



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1277

ANNO: 2014

A P P U N T I

STUDENTE: Lanfaloni

MATERIA: Termodin. e Trasmissione del Calore + Eserc.,
Prof.Santarelli_Caruso

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

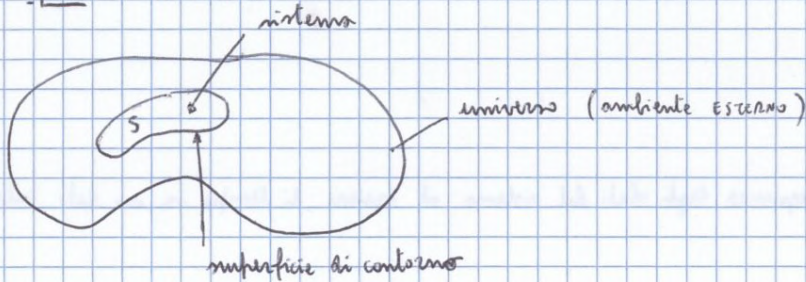
Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

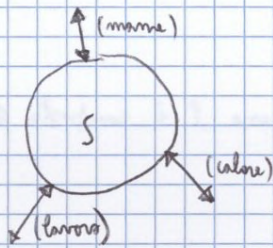
TERMODINAMICA

7/03/14

Ipotesi: OMOGENEITA'



Possibili scambi tra il sistema e l'ambiente



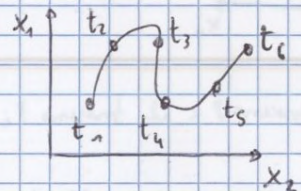
- Il sistema quindi può essere:
- APERTO (L, C, M)
 - CHIUSO (L, C)
 - ISOLATO (NO SCAMBI)
 - DIABATICO (SI SCAMBIO CALORE)
 - ADIABATICO (NO SCAMBIO CALORE)

Un sistema è caratterizzato da PROPRIETÀ TERMODINAMICHE cui appartengono le PROPRIETÀ TERMODINAMICHE INDIPENDENTI (determinano in modo completo un sistema e il suo comportamento):

$$x(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots \\ x_m(t) \end{pmatrix}$$

→ una volta scelte le P.T.I. si può impostare uno SPAZIO TERMODINAMICO in cui riportare le trasformazioni che il sistema attraversa:

$$L_{es} = (T, V) / (P, V) / (P, T)$$



- Le proprietà possono essere
- ESTENSIVE (dipendono dalla massa)
 - INTENSIVE (non dipendono dalla massa)
 - SPECIFICHE (rapporto tra grandezze estensive)

EQUAZIONE DI STATO

Mette in correlazione le proprietà indipendenti ($x(t)$) con quelle dipendenti (y): $x(t) \rightarrow y$

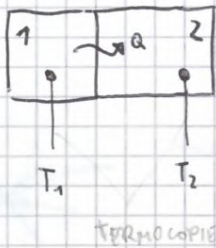
può essere in forma esplicita $[F(y, x_1, x_2, \dots, x_m) = 0]$ oppure esplicita $[y = f(x_1, x_2, \dots, x_m)]$

Le equazioni di stato sono anche dette ASSIOMI COSTITUTIVI.

CALORE - LAVORO - EQUAZIONE ENERGIA CINETICA

AZIONE: calore Q

Il calore è una forma di trasferimento di energia, senza scambio di forze. Lo scambio di calore avviene tra due corpi a temperature diverse che possono essere a contatto o distanti (SCAMBIO DI CALORE PER IRRADIAZIONE). Se due corpi sono in equilibrio con un terzo corpo, allora sono in equilibrio fra loro. Lo scambio di calore avviene se la parete (o il mezzo) che separa i due corpi è **DIABATICA** (permette scambio di calore) e se le temperature sono diverse.



Il calore è funzione del processo $P \rightarrow [Q = Q(P)]$

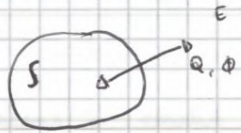
Se teniamo conto del processo P' che avviene nell'intervallo $(t, t + \Delta t)$ esse possiamo ricavare il flusso di calore $\phi(t)$: ossia il calore scambiato nell'unità di tempo.

$P \rightarrow P'(t, t + \Delta t) \Rightarrow \phi(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{Q(P')}{\Delta t} = dQ$ (come visto in Fisica I, NON è un differenziale esatto)

UNITÀ DI MISURA

$Q: [J]$ Joule $\phi(t): \left[\frac{J}{s} \right] = [W]$ Watt

CONVENZIONE SEGNI



$Q > 0$
 $\phi < 0$ } l'esterno cede calore al sistema

$Q < 0$
 $\phi > 0$ } l'esterno assorbe calore dal sistema

S: sistema E: esterno

Vogliamo in più anche passare al calore scambiato per unità di massa e al calore per unità di massa,

$q(P) = \frac{Q(P)}{M} \left[\frac{J}{kg} \right]$ ← $\varphi(t) = \frac{\phi(t)}{M} \left[\frac{W}{kg} \right]$

↳ massa

AZIONE: lavoro L

Anche il lavoro è un trasferimento di energia ma prevede l'intervento di forze che possono essere

- FORZE A CONTATTO / A SUPERFICIE
- FORZE A DISTANZA / DI CAMPO

Anche l'effetto sul sistema nel sistema è duplice:
 MODIFICA STATO DI MOTO (meccanica)
 MODIFICA STATO TERMODINAMICO INTERNO DEL SISTEMA (termodinamica)

Come per il calore, attraverso un differenziale INESATTO, si può arrivare al lavoro per unità di tempo

$L = L(P) \quad P \rightarrow P'(t, t + \Delta t) \Rightarrow w(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{L(P')}{\Delta t} = dL$

N.B: il lavoro è funzione del processo, la potenza del tempo.

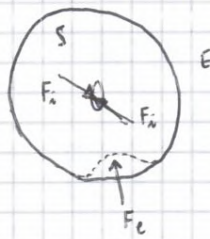
UNITÀ DI MISURA

$L = L(P) [J]$

$w = w(t) \left[\frac{J}{s} \right] = [W]$

come per il calore

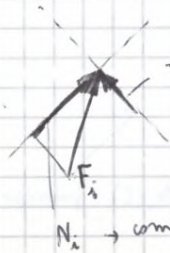
Analizziamo le forze interne di un corpo, ora.



F_i : FORZE INTERNE F_e : FORZE ESTERNE

Una forza esterna può modificare il contorno del corpo causando lo spostamento dei punti di applicazione delle forze interne.

Le forze agenti sulla superficie, però, non sono equilibrate e quindi generano lavoro (L_i) e potenza (W_i) interni.



T_i → componente tangenziale (tan)

$$L_i(P) = L_i^{\text{tan}}(P) + L_i^{\text{lin}}(P)$$

$$W_i(t) = W_i^{\text{tan}}(P) + W_i^{\text{lin}}(P)$$

N_i → componente normale (lin)

FLUIDI OMOGENEI LINEARI ($T_i = 0$)

Sono fluidi in cui le componenti tangenziali delle forze non ci sono e di conseguenza $\begin{cases} L_i^{\text{tan}} = 0 \\ W_i^{\text{tan}} = 0 \end{cases}$

Parlando di fluidi si introduce il concetto di pressione interna P_i .

Supposta P_i omogenea si può calcolare la potenza associata alla componente normale delle forze interne in un fluido omog. lin.:

$$W_i^{\text{lin}}(t) = \int_A P_i \cdot \vec{n} \cdot \vec{v}(t) dA$$

$\vec{v}(t)$ → velocità del punto di applicazione normale
 A → superficie

$$\rightarrow W_i^{\text{lin}}(t) = P_i \int_A \vec{n} \cdot \vec{v}(t) dA$$

Sapendo che la variazione di volume nel tempo si calcola: $\frac{dV(t)}{dt} = \int_A \vec{n} \cdot \vec{v}(t) dA$

si ottiene facilmente: $W_i^{\text{lin}} = P_i \frac{dV(t)}{dt}$

si può quindi procedere a calcolare il lavoro interno delle forze lineari (L_i^{lin})

$$L_i^{\text{lin}} = \int_{T(\text{tempo})} W_i^{\text{lin}} dt = \int_T P_i \frac{dV(t)}{dt} dt \quad \text{quindi, NOTA L'EQUAZIONE DI SOTTO } [P_i = P_i(V, T)] \text{ PRIVA DI SINGOLARITÀ}$$

$$\Rightarrow L_i^{\text{lin}} = \int_{t(\text{tempo})} P_i(V(t), T(t)) \frac{dV(t)}{dt} dt = \int_{\Gamma(\text{trasformazione})} P_i(V, T) dV$$

$$\Rightarrow L_i^{\text{lin}}(P) = \int P_i dV$$

in funzione del processo
funzione di stato

applicando analogo trattamento al lavoro (equazione energia cinetica in forma lavoro)

$$L_T(P) + L_o(P) + \Delta E_c + \Delta E_p + L_a(P) - \int_{\Gamma} P_i dV = 0$$

caso particolare: se, per ipotesi, $L_o(P) = \Delta E_c = \Delta E_p = L_a(P)$ allora

$$L_T(P) = \int_{\Gamma} P_i dV \begin{cases} \rightarrow \text{se } dV = 0 \Rightarrow L_T = 0 \\ \rightarrow \text{se } dV > 0 \Rightarrow L_T > 0 \text{ [int} \rightarrow \text{est]} \\ \rightarrow \text{se } dV < 0 \Rightarrow L_T < 0 \text{ [int} \leftarrow \text{est]} \end{cases}$$

Discorso analogo vale per la potenza: $w_r(t) = P_i \frac{dV(t)}{dt}$

Se, nell'equazione relativa alla potenza, non avessimo tutto otteniamo che:

$$w_r(t) = P_i \frac{dV(t)}{dt} - \underbrace{w_o(t)}_{\text{termini sottrattivi}} - \underbrace{w_a(t)}_{\text{termini sottrattivi}} - \frac{dE_p(t)}{dt} - \frac{dE_c(t)}{dt}$$

\downarrow sottrattivo se $\frac{dE_p(t)}{dt} > 0$ energia spesa per abbassare intacca $w_r(t)$
 \downarrow sottrattivo se $\frac{dE_c(t)}{dt} > 0$ energia spesa per accelerarlo
intacca $w_r(t)$

$$L_{SE}(P) \rightarrow L_i(P) = \frac{dE_c(t)}{dt}$$

rapporto trascurabile

lavoro infinitesimo (analogo a trasformazione infinitesima)

$$\Rightarrow L_{SE}(P) = L_i(P) = L(P)$$

$$\rightarrow L(P) = \int_{\Gamma} \tilde{L}(P)$$

$$L(P) = \int_{\Gamma} P_i(V,T) dV$$

$$\rightarrow \tilde{L}(P) = P_i(V,T) dV$$

Il lavoro è esprimibile come la forma differenziale lineare delle variabili di stato

NOTA L'EQ. DI STATO SI PUÒ RISALIRE AL LAVORO (stato \leftrightarrow processo)

14/03/14

$$\tilde{L} = P(V,T) dV$$

equazione di stato con la terna di variabili "P-V-T"

SISTEMI P-V-T

Sono sistemi che vengono descritti da una terna di variabili P-V-T: di queste due sono indipendenti mentre la terza dipende da quelle due.

esempio: $PV = nRT$ (gas ideali) $\rightarrow P = \frac{nRT}{V}$

$V, T \rightarrow$ coordinate termodinamiche indipendenti

$P \rightarrow$ coordinata termodinamica dipendente

$$\downarrow$$

$$P = P(V,T)$$

FORME DIFFERENZIALI LINEALI

① $V, T \begin{cases} L(P) & w(t) \\ Q(P) & \phi(t) \end{cases}$

② $P, T \begin{cases} L(P) & w(t) \\ Q(P) & \phi(t) \end{cases}$

N.B.: forme inverse MA RISULTATI UGUALI.

MODELLO DI GAS IDEALE

È un modello basato su due fattori (che lo rendono un modello non perfetto dei gas reali):

- SI TRASCURANO LE INTERAZIONI INTERMOLECOLARI DEL GAS (⇒ SI TENDE A SOTTOSTIMARE IL VOLUME DEL GAS)
- SI CONSIDERANO PUNTIIFORMI LE MOLECOLE (⇒ SI PONE A ZERO IL COVOLUME)

In base a questi motivi è un modello ~~valido~~ generalmente accettabile ad esclusione di:

- GAS VICINI ALE CONDIZIONI CRITICHE
- PRESSIONI ELEVATE

Valiamone quindi l'equazione di stato

$PV = nRT$

dove $\begin{cases} p = \text{pressione} \\ v = \text{volume} \\ n = \text{moli della stessa sostanza} \\ R = \text{costante universale dei gas} \\ T = \text{temperatura} \end{cases}$

$R = 8324 \left[\frac{J}{\text{kmol} \cdot K} \right]$

$P = \frac{RTm}{Mv} = \frac{RT}{\frac{M}{m} \frac{v}{m}} \rightarrow [Pv = R^* T] \quad (1)$
 dove $\frac{M}{m}$ è la costante elastica del gas, $\frac{v}{m}$ è il volume molare, $\frac{M}{m}$ è la massa molare.
 Unità: $\left[\frac{m^2}{kg} \right] \leftarrow \frac{v}{m} \quad \frac{M}{m} \left[\frac{kg}{mol} \right]$

$[d_v = P] \quad (2)$

$[C_v = C_v(T)] \quad (3)$

(1), (2), (3) sono le 3 equazioni di stato di un gas ideale inteso come coordinate indipendenti V, T

Definiamo: $\lambda_p = \frac{d_v}{\left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_T} \rightarrow$ si pone alla grandezza MASSICA: $\lambda_p = \frac{d_v}{\left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_T} = \frac{P}{-\frac{R^*T}{v^2}} = -P \frac{R^*T}{v^2}$

$C_p = C_v - d_v \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v}{\left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_T} \rightarrow$ si pone alla grandezza MASSICA: $\lambda_p = \lambda_v - d_v \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v}{\left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_T}$
 dove λ_p è il calore specifico a P cost, λ_v è il calore specifico a V cost.

$\lambda_p = \lambda_v - P \frac{\frac{R^*}{v}}{\frac{R^*T}{v^2}} = \lambda_v + P \frac{R^*}{T} \frac{v^2}{R^*T} = \lambda_v + P \frac{R^*}{P} = \lambda_v + R^*$

$\lambda_p = \lambda_v + R^* \rightarrow R^* = (\lambda_p - \lambda_v) \quad R^* > 0 \Rightarrow \lambda_p > \lambda_v$
 POLITROPICA \rightarrow esponente dell'adiabatica

DALLA TEORIA CINETICA DEI GAS:

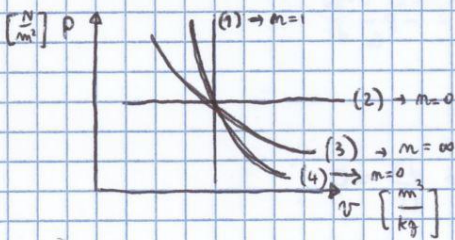
n° atomi	λ_p	λ_v	$\frac{\lambda_p}{\lambda_v} = \gamma$
1	$\frac{5}{2} R^*$	$\frac{3}{2} R^*$	$\frac{5}{3}$
2	$\frac{7}{2} R^*$	$\frac{5}{2} R^*$	$\frac{7}{5}$
3	$4 R^*$	$3 R^*$	$\frac{4}{3}$

per n=3 toccare la p. di...

TRASFORMAZIONI

Le variabili espansioni si stato trovano essere usate come COORDINATE per due fismi.

PIANO DI CLAPEYRON, insieme: volume munito ordinate: pressione



Una trasformazione è la congiungente fra due punti del fismo

(1) TRASF. ISOCORA il volume (e quindi anche il volume munito) rimane costante:

$$V(t) = \text{cost} \quad \forall t \in [t_1, t_2] \Rightarrow v = v_1 = v_2 \Rightarrow dv = 0 \quad \rightarrow \text{VEDI POLITROPICA}$$

lavoro $l(P) = \int_P p dv = 0$ calore $q(P) = \int_P \langle p dv + c_v dT \rangle = \int_P c_v dT$

$$q(P) = c_v \frac{v}{R^*} (P_2 - P_1) \quad \left[q(P) = c_v \int dT = c_v (T_2 - T_1) \right]$$

$p v = R^* T$

(2) TRASF. ISOBARA la pressione è costante: $p(t) = \text{cost} \quad \forall t \in [t_1, t_2] \Rightarrow p = p_1 = p_2 \Rightarrow dp = 0$

lavoro $l(P) = \int_P p dv = p(v_2 - v_1) \quad \left[p v = R^* T \rightarrow R^* (T_2 - T_1) \right]$

calore $q(P) = \int_P \langle \lambda_p dp + c_p dT \rangle = \int_P c_p dT \xrightarrow{(H_p: c_p = \text{cost})} q(P) = c_p \int dT = c_p (T_2 - T_1)$

$\rightarrow \text{VEDI POLITROPICA}$

(3) TRASF. ISOTERMA la temperatura resta costante: $T(t) = \text{cost} \quad \forall t \in [t_1, t_2] \Rightarrow T = T_1 = T_2 \Rightarrow dT = 0$

PROVALE A USARE

$$l(P) = \int_P \langle -v dp + R^* dT \rangle$$

lavoro $l(P) = \int_P p dv = \int_P R^* \frac{1}{v} dv = \frac{R^*}{T} \int_P \frac{dv}{v} = \frac{R^*}{T} \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right) - p_1 v_1 = p_2 v_2 \rightarrow R^* T \ln \frac{p_1}{p_2}$

calore $q(P) = \int_P \langle \lambda_p dp + c_v dT \rangle = \int_P p dv = R^* T \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right)$

$$q(P) = \int_P \langle \lambda_p dp + c_p dT \rangle = \int_P -v dp = \int_P \frac{R^* T}{p} dp = R^* T \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$$

Si noti che lavoro e calore sono uguali! (tanto lavoro ricevuto/compro, tanto calore ceduto/assorbito)

$[Pv = \text{cost}] \rightarrow$ iperbole equilatera

(5) TRASF. POLITROPICA

È una trasformazione che fino a ora non abbiamo visto, a seconda di un parametro, avrà anche il carattere di una qualsiasi delle precedenti.

