NUMERO: 1286

ANNO: 2014

A P P U N T I

STUDENTE: Massa

MATERIA: Idraulica, Prof.Revelli

IDRAULICA

Def
FLUIDO: Corpo materiale, a causa della mobilità delle particelle che lo compongono, può subire variazioni di forma sotto l'azione di forze di minima entità → trascurabili se le velocità con cui le avvengono le deformazioni tende ad annullarsi.

Aumentando la dimensione del CAMPIONE la massa rimane COSTANTE

FLUIDO CONTINUO — SI ASSOCIA ALLA PROPRIETÀ DI CONTINUITÀ

MECCANICA DEI FLUIDI.

$$\boxed{\gamma = g\,\rho} \qquad \gamma \rightarrow \frac{N}{m^3} \qquad \rho \rightarrow \frac{Kg}{m^3}$$

Le nostre caratteristiche non dipendono dalla temperatura

$$\rho = \rho(\underset{PRESS}{p}, \underset{TEMP}{\vartheta}) \Rightarrow \text{EQUAZIONE DI STATO}$$

FLUIDO È UN SISTEMA CONTINUO, fatta eccezione per speciali punti, linee o superfici di discontinuità.

PARTICELLA FLUIDA è una porzione di fluido di dimensioni scelte durante un intervallo di tempo (Δt) intorno ad un certo istante t corrispondono certi valori di densità, velocità, pressione.

SISTEMI CONTINUI - 2 TIPI DI FORZE
- FORZE DI MASSA (forze esterne su tutte le particelle del sistema) → FORZE PER UNITÀ DI MASSA → FORZA DI GRAVITÀ a cui corrisponde il peso della massa del fluido
- FORZE DI SUPERFICIE $(V)^{\Omega}$ → Forze esercitate su una parte qualsiasi del sistema continuo attraverso la sua superficie di controllo.

Ciò ci fa capire che prima bisogna comprendere come si muove il fluido → LEGAME TRA FLUIDO E ATTRITO

Abbiamo un volume W di fluido in condizioni di equilibrio sotto l'azione delle forze di massa e delle forze che agiscono sulla superficie di contorno.

Dividiamo in 2 parti MEDIANTE SUP A affinché ciascuna delle 2 porzioni sia ancora in condizioni di equilibrio è necessario esercitare sulla sup di separazione A un complesso di forze che costituisca l'azione che le particelle di una delle due porzioni esercitano su quelle dell'altra.

FORZE SULL'INTERA SUPERFICIE A; dA elemento INFINITESIMO di SUPERFICIE nell'intorno del generico punto M di A, SISTEMA DI FORZE agenti su dA è riconducibile a $d\Pi$

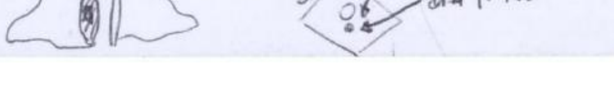
$$\boxed{\phi = \frac{d\Pi}{dA}}$$ ⇒ SFORZO UNITARIO (SFORZO) → orientato su dA dipende dalla posizione del punto M, sia dalla giacitura dell'elemento dA al quale è applicato.

Per mettere in evidenza quest'ultimo fatto si usa per riferimento al versore normale n all'elemento dA e si adotta perciò il simbolo Φ_n per indicare lo sforzo che agisce su dA.

SFORZO → dimensioni → FORZA PER UNITÀ DI AREA → MODULO ESPRESSO in $\frac{Kg}{m^2}$

[SFORZI ENTRANTI POSITIVI
SFORZI USCENTI NEGATIVI]

Forza elementare agente su dA può scriversi $\boxed{d\Pi = \Phi_n\, dA}$ ed ad essa viene assegnato il nome di SPINTA elementare su dA



$$\left[\lim_{d\Omega \to 0} \frac{d\vec{\Pi}}{d\Omega} = \vec{\phi}_n \quad \frac{N}{m^2}\right]$$

GENERICO SFORZO SUL MIO PUNTO O.

$$\boxed{\vec{\Pi} = \int_{\Omega} \vec{\phi}_n\, d\Omega}$$

→ SUI PIANI PRINCIPALI DOVE RUOTANO x, y, z dove le τ_x, τ_y, τ_z sono nulle, SFORZI TANGENZIALI.

→ LA TRACCIA somma dei valori nelle diagonali $\boxed{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = 3S}$

→ Come faccia a ruotare il mio sistema di riferimento, le τ rimangono nulle allo stato di sforzo è ISOTROPO: $\boxed{\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = S}$ → PRESSIONE

↓ il mio tensore di sforzo è la pressione di natura MONTALE $\boxed{\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = p}$ → dipende dalla direzione del punto

Un sistema è isotropo quando le τ sono zero: quando il liquido è FERMO (FLUIDO FERMO)
cioè quando il punto è fermo quando la direzione è costante rispetto al suo punto di riferimento quindi per la STATICA dei FLUIDI:

$$\begin{vmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{vmatrix} \Rightarrow \text{TENSORE per la STATICA}$$

→ STATO degli SFORZI in UN SISTEMA ISOTROPO.

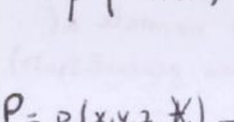
$P = p(x, y, z, t)$ → è uno SCALARE indipendente dalla GIACITURA ma purché lo STATO è ISOTROPO

$P = p(x, y, z, \cancel{t})$ → PERÒ È UN'EQUAZIONE DIFFERENZIALE

DENSITÀ e PESO SPECIFICO

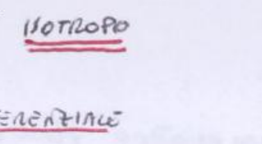
$\rho = \frac{kg}{m^3}$ $\quad \gamma = \frac{N}{m^3}$ → tra le 2 grandezze $\boxed{\gamma = \rho g}$ essendo g il modulo dell'accelerazione di gravità $g = 9{,}81\ m/s^2$

sono funzioni di pressione p e temperatura θ $\rho = \rho(P, \theta)$ EQUAZIONE DI STATO



Volume V di fluido è FERMO

Si incrementano le pressioni di ΔP



Il corpo si riduce di ΔV proporzionale a ΔP, a se stesso ed al materiale
$\left[\Delta V = -\frac{\Delta P \cdot V}{\varepsilon} \to \frac{dV}{V}\right]$

→ COMPRIMIBILITÀ: Qualsiasi fluido modifica il suo volume (quindi la sua densità) al variare della pressione alla quale esso è assoggettato → questo fenomeno assume aspetti differenti a seconda del fluido o del gas

ε = MODULO DI COMPRIMIBILITÀ (capacità del materiale a comprimersi) si misura in $\frac{N}{m^2}$ ⇒ $\varepsilon\,[N/m^2]$
è tanto maggiore quanto più il materiale si oppone alle modifiche.

$m = \rho \cdot V$ = costante ⇒ il suo differenziale è pari a zero.

$$dm = \rho\, dV + V\, d\rho = 0 \qquad \left[\frac{dV}{V} = -\frac{d\rho}{\rho}\right] \Rightarrow \frac{dV}{V} = -\frac{\overset{\text{PRESSIONE}}{dP}}{\varepsilon} = -\frac{d\rho}{\rho} \Rightarrow \boxed{\frac{dP}{\varepsilon} = \frac{d\rho}{\rho}}$$ EQUAZIONE DI STATO

ε dell'acqua è pari a $2 \cdot 10^9\ N/m^2$ ⇒ TROPPO SUFFICIENTEMENTE GRANDE.

MATERIALE INCOMPRIMIBILE ⇒ $\varepsilon = \infty$ ⇒ dobbiamo considerare l'acqua come un materiale incomprimibile

⇒ MECCANICA dei fluidi INCOMPRIMIBILI $\left[c = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\rho}} = \text{CELERITÀ}\right]$

STATICA dei FLUIDI:

Nei fluidi in QUIETE le singole particelle non subiscono alcun spostamento relativo → EQUILIBRIO ASSOLUTO rispetto ad una terna fissa, sia nel caso che il fluido rimanga immobile rispetto ad una terna di assi mobili → EQUILIBRIO RELATIVO

Non essendo deformazioni della massa fluida, gli sforzi interni non ammettono componenti tangenziali e sono perciò diretti normalmente all'elemento

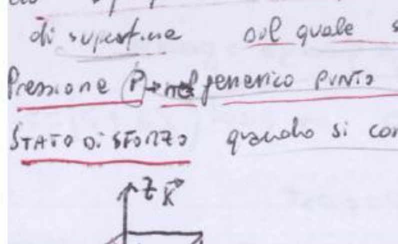
Se gli sforzi ammettono soltanto componenti normali, indicata con σ_n la componente normale dello sforzo ϕ_n agente sull'elemento di normale n si ricava:

$$\begin{cases} \phi_{nx} = \sigma_n \cos\widehat{nx} = \sigma_x \cos\widehat{nx} \\ \phi_{ny} = \sigma_n \cos\widehat{ny} = \sigma_y \cos\widehat{ny} \\ \phi_{nz} = \sigma_n \cos\widehat{nz} = \sigma_z \cos\widehat{nz} \end{cases} \quad \text{quindi: } [\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma_n].$$

Ciò significa che lo sforzo in un generico punto di un fluido in quiete è diretto normalmente all'elemento di superficie sul quale si esercita, ha modulo indipendente dall'orientamento passante per il punto stesso.

Pressione p nel generico PUNTO DI MASSA FLUIDA IN QUIETE IL MODULO dello SFORZO nel punto stesso.

STATO DI SFORZO quando si conosce la distribuzione delle pressioni nella massa fluida



Dalla MECCANICA NEWTONIANA dei sistemi continui si dice EQUAZIONE INDEFINITA UNA RELAZIONE (cinematica o dinamica) fra grandezze caratterizzanti l'equilibrio o il moto.

Il mio CUBETTO È FERMO:

Sul mio cubetto (elemento infinitesimo di volume) agiscono:

- FORZE DI MASSA (proporzionale alla massa) risultante delle forze agenti sul sistema, indicata con F la forza di massa per unità di massa (il modulo di F sarà perciò espresso in m/s2).
  vale: $\rho F\, dx\, dy\, dz$ → CAMPO DI FORZE DI MASSA (GRAVITAZIONALE)

- FORZE DI SUPERFICIE trasmesse attraverso l'intera superficie di contorno del volume sulla massa fluida in esso contenuta; trattandosi di fluido in quiete tali forze sono ovunque dirette normalmente alla superficie. Bisogna fare le RISULTANTI delle FACCE PARALLELE a due a due e normali agli assi x, y, z:

(VARIAZIONE DA UN PUNTO ALL'ALTRO)

rispetto a:
$$\vec{i} \Rightarrow p\, dy\, dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx\right) dy\, dz = -\frac{\partial p}{\partial x} dx\, dy\, dz$$
$$\vec{j} \Rightarrow p\, dx\, dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial y} dy\right) dx\, dz = -\frac{\partial p}{\partial y} dx\, dy\, dz$$
$$\vec{z} \Rightarrow p\, dx\, dy - \left(p + \frac{\partial p}{\partial z} dz\right) dx\, dy = -\frac{\partial p}{\partial z} dx\, dy\, dz.$$

La risultante di tutte le FORZE SUPERFICIALI: $-\left(\frac{\partial p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\vec{k}\right) dx\, dy\, dz \Rightarrow -\operatorname{grad} p\, dx\, dy\, dz$

Per l'equilibrio del volume infinitesimo deve essere nulla la risultante delle due forze: $\rho F\, dx\, dy\, dz = \operatorname{grad} p\, dx\, dy\, dz$

$$\boxed{\rho F = \operatorname{grad} p}$$ EQUAZIONE INDEFINITA DELLA STATICA dei FLUIDI

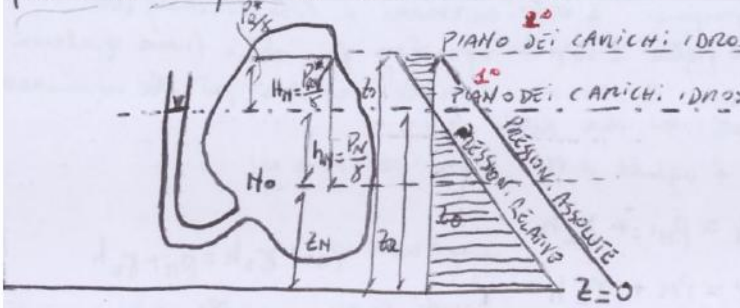
(indica che la pressione cresce nel verso delle forze di massa)

La pressione in un punto vale: $\boxed{p = p_{ATM} + \gamma \cdot \Delta}$ (qualsiasi punto)
↳ L'AFFONDAMENTO DEL PUNTO

$\boxed{p^* = p - p_{atm}}$ (calcolare in termini relativi perché la pressione atmosferica c'è sempre)
PRESSIONI RELATIVE

dove c'è la pressione relativa uguale a zero è il [2° PIANO DEI CARICHI IDROSTATICI RELATIVI] dove, quindi, [la pressione relativa è pari al peso specifico per l'affondamento del punto di quel piano].

Consideriamo un qualsiasi recipiente con liquido di peso specifico (γ) e sia (p_N^*) pressione assoluta nel punto N di quota z_N e ammettiamo che essa sia maggiore di quella atmosferica:



Ai punti con quota $z > z_N$ pressioni inferiori a quella del punto N

Quindi esisterà un piano orizzontale di quota z_a sul quale la pressione è esattamente pari alla pressione atmosferica (p_a^*) tale quota z_a si ricava:

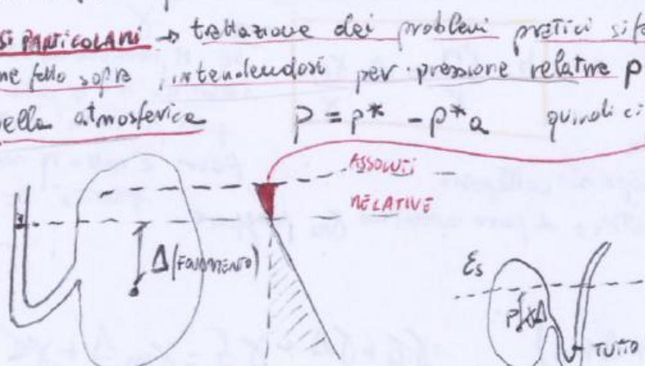
dalla
$p_B = p_A + \gamma(z_A - z_B)$ $\left(z_a = z_N + \frac{p_N^* - p_a^*}{\gamma}\right)$

questo è il PIANO DEI CARICHI IDROSTATICI RELATIVI: (1°)

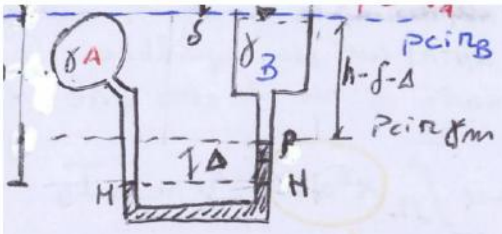
questo piano è individuabile collegando il RECIPIENTE UN TUBO superiormente in collegamento con l'atmosfera, entro di esso il liquido si innalza fino a z_a, perché sulla superficie libera vige la press. atmosferica p^*_a. Punti con quota superiore a z_a la pressione è inferiore a quella atmosferica e si può individuare un piano a quota ($z_0 = z_N + \frac{p^*_N}{\gamma}$) questo piano è il PIANO DEI CARICHI IDROSTATICI ASSOLUTI dovrebbe corrispondere alla superficie libera del fluido contenuto nel recipiente e al di sopra di esso dovrebbe avere il vuoto, i fluidi non resistono a sforzi di trazione e quindi non sono assoggettati a pressioni assolute negative
La superficie libera non coincide esattamente con il piano dei carichi idrostatici assoluti ma si trova a quota inferiore, lo spazio al di sopra di essa risulta essere occupato dai vapori del liquido, con una certa tensione di vapore. LA DISTANZA TRA I DUE PIANI VALE: $\left(z_0 - z_a = \frac{p_a^*}{\gamma}\right)$ corrisponde alla pressione atmosferica (es. ACQUA p_a^* 102.000 Pa (γ = 9.806 N/m³) vale 10,33 m; MERCURIO γ = 133.000 N/m³ risulta 0,76 m).

Se RECIPIENTE APERTO agisce nel PELO LIBERO la pressione atmosferica coincide con il piano dei CARICHI IDROSTATICI RELATIVI.

→ CASI PARTICOLARI → trattazione dei problemi pratici si fa riferimento alle pressioni relative anziché a quelle assolute come fatto sopra, intendendosi per pressione relativa p la differenza fra la generica pressione assoluta e quella atmosferica $p = p^* - p^*_a$ quindi ci possono essere pressioni relative negative (cioè inferiori all'atmosferica) denominate depressioni; quindi è importante TROVARE il PIANO DEI CARICHI IDROSTATICI RELATIVI
Il limite di depressione relativa è il carico idrostatico relativo. (ES. ACQUA IN STAGNAGNA SPAGHETTI).



L'impiego delle pressioni relative nello studio dei problemi pratici è collegato al fatto che di norma i fluidi e i recipienti che li contengono sono immersi nell'atmosfera → conoscere solamente le spinte derivanti dalla differenza tra pressioni assolute e quella ATMOSFERICA. Ad esempio: la SPINTA su una qualsiasi parte della parete di un recipiente contenente fluido è pari alla differenza tra la spinta assoluta del fluido e quella esterna dovuta alla pressione atmosferica, cioè alla risultante degli sforzi dovuti alle sole pressioni relative.



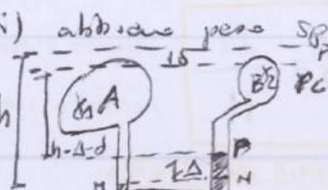
$$P_H = \gamma \cdot h = P_N = P_P + \Delta\gamma_m = \gamma(h-\delta-\Delta) + \Delta\gamma_m$$

$$\boxed{\delta = \Delta \frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma}}$$

Il dislivello è dunque deducibile dalla sola lettura manometrica Δ indipendentemente dalla quota dei piani dei carichi idrostatici

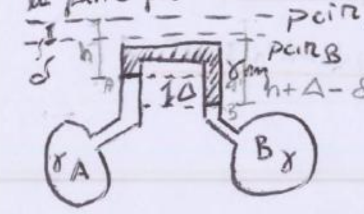
Inoltre si può avere il caso in cui A e B (recipienti) abbiano peso specifico $\gamma_1 \gamma_2$ differenti si ottiene la FORMULA

$$\left[\delta = \Delta \frac{\gamma_m - \gamma_2}{\gamma_2} + h \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2}\right]$$



in essa compare l'affondamento h di un menisco sotto il corrispondente piano dei carichi idrostatici, il manometro non potrebbe in questo caso, dirsi differenziale.

A volte può essere utilizzato un liquido manometrico con peso specifico inferiore a quello dei fluidi → in tal caso è necessario capovolgere il TUBO ad U, nel quale il liquido manometrico occupa la parte più alta. Quindi

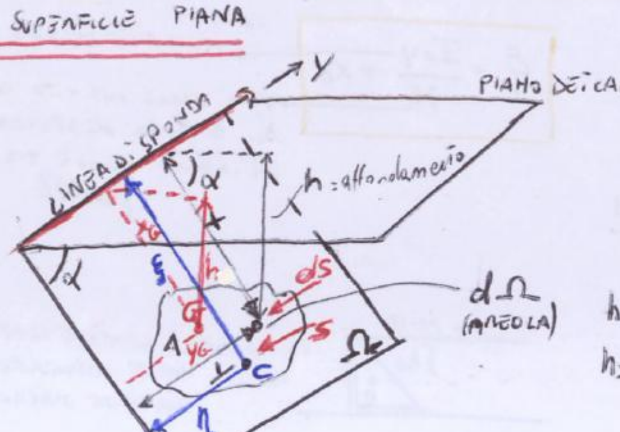


$$\boxed{\delta = \Delta \frac{\gamma - \gamma_m}{\gamma}}$$

- LIQUIDO MANOMETRICO si utilizza il TOLUOLO $\left(\gamma_m = 8530 \frac{N}{m^3}\right)$ Diff piezometrica δ piccola.
- $\Delta > \delta$ sempre → TANTO PIÙ MAGGIORE QUANTO PIÙ prossimi sono i valori dei due pesi specifici γ e γ_m.
- TUBO A ROVESCIO può essere adottata l'aria come fluido MANOMETRICO quindi $\delta = \Delta$

CALCOLO DELLE SPINTE

SPINTA SU SUPERFICIE PIANA



$d\Omega$ (AREOLA)

h = affondamento

$h = x \operatorname{sen}\alpha$

- Si consideri una qualsiasi superficie giacente su un piano inclinato di α sull'orizzontale.

Se a contatto con un liquido γ; le spinte elementari dS che agisce su $d\Omega$ (elemento infinitesimo sul piano) vale: → SPINTA È NORMALE

$$\left[d\vec{S} = p\vec{n}\, d\Omega\right]$$

$$\left[p = \gamma \cdot h\right]$$

- la NORMALE è sempre uguale sul piano non sulle superfici curve perché tutti i punti hanno la direzione normale.

Su tutta la superficie (APPLICATE IN C)

$$\vec{S} = \int_\Omega d\vec{S} = \int_\Omega \vec{n}\, p\, d\Omega$$

$$\vec{S} = \vec{n}\int_\Omega p\, d\Omega = \vec{n}\int_\Omega \gamma h\, d\Omega = \vec{n}\int \gamma\, x \sin\alpha\, d\Omega =$$

$$= \vec{n}\,\gamma \sin\alpha \int x\, d\Omega$$ → MOMENTO STATICO (calcolo rispetto a cose) DELLA SUP. RISPETTO ALLA LINEA DI SPONDA $\left[M = x_G \cdot \Omega\right]$ MOMENTO = FORZA × BRACCIO

$$= \vec{n}\,\gamma \sin\alpha\, M = \vec{n}\,\gamma \operatorname{sen}\alpha\, x_G \cdot \Omega = \left[\vec{n}\,\gamma\,\Omega\, h_G\right]$$

AFFONDAMENTO PER IL PIANO DEI CARICHI IDROSTATICI RELATIVI

DIREZIONE SPINTA È NORMALE (FORZE NORMALI ALLA SUP.)

MODULO = pressione per il baricentro per l'area

dipende dalla posizione di PCIR - se sono sotto PCIR sono positivi quindi verso all'interno la superficie se negativo al di fuori la superficie

Facciamo la sommatoria di tutte le componenti elementari estesa all'intera superficie curva e si ha:

$$S_x = \int_{\Omega_x} p\, d\Omega_x = \gamma h_{x(G)} \Omega_x$$
$$S_y = \int_{\Omega_y} p\, d\Omega_y = \gamma h_{y(G)} \Omega_y$$

→ cioè le spinte orizzontali agenti su Ω_x e Ω_y (cioè S_x, S_y) sui piani yz e xz aventi per normali gli assi x e y; con h_x e h_y si sono indicati gli affondamenti dei BARICENTRI delle due superfici Ω_x Ω_y sotto il pcip. quindi S_x e S_y applicati in C (centro di spinta) e sono le $\boxed{2 \text{ FORZE ORIZZ}}$

$$S_z = \int_{\Omega_z} p\, d\Omega_z = \gamma \int_{\Omega_z} h_z\, d\Omega_z = \gamma W$$

VOLUME W

È UN PESO che l'acqua sta sopra fino al pcip

→ la componente S_z è uguale al volume W di fluido costituito dalla colonna cilindrica verticale limitata da una parte dalla superficie curva e dall'altra dal piano dei carichi idrostatici relativi. Infatti è la risultante delle componenti $dS_z = \gamma h\, d\Omega_z$ equivalente al peso della colonna di fluido trasversale $d\Omega_z$ altezza h

• S_z passa per il baricentro del volume W

C'È ANCHE UN ALTRO MODO:

$$\rho\vec{F} = \text{grad}\, p \quad \text{(FORMA LOCALE)}$$

VALE PUNTO PER PUNTO

$$\int_W \rho\vec{F}\, dW = \int_W \text{grad}\, p\, dW$$

MASSA SPECIFICA X ACCELERAZIONE DELLE FORZE

⇕

PESO $\vec{P}$

dal GRADIENTE

• Def. di GRADIENTE:

$$\int_W \text{grad}\, p\, dW = \int_W \left(\frac{dp}{dx}\vec{i} + \frac{dp}{dy}\vec{j} + \frac{dp}{dz}\vec{k}\right) dW$$
$$= -\int_\Omega p \underbrace{\left(\vec{i}\cos\hat{nx} + \vec{j}\cos\hat{ny} + \vec{k}\cos\hat{nz}\right)}_{\vec{n}} d\Omega$$

⇕ PASSAGGIO FONDAMENTALE

$$= -\int_\Omega p\vec{n}\, d\Omega$$

(TEOREMA di GREEN)

$$\int_W \rho\vec{F}\, dW = -\int p\vec{n}\, d\Omega \quad \text{FORMA GLOBALE}$$

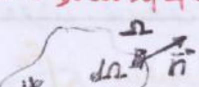
(vale per il

→ È UNA FORZA AL CONTORNO (cioè quelle che sta fuori agiscono sulla superficie)

$$\left[\vec{P} + \vec{F_c} = 0\right]$$

CAMPO DI FORZE

• Distribuzioni di pressioni al contorno ed integrale

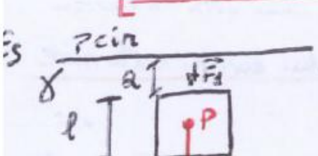


• Ciò che mi interessa è quello che capita al contorno non quello che c'è dentro la superficie

• Si può scegliere un volume qualsiasi e quindi bisogna fare una scelta giusta.

BISOGNA RAGIONARE SUL VOLUME → cioè la spinta del volume sulla superficie

Es



$$-\vec{F_x} = \vec{P} + \vec{F_1} + \cancel{\vec{F_2}}$$

→ È ZERO perché l'affondamento è zero perché sopra il pcip c'è la pressione ATMOSFERICA.

Quindi $\boxed{\text{È IMPORTANTE LA SCELTA del VOLUME}}$

Es

$$\vec{F_2} > \vec{F_1}$$

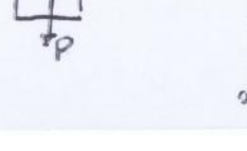
$$\vec{F_1} = \gamma l^2 a \quad \text{← AFFONDAMENTO}$$
$$\vec{F_2} = \gamma l^2 (a + l)$$
$$\vec{F_2} - \vec{F_1} = \cancel{\gamma l^2 a} + \gamma l^3 - \cancel{\gamma l^2 a} = \gamma l^3$$

FORZE AL CONTORNO che agiscono su questo volume (essendo un cubetto sono a 2 a 2 uguali)

Mi interessano quelle sulla verticale

PRINCIPIO DI ARCHIMEDE → SPINTA DI ARCHIMEDE

Quindi avrò:



- Se vince il peso va giù
- Se vince la spinta di arch va su se sono uguali sta fermo.

