoro delle forze peso MA aggiungo ΔU_g

$\mathcal{L}_{1,2} = \Delta E_c + U_g$

TRASMISSIONE DEL MOTO

SISTEMA MECCANICO = MOTORE + TRASMISSIONE + UTILIZZATORE



$\mathcal{L} > 0$

$\mathcal{L} < 0$ presenza di azioni resistenti

$\mathcal{L} = \Delta E_c$

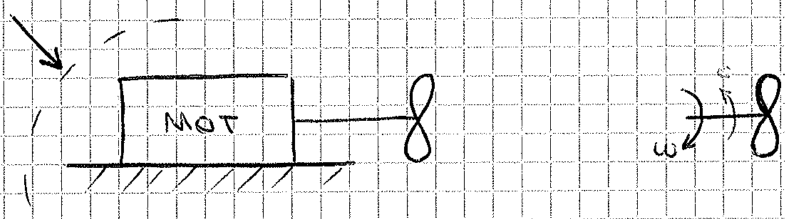
$\mathcal{L}_+ > |\mathcal{L}_-| \rightarrow$ le azioni motrici prevalgono, ci sarà un incremento dell'Energia cinetica, la velocità aumenta

$\mathcal{L}_+ < |\mathcal{L}_-| \rightarrow$ l'energia cinetica diminuisce

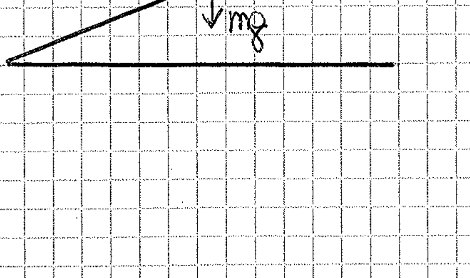
↳ FUNZIONAMENTO IN TRANSITORIO

$\mathcal{L}_+ = |\mathcal{L}_-|$ la stessa potenza prodotta dalle forze motrici viene utilizzata dalle forze resistenti

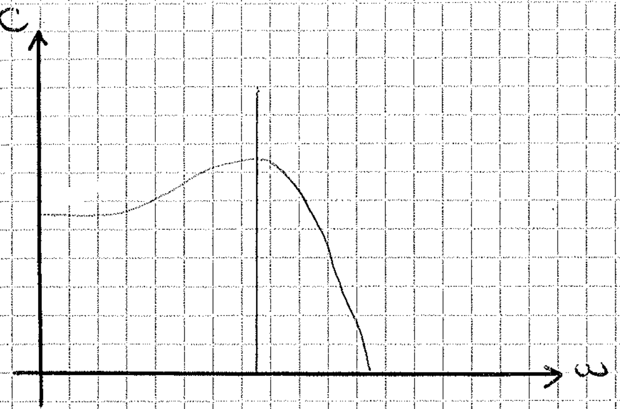
↳ FUNZIONAMENTO A REGIME



la coppia c si oppone alla rotazione



azione aerodinamica resistente

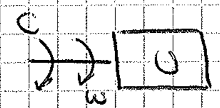


motore elettrico
corrente alternata

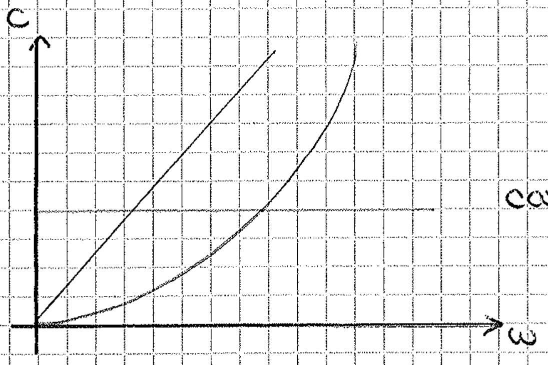
motore elettrico
corrente continua

coppia massima quando il motore è fermo, decresce linearmente fino al raggiungimento della velocità massima

UTILIZZATORE



elemento di ingresso portato a velocità ω quando il meccanismo a monte fornirà una coppia motrice



caratteristica di coppia costante

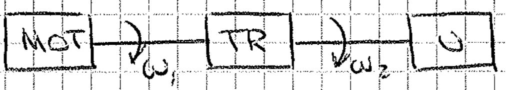
è più comune generare potenza meccanica da un albero motore che ruota

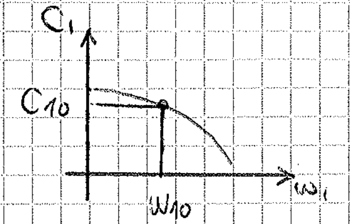
CARATTERISTICHE MECCANICHE $C(\omega)$
$F(v)$

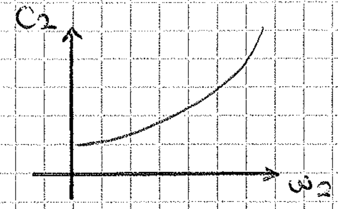
② MOTORE + TRASMISSIONE + UTILIZZATORE

potenza meccanica generata dal motore non è dello stesso ordine di grandezza di quella richiesta dall'utilizzatore

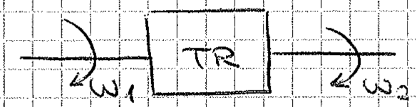
$\omega_1 \neq \omega_2$







isolo l'elemento di trasmissione



rapporto di trasmissione $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \tau$

$i = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ $\quad$ $i = \frac{1}{\tau}$

rapporto tra due velocità a cavallo della trasformazione

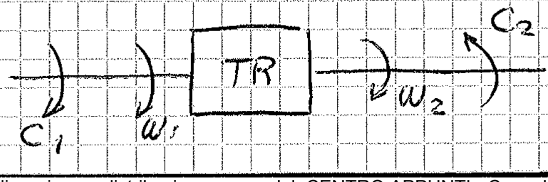
$\tau < 1$ è più conveniente avere motori che girano molto di più rispetto all'utilizzatore
RIDUTTORE DI VELOCITA'

$\tau > 1$ MOLTIPLICATORE DI VELOCITA'

τ costante rispetto ω

hp: NO azioni dissipative in trasmissione (rendimento unitario)

$C_1\omega_1 dt - C_2\omega_2 dt = 0$



$$\boxed{\text{MOT}} \xrightarrow{W_i} \boxed{\text{TRASM}} \xrightarrow{W_u} \boxed{\text{UTIL}}$$

$$\text{TRASM} \rightarrow W_f$$

potenza IN		potenza OUT
$C_i \omega_i$	W_f	$C_u \omega_u$
$F_i v_i$		$F_u v_u$

BILANCIO TRASMISSIONE

$W_i > 0$

$W_u < 0$

$W_f < 0$

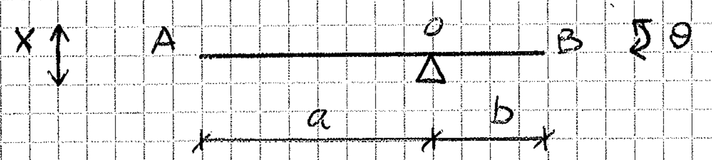
RENDIMENTO $\eta = \dfrac{W_u}{W_i} = \dfrac{W_i - |W_f|}{W_i}$

