NUMERO: 1262 DATA: 27/10/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Facciolla

MATERIA: Fisica II

Prof. Rossani

TEOREMA DI GAUSS

① $\boxed{\mathrm{DIV}\left(\frac{\bar r}{r^3}\right)=0}$

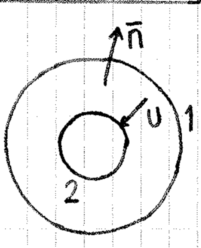
DIMOSTRAZIONE

$$r^2 = x^2+y^2+z^2 \longrightarrow 2r\bar\nabla r = 2x\bar\nabla x+2y\bar\nabla y+2z\bar\nabla z = 2(xi+yj+zk) = 2\bar r$$

$$\nabla r = \frac{\bar r}{r} \longrightarrow \mathrm{DIV}(f\bar r) = f\,\mathrm{DIV}\,\bar r+\bar r\bar\nabla f = \bar r f+\bar r f'\frac{\bar r}{r} = 3f+rf'$$

$$f=\frac{1}{r^3} \rightarrow f'=-\frac{3}{r^4} \longrightarrow \mathrm{DIV}\left(\frac{\bar r}{r^3}\right)=\frac{3}{r^3}-\frac{3}{r^3}=0 \quad \text{C.V.D.}$$

② $\boxed{\int E n\, dS = 4\pi q}$ FLUSSO ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE ARBITRARIA $=4\pi q$



DIMOSTRAZIONE

$$\int_1 \bar E\bar n\, dS+\int_2 \bar E\bar \upsilon\, dS=0 \longrightarrow \int_1 E n\, dS = 4\pi r^2\frac{q}{r^2}=4\pi q \quad \text{C.V.D.}$$

③ $\boxed{\nabla E = 4\pi\rho}$

DIMOSTRAZIONE

$$\int E n\, dS = 4\pi\int \rho\, dV \longrightarrow \int(\mathrm{DIV}\ E-4\pi\rho)\, dV=0$$

CONSIDERO UNA SFERA DI RAGGIO R E VI APPLICO IL TEOREMA DELLA MEDIA

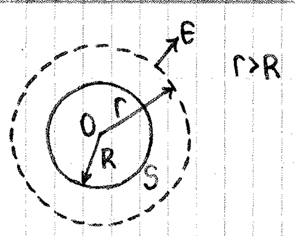
$$\longrightarrow \frac{4\pi R^3}{3}\langle \mathrm{DIV}\,\bar E-4\pi\rho\rangle=0$$

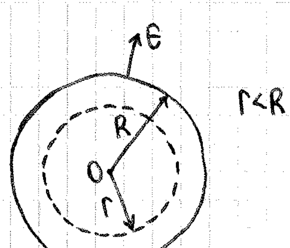
SE R TENDE A ZERO ALLORA OTTENGO $\mathrm{DIV}\,\bar E=4\pi\rho$ C.V.D.

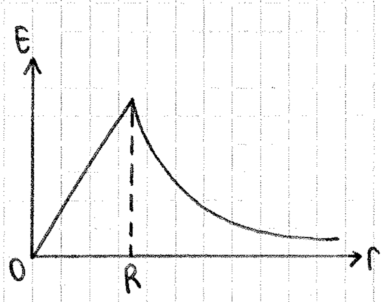
APPLICAZIONI

$\longrightarrow$ IL TEOREMA DI GAUSS PUO' SERVIRE IN QUALCHE CASO A CALCOLARE IL CAMPO ELETTRICO SENZA RICORRERE DIRETTAMENTE ALLA LEGGE DI COULOMB

① SFERA PIENA OMOGENEA







$$E\cdot 4\pi r^2=\rho\frac{4\pi}{3}R^3 \longrightarrow E=\frac{\rho}{3}\frac{R^3}{r^2}$$

$$4\pi r^2 E=\rho\frac{4\pi}{3}r^3 \longrightarrow E=\frac{\rho r}{3}$$

EQUAZIONE DI POISSON

$E = -\text{GRAD } V \qquad V = \frac{q}{r}$ INFATTI $\longrightarrow \bar{\nabla} \frac{q}{r} = q\left(-\frac{1}{r^2}\frac{r}{r}\right) = -q\frac{r}{r^3}$

$\nabla^2 V = -4\pi\rho$ LAPLACIANO

$$V = \iiint \frac{\rho(\varepsilon, \eta, \zeta)\, d\varepsilon\, d\eta\, d\zeta}{\sqrt{(x-\varepsilon)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}}$$