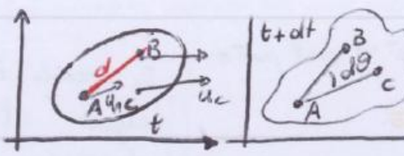
CINEMATICA e DINAMICA dei FLUIDI : [CINEMATICA] mette in gioco le particelle che si muovono, ogni particella si muove per un campo di moto con un vettore velocità, non ci interessa chi genera il campo di moto, in dinamica ci interessa chi ha fatto il campo di moto.

VELOCITÀ ED ACCELERAZIONE → Fissata una terna euleriana di riferimento di assi x, y, t :

$$\begin{cases} u = u(x,y,z,t) \\ v = v(x,y,z,t) \\ w = w(x,y,z,t) \end{cases}$$ VELOCITÀ delle 3 componenti scalari

$$\vec{u} = [u, v, w]$$

$$u = \frac{dx}{dt} \quad v = \frac{dy}{dt} \quad w = \frac{dz}{dt}$$



$$\rho = \mu \frac{du}{dn}$$

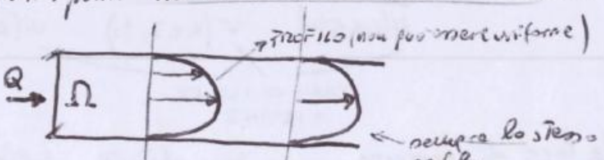
L'EFFETTO PRINCIPALE : il corpo si è spostato ma ha cambiato forma cioè si è deformato (si DEFORMA). (CAMPO DI MOTO – DEFORMAZIONI – SFORZI dove nascono le τ). cambiano DISTANZE e gli ANGOLI, il mio corpo si allunga e si accorcia ⇒ CAMBIANO le mie deformazioni, quindi le mie PARTICELLE stanno ruotando.

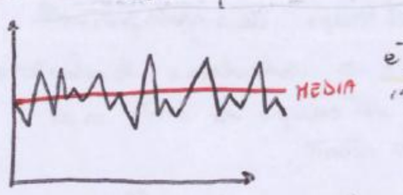
ROTAZIONI → TENSIONI DI NATURA TANGENZIALE   ALLUNGAMENTO o ACCORCIAMENTO → TENSIONI NATURALI

Bisogna capire [qual è l'EFFETTO del CAMPO di MOTO?]

- MOTO VARIO → quando il MOTO dipende dallo spazio e dal tempo ⇒ cambia istante per istante e da punto a punto (si cambia il flusso nel tempo) → FIUMI
- MOTO PERMANENTE → quando istante per istante rimane la stessa VELOCITÀ dipende solo dallo spazio non dipende dal tempo (ACQUA DEI TUBI)
- MOTO UNIFORME → è indipendente dallo spazio e dal tempo (tutti i punti hanno la stessa velocità e vanno allo stesso modo) → MI SERVE A POCO)
- MOTO UNIFORME IN MEDIA (MEDIAMENTE UNIFORME) → ES TUBO

Moto che sezione per sezione ha lo stesso profilo di velocità





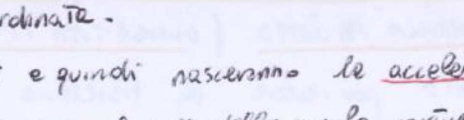
è un MOTO VARIO ma posso prendere la MEDIA, cioè permanente in MEDIA e prendo quella velocità in media.

- MOTO IN QUIETE o FERMO (FLUIDO IN QUIETE) → vettore velocità identicamente nullo rispetto ad una coordinata
- MOTO PIANO → moto in cui manca una coordinata.

Queste velocità PRIMA O POI BISOGNA INTEGRARLE e quindi nasceranno le accelerazioni

PUNTI DI VISTA
- EULERIANO → non ci interessa la sorte delle singole particelle ma l'individuazione dei valori della velocità o della pressione lungo determinate linee e superfici
- [LAGRANGIANO] → prende in esame le vicende delle singole particelle, assumendo come incognite principali le coordinate dei punti raggiunti dalle particelle stesse nei successivi istanti t.

PUNTO DI VISTA LAGRANGIANO → bisogna vedere come la particella (ogni particella) si muove e quindi seguirla nella sua evoluzione cioè:



→ LUOGO GEOMETRICO DEI PUNTI OCCUPATI ISTANTE PER ISTANTE DALLA PARTICELLA.

→ prendo ogni singola particella e vado a vedere dove è andata a finire.

$$\begin{cases} x = x(x_0, y_0, z_0, t_0) \\ y = y(x_0, y_0, z_0, t_0) \\ z = z(x_0, y_0, z_0, t_0) \end{cases}$$ So istante per istante dove è la particella (grandezza che governa è il TEMPO)

LEGAME TRA CAMPO DI MOTO E TRAIETTORIA è chiaro:

$$\begin{cases} u = \frac{d}{dt} x(x,y,z,t) \\ v = d/dt\, y(x,y,z,t) \\ z = d/dt\, z(x,y,z,t) \end{cases}$$

l'accelerazione è la derivata seconda

→ quindi: $$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(x+u\Delta t,\ y+v\Delta t,\ z+w\Delta t) - f(x,y,z)}{\Delta t} = \frac{Df}{Dt}$$

DERIVATA di f FATTA RISPETTO AL TEMPO ma c'è anche lo spazio

$$\frac{Df}{Dt} = \underset{\uparrow}{\frac{\partial f}{\partial t}} + \underbrace{u\frac{\partial f}{\partial x} + v\frac{\partial f}{\partial y} + w\frac{\partial f}{\partial z}}$$

SIA NEL TEMPO — SIA LA PARTICELLA CHE SI È MOSSA ed ha cambiato posizione

oppure $$\boxed{\frac{Df}{Dt} = \boxed{\frac{\partial f}{\partial t}} + \boxed{\vec{u}\cdot \text{grad}\, f}}$$

È LINEARE → PARTE LOCALE → nel MOTO PERMANENTE $\boxed{\frac{\partial f}{\partial t} = 0}$

NON È LINEARE → PARTE o accelerazione CONVETTIVA

e dice che la sovrapposizione degli effetti non vale più.

$$\frac{D\vec{f}}{Dt} = \frac{Df_x}{Dt}\vec{i} + \frac{Df_y}{Dt}\vec{j} + \frac{Df_z}{Dt}\vec{k}$$

$\vec{f} = \vec{u}$ ($\vec{f}$ proprio la velocità)

$$\frac{D}{Dt}\vec{u} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \left(u\frac{\partial \vec{u}}{\partial x} + v\frac{\partial \vec{u}}{\partial y} + w\frac{\partial \vec{u}}{\partial z}\right) = \boxed{\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u}\ \text{grad}\,\vec{u}}$$

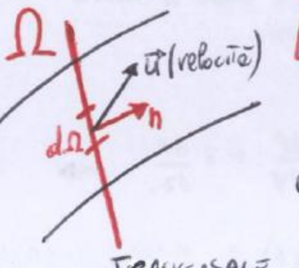
È UN'ACCELERAZIONE cioè la derivata di una velocità rispetto al tempo

Le tensioni sono masse per accelerazione ma nel punto di vista EULERIANO abbiamo 2 componenti: una parte locale ed una convettiva cioè il $\vec{u}\cdot\text{grad}\,\vec{u}$, il quale ci sarà sempre perché è difficile trovare una velocità costante

CONCETTI:

TUBO DI FLUSSO: è una CURVA CHIUSA e poi prendo tutte le linee di corrente che si appoggiano a quella curva.

Dietro il tubo di flusso c'è il concetto di PERMEABILITÀ (quindi non hanno una componente normale alle linee di corrente) → quindi le particelle passano attraverso il TUBO DI FLUSSO.



$[dQ = \vec{u}\cdot\vec{n}\, d\Omega]$ → flusso di PARTICELLE che passano

PORTATA ELEMENTARE

$$dQ = \vec{u}\cdot\vec{n}\, d\Omega = u_n\, d\Omega \xrightarrow[\Omega]{\text{ESTESO A TUTTO}} \left[Q = \int_\Omega u_n\, d\Omega = \int_\Omega \vec{u}\cdot\vec{n}\, d\Omega\right]$$

ESTESO A TUTTA LA SUPERFICIE.

SUPERFICIE TRASVERSALE ⇒ quindi ho tagliato con un piano quindi avranno tutte le particelle che hanno la stessa normale quindi u_n sarà il modulo della velocità.

$\vec{u}\cdot\vec{n} = |u|$ $$\boxed{Q = \int_\Omega |u|\, d\Omega} \qquad \left[U = \frac{1}{\Omega}\int_\Omega |u|\, d\Omega\right]$$ ⇒ VELOCITÀ MEDIA

$$\left[Q = \int_\Omega u\, d\Omega \quad \frac{m^3}{s}\right]$$ PORTATA IN VOLUME (VOLUMETRICA) ; PORTATA IN MASSA $G = \rho\cdot\Omega$

$$\frac{k}{m^3}\cdot\frac{m^3}{s} = \frac{m^3}{s}$$

Attraverso l'intera superficie di contorno Ω passa nell'intervallo dt la massa:

$\left[\int_\Omega \rho u_n d\Omega\, dt\right]$ $\qquad dt\int_\Omega \rho u_n d\Omega = dt\int_\Omega \rho v \times n\, d\Omega$

FLUSSO COMPLESSIVO che deve essere uguale alla VARIAZIONE DI MASSA nel TEMPO.

quindi: $\int_\Omega \rho u_n\, d\Omega\, \cancel{dt} = \frac{d}{dt}\int_W \rho dW\, \cancel{dt}$

$$\left[\int_W \frac{\partial \rho}{\partial t}\, dW = \int_\Omega \rho u_n d\Omega\right]$$

EQUAZIONE DI CONTINUITÀ IN FORMA GLOBALE valida per qualunque volume del campo di moto.

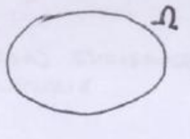
Se il fluido è incomprimibile ρ è costante $\Rightarrow$ EQUAZIONE DI CONTINUITÀ diventa $\frac{\partial\rho}{\partial t}=0$ quindi il flusso complessivo $\rho\int_\Omega u_n d\Omega$ è uguale a zero.

(PORTATA È ZERO $\Rightarrow$ non c'è variazione di massa $\Rightarrow$ ciò che entra è uguale a ciò che esce $\int_\Omega \vec{u}\,\vec{n}\, d\Omega=0$

Detta dQ PORTATA ELEMENTARE ATTRAVERSO $d\Omega$ si scrive che $\boxed{\int_Q dQ=0}$

TRE SUPERFICI

divisione dell'intera superficie



$$\left[\Omega = \Omega_0 \cup \Omega_e \cup \Omega_u\right]$$

Ω_0: dove la velocità non ammette componente NORMALE (IMPERMEABILE)

Ω_e: dove u_n è POSITIVA dove c'è entrata del fluido (FLUIDO ENTRA)

Ω_u: dove u_n È NEGATIVA e si ha uscita del fluido (FLUIDO ESCE)

NORMALI NEGATIVE ESSENDO USCENTI

$\rightarrow \underbrace{\int_{\Omega_0} u_n d\Omega}_{=0} + \int_{\Omega_e} u_n d\Omega + \int_{\Omega_u} u_n d\Omega = 0$ $\qquad \left[Q_e - Q_u = 0\right]$ $\Rightarrow \boxed{Q_e = Q_u}$

Q_e: PORTATA ENTRANTE NEL MIO SISTEMA; Q_u: PORTATA USCENTE

SE IL FLUSSO È INCOMPRIMIBILE FLUSSO ENTRANTE UGUALE AL FLUSSO USCENTE ("ciò che entra è uguale a ciò che esce")

• Vale per qualsiasi sistema $\Rightarrow$ per calcolare i flussi, calcolarli su tutti i punti al contorno, ci chiede la velocità al contorno

bisogna usare il concetto di CORRENTE

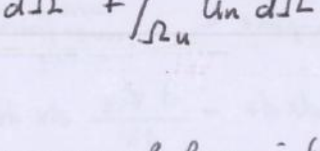
[Cos'è UNA CORRENTE] $\Rightarrow$ quei moti dove le traiettorie hanno la stessa direzione, nel caso di moto permanente questo coincide con il concetto di TUBO DI FLUSSO nel moto vario invece no perché la superficie al contorno può essere sede di velocità normali

$\rightarrow$ DOVE C'È UN FLUSSO O LINEE DI CORRENTE hanno una direzione preferenziale, sono SENSIBILMENTE RETTILINEE e PARALLELE.

Se ci sono dei cambiamenti all'interno del sistema sono sensibilmente variati quindi parlo di CORRENTE, se sono cambiamenti grossi non più.

$\rightarrow S$ (TRATTAZIONE MONODIMENSIONALE) $\rightarrow$ cioè traslazioni trasversali sono traslazioni

ma soprattutto $\Omega=\Omega(s,t)$
$U=U(s,t)$
$Q=Q(s,t)$
⋮



DUE SEZIONI A e A' poste alla distanza ds, piane, in un intervallo di tempo dt.

PORTATA ENTRANTE IN A: $\rho Q\, dt$

PORTATA USCENTE: $\left[\rho Q + \left(\frac{\partial \rho Q}{\partial s}\right) ds\right] dt$

Differenza tra le 2 portate: $-\frac{\partial}{\partial t}\rho\ \ ds\, dt$

la seconda portata eccede quindi questo eccesso deve corrispondere per il principio di conservazione della massa, una diminuzione di massa $\rho\Omega\, ds$ racchiusa nel tratto considerato che vale $-\left[\frac{\partial(\rho\Omega)}{\partial t}\right] ds\, dt$

quindi $\cancel{\rho Q dt} + \frac{\partial \rho Q}{\partial s} ds\, dt - \cancel{\rho Q dt} = \frac{\partial \rho\Omega}{\partial t}\, dt\, ds$ $\Rightarrow$ $\boxed{\frac{\partial \rho Q}{\partial s} + \frac{\partial \rho\Omega}{\partial t} = 0}$ EQUAZIONE DI CONTINUITÀ per una corrente nella sua forma INDEFINITA

se ρ è COSTANTE (FLUSSO INCOMPRIMIBILE) $\boxed{\frac{\partial Q}{\partial s} + \frac{\partial \Omega}{\partial t} = 0}$ lega PORTATA Q E AREA Ω

$$\int_W \left(\frac{\partial \vec{\phi}_x}{\partial x} + \frac{\partial \vec{\phi}_y}{\partial y} + \frac{\partial \vec{\phi}_z}{\partial z}\right) dW = -\int_\Omega \left(\vec{\phi}_x \cos x + \vec{\phi}_y \cos ny + \vec{\phi}_z \cos nz\right) d\Omega$$ grazie

al teorema di GREEN $\Rightarrow$ $\boxed{-\int_\Omega \vec{\phi}_n \, d\Omega}$ SPINTE AL CONTORNO (NORMALI O TANGENZIALI DELLE COMPONENTI NORMALI O TANGENZIALI).

Ripresa EQ. INDEFINITA del MOTO $\rightarrow$ esprime le condizioni di equilibrio dinamico in ogni punto del campo (3 EQ. SCALARI)

EQ. DI CONTINUITÀ $\rightarrow$ che riflette il principio di conservazione della massa (EQ. SCALARE)

EQ. DI STATO $\rightarrow$ che individua il legame fra densità, lo stato di sforzo a cui si trova sottoposto il fluido e la sua temperatura; di norma considereremo processi isotermici così la temp non comparirà come variabile;
Se fluido è incomprimibile $\rho = cost$, invece se bisogna tener conto della comprimibilità è più complesso.

$\rightarrow$ QUINDI si hanno 5 equazioni scalari nelle 10 variabili, funzioni dei punti del campo e del tempo t: ① densità ρ; ② componenti della velocità u, v, w; ③ componenti degli sforzi interni $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ (componenti normali), ④ τ_x, τ_y, τ_z (componenti tangenziali)
quindi mancano altre 5 equazioni che derivano dai comportamenti del fluido e della sua deformazione $\rightarrow$ PROPRIETÀ REOLOGICHE
Qui: CASO di fluido PERFETTO che ha uno stato di sforzo come i fluidi in quiete $\rightarrow$ sforzi tangenziali nulli ($\tau_x = \tau_y = \tau_z = 0$), componenti normali uguali fra loro ($\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z$)
Per queste si adotta come per i fluidi in quiete la denominazione di pressione p, queste costituiscono appunto le 5 relazioni a rendere definito il problema dinamico, fluido in quiete comporta:

$$\left[\frac{\partial \phi_x}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} \vec{i} \ ; \quad \frac{\partial \phi_y}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial y} \vec{j} \ , \quad \frac{\partial \phi_z}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial z} \vec{k}\right]$$

$$\boxed{\rho\,(F - \Omega) = \mathrm{grad}\, p}$$ EQUAZIONE DI EULERO

$\rightarrow$ bisogna tener conto delle condizioni al contorno e iniziali.

Queste spinte al contorno: $\int_W \rho \frac{D\vec{u}}{Dt} dW =$ per la regola di DERIVAZIONE EULERIANA e che i termini del tipo $\rho u \frac{\partial u}{\partial x}$ posso scrivere:

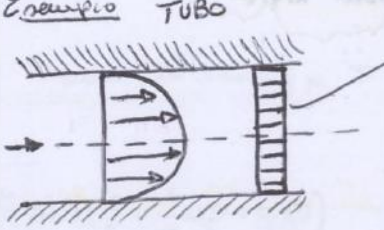
$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho u \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \vec{u}}{\partial y} + \rho w \frac{\partial \vec{u}}{\partial z}$$ per le REGOLE ALGEBRICHE [2]

dico che: $\rho u \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} = \frac{\partial \rho u \vec{u}}{\partial x} - \vec{u} \frac{\partial \rho u}{\partial x}$ $\Leftarrow$ ① $x + y = z$, $x = z - y$ ② $\frac{dxy}{dt} = \frac{x\,dy}{dt} + \frac{y\,dx}{dt}$

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \vec{u}}{\partial x} + \frac{\partial \rho v \vec{u}}{\partial y} + \frac{\partial \rho w \vec{u}}{\partial z} - \vec{u}\underbrace{\left(\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z}\right)}$$

$$\left[\mathrm{div}\,(\rho \vec{u}) = -\frac{\partial \rho}{\partial t}\right]$$ IN DEFINITIVA $\rightarrow$

Esempio TUBO



se l'esprimo cost $\vec{H} = \vec{n} \int_\Omega u^2 \rho \, d\Omega = \vec{n} \, \beta U^2 \rho \, d\Omega$ → il flusso di quantità di moto ci dicò anche che è applicato nel baricentro.

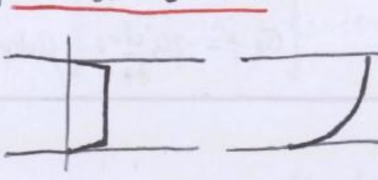
→ COEFFICIENTE DI RAGGUAGLIO (coeff. di coriolis)

tanto più

$$\left[\beta = \frac{\int_\Omega u^2 \rho \, d\Omega}{\rho \, U^2 \Omega} \right]$$

per conoscere quanto vale il vero β devo conoscere u^2

Profilo TUBO e FIUME



TANTO PIÙ IL PROFILO DI VELOCITÀ È PIATTO PIÙ β VALE 1

Commetto un errore di poche % (10 %

EQUAZIONI DEL MOTO DEI FLUIDI REALI

EQUAZIONI DI NAVIER per i FLUIDI VISCOSI → NASCE da FORMULA $\rho\left(\vec{F} - \frac{Du}{Dt}\right) = \frac{\partial \vec{\phi}_x}{\partial x} + \frac{\partial \vec{\phi}_y}{\partial y} + \frac{\partial \vec{\phi}_z}{\partial z}$ NASCONO TUTTE LE FORMULE DELLE SPINTE.

LEGARE TRA TENSIONI $\rho(F_x - \frac{Du}{Dt}) \, dx dy \ldots$ $\tau = \mu \frac{du}{dn}$

-dagli sforzi tang. τ_x, τ_y, τ_z e normali ϕ_z, ϕ_y, ϕ_x da queste proprietà estendiamo il concetto di pressione p $\left[p = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \right]$

Lo stato di sforzo può considerarsi dato dalla sovrapposizione di 2 parti: una solo sforzi normali dovuti da p / l'altra dalle sei componenti di velocità

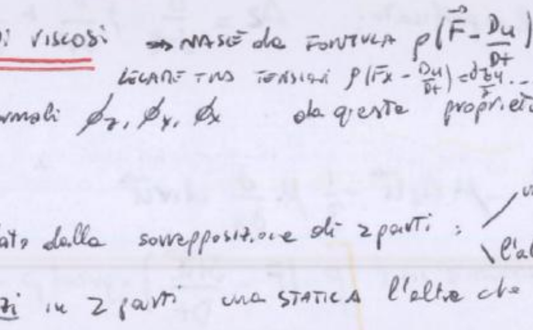
quindi si divide il TENSORE degli SFORZI in 2 parti una STATICA l'altra che individua e tiene origine dal movimento chiamato deviatore degli sforzi

$$\begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_z & \tau_y \\ \tau_z & \sigma_y & \tau_x \\ \tau_y & \tau_x & \sigma_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_x - p & \tau_z & \tau_y \\ \tau_z & \sigma_y - p & \tau_x \\ \tau_y & \tau_x & \sigma_z - p \end{vmatrix}$$

TENSORE DEGLI SFORZI — IDROSTATICA (grad p) — → DEVIATORE DEGLI SFORZI

→ ciò rende evidente che all'annullarsi del movimento, cioè al tendere a zero del deviatore, gli sforzi normali $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ tendono al valore di p.

Per l'equazione del moto bisogna stabilire i legami fra le 6 componenti del deviatore, la viscosità μ, e le componenti u, v, w della velocità



SBARRETTA DI FLUIDO $\overline{AB}$ se u e u_z cioè punti a quota diverse (somma di tutte sbarrette il mio cubetto)

2 velocità diverse

• VELOCITÀ di A è $[u]$ • VELOCITÀ di B è $\left[u + \frac{du}{dz} dz\right]$

→ QUESTO ELEMENTINO È RIUSCITO A RUOTARE PERCHÈ ci sono le τ che lo schiacciano e lo ruota ⇒

$$\tau = \mu \frac{du}{dz}$$ (velocità derivata in direzione normale)

Il mio sistema è cambiato c'è stata una deformazione.

$$\left[\tau = \mu \frac{du}{dn} \right]$$ → VELOCITÀ DI DEFORMAZIONE ANGOLARE $d\gamma$

se cambia l'angolo cambia la velocità

↓

ne le $\sigma - p = \mu \frac{d\varepsilon}{dt}$ VELOCITÀ di deformazione lineare

cioè come si allungano o si accorciano i segmenti.

$\tau_x = \frac{d\gamma_x}{dt}$ $\tau_y = \mu \frac{d\gamma_y}{dt}$ $\tau_z = \mu \frac{d\gamma_z}{dt}$ le τ sono linearmente dipendenti dalla velocità di variazione lineare nelle 3 direzioni. L'elemento non si è solo spostato ma anche allungato

SFORZI NATURA NORMALE

componenti normali $\sigma_x - p, \sigma_y - p, \sigma_z - p$ sono funzioni lineari delle velocità di deformazione servire quando le TRASFORMAZIONI o APPROSSIMAZIONI sono piccole.

I fluidi REALI li studiamo quando si discostano dal PERFETTO e quanto diventa IMPERFETTO.

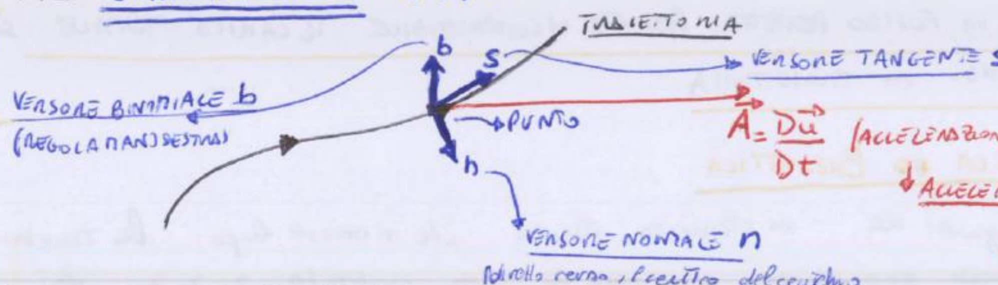
→ SOLUZIONE DI QUESTA EQUAZIONE $\boxed{\vec{F} = -\text{grad}\, gz}$ → IDROSTATICA con TERNA xyz verticale.

$\rho\vec{F} = -\rho g\,\text{grad}\, z = -\gamma\,\text{grad}\, z = -\text{grad}\,\gamma z$ sostituisco $\text{grad}\,\gamma z + \text{grad}\, p = \rho\frac{D\vec{u}}{Dt}$

→ $\text{grad}\left(z\gamma + p\right) = -\rho\frac{D\vec{u}}{Dt}$ INCOMPRIMIBILE quindi DIVIDO per γ ⇒ $\left[\text{grad}\underbrace{\left(z + \frac{p}{\gamma}\right)}_{h = \text{CARICO PIEZOMETRICO}} = -\frac{1}{g}\frac{D\vec{u}}{Dt}\right]$

Il gradiente della quota piezometrica risulta uguale al rapporto, cambiato di segno, fra l'accelerazione cui è soggetto il generico elemento fluido in movimento e l'accelerazione di gravità (nulla per un fluido in quiete e nulla per un fluido in movimento uniforme).

prendo una TERNA INTRINSECA b, s, n



$\vec{A} = \frac{D\vec{u}}{Dt}$ (ACCELERAZIONE del mio punto)
↓ ACCELERAZIONE CENTRIPETA
↓ va come vuole dipende dalla traiettoria

• La velocità è tangente alla traiettoria

$$\left[\frac{D\vec{u}}{Dt} = \left(\boxed{\frac{Du}{Dt}}, \frac{u^2}{R}, 0\right)\right]$$

→ modulo della velocità

↳ VETTORE VELOCITA'

TRE DIREZIONI (TERNA INTRINSECA) di un fluido PESANTE

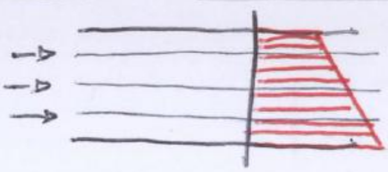
$$\begin{cases} \frac{d}{ds}\left(z + \frac{p}{\gamma}\right) = -\frac{1}{g}\frac{Du}{Dt} \\ \frac{d}{dn}\left(z + \frac{p}{\gamma}\right) = -\frac{u^2}{gr} \\ \frac{\partial}{\partial b}\left(z + \frac{p}{\gamma}\right) = 0 \end{cases}$$

→ CARICO PIEZOMETRICO NON È COSTANTE, È ZERO SE È FERMO OPPURE IN DIREZIONE ORTOGONALE ALLA TRAIETTORIA RETTILINEA ⇒ DISTRIBUZIONE IDROSTATICA DI PRESSIONI (LINEARI).