Considerando una trasformazione infinitesima avremo un calore scambiato infinitesimo

$\tilde{q}(P) = \lambda_v dv + C_v dT$ Introduciamo un nuovo simbolo: $\tilde{q} = c dT$ (tipo ISOCORA/ISOBARA)

calore specifico generico della politropica

$c = \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$

$Pv = R^* T \rightarrow dT = \frac{d(Pv)}{R^*} = \frac{Pdv + v dP}{R^*}$

$\rightarrow \lambda_v dv + C_v dT = c dT \rightarrow (C_v - c) dT + P dv = 0$

$\rightarrow (C_v - c) \frac{Pdv + v dP}{R^*} + P dv = 0$

$\rightarrow (C_v - c)(Pdv - v dP) + R^* P dv = 0$

$\rightarrow (C_v - c)(Pdv - v dP) + (C_p - C_v) P dv = 0 \rightarrow$ fare calcoli

$\rightarrow \frac{C_p - C_p}{C_v - C_v} P dv + v dP = 0$

= n \rightarrow esponente della politropica

$\rightarrow n P dv + v dP = 0 \rightarrow \frac{dP}{P} + n \frac{dv}{v} = 0$

$Pv^n = P_2 v_2^n = const \rightarrow T v^{n-1} = T_2 v_2^{n-1} = const \rightarrow T P^{\frac{1-n}{n}} = T_2 P_2^{\frac{1-n}{n}} = const$

$n = \frac{C_p - C_p}{C_v - C_v} \rightarrow c = C_v \frac{n - \frac{C_p}{C_v}}{n-1} \Rightarrow c = C_v \frac{n-\gamma}{n-1}$

per vedere che la POLITROPICA le racchiude tutte =

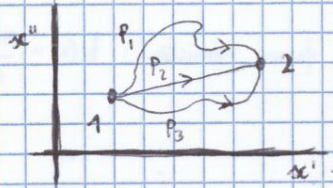
TRASFORMAZIONE	EQUAZIONE	c	n
ISOCORA	dv=0 v=const	Cv	∞
ISOBARA	dP=0 P=const	Cp	0
ISOTERMA	dT=0 T=const	∞	1
ADIABATICA	q=0	0	γ

CONSEQUENZE

- ① $Q(P)$ ed $L_{sc}(P)$ sono funzioni del percorso (variano in base ad esso, non in base alle condizioni iniziali e finali)

x', x'' sono le 2 coordinate termodinamiche

1, 2 sono le condizioni iniziali e finali



$$\begin{cases} L_{sc}(P_1) \neq L_{sc}(P_2) \neq L_{sc}(P_3) \\ Q(P_1) \neq Q(P_2) \neq Q(P_3) \end{cases}$$

però per il primo principio sappiamo che: $Q(P) - L_{sc}(P) = \Delta E(x) = E(x_2) - E(x_1)$

$$\Rightarrow [Q(P_1) - L_{sc}(P_1)] = [Q(P_2) - L_{sc}(P_2)] = [Q(P_3) - L_{sc}(P_3)]$$

- ② $Q(P) - L_{sc}(P) = \Delta E$ da funzione E viene introdotta come DIFFERENZA tra i valori assunti nei due stati x .
- $$\phi(t) - w(t) = \frac{dE}{dt}$$

$\Rightarrow E$ è definita A MENO DI UNA COSTANTE

Per associare un valore a $E(x)$ bisogna definire uno stato di riferimento x_0 in cui si pone per convenzione arbitraria: $E(x_0) = 0$

Da cui (per un generico stato x): $E(x) = E(x) - E(x_0)$

- ③ $Q(P) - L_{sc}(P) = \Delta E$ $Q(P), L_{sc}(P)$ sono grandezze ESTENSIVE misurate in joule [J]

si passa alle forme massiche:

$$\begin{cases} Q(P) \rightarrow q(P) = \frac{Q(P)}{M} \left[\frac{J}{kg} \right] \\ L_{sc}(P) \rightarrow l(P) = \frac{L(P)}{M} \left[\frac{J}{kg} \right] \\ E(x) \rightarrow e(x) = \frac{E(x)}{M} \left[\frac{J}{kg} \right] \end{cases}$$

- ④ EQUAZIONE ENERGIA INTERNA: $L_{sc}(P) = L_i(P) - \Delta E_c$

sostituendo nel primo principio $\rightarrow Q(P) - L_i = \Delta E - \Delta E_c$

e questo punto fornisce definizione $\Delta U = \Delta E - \Delta E_c$ (dove $U \rightarrow$ energia interna del sistema)

da cui $Q(P) - L_i(P) = \Delta U$

$$\phi(t) - w_i(t) = \frac{dU}{dt}$$

- ⑤ $Q(P) - L_{sc}(P) = \Delta U + \Delta E_c \rightarrow \phi(t) - w(t) = \frac{dU}{dt} + \frac{dE_c}{dt}$

oppure

$$Q(P) - L_i(P) = \Delta U \rightarrow \phi(t) - w_i(t) = \frac{dU}{dt}$$

- ⑥ U è introdotta come differenza, per cui è definita A MENO DI UNA COSTANTE

$$U(x_0) = 0 \rightarrow U(x) = U(x) - U(x_0)$$

U è una grandezza estensiva misurata in [J] \rightarrow forma MASSICA: $u(x) = \frac{U(x)}{M} \left[\frac{J}{kg} \right]$

$L(c) = L_m = L_{SE} - L_{ES}$ ~~che~~ si possono verificare 2 casi; ① $L_{SE} > L_{ES} \rightarrow L_m > 0 \Rightarrow$ MACCHINA MOTRICE
 ② $L_{SE} < L_{ES} \rightarrow L_m < 0 \Rightarrow$ MACCHINA OPERATRICE

analogamente:

$Q(c) = Q_m = Q^+ - Q^- \rightarrow L(c) = Q(c)$ 1° PRINCIPIO TERMODINAMICA

MACCHINA MOTRICE

Da questo caso l'efficienza (ϵ) si chiama RENDIMENTO (η)

$\eta = \frac{L_m}{Q^+} = \frac{Q^+ - Q^-}{Q^+} = 1 - \frac{Q^-}{Q^+}$

MACCHINA OPERATRICE

① macchina frigorifera: l'efficienza è detta EFFICIENZA FRIGORIFERA (ϵ) $\rightarrow \epsilon = \frac{Q^-}{|L_m|}$

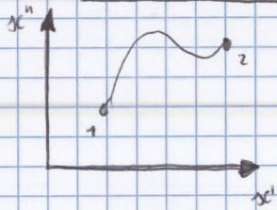
③ pompa di calore: l'efficienza è il COP (coefficient of performance) $\rightarrow \text{COP} = \frac{Q^+}{|L_m|}$

2° PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

Dimostra matematicamente alcuni fatti evidenti, ma, molto più importante, pone dei limiti al primo principio (in particolare che non tutto il calore può essere trasformato in lavoro).

È stato derivato dall'osservazione delle macchine per spiegare certi fenomeni

TRASFORMAZIONI REVERSIBILI/IRREVERSIBILI



x^1, x^2 sono le coordinate termodinamiche
 1, 2 sono gli stati iniziale e finale

La trasformazione è reversibile se: $Q(P_{1,2}) = -Q(P_{2,1})$
 $L(P_{1,2}) = -L(P_{2,1})$

ovvero qualsiasi effetto prodotto dalla $P_{1,2}$ è bilanciato e annullato dalla $P_{2,1}$

\Rightarrow LA TRASFORMAZIONE REVERSIBILE È PRESSOCHÉ IRREALIZZABILE NELLA REALTÀ (se non in certe particolari condizioni)

\Rightarrow TRASFORMAZIONE REVERSIBILE \rightarrow MODELLO

21/03/14

La variazione di entropia è data da 2 contributi:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\phi(t)}{T} + \Sigma_{irr}$$



$$\Delta S = \int_T \frac{\phi(t)}{T} dt + S_{irr}$$

dove Σ_{irr} ed S_{irr} sono ≥ 0 (=one trasformazioni REVERSIBILI) e questi 2 contributi hanno solo un effetto di incremento nell'entropia mentre il flusso termico ($\phi(t)$) è incrementato solo se "entra" (> 0) nel sistema.

Σ_{irr} è dovuto a tutte le fenomenologie di tipo chimico-fisico di tipo IRREVERSIBILE

Come al solito si può passare alla forma specifica/massica:

ENTROPIA MASSICA: $\frac{ds}{dt} = \frac{\varphi(t)}{T} + \sigma_{irr} \quad s = \frac{S}{M} \quad s \left[\frac{J}{K} \right] \rightarrow s \left[\frac{J}{kg K} \right]$

↓

$$\Delta s = \int_T \frac{\varphi(t)}{T} dt + s_{irr}$$

Dal momento che anche l'entropia è definita a meno di una costante, si impone una "sua x_0 " in cui, per convenzione, $S(x_0) = 0 \Rightarrow S(x) = S(x) - S(x_0)$

CASO PARTICOLARE

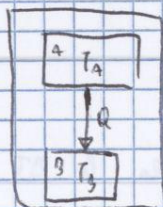
sistema adiabatico

Non vi ha scambio di calore $\Rightarrow \phi(t) = 0 \Rightarrow \frac{dS}{dt} \geq 0$

Nel sistema adiabatico l'entropia non può fare che aumentare e, nel caso di trasformazioni IRREVERSIBILI,

$\frac{dS}{dt} > 0$. Dal momento che il sistema adiabatico per antonomasia è l'UNIVERSO e che in esso le trasformazioni sono permesse tutte irreversibili, si riesce a "ideare" una (e una sola) freccia nel tempo

esempio



Se sistema A (a T_A) scambia il calore Q con il sistema B. Il sistema adiabatico è composto da entrambi, che sono detti reservoir (una capacità termica costante e infinito). Da A e B vengono solo scambiati REVERSIBILI

$$\Delta S_{tot} = \Delta S_A + \Delta S_B \geq 0 \quad \Delta S_A = - \frac{Q}{T_A} \left(\int \frac{\phi(t)}{T_A} dt \quad T_A = \text{cost} \Rightarrow - \frac{Q}{T_A} \right) \quad \Delta S_B = \frac{Q}{T_B}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{tot} = - \frac{Q}{T_A} + \frac{Q}{T_B} \geq 0 \rightarrow \left(\frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_A} \right) Q \geq 0 \rightarrow \left[\frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_A} \right] Q = 0 \quad \left(\begin{array}{l} T_A = T_B \\ Q = 0 \end{array} \right) \Rightarrow \text{FENOMENO REVERSIBILE}$$

SE $T_B > T_A \Rightarrow Q < 0$

SE $T_A > T_B \Rightarrow Q > 0$

da ciò si vede che il calore può andare solo da temperatura alta a temperatura bassa

RELAZIONI TRA LE GRANDEZZE TERMODINAMICHE

Grandezze primitive : T, p, v
Grandezze derivate dalla
formulazione del 1° e del 2° principio : u, h, s

Sono in forma canonica

- 1) Interazioni tra le grandezze
- 2) Interazioni tra le grandezze e le AZIONI

IPOTESI

I) Si parla di fluidi omogenei reversibili

II) Il sistema non compie movimenti macroscopici $[\Delta E = 0 \Rightarrow L_{sc}(P) = L_x(P)]$

energia interna

$U = U(v, T) \rightarrow dU = \left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_T dv + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v dT$ ma dal primo principio sappiamo che:

$$dU = \tilde{Q} - \tilde{L} = \lambda_v dv + c_v dT - p dv = (\lambda_v - p) dv + c_v dT = dU$$

$$\Rightarrow \left[\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_T = \lambda_v - p\right] \quad \left[\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v = c_v\right]$$

come sempre si può anche passare ai termini specifici :

$$\left[\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = \lambda_v - p\right] \quad \left[\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v = \epsilon_v\right] \quad (\text{calore specifico a volume costante})$$

entalpia

$H = U + pV \rightarrow dH = dU + d(pV) = dU + pdv + vdp$ ma dal primo principio sappiamo che:

$$\begin{cases} dU = \tilde{Q} - \tilde{L} \\ dU = dH - d(pV) \\ \tilde{Q} = \lambda_p dp + c_p dT \\ \tilde{L} = p dv \end{cases}$$

$$\Rightarrow dH = \lambda_p dp + c_p dT - p dv + p dv + v dp = (\lambda_p + v) dp + c_p dT = dH \Rightarrow H = H(p, T)$$

$$\Rightarrow \left[\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = \lambda_p + v\right] \quad \left[\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p = c_p\right]$$

$$\downarrow \\ dH = \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p dT$$

passando alle grandezze specifiche : $\left[\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T = \lambda_p + v\right] \quad \left[\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p = \epsilon_p\right] \quad (\text{calore specifico a pressione costante})$

Entalpia

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial p} \right)_T dp + \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p dT = (\lambda_p + v) dp + c_p dT$$

$$\rightarrow T ds = dh - v dp \rightarrow \text{derivazione rispetto a } p \text{ con } T = \text{cost} \rightarrow T \left(\frac{\partial s}{\partial p} \right)_T = \left(\frac{\partial h}{\partial p} \right)_T - v$$

$$\text{IV eq. di Maxwell} \rightarrow -T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p = \left(\frac{\partial h}{\partial p} \right)_T - v \rightarrow \left(\frac{\partial h}{\partial p} \right)_T = -T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p + v$$

$$\Rightarrow dh = \left[-T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p + v \right] dp + \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p dT \Rightarrow \boxed{-T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p = \lambda_p}$$

Ora possiamo applicare tutte le equazioni che abbiamo ottenuto a un fluido di cui conosciamo l'equazione di stato:

APPLICAZIONE AL GAS IDEALE

equazione di stato: $pv = R^* T$

$$(1) \quad du = \left[T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v - p \right] dv + c_v dT$$

\downarrow
 $\left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v = \frac{R^*}{v}$

$$\rightarrow du = \left[T \frac{R^*}{v} - p \right] dv + c_v dT$$

\downarrow

$$du = c_v dT \quad \text{ovvero } \underline{u = u(T)}$$

$$(2) \quad dh = \left[-T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p + v \right] dp + c_p dT$$

\downarrow
 $\left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p = \frac{R^*}{p}$

$$\rightarrow dh = \left[-T \frac{R^*}{p} + v \right] dp + c_p dT$$

\downarrow

$$dh = c_p dT \quad \text{ovvero } \underline{h = h(T)}$$

Quelli che abbiamo trovato sono risultati fondamentali finché mostriamo come l'energia interna e la entalpia dipendano solo dalla temperatura: preso anche $\Delta p = 10^5 \text{ atm}$ ma se $\Delta T = 0$ né l'entalpia né l'energia interna variano.

Ovviamente questo risultato è valido per un gas ideale, quindi nel caso di gas reali avviene delle variazioni e un comportamento diverso.

CICLI E LORO RAPPRESENTAZIONI

spazio degli stati → diagramma termodinamico

Diagramma di Clapeyron

È il diagramma che come coordinate usa p e v :

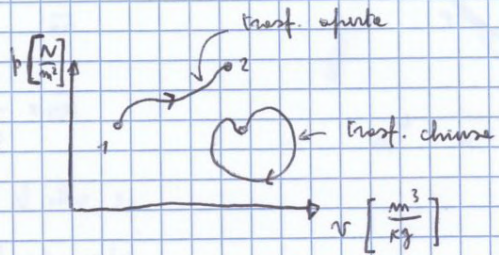
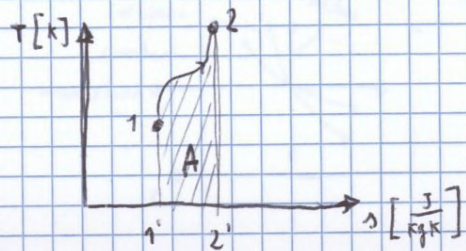


Diagramma di Gibbs

È il diagramma che come coordinate usa s e T :



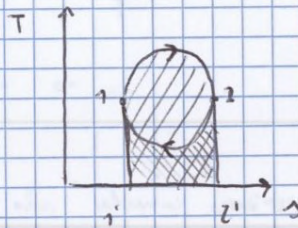
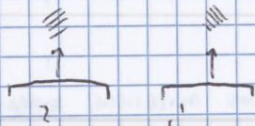
Nel caso di un fluido omogeneo lineare possiamo dire che:

$$\tilde{q} = T ds \Rightarrow q_{12} = \int_1^2 T ds$$

↳ A

da ciò si capisce che se l'entropia aumenta il sistema riceve calore, viceversa se l'entropia diminuisce il sistema cede calore.