① SIMMETRIA SFERICA $\longrightarrow$ V DIPENDE DALLA DISTANZA DALL'ORIGINE AL PUNTO CONSIDERATO

$\nabla^2 V = \bar{\nabla} \cdot \bar{\nabla} V = \bar{\nabla}\left(V' \frac{\bar{r}}{r}\right) \longrightarrow$ APPLICO LA REGOLA DEL TEOREMA DELLA DIVERGENZA

$$= \left(\frac{V'}{r}\right) \text{DIV } \bar{r} + \bar{r}\, \bar{\nabla}\left(\frac{V'}{r}\right) = \frac{3V'}{r} + \bar{r}\left(\frac{V'}{r}\right)' \frac{\bar{r}}{r} = \frac{3V'}{r} + r\left(\frac{V'}{r}\right)'$$

$$= \frac{3V'}{r} + r\,\frac{V''r - V'}{r^2} = \frac{2V'}{r} + V'' = \frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2 \frac{dV}{dr}\right)$$ $\longrightarrow$ APPLICAZIONE AD UNA SFERA CON DENSITA' COSTANTE

② SIMMETRIA CILINDRICA

$$\nabla^2 V = \frac{2V'}{r} + \frac{V''r - V'}{r} = \frac{V'}{r} + V'' = \frac{1}{2}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dV}{dr}\right)$$

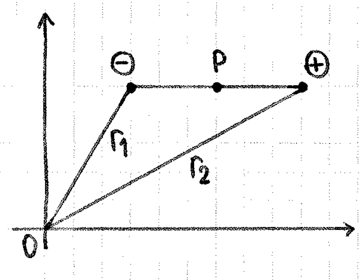
CILINDRO CON DISTRIBUZIONE DI CARICA COSTANTE

N.B

- SIMMETRIA SFERICA $\longrightarrow r^2 = x^2 + y^2 + z^2$
- SIMMETRIA CILINDRICA $\longrightarrow r^2 = x^2 + y^2$

POTENZIALE DI UN DIPOLO

DIPOLO $\longrightarrow$ COPPIA DI CARICHE UGUALI E OPPOSTE, POSTE AD UNA CERTA DISTANZA



POTENZIALE PRODOTTO DALLE CARICHE

$$V(P) = -\frac{q}{r_1} + \frac{q}{r_2} = q\partial\, \frac{1/r_2 - 1/r_1}{\partial}$$

$\partial \longrightarrow$ DISTANZA TRA CARICHE

$m =$ MOMENTO DI DIPOLO

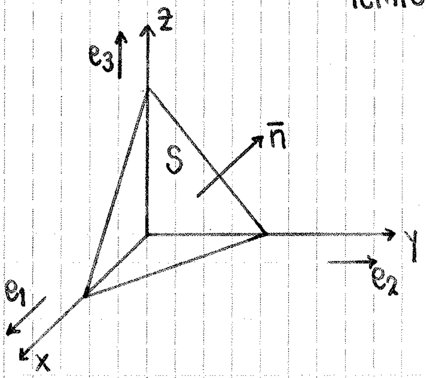
$$\longrightarrow m\frac{\partial}{\partial x}\frac{1}{r} = mi\nabla\frac{1}{r} = m\nabla\frac{1}{r}$$

$$\longrightarrow \frac{m\overline{PO}}{r^3}$$

EQUAZIONE DI CONTINUITÀ PER CONDUTTORI

CONDUTTORI → CORPI ALL'INTERNO DEI QUALI LE CARICHE ELETTRICHE POSSONO MUOVERSI. PROPRIETÀ ESSENZIALE È CHE, SE ALL'INTERNO DI ESSI ESISTE UN CAMPO ELETTRICO E, NASCE IN ESSI UN FLUSSO DI CARICHE ELETTRICHE CONOSCIUTO COME CORRENTE ELETTRICA.

DENSITÀ DI CORRENTE J → VETTORE CHE HA DIREZIONE OPPOSTA AL MOTO DELLE CARICHE ELETTRICHE NEGATIVE, E PER MODULO IL VALORE DELLA QUANTITÀ DI ELETTRICITÀ CHE PASSA PER UNITÀ DI TEMPO ATTRAVERSO L'UNITÀ DI SUPERFICIE NORMALE ALLA DIREZIONE DI J.



$$J(n)\,dS = \frac{\text{CARICA}}{\text{TEMPO}}$$

EQUAZIONE DI CONTINUITÀ

$$-\frac{d}{dt}\int \rho\, dV = \int J(n)\, dS + \int J(-e_1)\,dS + \int J(-e_2)\,dS + \int J(-e_3)\,dS =$$

$$= S\langle J(n)\rangle - S_x\langle J(e_1)\rangle - S_y\langle J(e_2)\rangle - S_z\langle J(e_3)\rangle$$

$$\longrightarrow -\frac{1}{3} S d \left\langle \frac{\partial\rho}{\partial t}\right\rangle = S\langle J(n)\rangle + \left(-S_{nx}\langle J(e_1)\rangle\right) - S_{ny}\langle J(e_2)\rangle - S_{nz}\langle J(e_3)\rangle$$