$W_i = -(W_u + W_f)$

$\eta = 1$ CASO IDEALE (NO POTENZA DISSIPATA)

$\eta \leq 1$

LEVA



$x_A \neq x_B$

$x_A = \theta a$

$x_B = \theta b$

legame cinematico non influenzato dall'attrito in O

$\dfrac{x_A}{x_B} = \dfrac{a}{b}$

rapporto di trasmissione

→ attrito nella cerniera

ρ = raggio d'attrito

	$b = 0{,}1\,m$	$b = 0{,}02\,m$	$b = 0{,}01\,m$
RIDUTT.	$\tau = \frac{1}{10}$ $\eta_R = 0{,}90$	$\tau = \frac{1}{50}$ $\eta_R = 0{,}66$	$\tau = \frac{1}{100}$ $\eta_R = 0{,}49$
MOLT.	$\tau = \frac{10}{1}$ $\eta_M = 0{,}89$	$\tau = \frac{50}{1}$ $\eta_M = 0{,}49$	$\tau = \frac{100}{1}$ $\eta_M = 0$

dato un sistema di trasmissione
all'aumentare della differenza tra Vout e
Vin diminuisce il rendimento, a parità di attrito

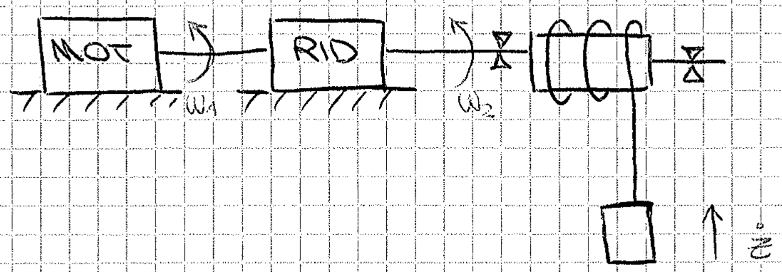
$a = 1\,m$
$\rho = 0{,}01\,m$

il rendimento della trasmissione è maggiore
quando è usato come riduttore rispetto all'unicizzatore

tutta la potenza in ingresso viene dissipata quando $\tau = 100$

Funzionamento in condizioni di transitorio

4.4



il sistema cambia velocità nel tempo

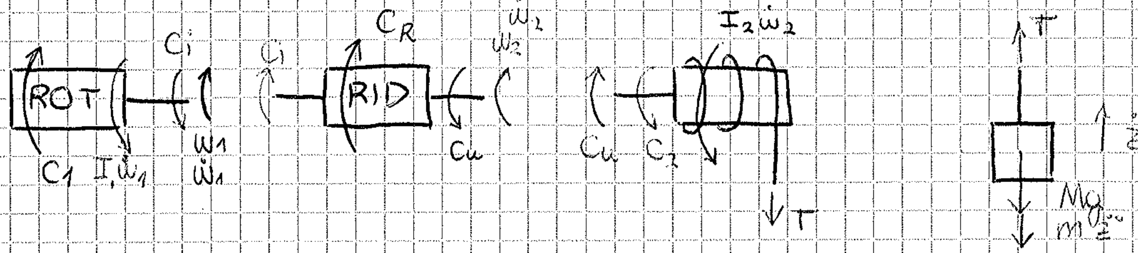
motore - coppia motrice $C_1 = C_1(\omega_1)$
- momento d'inerzia I_1

riduttore - rapporto di trasmissione $\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1}$
- rendimento η

↳ fz di trasmettere la potenza
trascuro la sua massa

tamburo - diametro D
- momento d'inerzia I_2
- coppia d'attrito C_2

carico - massa m



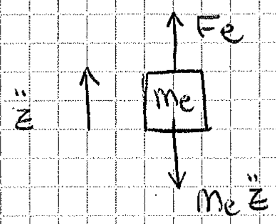
se C_1 e C_i non sono in equilibrio tra loro il rotore tenderà ad accelerare, posso rappresentare una coppia di forze d'inerzia

sul riduttore non abbiamo forze d'inerzia perchè non consideriamo la massa oppure ...

(1) → C_i
(2)
(3) C_u

$$\ddot{z} = \frac{\frac{2}{D}\frac{\eta}{\tau} C_1 - \frac{2}{D} C_2 - mg}{\left(\frac{2}{D}\right)^2 \frac{\eta}{\tau^2} I_1 + \left(\frac{2}{D}\right)^2 I_2 + m}$$

RIDUZIONE ALL'ASSE DEL CARICO



$$\ddot{z}_e = \frac{F_e}{m_e}$$

RIDUZIONE ALL'ASSE TAMBURO

(1) → C_i
(2)
(3) C_u

$$\dot{\omega}_2 = \frac{\frac{\eta}{\tau} C_1 - C_2 - \frac{D}{2} mg}{\frac{I_1}{\tau^2}\eta + I_2 + m\left(\frac{D}{2}\right)^2}$$

inerzia equivalente sull'asse del tamburo

$$\begin{cases} C_m - C_1 - I_m \dot{\omega}_m = 0 \\ C_1 \omega_m = C_2 \omega_u \\ C_2 - C_u - I_u \dot{\omega}_u = 0 \end{cases}$$

non ho rendimento $\Rightarrow C_1 = C_2 \tau$

RIDUZIONE ALL'ASSE DEL MOTORE

(3) → C_2

(2) → C_1

(1)

$$C_m - \tau C_u - \dot{\omega}_m (I_m + \tau^2 I_u) = 0$$

eq di equilibrio dinamico all'asse motore

→ Studio la condizione di regime

le azioni motrici e resistenti si bilanciano

↳ velocità costante

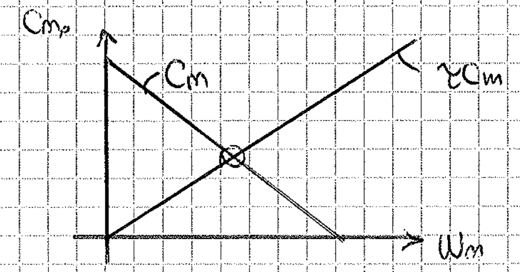
$\dot{\omega}_m = 0$

$C_m = \tau C_u$

$C_{m0} - K_m \omega_{mR} =$

$= \tau K_u \omega_{uR}$

$= \tau^2 K_u \omega_{mR}$



$$\omega_{mR} = \frac{C_{m0}}{K_m + \tau^2 K_u} = 173{,}1 \text{ rad/s}$$

$\omega_{uR} = \tau_1 \omega_{mR} = 86{,}55$ rad/s

$C_{mR} = C_{m0} - K_m \omega_{mR} = 34{,}62$ Nm

$W_{mR} = C_{mR} \omega_{mR} = 5992$ W

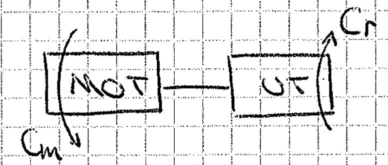
sostituisco il 90% ω_R nella formula e calcolo il tempo