Definiamo un ciclo chiuso (in senso orario):



$$q_c = \int_C T ds = \int_1^2 T ds + \int_2^1 T ds = q_m \rightarrow \text{il calore netto cioè il calore ricevuto dal sistema meno il calore che il sistema ha ceduto}$$

in questo caso il ciclo percorso in senso orario, ha $q_c > 0$ quindi il sistema genera lavoro

→ è un ciclo MOTORE

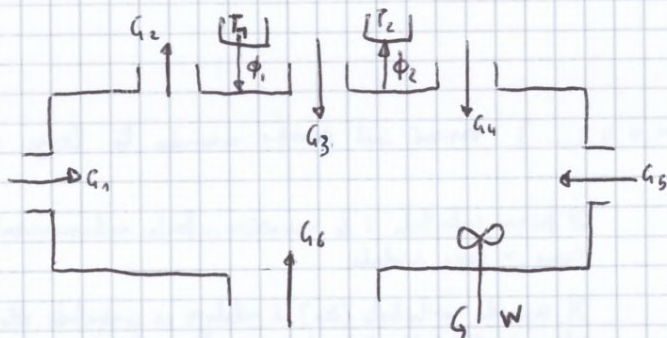
se il ciclo fosse stato percorso in senso ANTICLOCKWISE avremmo trovato che $q_c = q_m < 0$, quindi il sistema avrebbe ceduto calore e avrebbe lavorato

⇒ è un ciclo OPERATORE (più di quanto ne ha analizzato)

28/03/14

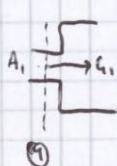
Consideriamo i sistemi aperti, ossia quelli che scambiano anche massa con l'esterno: è una generalizzazione delle trattazioni viste finora circa i sistemi chiusi

Schemo sistema aperto:



Posso scambiare lavoro (\dot{Q}) o calore (Φ_1, Φ_2) in più modi e punti, ma posso anche entrare un FLUSSO DI MASSA (G_m)

In genere questi flussi di massa sono caratterizzati da uno stato termodinamico



Lungo la sezione $\textcircled{1}$ avremo: $T_1, p_1, V_1, u_1, l_1, s_1, g_1, \dots$
Sulla superficie di sezione A_1 si considera lo stato termodinamico come omogeneo

Per lo scelta di riferimento per il fluido in movimento vi sono due possibilità: approccio LAGRANGIANO ed EULERIANO

Il primo (lagrangiano) prevede che le variabili indipendenti siano il tempo (t) e le coordinate dell'origine (x_0) mentre il vettore x che descrive la posizione di ogni particella del fluido che si muove dipende da esse [$x = x(x_0, t)$]

Nel secondo (euleriano) invece il sistema di coordinate è solido al baricentro della massa: il tempo resta una variabile indipendente (t) assieme a x (coordinate della singola particella materiale del fluido) mentre x_0 (coordinate del punto 0 del sistema di riferimento fisso) è la variabile dipendente [$x_0 = x_0(x, t)$]*

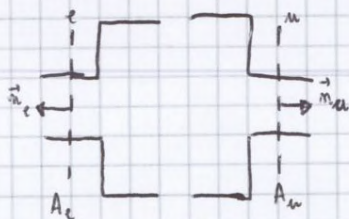
PORTATA

La massa che attraversa nel condotto nel tempo Δt è legata alla portata e al tempo

$$G(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{m(\Delta t)}{\Delta t} \right) \quad \text{dove } G(t) \rightarrow \text{portata} \quad m(\Delta t) \rightarrow \text{massa transitata} \quad \Delta t \rightarrow \text{tempo}$$

$$\left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$$

La massa è funzione dell'unità di tempo (Δt), la portata del tempo (t).



$$[G = \rho A (\vec{n} \cdot \vec{w})] \quad \text{dove } \vec{w} \rightarrow \text{vettore velocità del fluido} \quad \vec{n} \rightarrow \text{normale alla sezione}$$

$$\Rightarrow \vec{n} \cdot \vec{w} = |\vec{w}| \cos(\theta) \quad \vec{n} \cdot \vec{w} = |\vec{w}| \cos(\theta)$$

→ flusso in entrata è negativo, il flusso in uscita è positivo

$$G_e < 0 \quad G_m > 0 \quad |G_e| = \rho_e A_e w_e \quad |G_m| = \rho_m A_m w_m$$

* la scelta è libera, anche se in genere si preferisce l'euleriano.

considerando $Z \equiv M$ (massa) si ottiene il principio di CONSERVAZIONE DELLA MASSA:


$$\frac{dM}{dt} = \left[\frac{dM}{dt} \right]_{V_c} + \sum_{K=1}^{N_c} (\pm G_K) \quad \leftarrow \text{la grandezza specifica nel caso della massa \u00e9, OVVIAMENTE, 1}$$

e in condizioni non relativistiche: $\frac{dH}{dt} = 0$ perch\u00e9 la massa \u00e9 costante

$$\downarrow$$

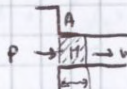
$$\left[\frac{dM}{dt} \right]_{V_c} + \sum_{K=1}^{N_c} (\pm G_K) = 0$$

se $\left[\frac{dM}{dt} \right]_{V_c} > 0$ si ha un accumulo di massa nel sistema
 se $\left[\frac{dM}{dt} \right]_{V_c} < 0$ si ha uno svuotamento di massa nel sistema

esempio:  $\left[\frac{dM}{dt} \right]_{V_c} = - \sum_{K=1}^{N_c} (\pm G_K) = G_1 - G_2 > 0$ se G_1 (entrante) $>$ G_2 (uscite)

\u2192 Se non si ha un accumulo n\u00e9 svuotamento, il sistema lavora in condizioni di stazionariet\u00e0:

$$\left[\frac{dM}{dt} \right]_{V_c} = 0 \rightarrow \sum_{K=1}^{N_c} (\pm G_K) = 0 \quad (\text{nel caso del prima: } G_1 = G_2)$$

Consideriamo un flusso di massa uscente: 

si ha una pressione p dall'interno verso l'esterno attraverso il condotto A \u2192 si pu\u00f2 introdurre una nuova potenza relativa dal sistema all'esterno:

$$W_{SE}^{\Delta} = W_t + W_o + W_{SP}$$

$\underbrace{\hspace{1cm}}$ $\underbrace{\hspace{1cm}}$ $\underbrace{\hspace{1cm}}$
 potenza potenza potenza di
 tecnica dissipazione spostamento

\u2192 lavoro di spostamento nel condotto K-esimo: $L_{SP}^K = \frac{P_K A_K}{F_K} \cdot \Delta x_K$

Potenza di spostamento nel condotto K-esimo: $W_{SP}^K = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{P_K A_K \Delta x_K}{\Delta t} \right] = P_K A_K W_K$ \u2192 velocit\u00e0 di effluvio

$G_K = \rho_K A_K W_K$ \u00e9 la portata di massa

\u2192 $W_{SP}^K = P_K \frac{1}{\rho_K} G_K$ ricorda che: $\frac{1}{\rho_K} = v_K \left[\frac{m^3}{kg} \right]$ \uparrow volumetrico

\downarrow $\left[\frac{kg}{m^3} \right]$

\u2192 $W_{SP}^K = (P \cdot v)_K G_K$ \u2192 in termini generali: $W_{SP}^K = \pm (P \cdot v)_K \cdot G_K$ \u2295 uscenti
 \u2296 entranti

\u2192 per un sistema a N_c condotti: $W_{SP} = \sum_{K=1}^{N_c} \pm (P \cdot v)_K G_K$

per\u00f2 sappiamo anche che $q = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M}{\Delta t}$ si pu\u00f2 riscrivere: $W_{SP} = \sum_{K=1}^{N_c} \pm (P \cdot v)_K \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M}{\Delta t} = \sum_{K=1}^{N_c} \pm \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{P \cdot v M}{\Delta t} \right)_K$

\u2192 $W_{SP} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{K=1}^{N_c} \pm \left(\frac{P \cdot v}{\Delta t} \right)_K$ \u2192 $W_{SP} = \frac{d(p \cdot v)}{dt}$

PRIMO PRINCIPIO TERMODINAMICA SISTEMI APERTI

$$\phi - W_{SE} = \frac{dU}{dt} + \frac{dE_c}{dt} \rightarrow \phi - (W_{SE}^a + W_{SE}^d) = \frac{dU}{dt} + \frac{dE_c}{dt} \rightarrow \phi - (W_t + W_o + W_{sp} + \frac{dE_p}{dt}) = \frac{dU}{dt} + \frac{dE_c}{dt}$$

$$W_{SE} = \sum_{k=1}^{N_c} (\pm G_k p_{rk}) \cdot \frac{dE_p}{dt} = \left[\frac{dE_p}{dt} \right]_{V_c} + \sum_{k=1}^{N_c} (\pm G_k p_k) \cdot \frac{dE_c}{dt} = \left[\frac{dE_c}{dt} \right]_{V_c} + \sum_{k=1}^{N_c} (\pm G_k e_{ck}) \cdot \frac{dU}{dt} = \left[\frac{dU}{dt} \right]_{V_c} + \sum_{k=1}^{N_c} (\pm G_k u_k)$$

$$\phi - (W_t + W_o) = \frac{d}{dt} [U + E_c + E_p]_{V_c} + \sum_{k=1}^{N_c} \pm G_k \underbrace{(p_r + u + e_c + e_p)}_h k$$

$$\Rightarrow \left[\phi - (W_t + W_o) = \frac{d}{dt} [U + E_c + E_p]_{V_c} + \sum_{k=1}^{N_c} \pm G_k (h + e_c + e_p)_k \right]$$

$W_o \rightarrow$ trascurabile quasi sempre

\hookrightarrow trascurabile in genere

$$\frac{d}{dt} [U + E_c + E_p]_{V_c} \approx 0 \rightarrow \text{CONDIZIONI DI STAZIONARIEITÀ}$$

SCAMBIO DI CALORE ($W_t = 0$)

$$\phi = \sum_{k=1}^{N_c} (\pm G_k h_k) \text{ che, nel caso di } N_c = 2 \rightarrow \phi = G(h_2 - h_1) \rightarrow \phi > 0 \text{ se } h_2 > h_1 \text{ (e viceversa)}$$

SISTEMA ADIABATICO APERTO ($\phi = 0$)

$$-W_t = \sum_{k=1}^{N_c} (\pm G_k h_k) \text{ che, nel caso di } N_c = 2 \rightarrow +W_t = G(h_1 - h_2) \rightarrow W_t > 0 \text{ se } h_1 > h_2 \text{ (e viceversa)}$$

ad esempio turbina

ad esempio compressore

Se il fluido con cui opera la macchina è un gas ideale, allora, integrando e specificando nella massa:

$$[h = (h_1 - h_2) = c_p(T_1 - T_2)]$$

SECONDO PRINCIPIO TERMODINAMICA SISTEMI APERTI

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\phi}{T} + \Sigma_{irr} \text{ con } \Sigma_{irr} \geq 0$$

$$\frac{dS}{dt} = \left[\frac{dS}{dt} \right]_{V_c} + \sum_{k=1}^{N_c} (\pm G_k S_k)$$

$$\Rightarrow \left[\frac{dS}{dt} \right]_{V_c} + \sum_{k=1}^{N_c} (\pm G_k S_k) = \frac{\phi}{T} + \Sigma_{irr}$$

Se ipotizziamo condizioni di stazionarietà $\left(\left[\frac{dS}{dt} \right]_{V_c} = 0 \right)$ e $N_c = 2$ (2 correnti), otteniamo che:

$$\left[G(S_2 - S_1) = \frac{\phi}{T} + \Sigma_{irr} \right]$$

se ora ipotizziamo, inoltre, che il sistema sia adiabatico ($\phi = 0$), otteniamo che:

$$G(S_2 - S_1) = \Sigma_{irr} \geq 0 \rightarrow \Delta S \geq 0 \text{ ossia l'entropia può conservarsi o aumentare}$$

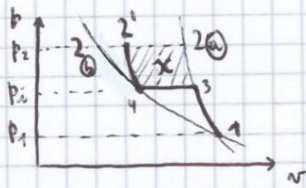
\downarrow
caso limite

\downarrow
realtà

\Rightarrow l'entropia, in un sistema adiabatico, può solo aumentare ma in un sistema qualsiasi può diminuire se $\phi < 0$ e $\phi > \Sigma_{irr}$

Visto che non si possono fare troppi passaggi di INTERREFRIGERAZIONE (economici motori) in genere si ricorre a una

COMPRESSIONE A 2 STADI INTERREFRIGERATA (con intercooler)



Si arriva a una pressione intermedia (p_i) con una compressione adiabatica, si lava calore per tornare alla temperatura iniziale e si esegue l'ultima compressione

Come scelgo p_i ? La scelgo in modo da minimizzare l'area sc, cosa con un algoritmo minimizzatore

$$\min(l_T) \quad l_T = l_T(p_i)$$

$$l_T = - \int_1^2 v dp = \int_2^1 v dp = p_1^{\frac{1}{\gamma}} v_1 \int_2^1 p^{-\frac{1}{\gamma}} dp = \frac{\gamma}{\gamma-1} p_1^{\frac{1}{\gamma}} v_1 \left[p_1^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - p_2^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] =$$

$$v = p_1^{\frac{1}{\gamma}} v_1 p^{-\frac{1}{\gamma}}$$

$$= \frac{\gamma}{\gamma-1} p_1^{\frac{1}{\gamma}} p_i^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] = \frac{\gamma}{\gamma-1} p_1 v_1 \left[1 - \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]$$

$\beta \rightarrow$ rapporto di compressione

se $p_1 > p_2 \rightarrow \beta > 1 \Rightarrow$ COMPRESSIONE

$$l_T = l_{1 \rightarrow 2'} + l_{4 \rightarrow 2'} = \frac{\gamma}{\gamma-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_i}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] + \frac{\gamma}{\gamma-1} p_i v_4 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]$$

visto che 1 e 4 si trovano lungo l'isoterma: $p v = \text{cost} \Rightarrow p_1 v_1 = p_4 v_4$

minimizzando il tutto con un calcolatore si ottiene che $\left[p_i = \sqrt{p_1 p_2} \right]$

ma anche

$$p_1 v_1 = R^* T_1 \Rightarrow l_T = \frac{\gamma}{\gamma-1} R^* T_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] = c_p T_1 \left[1 - \frac{T_2}{T_1} \right] = c_p (T_1 - T_2) = h_1 - h_2$$

\uparrow
SE GAS IDEALE

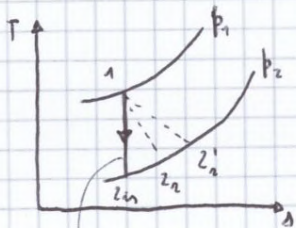
\downarrow
 $T p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{cost}$

con pochi e semplici passaggi si arriva senza problemi a girare questo discorso per le ESPANSIONI (forza motrice, regimi etc)

ESPANSIONE

$$-W_f = G(h_2 - h_1) \Rightarrow W_f = G(h_1 - h_2) \quad W_f = G \cdot l_f \Rightarrow l_f = (h_1 - h_2)$$

se è un gas ideale $l_f = c_p(T_1 - T_2) > 0$ (S → E)



espansione isentropica

Dato T_1 , l_f aumenta quando T_2 diminuisce

Dato p_1, p_2 , il lavoro è massimo quando T_2 è minima

$$\Rightarrow l_{f, \text{MAX}} = c_p(T_1 - T_{2, \text{IS}})$$

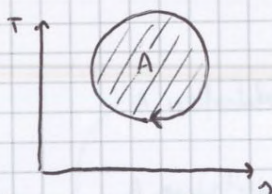
Rendimento isentropico di espansione $\left[\eta_{\text{is}} = \frac{l_{fR}}{l_{f, \text{MAX}}} \right] \quad 0 < \eta_{\text{is}} < 1$

$$\eta_{\text{is}} = \frac{h_1 - h_{2R}}{h_1 - h_{2, \text{IS}}} \quad \text{— per i gas ideali —} \quad \eta_{\text{is}} = \frac{T_1 - T_{2R}}{T_1 - T_{2, \text{IS}}} \quad (\text{se } c_p \approx \text{cost nel } \Delta T)$$

CICLI TERMODINAMICI E MOTORI A GAS

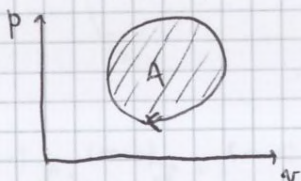
MOTORI: $L(c) > 0$ (S → E) A GAS: il fluido che percorre i cicli è un gas ideale

Se $L(c) > 0 \rightarrow$ dal primo principio $\rightarrow Q(c) > 0$



Piano di Gibbs ↓

Piano Clapeyron ↓



$$Q = \int T ds \quad Q(c) = L(c) = \int_c T ds = A$$

$$\int_c T ds > 0 \Rightarrow \text{il ciclo è motore se è percorso in senso orario}$$

$$l_f = - \int v dp \quad l_f(c) = - \int v dp > 0 \Rightarrow \text{in senso orario come prima}$$

$$A = L(c) = Q(c)$$

Rendimento ciclo motore

$$\eta = \frac{l_{\text{mot}}}{q^+} \quad \text{poiché } l_{\text{mot}} = L(c) = q(c) \quad \text{e in una macchina bi-termica } q(c) = q^+ - q^-$$

$$\Rightarrow q(c) = q^+ - q^- = L(c) = l_{\text{mot}}$$

$$\Rightarrow \left[\eta = \frac{l_{\text{mot}}}{q^+} = \frac{q^+ - q^-}{q^+} = 1 - \frac{q^-}{q^+} \right]$$

08/04/14

CICLI A GAS

(1) Statori ragionando con trasformazioni reversibili

Ciclo di Carnot a gas

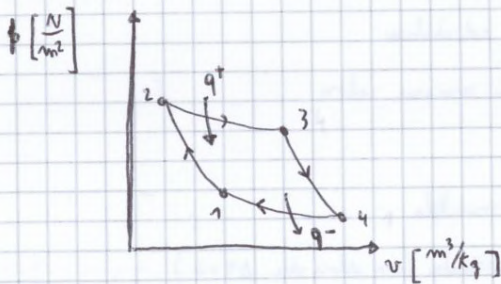


Diagramma Clapeyron ↑

1→2 : compressione adiabatica (+ REVERSIBILITÀ × (1))
(ASPIRAZIONE COMPRESSIONE) (ASSORBE LAVORO)

2→3 : isoterma con fornitura di calore q⁺ al fluido (aria standard) che percorre il ciclo (COMBUSTIONE)

3→4 : espansione adiabatica (+ reversibile) (PRODUZIONE DI LAVORO)