$d \to 0$ DIVIDO TUTTO PER S E OTTENGO!

$$J(n) = n_x J(e_1) + n_y J(e_2) + n_z J(e_3) = nJ$$

→ DENSITÀ DI CORRENTE

$$J = e_1 J(e_1) + e_2 J(e_2) + e_3 J(e_3)$$

$$\frac{d}{dt}\int \rho\, dV = -\int J(n)\,dS = -\int nJ\, dS = -\int \mathrm{DIV}\, J\, dV$$ → APPLICO LA DIVERGENZA

$$\int\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{DIV}\, J\right) dV = 0$$ → INTEGRALE DI VOLUME A CUI APPLICO IL TEOREMA DELLA MEDIA

$$\longrightarrow \boxed{\frac{4\pi R^3}{3}\left\langle \frac{\partial\rho}{\partial t} + \mathrm{DIV}\, J\right\rangle = 0}$$

EQUAZIONE DI CONTINUITÀ

ESPRIME CHE LA CARICA ELETTRICA NON SI CREA E NON SI DISTRUGGE (CONSERVAZIONE DELL'ELETTRICITÀ)

LEGGE DI OHM

→ LEGGE SPERIMENTALE CHE LEGA AL CAMPO E LA DENSITÀ DI CORRENTE J $\boxed{J = \gamma E}$

→ CONDUTTIVITÀ

$1/\gamma$ RESISTIVITÀ

$\mathrm{DIV}\, J = \gamma\, \mathrm{DIV}\, E$

$$-\frac{\partial\rho}{\partial t} = 4\pi\gamma\rho \longrightarrow \rho = \rho_0 \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) \qquad \tau = \frac{1}{4\pi\gamma}$$

MATERIALI CON $\gamma = 0$ → ISOLANTI

EFFETTO JOULE

→ QUANDO UN CONDUTTORE È PERCORSO DA CORRENTE IN ESSO SI SVILUPPA CALORE. L'ENERGIA OCCORRENTE È FORNITA DAL LAVORO CHE FA LA FORZA ELETTRICA SULLE CARICHE CONTENUTE NEL CONDUTTORE E IL CUI MOTO COSTITUISCE LA CORRENTE.

ATTRAVERSO UN ELEMENTO dS DI SUPERFICIE EQUIPOTENZIALE, NEL TEMPO dt, PASSA LA QUANTITÀ DI ELETTRICITÀ $J dS dt$ SULLA QUALE IL CAMPO ESERCITA UNA FORZA $EJ dS dt$. QUANDO QUESTA QUANTITÀ SI SPOSTA DI ∂ IL CAMPO COMPIE SU DI ESSA IL LAVORO $EJ\partial dS dt$.

IL LAVORO TRASFORMATO IN CALORE PER UNITÀ DI VOLUME NELL'UNITÀ DI TEMPO È

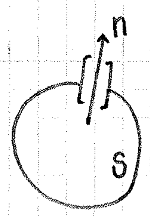
$$q = EJ \longrightarrow q = \gamma E^2 = \frac{1}{\gamma} J^2$$

NEL CASO DI UN CONDUTTORE FILIFORME, IL CALORE TOTALE SVILUPPATO PER UNITÀ DI TEMPO, NEL TRATTO AB VALE:

$$Q = \int_A^B q S\, dS = \int_A^B \frac{1}{\gamma} J^2 S\, dS = I^2 \int_A^B \frac{dS}{\gamma S} = RI^2 \longrightarrow \text{LEGGE DI JOULE}$$

TEOREMA DI COULOMB

IL CAMPO E IN UN PUNTO NELLE IMMEDIATE VICINANZE DI UN CONDUTTORE DIPENDE SOLTANTO DALLA DENSITÀ SUPERFICIALE LOCALE E NON DAI VALORI DELLA DENSITÀ SUL RIMANENTE DEL CONDUTTORE, NÈ DALLE CARICHE EVENTUALMENTE ESISTENTI SU ALTRI CORPI.



S → SUPERFICIE DEL CONDUTTORE

n → VERSORE NORMALE POICHÈ S È EQUIPOTENZIALE

$$\underbrace{E_{n+}}_{=E_S} - \underbrace{E_{n-}}_{=0} = 4\pi\rho_S \longrightarrow \boxed{E_S = 4\pi\rho_S}$$

$$\longrightarrow \boxed{\left(\frac{dV}{dn}\right)_S = -4\pi\rho_S} \quad \text{TEOREMA DI COULOMB}$$

CAPACITÀ DI UN CONDUTTORE

→ SI SUPPONE UN CONDUTTORE S POSTO IN UNO SPAZIO DOVE NON ESISTANO ALTRI CONDUTTORI, NÈ ALTRE CARICHE ELETTRICHE, E SI CERCA IL VALORE DELLA CARICA TOTALE NECESSARIA PER PORTARLO AD UN POTENZIALE W PREFISSATO.