$$0{,}9\ \omega_{R} = \omega_{R}\left(1 - e^{-\frac{k_e}{I_e} t_{90}}\right)$$

$$t_{90} = -\frac{I_e}{k_e} \log 0{,}1 = 1{,}04\,s$$

FUNZIONAMENTO A REGIME PERIODICO

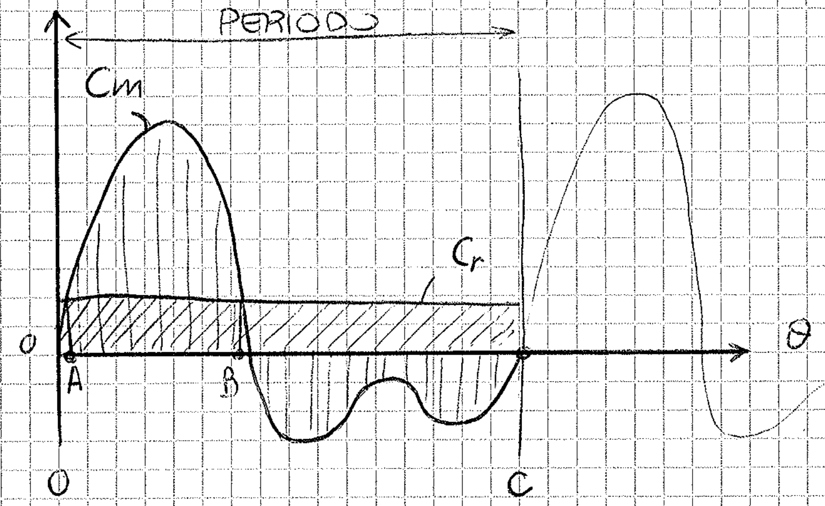
- irregolarità periodica nei sistemi meccanici rotanti

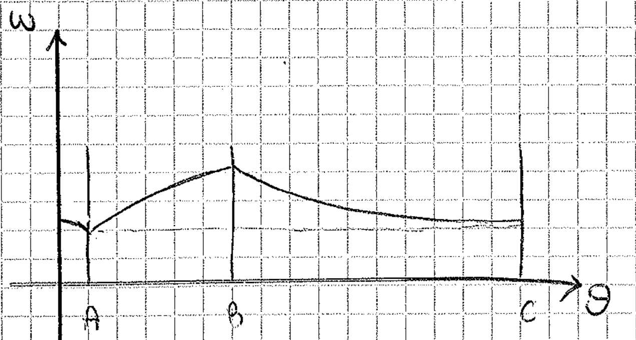


condizione di funzionamento a regime ω = costante

REGIME PERIODICO → le azioni applicate al motore o all'utilizzatore cambiano periodicamente

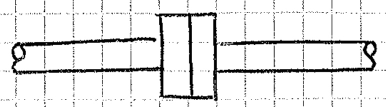
ω = fz. periodica





© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 65 di 110

GIUNTI la coppia è trasmessa a una grande distanza

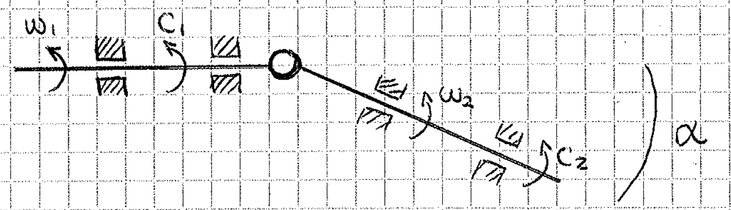


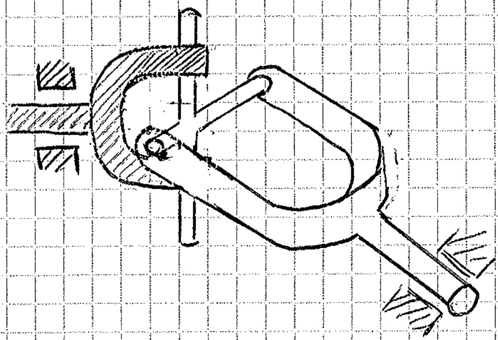
collegamento tra le due sezioni

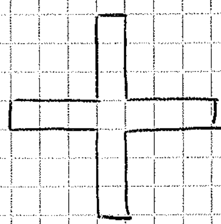
non si risolve l'elevata lunghezza dell'albero

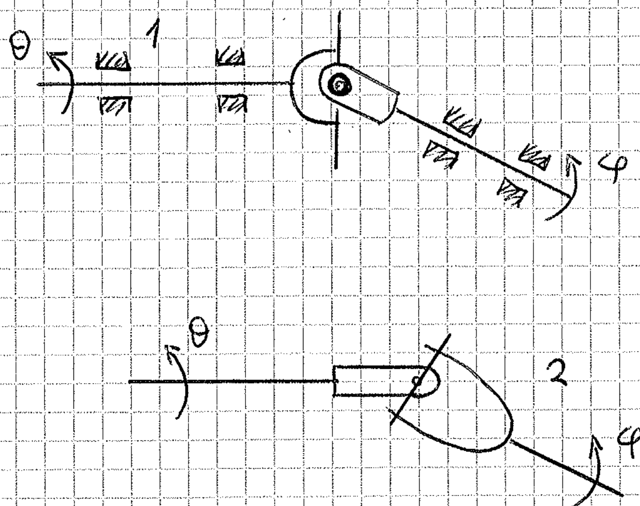
→ l'elemento di giunzione è dotato di un elemento elastico interno che rende efficace il collegamento nonostante l'imprecisione tra i due alberi

GIUNTO DI CARDANO



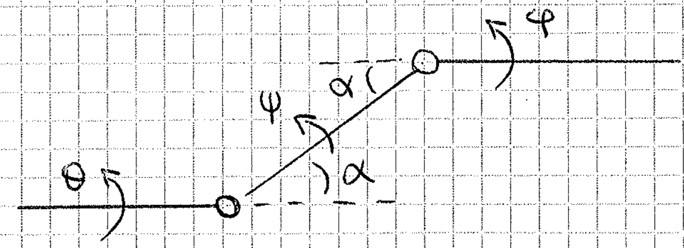


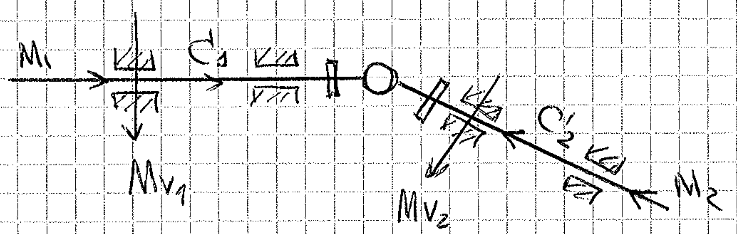




la velocità angolare è la stessa MA la velocità istantanea non è la stessa

DOPPIO GIUNTO DI CARDANO

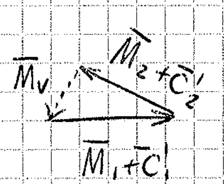




M_1, M_2 momenti resistenti

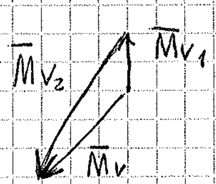
$$(\overline{M}_1 + \overline{C}'_1) + \overline{M}_{v_1} + (\overline{M}_2 + \overline{C}'_2) + \overline{M}_{v_2} = 0$$