4→1 : isoterma con cessione di calore q⁻ all'esterno

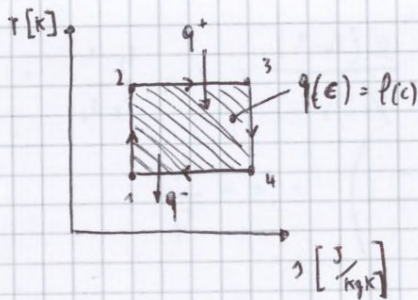


Diagramma di Gibbs ↑

$$2 \rightarrow 3 : q = \int T ds = T_2 \int ds = T_2 (\gamma_3 - \gamma_2) > 0 \quad (\Rightarrow \text{ASSORBITO})$$

$$4 \rightarrow 1 : q = \int T ds = T_1 \int ds = T_1 (\gamma_1 - \gamma_4) < 0 \quad (\Rightarrow \text{CEDETO})$$

$$q(c) = q^+ - q^- = \text{area racchiusa dal ciclo}$$

$$q(c) = f(c)$$

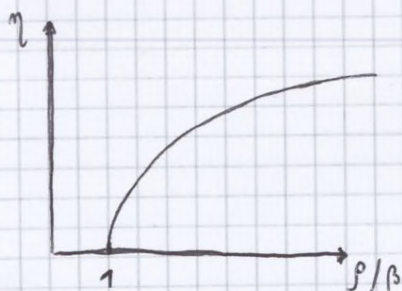
$$\eta = 1 - \frac{q^-}{q^+} = 1 - \frac{T_1 (\gamma_4 - \gamma_1)}{T_2 (\gamma_3 - \gamma_2)} = \left[1 - \frac{T_1}{T_2} \right] \rightarrow \text{per aumentare il rendimento si alzano } T_1 \text{ e si abbassa } T_2$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

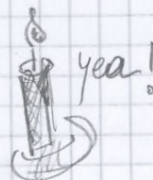
↑
adiabatica reversibile

- 1) RAPPORTO COMPRESSIONE VOLUMETRICO : $\left[\rho = \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_{d1}}{v_{d2}} \right]$ ←
 ↳ per ipotesi invariati
- 2) RAPPORTO COMPRESSIONE MANOMETRICO : $\left[\beta = \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_4} \right]$ ←

$$\Rightarrow \left[\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\rho^{\gamma-1}} = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right]$$

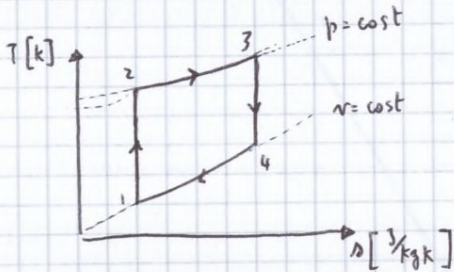
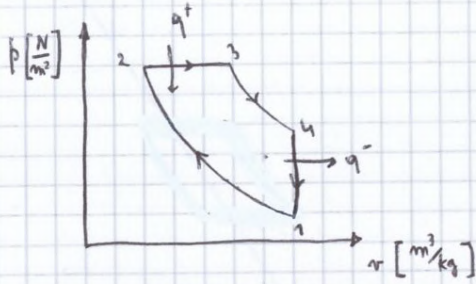


ad alti valori β₀ di β il rendimento tende alla colonna aritmetica ⇒ non conviene esagerare β₀ β finché il gas non rotola la candela



* ADIABATICA + REVERSIBILE ⇒ ISOENTROPICA

Ciclo Diesel



- 1 → 2 : compressione adiabatica
- 2 → 3 : isobara con fornitura di calore q⁺
- 3 → 4 : espansione adiabatica
- 4 → 1 : isobara con cessione di calore

NON SI POSSONO USARE I PRODOTTI INCROCIATI PERCHÉ VA AEGUATA VALÈ NEL CASO DI POLITROPICHE EGUALI A 1 E A 2 (stessi esponenti!)

$$\eta_b = 1 - \frac{q^-}{q^+} = 1 - \frac{c_v(T_4 - T_1)}{c_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_1}{T_2} \left(\frac{T_4}{T_1} - 1 \right)$$

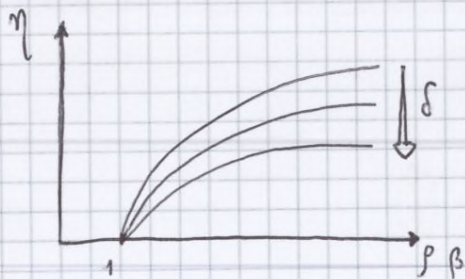
• $\frac{T_3}{T_2} = \frac{v_3}{v_2}$ ($T_3 = T_2$ isobara (isobara)) $\frac{v_3}{v_2} = \delta \rightarrow$ RAPPORTO DI INTRODUZIONE

• $\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_4}{T_3} \cdot \frac{T_3}{T_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} = \delta \cdot \left(\frac{v_3}{v_4} \right)^{\gamma-1} \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{v_3}{v_4} \cdot \frac{v_1}{v_2} \right)^{\gamma-1} \cdot \frac{v_3}{v_2} = \left(\frac{v_3}{v_2} \right)^{\delta-1} \cdot \frac{v_3}{v_2} = \left(\frac{v_3}{v_2} \right)^{\delta} = \delta^{\delta}$

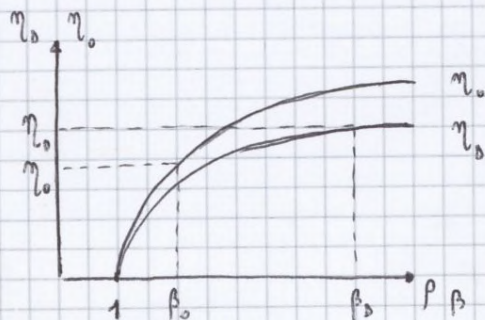
$$\Rightarrow \eta_b = 1 - \frac{q^-}{q^+} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\delta^{\delta} - 1}{\delta - 1} \right)$$

$> 1 \left(\frac{\delta > 1}{\gamma > 1} \right) \Rightarrow \eta_b < \eta_o$

$$\Rightarrow \left[\eta_o = 1 - \frac{1}{\beta^{\gamma-1}} \cdot \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\delta^{\delta} - 1}{\delta - 1} \right) = 1 - \frac{1}{\beta^{\gamma-1}} \cdot \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\delta^{\delta} - 1}{\delta - 1} \right) \right]$$



⇒ per aumentare η si deve abbassare β e diminuire δ
↳ ciclo "semplice", con sottile e lungo



o spinta di β rende di più il ciclo Otto ma il ciclo Diesel può lavorare a β molto più alti senza problemi (economici/meccanici) e quindi avere η_b > η_o

$$l_m = l_r - l_c$$

+ uscita (2)
- entrata (1)

1° PRINCIPIO TERMOD. X SISTEMI APERTI → $\phi - W = \sum_{K=1}^{N_c} (\dot{m}_K h_K)$ 1 in, 1 out ($N_c=2$) con $G_1 = G_2 = G$

$$\rightarrow \phi - W = G(h_2 - h_1) \rightarrow \text{adiabaticità}$$

$$\rightarrow -W = G(h_2 - h_1) \Rightarrow \frac{W}{G} = h_1 - h_2 = l$$

$$\rightarrow \text{fluidi GAS IDEALI} \Rightarrow [l = h_1 - h_2 = c_p(T_1 - T_2)]$$

$$\Rightarrow l_m = l_r - l_c = c_p(T_3 - T_4) - c_p(T_2 - T_1) = c_p T_3 \left(1 - \frac{T_4}{T_3}\right) - c_p T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) =$$

$$= c_p T_3 \left(1 - \frac{1}{\beta \frac{r-1}{r}}\right) - c_p T_1 \left(\beta \frac{r-1}{r} - 1\right)$$

$$= c_p T_{\max} \left(1 - \frac{1}{\beta \frac{r-1}{r}}\right) - c_p T_{\min} \left(\beta \frac{r-1}{r} - 1\right) = l_m$$

$$\left(\frac{\partial l_m}{\partial \beta}\right)_{T_{\max}, T_{\min}} = 0 \rightarrow \frac{c_p T_{\max}}{\cancel{\text{cost}}} \frac{r-1}{\cancel{\text{cost}}} \left[\beta^{\frac{1-2r}{r}}\right] - \frac{c_p T_{\min}}{\cancel{\text{cost}}} \frac{r-1}{\cancel{\text{cost}}} \left[\beta^{-\frac{1}{r}}\right] = 0$$

divido i cost
talpo i costanti dividendo...

$$\rightarrow T_{\max} \beta^{\frac{1-2r}{r}} - T_{\min} \beta^{-\frac{1}{r}} = 0$$

$$\rightarrow \beta^{\frac{1-2r}{r}} \cdot \beta^{\frac{1}{r}} = \frac{T_{\min}}{T_{\max}} \rightarrow \beta^{\frac{2-2r}{r}} = \frac{T_{\min}}{T_{\max}}$$

$$\rightarrow \frac{T_{\max}}{T_{\min}} = \beta^{\frac{2r-2}{r}} \Rightarrow \left[\beta_{\text{OPTIMO}} = \left(\frac{T_{\max}}{T_{\min}}\right)^{\frac{r}{2(r-1)}} \right]$$

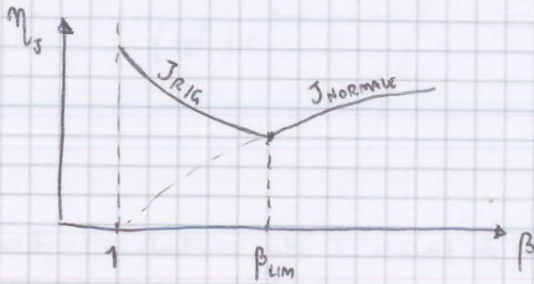
$$\beta_{\text{OPTIMO}} = \beta_{\text{OPTIMO}}(T_{\max}, T_{\min}, r)$$

\downarrow più diminuisce meglio è \Rightarrow meglio fluidi con massa molare elevata
 \downarrow più aumenta T_{\max} meglio è β
 \downarrow T_{AMB}

$$\eta_{JR} = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} \frac{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1} = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

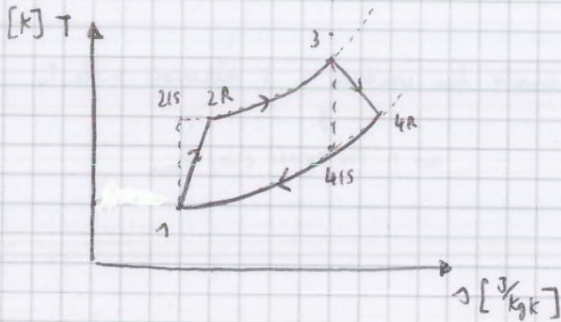
$$\Rightarrow \eta_{JR} = 1 - \frac{T_{\max}}{T_{\min}} \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

è questo punto il rendimento del ciclo reale rispetto diretto:



$\beta_{\text{opt}} \rightarrow$ quando $T_2 = T_4$

CICLO JOULE REALE



Prima il ciclo considerato era composto da adiabatiche reversibili (\Rightarrow ISOENTROPICHE) ma quello è un caso ideale.

REALE: adiabatica non reversibile

$$\int \left[\frac{d\gamma}{\gamma} \right]_{V_2}^{V_1} + \sum_{k=1}^{N_c} \pm C_k \gamma_k = \frac{\Phi}{T} + \Sigma_{\text{irr}}$$

\rightarrow (RAZIONABILE) \rightarrow ADIABATICA

$$C_1 = C_2 = C \quad (2 \text{ conduttori caldi})$$

$$C(S_2 - S_1) = \Sigma_{\text{irr}} > 0 \Rightarrow S_2 > S_1 \text{, ossia entropia cresce}$$

Rendimenti:

$$\text{compressore: } \eta_{15,C} = \frac{h_{c,15}}{h_{c,R}} = \frac{h_{2,15} - h_1}{h_{2,R} - h_1} \frac{C_{AS}}{\text{IDEALE}} = \frac{C_p(T_{2,15} - T_1)}{C_p(T_{2,R} - T_1)}$$

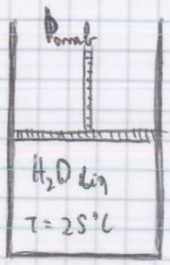
$$\eta_{15,C} = \frac{T_{2,15} - T_1}{T_{2,R} - T_1}$$

$$\text{turbina: } \eta_{15,T} = \frac{h_{t,R}}{h_{t,15}} \frac{C_{AS}}{\text{IDEALE}} = \frac{T_3 - T_{4,R}}{T_3 - T_{4,15}} \quad (\text{parametri analoghi al compressore})$$

$$\Rightarrow \eta_{\text{JREALE}} = \frac{h_{t,R} - h_{c,R}}{q_R^+} = \frac{h_{t,15} \eta_{15,T} - \frac{h_{c,15}}{\eta_{15,C}}}{q_R^+} = \frac{C_p(T_3 - T_{4,15}) \eta_{15,T} - \frac{C_p(T_{2,15} - T_1)}{\eta_{15,C}}}{C_p(T_3 - T_{2,R})}$$

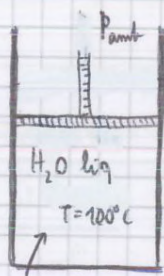
COMPORTAMENTO H₂O

H₂O → [C=1 F=2]



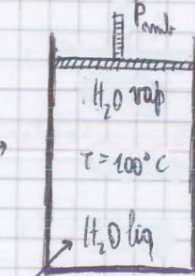
(b)

→ da calore all'acqua →



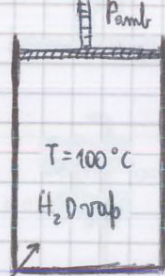
(P)

→



Q

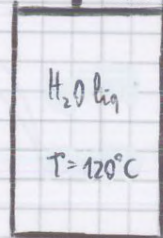
→



Q

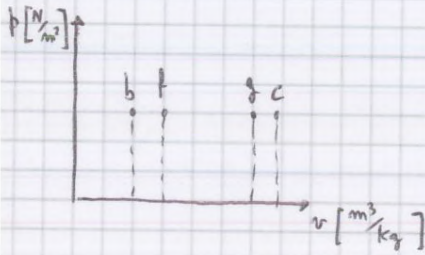
(g)

↓ P_amb

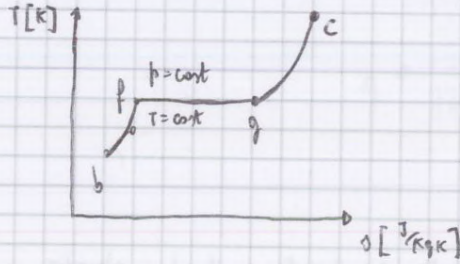


(c)

Sul Piano Clapeyron



Sul piano di Gibbs



[(P) → liquido sottoriscaldato (g) vapore sottoriscaldato (secco (niente liquido))] stessa T e P

$C=1 \rightarrow H_2O$
 $F=2 \rightarrow \text{liq, vap}$

$\rightarrow i=1 \rightarrow \text{invarianza } p = P_{amb} \Rightarrow T = T_{SATURAZIONE}(p)$
 ↓
 in funzione di p

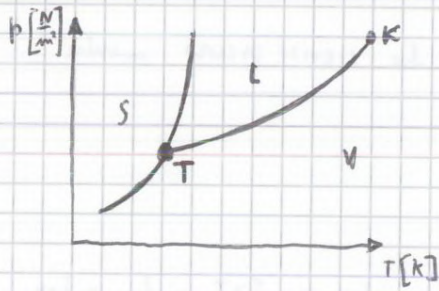
T_{SATURAZIONE} → temperatura a cui, alla data pressione, avviene il passaggio di stato liq → vap (vap → liq)

a questo punto possiamo definire (b) e (c)

(b) liquido sottoraffreddato: si trova a $T < T_{sat}$ relativo alla sua pressione; $p_b = P_{amb}$ $T_b = 25^\circ C < T_{sat}(p_b) = 100^\circ C$

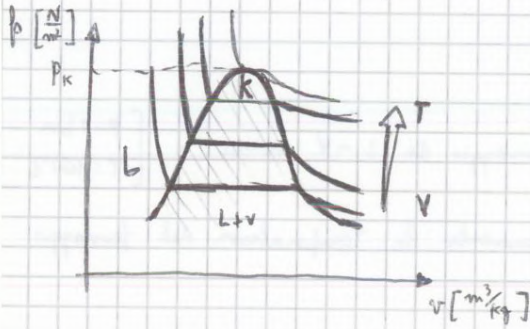
(c) liquido surriscaldato: si trova a $T > T_{sat}$ relativo alla sua pressione; $p_c = P_{amb}$ $T_c = 125^\circ C > T_{sat}(p_c) = 100^\circ C$

Sul piano $p-T$ (vedere grafico in $p-T-v$ e relative frazioni) si ha:



Il punto T è detto punto triplo (coesistono le tre fasi contemporaneamente)

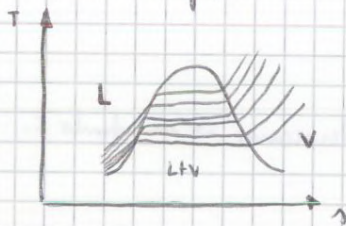
Sul piano di Clapeyron, l'equivalente del grafico ① diventa:



Le curve sono isoterme

La fase liquida L è fase incompressibile \Rightarrow la pendenza è elevata

Sul piano di Gibbs:



$$T ds = dh - v dp =$$

$$q - d = dh$$

Pompaggio liquido $\Rightarrow ds \approx 0$ (trasf. con variazione di entropia trascurabile)

$$\hookrightarrow T ds = dh - v dp \Rightarrow dh = v dp$$

liquido $\rightarrow v$ molto piccolo $\Rightarrow v dp \Rightarrow dh$ molto piccolo, $h = h(T, p)$ h piccolo anche se p enorme
 \downarrow
 $dT \approx 0$

\Rightarrow le isobare nella fase liquida (sul piano di Gibbs) sono tutte praticamente sovrapposte (nel grafico \uparrow sono quindi esagerate per rendere + semplice la visualizzazione)