$$\rho_\sigma = -\frac{1}{4\pi}\left(\frac{dV}{dn}\right)_\sigma \qquad e = \int_\sigma \rho_\sigma\, d\sigma = -\frac{1}{4\pi}\int_\sigma \frac{dV}{dn}\, d\sigma = -\frac{1}{4\pi} W \int \frac{dV_0}{dn}\, dS$$

CON $V = WV_0$ POTENZIALE RELATIVO

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 9 di 52

INDUZIONE ELETTRICA (SPOSTAMENTO)

IL CAMPO TOTALE E ESISTENTE IN OGNI PUNTO DELLO SPAZIO NON È SOLTANTO IL CAMPO E_0 CHE VI SAREBBE IN ASSENZA DEL DIELETTRICO, MA È

$$\boxed{E = E_0 + E^*} \longrightarrow \text{CAMPO DOVUTO ALLE CARICHE DI POLARIZZAZIONE}$$

IN PRESENZA DI DIELETTRICI CALCOLARE IL CAMPO E E LA POLARIZZAZIONE P NON È SEMPLICE.
È PERO' POSSIBILE DEFINIRE UN VETTORE D, LEGATO IN MODO SEMPLICE ALLE CARICHE VERE.

$$\mathrm{DIV}\, E = 4\pi\rho \longrightarrow \mathrm{DIV}\, E = 4\pi(\rho + \rho^*) = 4\pi(\rho - \mathrm{DIV}\, P)$$

$$\boxed{D = E + 4\pi P} \longrightarrow \text{INDUZIONE ELETTRICA O SPOSTAMENTO}$$

$\mathrm{DIV}\, D = 4\pi\rho$ $\quad \rho$ = DENSITÀ DELLE CARICHE LIBERE

PER DIELETTRICI NORMALI SI HA:

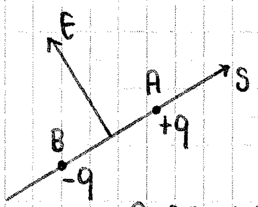
$$D = (1 + 4\pi\chi)E = \varepsilon E \longrightarrow \boxed{\varepsilon = 1 + 4\pi\chi} \text{ COSTANTE DIELETTRICA } (\varepsilon > 1)$$

SE IL DIELETTRICO È OMOGENEO $\varepsilon = \mathrm{COST} \longrightarrow \mathrm{DIV}\, E = \frac{4\pi}{\varepsilon}\rho$

ENERGIA POTENZIALE

① DIPOLO

$$U = \int V\rho\, dv$$



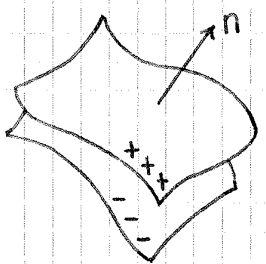
∂ = DISTANZA

$$U = \lim_{\partial \to 0} (qV_A - qV_B) = m\left(\lim_{\partial \to 0} \frac{V_A - V_B}{\partial}\right)$$

$$= m\left(\frac{dV}{ds}\right) = m s \cdot \nabla V = mE$$

ms ↓ MOMENTO DI DIPOLO

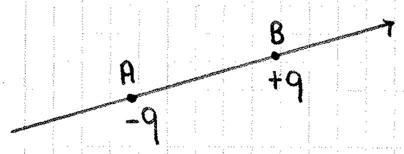
② DOPPIO STRATO



$$U = -\int mE\, dS = -m \int E_n\, dS$$

PER m = COSTANTE

FORZA RISULTANTE SU UN DIPOLO



$$Q = \lim_{\partial \to 0} (qE_B - qE_A) = \lim_{\partial \to 0} q\partial \left(\frac{E_B - E_A}{\partial}\right) =$$

$$= m\frac{\partial E}{\partial x} = m(i\nabla)E = (m\nabla)E$$

APPLICATO AL VETTORE E

$$\rightarrow E(m\nabla) = \left(m\frac{\partial}{\partial x} + m\frac{\partial}{\partial y} + m\frac{\partial}{\partial z}\right)(E_x i + E_y j + E_z k)$$

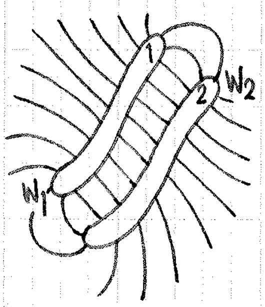
MOMENTO RISULTANTE SU UN DIPOLO

$M = AB \times qE$ MOMENTO DELLA FORZA DOVUTA AL CAMPO

$$= \partial\frac{AB}{\partial} \times qE = mi \times E = m \times E$$

CONDENSATORI

LA PROPRIETÀ PER CUI SI ACCRESCE LA CAPACITÀ DI UN CONDUTTORE AVVICINANDO AD ESSO ALTRI CONDUTTORI A POTENZIALE ZERO È SFRUTTATA NEI CONDENSATORI. UN CONDENSATORE È UN SISTEMA DI DUE CONDUTTORI (ARMATURE) AFFACCIATI A BREVE DISTANZA PER UNA VASTA SUPERFICIE IN MODO CHE SE UNA DELLE ARMATURE È MANTENUTA A POTENZIALE ZERO L'ALTRA ACQUISTA UNA CAPACITÀ NOTEVOLE.