→ ESISTE UNA DIREZIONE BINORMALE ALLA TRAIETTORIA DOVE NON SI SENTE LA DINAMICA
↓ [HO CARICO PIEZOMETRICO COSTANTE].

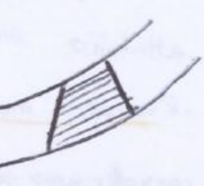
→ La quota piezometrica è costante quando la curvatura è nulla, cioè quando la traiettoria è rettilinea nell'intorno del punto O.

Se il FLUIDO È FERMO c'è una DISTRIBUZIONE IDROSTATICA di PRESSIONI (con LINEE SENSIBILMENTE RETTILINEE E PARALLELE)



Es COME UN TUBO O UNA STRUTTURA CILINDRICA RETTILINEA.

Se i carichi piezometrici sono diversi, ho forze diverse



TEOREMA DI BERNOULLI

La derivata della velocità è una derivata sostanziale secondo l'arco dell'accelerazione dell'elemento liquido che, scorrendo il tempo, si muove lungo la propria traiettoria $v = v(t, s(t))$

essendo (s) le coordinate curvilinee del punto raggiunto dall'elemento liquido al tempo t, e tenuto conto che $\frac{ds}{dt} = \vec{u}$ (velocità) possiamo applicare la derivazione euleriana:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial s} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{u^2}{2}\right)$$

⇒ raccogliendo le derivate e mettendole nella $\frac{\partial}{\partial n}\left(z + \frac{p}{\gamma}\right) = -\frac{u^2}{gr}$

Tutto dal principio di ARCHIMEDE in cui le 2 forze si fanno equilibrio. Cioè il peso γdW e la spinta idrostatica dS quindi spostando quel filo al pelo libero non compiamo lavoro. Ma a spostamento avvenuto ci rendiamo conto che la sua energia posizionale è aumentata $\gamma h dW$. Variazione è di pressione che da p è diventata zero sul pelo libero, diminuita per unità di peso $h = \frac{p}{\gamma}$

Per un FLUIDO PESANTE, PERFETTO, INCOMPRIMIBILE e IN MOTO PERMANENTE lungo la TRAIETTORIA l'energia meccanica si conserva. L'ENERGIA TOTALE del mio SISTEMA SI conserva ma non ci sono le τ.
Per un fluido REALE questo H non è costante ma va via per attrito.

Io HO una perdita di ENERGIA mentre vado avanti c'è dissipazione quindi la linea dei carichi totali è in discesa (sarà in salita solo con energia dall'esterno); è DRITTA se il fluido è PERFETTO. → IMPORTANTE

Più è inclinata quella linea più vuol dire che avrò bisogno di tanta energia perché ne sto dissipando (PERDITE DI CARICO → quanta energia sto spendendo).

ATTENZIONE ⚠ 1. ENERGIA DI PRESSIONE → non è di tipo elastico → è INCOMPRIMIBILE non c'entra nulla l'elasticità (liquido incomprimibile non assorbe energia elastica)

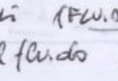
2. H è costante lungo la traiettoria (punti su traiettorie diverse hanno carico diverso → ci verrà in aiuto la CORRENTE perché ci sono le velocità

Abbiamo dimostrato che il trinomio di BERNOULLI (FLUIDO incomprimibile) rappresenta l'intera energia meccanica posseduta dall'unità di peso del fluido. Quindi la linea dei carichi totali viene anche detta LINEA DELL'ENERGIA.
Quindi BERNOULLI si enuncia come: Nel MOTO PERMANENTE DI UN FLUIDO PERFETTO PESANTE INCOMPRIMIBILE L'ENERGIA MECCANICA SI MANTIENE COSTANTE LUNGO OGNI TRAIETTORIA

Quindi questo TEOREMA esprime la possibilità e le modalità di trasformazione dell'energia meccanica di un liquido da una forma all'altra (in particolare l'aumentare della velocità per il diminuire della quota piezometrica.

APPLICAZIONI: Processi di EFFLUSSO attraverso FORI APERTI → FORONOMIA (liquidi che passano per un foro)
ma non si parla di FORI → misure di PORTATE LIQUIDE.

Si possono distinguere 2 GRANDI CATEGORIE



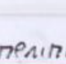
LUCI A BATTENTE → che hanno tutto il loro contorno a quota inferiore a quella del pelo libero (con il nome BATTENTE si designa precisamente l'affondamento del punto più elevato del contorno della luce

La CORRENTE che ha ORIGINE da UNA LUCE si chiama GETTO o VENA LIQUIDA.

LUCI A STRAMAZZO → hanno la parte inferiore del loro contorno soppiacente al pelo libero e quindi bagnato da liquido affluente.

Qui ci limitiamo all'efflusso da luci a battente a SPIGOLO VIVO
cioè con il bordo affilato sono LUCI IN PARETE SOTTILE:

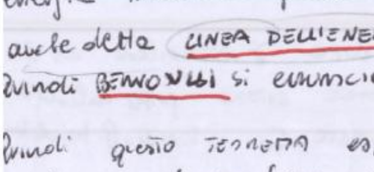
- LUCI A SPIGOLO VIVO



PARTICELLA che esce dallo spigolo, la velocità per un millisecondo è verticale poi orizzontale
VENA EFFLUENTE non influenzata dalla parete.

- LUCI IN PARETE GROSSA

PARTICELLA SI ATTACCA ALLA PARETE.



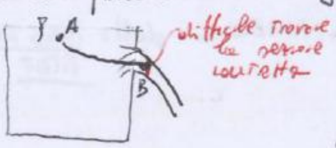
TRAIETTORIE PRESSOCHÉ RETTILINEE E PARALLELE

FLUIDO è:
- PESANTE (GRAVITÀ)
- INCOMPRIMIBILE è l'acqua
- PERFETTO perché traiettorie dritte verso il bordo buco grosso
- MOTO PERMANENTE → luce è piccola oppure metto un TUBO che mi metta acqua in quantità che esce

La prima sezione trasversale della corrente dove questo avviene → SEZIONE CONTRATTA → essa ha area inferiore a quella della luce
L'importanza della sezione contratta essendo attraversata da traiettorie sensibilmente rettilinee e parallele, la corrente si può ivi considerare gradualmente variata e quindi idrostatica la distr. di pressione
quindi se il piano è orizzontale pressione è NULLA in ogni suo punto, al contorno è a contatto con l'atmosf
1 = affondamento → scarico della luce. Applichiamo BERNOULLI ad una generica traiettoria, da A abbastanza lontano dalla luce perché la velocità vi si possa ritenere trascurabile fino a un punto B sulla sezione contratta → PRESUPPONIAMO LA STAZIONARIETÀ DEL MOTO

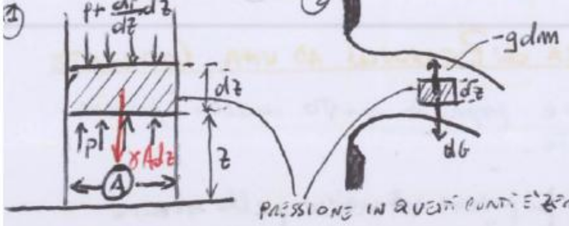
- Di più difficile interpretazione è l'esposto di una vena sboccante da una luce in parete VERTICALE, abbiamo anche qui una sezione contratta.

Qua non posso dire che valga l'eq. dell'idrostatica cioè che tutti i punti hanno la stessa pressione, quindi per questa contraddizione bisogna riferirsi all'eq. fondamentale.



Consideriamo una colonnina di liquido a generatrici verticali, poggiate sul fondo che contiene il liquido in quiete.

Isoliamo uno stratarello di altezza dz mediante 2 piani orizzontali e sia A l'area della sezione orizzontale. Equilibrio alla traslazione è dato dall'annullarsi del risultante del peso e delle spinte che agiscono sulle 2 facce:



(1) $A\left(p+\frac{dp}{dz}dz\right)+\gamma A dz = Ap$ semplificando

$$\frac{dp}{dz}+\gamma=0$$

da cui per l'integrazione L'EQ. FONDAMENTALE $\boxed{z+\frac{p}{\gamma}=cost}$ FLUIDO TUTTO FERMO

Va notato lo stratarello di liquido considerato non può cadere perché sorretto dal liquido sottostante che a sua volta è sorretto dal fondo del recipiente: sullo stratarello agisce una REAZIONE DI APPOGGIO modulo Ap.

(2) Stratarello privo di componente verticale di velocità è soggetto all'accelerazione g e quindi ad una forza d'inerzia, diretta verticalmente verso l'alto cioè nel verso opposto alla g

↳ $F_I = gdm$ e la aggiungo ai membri dove ci sono le spinte verso l'alto:

$$gdm\ A_p = \left(p+\frac{dp}{dz}dz\right)A$$

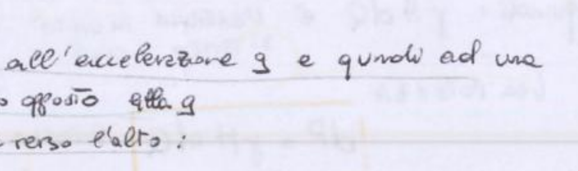
$$\gamma = g\rho \quad A dz + Ap = \left(p+\frac{dp}{dz}dz\right)A + \gamma A dz$$

$$\left[A\frac{dp}{dz}\cdot dz = 0 \qquad \frac{dp}{dz}=0\right]$$ ⇒ pressione COSTANTE LUNGO LA VERTICALE.

Ritornando al problema dell'EFFLUSSO, il TEOREMA DI BERNOULLI alla TRAIETTORIA AB abbiamo

$$\left[H = z_A+\frac{p_A}{\gamma} = z_B+\frac{u_B^2}{2g}\right] \quad \text{e quindi} \quad u_B=\sqrt{2g(H-z_B)}=\sqrt{2gh_B}$$

h_B è l'affondamento del punto B sotto lo specchio liquido.

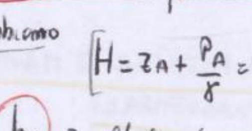


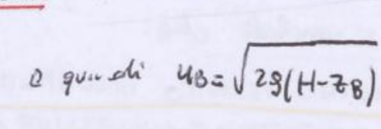
↳ man mano che aumenta h questa PARABOLA diventa una retta.

$$Q=\mu\Omega\sqrt{2gh}$$

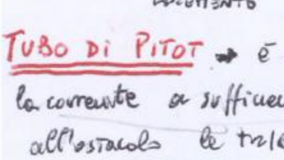
[PUNTI HANNO QUOTE DIVERSE QUINDI VELOCITÀ DIVERSE]
↓ IMPORTANTE

PROFILO CREAGHER → vena più o meno PARABOLICA





TUBO DI PITOT → è utile per capire come un corpo è investito da un fluido, una corrente che investe un ostacolo, la corrente a sufficiente distanza a monte dell'ostacolo, abbia traiettorie rettilinee e parallele. Avvicinandosi all'ostacolo le traiettorie divergono per poterlo aggirare. Nel punto B c'è una brusca deviazione ad angolo retto il modulo di velocità va a zero; sicché il punto B viene detto d'arresto o di ristagno.



BERNOULLI ad AB è $\underbrace{z_A+\frac{p_A}{\gamma}}_{\substack{h_A \\ \text{CARICO PIEZ.} \\ \text{in A}}}+\frac{u_A^2}{2g} = \underbrace{z_B+\frac{p_B}{\gamma}}_{\substack{h_B \\ \text{CARICO PIEZ.} \\ \text{in B}}}+\cancel{\frac{u_B^2}{2g}}=0$

ricavo la velocità che sta investendo il mio ostacolo:

$$\left[u_A=\sqrt{2g(h_B-h_A)}\right]$$

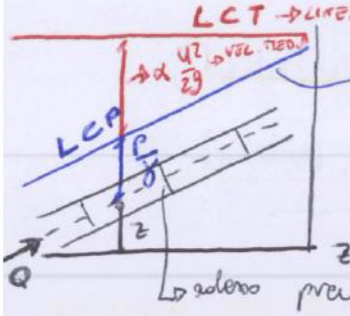
↳ VELOCITÀ FRECCIA ↳ DIFFERENZA DI CARICHI
DISLIVELLO MISURO UNA VELOCITÀ

essendo U → velocità media avrò:

$$P_{cin} = \gamma\left(z+\frac{p}{\gamma}\right)Q + \alpha\gamma\frac{U^2}{2g}\underbrace{U\Omega}_{\text{PORTATA}} = \gamma\underbrace{\left(z+\frac{p}{\gamma}+\alpha\frac{U^2}{2g}\right)}_{\substack{\text{TRINOMIO DI BERNOULLI}\\ \text{DELLA MIA CORRENTE}\\ H}}Q \quad \overset{\text{QUINDI}}{\Longrightarrow} \quad \boxed{P=\gamma H Q}$$

TRINOMIO BERNOULLI PER CORRENTE

se H = costante (FLUIDO PERFETTO, INCOMPRIMIBILE, PESANTE, IN MOTO PERMANENTE LUNGA LA CORRENTE).



→ CARICO PIEZOMETRICO È LO STESSO PER OGNI SEZIONE TRASVERSALE.

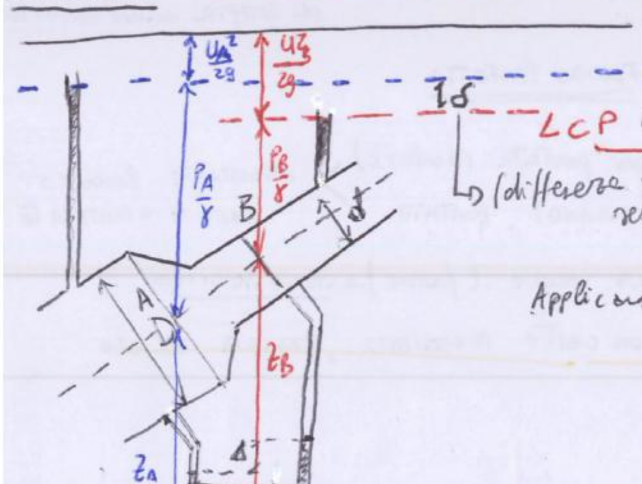
Dei punti della sezione prendiamo quello sull'asse centrale.

→ adesso prendo in considerazione le sezioni

Se il tubo si allarga, il termine cinetico diminuisce, se il tubo si restringe il termine cinetico aumenta, ma lo dice $U\Omega$

IMPORTANTE PER IL MECCANISMO della DINAMICA dei FLUIDI

APPLICAZIONE (TUBI CONVERGENTI: VENTURIMETRO)



→ LINEA PIEZOMETRICA

→ (differenza tra i carichi piezometrici delle sezioni d e D)

Applicando il TEOREMA di BERNOULLI alle sezioni A e B otteniamo il dislivello δ fra le quote piezometriche

$$\delta = \Delta\frac{\gamma m-\gamma}{\gamma} = \left(z_A+\frac{p_A}{\gamma}\right)-\left(z_B+\frac{p_B}{\gamma}\right) =$$

$$\left(z_A+\frac{p_A}{\gamma}\right)+\underset{=1}{\cancel{\alpha}}\frac{U_A^2}{2g} = \left(z_B\,\frac{p_B}{\gamma}\right)+\underset{\alpha=1}{\cancel{\alpha}}\frac{U_B^2}{2g}$$

ottengo da Bernoulli:

$$\boxed{\delta = \frac{U_B^2-U_A^2}{2g}}$$

essendo $\left[U=\frac{Q}{\Omega}\right]$.

Si può anche avere

$$Q = \Omega U_A = \Omega_B U_B \longrightarrow \left[\left(\frac{Q^2}{\Omega_B^2}-\frac{Q^2}{\Omega_A^2}\right)\frac{1}{2g}\right] \Longleftrightarrow$$

↓ EQUIVALENTI

da $\frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{\Omega_A^2}-\frac{1}{\Omega_B^2}\right) = \Delta\frac{\gamma m-\gamma}{\gamma}$ ricavo:

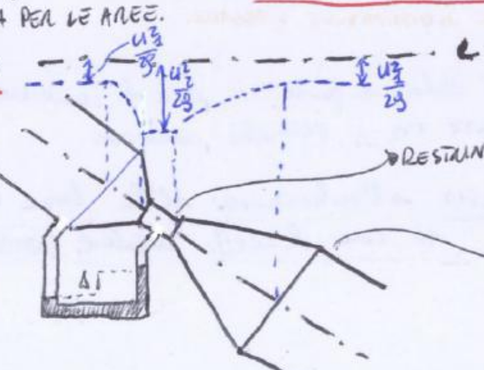
$$\boxed{Q = \frac{\Omega_A\Omega_B}{\sqrt{\Omega_A^2-\Omega_B^2}}\sqrt{2g\Delta\frac{\gamma m-\gamma}{\gamma}}} = f(\Delta) \Rightarrow Q \text{ funzione di } \Delta \text{ (differenza dei menischi)}$$

(quindi senza alcun strumento riesco a calcolare con un righello le sezioni D e d dove passa il fluido).

↓ NOTA PER LE AREE.

EFFETTO VENTURI

VENTURIMETRO



→ RESTRINGIMENTO (CONVERGENTE). A me interessa la δ dei CARICHI PIEZOMETRICI

→ il punto di debolezza è il diffusore perché far divergere una CORRENTE senza farla andare in modo tranquillo.

⇒ Se restringo il DIVERGENTE → la MISURA diventa IMPRECISA

Parliamo di CADENTE cioè che per il significato energetico di H, che la CADENTE J rappresenta in ogni caso le perdite di ENERGIA subite dall'unità di peso del liquido nell'unità di percorso.

Si può dire H_0 = carico totale nella sezione di ascissa $S=0$

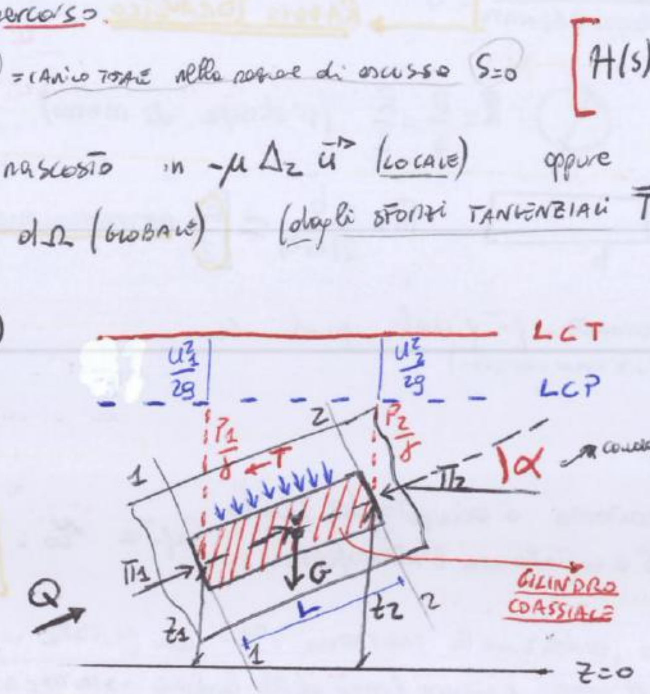
$$\left[H(s) = H_0 - \int_0^s J(s)\, ds = H_0 - JS \right]$$

SOLO PER MOTO UNIFORME. J = costante.

Il J sarà nascosto in $-\mu \Delta_z \vec{u}$ (LOCALE) oppure

in $-\mu \int_{\Omega} \frac{d\vec{u}}{dn}\, d\Omega$ (GLOBALE) (dagli SFORZI TANGENZIALI $\vec{T}$)

Esempio (TUBO)



⟹ AZIONE DI TRASCINAMENTO DI UNA CORRENTE

Interviene viscosità nei fluidi reali fa sì che gli sforzi che agiscono sulla parete del condotto in cui si muove una corrente presentino componenti tangenziali → AZIONE DI TRASCINAMENTO della corrente sull'involucro. La forza opposta è la RESISTENZA.

- Applichiamo l'eq. globale dell'equilibrio applicandola alla direzione del moto:

- Π_1, Π_2, Π_{m} (SFORZI) — $(p_1 A)$ $(p_2 A)$ nulli
- M_e e M_u SONO UGUALI E CONTRARI → TUBO CURVO NON SI POSSONO ELIDERE PERCHÈ DIREZIONI DIVERSE (M_e, M_u).
- $-G \operatorname{sen}\alpha$ (COMPONENTE del PESO G)
- I è NULLO perché il moto è PERMANENTE

quindi:

$$-G \operatorname{sen}\alpha + \vec{\Pi}_1 - \vec{\Pi}_2 + \cancel{\vec{M}_e}_{=0} - \cancel{\vec{M}_u}_{=0} + \cancel{I}_{=0} - T = 0$$

DIREZIONE OPPOSTA AL MOTO (se è al contrario la giro dall'altra parte)

SFORZO SULLA PARETE — INTEGRALE delle τ SU TUTTO IL CAMPO.

quindi ⟹ $T = \Pi_1 - \Pi_2 - G\operatorname{sen}\alpha = A(p_1 - p_2) - \gamma L A \operatorname{sen}\alpha$

poiché:

- $G \operatorname{sen}\alpha = \gamma \pi R^2 \underbrace{L \operatorname{sen}\alpha}_{z_2 - z_1} = \gamma \pi R^2 (z_2 - z_1)$ — $\operatorname{sen}\alpha = \frac{z_2 - z_1}{L}$
- $p_1 \pi R^2 - p_2 \pi R^2$ (PRESSIONE NEL BARICENTRO PER L'AREA = SPINTA)

quindi: SFORZI TANGENZIALI SULLA SUP. DEL CILINDRO

$$T = -\gamma \pi R^2 (z_2 - z_1) + (p_1 - p_2)\pi R^2 =$$

$$= \gamma \pi R^2 \left[\left(z_1 + \frac{p_1}{\gamma}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma}\right) \right] =$$

differenza dei carichi piezometrici quindi è JL

$$\boxed{T = \gamma \pi R^2 \cdot JL}$$

$$\left[\tau = \frac{T}{\Omega_{cil}} = \frac{\gamma \pi R^2 JL}{2\pi R\, L} = \gamma \frac{R}{2} J \right]$$

NEL SINGOLO PUNTO uguali essendo sezioni uguali — PERIMETRO sezione fluido

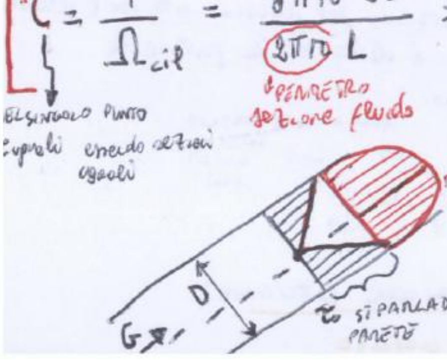
⟹ quindi so che: VALIDITÀ GENERALE vale qualunque siano le modalità del movimento

$$\left[T = \gamma A \cdot L \cdot J = \gamma W J \right]$$

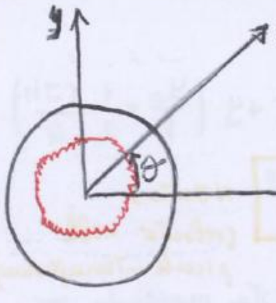
dove W è il volume del fluido contenuto nel tronco considerato

$$\tau_0 = \gamma \frac{D}{4} J = \gamma \frac{R}{2} J = \gamma R J$$

→ RAGGIO IDRAULICO



⟹ Le τ non esistono sulla parete ma esistono anche nel cilindro. Se ci sono τ all'interno del TUBO quindi velocità cambia e quindi è funzione delle τ (al centro velocità è veloce perché non ci sono τ) velocità massima nell'asse.



Scriviamo il Laplaciano in coordinate cilindriche:

$$\Delta_2 u = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \underbrace{\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}}_{=0} \quad \text{per simmetria}$$

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{du}{dr}\right) = -\frac{\gamma J}{\mu} \Rightarrow \frac{d}{dr}\left(r\frac{du}{dr}\right) = -\frac{\gamma J r}{\mu} \Rightarrow$$

$$r\frac{du}{dr} = -\frac{\gamma J}{\mu}\frac{r^2}{2} + \underbrace{cost}_{=0}$$ → per la condizione al contorno $\left.\frac{du}{dr}\right|_{r=0} = 0$

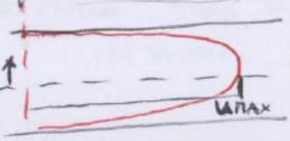
$$\Rightarrow \boxed{\frac{du}{dr} = -\frac{\gamma J}{\mu}\frac{r}{2}}$$

eq. ordinaria del 1° ordine da Navier delle funzione u e variabile r → definisce la distribuzione delle velocità nella sezione trasversale della corrente

VELOCITÀ $\boxed{u = \frac{\gamma J}{4\mu}(R^2 - r^2)}$ ⇒ DALLA 1a CONDIZIONE AL CONTORNO

VELOCITÀ MASSIMA $\boxed{u_{max} = \frac{\gamma J}{16\mu}D^2}$

Si ha una distribuzione parabolica di velocità



In corrispondenza dell'asse del condotto e velocità nulla nelle pareti.

Integrando si ottiene la PORTATA:

$$Q = \int_0^R u\, 2\pi r\, dr = \dots = \frac{\pi}{128}\frac{\gamma J}{\mu}D^4$$

⇒ FORMULA DI POISEILLE → da cui siamo in grado di progettare qualsiasi sistema con fluidi.

(LINEARITÀ TRA LE τ E LE $\frac{du}{dr}$)

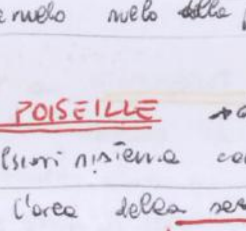
→ questa formula contiene tutto: il flusso, tipo di fluido, diametro, portata.

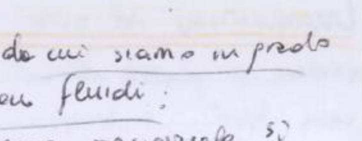
Dividendo per l'area della sezione trasversale si ottiene la VELOCITÀ MEDIA ⇒ $\boxed{V = \frac{Q}{\Omega} = \frac{1}{32}\frac{\gamma J}{\mu}D^2}$

adesso possiamo calcolare α e β con la velocità $\left[u = \frac{\gamma J}{4\mu}(R^2 - r^2)\right]$

Esempio di calcolo

MOTO TRA 2 LASTRE INDEFINITE, FLUIDO IN MOTO LAMINARE





$$\vec{u} = (u(y), 0, 0)$$

Proietto Navier-Stokes lungo x:

$$\frac{d}{dx}(p+\gamma z) - \mu\frac{d^2u}{dy^2} = 0 \qquad \Delta_2 u = \underbrace{\cancel{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}}}_{=0} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

⇒ Variazione di velocità in direzione y (non può essere lungo x: moto uniforme perché sezioni lungo x stesso comportamento); mi avvicino o mi allontano dalle pareti cambia la velocità.