C'_1, C'_2 coppie d'inerzia

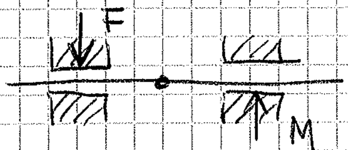


$\overline{M}_v$ coppia di reazione vincolare sui vincoli

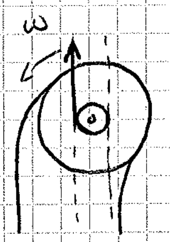
$\overline{M}_v = \overline{M}_{v_1} + \overline{M}_{v_2}$



i cuscinetti scambiano una forza radiale



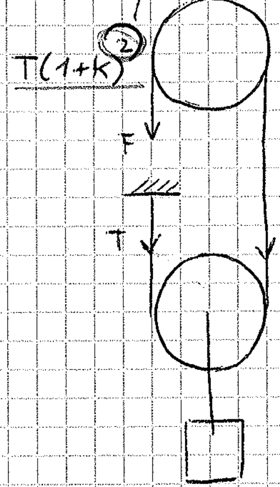
si creano delle coppie il cui asse è ⊥ all'albero in condizioni reali



$F > T(1+k)$

tengo conto di tutti gli aspetti che determinano una perdita di potenza alla puleggia

contributo di 2 pulegge



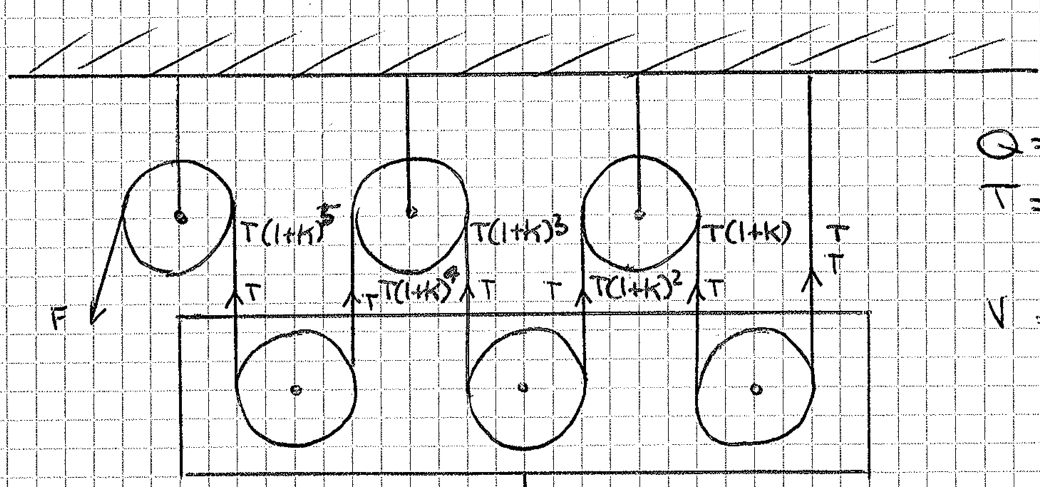
$T(1+k)$ contributo di una puleggia

$$\boxed{F = \frac{Q}{1+(1+k)}(1+k)^2}$$

$$T + T(1+k) = Q$$

$$T = \frac{Q}{1+(1+k)}$$

$$\eta = \frac{Q V_Q}{F \cdot V_F} = \frac{1}{2} \frac{1+(1+k)}{(1+k)^2} < 1$$



$$Q = 6T$$

$$T = \frac{Q}{6}$$

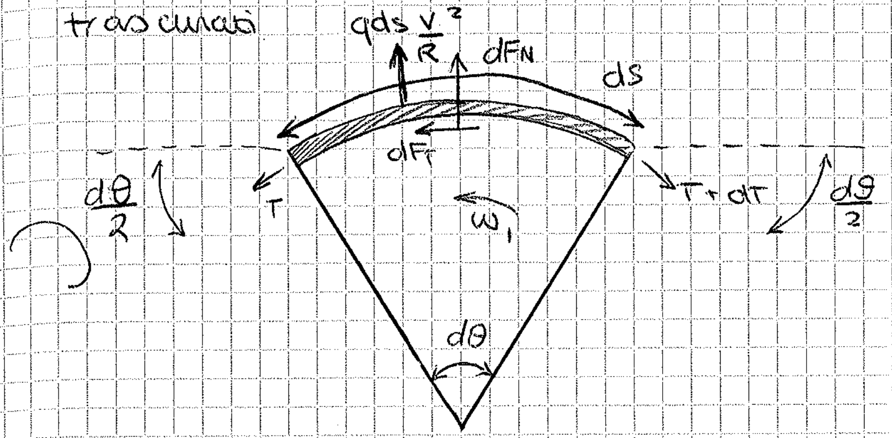
$$V = \frac{V_F}{6}$$

$$T_i = T_0 (1+k)^i$$

tra la cinghia e la ruota ci saranno dei microscorrimenti

se c'è attrito $V \neq \omega R$

se bisogna garantire una perfetta corrispondenza nel moto tra l'albero motore e le cinghie i microscorrimenti non possono essere trascurati



porzione di cinghia

$ds = Rd\vartheta$

$$\begin{cases} T\cos\frac{d\vartheta}{2} + dF_T = q\,ds\frac{dV}{dt} + (T+dT)\cos\frac{d\vartheta}{2} \\ T\operatorname{sen}\frac{d\vartheta}{2} + (T+dT)\operatorname{sen}\frac{d\vartheta}{2} = dF_N + \frac{qV^2}{R}ds \end{cases}$$

$$\cos\frac{d\vartheta}{2} \approx 1$$

$$\operatorname{sen}\frac{d\vartheta}{2} \approx \frac{d\vartheta}{2}$$

trascurabile

$$\begin{cases} \cancel{T} + dF_T = \cancel{q\,ds\frac{dV}{dt}} + \cancel{T} + dT \longrightarrow dF_T = dT \\ T\frac{d\vartheta}{2} + T\frac{d\vartheta}{2} + \underbrace{dT\frac{d\vartheta}{2}}_{\text{trascurabile}} = dF_N + \frac{qV^2}{R}ds \end{cases}$$

<u>l'aumento di tensione della fune e' uguale alla forza di attrito scambiata nella fune</u>

$$dF_N = T d\vartheta - \frac{qV^2}{R}ds =$$

$$= (T - qV^2)\,d\vartheta$$

$$dF_T = f\,dF_N = f\,(T - qV^2)\,d\vartheta$$

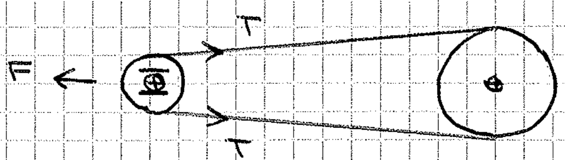
$$dT = f\,(T - qV^2)\,d\vartheta$$

$$\frac{dT}{(T - qV^2)} = f\,d\vartheta$$

come varia la tensione della cinghia lungo ϑ

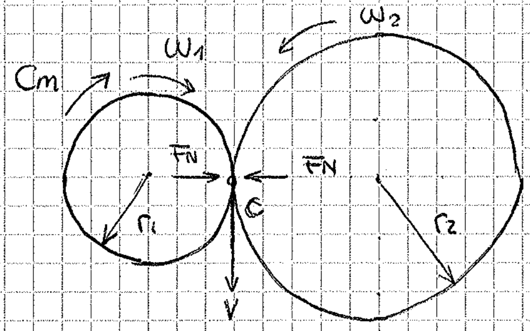
<u>nella puleggia motrice la cinghia entra al massimo della sua tensione</u> ed esce al suo minimo, viceversa