ESSENDO UN SISTEMA DI DUE CONDUTTORI:

$$\begin{cases} q_1 = \partial_{11}W_1 + \partial_{12}W_2 \\ q_2 = \partial_{21}W_1 + \partial_{22}W_2 \end{cases}$$

CONDENSATORE SOTTILE (LA DISTANZA TRA LE ARMATURE - PARALLELE - È PICCOLA RISPETTO ALLE LORO DIMENSIONI): $\partial_{11} = \partial_{22}$

LA CAPACITÀ ∂_{11} DELLA PRIMA ARMATURA È UGUALE ALLA CAPACITÀ ∂_{22} DELLA SECONDA ARMATURA.
ENTRAMBE SI POSSONO DESIGNARE COME CAPACITÀ C.

ESSENDO $\partial_{12} = -\partial_{11}$

$$\rightarrow q_1 = -q_2 = C(W_1 - W_2)$$

DA CUI SI OTTIENE LA DEFINIZIONE DI CAPACITÀ: $C = \frac{q_1}{W_1 - W_2}$, $C = \frac{q_2}{W_2 - W_1}$

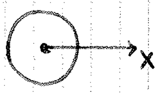
NELLO SPAZIO COMPRESO FRA LE DUE ARMATURE LE LINEE DI FORZA SI POSSONO IDENTIFICARE CON SEGMENTI RETTILINEI NORMALI ALLE DUE SUPERFICI AFFACCIATE. IL CAMPO E È PARTICOLARMENTE INTENSO NELLO SPAZIO COMPRESO TRA I CONDUTTORI.

CORRENTE

$E d\ell = -\oint \text{GRAD } V \, d\ell = 0$ APPLICO QUESTO CONCETTO A UNA SUPERFICIE

$\longrightarrow \int_{dS} E d\ell = \int_S n d E n dS \longrightarrow 0 = \int_S \text{ROT } E \cdot n dS$

PRENDO UN DISCO CENTRATO NEL PUNTO CONSIDERATO AVENTE NORMALE n.



$0 = \pi r^2 \langle \text{ROT}(E) r \rangle$ (HO APPLICATO IL TH DELLA MEDIA)

VALORE MEDIO: $\langle \text{ROT}(E) r \rangle = 0 \longrightarrow (\text{ROT } E)_x = 0 \longrightarrow \text{ROT}(E) = 0$

OPPURE: $\text{ROT}(E) = \text{ROT GRAD } V = \nabla \times \nabla V = 0$

NEL VUOTO

$$\begin{cases} \text{div } E_0 = 4\pi q_{LIB} \\ \text{ROT } E_0 = 0 \end{cases}$$

q_{LIB} = CARICHE LIBERE

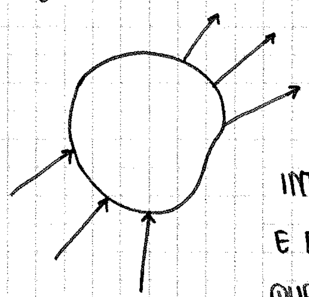
NEL DIELETTRICO

$$\begin{cases} \text{DIV } \varepsilon E = 4\pi q_{LIB} \\ \text{ROT } \varepsilon E = 0 \end{cases}$$

ε = PERMEABILITÀ ELETTRICA

RISOLVO IL PROBLEMA NEL VUOTO E PONGO $E_0 = \varepsilon E$ DAI SI RICAVA $\longrightarrow V_0 = \varepsilon V$

$$C = \frac{Q}{V} = \varepsilon \frac{Q}{V_0} = \varepsilon C_0$$



CORRENTE $\longrightarrow \begin{cases} \text{DIV}(D) = 4\pi q_{LIB} \\ \frac{\partial P}{\partial t} + \nabla J = 0 \end{cases}$

$$\text{DIV}\left(\frac{\partial D}{4\pi \, \partial t} + J\right) = 0$$

$$\int \left(\frac{1}{4\pi} \frac{\partial D}{\partial t} + J\right) n dS = 0$$

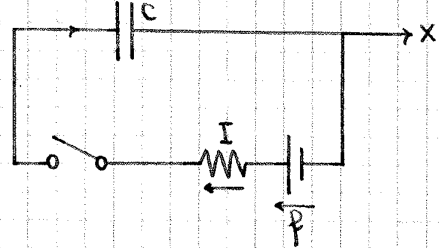
$$\Sigma I_{IN} + \underline{\Sigma I'_{IN}} = \Sigma I_{OUT} + \underline{\Sigma I'_{OUT}}$$