→ quindi: $\frac{d}{dx}(p+\gamma z) - \mu\frac{d^2u}{dy^2} = 0$

$$\begin{cases} -J\gamma - \mu\frac{d^2u}{dy^2} = 0 \\ u|_{y=h} = 0 \\ \frac{du}{dy}\Big|_{y=0} = 0 \end{cases}$$

EQUAZIONE DI POISSON con condizioni al contorno:

quindi troverò una sezione di velocità parabolica: $\boxed{u = \frac{1}{2}\frac{\gamma J}{\mu}(h^2 - y^2)}$ VELOCITÀ

$\boxed{u_{max} = \frac{1}{2}\frac{\gamma J}{\mu}h^2}$ VELOCITÀ MASSIMA

$$\left[Q = \int_0^b b\, u\, dy = \dots = \frac{2}{3}\frac{\gamma J}{\mu}bh^3\right]$$

dividendo per l'area della sezione trasversale troviamo la velocità media

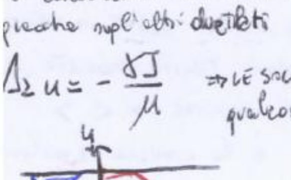
$$\boxed{V = \frac{Q}{2bh} = \frac{1}{3}\frac{\gamma J}{\mu}h^2 = \frac{2}{3}u_{max}}$$

$\boxed{V = \frac{1}{32}\frac{\gamma J}{\mu}D^2}$ per il confronto che vogliamo istituire introduciamo una lunghezza caratteristica anziché il semispessore h, il raggio idraulico R.

Nel calcolarlo come rapporto tra l'area della sezione trasversale e la lunghezza del suo contorno, solo per pareti solide perché sugli altri due lati del rettangolo la resistenza è nulla essendo nullo il prodotto delle velocità: $R = \frac{2bh}{2b} = h$

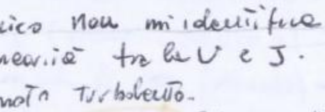
$\Delta_2 u = -\frac{\gamma J}{\mu}$ ⇒ LE SOLUZIONI ANALITICHE SONO FINITE, LE ALTRE SONO SOLUZIONI approssimate, o per il cerchio o per qualcosa di infinitamente esteso.

$V = K\frac{\gamma J}{\mu}R^2$ (K: costante che dipende dalla sezione) Il raggio idraulico non mi identifica la geometria della mia sezione. Legame di linearità tra le V e J. LEGAME DI LINEARITÀ, se la si (MOTO LAMINARE) perde siamo in moto turbolento.



Distribuzione lineare delle τ ⇒ lungo l'asse non c'è distribuzione di τ e quindi non c'è attrito e vel. massima.

→ TAGLIANDO non cambio nulla (sempre avere attrito) (Es STRADA, TETTO → acqua che scorre)



MOTO ALLA COUETTE

$\boxed{u'(t) = u(t) - \bar{u}}$ scarto rispetto alla media $\boxed{u'^2 = \frac{1}{T}\int_0^T u'(t)^2\,dt}$ (scarto quadratico medio → varianza)

Componenti di agitazione turbolenta → DECOMPOSIZIONE DI RAYNOLDS

$u(t) = \bar{u} + u'$ → componente di agitazione (componente di RAYNOLDS)

$v(t) = \bar{v} + v'$

$w(t) = \bar{w} + w'$

→ componenti di agitazione nulle.

$\boxed{\overline{u'} = 0}$ → lo so perché: $\overline{u'} = \frac{1}{T}\int_0^T u'(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T (u(t) - \bar{u})\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)\,dt - \boxed{\frac{1}{T}\int_0^T} \bar{u}\,dt = \bar{u} - \bar{u} = \emptyset$

$\boxed{\frac{1}{T}\int_0^T} = 1$

. Sappiamo che: la ① $\boxed{\mathrm{div}\,\vec{u} = 0}$ ⇒ $\mathrm{div}(\vec{\bar{u}} + \vec{u'}) = \mathrm{div}(\vec{\bar{u}}) + \mathrm{div}(\vec{u'}) = 0$ prendo tutti i valori e li medio ⇒ $\mathrm{div}(\vec{\bar{u}}) + \underbrace{\mathrm{div}(\overline{u'})}_{=0} = 0$ sono 2 operazioni lineari (scambio la media con integrazione)

quindi: ② $\boxed{\mathrm{div}(\vec{\bar{u}}) = 0}$ per RAYNOLDS

Dalla ① e dalla ② deduciamo che mettendo il valor medio della decomposizione è la stessa equazione quindi dice di lavorare con valori medi che è più semplice che lavorare su tutte le oscillazioni, avviene ciò perché $[\mathrm{div}\,\vec{u} = 0]$ ha solo operatori lineari (OPERAZIONE LINEARE)

Ma se lo faccio sulle equazioni di NAVIER-STOKES ⇒ $\rho(\vec{F} - \frac{D\vec{u}}{Dt}) = \mathrm{grad}\,p + \mu \Delta_2 \vec{u}$ →

diventa $\mu \Delta_2 \vec{\bar{u}}$

PROBLEMA → questo non è lineare

troverò un τ MEDIO. $\boxed{\overline{\frac{D\vec{u}}{Dt}} \; ? \neq \; \frac{D\vec{\bar{u}}}{\partial t}}$

⇒ $\overline{\frac{D\vec{u}}{Dt}} = \overline{\frac{\partial \vec{u}}{\partial t}} + \overline{\vec{u}\,\mathrm{grad}\,\vec{u}} = \frac{D\vec{\bar{u}}}{Dt} = \frac{\partial \vec{\bar{u}}}{\partial t} + \overline{\vec{u}\,\mathrm{grad}\,\vec{u}}$ → media del prodotto non è il prodotto delle medie.

→ $\overline{\vec{u}\,\mathrm{grad}\,\vec{u}} = \overline{(\vec{\bar{u}} + \vec{u'})\,\mathrm{grad}\,(\vec{\bar{u}} + \vec{u'})} = \overline{\vec{\bar{u}}\,\mathrm{grad}\,\vec{\bar{u}}} + \cancel{\overline{\vec{\bar{u}}\,\mathrm{grad}\,\vec{u'}}} + \cancel{\overline{\vec{u'}\,\mathrm{grad}\,\vec{\bar{u}}}} + \overline{\vec{u'}\,\mathrm{grad}\,\vec{u'}} =$

INTEGRALE

$= \vec{\bar{u}}\,\mathrm{grad}\,\vec{\bar{u}} + \overline{\vec{u'}\,\mathrm{grad}\,\vec{u'}}$ quindi: $\overline{\vec{u}\,\mathrm{grad}\,\vec{u}} = \vec{\bar{u}}\,\mathrm{grad}\,\vec{\bar{u}} + \underbrace{\overline{\vec{u'}\,\mathrm{grad}\,\vec{u'}}}_{\neq 0}$ → PARTE CONVETTIVA della QUANTITÀ DI MOTO

DIMENSIONI TRASVERSALE FLUSSI CAOTICI

sono τ FLUSSI DI QUANTITÀ DI MOTO

mi nascono delle τ di natura turbolenta

dissipazioni aggiuntive

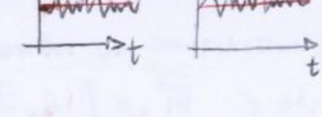
⇒ L'EQUAZIONE di NAVIER-STOKES diventa:

$$\frac{\partial \vec{\bar{u}}}{\partial t} + \vec{\bar{u}}\,\mathrm{grad}\,\vec{\bar{u}} + \overline{\vec{u'}\,\mathrm{grad}\,\vec{u'}} = -\frac{1}{\rho}\,\mathrm{grad}\,\vec{\bar{p}} + \vec{g} + \nu \Delta_2 \vec{\bar{u}}$$

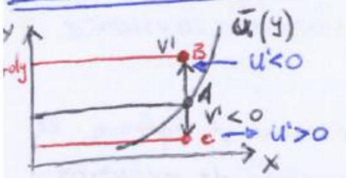
Equazioni di RAYNOLDS per il moto medio (CASO particolare di NAVIER-STOKES)

$$u'\,\mathrm{grad}\,\vec{u}' = \mathrm{div}\begin{bmatrix} \overline{u'^2} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{u'v'} & \overline{v'^2} & \overline{v'w'} \\ \overline{u'w'} & \overline{v'w'} & \overline{w'^2} \end{bmatrix}$$

faccio il prodotto $\overline{u'v'}$ (medio) vado a vedere istante per istante quanto vale la u' e la v'



PROFILO DI MOTO MEDIO

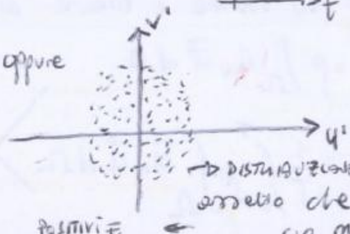


Le turbolenze e le componenti di agitazione muovono le particelle in direzione v', w', u'

quindi: $\boxed{v' > 0,\ u' < 0 \quad e \quad v' < 0,\ u' > 0}$

quindi $\boxed{\overline{u'v'} < 0}$ (TERMINI NEGATIVI)

oppure



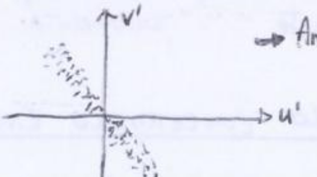
→ DISTRIBUZIONE DI PUNTI, mi aspetto che $\overline{u'v'}$ in media sia nullo.

POSITIVI E NEGATIVI SI ANNULLANO

TURBOLENZA ISOTROPA

$\overline{u'v'} = 0$

se invece

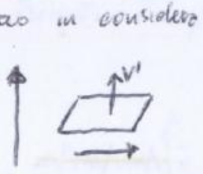


→ Andamento di questo tipo:

$\overline{u'v'} < 0$ TURBOLENZA ANISOTROPA

Noi prenderemo in considerazione questo.

Prendiamo un'area TRASVERSALE al MOTO:



→ questa v' causa un passaggio di massa attraverso la mia area ma che si stanno muovendo grazie al moto medio ed alle u'

quindi $\rho v'\,dt\,d\Omega$ → quindi è un volume per una massa per la superficie → massa che passa per la superficie trasversale nell'unità di tempo.

⟹ CONTINUA so che:

⇒ Seguiremo la STRADA PRATICA per capire le caratteristiche delle FORMULE: ANALISI DIMENSIONALE

$$\left[U = \frac{1}{32}\frac{\gamma J}{\mu} D^2\right]$$ → le dimensioni delle forze a destra ed a sinistra cioè è una velocità.

Tutte le nostre formule hanno queste caratteristiche.

Alla base della S.I ⇒ 3 grandezze in meccanica L, M, T

LUNGHEZZA (m) — MASSA (Kg) — TEMPO (secondi)

→ devo capire queste grandezze quando sono GRANDEZZE FONDAMENTALI

SCELTA ⇒ $[x] = [L^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma}]$

Q_1, Q_2, Q_3:

$$[Q_1] = [L^{\alpha_1} M^{\beta_1} T^{\gamma_1}]$$
$$[Q_2] = [L^{\alpha_2} M^{\beta_2} T^{\gamma_2}]$$
$$[Q_3] = [L^{\alpha_3} M^{\beta_3} T^{\gamma_3}]$$

$$D = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{vmatrix} \neq 0$$

DETERMINANTE Q_1, Q_2, Q_3 è una buona scelta

La terna Q_1, Q_2, Q_3 è fondamentale → con una terna fondamentale non è possibile le tre grandezze scelte da far risultare un numero puro.

$\boxed{Q_1^m \cdot Q_2^n \, Q_3^p}$ NON PUÒ ESSERE PURO se Q_1, Q_2, Q_3 sono linearmente indipendenti dimensionalmente

TEOREMA π o di BUCKINGHAM ⇒ Supponiamo di aver capito che in generale la grandezza sia funzione di altre grandezze

deve essere omogenea nelle sue dimensioni a destra e a sinistra (OMOGENEA) ←

$$\left[y = f(q_1, q_2, \dots, q_n, \underbrace{a_1, a_2, \dots, a_n}_{\text{NUMERI PURI}})\right]$$

Se è OMOGENEA posso scegliere 3 grandezze q_1, q_2, q_3 dimensionalmente indipendenti se faccio una buona scelta $\frac{y}{q_1^{\alpha} q_2^{\beta} q_3^{\gamma}}$ sarà numero puro se α, β, γ scelti giusti così da farlo diventare un numero puro.

$$\Rightarrow \frac{y}{q_1^{\alpha} q_2^{\beta} q_3^{\gamma}} = f_1\left(q_1, q_2, q_3, \dots \left[\frac{q_n}{q_1^{\alpha_n} q_2^{\beta_n} q_3^{\gamma_n}}\right], a_1, a_2, \dots, a_n\right)$$

La scelta di $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n$ che mi fa diventare tutto numero puro

queste 3 scompaiono perché sono grandezze derivate e non numeri puri

se è un numero puro

NUMERI PURI

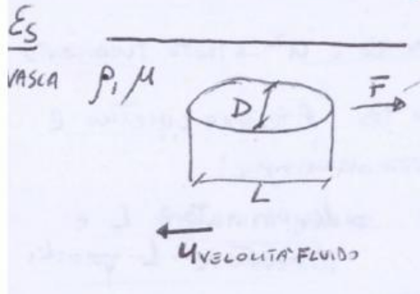
quindi:

$$\boxed{\frac{y}{q_1^{\alpha} q_2^{\beta} q_3^{\gamma}} = f_1(N_4, N_5, \dots, N_n, a_1, a_2, \dots, a_n)}$$ dove $N_4 = \frac{q_n}{q_1^{\alpha_n} q_2^{\beta_n} q_3^{\gamma_n}}$

ENUNCIATO DI BUCKINGHAM

Es

VASCA ρ, μ



→ Con questa forza il corpo sta fermo (come risultante di tutte le forze)

$$F = f(\rho, \mu, U, D, L)$$

FLUIDO IN CUI È IMMERSO — VELOCITÀ — LUNGHEZZA — DIMENSIONALMENTE INDIPENDENTI

se va in moto laminare va bene ma se fosse in MOTO TURBOLENTO avrebbe una componente per la PARETE.

3 grandezze linearmente (dimensionalmente) indipendenti cioè non si può esprimere una grandezza come composizione delle altre due. Scegliamo ρ, U, D:

$$\frac{F}{\rho^{\alpha} U^{\beta} D^{\gamma}} = f\left(\frac{\mu}{\rho^{\alpha_1} U^{\beta_1} D^{\gamma_1}}, \frac{L}{\rho^{\alpha_2} U^{\beta_2} D^{\gamma_2}}\right)$$

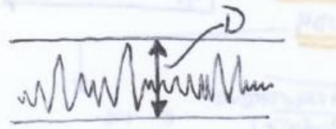
$\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\gamma = 2$

$\alpha_1 = 1$, $\beta_1 = 1$, $\gamma_1 = 1$

$\alpha_2 = 0$, $\beta_2 = 0$, $\gamma_2 = 1$

CASI INTERMEDI

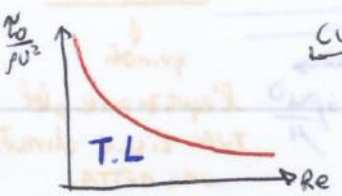
→ **TUBO IDRAULICAMENTE LISCIO** → lo straterello in MOTO LAMINARE sulla parete del mio tubo contiene tutta la scabrezza ⇒ sappiamio che in MOTO LAMINARE non interessa la scabrezza



$$\Rightarrow \frac{\tau_0}{\rho U^2} = f\left(\frac{\mu}{\rho U D}\right)$$ ⇒ quindi questo è funzione del NUMERO DI REYNOLDS

$$\boxed{\frac{\tau_0}{\rho U^2} = f(Re)}$$

$$\tau_0 = f(D, U, \mu, \rho)$$



CURVA del TUBO LISCIO

FORMULE INTERPOLANTI:

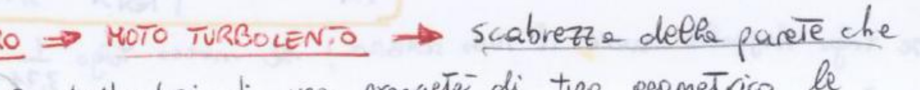
FORMULA DI BLASIUS $\lambda = 0{,}316\, Re^{-0{,}25}$ $Re < 10^5$

FORMULA DI NIKURADSE $\lambda = 0{,}0032 + 0{,}221\, Re^{-0{,}237}$ $Re < 10^7$

↳ per valori di Re MOLTO PIÙ ELEVATI

→ **TUBO NON LISCIO, TUBO SCABRO** ⇒ MOTO TURBOLENTO → scabrezza della parete che è stata indicata con il simbolo ε. E trattandosi di una proprietà di tipo geometrico le dimensioni sono la lunghezza.

Ci sono vari tipi di scabrezza:



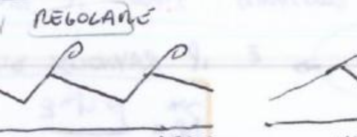
inoltre c'è un'altro tipo di scabrezza a DENTI DI SEGA

ma non esiste una grandezza geometrica che mi identifica questa scabrezza quindi si cerca una conseguenza, cioè proprio sulla RESISTENZA OPPOSTA AL MOTO

↓ ESPERIENZA DI NIKURADSE

Voglio inoltre sapere l'effetto che mi da per le perdite di energia?

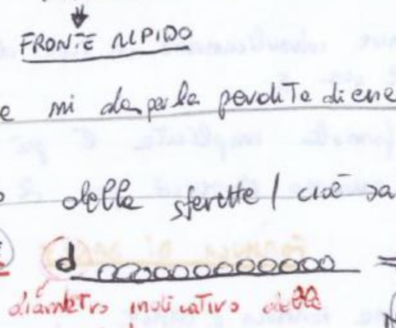
↓ ha messo un collante sulla parete del tubo liscio ed ha incollato delle sferette (cioè sabbia con diametro molto costante) ⇒ (DIAMETRO d ASSUNTO da NIKURADSE)



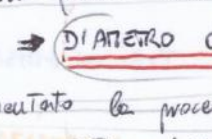
→ su tali tubi si è sperimentato la procedura che abbiamo già ricordato.

↳ per diversi valori della portata della corrente fluida quindi della velocità media e del numero di Reynolds si misuravano le cadenti da cui era agevole risalire ai valori di λ e si costruivano le curve $\lambda(Re)$

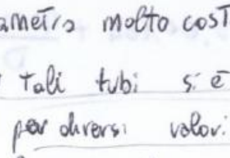
$\tau_0 = f(D, U, \rho, \mu, d)$ quindi $\frac{\tau_0}{\rho U^2} = f\left(Re, \frac{d}{D}\right)$ → SOMMERGENZA



→ I TUBI COMMERCIALI sono:



→ SCABREZZA EQUIVALENTE DI NIKURADSE



per impianti tecnici hanno scabrezze di tipo diverso

Calcolo le (J) dei tubi da (Δ) leggo δ → ($\delta \cdot L$)

L'effetto della scabrezza è identico per l'altra e lo identifico per via idraulica e quindi l'effetto della scabrezza è uguale a quello di NIKURADSE con diametro d.

→ ($\varepsilon = 1\,\mu m$ non è che la scabrezza è alta $1\,\mu m$ ma sono le sferette alte $1\,\mu m$)

tanto più è lungo quanto più piccola è la scabrezza relativa cioè le singole serie di esperienze

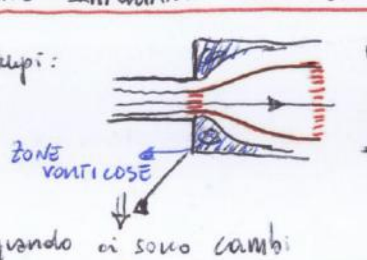
· Dopo un primo tratto discendente $\lambda(Re)$ le curve con $\frac{d}{D} = \cos t$ tendono a disporsi orizzontali $\lambda = \cos t$ → MOTO PURAMENTE TURBOLENTO non c'è viscosità

$$\left[Re^* = \frac{u^* d}{\nu} = 70\right]$$ u^* = velocità d'attrito

PERDITE DI CARICO CONCENTRATE (LOCALIZZATE)

L'IMPORTANZA dello studio di queste situazioni sta nel fatto che esse sono quasi sempre caratterizzate da un intensa dissipazione di energia e quindi da un brusco abbassamento della linea dei CARICHI TOTALI → (di norma per un distacco della vena fluida dalla parete, è accompagnato dalla formazione di zone dove ha luogo un intensa agitazione vorticosa di massa fluida).
Inoltre a valle di queste zone si hanno tratti di corrente fortemente ritardata, ove il fenomeno turbolento acquista importanza.
Queste perdite di carico non distribuite, danno lungo il mio tubo una quantità di energia in cui perdo una $J = \frac{dH}{ds}$. Abbiamo tirato fuori il concetto di corrente gradualmente variata in cui abbiamo detto che c'era variazione di pressione e abbiamo tirato fuori le varie formule.
DIVENTANO IMPORTANTI le CURVATURE DELLE TRAIETTORIE

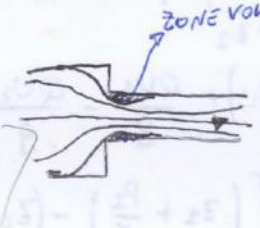
Vari Esempi:



a) BRUSCO ALLARGAMENTO della SEZIONE della CONDOTTA

→ CAMBIO di GEOMETRIA per passare questo sistema devo spendere energia aggiuntiva

quando ci sono cambi c'è una spesa di energia.



b) BRUSCO RESTRINGIMENTO (è differente dal precedente).

BRUSCO CAMBIAMENTO di DIREZIONE

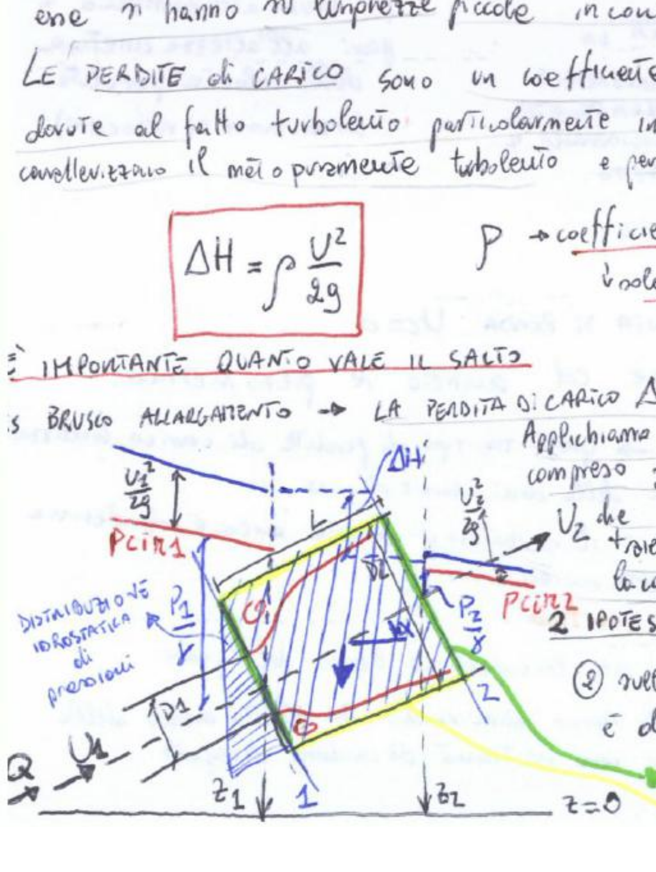
Le dissipazioni di energia di cui ora si è detto vengono designate come PERDITE DI CARICO LOCALIZZATE, per contraddistinguerle dalle perdite continue che si hanno lungo i tratti di corrente in moto uniforme e che traggono la loro prima origine dalla resistenza opposta al movimento dalle parete della condotta. Anche se le condotte non sono lunghe le perdite localizzate non sono trascurabili.
Posso mettere un manometro differenziale prima e dopo, leggo Δ ricavo δ e per differenze trovo h.
→ CONCENTRATE (LOCALIZZATE) cioè che le concentro in un unica sezione → perchè di solito esse si hanno su lunghezze piccole in confronto alle lunghezze del tubo.
LE PERDITE di CARICO sono un coefficiente per un termine CINETICO (essendo dissipazioni di energia dovute al fatto turbolento particolarmente intenso esse devono risultare assimilabili a quelle che caratterizzano il moto pienamente turbolento e perciò proporzionali ai quadrati delle velocità in gioco) espresse:

$$\boxed{\Delta H = \rho \frac{U^2}{2g}}$$

ρ → coefficiente numerico → COSTANTE (spesso ≈ 1)
↳ solo se Reynolds (Re) molto bassi ρ può diventare funzione di esso
se cresce Re decresce ρ.

È IMPORTANTE QUANTO VALE IL SALTO

a) BRUSCO ALLARGAMENTO → LA PERDITA DI CARICO ΔH non può dipendere dall'inclinazione della condotta.



Applichiamo l'equazione globale della dinamica al tronco di corrente, compreso fra la sezione 1 terminale (lineare) e 2 più a valle che collocheremo alla minima distanza necessaria affinché le traiettorie del moto medio abbiano andamento orizzontale e quindi la corrente si consideri lineare.

2 IPOTESI: ① SI TRASCURA LA RESISTENZA OPPOSTA AL MOTO DALLA PARETE
② sulla corona circolare cioè il raccordo tra condotta 1 e 2 la pressione è distribuita idrostaticamente

→ SFORZI DI NATURA NORMALE
→ SFORZI DI NATURA TANGENZIALE

Un po' più complessa la situazione che si presenta all'imbocco di una condotta, quando l'imbocco sia realizzato a spigolo vivo → si ha una contrazione della vena liquida, la perdita del carico all'imbocco con spigolo vivo è $\left[\Delta H = 0,5 \frac{U^2}{2g}\right]$ (dipende dal valore del coefficiente di contrazione $C_c = 0,61$)

USO DELLE FORMULE PRECEDENTEMENTE VISTE

Energia che spendo per attrito o per MOTO TURBOLENTO:

FORMULA (TIPO DARCY) $\boxed{J = \beta \frac{Q^2}{D^n}}$ $n \simeq 5$ (intorno di 5)

$\left[\lambda = \frac{64}{Re}\right]$ MOTO LAMINARE (per calcolare l'energia)

$\left[\lambda = 0,316\ Re^{-0,25}\right]$ MOTO TURBOLENTO

β è dato da quanto vale n ed è indicato dalle tabelle e varia anche dal materiale.

Le perdite di carico distribuite sono date da $J \cdot \ell$ → LUNGHEZZA del TUBO

Le dissipazioni o perdite di carico concentrate avvengono in una sezione ben precisa.