CICLI MOTORI A VAPORE

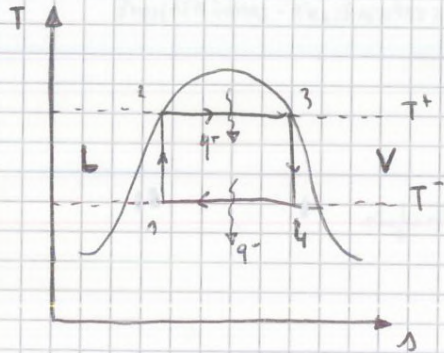
Sono cicli con variazione dello stato di aggregazione del fluido che percorre il ciclo. In una fase avviene quindi $LQ \rightarrow VAP$ (cui corrisponde un'altra fase del ciclo $VAP \rightarrow LIQ$)

Lo STEP di COMPRESSIONE ($E \rightarrow S$) avviene quando il fluido è allo stato liquido (non poggia)

Lo STEP di ESPANSIONE ($S \rightarrow E$) avviene quando il fluido è allo stato vapore

$$l_{\text{ESPANSIONE}} \gg l_{\text{COMPRESSIONE}}$$

CICLO CARNOT A VAPORE



1-2: compressione adiabatica reversibile (ISOENTROPICA)

2-3: isobara isoterma di passaggio di stato (EVAPORAZIONE)

3-4: espansione adiabatica reversibile (ISOENTROPICA)

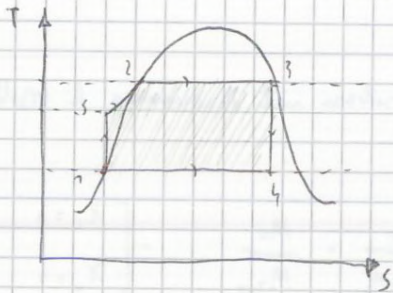
4-1: isobara isoterma di passaggio di stato

$$\eta_{cv} = 1 - \frac{q^-}{q^+} = 1 - \frac{T^- (\Delta s_3 - \Delta s_1)}{T^+ (\Delta s_3 - \Delta s_2)} \rightarrow \left[\eta_{cv} = 1 - \frac{T^-}{T^+} \right]$$

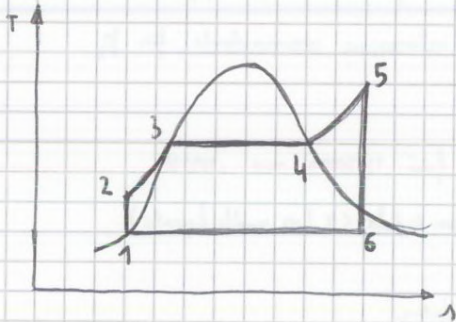
Questo ciclo è particolarmente complicato da realizzare perché il punto 1 è bi-fase (L+V)

⇒ si "sposta" il punto 1 verso sinistra in modo da avere solo fase liquida:

CICLO CARNOT A VAPORE MODIFICATO

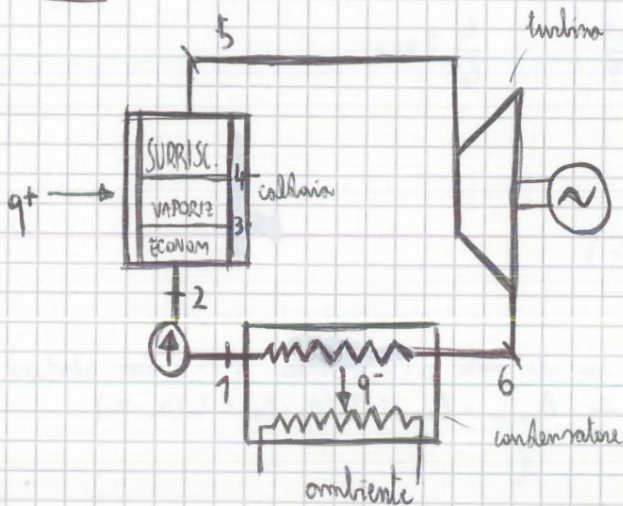


CICLO RANKINE



- [1→2 pompaggio H₂O liquida
- [2→3→4→5 : fornitura calore q⁺
 - ↳ 2→3 : riscaldamento H₂O liq nell'EVAPORATORE
 - ↳ 3→4 : evaporazione H₂O nell'EVAPORATORE
 - ↳ 4→5 : surriscaldamento H₂O
- [5→6 espansione vapore (fase utile)
- [6→1 condensazione (fornisce ciclo)

SCHEMA :



per avere beni costi bisogna avere un bene costo di macchinari a bene costo

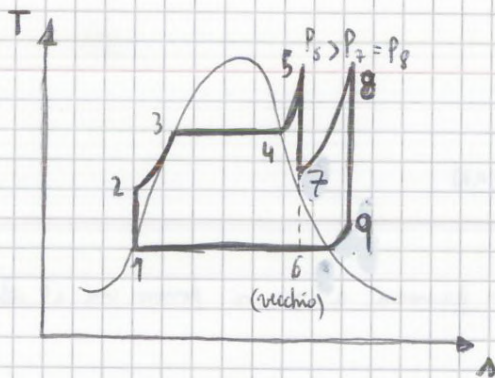
↓
turbina con palette in ACCIAI AUSTENITICI (bene % di Co, Ni)

↓
T₅ varia tra 650° - 700° C

Optimizzando T₅ = 700°C P₅ = 140 bar e T₆ = 52°C P₆ = 0,13 bar → x_c = 0,85 → ancora troppo basso, non ricorro

ma il tutto è realizzato tenendo come ipotesi l'isentroplità della trasformazione 5→6 (quindi è una valutazione "pessimistica").

Da ogni caso si risolve il problema aggiungendo uno stadio di surriscaldamento al ciclo:



1→2 pompaggio H₂O liq

2345 → fornitura calore q⁺

5→7 → 1° stadio espansione a P₂ intermedia (P₁ < P₃ < P₂)

7→8 → 2° stadio fornitura calore q⁺ (1° RISSURISCALDAMENTO)

8→9 → 2° stadio espansione (P₂ → P₁)

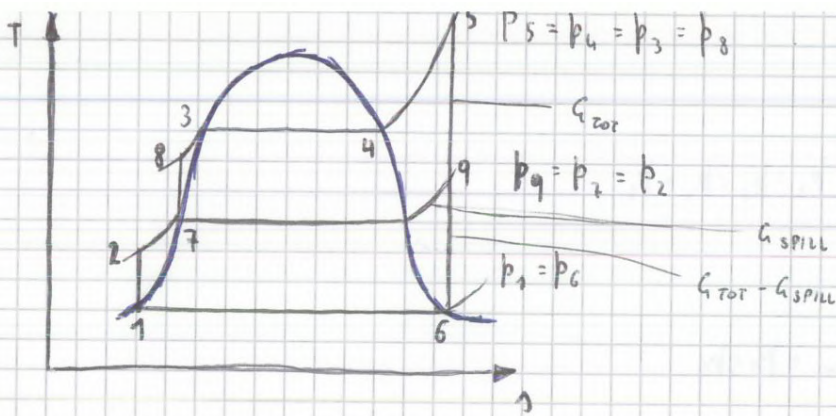
9→1 → condensazione

Il titolo x₉ è aumentato

$$\eta = \frac{L_m}{q^+} = \frac{L_{1^o \text{ stadio}} + L_{2^o \text{ stadio}}}{q^+_{max} + q^+_{min}} = \frac{(h_5 - h_2) + (h_8 - h_4)}{(h_5 - h_2) + (h_8 - h_7)} \quad \eta_{\text{SUAP}} = \frac{h_5 - h_6}{h_5 - h_2}$$

POTENZA: $W_{\text{SUAP}} = G (h_5 - h_6)$ $W_{\text{RISUR}} = G [(h_5 - h_2) + (h_8 - h_9)] \rightarrow W_{\text{RISUR}} > W_{\text{SUAP}}$

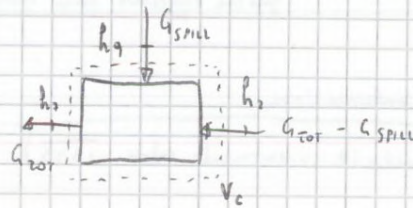
⇒ a parità di portata la potenza del surriscaldato è maggiore. Inoltre, a parità di potenza lavora con portata minore.



$$G_2 (h_2 - h_2) = G_9 (h_9 - h_2)$$

ϕ ricevuto da H_2O liquida ϕ ceduto da vapore spillato in 9

Qual è la portata G_9 da spillare?



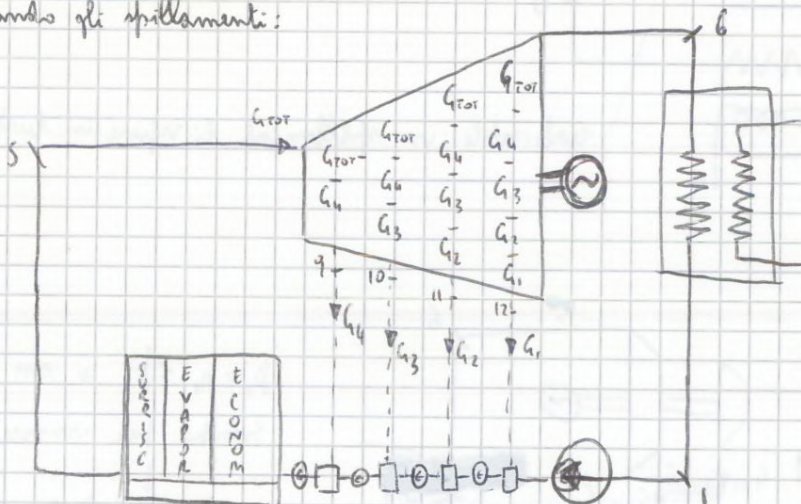
1° principio per sistemi aperti: $\dot{\phi} - \dot{W}_t = \sum \dot{Q}_i \pm G h$

$$G_2 h_2 - G_2 h_2 - G_9 h_9 = 0$$

$$G_{tot} h_2 - (G_{tot} - G_{spill}) h_2 - G_{spill} h_9 = 0$$

$$\Rightarrow G_{tot} (h_2 - h_2) = G_{spill} (h_9 - h_2) \Rightarrow \left[G_{spill} = G_{tot} \frac{h_2 - h_2}{h_9 - h_2} \right]$$

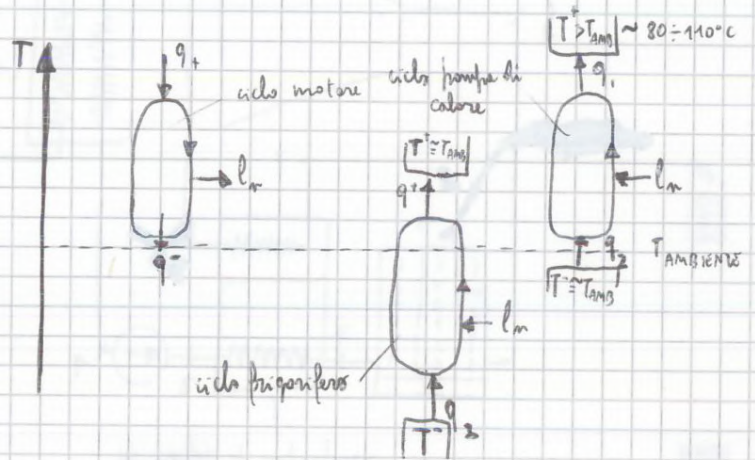
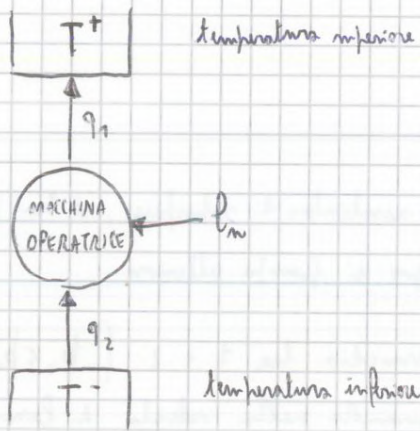
frazionando gli spillamenti:



$$\eta = \frac{G_{tot} (h_5 - h_9) + (G_{tot} - G_4) (h_9 - h_{10}) + (G_{tot} - G_4 - G_3) (h_{10} - h_{11}) + (G_{tot} - G_4 - G_3 - G_2) (h_{11} - h_{12}) + (G_{tot} - G_4 - G_3 - G_2 - G_1) (h_{12} - h_6)}{G_{tot} (h_5 - h_8)}$$

CICLI INVERSI

Sono i cicli con cui operano le macchine operative, ossia quelle che sfruttano lavoro esterno per fare trasformazioni termodinamiche che, spontaneamente non avverrebbero (in genere flusso di calore da freddo a caldo).



1° principio termodinamica:

$$l_m(c) = q(c) \rightarrow -|l_m| = q_2 - |q_1| \rightarrow [|l_m| = |q_1| - q_2]$$

quindi il rendimento assume questa formulazione

$$\left[\eta_F = \frac{q_2}{|l_m|} \right]$$

efficienza frigorifera

$$\left[\text{C.O.P.} = \frac{|q_1|}{|l_m|} \right]$$

coefficient of performance

$$\text{C.O.P.} = \frac{|q_1|}{|l_m|} = \frac{|q_1|}{|q_1| - q_2} > 1$$

ma è solo una questione di formula: NON SI GENERA ENERGIA

$$[l_m < 0 \Leftrightarrow q_m < 0]$$

• sul diagramma Clapeyron:

$$l_m < 0$$

$$l_m = - \int v dp$$



• sul diagramma di Gibbs

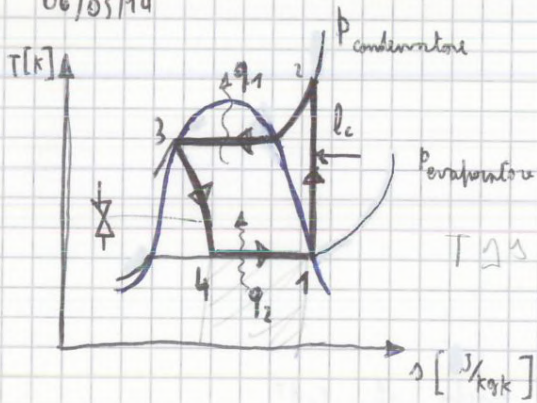
$$q_m < 0$$

$$q = \int T ds$$

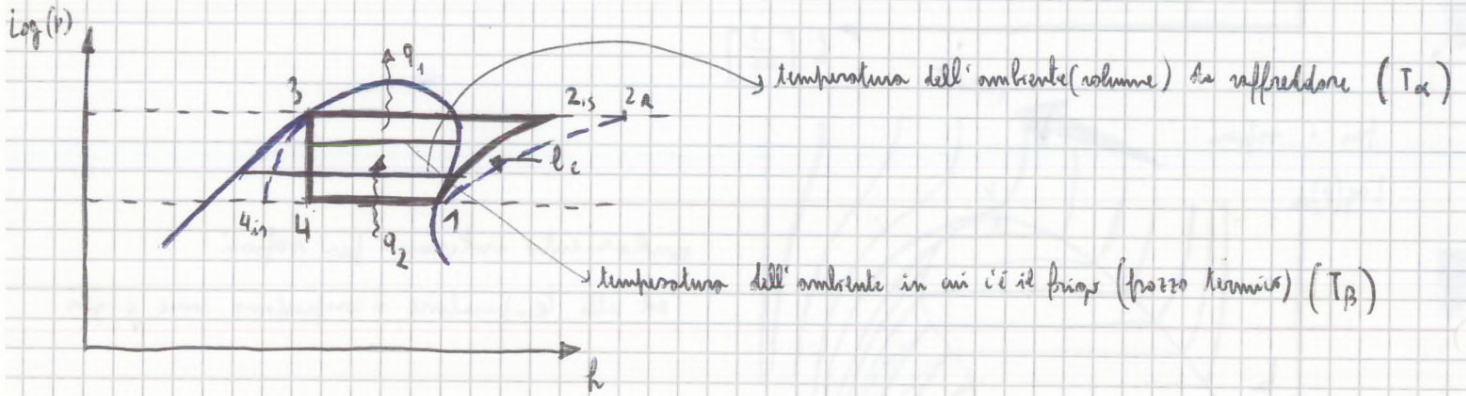


però in genere si usa altri altri diagrammi (vedi pagina dopo)

06/05/14



- 12 → compressione isentropica
- 23 → isobara con cessione calore q_1 verso esterno
- 34 → laminazione isentropica
- 41 → fase utile del ciclo (assorbe calore dall'ambiente)
- ↳ Isobara isoterma di evaporazione con assorbimento di q_2



Definizioni:

① CICLO FRIGORIFERO: $E_F = \frac{q_2}{|l_c|} = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_3}$

② POMPA DI CALORE: $C.O.P. = \frac{|q_1|}{|l_c|} = \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_1}$

considerazioni:

Nel caso del ciclo frigorifero si vede immediatamente che l'innalzamento della valvola di laminazione va a ridurre l'efficienza.

alla p. cond. conosciamo $s_1 \equiv s_{21s} \rightarrow \boxed{2_{1s}} \rightarrow h_{21s}$

$\eta_{is,c} = \frac{h_{21s} - h_1}{h_{2a} - h_1} = \frac{l_{c,1s}}{l_{c,1a}}$
 ↳ rendimento isentropico di compressione

Il fluido che evapora deve essere a $T_{imp} \leq T_\alpha$ affinché ci sia cessione di calore dal frigo al fluido refrigerante. Analogamente si necessita un salto termico tra la temperatura di condensazione T_{cond} e quella del pozzo termico (T_β) e un rieme ceduto calore: $T_{cond} > T_\beta$.