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 73 di 110



RUOTE DENTATE

- trasmettere forze elevate
- ottenere trasmissioni silenziose e durevoli
- alto rendimento, elevata precisione
- flessibilità (tante forme, tanti modi di applicazione)



$V = \omega_1 r_1$

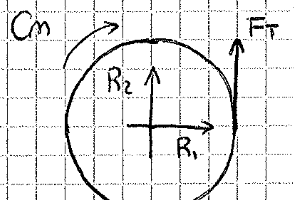
$C_m \omega_1 = C_r \omega_2$

$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{C_r}{C_m}$

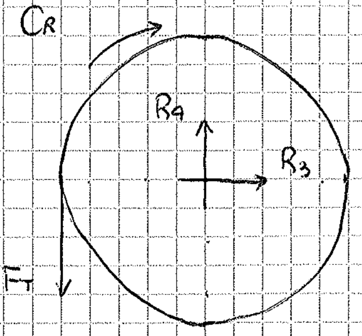
se non c'è scorrimento nel pt di contatto

$$\left.\begin{array}{l} V = \omega_1 r_1 \\ V = \omega_2 r_2 \end{array}\right\} \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2 \qquad \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

il rapporto di trasmissione dipende dal rapporto tra i raggi



$F_T = \frac{C_m}{r_1}$

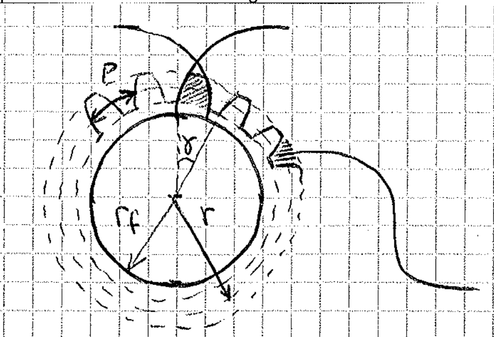


$C_R = F_T \cdot r_2 \qquad F_T = \frac{C_R}{r_2}$

$\frac{C_m}{r_1} = \frac{C_R}{r_2} \Rightarrow \frac{C_m}{C_r} = \frac{r_1}{r_2}$

anche il rapporto tra le coppie dipende dal rapporto dei raggi

$\rightarrow$ se è garantita l'aderenza



costruisco due evolventi simmetriche

abbastanza grande da permettere l'incastro con un dente di un'altra ruota

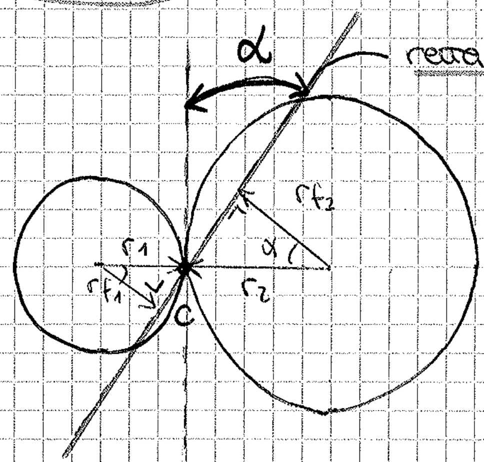
$\gamma = \frac{2\pi}{z}$ → numero di denti

CIRCONFERENZA PRIMITIVA

descrive cinematicamente il moto della ruota

$P = \text{passo} = \frac{2\pi r}{z}$

$m = \frac{P}{\pi} = \frac{2r}{z}$ modulo del passo



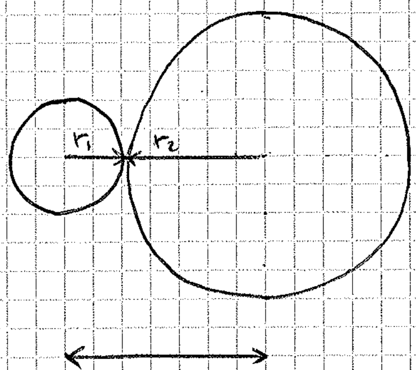
per fare ingranare due ruote devo fare in modo che la tg alle circonferenze evolute sia comune

$r_{f1} = r_1 \cos\alpha$

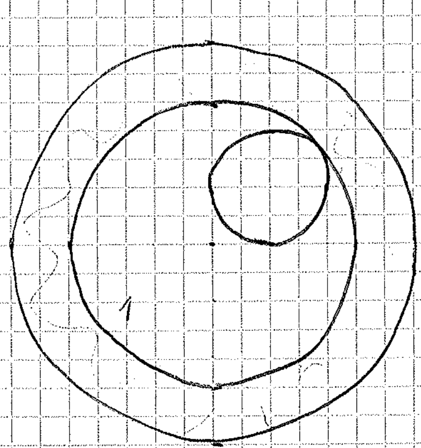
$r_{f2} = r_2 \cos\alpha$

l'angolo α è definito dalla costruzione dell'evolvente

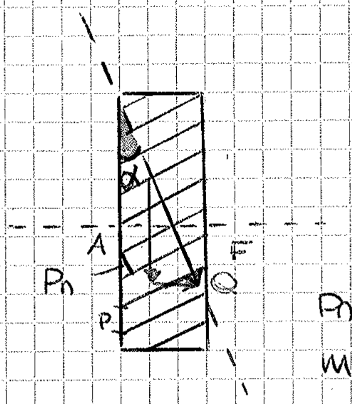
α = angolo di pressione



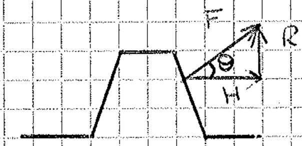
$i = r_1 + r_2$



l'interno della ruota 1 e' cavo

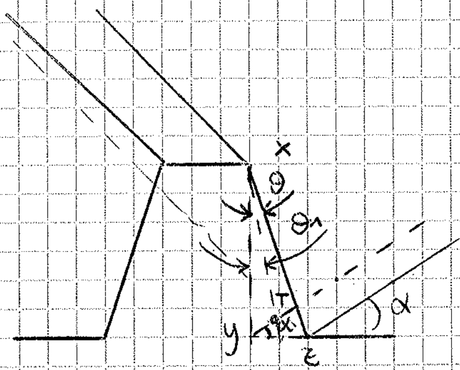


ruota elicoidale



$P_n = P \cos\alpha$

$m_n = \frac{P_n}{z} =$



$tg\theta = \frac{\overline{yz}}{\overline{xy}}$

$tg\theta_n = \frac{\overline{yT}}{\overline{xy}}$

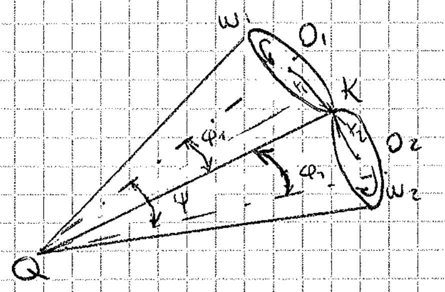
$\overline{yT} = \overline{yz}\cos\alpha$