PERDITE di CARICO NEL BRUSCO ALLARGAMENTO DI SEZIONE VALE: $\left[\Delta H = \frac{(U_1 - U_2)^2}{2g} \quad \Omega_1 U_1 = \Omega_2 U_2\right]$

per tutte le perdite di carico concentrate sono date da un coefficiente di PERDITA $\Delta H = \xi \frac{U^2}{2g}$ quando c'è BRUSCO RESTRINGIMENTO di solito metto U_2 (VALLE), c'è allargamento metto U_1 (MONTE)

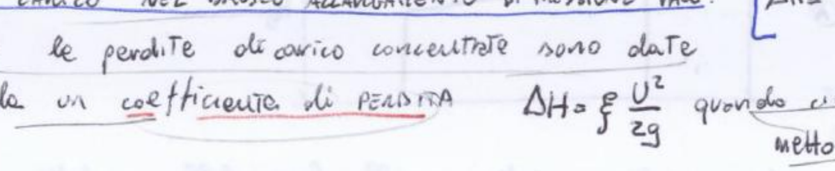
→ La dissipazione avviene nel serbatoio e il fluido arriva con un determinato termine cinetico che dipende dal termine cinetico del divergente e della mia condotta. Perdite di carico lungo il divergente perché le particelle sbattono contro le pareti.

RICORDARE: LINEA DEI CARICHI ASSOLUTI SCENDE, LINEA DI CARICO PIEZOMETRICO SALE
⇓ PERDITA DI CARICO ⇓ RECUPERO DI CARICO CON UN DIFFUSORE

DIVERGENTI E CONVERGENTI

I tronchi di condotta gradualmente convergenti non danno perdite di CARICO LOCALIZZATE perché nelle correnti accelerate si ha una attenuazione dei fatti turbolenti.

CONVERGENTI



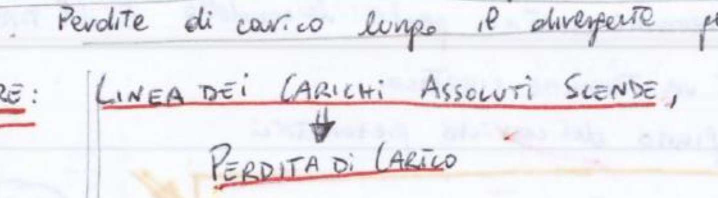
a) LUOGO A DISTACCO SUBITO A VALLE DELLA SUA SEZIONE TERMINALE

b) È IL PROFILO MIGLIORE PER LE PERDITE MINORE CONCENTRATE

c) IL PEGGIOR FUNZIONAMENTO DI UN CONVERGENTE

Più apprezzabili e in genere non trascurabili sono le perdite localizzate nei divergenti: dove i distacchi di vena non possono praticamente essere evitati

DIVERGENTI



Il PROFILO b) è preferibile all' a) perché in quest'ultimo il distacco ha luogo subito a valle della sezione iniziale mentre nel b) si verifica più a valle dopo che la corrente ha già subito un certo allentamento.

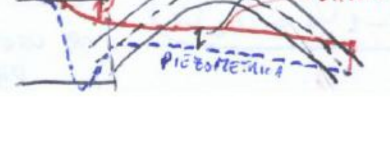
TUTTI I NOSTRI SISTEMI DI REGOLAZIONE SONO SISTEMI DI PERDITE DI CARICO CONCENTRATO (RUBINETTI ecc...)

BRUSCO ALLARGAMENTO → IMBOCCO A SPIGOLO VIVO → perde CIRCA 1/2 TERMINE CINETICO.

LINEE DEI CARICHI → NERE (EQ. DI STOKES) → se avviene invece tutto in una sezione sono concentrate.

LINEE DI CARICHI TOTALI → ROSSE → perdendo 1/2 termine cinetico sotto di un termine cinetico c'è il CARICO PIEZOMETRICO (sezione concentrata)

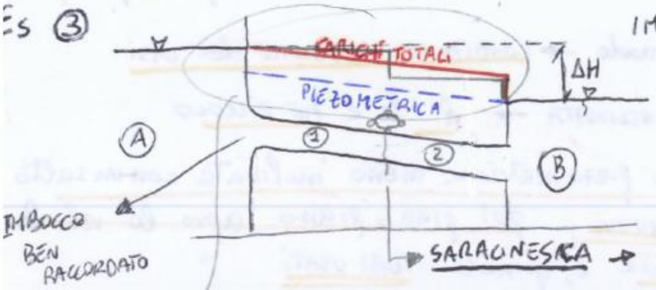
SIFONE → sistemi che fanno passare l'acqua da una parte all'altra.



Quando parlo di PELO LIBERO del serbatoio cioè c'è il piano dei carichi idrostatici relativi dove le pressioni sono uguali a zero. (INIZIO CONDOTTA c'è un pelo di quella condotta, alla fine c'è un altro pelo dove p=0).

Es ③

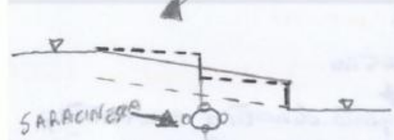
IMBOCCO BEN RACCORDATO SERBATOIO A



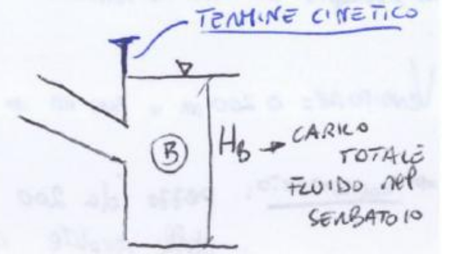
$$\left[\Delta H = \beta \frac{Q^2}{D^n} l + \frac{U^2}{2g}\right]$$

$$\left[\Delta H = \beta \frac{Q^2_{NEW}}{D^n} l_1 + \delta + \beta \frac{Q^2_{NEW}}{D^n} l_2 + \frac{U^2_{NEW}}{2g}\right] \text{ CON SARACINESCA}$$

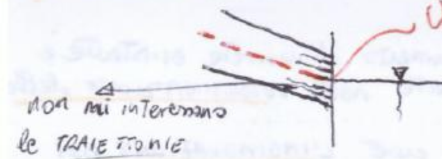
→ SARACINESCA → mi chiude le condotte → perdite di carico concentrate → → la PORTATA DIMINUISCE



Se descrivo la SARACINESCA → RICORDA



→ non mi interessano le TRAIETTORIE (è una CORRENTE)



U_{MEDIO} → asse del condotto so che z ho.

$\alpha \simeq 1$

→ con le correnti non distinguiamo le particelle.

Es ④ PROBLEMI PRATICI RELATIVI ALLE LUNGHE CONDOTTE

LUNGHE e BREVI CONDOTTE

Perdite di carico concentrate → ordine di grandezza del termine cinetico $\frac{U^2}{2g}$

Perdite di carico distribuite → lunghezza del TUBO l → ordine di grandezza $J \cdot l$

QUINDI: $\frac{U^2}{2g} = J \cdot l$ si EQUIVALGONO → dobbiamo mettere in conto tutte e due.

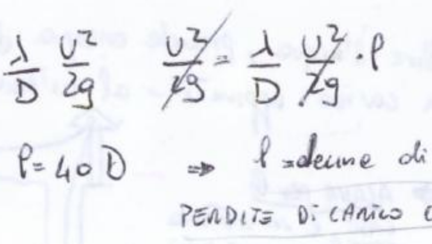
$\lambda = \frac{DJ}{U^2/2g}$ $\quad J = \frac{\lambda}{D}\frac{U^2}{2g}$ $\quad \cancel{\frac{U^2}{2g}} = \frac{\lambda}{D}\cancel{\frac{U^2}{2g}} \cdot l$ hanno lo stesso valore le perdite quando: $\frac{\lambda}{D} l = 1$ ⟹ $\boxed{l = \frac{1}{\lambda} D}$

$\lambda = 0{,}025 \Leftrightarrow l = 40\,D$ ⟹ l = decine di DIAMETRI → si equivalgono le metto in gioco entrambe

PERDITE DI CARICO CONCENTRATE = PERDITE DISTRIBUITE

Nelle LUNGHE CONDOTTE le perdite di carico concentrate (localizzate) diventano piccole rispetto alle distribuite, quando $\frac{1}{100}$ PERDITE CONCENTRATE rispetto alle distribuite $l = 4000\,D$ cioè sono trascurabili

Nelle BREVI CONDOTTE è il CONTRARIO cioè sono maggiori le CONCENTRATE ma le DISTRIBUITE sono equivalenti.



BREVI CONDOTTE $\Delta H = 0{,}5\frac{U^2}{2g} + J \cdot l + \alpha\frac{U^2}{2g}$

LUNGHE CONDOTTE $\Delta H = \underbrace{0{,}5\frac{U^2}{2g}}_{\simeq 0} + Jl + \underbrace{\alpha\frac{U^2}{2g}}_{\simeq 0}$

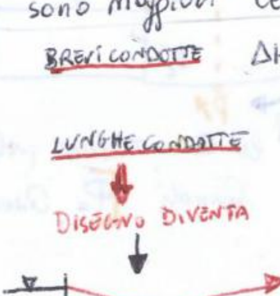
DISEGNO DIVENTA

↓

Noi PARLEREMO solo di LUNGHE CONDOTTE

↓

mi semplifica i problemi, i disegni e i calcoli



→ quindi sappiamo che nelle lunghe condotte: $\boxed{\Delta H = \beta \frac{Q^2}{D^n} l}$

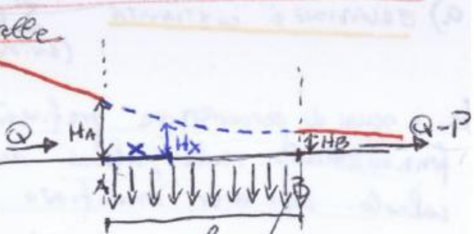
Es PORTATA D'EMERGENZA

→ NUOVA PIEZOMETRICA SI ABBASSA → si abbassa la portata in B perché esce in P il fluido.
(B) è fermo solo da (A) perché l'acqua esce in P.
Se prima volevo 30, adesso 40 ma devo darne più che 10 in più.

$\Delta H = H_A - H_x = H_A - H_B = \beta \frac{Q^2_{NEW}}{D^n} l_1 = \beta \frac{P^2}{D^n} l_1 \to P$

Es (7) CONDOTTA A DIAMETRO COST CON EROGAZIONE UNIFORME LUNGO IL PERCORSO

Diametro costante D è inserito il tronco AB di lunghezza l erogazione uniformemente distribuita con portata q per unità di lunghezza della condotta quindi PORTATA $P = ql$ (PORTATA PER UNITÀ DI LUNGHEZZA)
Alla sezione iniziale A arrivi $Q > P$ che compete il carico piezometrico H_A determiniamo l'andamento piezometrico lungo AB e in particolare il carico H_B all'estremo di valle.
D=cost, se diminuisce la portata diminuisce la velocità.
Indichiamo con x la distanza di una generica sezione da quella iniziale A → in essa la portata vale $Q - qx$ lungo il tronco di lunghezza dx ed a valle x + dx, la piezometrica subisce abbassamento.



Questi sono TIPO: FONTANA, IMPIANTI DI IRRIGAZIONE, DORSALE, INGRESSO VARI PALAZZI.
Per un tratto l ci sono tanti fori da cui esce una portata P. $q = \frac{P}{l}$ → PORTATA PER UNITÀ DI LUNGHEZZA

$dH_x = \beta \frac{(Q-qx)^2}{D^n} dx$ otteniamo H_x = integrando → $H_x = H_A - \int_0^x \beta \frac{(Q-qx)^2}{D^n} dx$ → il carico in x è uguale al carico in A meno quello che perde tra A e x.

$$\left[H_x = H_A - \frac{\beta}{D^n} x \left[Q^2 + \frac{(qx)^2}{3} - Qqx \right] \right]$$

quindi la piezometrica è un arco di parabola cubica e le tangenti agli estremi A e B hanno pendenze pari alle cadenti:

$J_A = \beta \frac{Q^2}{D^n}$ $J_B = \beta \frac{(Q-P)^2}{D^n}$ È ORIZZONTALE QUANDO TUTTO CHE ENTRA ESCE

→ PORTATA IN x: $Q - qx$ $J_x = \beta \frac{(Q-qx)^2}{D^n}$

Quanto vale il carico in B all'estremo di valle e si ottiene ponendo $x = l$ e vale:

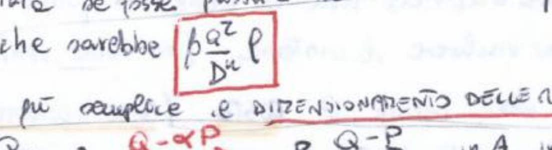
$$\left[H_B = H_A - \frac{\beta}{D^n} l \left[Q^2 + \frac{P^2}{3} - QP \right] \right]$$

CASI PARTICOLARI:
Se la PORTATA IN ARRIVO è completamente distribuita lungo il percorso $(Q = P)$ si ottiene:

$$\left[H_B = H_A - \frac{1}{3} \beta \frac{Q^2}{D^n} l \right]$$

LA PERDITA È UN $\frac{1}{3}$ (COSTO ENERGETICO) rispetto alla portata se fosse passata senza essere erogata che sarebbe $\boxed{\beta \frac{Q^2}{D^n} l}$

Invece di avere una erogazione distribuita la concentro in A e in B: → COMODO PER LA PROGETTAZIONE → si rende più semplice il DIMENSIONAMENTO DELLE RETI
EROGAZIONE CONCENTRATA AI DUE ESTREMI

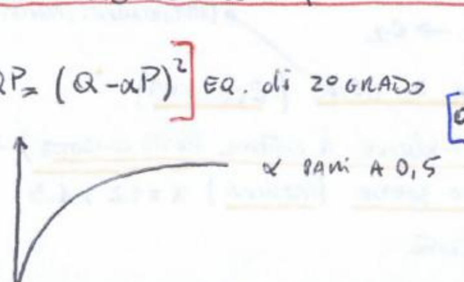


in A αP, in B $1-\alpha P$ → devo dare P la somma di queste due PORTATE CONCENTRATE

Perdita nel TRATTO AB se ci sono portate concentrate è $\left[\beta \frac{(Q - \alpha P)^2}{D^n} l \right]$

$$\left[Q^2 + \frac{P^2}{3} - QP = (Q - \alpha P)^2 \right]$$ EQ. di 2° GRADO

$$\left[\alpha = \delta - \sqrt{\delta^2 + \frac{1}{3} - \delta} \right]$$ dove $\delta = \frac{Q}{P}$ (ho scartato la soluzione per cui risulta $\alpha > 1$).

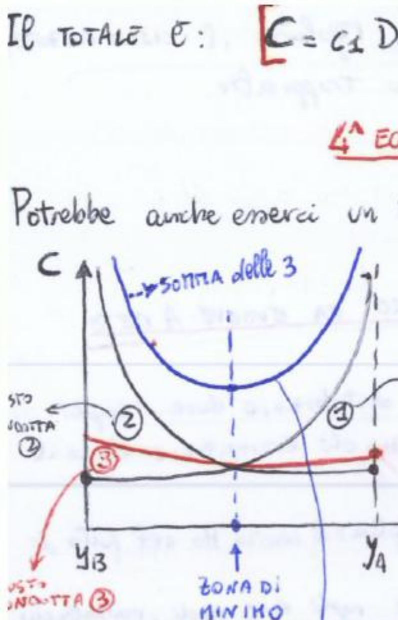


α pari a 0,5 → PORTATA UN PO' IN A e UN PO' IN B.

Il TOTALE È: $\left[C = c_1 D_1^{\alpha} l_1 + c_2 D_2^{\alpha} l_2 + c_3 D_3^{\alpha} l_3\right]$ → il costo è minimo quando la derivata è ZERO.

4^ EQUAZIONE $\boxed{\frac{dC}{dy_N} = 0}$ DERIVATA C rispetto ad y_N che varia rispetto ai 3 diametri → ogni diametro ha un costo.

Potrebbe anche esserci un MASSIMO:



- $y_N = y_B$ la condotta avrà un certo valore
- $y_N = y_A = 0$ piezometrica orizzontale, dovrò avere una condotta più grande all'infinito e quindi il costo è maggiore (y_N più piccolo possibile ①).
- $y_N = y_B$ il diametro tende all'infinito quindi lo voglio più alto possibile ②
- Il primo membro è $\neq 0$ per qualsiasi valore di y_N ③

QUESTA FUNZIONE È' _/ È PIÙ PIATTA → il COSTO VARIANDO DIAMETRI O LA TENUTA RISPETTO AL MINIMO NON CAMBIA MOLTO.

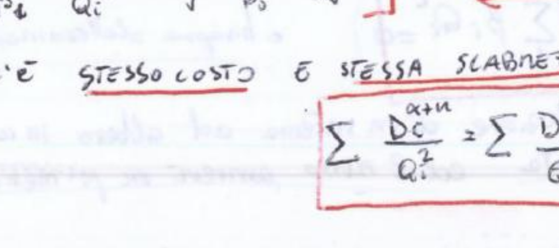
Si arriva:

$$\left[\sum_i \frac{c_i}{\beta_i} \frac{D_i^{\alpha+n}}{Q_i^2} = \sum_j \frac{c_j}{\beta_j} \frac{D_j^{\alpha+n}}{Q_j^2}\right] \rightarrow \text{4^ EQUAZIONE (per gli n serbatoi)}$$

Se c'è STESSO COSTO E STESSA SCABREZZA ($\beta_1 = \beta_2 = \beta_3$) ($c_1 = c_2 = c_3$)

$$\boxed{\sum \frac{D_i^{\alpha+n}}{Q_i^2} = \sum \frac{D_j^{\alpha+n}}{Q_j^2}}$$ ALTRA FORMULA della 4^

ACQUA AGLI UTILIZZATORI



Ci sono 4 tratti: NODI: x, y

$$\Delta y = J \cdot l = \beta \frac{Q^2}{D^n} l$$

PORTATE

$P_x = Q_1 - Q_2$

$P_y = Q_2 - Q_3$

Si può fare per n nodi.

Questo è UN PROBLEMA di PROGETTO CON EROGAZIONI CONCENTRATE (cioè conoscere D_1, D_2, D_3, ecc...).

Questo Δy lo distribuisco in tutte le portate concentrate quindi la sommatoria delle perdite di carico.

$$\left[\Delta y = \sum \beta_i \frac{Q_i^2}{D_i^n} l_i\right]$$ → HO 4 DIAMETRI PER UNA EQUAZIONE È UN PO' POCO MA HO LA CONDIZIONE DI MINIMO COSTO.

MI INTERESSA LA CONDOTTA CON I VARI BUCHI, CHE NON MI SONO COSTATI NULLA FARE, QUELLO CHE FANNO DOPO LE PORTATE USCENTI NON MI INTERESSA

Eq di MINIMO COSTO:

$$\frac{D_1^{\alpha+n}}{Q_1^2} = \frac{D_2^{\alpha+n}}{Q_2^2} = \frac{D_3^{\alpha+n}}{Q_3^2} = \frac{D_4^{\alpha+n}}{Q_4^2} = K$$ → COSTANTE LUNGO LA NOSTRA CONDOTTA

- Q_1^2: RAGGRUPPAMENTO PORTATE ENTRANTI IN X
- Q_2^2: RAGGRUPPAMENTO PORTATE USCENTI IN X MA ENTRANTI IN Y
- Q_3^2: RAGGRUPPAMENTO PORTATE ENTRANTI IN Z E COSÌ VIA ED USCENTI IN Y.

$\alpha = 1$ e $n = 5$ quindi è una potenza di 6 quindi:

$$D_i^6 = K Q_i^2 = \sqrt[6]{K} \sqrt[6]{Q_i^2} \rightarrow \left[D_i = K' \sqrt[3]{Q_i}\right]$$

da cui: $\Delta y = \sum \beta \frac{Q_i^2}{D_i^5} l_i = \sum \beta \frac{Q_i^2}{K'^5 Q_i^{5/3}} = \sum \beta \frac{Q_i^{1/3}}{K'^5 \rightarrow K''}$

$$\Delta y = \frac{\beta}{K''} \sum Q_i^{1/3} l_i \qquad K'' = \beta \frac{\sum Q_i^{1/3} l_i}{\Delta y}$$

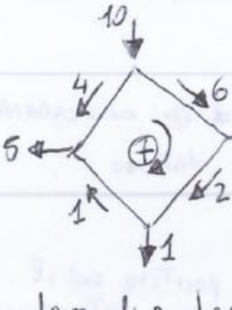
dalla K'' calcoliamo il K' e poi il K. ~~dato il K~~ ci calcoliamo il DIAMETRO TEORICO

⇒ RIPRESA LEGGI KIRCHOFF ⇒ $\left[\Delta h = \beta \frac{Q_i^2}{D_i^m} l_i = r_i Q_i^2\right]$ Analogia tra idraulica e elettrotecnica (differenza di potenziale)

ΔV diff di potenziale

RI → corrente, → resistenza

RISOLVIAMO QUESTO PROBLEMA CON IL METODO DI KROSS → risolvendo le eq a sistema per bilanciare e capire come funziona la mia rete posso trovare tante soluzioni di portate entranti ed uscenti. Distribuzione portate arbitraria → soddisfa l'eq di continuità



$$\begin{cases} P_1 = Q_1 + Q_5 \\ Q_1 = P_3 + Q_2 \\ \sum \Delta h_i = 0 \end{cases}$$

QUESTA MI DICE QUALE È IL SISTEMA PIÙ PROBABILE

⇒ STABILISCO UNA PORTATA DI 1° TENTATIVO

$$\left[Q_i = Q_i' + q_e'\right]$$

q_e' → CORREZIONE COSTANTE che se le PORTATE CHE HO SCELTO SONO GIUSTE È ZERO SE NO ≠ 0

Q_i': PORTATA PREFISSATA PER L'IESIMO LATO

→ devo dire che:

$$\sum r_i Q_i^2 = 0 = \sum r_i \left(Q_i' + q_e'\right)^2 = 0$$

$$\sum r_i Q_i'^2 + 2 \sum r_i Q_i' q_e + \underbrace{\sum r_i q_e'^2}_{=0}$$

⇒ SE HO SCELTO BENE LE PORTATE INIZIALI ALLORA SARÀ MOLTO PICCOLO QUINDI TRASCURABILE

$$\boxed{q_e' = - \frac{\sum r_i Q_i'^2}{2 \sum r_i Q_i'}}$$

→ Le PORTATE di 1° TENTATIVO CORRETTE NON DOVRÒ ITERARE 3 o 4 VOLTE mi fermerò quando il q_e è più piccolo del mio sistema di riferimento

→ Supponiamo che la rete sia simmetrica quindi che abbia diametri uguali ecc... quindi $r_i \neq 0$ METTIAMO PORTATE POSITIVE O NEGATIVE ∘ $\boxed{Q_i = Q_i |Q_i|}$ NUMERATORE ∘ $\boxed{Q_i = \frac{Q_i |Q_i|}{Q_i}}$ DENOMINATORE → PORTATA POSITIVA ΔH POSITIVO

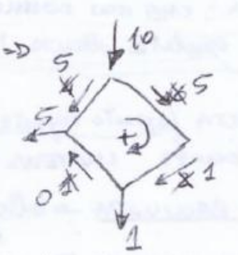
$$\left[q_e' = - \frac{6^2+2^2+1^2-4^2}{2(6+2+1+4)} = \frac{36+4+1-16}{26} = -\frac{25}{26} = -1\right]$$

CORREZIONE di −1 per le PORTATE

RAMO 1,2,3 (6,2,1) TERMINE POSITIVO

RAMO 4 NEGATIVO

quindi →



SECONDO TENTATIVO

$$q_e'' = - \frac{5^2+1^2+0^2-5^2}{2(5+1+0+5)} = -\frac{1}{22}$$

Es

TROVO LE PORTATE DELLA 1ª MAGLIA POI PASSO ALLA SECONDA MAGLIA E TROVO LE PORTATE DELLA SECONDA → CORREGGO LA PRIMA CON QUESTE E TROVO q_e

PROBLEMI ALTIMETRICI per le CONDOTTE → LUNGHE CONDOTTE POSATE NEL TERRENO È BUONA PRATICA CHE IL PROFILO DELLA TUBAZIONE SI MANTENGA AL DI SOTTO NON SOLO DELLA PIEZOMETRICA ASSOLUTA MA ANCHE DI QUELLA RELATIVA. L'ESISTENZA DI TRATTI IN DEPRESSIONE DETERMINA LA SEPARAZIONE DEI GAS DISCIOLTI NEL LIQUIDO E PUÒ PROVOCARE L'ENTRATA DI MATERIE FLUIDE DALL'ESTERNO, I GAS PORTANO INQUINAMENTO DEL LIQUIDO TRASPORTATO SOPRATTUTTO PER CONDUTTURE DI ACQUA POTABILE. FORMAZIONE DI TRONCHI IN DEPRESSIONE TENUTA PRESENTE NELLO STUDIO DI LUNGHE CONDOTTE E CON POSSIBILITÀ DI VARIAZIONI DI DISLIVELLI E DEI COEFF. DI SCABREZZA.

Nel progettare i nostri sistemi non ci interessa l'inclinazione della nostra condotta (ma parlando di sifone bisogna capire quando l'asse della condotta interseca la piezometrica

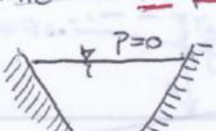
Percorso più corto → perdite più piccole ma i tubi passano dove riescono a passare quindi a volte passa dove può passare e non è piacevole ed a volte può incrociare il cielo piezometrico

CORRENTI A PELO LIBERO (A SUPERFICIE LIBERA)

La domanda che ci poniamo essenzialmente è uguale a quella delle correnti in pressione cioè quanta energia ci vuole?

Queste correnti sono correnti idriche che percorrono i corsi d'acqua naturali (fiumi, torrenti) o i canali artificiali (di bonifica, irrigazione, fognature, impianti idroelettrici, di navigazione interna).

Anche se il fluido è incomprimibile il fluido è libero di muoversi



Il modello è lo stesso per quelle in pressione e nessuno vieta di usare le equazioni di NAVIER-STOKES:

$$\left[\rho\left(\vec{F}-\frac{D\vec{u}}{Dt}\right)=\text{grad}\,p-\mu\,\Delta_2\vec{u}\right]$$

$\frac{D\vec{u}}{Dt}$ → NON LINEARITÀ

PARTE del CONTORNO NON A CONTATTO CON UNA SUP. SOLIDA MA CON UN GAS CHE NEI CASI PIÙ GENERALI È L'ATMOSFERA → SUP. LIBERA O PELO LIBERO $p=\text{COST}$

Non sono semplici da usare perché sono in MOTO TURBOLENTO e quindi ci sono le tensioni e tutto ciò che comporta la TURBOLENZA

Una parte del contorno non so dov'è e perché si può alzare o abbassare cambia la distribuzione di pressioni.

SEMPLIFICAZIONI → Troveremo dei MODELLI per SEMPLIFICARE l'equazione di STOKES con DE SAINT-VENANT:

→ posso trattare le grandezze di Ω e ρ → TRATTAZIONE MONODIMENSIONALE

→ CORRENTI GRADUALMENTE VARIATE cioè che le nostre curvature molto deboli quindi si può portare l'eq. di EULERO LUNGO L'ASSE (TRATTAZIONE MONODIMENSIONALE LUNGO Ω e ρ).