INTEGRO SU UNA SUPERFICIE CHIUSA E DUNQUE ENTRA ED ESCE LO STESSO QUANTITATIVO DI CORRENTE

$\longrightarrow$ CORRENTE DI SPOSTAMENTO

$\Sigma I'_{IN}$ e $\Sigma I'_{OUT}$ SONO CORRENTI DI SPOSTAMENTO

CORRENTE DIPENDENTE DAL TEMPO (CONDENSATORE)



LA CORRENTE DI SPOSTAMENTO È UGUALE ALLA CORRENTE ELETTRICA ENTRANTE

$f - IR - \frac{Q}{C} = 0$

$f - I_0 R = 0$

$f - \frac{Q_0}{C} = 0$

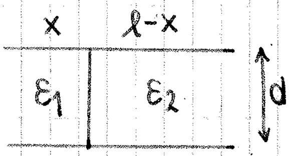
$\longrightarrow R + \frac{I}{C} = 0$

CILINDRI IN PARALLELO

$$C_1 = \frac{\alpha}{2\pi}\,\varepsilon_1 \frac{\ell}{2 \ln \frac{r_2}{r_1}} \qquad C_2 = \frac{2\pi-\alpha}{2\pi}\,\varepsilon_2 \frac{\ell}{2 \ln \frac{r_3}{r_1}} \qquad C = C_1 + C_2 = \frac{\ell}{4\pi \ln \frac{r_2}{r_1}} \left(\alpha\varepsilon_1 + (2\pi-\alpha)\varepsilon_2\right)$$

ℓ = LUNGHEZZA DEL CONDENSATORE

PIANI IN PARALLELO



$$C_1 = \frac{\varepsilon_1}{4\pi}\frac{x}{\ell}\frac{S}{d} \qquad C_2 = \frac{\varepsilon_2}{4\pi}\frac{\ell-x}{\ell}\frac{S}{d} \qquad C_{TOT} = C_1 + C_2 = \frac{S}{4\pi d}\left(\varepsilon_1 \frac{x}{\ell} + \varepsilon_2 \frac{\ell-x}{\ell}\right)$$

MAGNETOSTATICA

$\longrightarrow$ TEORIA DEI CAMPI MAGNETICI COSTANTI E NON DOVUTI A CORRENTI ELETTRICHE MA A CALAMITE.

IL CAMPO MAGNETICO H DERIVA DA UN POTENZIALE MAGNETICO F

$H = -\mathrm{GRAD}\, F$

$\begin{cases} \rho = 0 \\ \sigma = 0 \end{cases}$ $\longrightarrow$ PASSAGGIO DALL'ELETTROSTATICA ALLA MAGNETOSTICA

PER CAMPO MAGNETICO NEL VUOTO $\longrightarrow$ $\mathrm{DIV}\, H = 0$

IN MAGNETOSTATICA AVVIENE IL FENOMENO ANALOGO ALLA POLARIZZAZIONE DEI DIELETTRICI. SI TRATTA DELLA MAGNETIZZAZIONE: IL FENOMENO CONSISTE IN UNA MODIFICAZIONE PER LA QUALE OGNI ELEMENTO DI VOLUME dS SI COMPORTA COME UN DIPOLO MAGNETICO.

$\longrightarrow$ $\rho^* = -\mathrm{DIV}\, F$ DENSITA' SPAZIALE DI CARICA

$\rho_\sigma^* = F_n$ DENSITA' SUPERFICIALE DI CARICA

$B = H + 4\pi F$ INDUZIONE MAGNETICA

$\mathrm{DIV}\, B = 0$

IL FENOMENO DELLA POLARIZZAZIONE MAGNETICA DIFFERISCE DA QUELLA ELETTRICA PER UNA MAGGIORE VARIETA' DI COMPORTAMENTO DELLE VARIE SOSTANZE.

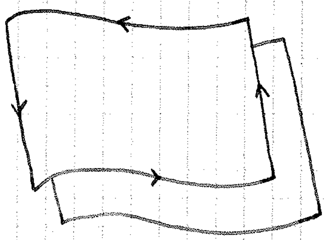
1. SOSTANZE PARAMAGNETICHE

$F = \chi H$ (χ = SUSCETTIVITA' MAGNETICA) $\chi > 0$

$B = \mu H$

$\mu = 1 + 4\pi\chi$ $\longrightarrow$ PERMEABILITA' MAGNETICA (ES: ALLUMINIO, PLATINO...)

b)