T e' la proiezione di x

$\overline{xy} = \overline{yz}/tg\theta = \overline{yT}/tg\theta_n$

$\cancel{\overline{yz}}\, tg\theta_n = \cancel{yz} \cos\alpha\, tg\theta$

hp: assi che convergono in un punto



$$\varphi_1 + \varphi_2 = \psi$$

$$\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2 \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1}$$

$$p = \frac{2\pi r}{z} \Rightarrow r = \frac{pz}{2\pi}$$

$$r_1 = O_1K = KQ \operatorname{sen}\varphi_1$$
$$r_2 = O_2K = KQ \operatorname{sen}\varphi_2$$
$$\Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \frac{\cancel{KQ} \operatorname{sen}\varphi_2}{\cancel{KQ} \operatorname{sen}\varphi_1}$$

$$\left.\begin{aligned} \tau_{12} &= \frac{\omega_2}{\omega_1} = -\frac{z_1}{z_2} \\ \tau_{34} &= \frac{\omega_4}{\omega_3} = -\frac{z_3}{z_4} \\ \tau_{14} &= \tau_{12}\cdot\tau_{34} = \left(-\frac{z_1}{z_2}\right)\left(-\frac{z_3}{z_4}\right) = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4} \end{aligned}\right\} \text{disegno (1)}$$

$$\tau_{12} = -\frac{z_1}{z_2} \qquad \tau_{23} = -\frac{z_2}{z_3} \qquad \tau_{34} = -\frac{z_3}{z_4}$$

$$\tau_{14} = \left(-\frac{z_1}{\cancel{z_2}}\right)\left(-\frac{\cancel{z_2}}{\cancel{z_3}}\right)\left(-\frac{\cancel{z_3}}{z_4}\right)$$

z_2 e z_3 non contribuiscono a τ

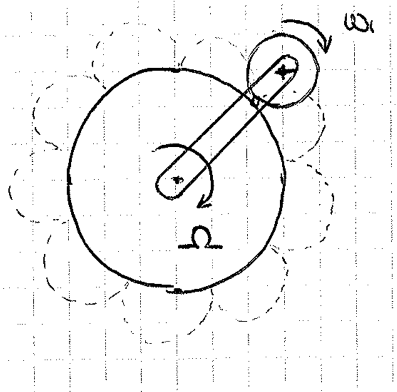
(2) e (3) sono RUOTE OZIOSE

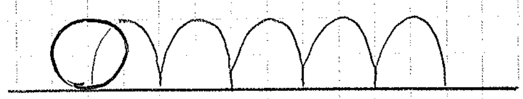
al calcolo di τ contribuiscono solo le ruote (1) e (4)

TUTTI gli assi delle ruote sono fissi a un telaio

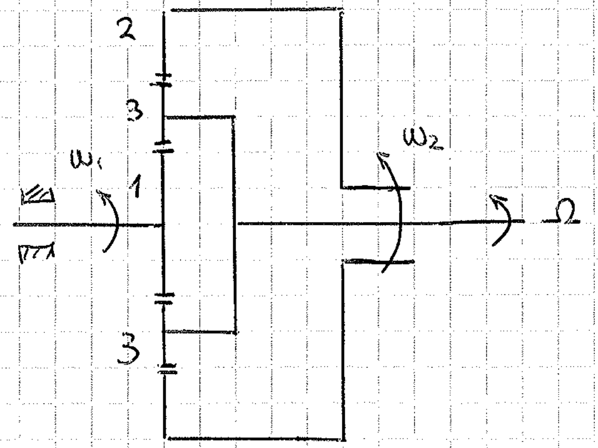
ROTISMI ORDINARI - se tutte le ruote hanno asse fisso

ROTISMI EPICICLOIDALI - se almeno una ruota ha un asse mobile





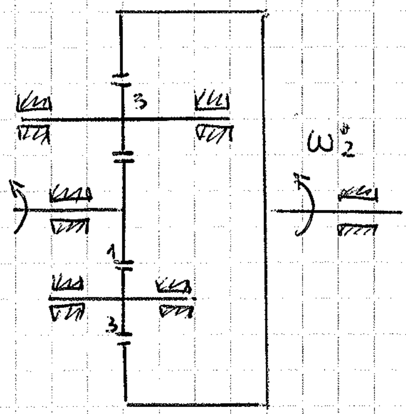
epicicloide



$\omega_1^* = \omega_1 - \Omega$

$\omega_2^* = \omega_2 - \Omega$

$\tau^* = \frac{\omega_2^*}{\omega_1^*}$



$$\frac{\omega_2^*}{\omega_1^*} = \frac{\omega_2^*}{\omega_3^*} \cdot \frac{\omega_3^*}{\omega_1^*} = \left(\frac{Z_3}{Z_2}\right)\left(-\frac{Z_1}{Z_3}\right) \Rightarrow \tau^* = -\frac{Z_1}{Z_2}$$

in questo assemblaggio la ruota 3 è oziosa

$$\frac{\omega_2^*}{\omega_1^*} = \boxed{\frac{\omega_2 - \Omega}{\omega_1 - \Omega} = \tau^*}$$

formula di Willis

vale indipendentemente da come è fatto il rotismo

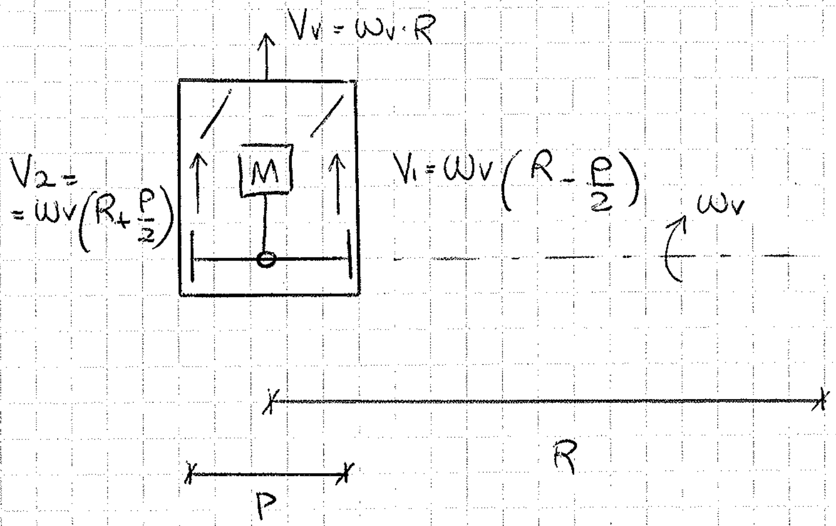
se blocco la corona

$$\tau^* = \frac{-\Omega}{\omega_1 - \Omega} \longrightarrow \frac{\Omega}{\omega_1}$$