ASCISSA CURVIL. s

→ INOLTRE so che LA QUOTA del PELO LIBERO DI UNA GENERICA SEZIONE, DEFINIRE UN PROFILO LONGITUDINALE del PELO LIBERO, oppure profilo del pelo libero come linea d'intersezione delle sup. libere con il cilindro a generatrici verticali contenente una generica traiettoria.

$h=z+\frac{p}{\gamma}=\text{cost}$ PERPENDICOLARE al mio moto (TRASVERSALE)

Comunque sia fatto il profilo di velocità c'è una velocità ⇒ U VELOCITÀ MEDIA tale per cui si può costruire un carico TOTALE

$$\left[H=h+\alpha\frac{U^2}{2g}\right]$$

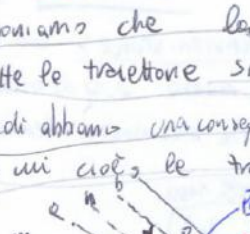
α È CIRCA PARI AD 1 essendo MOTO TURBOLENTO.

in cui

$$\left[U=U(s,t)=\frac{Q(s,t)}{\Omega(s,t)}\right]$$

Supponiamo che la pendenza dell'alveo in cui si muove la corrente e quindi la pendenza di tutte le traiettorie siano piccole anzi TRASCURABILI e sono assimilabili ai piani VERTICALI ⇒ $\boxed{\text{PICCOLE PENDENZE}}$

Quindi abbiamo una conseguenza → consideriamo una CORRENTE LINEARE per cui l'ipotesi stessa non è verificata in cui cioè le traiettorie siano inclinate rispetto all'orizzontale



m-m → traccia del FONDO dell'alveo
s-s → il profilo del pelo libero
H-P → traccia di una sezione trasversale
a-a → generica traiettoria

Cercheremo la piezometrica relativa a queste traiettorie; considero il punto A in cui interseca (HP) verso l'alto AB pari all'altezza piezometrica $\frac{p}{\gamma}$ cioè l'affondamento verticale di A sotto il PIANO dei carichi idrostatici relativi alla sezione, che è il piano orizzontale passante per P a press. atm.

La linea piezometrica cercata b-b passa per B, e la potremo tracciare per intero.

Se troviamo la linea piezometrica della traiettoria m-m che lambisce il fondo dell'alveo, troviamo n-n per il punto N del piano dei carichi idrostatici che sovrasta verticalmente al punto H e che è ben distinta dalla b-b

Infine la linea piezometrica di una traiettoria che coincide con il pelo libero è (s-s) perché altezze piezometriche nulle

$\Rightarrow$ PROIETTO NELLA DIREZIONE DEL MOTO $\boxed{F = m \cdot a} \rightarrow \frac{du}{dt} + u\frac{du}{ds}$

le forze saranno di MASSA e di SUPERFICIE $\quad \rho \Omega ds$

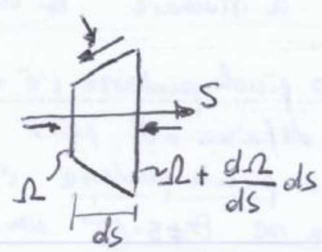
FORZE DI MASSA — direzione moto

PESO $G = \rho g \Omega ds \sin\vartheta =$

$$\boxed{-\rho g \Omega \, ds \frac{dz_f}{ds}}$$

FORZE DI SUPERFICIE

Le forze di superficie sono quelle normali e tangenziali. Sulle facce 1 e 2. Le forze in direzione del moto sono quelle normali. Sulle pareti invece abbiamo sia le tangenziali che le normali (perché Ω non è COSTANTE MA VARIA)



SEZIONE 1 ENTRANTE:

FORZE DI NATURA NORMALE FACCIA 1 e 2:

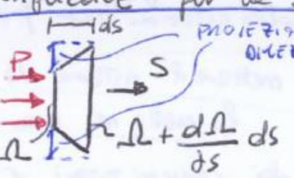
$$\Pi_1 = p\Omega$$

$$-\Pi_2 = p\Omega + \frac{\partial p\Omega}{\partial s} ds = p\Omega + p\frac{\partial \Omega}{\partial s} ds + \Omega \frac{\partial p}{\partial s} ds$$

MANCANO gli SFORZI DI NATURA NORMALE e TANGENZIALE:

- NORMALE $\boxed{\Pi_L = p \frac{\partial \Omega}{\partial s} ds}$ SFORZI DI NATURA NORMALE, è come prendere le pressioni del moto e moltiplicarle per la superficie

Quindi la pressione per quell'area mi dà gli sforzi delle sup. laterale dovuti agli sforzi normali



PROIEZIONE NELLA DIREZIONE DEL MOTO

differenza tra le 2 SEZIONI

$\cancel{\Omega - \Omega} + \frac{d\Omega}{\partial s} ds$ * DIFFERENZA — dipende dalle geometrie del sistema.

- TANGENZIALE

$$\boxed{\Pi_t = -\tau P ds}$$

OPPOSTI AL MOTO — AREA — SFORZI DI NATURA TANGENZIALE

GENERICO SFORZO NEL MIO PUNTO (TENSIONE TANGENZIALE) — CONTORNO BAGNATO

Ora devo mettere insieme tutte queste forze per NEWTON $F = m \cdot a$ (somma delle forze):

$$\sum F \Rightarrow -\rho g \Omega ds \frac{dz_f}{ds} + p\Omega - p\Omega - p\frac{dp}{ds} ds + p\frac{\partial \Omega}{\partial s} ds - \tau_0 P ds = \rho \Omega ds \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u du}{ds}\right)$$

$$= -\rho g \Omega ds \frac{dz_f}{ds} - \Omega \frac{\partial p}{\partial s} ds - \tau_0 P ds = \rho \Omega ds \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial s}\right)$$

Divido per $\gamma \Omega ds$ essendo $\rho g = \gamma$ $\Rightarrow \frac{dz_f}{ds} + \frac{1}{\gamma}\frac{\partial p}{\partial s} + \frac{1}{g} u \frac{\partial u}{\partial s} = -\frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\tau_0}{\gamma R} \rightarrow J \Rightarrow$ dove

$\tau_0 = \gamma R J$ e avrò: $\frac{dz_f}{ds} + \frac{1}{\gamma}\frac{\partial p}{\partial s} + \frac{1}{g} u \frac{\partial u}{\partial s} = -\frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t} - J$

$$\frac{\partial h}{\partial s} + \frac{1}{g} u \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t} = -J$$

Infine con l'ipotesi delle PICCOLE PENDENZE:

$$\boxed{\frac{\partial H}{\partial s} + \frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t} = -J}$$

VARIAZIONE CARICO TOTALE — VARIAZIONE DI MOTO DEL PES — PERDITE DI CARICO

$h = z_f + Y \Rightarrow \frac{\partial h}{\partial s} = \frac{\partial z_f}{\partial s} + \frac{dY}{ds}$

$-i_f \rightarrow$ pendenza del FONDO

FORMULA FINALE: $\frac{\partial h}{\partial s} - \frac{U}{g}\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial s} = -J$

$$\boxed{\frac{\partial Y}{\partial s} + \frac{u}{g}\frac{\partial U}{\partial s} + \frac{1}{g}\frac{\partial U}{\partial t} = i_f - J}$$

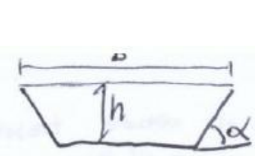
energia che spendo per andare da un punto all'altro.

EQ. DI DE SAINT-VENANT

se la distanza del PELO LIBERO dal FONDO non varia $\boxed{\frac{dY}{ds} = 0}$

PENDENZA DEL FONDO — ENERGIA che da la mia pendenza della mia sezione meno l'energia dissipata

→ Esempio



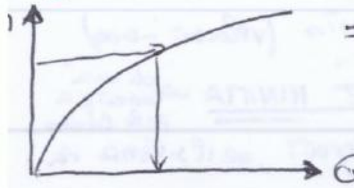
↗ INCLINAZIONE → questa inclinazione me la da il tipo di TERRENO che mi dice che questo terreno regge ad una SPINTA con una certa inclinazione per non franare.

TROVARE le SEZIONI di MINIMO COSTO:

B dipende dalla storia e dalle necessità cioè ho delle costruzioni vicino a B e non può esser largo come voglio

CONSIDERAZIONE Supponiamo di conoscere scabrezza, geometria ed inclinazione abbiamo:

$$\left[Q = \Omega\, U = \Omega\, \chi \sqrt{R \cdot i_f} \Rightarrow Q = f(h) \text{ (FUNZIONE di } h) = a h^{b} \text{ dove } b \cong \frac{3}{2} \div \frac{5}{3} \right]$$



→ SCALA DI DEFLUSSO delle PORTATE → legame tra le portate e l'altezza d'acqua.
(SEZIONI APERTE)

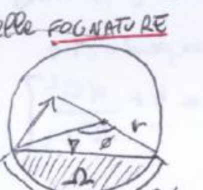
IDROMETRO → metro che mi dice l'altezza d'acqua.

Se conosco h e mi danno a e b conosco le portate d'acqua di un fiume → SCALA DI DEFLUSSO di Q → fissate l'altezza trovo la portata

Non tutte le sezioni sono a pelo libero come vogliamo noi ma sono chiuse, anche sopra tipico delle FOGNATURE e acque sotto i ponti CIRCOLARI:

$$\left[\Omega = \frac{1}{2} r^2 (\phi - \sin\phi) \quad R = \frac{\Omega}{C} = \frac{1}{2} r \left(1 - \frac{\sin\phi}{\phi}\right) \right]$$

FUNZIONE del RIEMPIMENTO



$h = 0{,}81D$ MAX R

(c'è un MASSIMO del RAGGIO IDRAULICO $R_{MAX} = \frac{1}{2} r$ $\quad P = r\phi$

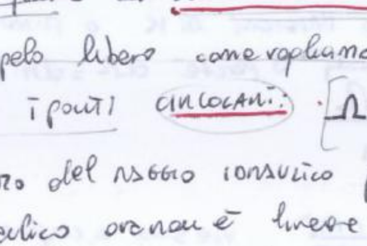
Il raggio idraulico ora non è lineare con l'altezza

Esso raggiunge il massimo quando $\sin\phi = 0$ e questo si ha ad una altezza di $0{,}81D$

Questo significa che ad una altezza di $0{,}94D$ la portata ha un MAX e poi inizia a diminuire

→ Come nelle ALLUVIONI, PIENE GROSSE:

Forniamo una SCALA DI PORTATE $V(h_0)$

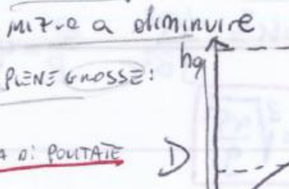


→ SEZIONE VA IN PRESSIONE FIUME DIVENTA UN TAPPO E L'ACQUA STRARIPA, QUINDI CIÒ DIPENDE DA $\frac{\sin\phi}{\phi}$ (NON POSSO ALZARE L'ALTEZZA)

→ quindi si preferiscono riempimenti minori per evitare condizioni di instabilità

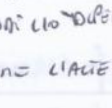
Quel massimo in quella posizione è pericoloso un niente per riempire il 6% che manca e dopo ciò si avrà una diminuzione della portata del 15-20%.

FOGNATURE GRANDI:



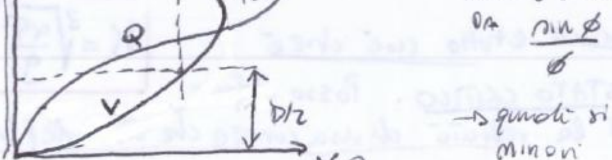
→ PER POTERLO ISPEZIONARE

Per smaltire acque nere e piene FOGNATURE PICCOLE?



VALORE NOM

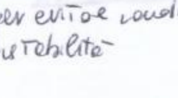
ALVEI FLUVIALI DI PIANURA (FIUMI)



ZONE GOLENALI

↓ ma il fiume occupa per le piene o le esondazioni

Valutare le esondazioni la Scala DI DEFLUSSO è:



ma nelle zone golenali l'acqua entra dentro con ΔH che ha superato il punto ① → aumenta il contorno bagnato ma l'area è la stessa ma quindi il raggio idraulico scende (non è più UN SISTEMA MONODIMENSIONALE)

Come si risolve questo problema? → lo si risolve dividendolo in 3 parti ottenendo 3 diverse SCALE di DEFLUSSO e poi le metto insieme.

Quando il sistema diventa monodimensionale le regole di MONODIMENSIONALITÀ non valgono più.

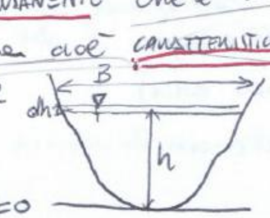
Nelle golene parlerò di erba - pioppi ecc... quindi nelle golene ho scabrezze diverse rispetto al letto perché ci sono alberi e vegetazione

PARLIAMO di MOTO PERMANENTE che è la NORMA: modifichiamo la geometria

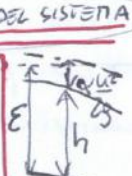
Nell'energia specifica cioè CARATTERISTICHE ENERGETICHE DEL SISTEMA → Fissata Q PORTATA questa portata può muoversi attraverso l'assegnata sezione trasversale con ogni valore dell'altezza h

Prendiamo in esame un CORSO D'ACQUA:

h → misurata dal punto più basso



$$\left[E = h + \alpha \frac{U^2}{2g} \quad U = \frac{Q}{\Omega} \right]$$



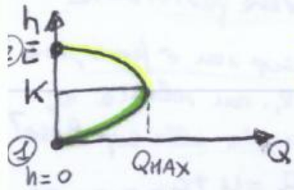
Aumentando h e quindi A diminuisce la velocità media V della corrente

→ so che all'inizio $\left[E = h + \alpha \frac{Q^2}{2g\Omega^2}\right]$ e se metto $E = cost$ voglio capire come varia la portata in funzione dell'altezza?

ricavo $Q \Rightarrow \left[Q = \Omega \sqrt{\frac{2g}{\alpha}(E-h)}\right]$ → se fisso E avrò Q in funzione di h.

pone in evidenza i 2 fattori costitutivi la portata A (AREA) della sezione liquida e la velocità U che corrisponde all'altezza E−h

SE L'ALTEZZA DIMINUISCE LA PORTATA DIMINUISCE!



= RAMO CORRENTI LENTE
= RAMO CORRENTI VELOCI

① per $h \to 0$ $Q \to 0$ (va a zero Ω)

② per $h = E$ $Q = 0$ (va a zero $\sqrt{\ }$)

Verifichiamo derivando Q rispetto ad h: DIM: $\frac{dQ}{dh} = \sqrt{\frac{2g}{\alpha}(E-h)} \cdot \underbrace{\frac{d\Omega}{dh}}_{=B} - \frac{g\Omega}{\alpha\sqrt{\frac{2g}{\alpha}(E-h)}} = 0$ → DERIVATA DI FUNZIONE COMPOSTA (radice $h^{1/2}$)

$\boxed{h = E - \frac{\Omega}{2B}}$ PER SEZIONE RETTANGOLARE $K = E - \frac{k}{2}$ $\boxed{E = \frac{3}{2}k}$

quindi: A PARITÀ DI PORTATA MI DÀ EMIN se fisso E mi dà il massimo deflusso della portata con altezza critica

PORTATA MASSIMA QUANDO $h = K$ ⇒ Q_{MAX} compatibile con l'energia specifica E

Sopra la Q_{MAX} l'energia di DEFLUSSO E non è SUFFICIENTE, ma se ho portata $Q < Q_{MAX}$ questa portata defluisce con due altezze. $h_1 < K$ e $h_2 > K$ in cui $h < K$ CORRENTI VELOCI e $h > K$ correnti lente.

ALVEI A DEBOLE E FORTE PENDENZA → abbiamo trattato casi in cui le modalità del movimento siano generiche e che le correnti si producevano rumate. Ci siamo limitati ad esaminare le relazioni esistenti tra altezza d'acqua, en. specifica e portata.

→ CORRENTE MOTO UNIFORME e che abbiamo tutte le CARATTERISTICHE IDRAULICHE (i pendenza, scabrezza)

↳ ALVEO di lunghezza finita → esiste la legge di CHEZY che unisce relazione tra Q e altezza h_0 d'acqua.

• FISSATA Q rimane h_0 e anche l'altezza critica K che dipende dalla $\frac{A^3}{B} = \frac{\alpha Q^2}{g}$ $U_c = \sqrt{gK}$

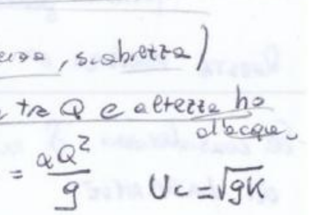
↳ È QUELLA CHE COMPETE LA MINIMA ENERGIA $K = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}}$ ma anche

l'altezza di MOTO UNIFORME (h_0) → deriva da CHEZY $Q = \Omega \chi \sqrt{R i_f}$ tutte le correnti a pelo libero identificano (K e h_0) (h_0 → DIPENDE dalla PENDENZA DEL FONDO, K NON DIPENDE) quindi ci saranno alvei in cui $K > h_0$ oppure $K = h_0$ oppure $K < h_0$ (basta cambiare la pendenza) ma la K rimane costante (FISSATO Q)

DIRETTO → • ALVEI A DEBOLE PENDENZA → dove la CORRENTE DI MOTO UNIFORME È LENTA ED È MINORE di quella dello STATO CRITICO ($K < h_0$) (CORRENTE LENTA)

• ALVEI A FORTE PENDENZA → dove la CORRENTE DI MOTO UNIFORME È VELOCE ED È MAGGIORE di quella dello STATO CRITICO ($K > h_0$) (CORRENTE VELOCE)

• ALVEO A PENDENZA CRITICA → quando $K = h_0$ si ha $\left[i_c = \frac{g}{C^2 \alpha}\right]$ $i_c \approx 0{,}004$



→ Se siamo in una sezione rettangolare larga R vale proprio h_0 e la formula di CHEZY diventa: $k = \sqrt[3]{\alpha \frac{q^2}{g}}$ $q = h_0 \chi \sqrt{h_0 i_f}$ → $h_0 = \sqrt{\frac{q^2}{\chi i_f}}$

$\frac{\alpha q^2}{g} = \frac{q^2}{\chi^2 i_f}$ $\boxed{i_c = \frac{g}{\alpha \chi^2}}$ Condizioni CRITICHE

Sappiamo che: $K = h_0 \to i_f = i_c$ CRITICA

$K > h_0 \to i_f > i_c$ VELOCE

⇒ K NON DIPENDE DALLA PENDENZA, h SÌ

$K < h_0 \to i_f < i_c$ LENTA

$i_f < 0{,}004$ DEBOLE PENDENZA $i_f > 0{,}004$ FORTE PENDENZA

i_c dipende dalla PORTANZA e in linea tecnica diminuisce con l'aumentare della portata

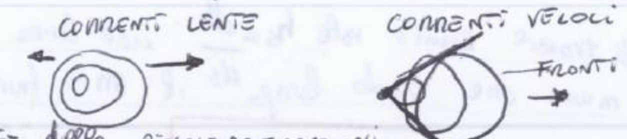
Un alveo può essere, con i pendenza assegnata, a debole pendenza con piccole portate e a forte con portate maggiori

Nel caso di MOTO PERMANENTE l'eq. dei profili (cioè quella di De Saint Venant) diventa questa

$$\begin{cases} \frac{dE}{ds} = i_f - J \\ Q = cost \end{cases}$$

è una equazione differenziale del 1° ordine con una condizione al contorno che può essere quella con cui vado a perturbare il sistema.

Ma se sono in una corrente veloce la condizione al contorno vale solo per quelle che ho a valle.
Le correnti veloci si comandano da MONTE cioè devo mettere la condizione al contorno più a monte possibile.
Nelle correnti lente le condizione al contorno è in grado di risalire e perciò si dice che esse sono governate da valle.



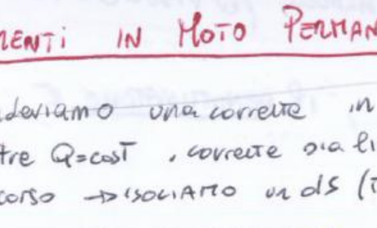
Il rapporto tra la velocità e le celerità delle PICCOLE PERTURBAZIONI:

$$\boxed{Fr = \frac{U}{\sqrt{gh}}}$$ NUMERO DI FROUDE

- > 1 per le correnti VELOCI
- < 1 per le correnti LENTE
- $= 1$ quando $U = \sqrt{gh}$

CORRENTI IN MOTO PERMANENTE

Consideriamo una corrente in MOTO PERMANENTE, pendenza piccola e variazioni di sezioni graduali. Inoltre $Q = cost$, corrente sia lineare, cioè che la corrente non riceve ne perde fluido lungo il percorso → associato in ds (tronco)



Nel moto permanente la LCT, e il fondo non sono più paralleli

L'eq. dei profili:

$$\begin{cases} \frac{dE}{ds} = i_f - J \\ Q = cost \end{cases}$$

è UNA EQUAZIONE COMPLESSA, perché dato che è vale $E = h + \alpha \frac{U^2}{2g} = h + \alpha \frac{Q^2}{2g\Omega^2}$

Però possiamo dire qualcosa nei casi più semplici; è difficile calcolare E perché anche se la Q è costante è difficile calcolare Ω (sist naturali) difficile da definire

$E = E(s, h(s)) = E(h(s))$ → mettiamoci nel caso particolare in cui E è funzione dello stato

$\Rightarrow E(h(s)) \Rightarrow \frac{dE}{ds} = \frac{dE}{dh} \frac{dh}{ds}$ questo caso particolare si può risolvere solo in modo approssimato. Così avremo che:

$$\frac{dE}{dh}\frac{dh}{ds} = i_f - J \qquad \boxed{\frac{dh}{ds} = \frac{i_f - J}{\frac{dE}{dh}}}$$ VARIAZIONE DELL'ALTEZZA CHE MI SPOSTO LUNGO LA CORRENTE

DENOMINATORE

$\boxed{\frac{dE}{dh}}$ rispecchia il modo come varia l'energia specifica in funzione dell'altezza nella generica sezione trasversale → la E decresce al crescere di h

$\left(\frac{dE}{dh} < 0\right)$ per le correnti veloci $(h < k)$; crescente $\left(\frac{dE}{dh} > 0\right)$ per le correnti lente $h > k$

$\frac{dE}{dh} = 0$ per lo STATO CRITICO

NUMERATORE

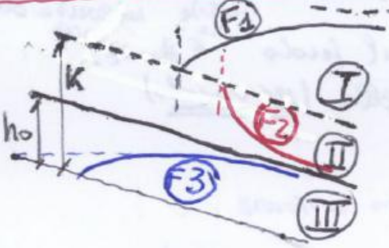
- $[i_f - J]$ si annulla in condizioni di moto UNIFORME (lct parallela al fondo $i = f$) e $\boxed{\frac{dh}{ds} = 0}$;

se $\boxed{\frac{dh}{ds} > 0}$ PELO LIBERO SI ALLONTANA DAL FONDO, AVRÒ UNA CORRENTE RITARDATA PERCHÉ SE ALZO h DIMINUISCE LA VELOCITÀ;

se $\boxed{\frac{dh}{ds} < 0}$ VUOL DIRE CHE IL PELO LIBERO SI STA ABBASSANDO CON UNA PENDENZA MAGGIORE DEL FONDO QUINDI AVRÒ UNA CORRENTE ACCELERATA PERCHÉ SI ABBASSA h E AUMENTA LA VELOCITÀ

(III) Per $h_0 > K > h$ la corrente risulta veloce, siamo dunque di fronte ad una corrente veloce in un alveo a debole pendenza.
Se sono sotto h_0 il numeratore è negativo, quindi denominatore negativo perché sotto K e $= = k$ e $\frac{dh}{ds}$ è POSITIVO quindi sarà un MOTO RITARDATO spostandosi verso valle innalzandosi rincontro K e il profilo sarà di nuovo verticale. Verso monte le h decrescono e in prossimità dello zero il profilo diventa VERTICALE quasi sul fondo → verso il fondo le altezze sono sempre più piccole e quasi pari alle scabrezze (perdono senso le ipotesi che abbiamo fatto). I PROFILI verso il FONDO si indicano con un TRATTEGGIO (difficile dire cosa succede).

- ALVEI DI FORTE PENDENZA $(h_0 < K)$ → corrente di MOTO UNIFORME è una CORRENTE di MOTO UNIFORME VELOCE.



(I) Per $h > K > h_0$ abbiamo una CORRENTE RITARDATA la sola CORRENTE LENTA IN UN alveo a FORTE PENDENZA. Il numeratore ed il denominatore sono entrambi positivi e si ha quindi $\frac{dh}{ds} > 0$
Verso monte si trovano valori decrescenti di h che tendono a K raggiunto con tangente verticale: profilo risulta ascendente verso il fondo.

Verso valle profondità crescenti aumenta h diminuisce J   Num $= i_f$, Den → 1

(F1) → $\boxed{\text{VERSO MONTE → VERTICALE ; VERSO VALLE → ORIZZONTALE}}$

(II) $K > h > h_0$ abbiamo una corrente veloce con altezza maggiore di quella di moto uniforme, il denominatore è negativo e il numeratore è positivo segno $\frac{dh}{ds} < 0$ → altezza d'acqua scende verso valle, a monte fino allo stato critico è VERTICALE, VERSO VALLE scendendo tende ad arrivare all' altezza di MOTO UNIFORME (F2) → [VERSO MONTE → VERTICALE. VERSO VALLE → UNIFORME

(III) Per $K > h_0 > h$ abbiamo corrente veloce e den e num negativi quindi il $\frac{dh}{ds} > 0$: MOTO RITARDATO → a monte ri verso un profilo verticale, a valle il profilo arriva a quello di MOTO UNIFORME (F3) → [VERSO MONTE → VERTICALE; VERSO VALLE → UNIFORME]
oppure a monte per intuitezioni è orizzontale.

- PENDENZA PARI ALLA PENDENZA CRITICA $h_0 = K$ e $i_f = i_c$

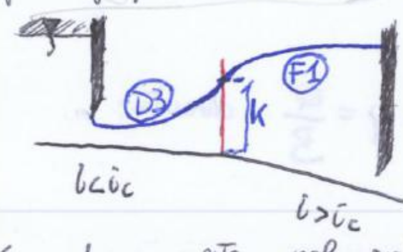
PROFILO C1 con $h > h_0 = K$ caso limite profili D1 e F1 ~~DISCENDENTE~~ ASCENDENTE
PROFILO C3 con $h < h_0 = K$ caso limite di D3 e F3

C3   C1 $h_0 = K$ D2-F2

⇒ IN CONCLUSIONE ⇒ dunque che negli alvei a debole pendenza il moto uniforme è di corrente lenta viene sempre raggiunto verso monte, negli alvei a forte pendenza il moto uniforme è di corrente veloce ed è raggiunto a valle.
Questo dice che 2 TIPI DI CORRENTI → lenta in cui una perturbazione determina uno scostamento che può risalire a monte, invece in una corrente veloce essa non può propagarsi a valle. Allo stato critico si tende sempre verso valle negli alvei a debole pendenza, verso monte in quelli a forte pendenza.