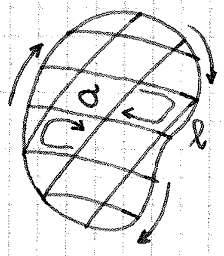
SI HANNO DUE O PIU' CIRCUITI PERCORSI DA CORRENTE. IN OGNI PUNTO, IL CAMPO MAGNETICO PRODOTTO DA TUTTE LE CORRENTI È LA SOMMA VETTORIALE DI QUELLI CHE SAREBBERO PRODOTTI DA CIASUNA SEPARATAMENTE. (COND NEL VUOTO)

SE INVECE IL CONDUTTORE SI TROVA IN UN MEZZO DI PERMEABILITÀ μ, OMOGENEO ED ESTESO A TUTTA LA REGIONE DOVE È SENSIBILE IL CAMPO, SI DIMOSTRA CHE IL CAMPO MAGNETICO GENERATO DALLA CORRENTE È INDIPENDENTE DALLA PERMEABILITÀ DEL MEZZO.

PER LE CONDIZIONI SCRITTE SOPRA, INVECE, IL CAMPO GENERATO DA UN MAGNETE È INVERSAMENTE PROPORZIONALE A μ $\longrightarrow$ ALLORA IL MAGNETE EQUIVALENTE ALLA CORRENTE DOVRÀ ESSERE PRESO μ VOLTE MAGGIORE CHE NEL VUOTO: $M = \frac{\mu}{c} I\sigma$

PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

SI DEDUCE L'ESPRESSIONE DEL CAMPO PRODOTTO DA UNA CORRENTE COSTANTE PERCORRENTE UNA SPIRA ℓ.



AGLI EFFETTI DEL CAMPO MAGNETICO PRODOTTO, LA CORRENTE I PERCORRENTE ℓ PUÒ ESSERE SOSTITUITA DA UN SISTEMA DI CORRENTI DI INTENSITÀ I PERCORRENTI LE SINGOLE MAGLIE. OGNUNA DI QUESTE CORRENTI PRODUCE, NEI PUNTI NON IMMEDIATAMENTE VICINI AD ESSA, LO STESSO CAMPO DI UN DIPOLO, NORMALE A σ, DI MOMENTO $dm = \frac{\mu}{c} I d\sigma$

L'INSIEME DI QUESTI DIPOLI, QUANDO SI PENSI LA RETE INFINITAMENTE FITTA, COSTITUISCE UN DOPPIO STRATO MAGNETICO UNIFORME DI POTENZA $M = \frac{\mu}{c} I$

PRINCIPIO DI EQUIVALENZA (AMPERE)

LA CORRENTE I CHE PERCORRE LA SPIRA ℓ EQUIVALE, AGLI EFFETTI DEL CAMPO MAGNETICO, AD UNA LAMINA MAGNETICA AVENTE PER CONTORNO LA LINEA ℓ, AVENTE LA FACCIA POSITIVA DALLA PARTE LEGATA AL VERSO DELLA CORRENTE ED AVENTE POTENZA UNIFORME.

$$U = -M \int H n dS = -\frac{\mu}{c} I \int H n dS = -\frac{I}{c} \int B n dS$$

$$\int_D \mathrm{DIV}\, v\, dv = \int_{\partial D} vn\, dS \longrightarrow v = \varphi i \qquad \mathrm{DIV}\, v = \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

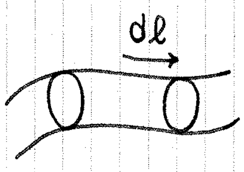
$$\int_D \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \int_{\partial D} \varphi i\, n\, dS = \int_{\partial D} \varphi n_x\, dS \longrightarrow \mathrm{ROT}(\varphi v) = \varphi\, \mathrm{ROT}\, v + \mathrm{GRAD}\, \varphi \times v$$

$$H = \frac{1}{c}\int_D \left(\mathrm{ROT}\left(\frac{J}{x}\right) - \frac{1}{c}\,\mathrm{GRAD}\,\frac{1}{r} \times J\right) dv \longrightarrow \int\left[\frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{1}{r}J_z\right) - \frac{\partial}{\partial \varepsilon}\left(\frac{1}{r}J_y\right)\right] dv$$

$$\int_{\partial D}\left(\frac{J_z n_\eta}{r} + \frac{J_y n_\varepsilon}{r}\right) dS = 0$$