$$-\Omega = \tau^*(\omega_1 - \Omega)$$

$$-\Omega = (\omega_1 - \Omega)\left(-\frac{Z_1}{Z_2}\right)$$

DIFFERENZIALE POSTERIORE

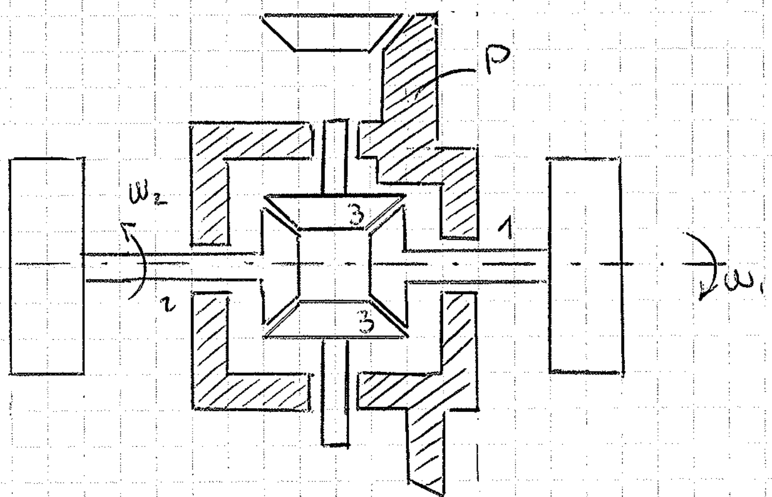


$V_V = \omega_V \cdot R$

$V_2 = \omega_V\left(R + \frac{P}{2}\right)$ $\quad$ $V_1 = \omega_V\left(R - \frac{P}{2}\right)$

$$\omega_1 = \frac{V_1}{r} = \omega_V \, \frac{R - P/2}{r}$$

$$\omega_2 = \frac{V_2}{r} = \omega_V \, \frac{R + P/2}{r}$$



Blocchiamo il portatreno

$|\omega_1| = |\omega_2|$

$$\frac{\omega_2^*}{\omega_1^*} = -1 \qquad \frac{C_1}{C_2} = -\tau^* \Rightarrow \qquad C_1 = C_2$$

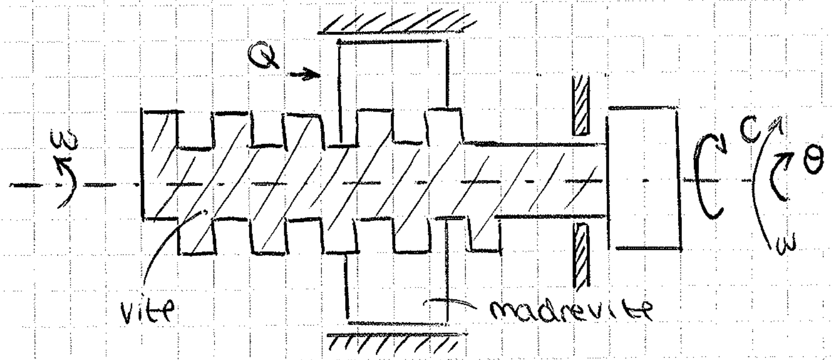
$$C_1 + C_2 + C_P = 0$$

<u>VANTAGGIO</u> : applicare una certa coppia all'albero → questa si ripartisce in ugual modo su entrambe le ruote (anche se hanno velocità angolari diverse)

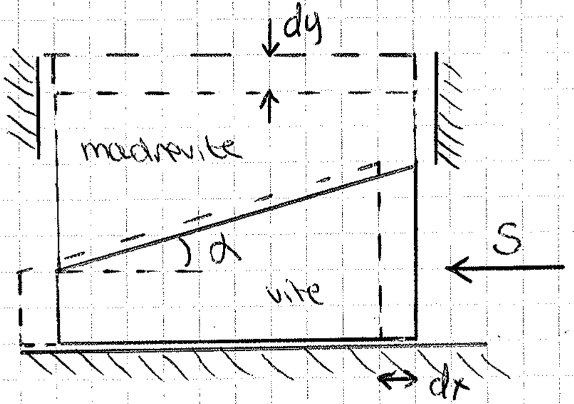
$$\frac{\omega_1 - \Omega}{\omega_2 - \Omega} = 1 \rightarrow \omega_1 - \Omega = \omega_2 - \Omega \qquad \omega_1 = \omega_2$$

$$\Omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$$

$\omega_3 = 0$



convertire un moto rotatorio in moto traslatorio



la madrevite è complementare alla vite
se spingo avanti il cuneo inferiore (vite) si sposta di dx e la madrevite si alza di dy

$$\left.\begin{aligned} tg &= \frac{dy}{dx} \\ dx &= r\,d\theta \end{aligned}\right\} \quad \frac{dy}{d\theta} = r\,tg\alpha$$

se compio un giro completo $\quad \dfrac{P}{2\pi} = r\,tg\alpha$

$dy = r\,tg\alpha\,d\theta$

$V = \omega r\,tg\alpha$ $\qquad$ r = raggio medio

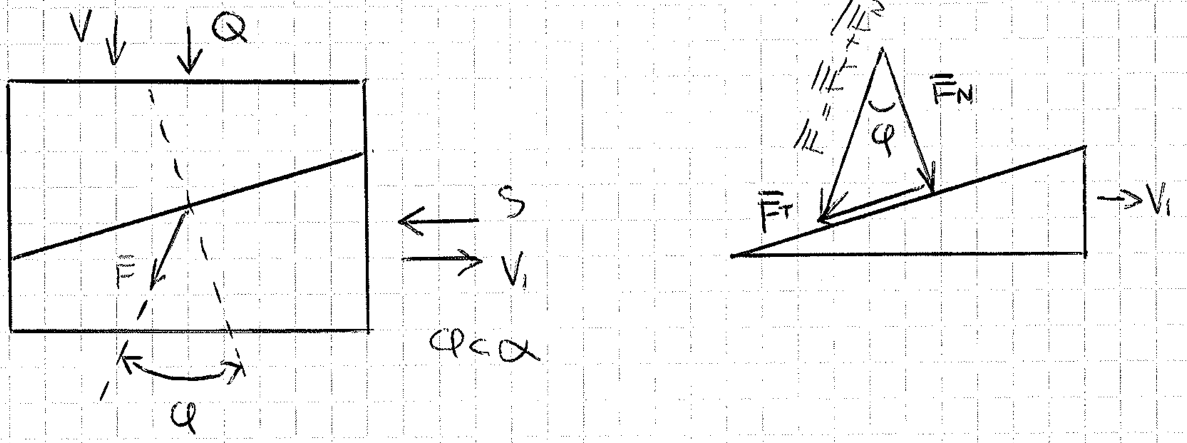
α e φ sono dello stesso ordine di grandezza

l'attrito fa aumentare la forza necessaria all'ingranaggio

$$S dx = C d\vartheta$$

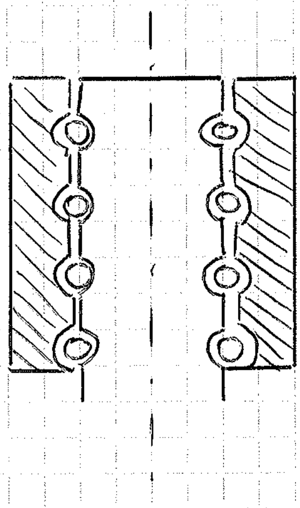
$$S r \cancel{d\vartheta} = C \cancel{d\vartheta}$$