2° CASO CORRENTE da VELOCE A LENTA → la corrente veloce è a monte, a valle la lenta.

Avendo un alveo a debole pendenza a monte l'unica condizione con corrente veloce è il profilo D3 per raggiungere lo STATO CRITICO (IL MOTO UNIFORME E' IN ALTO A VALLE).



Se è da veloce a lenta nel secondo tratto con una forte pendenza l'unico profilo è F1 in a monte ho lo stato critico ed a valle lo STATO UNIFORME

La sezione K comanda a monte una corrente veloce ed a valle una corrente lenta.

Ciò che capita nel profilo D3 a monte non si propaga a valle, e ciò che sta nella sezione F1 a monte non si propaga a valle.

Chi è che mi determina il PROFILO D3 è UNA PARATOIA che mi da una corrente veloce comandata da monte e nel secondo TRATTO è presente sempre UNA PARATOIA che mi condiziona a monte la mia corrente essendo situata a valle. PROFILO F1.

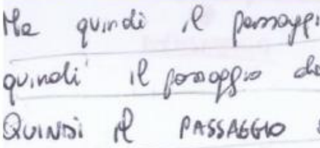
COMANDANO LE 2 PARATOIE → A MONTE CORRENTE VELOCE, A VALLE CORRENTE LENTA (mi danno PROFILI D3 e F1)

Ma quindi il passaggio non dovrebbe essere ad un altezza K ma ad una sezione diversa quindi il passaggio da veloce a lenta è possibile ma con probabilità nulla

Quindi il PASSAGGIO da una CORRENTE dallo STATO VELOCE ALLO STATO LENTO non avviene mai gradualmente ma bensì attraverso una DISCONTINUITÀ cioè un BRUSCO SOLLEVAMENTO del PELO LIBERO detto RISALTO IDRAULICO O SALTO di BIDONE (è l'unico modo per dissipare l'energia in più, DISSIPAZIONE, e aree Z orizzontali / accompagnato da un imponente vortice superficiale ad asse orizzontale che assorbe aria presentandosi schumeggiante

Quando c'è un risalto deve mettere delle strutture di contenimento per non avere condizione di erosione con energia in eccesso → CONTRASTARE L'EROSIONE

Per STUDIARE IL RISALTO → consideriamo un tronco in alveo cilindrico compreso fra la sezione 1 che precede il risalto e una sezione 2 che lo segue alla distanza giusta per ritenere stabilite la linearità della corrente e quindi la distribuzione idrostatica di pressioni.



Applichiamo a questo Tronco l'equazione GLOBALE del profilo DINAMICO: dove sono costituti PESO, INERZIE LOCALI, FLUSSI di MOTO ENTRANTE ED USCENTE E LE FORZE ACCONTORNO, MA TRASCURIAMO LE RESISTENZE nel TRATTO 1-2 e quindi sono nulle le resistenze tra il tratto 1 e tratto 2

Siamo in MOTO PERMANENTE → NULLE LE INERZIE LOCALI

Quindi RIMANGONO le spinte Π_1 e Π_2 e i flussi ENTRANTE ED USCENTI (M_1 e M_2)

$$\Pi_1 + M_1 = \Pi_2 + M_2$$

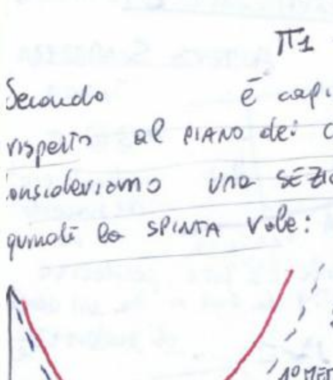
$$\boxed{S = \Pi + M}$$

⇒ SPINTA TOTALE per chiedersi quanto vale capire dove è il RISALTO cioè $\boxed{S_1 = S_2}$ nel RISALTO

Secondo è capire dove è il BARICENTRO rispetto al PIANO dei CARICHI IDROSTATICI RELATIVI.

Consideriamo UNA SEZIONE RETTANGOLARE (alta h e larga B con h_G affondamento del baricentro $h_G = \frac{h}{2}$)

quindi la SPINTA vale: $S = \frac{1}{2}\gamma B h^2$ ma $M = \rho Q U$ con $U = \frac{Q}{\Omega}$ quindi $\rho \frac{Q^2}{\Omega}$ allora:



$$S = \frac{1}{2}\gamma B h^2 + \rho \frac{Q^2}{\Omega \to B \cdot h}$$

DERIVATA di h

$$\frac{dS}{dh} = \gamma B h - \rho \frac{Q^2}{B h^2} = 0$$

→ DERIVATA $\frac{1}{h} = -\frac{1}{h^2}$

1° MEMBRO → VA ALL'INFINITO per h GRANDE e va a zero per h PICCOLO

$$h = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g B^2}} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = K$$

$\frac{Q}{B}$ ⇒ FLUSSO PER UNITÀ DI LARGHEZZA q

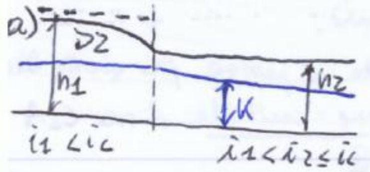
2° MEMBRO → VA ALL'INFINITO PER h PICCOLO E VA A ZERO PER h GRANDE

⇒ IL RISALTO C'È SE LA SPINTA È LA STESSA A VALLE ED A MONTE

I cambi di GEOMETRIA sono in direzione ↕ oppure ↔ quindi allargare o stringere il FIUME → altezza o larghezza

if χ $\boxed{Q = \Omega K \sqrt{R i_f}}$

ANALISI QUALITATIVA dei PROFILI: → cerchiamo di capire cose capite ai nostri profili

a) 

CANALE A DEBOLE PENDENZA SEGUITO da un canale a forte pendenza

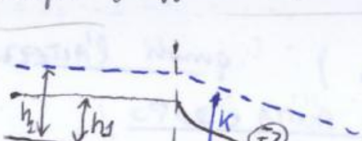
CAMBIO DI PENDENZA

Capire dove c'è il cambiamento → dove metto la condizione al contorno. Condizione a valle se corrente lenta, condizione a monte se corr. veloce

Abbiamo l'altezza critica K (non dipende dal fondo), altezza di moto uniforme h_1 monte e h_2 valle → sono due correnti lente quindi la condizione K non influenza tutto ciò che è a valle ma quello che c'è a monte.

QUINDI C'È SOLO UN PROFILO POSSIBILE è il D2 SEGUITO DA UN PROFILO DI MOTO UNIFORME

È interessato chi controlla i profili del genere → chi controlla l'innalzamento o l'abbassarsi dell'acqua (troppa acqua a monte oppure poca a valle (ASCIUTTO).

b) 

Il segnale non risale la corrente quindi me ne accorgo che c'è un cambio di pendenza quando ci sono sopra perché avviene in modo repentino. Nel primo tratto veloce che non succede nulla. Tutte le volte che il profilo si abbassa cioè vuol dire che le velocità aumenta quindi c'è un problema di trasporto ed erosione e se il profilo si alza veloce diminuisce quindi c'è deposito di MATERIALE → quindi PROBLEMA di MATERIALI.

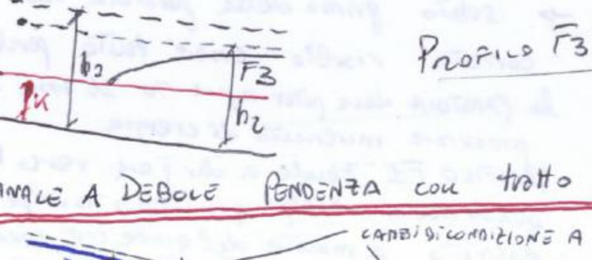
c)

CANALE a debole pendenza seguito da un canale a pendenza minore → corrente lenta influenza ciò che sta a monte → PROFILO D1 corrente ritardata

d) 

PROFILO F3 → raggiungere il profilo di un moto uniforme asintoticamente.

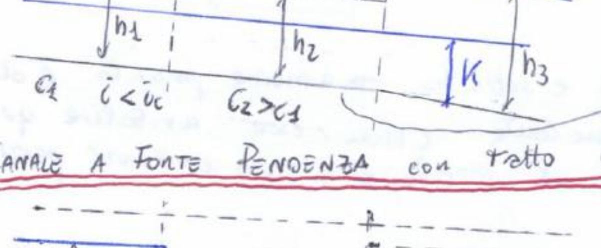
→ CANALE A DEBOLE PENDENZA CON TRATTO INTERMEDIO A SCABREZZA MAGGIORE



CORRENTE LENTA.

→ CORRENTE PIÙ LENTA PERCHÉ AUMENTATA LA SCABREZZA

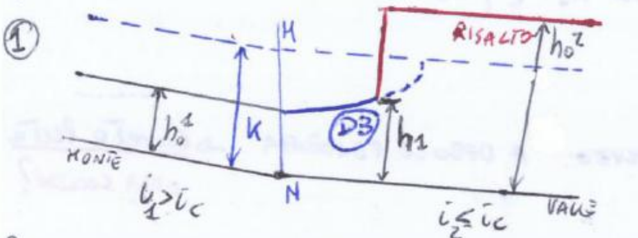
→ CANALE A FORTE PENDENZA CON TRATTO INTERMEDIO A SCABREZZA MINORE



CORRENTE VELOCE

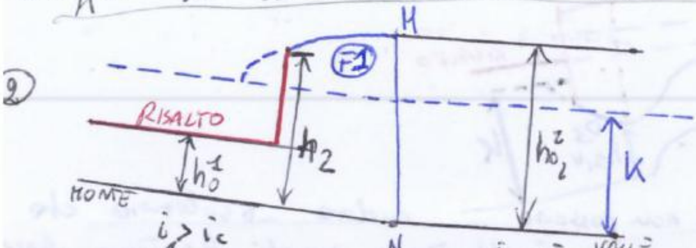
CORRENTE PIÙ VELOCE PERCHÉ DIMINUITA LA SCABREZZA

Studiamo qui invece il PASSAGGIO BRUSCO dalla PENDENZA $i_1 > i_c$ alla $i_2 < i_c$ restando però immutata la sezione trasversale dell'alveo



h_o^1 e h_o^2 altezze moto uniforme prima di una corrente veloce lo seconda di una corrente lenta.
→ abbiamo una causa perturbatrice a valle non può esercitare la propria influenza a monte a forte pendenza, ne a valle a debole.

Passaggio di corrente avviene con un RISALTO o SALTO DI BIDONE



Le due successioni: ① corrente veloce fino ad HN dove nel primo caso ho un tratto con profilo D3 terminante con il risalto poi corrente lenta, nel ② corrente veloce fino ad un certo punto in cui avviene risalto in un alveo a forte pendenza successivamente un profilo F1 fino a che il moto ritorna UNIFORME A VALLE

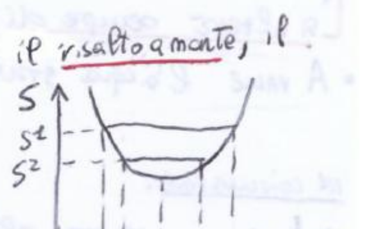
LA NATURA QUALE SCEGLIE delle due ① e ②:
bisogna mettere in gioco le SPINTE!

→ se la SPINTA DI MONTE E' MAGGIORE DI QUELLA DI VALLE IL RISALTO E' A VALLE
→ se la SPINTA DI VALLE E' MAGGIORE DI QUELLA DI MONTE IL RISALTO E' A MONTE

LA SPINTA è la SOMMA tra la SPINTA IDRAULICA e il flusso di PRESSIONI → se le due correnti hanno la medesima spinta e le altezze coniugate sono h_{o1} e h_{o2} allora si ha il risalto nel cambio di PENDENZA

Quando le $S_1 > S_2$ l'altezza l'altezza $h_1 > h_{o1}$ e sono 2 altezze coniugate → il profilo è di tipo D3 → il cambio di pendenza non risale fino a monte (RISALTO A VALLE PERCHE' SPINTA DI MONTE MAGGIORE DI QUELLA DI VALLE).

Quando le $S_1 < S_2$ h_o^1 coniugata di $h_2 < h_{o2}$ allora la spinta spinge il risalto a monte, il profilo è di TIPO F1

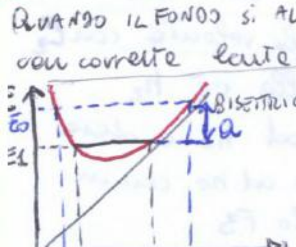


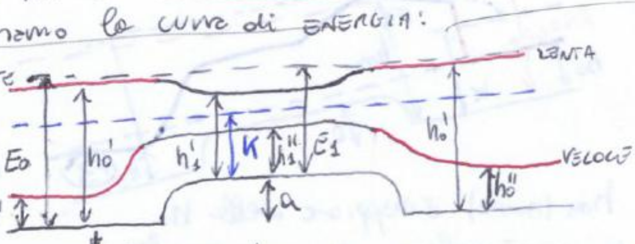
→ Se spinge la corrente veloce più forte il risalto è a valle, se spinge la corrente più lenta da valle il risalto è a monte
o Se $S_1 = S_2$ il risalto è nel cambio di pendenza e le 2 altezze sono coniugate

COSA CAPITA QUANDO CAMBIA LA GEOMETRIA? QUALCHE CASO DI MOTO NON LINEARE
caratterizzate da minime dissipazioni localizzate di energia.

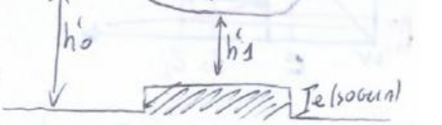
FONDO che si ALZA o si ABBASSA.

QUANDO IL FONDO SI ALZA → SI HA UNA SOGLIA DI FONDO di altezza a → alveo a debole pendenza non corrente lente e disegniamo le curve di ENERGIA:

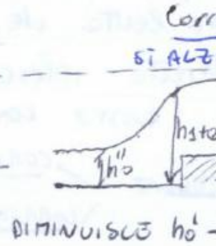




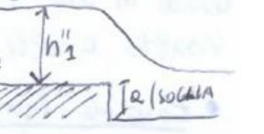
Corrente lenta PELO LIBERO DEPRIME



Abbiamo riassunto in una figura quel che si verifica in un alveo a debole e a forte pendenza E_o → energia misurata dal fondo (dissipazioni localizzate trascurabili) so che $E_1 = E_o - a$.
La corrente veloce passa da h_o'' a h_1'' invece quella lenta da h_o' a h_1'. $h_1'' > h_o''$ perché il pelo libero si solleva, Altezza corrente lenta DIMINUISCE $h_o' - h_1' > a$, PELO LIBERO SI ABBASSA

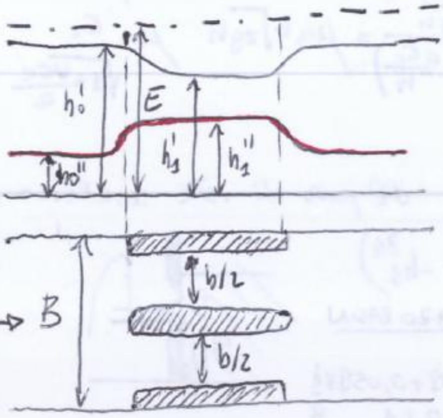


Corrente veloce
SI ALZA IL PELO LIBERO

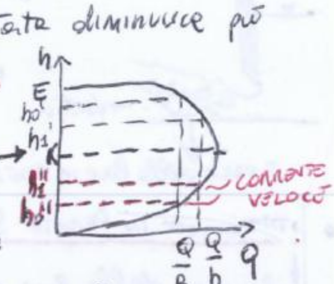


PASSAGGIO FRA LE PILE DI UN PONTE → vuole a grado c'è la soglia in una corrente lenta e veloce in modo leggermente diverso. nella soglia è costante la PORTATA per unità di larghezza e varia la distanza della linea dei carichi piezometrici, in questo caso che ora consideriamo avviene l'opposto. (COSTANTE DISTANZA L.C.P. VARIA LA PORTATA)

⇒ DIMINUISCE la SEZIONE DI PASSAGGIO → più le pile sono prosse più la portata diminuisce più aumenta la velocità.



Fissiamo l'energia variamo la PORTATA →



La PORTATA non può andare oltre l'altezza critica

PORTATE UNITARIE

- $q = \frac{Q}{B}$ = 1 ALTEZZA CORRENTE VELOCE h_{02} (MOTO UNIFORME) → ALVEO FORTE PENDENZA; 1 ALTEZZA CORRENTE LENTA h'_{01}
- $q = \frac{Q}{b}$ → aumento q ma diminuisce b (la sezione)

trovo oltre 2 altezze inferiori a quelle precedenti avrò un abbassamento del profilo h_1' man mano che restringo la sezione, ma nelle correnti veloci il profilo si alza

⇒ q = PORTATA UNITARIA PER UNITÀ DI LARGHEZZA,
B = LARGHEZZA SEZIONE RETTANGOLARE

$$\left[q = q(h, E = \text{cost})\right]$$
↓ senza dissipazione ENERGIA

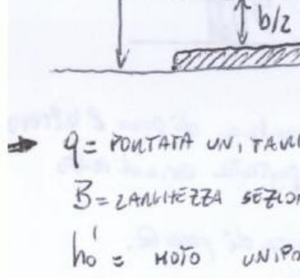
h_0' = MOTO UNIFORME CORRENTE LENTA
h_0'' = MOTO UNIFORME CORRENTE VELOCE
$b < B$ (LARGHEZZA MINORE)

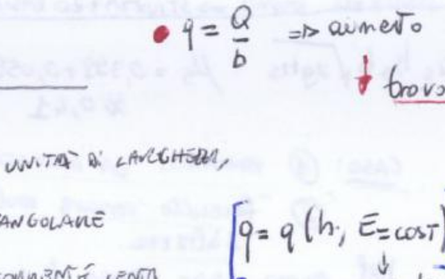
Per le correnti lente altezze $h_1' < h_0'$ per le veloci $h_1'' > h_0''$

⇒ qui dobbiamo riconoscere che l'aumento della PORTATA UNITARIA si attua per la corrente lenta mediante un aumento di velocità al che corrisponde una diminuzione dell'energia potenziale (QUOTA PIEZOMETRICA). per la corrente veloce una diminuzione dell'energia cinetica che porta ad un aumento dell'area liquida.

→ Se arrivo ad un PUNTO IN CUI NON BASTA LA PORTATA cioè $\frac{Q}{b}$ A cui COMPETE L'ALTEZZA CRITICA QUANDO L'ENERGIA **E** NON BASTA PIÙ PER SUPERARE L'OSTACOLO. Quindi per andare oltre l'altezza critica aumento l'energia E MA IN CORRENTE LENTA E VELOCE CAMBIA

DEBOLE PENDENZA (corrente lenta)





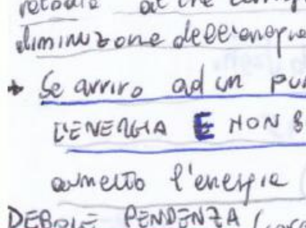
→ h_1 e h_2 corrispondono alla parte per unità di larghezza prima del ponte (2 ALTEZZE)

→ avrò una $K_1 = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g b^2}}$ ⇒ ALTEZZA CRITICA CORRENTE

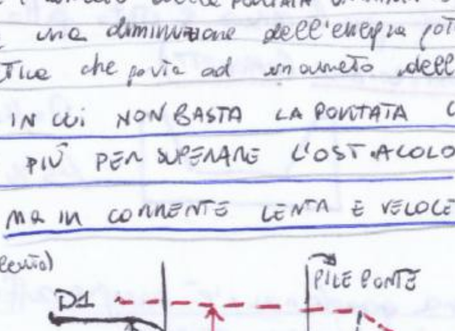
→ A MONTE per avere un'energia E_1 devo alzare il livello ma se alzo il livello avrò un h_1 maggiore di h_0 con profilo D1

→ A VALLE AVRÒ UN RISALTO perché deve tornare lenta.

FORTE PENDENZA (corrente veloce)



Come fa una corrente a recuperare energia ⇒ solo aumentando la velocità a valle (ancora più veloce) cioè abbasso il mio livello ed avrò una h_2 compatibile alla chiusura → PROFILO F3 ed a monte avrò una corrente lenta ma a valle c'era una corrente veloce ⇒ RISALTO (F1) PROFILO PRIMA DEL RISALTO



SCALA DI DEFLUSSO

→ se conosco la PORTATA → sono capace di calcolare a e b se conosco bene la geometria, pendenza ecc....

Nel mondo reale le altezze si misurano con le stadie o con sonde ad ultrasuoni che spesso un'onda che si riflette sulla sup. dell'acqua e attraverso il tempo che impiega per tornare nella sede si calcola l'altezza

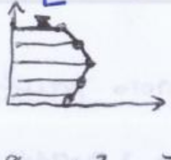
Questa scala di deflusso vale per moto uniforme e vale per moto permanente vario → è complicato misurare la scala di deflusso e quindi se c'è moto vario cambia la sezione e la scala di deflusso → si rifanno i conti

→ Calcolare a e b → se sono capace di dire quale pendenza e quale geometria → $b \approx \frac{3}{2}$

Come misuro la PORTATA? integrale VELOCITÀ in una determinata AREA

$$\left[Q = \int_{\Omega} u \, d\Omega = \int_0^B \int_0^h u \, dy \, dh\right]$$

→ è complicato da quanto è complicata la Ω e l'area → ISOTACHIE → curve ad uguale velocità.

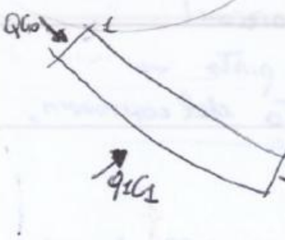


La velocità è un poi più grande verso il centro e più lenta nelle zone più esterne.

Quando la portata è quella vera? In infiniti punti bisogna decidere quando fermarsi → quindi tutto dipende dalla precisione (IMPEGNO ECONOMICO). Si costruisce una griglia e si calcola in più punti la velocità e la portata in infinitesimi punti

→ si può mettere per calcolare la velocità un MULINELLO leggo il numero di giri dello strumento e così se corrente veloce avrò più giri.

→ METODO CHIMICO (CENNI) → le particelle di SOSTANZA vengono sparse nella sezione e campionano la mia sezione in tutte che è ... la velocità → misurare la concentrazione e capire queste particelle si muovono nella corrente e quindi vedo L'EFFETTO DEL CAMPO DI MOTO (non la velocità in un punto)



$$Q\,C_0 + q\,C_1 = (Q+q)\,C_2 \rightarrow Q = \frac{C_1 - C_2}{C_2 - C_0}\, q$$

Sostanza con concentrazione C_0 inserisco una portata q con una concentrazione C_1 e la immetto nel corso d'acqua grazie al campo di moto si mischia.

Se $C_0 = 0$ $\quad Q = \left(\frac{C_1}{C_2} - 1\right) \cdot q$

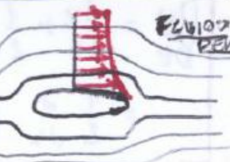
Se $C_1 \gg C_2$ $\quad Q = \left(\frac{C_1}{C_2} - \cancel{1}\right) \cdot q = \left(\frac{C_1}{C_2}\right) \cdot q$

Misuro C_2 per la legge di CONSERVAZIONE della MASSA → MASSA ENTRANTE = MASSA USCENTE so che la massa entrante del mio sistema $QC_0 + qC_1$ e massa uscente $(Q+q)C_2$ quindi ricavo Q.

Dalla sezione 1 e 2 la mia sostanza diminuisce di molto → la concentrazione C_1 è più grande di C_2 → quindi si è diluita di molto $C_1 \gg C_2$ ed ottengo una formula ancora più semplice

ZONA IPORREICA → zone esterne del fiume valutano la qualità del fiume → le pareti non sono PARETI IMPERMEABILI.

MOTI A POTENZIALE



FLUIDO PERFETTO → CASO 1) Può essere un qualsiasi corpo investito da una corrente. A me interessa l'INTERAZIONE FLUIDO-STRUTTURA

Non ci sono sforzi di natura tangenziale e quindi non ho dissipazioni di energia.

• Le traiettorie vicino al corpo e ... più in là rettilinee

LA VELOCITÀ U_0 AUMENTA QUANDO INCONTRA IL CORPO

Quando mi avvicino alla PARETE entra in gioco la viscosità.

CASO 2) FLUIDO REALE

SCIA

STRATO LIMITE

se il fluido è viscoso le prime particelle sul corpo devono essere ferme → le due figure sono simili tranne dove sono fondamentali le proprietà di VISCOSITÀ → ZONA DI STRATO LIMITE

→ ZONA DI DISTACCO dello STRATO LIMITE e si creano delle scie. Quanto è grande questo strato?

è questo stratarello è piccolo i suoi effetti saranno piccoli rispetto a tutto il resto.

→ LO SPESSORE $\left[\delta \approx \sqrt{\frac{L \cdot \nu}{U_0}}\right]$ supponiamo che questo corpo lungo un metro, la viscosità dell'acqua $\nu = 10^{-6}$

→ DIVISO IN 2 ZONE → ① all'interno dello strato dove il fluido è viscoso e ② dove fuori a questo fluido è PERFETTO → perché più semplice → TEORIA STRATO LIMITE (AGGIUNGERE).

DENTRO LAVORO CON NAVIER e fuori che non c'è STRATO LIMITE USO EULERO, ma posso anche studiare cose succedono all'interfaccia e capisco cose capita sia dentro che fuori.

CAPISCO il perché e vado a lavorare con il fluido allo STRATO LIMITE, una volta che ho le VELOCITÀ con BERNOULLI calcolo le pressioni e poi le SPINTE → continua

$\to$ $\underbrace{\text{grad}\left(z+\frac{P}{\gamma}+\frac{|\vec{u}|^2}{2g}+\frac{1}{g}\frac{\partial\phi}{\partial t}\right)}=0$ $\Rightarrow$ NON MI PREOCCUPO PIÙ DI UNA SINGOLA TRAIETTORIA (quindi tutto il discorso di corrente e α non mi interessa più)

$$\boxed{H=z+\frac{P}{\gamma}+\frac{|\vec{u}|^2}{2g}+\frac{1}{g}\frac{\partial\phi}{\partial t}=\text{COST}}$$ $\Rightarrow$ IN UN FLUIDO PERFETTO IL CARICO TOTALE SI CONSERVA IN TUTTI I PUNTI del mio FLUIDO $\Rightarrow$ COSTANTE IN TUTTI I PUNTI.