MASSA La massa totale è esprimibile con:

$$M = \sum_i M_i = \sum_i n_i \bar{M}_i$$

$$[\bar{M}_i] = \left[\frac{g}{mol} \right] = \left[\frac{kg}{kmol} \right]$$

\bar{M}_i = massa molare specie chimica i-esima

quindi la massa molare della miscela

$$\left[\bar{M}_m = \frac{M}{n} = \frac{\sum_i n_i \bar{M}_i}{n} = \sum_i y_i \bar{M}_i \right]$$

COSTANTE ELASTICITÀ MISCELA

$$pV = nRT \rightarrow pV = \frac{M}{\bar{M}_m} RT \rightarrow p \frac{V}{M} = \frac{R}{\bar{M}_m} T \rightarrow pV = R_m^* T$$

$$\hookrightarrow R_m^* = \frac{R}{\bar{M}_m}$$

$$R_m^* = \frac{R}{\bar{M}_m} = R \frac{n}{M} = \frac{R}{M} \sum_i n_i = \frac{R}{M} \sum_i \frac{M_i}{\bar{M}_i} = \sum_i \frac{M_i}{\bar{M}_i} \cdot \frac{R}{M} = \left[\sum_i x_i R_i^* = R_m^* \right]$$

$x_i = \frac{M_i}{M}$ → frazione massica della specie i-esima

PSICROMETRIA

Studio il comportamento della miscela di:

- ARIA STANDARD

- H₂O

Aria standard:

specie chimica	frac. molare	massa molare
N ₂	0,7809	28,016 [g/mol]
O ₂	0,2095	32 [g/mol]
Ar	0,0093	39,944 [g/mol]
CO ₂	0,0003	44,01 [g/mol]

$$\bar{M}_a = \sum_{i=1}^4 Y_i \bar{M}_i = 28,97 \left[\frac{\text{g}}{\text{mol}} \right]$$

$$R_a^* = \frac{R}{\bar{M}_a} = 287 \left[\frac{\text{J}}{\text{kgK}} \right]$$

Proprietà psicometriche

1) UMIDITÀ SPECIFICA (totale in vapore) dell'aria umida (aria standard + H₂O)

$$\left[\gamma_c = \frac{M_v}{M_a} \right]$$

(rapporto tra massa di H₂O in fase vapore e massa di aria secca.)

in la miscela di gas (ARIA UMIDA) in vapore di H₂O regnava EQUAZIONE DI STATO DEI GAS IDEALI

$$\gamma_c = \frac{\frac{P_v V}{R_v^* T}}{\frac{P_a V}{R_a^* T}} \quad \text{--- dati T, V non semplificabili ---} \rightarrow \left[\gamma_c = \frac{R_a^*}{R_v^*} \cdot \frac{P_v}{P_a} \right]$$

$$R_v^* = \frac{R}{M_{H_2O}} = 461,5 \left[\frac{\text{J}}{\text{kgK}} \right]$$

Legge di Daltoni → $P_a = P - P_v$ ⇒ $\left[\gamma_c = 0,622 \cdot \frac{P_v}{P - P_v} \right] \left[\frac{\text{kg}_v}{\text{kg}_a} \right]$ P = pressione totale miscela

↓ chili di vapore su chili di aria secca

2) UMIDITÀ RELATIVA

$$\varphi = \frac{M_v}{M_v(\text{in saturazione})} \left[\frac{\text{kg}_v}{\text{kg}_v} \right] \quad 0 \leq \varphi \leq 1$$

$\varphi = 0$ → aria completamente secca

$\varphi = 1$ → aria satura di vapore

$$\varphi = \frac{\frac{P_v V}{R_v^* T}}{\frac{P_{sat} V}{R_v^* T}} = \left[\frac{P_v}{P_{sat}} = \varphi \right]$$

P_{sat} è una funzione della temperatura ⇒ $P_{sat} = P_{sat}(T)$

quindi l'umidità assoluta diventa:

$$\left[\gamma_c = 0,622 \cdot \frac{\varphi P_{sat}(T)}{P - \varphi P_{sat}(T)} \right]$$

DIAGRAMMA PSICROMETRICO

DIAGRAMMA DI MOLLIER DELL'ARIA UMIDA

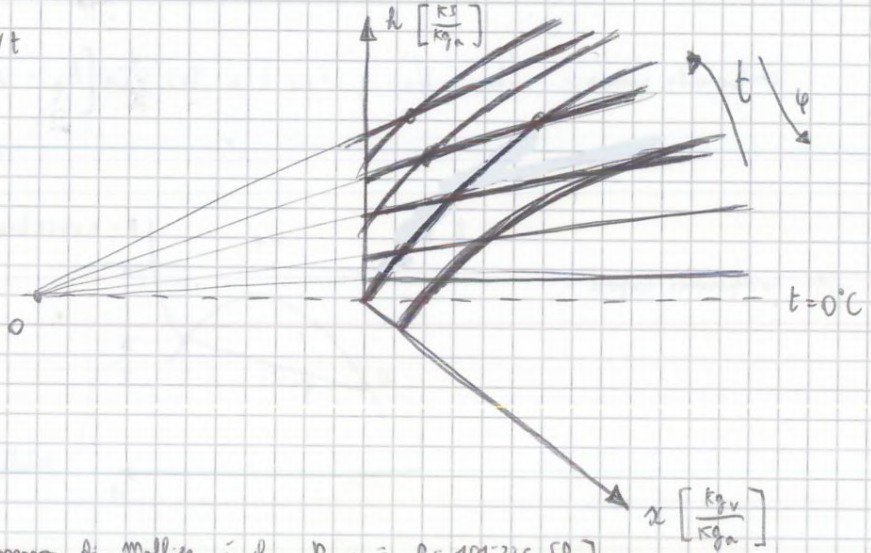
GRANDEZZE COORDINATE: ascissa x ; ordinate h

$$h = c_{pa} t + x (r_0 + c_{pv} t) \rightarrow \text{finestra } t, \text{ cioè la prima delle isoterme} \rightarrow h = t + x D \rightarrow \Delta EAE$$

isoterma per $T=0^\circ\text{C} \rightarrow h = r_0 x$ cioè l'ascissa x è inclinata con pendenza r_0

Le isoterme sono rette approssimate a un fascio di rette con origine $O(x', h')$

$$x' = -\frac{c_{pa}}{c_{pv}} \quad h' = -\frac{c_{pa}}{c_{pv}} r_0 \quad \forall t$$

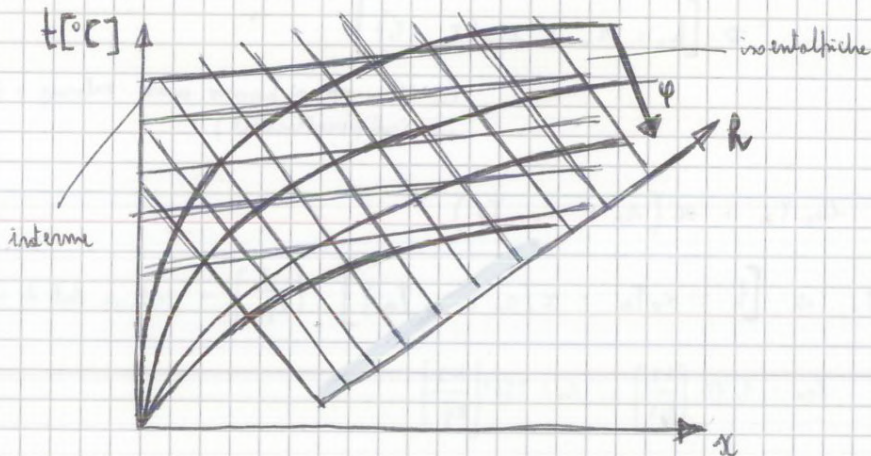


La pressione di riferimento per il diagramma di Mollier è la $p_{amb} = p = 101325 \text{ [Pa]}$

$$x = 0,622 \frac{\varphi p_{sat}(T)}{p - \varphi p_{sat}(T)}$$

finendo vari valori di φ otteniamo le isoterme (andamento logaritmicamente $\varphi = \text{cost}$)

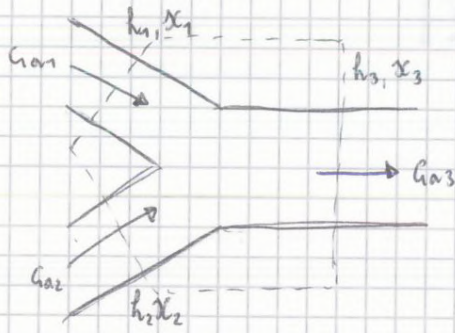
Modificando il diagramma aggiungendo ascisse ausiliarie (per le entalpie) e mettendo temperature sulle y



Spartando gli assi si ottengono il \rightarrow DIAGRAMMA ASHRAE
 DIAGRAMMA CARRIER } vedere su internet

TRASFORMAZIONI ARIA UMIDA

1) Miscelamento adiabatico di due portate di aria umida



a) per il 1° principio

$$\phi - W = \sum_k \pm G_k h_k$$

$$\Rightarrow G_{a3} h_3 - G_{a2} h_2 - G_{a1} h_1 = 0$$

b) conservazione portata aria secca: $G_{a1} + G_{a2} = G_{a3}$

c) conservazione portata H_2O : $G_{a3} X_3 = G_{a2} X_2 + G_{a1} X_1$

$$h_3 = \frac{G_{a1} h_1 + G_{a2} h_2}{G_{a3}}$$

$$X_3 = \frac{G_{a1} X_1 + G_{a2} X_2}{G_{a3}}$$

2) Raffreddamento sensibile (aria non modifica la quantità di acqua in miscela)

Si raffredda fino a $t > t_{12}$ (aria ~~non~~ in forma vapore prima del punto di rugiada)

per il primo principio: $\phi - W = \sum_k \pm G_k h_k \Rightarrow \phi_{1,2} = G_a h_2 - G_a h_1 = G_a (h_2 - h_1) < 0$

3) Riscaldamento sensibile

Esattamente come prima ma invertito + 1° principio: $\phi - W = \sum_k \pm G_k h_k$

$$\Downarrow$$
$$\phi_{1,5} = G_a h_5 - G_a h_1 > 0$$
$$G_a (h_5 - h_1)$$

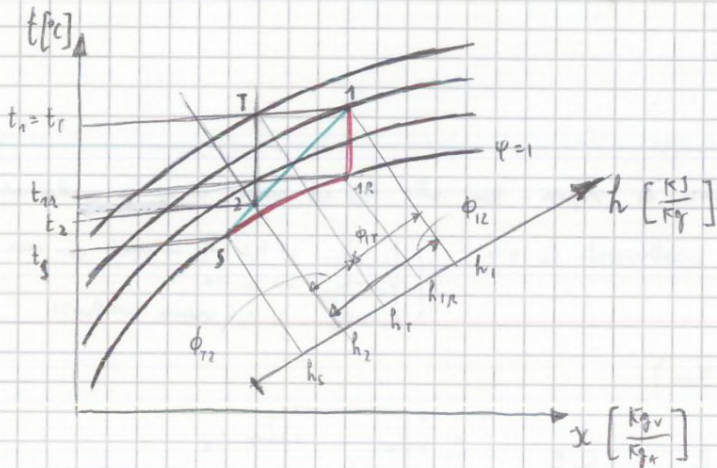
Inoltre bisogna tenere conto del fatto che, nella realtà, si arriva solo a una temperatura $t_2 > t_s$.
 Quanto t_2 sia maggiore di t_s è influenzato dal FATTORE DI BYPASS del deumidificatore:

$$\left[\frac{D}{D_{bp}} = \frac{h_2 - h_s}{h_1 - h_s} \right] \Rightarrow \text{il migliore possibile è } \frac{D}{D_{bp}} = 0$$

nota t_s, D_{bp} ricavo $h_{2, \text{min}}$

↳ come ad solito è un rapporto fra valori entalpici

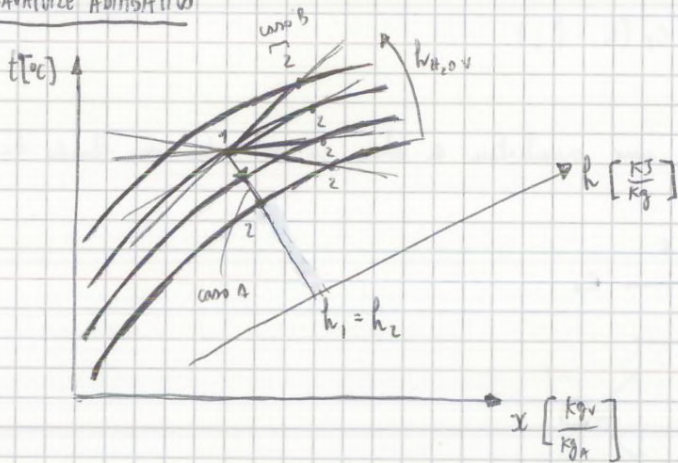
il fattore bypass viene ricavato anche in funzione del bilancio $\left[\frac{D}{D_{bp}} = \frac{x_2 - x_3}{x_1 - x_3} \right]$



$$\phi_{12} = \phi_{1T} + \phi_{re} = \underbrace{G_a (h_1 - h_T)}_{\text{calore latente}} + \underbrace{G_a (h_T - h_2)}_{\text{calore sensibile}}$$

↳ non comporta Δt

LAVORO ADIABATICO



caso A: H_2O in fase liquida: $h_{H_2O,l} \ll h_{a1}, h_{a2} \Rightarrow h_2 \approx h_1$

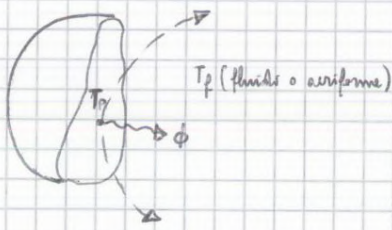
$$h_{H_2O,l} = \frac{h_2 - h_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \text{Settimane adiabatica (isentalpica)}$$

caso B: H_2O in fase vapore

$$\frac{h_2 - h_1}{x_2 - x_1} = h_{H_2O,v}$$

↳ è la presenza del segmento 1-2

2) CONVEZIONE TERMICA



$$T_p = T_{\text{parete}} \quad T_f = T_{\text{fluido}}$$

Il movimento, con cui si trasmette il calore, è macroscopico.

Il movimento del fluido dipende dunque dalle leggi della fluidodinamica e dal gradiente di T

In questo caso si ha : $\phi \propto A(T_p - T_f)$

$$\left[\phi = \alpha A (T_p - T_f) \right] \quad \text{EQUAZIONE FENOMENOLOGICA DI NEWMAN} \quad \alpha \left[\frac{W}{m^2 K} \right]$$

α : COEFFICIENTE DI CONVEZIONE \rightarrow non è una proprietà del materiale (costitutiva) ma è funzione di altri parametri:

$\Rightarrow \alpha = \alpha$ (stato termodinamico, proprietà termofisiche di solidi e fluidi, regime di moto del fluido, geometria)

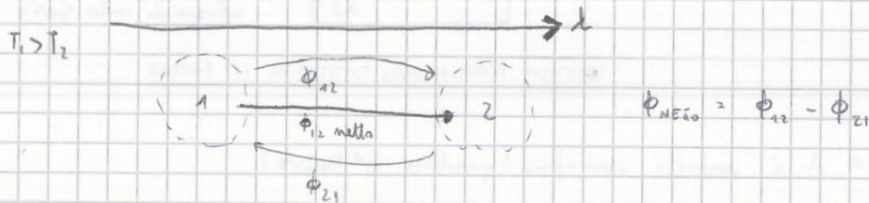
È molto più efficace della trasmissione del calore per CONDUZIONE (a livello macroscopico)

Come prima, anche questo meccanismo, non necessita un supporto materiale

3) IRRACCIAMENTO TERMICO

Qualunque corpo sopra gli 0 Kelvin emette una radiazione elettromagnetica -

È l'unica interazione che non ha bisogno del supporto fisico materiale



$$\phi_{\text{NETTO}} = \phi_{12} - \phi_{21}$$

$$\left[\phi_{12 \text{ netto}} \propto A (T_1^4 - T_2^4) \right]$$

nel caso del modello del corpo nero (lo vedremo più avanti) : $\phi_{1,2 \text{ NETTO}} = \sigma A (T_1^4 - T_2^4)$

COSTANTE DI STEPHAN BOLZMANN

$$\hookrightarrow \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K^4} \right]$$

$$\left[-\nabla \cdot \mathbf{q}_s + q_v = \rho \frac{du}{dt} \right] \quad \left[\mathbf{q}_s = -\lambda \nabla T \right]$$

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \frac{dU}{dt} \rightarrow \psi = \frac{dU}{dt} \\ q &= c \Delta T \rightarrow \psi = c \frac{dT}{dt} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{dU}{dt} = c \frac{dT}{dt}$$

$$\left[\nabla \cdot (\lambda \nabla T) + q_v = \rho c \frac{dT}{dt} \right] \rightarrow \text{equazione generale della conduzione termica}$$

Da un sistema di riferimento cartesiani, si ottiene la forma più generale dell'equazione:

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{dT}{dx} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{dT}{dy} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z \frac{dT}{dz} \right) \right] + q_v = \rho c \frac{dT}{dt}$$

Da questa possono essere ricavate tre forme semplificate, a seconda dell'ipotesi aggiunte all'ipotesi generale che il corpo è omogeneo isotropo ($\lambda = \text{cost}$):

① Si considera l'evoluzione del fenomeno in condizioni stazionarie ($\frac{dT}{dt} = 0$)

$$\Rightarrow \left[\nabla^2 T + \frac{q_v}{\lambda} = 0 \right] \quad \text{con } \nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad \text{EQ. DI POISSON}$$

② $q_v = 0 \rightarrow$ no generazione interna volumica di calore

$$\Rightarrow \left[\nabla^2 T = \frac{\rho c}{\lambda} \frac{dT}{dt} \right] \rightarrow \text{EQ. DI FOURIER} \quad \text{con } \frac{\lambda}{\rho c} = a \rightarrow \text{diffusività termica } \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right]$$

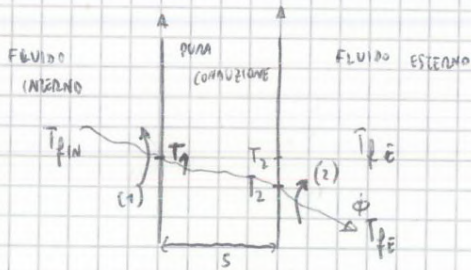
$$\rightarrow \nabla^2 T = \frac{1}{a} \frac{dT}{dt}$$