$$\eta = \frac{Q dy}{S dx} = \frac{tg\alpha}{tg(\alpha+\varphi)}$$

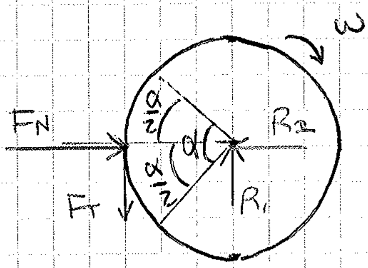


se $\varphi > \alpha$ non è più reversibile

Per ottenere un coeff di attrito volvente minore di quello radente

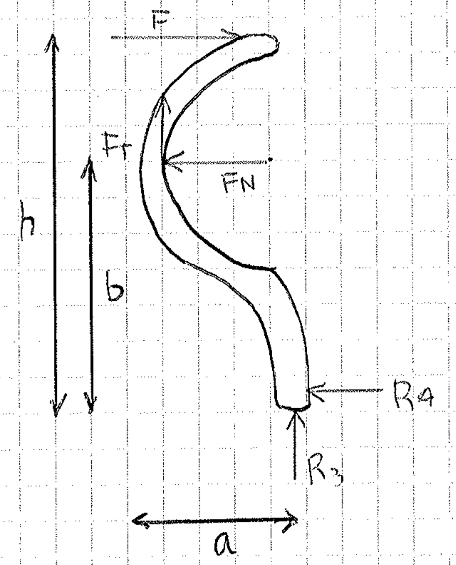


VITE A RICIRCOLO DI SFERE



$F_T = f F_N$

$$C_f = F_T \frac{d}{2} = f F_N \frac{d}{2}$$



equilibrio alla rotazione

$$Fh + F_T \cdot a = F_N \cdot b$$

$$Fh = F_N \cdot b - f F_N a \Rightarrow F_N = \frac{h}{b - fa} F$$

$$C_f = f \frac{h}{b - fa} F \frac{d}{2}$$

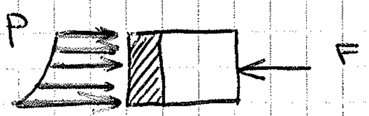
hp: ω

la reazione tra la forza applicata e la forza frenante dipende dal verso di rotazione poiché il segno di F_T cambia

Se il tamburo ruota in senso orario il ceppo tende a tenerlo chiuso

se $b \approx a \Rightarrow C_f \to \infty$: il sistema si impunta

(C_f negativo non avrebbe senso)



$$F = \int_A p\,dA =$$

$$= \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} \int_{r_1}^{r_2} p\,r\,d\theta\,dr =$$

$$= \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} \int_{r_i}^{r_e} \frac{K}{r}\,r\,d\theta\,dr = \alpha(r_e - r_i)K$$

$$K = \frac{F}{\alpha(r_e - r_i)}$$

$$p = \frac{K}{r}$$

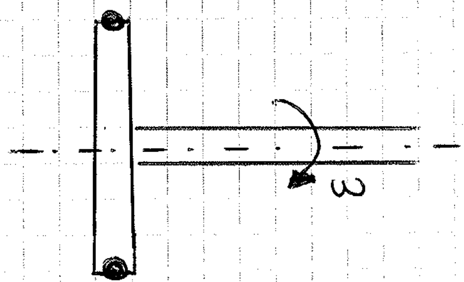
$$dM = dF_t \cdot r = f\,p\,dA\,r =$$

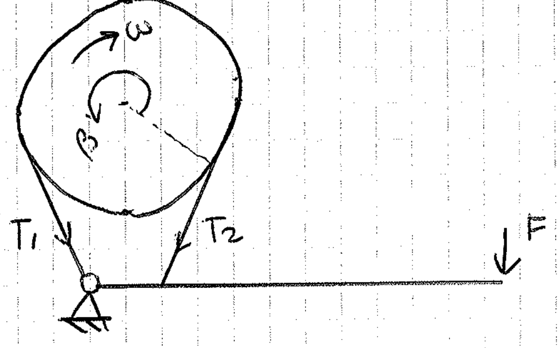
$$= f\,\frac{F}{r\,\alpha(r_e - r_i)}\,r \cdot r\,d\theta\,dr$$

$$M = \int_A dM = \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} \int_{r_i}^{r_e} f\,\frac{F}{\alpha(r_e - r_i)}\,r\,d\theta\,dr =$$

$$= f\,F\,\frac{r_e + r_i}{2}$$

- freno a nastro



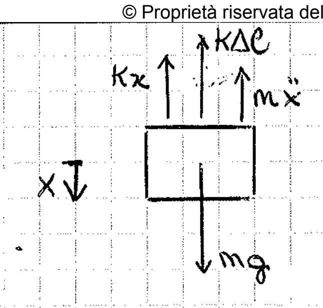


$$\frac{T_1}{T_2} = e^{f\theta}$$

$$C_f = (T_1 - T_2)r \qquad \theta \equiv \beta$$

$$\frac{T_1}{T_2} = e^{f\beta} \rightarrow T_1 = T_2 e^{f\beta}$$

$$C_f = (e^{f\beta} - 1)T_2 r = (e^{f\beta} - 1)F\frac{a r}{c}$$



$m\ddot{x} + kx + \cancel{k\Delta l} = \cancel{mg}$ $\qquad \Delta l = \frac{mg}{k}$

$\underline{m\ddot{x} + kx = 0}$

<u>equazione di equilibrio della massa m</u>

$$\begin{cases} x = ae^{\lambda t} \\ \dot{x} = \lambda a e^{\lambda t} \\ \ddot{x} = \lambda^2 a e^{\lambda t} \end{cases}$$

$$m\lambda^2 \cancel{ae^{\lambda t}} + k\cancel{ae^{\lambda t}} = 0$$

$$\lambda^2 = -\frac{k}{m} \qquad \lambda_{1,2} = \pm i\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$x = ae^{\lambda_1 t} + be^{\lambda_2 t} = ae^{i\sqrt{\frac{k}{m}}t} + be^{-i\sqrt{\frac{k}{m}}t} =$$

$$= x_0 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t - \varphi\right)$$

la pulsazione naturale dipende dalla caratteristica del sistema

$x(0) = x_0$

$\dot{x}(0) = v$

se $v = 0$ $\qquad x = x_0 \cos(\omega_n t - \varphi)$

$\qquad \dot{x} = -x_0 \omega_n \,\mathrm{sen}(\omega_n t - \varphi)$

$\dot{x}(0) = -x_0 \omega_n \,\mathrm{sen}(-\varphi_0)$ $\qquad \varphi = 0$

se $v \neq 0$

$\dot{x}(0) = -x_0 \omega_n \,\mathrm{sen}(-\varphi_0) = v \rightarrow \mathrm{sen}(-\varphi) = -\frac{v}{x_0 \omega_n}$

il modello non e' completo, non puo' essere realistico, devo introdurre un meccanismo che dissipa energia

→ ci sara' un contatto che crea attrito, l'aria oppone un po' di resistenza aerodinamica