COSTANTE DAPPERTUTTO

$\hookrightarrow$ mi basta conoscerla in un punto per sapere come si comporta in un sistema

Quando so come sono fatte u, v, w $\to$ trovo il CAMPO di MOTO $\to$ dopo che ho trovato $|\vec{u}|^2$ mi interessa la DISTRIBUZIONE DI PRESSIONI $\Rightarrow$ Ⓟ come funziona il mio sistema per le pressioni.

$\to$ POTENZIALE va $\Delta_2\phi=0$ mancano le condizioni al contorno.

$\to$ Per i profili $\to$ devo approssimare e dire che i moti potenziali sono moti PIANI ($z=0$)

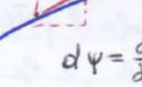
$\phi=\phi(x,y,t)$ NUOVA GRANDEZZA che introduciamo ψ legata al campo di moto perché:

$$u=\frac{\partial\phi}{\partial x}=\frac{\partial\psi}{\partial y}\qquad \psi\ \text{(PSI) perciò sono vere queste leggi (INVENTATA)}$$

$$v=\frac{\partial\phi}{\partial y}=-\frac{\partial\psi}{\partial x}$$

Capire che curve dove ϕ è COSTANTE $\to$ quindi curve ISOPOTENZIALI (POTENZIALE COSTANTE)

Quindi $\psi=\text{cost}$ $\to$ prendo una generica curva $\psi=\text{cost}$



$\psi=\psi_{cost}$ ISOPSI $\psi=0$

$$d\psi=\frac{d\psi}{dx}dx+\frac{d\psi}{dy}dy=0$$

$\frac{V}{U}$ $\Rightarrow$ PENDENZA locale della curva quindi ψ è una curva in cui punto per punto tangente al vettore velocità

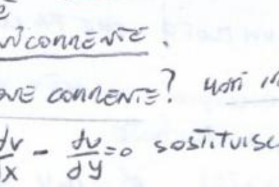
mettiamo al primo membro $\frac{dy}{dx}$ so che

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{\substack{\psi=\psi_{cost}\\ \text{ISOPSI}}}=-\frac{\frac{\partial\psi}{\partial x}}{\frac{\partial\psi}{\partial y}}=\frac{V}{U}$$

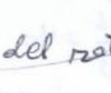
Quindi ISOPSI sono curve tangenti alle componenti velocità quindi sono traiettorie che fanno le mie particelle quindi CORRENTI (FUNZIONE PSI = FUNZIONE DI CORRENTE)

$\to$ Per capire come va il campo di moto ragiono in termini di ϕ e capire le traiettorie del campo ragiono con ψ.

Cos'è QUESTA PSI? Quindi so che la relazione tra la velocità e $d\vec{s}$ $\to$ VERSORE NORMALE è la portata Q (PORTATA PER UNITÀ DI SPESSORE $\to$ MOTO PIANO)



ψ_2 $\psi+d\psi$ ψ_1 $\to$ VETTORE NORMALE



$dq=\vec{u}\,d\vec{s}$ $\to$ PORTATA ELEMENTARE

$ds=dy\,\vec{i}-dx\,\vec{j}$

ma so che la PORTATA TOTALE è $$q_{1\text{-}2}=\int_1^2 dq=\int_1^2 u\,dy-v\,dx=\int_1^2\frac{\partial\psi}{\partial y}dy+\frac{\partial\psi}{\partial x}dx=\int_1^2 d\psi=\psi_2-\psi_1$$

$\to$ Noi abbiamo calcolato le portate quindi: $\boxed{q_{1\text{-}2}=\psi_2-\psi_1}$ differenza tra le 2 funzioni di corrente.

come era $\frac{dQ}{ds}$ $\Rightarrow$ però con area complessa sarebbe difficile è più semplice utilizzando FUNZIONI CORRENTE.

Esiste un MODELLO che mi descrive la FUNZIONE CORRENTE? moti IRROTAZIONALI $\to$ componenti del rot $=0$ direz

quindi $\boxed{\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}=0}$ MOTO PIANO. so che $\frac{dv}{dx}-\frac{du}{dy}=0$ sostituisco la funzione di corrente.

$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}=0$ moltiplico per (-1) scopro che ψ è una funzione armonica $\boxed{\Delta_2\psi=0}$

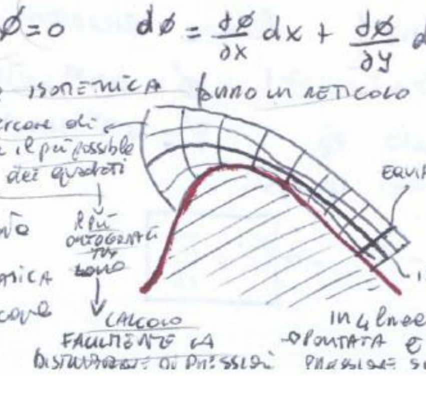
Noi abbiamo parlato di ISOPSI e ISOPHI $\to$ LINEE EQUIPOTENZIALI (ISOPHI) E LINEE DI CORRENTE (ISOPSI)

Cosa sono le linee ISOPHI? cioè dove $\phi=0$ $\quad d\phi=\frac{\partial\phi}{\partial x}dx+\frac{\partial\phi}{\partial y}dy=0$ $\quad \left.\frac{dy}{dx}\right|_{\phi=\phi_{cost}}=-\frac{\frac{\partial\phi}{\partial x}}{\frac{\partial\phi}{\partial y}}=-\frac{U}{V}$

Quando queste correnti sono in proporzione ISOMETRICA fanno un RETICOLO che si chiama RETE IDRODINAMICA

$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{\psi=\psi_{cost}}=\frac{V}{U}$ CONDIZIONI DI ORTOGONALITÀ

Se i fondi IMPERMEABILI $\to$ devo capire come funziona il corso d'acqua e come si comporta l'acqua sottostante $\to$ COSTRUENDO la rete IDRODINAMICA riesco a capire le traiettorie delle mie acque sotto urbane

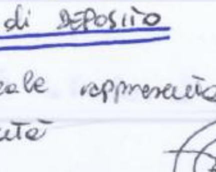


In 4 linee isopsi la PORTATA è 1/4 del totale PRESSIONE SU

le linee dEQUIPOTENZIALI e le linee di corrente sono perpendicolari tra loro.

In funzione del valore di n mi rappresenta il moto all'interno di spigoli
Se $n>1$ abbiamo moto all'interno di spigoli
Se $n<1$ abbiamo moto attorno a degli spigoli
Con una semplice funzione ($f=a z^n$) riusciamo a descrivere moti molto difficili.
Disegnando le linee di corrente riusciamo a vedere dove la corrente va più piano o più veloce (in base a grandezze delle maglie).
Scopro che vicino allo spigolo le velocità sono più basse e quindi negli spigoli ci saranno delle ZONE di DEPOSITO se ho: $f(z) = a z^n \quad \frac{df}{dz} = a n z^{n-1}$

La parte reale rappresenta la u e quella immaginaria la v e avremo così le componenti della velocità



Sulla faccia superiore la velocità aumenta e quindi in quella direzione ($\leftarrow$) la pressione diminuisce cioè $\boxed{\frac{dP}{ds} < 0}$

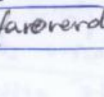
Sulla faccia inferiore invece per Bernoulli poiché la v diminuisce la p aumenta ($\rightarrow$). Quindi nella superiore avremo un gradiente di pressione favorevole e in quella inferiore avverso.

Sapremo dire che la velocità in più punti e quindi automaticamente anche la pressione grazie a Bernoulli:

ESEMPIO

$f(z) = \frac{m}{2\pi} \ln z \quad \phi = \frac{m}{2\pi} \ln r \quad \psi = \frac{m}{2\pi} \theta = cost \rightarrow \theta = cost \Rightarrow$ rette che passano per l'origine degli assi.

Quando le linee convergono le chiamo pozzo, quando divergono SORGENTE.



Che componenti avranno le velocità di queste rette?
Le velocità saranno tutte di origine radiale perché le linee equipotenziali erano circonferenze. In particolare la componente radiale (distanza dal centro) sarà:

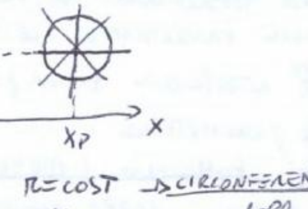
$$\boxed{u_r = \frac{d\phi}{dr} = \frac{m}{2\pi} \frac{1}{r}}$$

A seconda del segno di m saprò se è un POZZO O UNA SORGENTE.
Se la circonferenza ha raggio r la portata complessiva che passa attraverso tutta la circonferenza sarà

$$q = 2\pi r u_r = 2\pi r \frac{m}{2\pi} \frac{1}{r} \qquad q = m$$

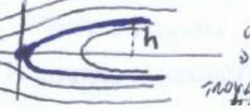
Quindi m ha un significato fisico ben preciso cioè è la portata che tiro via o che immetto nel mio pozzo.

ESEMPIO $f(z) = \frac{m}{2\pi} \ln(z - z_P)$ dove P è un qualsiasi punto di COORDINATA (x_P, y_P)
Questa funzione mi rappresenterà un pozzo traslato di x_P e y_P.



ESEMPIO $f(z) = -i \frac{\Gamma}{2\pi} \ln z$ dove $\Gamma = cost$
Conviene usare le COORDINATE POLARI dove: $\psi = \frac{\Gamma}{2\pi} \ln r = cost$ cioè $r = cost \rightarrow$ CIRCONFERENZE
Ora a differenza di prima le potenziali sono delle rette e le traiettorie sono delle circonferenze. Queste strutture richiamano vortici.
Γ in questo caso è la circolazione cioè l'indice che mi dice come ruota il mio vortice.

ESEMPIO $f(z) = U_\infty z + \frac{m}{2\pi} \ln z$ È una falda indisturbata con un pozzo.
Le LINEE di CORRENTE saranno $\psi = U_\infty r \operatorname{sen} \theta + \frac{m}{2\pi} \theta$.
È una sorgente posta al centro degli assi da cui esce un fluido che è investito dalla "FALDA INDISTURBATA". Posso trovare la linea di corrente che separa il liquido che esce dal pozzo da quella che la investe con velocità U_∞.



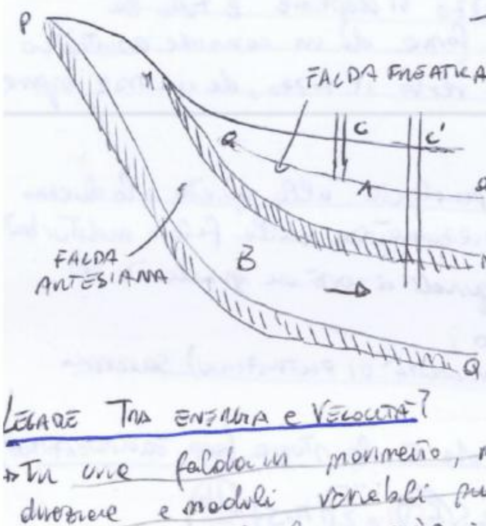
POSSO VEDERLO ANCHE COME UN CORPO INVESTITO DA UNA CORRENTE. TROVARE IL PUNTO DI RISTAGNO (S)

Il POZZO o FALDA FREATICO è una formazione PERMEABILE, l'acqua non la occupa interamente ma solo la parte inferiore detta LETTO della FALDA, superiormente c'è ARIA quindi ci sono punti in cui è presente la PRESSIONE ATMOSFERICA → SUPERFICIE PIEZOMETRICA

→ I LIVELLI negli ACQUIFERI dipendono dalle ACQUE DI FILTRAZIONE e delle PIOGGE e dagli SCAMBI AMBIENTALI tra l'atmosfera e il terreno.

→ se infilo dei tubi ho bisogno che si creino delle J per far sì che l'acqua esca dal mio POZZO

↓ capire la pendenza per capire la PORTATA che tiro fuori dal mio sistema in funzione dell'abbassamento



→ Falde freatiche e falde artesiane al di sotto dello stesso piano campagna

MN costituisce il letto della falda freatica e il tetto della ARTESIANA

PQ invece il letto della ARTESIANA

la artesiana può essere alimentata in corrispondenza delle superfici PM dove affiora la formazione permeabile.

C e C' sono due POZZI UNA FREATICO (C) e l'altro ARTESIANO (C')

nel primo si tira l'acqua come pompa sotto la sezione a - a'

invece nel pozzo artesiano l'acqua risale fino al piano campagna

→ se c'è un inquinante si fa un POZZO per cercare di tirarlo via.

LEGAME TRA ENERGIA E VELOCITÀ?

→ In una falda in movimento, nel campo di moto di FILTRAZIONE, la velocità del liquido assume direzione e moduli variabili punto a punto. Occorre invece conoscere la portata che filtra attraverso una sup. normale al movimento; RAPPORTO V fra tale portata e l'area della sup considerata viene detta VELOCITÀ DI FILTRAZIONE

$$\boxed{V = \frac{Q}{\Omega}}$$

Se il tubo viene inserito tra due serbatoi A e B in cui viene mantenuto un dislivello costante Y filtra una portata Q

→ LEGGE di DARCY → determina per via sperimentale il legame tra velocità ed prodotto di ENERGIA.

$$\boxed{V = f\,J}$$

VELOCITÀ

→ LEGAME tra velocità e prodotto

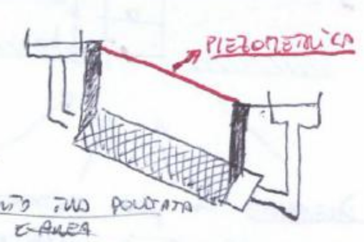
→ PERMEABILITÀ → ORDINI DI GRANDEZZA $f = 0{,}25\ \frac{cm}{s}$

spostare liquidi diversi ci vuole energie diverse

→ bisogna capire anche la grandezza dei pori

Nelle acque sotterranee in terreni omogenei quindi da qua f è una COSTANTE.

↓ MOTI LENTI → proporzionalità diretta tra V e J quindi il moto è LAMINARE → MOTI di FILTRAZIONE (IN GHIAIE può non essere laminare non ci interessa) → mentre le velocità avere uno strumento molto preciso che non esiste ancora troppo complicato.



→ DARCY per trovare e capire quelle velocità ha creato uno strumento.

→ FILTRO → comprende le velocità di FILTRAZIONE ed è una velocità media

→ non fa distinzione se c'è un vuoto o un grano

$$\boxed{V = \frac{Q}{\Omega}}$$

RAPPORTO TRA PORTATA E AREA

→ se questi canalicoli occupano tutto lo spazio → è la velocità che penso per il mio TUBO

↳ VELOCITÀ FITTIZIA → difficoltà geometrica

A PIEZOMETRICA si trova in quel punto ed è costante perché non c'è differenza tra un punto e l'altro del mio sistema

Per ogni sezione del mio sistema [indico] una piezometrica senza voler comprendere cosa succede nei punti del filtro.

DARCY nascondo la difficoltà GEOMETRICA di ogni canalicolo → PASSAGGIO TRA GEOMETRIA REALE e DARCY si è costruito una legge MONODIMENSIONALE → poi si può partire di acqua che si muove in 3 DIREZIONI

$\vec{V} = -f\,grad(h)$ → $\left(z + \frac{p}{\gamma}\right)$ velocità → legame tra f e gradiente (derivati) quindi: $V = -grad(f h)$ → cioè è UN POTENZIALE

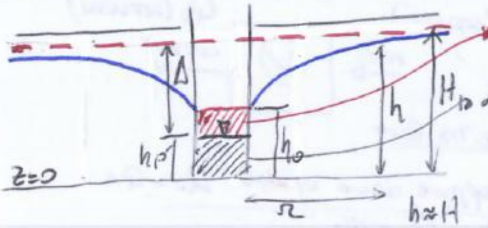
→ $-\frac{dh}{ds}$ → cioè prodotto di h nella direzione del moto

→ $f \cdot h = \phi$ se moto f.h invece di ϕ MOTI DI FILTRAZIONE

f UNA COSTANTE

$\Delta_2 \phi = 0 \Rightarrow \Delta_2 f \cdot h = 0$ $\boxed{\Delta_2 h = 0}$

ATTINGIMENTI DA FALDE FREATICHE → la mia PIEZOMETRICA e la SUPERFICIE LIBERA del fluido, siamo passati da un tubo ad un corso d'acqua, è più difficile perché non conosco le condizione al contorno dove c'è la pressione atmosferica, non so posizione sup. libera.



→ ZONA DI TRASPELAZIONE → zona uscita del fluido → zona al contorno.

H → La superficie è più in alto rispetto al livello del pozzo. Iniziato l'attingimento dal pozzo, si deprime rapidamente il livello e si deprime la sup. piezometrica e tende ad assumere la forma di un conoide asintotico.

Si ha un livello (h_p) più basso di h_0 in cui c'è un tratto di parete del pozzo fra i livelli h_0 e h_p dove il liquido sbocca dalla falda nell'atmosfera. (SUP. TRASPELAZIONE)

E' difficile conoscere il punto dove c'è la zona di TRASPELAZIONE perché non conosco la sup. libera dove arriva e come finisce, le mie ISOPIEZOMETRICHE non sono come nelle ARTESIANE che sono cilindri perché qui ci sono componenti sia ORIZZONTALI sia VERTICALI quindi daranno curvature alle ISOPIEZOMETRICHE perché ci sono componenti verticali, se però non conosco le ISOPIEZOMETRICHE non conosco le velocità e non conosco la SUP. LIBERA. → è STATO risolto con il LAPLACIANO perché sono MOTI DI FILTRAZIONE cioè MOTI A POTENZIALE

IPOTESI DUPUIT – FORCHHEIMER → $\boxed{h_p = h_0}$ (1a IPOTESI), la sup di TRASPELAZIONE non esiste → è accettabile se il gradiente non è molto grande → FALDE MOLTO ESTESE con grandezze piccole. (2a IPOTESI) è che le VELOCITÀ abbiamo solo COMPONENTI ORIZZONTALI (NON PIÙ VERTICALI), le isopiezometriche sono piane e l'altezza coincide con l'altezza h di SUP. LIBERA.

RICORDARE → non c'è frangia CAPILLARE (solo linea retta di separazione)

→ CILINDRO di raggio r e altezza h (SUP. EQUIPOT) → la PORTATA VALE area della sup. ($2\pi r h$) per la velocità di ogni singola particella ($f \cdot J$) $\frac{dh}{dr}$ → $Q = 2\pi r h f \frac{dh}{dr}$ → $h \cdot dh = \frac{Q}{2\pi} \frac{dr}{r}$ →

Per r che diventa un r grande → r>>> lontani dal pozzo $\frac{1}{2}(h^2 - h_0^2) = \frac{Q}{2\pi f} \ln \frac{2r}{D}$ (INDICE DI UN LOGARITMO) D LOGARITMO POZZO

raggiungo il livello indisturbato $r = R$ $h = H$ Δ (abbassamento dinamico) $H - h_0$

SOSTITUIAMO $$\boxed{Q = \pi f \frac{\Delta(2H - \Delta)}{\ln 2R - \ln D}}$$ lega la portata con le caratteristiche del pozzo e dell'abbassamento al QUADRATO

Nell'ammasso ARTESIANO non c'è niente da svuotare quindi c'è solo un gioco di PRESSIONI $h \simeq H$ $h - h_0 \approx H - h_0 \approx \Delta$

$$\boxed{Q = f(\Delta^2)}$$

dati dalla PIEZOMETRICA, differenze di pressione qui la velocità con cui si propaga questa variazione di pressione è pari a quella della luce quindi IL TRANSITORIO è molto più veloce nell'artesiano rispetto al freatico (che si deve svuotare). e di un logaritmo di un diametro

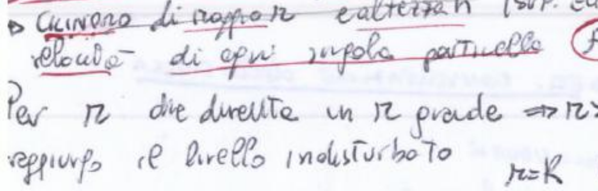
1951 → CHARNY ha dimostrato che la formula è ESATTA se al posto di h_0 metto h_p.

Differenza con gli ARTESIANI nel freatico abbiamo trovato una relazione lineare tra PORTATA e ABBASSAMENTO

→ Come misuro la f → PROVE DI CAMPO

ESEMPIO

→ POSSO CHIAMARLO ARGINE o DIGA → MATERIALI SCIOLTI.



Sup. Libera → applichiamo DUPUIT – FORCHHEIMER e quelle verticali trascurabili (ISOPIEZOMETRICHE PIANE alti h · 1)

$q = h \cdot 1 \, f \frac{dh}{dx}$ → PARABOLA DI DUPUIT – FORCHHEIMER

SPESSORE

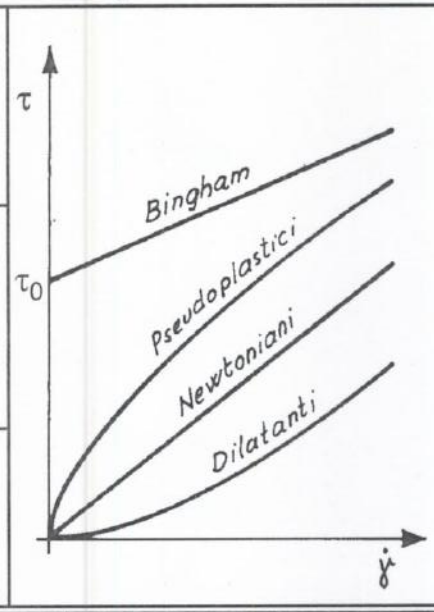
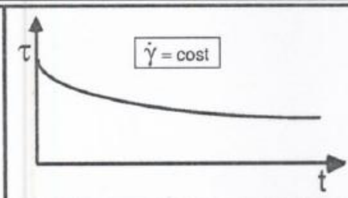
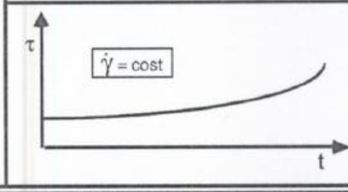
$h^2 - h_0^2 = \frac{2q}{f} x$ se $x = L$ $h = H$ $\boxed{q = \frac{f}{2L} \Delta(2H - \Delta)}$

abbassamento dinamico

$\boxed{q = f(\Delta^2)}$ Funzione del QUADRATO Δ^2

Se c'è una piena ci può essere un'inversione di FALDA:

I FLUIDI NON NEWTONIANI

	Classi e categorie di fluido	Equazioni e curve reologiche		Comportamento
FLUIDI A COMPORTAMENTO INDIPENDENTE DAL TEMPO	**FLUIDI PLASTICI ALLA BINGHAM** • *Pasta dentifricia o alcune vernici contenute in tubetti deformabili* • *Boiacca di cemento per iniezioni* • *Fanghi per trivellazione a rotazione* • *Fanghi di fogna*	$\tau = \tau_0 + \mu_p \dot{\gamma}$ *in cui:* τ_0 = *sforzo tangenziale sterile* μ_p = *viscosità plastica o coeff. di rigidità*		*La sostanza non si deforma finché lo sforzo tangenziale è inferiore a τ_0. Quando questo sforzo viene superato in qualche punto, si ha un repentino cambiamento e il fluido si comporta come quello newtoniano.*
	FLUIDI PSEUDOPLASTICI • *Sospensioni di particelle asimmetriche* • *Soluzioni di polimeri a molecola molto allungata (derivati della cellulosa, sostanze macromolecolari)*	$\tau = k \dot{\gamma}^n$ $\boxed{n < 1}$ *k ed n sono costanti per ogni fluido* *k è un indice della consistenza del fluido (tanto maggiore è k, tanto più viscoso è il fluido)* *n è un indice del comportamento non newtoniano (tanto più n è diverso da 1, tanto più pronunciato è il comportamento non newtoniano)*		*Poiché la "viscosità apparente" $\mu_a = \tau / \dot{\gamma} = k \dot{\gamma}^{n-1}$, essendo n < 1, diminuisce al crescere della velocità di deformazione, il fluido presenta una forte resistenza al moto per piccole velocità, che va diminuendo man mano che il moto si fa più veloce.*
	FLUIDI DILATANTI • *Sospensioni di materiale solido polverulento in un liquido, con contenuto solido molto elevato*	$\tau = k \dot{\gamma}^n$ $\boxed{n > 1}$		*Al contrario di quanto avviene per i fluidi pseudoplastici, μ_a aumenta con la velocità di deformazione. Quindi più grandi sono le velocità di scorrimento tra le particelle, più elevate divengono le resistenze al moto.*
FLUIDI A COMPORTAMENTO DIPENDENTE DAL TEMPO	**FLUIDI TIXOTROPICI** • *Vernici e smalti coprenti, all'atto dell'applicazione con pennello*	*Non sussiste un'equazione reologica di tipo univoco, perché le caratteristiche viscose di queste sostanze dipendono in maniera essenziale dalla durata e dalle modalità del movimento. Infatti, le curve sperimentali $\tau(\dot{\gamma})$ che si ottengono operando con velocità crescenti o decrescenti sono diverse; con ciò evidenziando un fenomeno di isteresi. Invece, per fissata velocità di deformazione $\dot{\gamma}$, si possono tracciare i diagrammi degli sforzi τ in funzione del tempo t, il cui andamento è indicato a lato per le due categorie di fluidi.*		*Lo sforzo tangenziale diminuisce gradualmente nel tempo, tendendo a un valore limite, in corrispondenza del quale il fluido si comporta come newtoniano. Al cessare dello sforzo, il fluido torna altamente viscoso.*
	FLUIDI REOPECTICI • *Sospensioni di bentonite* • *Alcune soluzioni colloidali*			*Si verifica l'opposto che nei fluidi tixotropici, cioè gli sforzi tangenziali crescono nel tempo, fino a diventare certe volte grandissimi. Il fluido "indurisce scorrendo", finché finisce per assomigliare ad un solido.*
FLUIDI CON ALCUNE PROPRIETA' ELASTICHE PROPRIE DEI SOLIDI	**FLUIDI ELASTOVISCOSI** • *Certe emulsioni o sospensioni di un liquido newtoniano in un altro* • *Alcuni bitumi*	*Il comportamento reologico è assai complesso e in generale può esprimersi con una relazione del tipo:* $F(\tau, \dot{\tau}, \ddot{\tau}, \dddot{\tau}, \ldots\ldots ; \gamma, \dot{\gamma}, \ddot{\gamma}, \dddot{\gamma}, \ldots\ldots) = 0$ *tra τ, γ e le loro derivate, di vario ordine, rispetto al tempo.* *Uno schema semplice corrisponde all'equazione* $\dot{\gamma} = \dot{\tau}/G + \tau/\mu$ *proposta da Maxwell (G = modulo di elasticità tangenziale).*		*Le sostanze così classificate presentano comportamenti assai diversi di fronte alle deformazioni. In esse prevalgono gli effetti viscosi tipici dei liquidi, ma possiedono anche alcune proprietà elastiche tipiche dei solidi; per cui non sarebbe lecito parlare di fluidi in senso stretto.*

Prof. Gerardo Bonvissuto