③ Stazionarietà + assenza di generazione interna volumica di calore ($\frac{dT}{dt} = 0$; $q_v = 0$)

$$\left[\nabla^2 T = 0 \right] \rightarrow \text{EQ. DI LAPLACE}$$

Tutto ciò è fatto per ottenere $T = T(x, y, z)$ in caso di stazionarietà $T = T(x, y, z, t)$ nel caso di non stazionarietà
ma il campo delle temperature

Parete con fluidi a temperature diverse all'interno:



HVP: $T_{f,IN} > T_{f,E}$

Gli scambi termici sono 2:

- (1) Scambio convettivo interno $T_{f,IN} \rightarrow T_p$
- (2) Scambio convettivo esterno $T_p \rightarrow T_{f,E}$

SCAMBIO CONVECTIVO: $\phi = \alpha A \Delta T$ *di noto*

→ Scambio termico $T_{f,IN}$ e T_p i: $\phi_{IN,1} = \alpha_{IN} A (T_{f,IN} - T_p)$

Si trova in forma analoga con i fenomeni elettrici: $\frac{1}{\alpha_{IN} A} \phi_{IN,1} = (T_{f,IN} - T_p)$

in cui si individua la resistenza termica convettiva: $\left[\frac{1}{\alpha A} = R \right]$

o questo forma: $\phi_{IN,E} = \frac{T_{f,IN} - T_{f,E}}{R_{conv,IN} + R_{cond} + R_{conv,E}} = \left[\frac{T_{f,IN} - T_{f,E}}{\frac{1}{\alpha_{IN} A} + \frac{s}{\lambda A} + \frac{1}{\alpha_E A}} \right] = \phi_{IN,E}$

PARETE MULTISTRATA



$\phi_{IN,E} = \frac{T_{f,IN} - T_{f,E}}{R_{eq}}$

$R_{eq} = \frac{1}{\alpha_{IN} A} + \frac{1}{\alpha_E A} + \sum_{k=1}^N \frac{s_k}{\lambda_k A}$

Il tutto è anche esprimibile come: $\phi = U A \Delta T$ con $U \rightarrow$ COEFFICIENTE GLOBALE DI SCAMBIO TERMICO

$U \left[\frac{W}{m^2 K} \right] \quad U = \frac{1}{R_{eq} A} = (R_{eq} A)^{-1} = \left[\frac{1}{\alpha_{IN}} + \sum_{k=1}^N \frac{s_k}{\lambda_k} + \frac{1}{\alpha_E} \right]^{-1}$

$\frac{1}{\alpha_{IN} A_{IN}}$

$\frac{1}{\alpha_{IN} \cancel{2\pi R_{IN} L}} + \frac{\ln\left(\frac{R_{ES}}{R_{IN}}\right)}{\lambda R_{IN}} + \frac{1}{\alpha_{ES} \cancel{2\pi R_{ES} L}}$

$\left(\frac{1}{\alpha_{IN}} + \frac{\cancel{2\pi R_{IN}}}{\lambda} \ln\left(\frac{R_{ES}}{R_{IN}}\right) + \frac{R_{ES}}{\alpha_{ES} R_{ES}} \right)^{-1}$

$\left(\frac{1}{\alpha_{IN}} + \frac{\cancel{2\pi R_{IN}}}{\lambda} \ln\left(\frac{R_{ES}}{R_{IN}}\right) + \frac{1}{\alpha_{ES}} \frac{R_{IN}}{R_{ES}} \right)^{-1}$

23/05/14

CONDUZIONE TERMICA

$$\nabla(\lambda \cdot \nabla T) + q_v = \rho c \frac{dT}{dt}$$

\downarrow
0

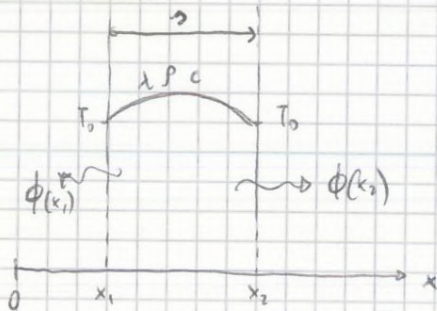
ipotesi: 1) $\lambda = \text{cost}$

2) conduzione monodirezionale

3) stazionarietà ($\frac{dT}{dt} = 0$)4) $q_v \neq 0$

$$\Rightarrow \nabla^2 T + \frac{q_v}{\lambda} = 0$$

PARETI INDEFINITE

condizioni al contorno: $x = x_1 \rightarrow T = T_0$ $x = x_2 \rightarrow T = T_0$

$$\rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{q_v}{\lambda} = 0$$

$$T = -\frac{q_v}{2\lambda} x^2 + Mx + N$$

$$\text{condiz. contorno} \rightarrow \begin{cases} T_0 = -\frac{q_v}{2\lambda} x_1^2 + Mx_1 + N \\ T_0 = -\frac{q_v}{2\lambda} x_2^2 + Mx_2 + N \end{cases} \rightarrow \begin{cases} M = -\frac{q_v}{2\lambda} (x_1 + x_2) \\ N = T_0 - \frac{q_v}{2\lambda} x_1 x_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left[T = T(x) = T_0 + \frac{q_v}{2\lambda} (x - x_1)(x_2 - x) \right]$$

$$\text{FLUSSO TERMICO: } \phi = \phi(x) = -\lambda A \frac{dT}{dx} = -A \frac{q_v}{2} (x_1 + x_2 - 2x)$$

$$\text{alle pareti: } x = x_1 \rightarrow \phi(x_1) = -A \frac{q_v}{2} (x_1 + x_2 - 2x_1) = -A \frac{q_v}{2} (x_2 - x_1) < 0$$

$$x = x_2 \rightarrow \phi(x_2) = -A \frac{q_v}{2} (x_1 + x_2 - 2x_2) = -A \frac{q_v}{2} (x_1 - x_2) > 0 = A \frac{q_v}{2} (x_2 - x_1)$$

$$|\phi(x_1)| = \phi(x_2) = A \frac{q_v}{2} (x_2 - x_1)$$

$$\rightarrow |\phi(x_1)| + \phi(x_2) = A (x_2 - x_1) q_v = A \cdot \overset{\text{volume}}{V} q_v = V q_v$$

tutto il calore viene espulso verso il ambiente immediatamente di temperatura ed è in contatto con l'ipotesi di stazionarietà.

Numero di Biot

È il numero adimensionale caratteristico del fenomeno $\left[B_i = \frac{\alpha L}{\lambda} \right]$ $L = \frac{V}{A} \rightarrow$ lunghezza caratteristica del corpo

$$\rightarrow B_i = \frac{\frac{L}{\lambda}}{\frac{1}{\alpha}} = \frac{\text{Resistenza conduttiva interna al corpo}}{\text{Resistenza convettiva nella scambio fluido-parete}}$$

⇒ avere un numero di Biot molto piccolo comporta che il corpo torna omogeneo molto velocemente quindi può essere considerato omogeneo anche nel transitorio termico ($B_i \ll 1 \Rightarrow$ omogeneo a livello di campo spaziale della temperatura)

il corpo può essere considerato $T(x, y, z) = T$
come PUNTOFORSO

⇒ ragioneremo con ipotesi di avere B_i molto piccolo (almeno dell'ordine del 10^{-1})

⇒ 1° PRINCIPIO TERMODINAMICA: $\dot{Q} = \frac{dU}{dt}$ $B_i \ll 1$

$$\Rightarrow \left[\alpha A (T_p - T(t)) = \rho c V \frac{dT(t)}{dt} \right]$$

si impone $\theta = (T_p - T(t)) \rightarrow \frac{dT}{dt} = - \frac{d\theta}{dt}$

$$\Rightarrow -\alpha A \theta = \rho c V \frac{d\theta}{dt} \rightarrow \frac{d\theta}{\theta} = - \frac{\alpha A}{\rho c V} dt \rightarrow \frac{d\theta}{\theta} = - \frac{\alpha}{\rho c L} dt$$

$$\text{definisco } \tau_c = \left(\frac{\alpha}{\rho c L} \right)^{-1} = \frac{\rho c L}{\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{d\theta}{\theta} = - \frac{1}{\tau_c} dt \rightarrow \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d\theta}{\theta} = - \int_0^t \frac{dt}{\tau_c} \rightarrow \ln \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right) = - \frac{t}{\tau_c}$$

$$\Rightarrow \left[\theta(t) = \theta_0 e^{-\left(\frac{t}{\tau_c}\right)} \right]$$

per $t = \tau_c$ si ha $\frac{\theta}{\theta_0} = e^{-1} = \frac{1}{e} = 0,368$

→ a $t = \tau_c$ la differenza di temperatura è diventata il 36,8% del ΔT iniziale.

⇒ τ_c è la costante di tempo del fenomeno

$$\tau_c = \frac{\rho c L}{\alpha}$$

da proporzionalità è dovuta alla proprietà termofisica nota come viscosità $\rightarrow \mu$

$$\Rightarrow \left[\frac{F}{A} = \mu \frac{W}{L} \right] \quad \text{che in forma differenziale diventa: } \left[\tau = \mu \frac{dW}{dy} \right]$$

quindi τ è funzione sia del gradiente della velocità, sia della viscosità

$$\rightarrow \mu = [P_a \cdot s] = \left[\frac{kg}{ms} \right] \quad \text{VISCOSITÀ DINAMICA}$$

$$\left[\nu = \frac{\mu}{\rho} \right] \quad \left[\frac{m^2}{s} \right] \quad \text{VISCOSITÀ CINEMATICA}$$

VISCOSITÀ DINAMICA

si possono individuare 2 tipi di fluidi: - Newtoniani: $\mu = \mu(\text{fluido}, T, p)$

- Non Newtoniani: $\mu = \mu(\text{fluido}, T, p, W)$

Nel caso dei Newtoniani:

- LIQUIDI: μ non è influenzato dalla pressione $\Rightarrow (\mu \downarrow \text{ con } T \uparrow)$

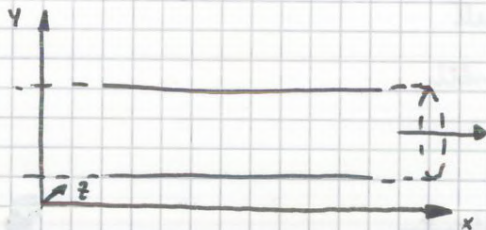
$$\text{in genere: } \mu = 10^{-3} \div 10^0 \left[\frac{kg}{ms} \right]$$

- GAS: è influenzato dalla pressione $\Rightarrow (\mu \uparrow \text{ con } p \uparrow \text{ e con } T \uparrow)$

$$\text{in genere: } \mu = 10^{-3} \left[\frac{kg}{ms} \right]$$

REGIME DI MOTO

Esperimento di Reynolds



per W del fluido primario fare il fluido trascinante si muove in lamina ordinata con componenti di velocità quasi completamente

umentando W il trascinante presenta con incremento via via maggiore di fluttuazioni delle componenti di W e delle componenti

W_y e W_z

$$\vec{W} = W_x \vec{i} + W_y \vec{j} + W_z \vec{k} \quad \text{con}$$

$$W_x = \vec{W}_x + W_x'$$

$$W_y = \vec{W}_y + W_y'$$

$$W_z = \vec{W}_z + W_z'$$

\hookrightarrow fluttuazioni casuali

\Rightarrow il regime di moto può essere:

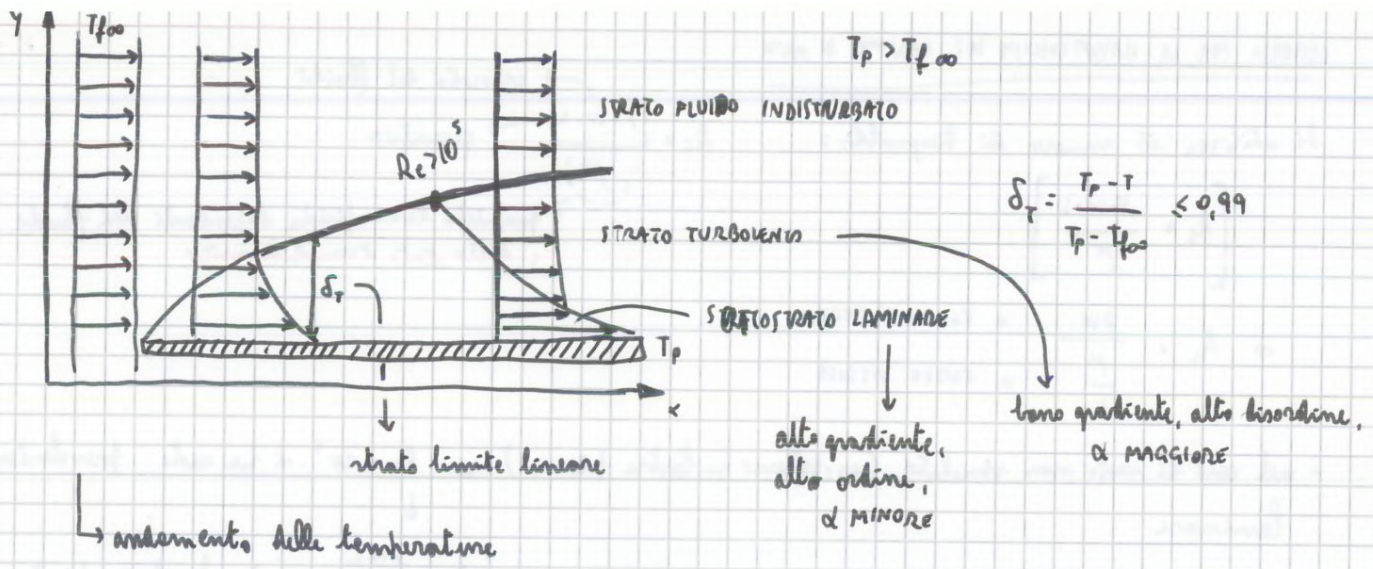
1) LAMINARE: $W_x' = W_y' = W_z' = 0$

2) TURBOLENTO: $W_x' \neq 0$

$W_y' \neq 0$

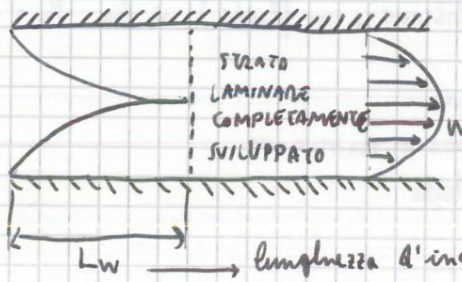
$W_z' \neq 0$

} + efficace nella trasmissione del calore



2 PIASTRE :

moto laminare

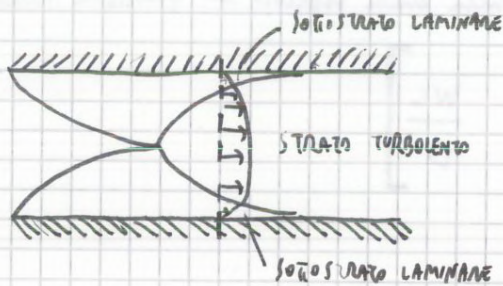


2 strati laminari si toccano dopo L_w e si ha uno strato laminare completamente sviluppato

L_w → lunghezza d'ingresso fluidodinamica.

2 PIASTRE :

moto turbolento :



→ + SPUGNOSO ⇒ $\frac{dW}{dy}$ minore

Nel caso delle temperature, lo andamento è analogo anche se $L_w \neq L_T$

$$\phi = \alpha A (T_p - T_f)$$

caso

$$\alpha \left[\frac{W}{m^2 K} \right]$$

valori caratteristici di α :

gas moto laminare
" " turbolento

10^1
 10^2

liquidi moto laminare
" " turbolento

$10^2 \div 10^3$
 $10^3 \div 10^4$

evaporazione/condensazione

$10^4 \div 10^5$

ebollizione metalli

$> 10^5$

30/05/14

$$\phi = \alpha A (T_p - T_f)$$

Il coefficiente di convezione può essere espresso usando numeri adimensionali (Na, Pr, Re) in cui $Na = \psi(Re, Pr)$. Usando correlazioni semiempiriche si può giungere a una definizione, anche se molto generale, più specifica della funzione ψ :

$$Nu = A Re^m \cdot Pr^n + B$$

Il numero di Reynolds è già stato definito: $Re = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{v L}{\nu}$

vL è un fattore legato alle FORZE INERZIALI
 μ/ν sono legati alle FORZE VISCOSE $\rightarrow Re \Rightarrow \frac{F. INERZIALI}{F. VISCOSE}$

Nel caso di $\left\{ \begin{array}{l} \text{MOTO NON CONFINATO} : \\ \text{MOTO CONFINATO} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} Re < 10^5 \rightarrow \text{regime laminare} \\ Re > 10^5 \rightarrow \text{regime turbolento} \\ Re < 2300 \rightarrow \text{regime laminare} \\ Re > 10^4 \rightarrow \text{regime turbolento} \end{array} \right.$

Il numero di Nusselt invece l'abbiamo definito come: $Na = \frac{\alpha L}{\lambda} = \frac{a}{\lambda/L}$

α è associabile a un flusso per convezione

$\frac{\lambda}{L}$ è associabile a un flusso per conduzione

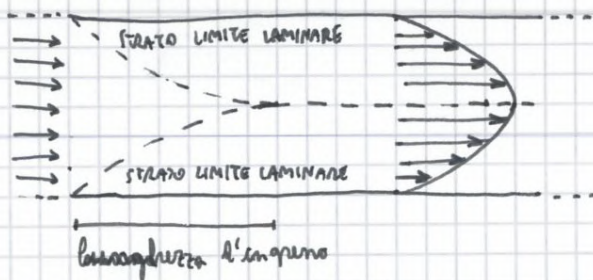
\Rightarrow Se Na è molto alto si avrà più un flusso per convezione molto elevato.

Il numero di Prandtl invece è ricavabile con il TEOREMA DI BAKINGHAM (?)

$$Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda} = \frac{\mu}{\lambda} = \frac{\frac{\mu}{\rho}}{\frac{\lambda}{\rho c_p}} \rightarrow Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda} = \frac{\nu}{a}$$

ν è legato al trasporto di quantità di moto nel fluido

a è legato al trasporto di calore nel fluido ($a \rightarrow$ diffusività termica)

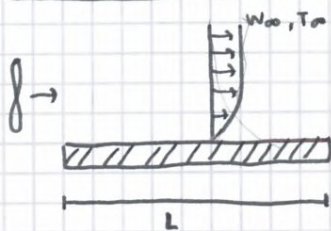


Lo regime laminare si a natura il condotto dopo la lunghezza d'ingresso

ESEMPI DI CASI "CLASSICI" DI SCAMBIO CONVETTIVO

MOTO FORZATO

Moto non confinato: fluido in lamina fissa (spinto da ventilatore)



L di Reynolds = L piastra

$$Re = \frac{\rho(T_{\infty}) w_{\infty} L}{\mu(T_{\infty})}$$

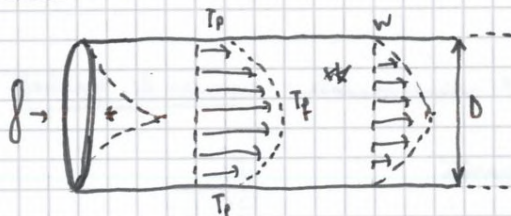
REGIME DI MOTO: 1) $Re < 10^5 \rightarrow$ laminare $\Rightarrow Nu = 0,664 Re^{1/2} \cdot Pr^{1/3}$

2) $Re > 10^5 \rightarrow$ turbolento $\Rightarrow Nu = (0,037 \cdot Re^{4/5} - 871) Pr^{1/3}$

in questo caso la correlazione semiempirica

$Nu = A Re^m Pr^n + B$ non è rispettata usata perché è generale ma non sempre applicabile

Moto confinato: fluido in un condotto



• lunghezza caratteristica L: 1) GEOM. CIRCOLARE $\rightarrow L = D$

2) GEOM. QUALUNQUE

$$L = D = \frac{4A}{P} \rightarrow \begin{matrix} \text{SEZIONE} \\ \text{PERIMETRO} \\ \text{DIAMETRO IDRAULICO} \end{matrix}$$

• velocità da considerare: è quella che conserva nella portata $\Rightarrow G = \rho A w \rightarrow w_m = \frac{1}{\rho A} \int_0^D \rho u \, dG$

$w_m \rightarrow$ velocità media

• temperatura da considerare: è quella che conserva la portata di entalpia $\Rightarrow T_m = \frac{1}{c_p G} \int_0^D \rho u c_p T \, dG$
(calore specifico)

REGIME DI MOTO

1) $Re < 2300 \rightarrow$ laminare

lunghezza dipende se siamo già nella zona di ingresso (ovvero se il regime laminare si è già interamente sviluppato)

$$1a) L < \frac{Re \cdot Pr \cdot D}{20} \Rightarrow D \neq \Rightarrow Nu = 1,86 \left(Re \cdot Pr \cdot \frac{D}{L} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0,14} \begin{matrix} \rightarrow a T_m \\ \rightarrow a T_f \end{matrix}$$

$$1b) L > \frac{Re \cdot Pr \cdot D}{20} \Rightarrow D \neq \Rightarrow Nu = 3,656 \text{ (costante)}$$

2) $Re > 10^4 \rightarrow$ turbolento

$$2a) \frac{L}{D} < 60 \Rightarrow D \neq \Rightarrow Nu = 0,023 Re^{0,8} \cdot Pr^{0,4} \left[1 + \left(\frac{D}{L} \right)^{0,7} \right]$$

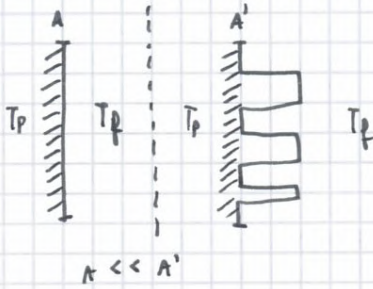
$$2b) \frac{L}{D} > 60 \Rightarrow D \neq \Rightarrow \left[Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,4} \right] \text{ caso molto ricorrente}$$

CORRELAZIONE DI SIEGEL + BOELTER

• $n = 0,4$ se $T_p > T_f$ • $n = 0,3$ se $T_p < T_f$

$$\phi = \alpha A (T_p - T_f)$$

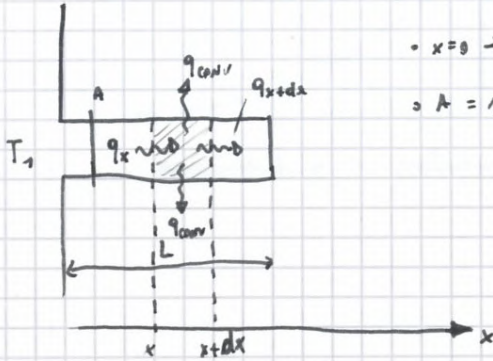
↳ per aumentare la superficie di scambio A si ricorre alle ALLEGATURE:



A → mp. non allettata

A' → mp. allettata.

BARRA o ALLEGATA



• $x=0 \rightarrow T = T_c = \text{cost}$ • $T_f = \text{cost}$ (cond. stazionarie)

• A = sezione allettata • c = perimetro allettato • L = lunghezza allettata

• materiale allettato → omogeneo + isotropo → $\lambda = \text{cost}$ (coeff. cond. termica)

• $\alpha \rightarrow$ coefficiente di convezione parete-fluido noto

• le variazioni di T avvengono solo lungo x

• T temperatura a sezione x generica

bilancio nell'elemento infinitesimo considerato:

$$q_x = -\lambda A \left(\frac{dT}{dx} \right)$$

$$q_{x+dx} = -\lambda A \frac{d}{dx} \left(T + \frac{dT}{dx} dx \right)$$

$$q_{conv} = \alpha c dx (T - T_f)$$

↳ ca. di scambio

$$\Rightarrow q_x - q_{x+dx} = q_{conv}$$

$$\Rightarrow -\lambda A \frac{dT}{dx} - \left[-\lambda A \frac{d}{dx} \left(T + \frac{dT}{dx} dx \right) \right] = \alpha c dx (T - T_f)$$

$$\lambda A \frac{d^2 T}{dx^2} = \alpha c (T - T_f)$$

Si introduce: • $\theta = T - T_f \Rightarrow \frac{dT}{dx} = \frac{d\theta}{dx}$

$$m = \sqrt{\frac{\alpha c}{\lambda A}}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 \theta}{dx^2} = \frac{\alpha c}{\lambda A} (T - T_f)$$

$$\Rightarrow \left[\frac{d^2 \theta}{dx^2} - m^2 \theta = 0 \right]$$

la soluzione generale del tipo $\theta = M e^{-mx} + N e^{mx}$
con N e M definite in base alle condizioni al contorno

1° caso, allettata con lunghezza ∞

2° caso, allettata con punta adiabatica

3° caso, allettata con punta NON adiabatica



2° caso

condizioni al contorno : $\begin{cases} x=0 \rightarrow \theta = \theta_1 \\ x=L \rightarrow \frac{d\theta}{dx} = 0 \end{cases}$

dalla prima si ricave : $\theta_1 = M + N$

dalla seconda si ricave : $0 = -m M e^{-mL} + m N e^{mL}$
 \downarrow
 $N e^{mL} - M e^{-mL} = 0$

$\Rightarrow \theta_1 e^{mL} - M e^{mL} - M e^{-mL} = 0 \rightarrow M = \theta_1 \frac{e^{mL}}{e^{mL} + e^{-mL}}$

\downarrow
 $N = \theta_1 \frac{e^{-mL}}{e^{mL} + e^{-mL}}$

$\Rightarrow \theta = \theta_1 \frac{e^{mL}}{e^{mL} + e^{-mL}} e^{-mx} + \theta_1 \frac{e^{-mL}}{e^{mL} + e^{-mL}} e^{mx}$

$\frac{L}{9}$

$\hookrightarrow \frac{\theta}{\theta_1} = \frac{e^{(L-x)m}}{e^{mL} + e^{-mL}} + \frac{e^{-m(L-x)}}{e^{mL} + e^{-mL}}$

$\hookrightarrow \frac{\theta}{\theta_1} = \frac{e^{m(L-x)} + e^{-m(L-x)}}{e^{mL} + e^{-mL}} \Rightarrow \frac{\theta}{\theta_1} = \frac{\cosh[m(L-x)]}{\cosh(mL)}$

$q_{ALEGA} = -\lambda A \left(\frac{d\theta}{dx} \right)_{x=0} = -\lambda A \left[\frac{-\theta_1 m \sinh[m(L-x)]}{\cosh(mL)} \right]_{x=0}$

$\Rightarrow q_{ALEGA} = \lambda A \theta_1 m \frac{\sinh(mL)}{\cosh(mL)} = \lambda A \theta_1 m \tanh(mL)$

$q_{ALEGA} > q_{No ALEGA} ? \rightarrow \alpha A \theta_1$

\downarrow
 $m \lambda A \theta_1 \tanh(mL) > \alpha A \theta_1 \rightarrow \frac{m \lambda}{\alpha} \tanh(mL) > 1$
 $m = \sqrt{\frac{\alpha C}{\lambda A}} \left[\sqrt{\frac{\lambda C}{\alpha A}} \tanh(mL) > 1 \right]$

(\tanh) tende a 1 molto rapidamente se ha argomenti positivo (come in questo caso)

\Rightarrow il fattore decisivo è $\sqrt{\frac{\lambda C}{\alpha A}}$ in cui si verificano le affermazioni fatte per il caso 1

PARAMETRO DI MERITO

L'efficienza dell'ala singola Ω è il rapporto tra il calore reale trasferito dall'ala e quello idealmente trasferito.

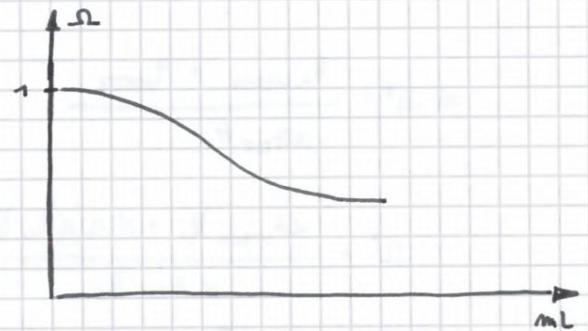
$$\left[\Omega = \frac{q_{REALE\ ALA}}{q_{IDEALE\ ALA}} \right]$$

Il calore ideale trasferito è quello che una ala che mantiene la driving force θ costante in tutta la sua lunghezza ($\theta = \theta_1 \forall x$)

Come q_{REALE} consideriamo quello ottenuto nel caso 2 (con l'ala e punta adiabatica)

$$\Rightarrow \Omega = \frac{\lambda A m \theta_1 \tanh(mL)}{\alpha c L \theta_1} = \frac{m \theta_1 \tanh(mL)}{\frac{\alpha c}{\lambda A} \theta_1 L} = \frac{m \theta_1 \tanh(mL)}{m^2 \theta_1 L}$$

$$\Rightarrow \left[\Omega = \frac{\tanh(mL)}{mL} \right]$$



\Rightarrow Ω elevata se - m basso \Leftrightarrow $\begin{cases} \alpha$ basso \\ λ elevato \\ $c \ll A \end{cases}$

- L basso

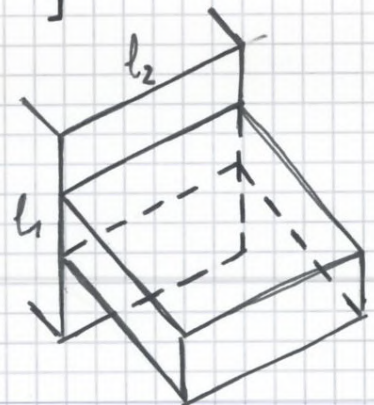
l'ala ideale è quella che mantiene θ nella lunghezza più e spessa meglio mantiene temperatura
 \Rightarrow non c'è contraddizione con $c > A$ trovato nei casi di prima.

Nota $\Omega(mL) \rightarrow q_{REALE\ ALA} = \Omega q_{IDEALE\ ALA} \rightarrow [q_{RA} = \Omega \alpha c L \theta_1]$

con più alette:



- $A \rightarrow$ sezione alette
- $A_A \rightarrow$ superficie alette
- $N \rightarrow$ n° di alette
- $A_{TOT} \rightarrow A_{libera} + A_A \cdot N$



$A_{punta} = l_1 \cdot l_2$

$A_{libera} = l_1 \cdot l_2 = NA$

$\Rightarrow q_{po\ SCHIERA} < q_{SCHIERA}$

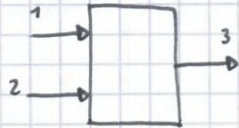
$q_{NO\ SCHIERA} = \alpha (l_1 \cdot l_2) \theta_1$

$q_{SCHIERA} = q_{LIBERA} + q_{ALETTE} = q_{LIBERA} + N q_{REALE\ ALA}$

SCAMBIATORI DI CALORE

- GENERATORE VAPORE
- RECUPERATORE FUMI
- SCAMBIAZIONE RIGENERATIVA
- CONDENSATORE


2 fluidi si scambiano calore \rightarrow SCAMBIAZIONE A MISCELA :



contatto diretto

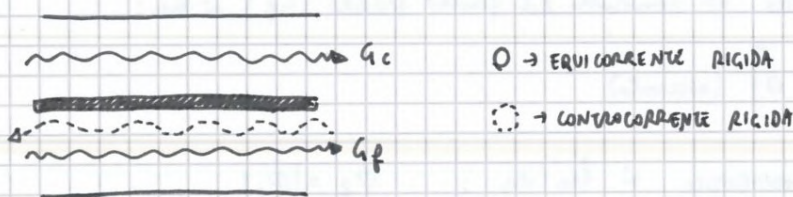
ottimo scambiatore ma $p_1 = p_2 = p_3$ o non può lavorare.

\rightarrow SCAMBIAZIONE A SUPERFICIE :



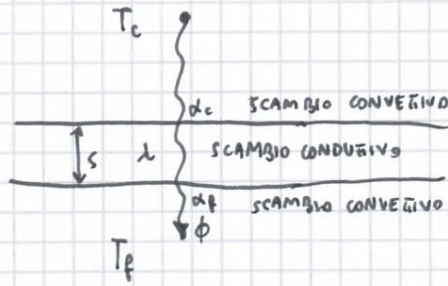
i 2 fluidi sono separati da pareti \Rightarrow c'è una "resistenza" in più che si oppone allo scambio di calore ma le pressioni possono essere diverse.

Configurazioni geometriche



Se corrente via il corso (1) via il corso (2) si parla di flussi incrociati

Nel passaggio dal fluido caldo a T_c al fluido freddo a T_f il calore affronta uno scambio convettivo (α_c) da T_c alla parete, uno scambio conduttivo nella parete e un altro scambio convettivo da parete e fluido freddo.



$$R = \frac{1}{\alpha_c A} + \frac{s}{\lambda A} + \frac{1}{\alpha_f A}$$

coefficiente globale di scambio termico: $U = (RA)^{-1}$

→ parete piana: $U = \left(\frac{1}{\alpha_c A} + \frac{s}{\lambda A} + \frac{1}{\alpha_f A} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{\alpha_c} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_f} \right)^{-1}$

→ parete cilindrica: $U_{int} = (R \cdot A_{int})^{-1} = \left(\frac{1}{\alpha_c} + \frac{r_i}{\lambda} \ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right) + \frac{1}{\alpha_f} \frac{r_i}{r_e} \right)^{-1}$

$$U_{ext} = (R \cdot A_{ext})^{-1} = \left(\frac{1}{\alpha_c} \frac{r_e}{r_i} + \frac{r_e}{\lambda} \ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right) + \frac{1}{\alpha_f} \right)^{-1}$$

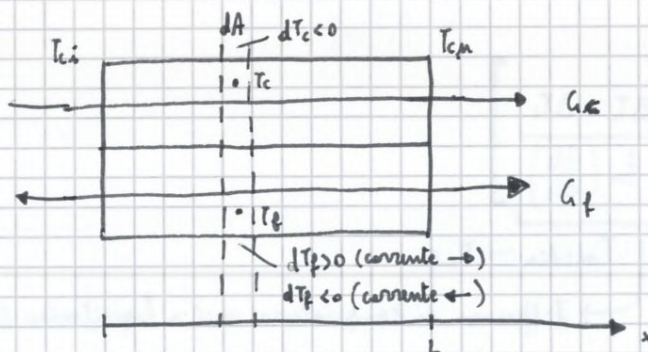
A questo punto, il flusso termico può essere calcolato come:

$$\left[\phi = UA \Delta T \right] \quad (1)$$

Ma che ΔT bisogna usare, visto che cambiano le temperature (da T_{ci} a T_{cm} e da T_{fi} a T_{fm})?

30H'

Quindi (1) non è utilizzabile, si usa un altro modo:



$A \rightarrow$ superficie di scambio totale.

$dA \rightarrow$ superficie infinitesimale

in dA posso scrivere: $d\phi = U dA (T_c - T_f)$ o si può ipotizzare cost. poiché è accettabile considerare

$\alpha_c, \alpha_f, \lambda, s$ COSTANTI

$$\Rightarrow \phi = \int U dA (T_c - T_f) = U \int (T_c - T_f) dA$$

f. caldo:

$$-|d\phi| = G_c c_c dT_c = G_c dT_c \quad (1)$$

f. freddo con corrente: $|d\phi| = G_f c_f dT_f = G_f dT_f$

fluido controcorrente freddo: $|d\phi| = -G_f c_f dT_f = -G_f dT_f$