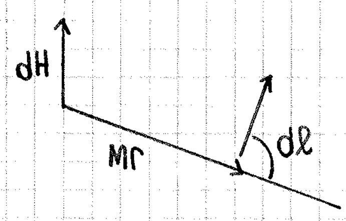
$$H = -\frac{1}{c}\int \mathrm{GRAD}\,\frac{1}{r} \times J\, dv$$

$$\mathrm{GRAD}\,\frac{1}{r} = -\frac{1}{r^2}\,\partial r \backslash \partial \bar{r} = -\frac{1}{r^2}\frac{r}{\bar{r}} = -\frac{1}{r^3}\bar{r}$$



$$\bar{J} S\, d\ell = I\, d\bar{\ell}$$

$$H = \frac{1}{c}\int \frac{r}{r^3} \times J\, dv = \frac{I}{c}\int \frac{r \times d\ell}{r^3}$$



$$dH = \frac{I}{c}\,\frac{d\ell\, \mathrm{SEN}\,\theta}{r^2}$$

1° LEGGE DI LAPLACE

INDUZIONE ELETTROMAGNETICA

FENOMENO SCOPERTO DA FARADAY: SE UNA SPIRA CONDUTTRICE SI TROVA IN UN CAMPO MAGNETICO VARIABILE, OPPURE SI MUOVE O SI DEFORMA IN UN CAMPO MAGNETICO, NASCE IN ESSA UNA CORRENTE INDOTTA. $\longrightarrow$ LA LEGGE QUANTITATIVA SI DEDUCE DALLE PRECEDENTI LEGGI ELETTROMAGNETICHE E DAL PRINCIPIO DELLA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA.

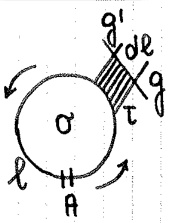
SI CONSIDERA UNA SPIRA DI RESISTENZA R IN PRESENZA DI UN MAGNETE IN MOVIMENTO; Φ AUMENTA NEL TEMPO ; I È L'INTENSITÀ DELLA CORRENTE INDOTTA ED È COSTANTE.

QUESTA CORRENTE CREA A SUA VOLTA UN CAMPO MAGNETICO CHE AGISCE SUL MAGNETE, COSÌ CHE PER MANTENERLO IN MOVIMENTO OCCORRE COMPIERE LAVORO. NELLA SPIRA SI SVILUPPA CALORE PER EFFETTO JOULE.

$$\frac{c}{dt} = RI^2 dt \qquad \frac{L}{dt} = -\frac{I\, d\Phi}{c} \longrightarrow \begin{cases} I = -\dfrac{1}{RC}\dfrac{d\Phi}{dt} \\ IR = E \quad \text{OHM} \end{cases} \longrightarrow \boxed{E = -\frac{1}{c}\frac{d\Phi}{dt}}$$

LEGGE DI NEUMANN

$\longrightarrow$ LA VARIAZIONE DEL FLUSSO DI INDUZIONE CONCATENATO ALLA SPIRA CREA IN QUESTA UNA FORZ ELETTROMOTRICE DATA DALLA LEGGE DI NEUMANN (VALIDITÀ GENERALE).



SI SUPPONE CHE UN ELEMENTO INFINITESIMO DELLA SPIRA, dl, SIA MOBILE E SI SUPPONE DI DARGLI UNA TRASLAZIONE INFINITESIMA τ.

$dU_0 = -\tau \times df$ $\qquad dU_0 = -\frac{I d\Phi}{c}$ FLUSSO DI INDUZIONE ATTRAVERSO L'ELEMENTO $d\sigma$

$dU_0 = -\frac{I}{c} B \times n d\sigma$ $\quad n \rightarrow$ NORMALE A σ

$\tau \wedge dl = n d\sigma \longrightarrow dU_0 = -\frac{I}{c} B \times \tau \wedge dl = \frac{I}{c} B \times dl \wedge \tau = \frac{I}{c} B \wedge dl \times \tau$

$$\begin{cases} dU_0 = -\tau \times df \\ dU_0 = \frac{I}{c} B \wedge dl \times \tau \end{cases} \longrightarrow \boxed{df = -\frac{I}{c} B \wedge dl}$$ SECONDA LEGGE DI LAPLACE

ESSA ESPRIME CHE LA FORZA df ESERCITATA DA UN CAMPO MAGNETICO H SU UN ELEMENTO LINEARE dl DI CORRENTE È NORMALE AD H E dl, DIRETTA IN MODO CHE dl, H, df COSTITUISCANO, IN QUEST'ORDINE, UNA TERNA DESTRORSA, ED HA GRANDEZZA $\quad df = m \frac{I}{c} \, dl \, B \, \text{sen}\theta$

SE INVECE DI UN FILO LA CORRENTE PERCORRE UNO SPAZIO A TRE DIMENSIONI, SI PUÒ CONSIDERARE OGNI TUBETTO DI FLUSSO INFINITAMENTE SOTTILE DELLA DENSITÀ DI CORRENTE J COME UNA CORRENTE LINEARE, $\quad df = \frac{m}{c} J \wedge H dS$

FORZA DI LORENTZ

SI SUPPONE CHE UN CORPO CON DENSITÀ ELETTRICA ρ SI MUOVA CON VELOCITÀ v: IL FLUSSO DI CARICA ELETTRICA ATTRAVERSO UN ELEMENTO DI SUPERFICIE $d\sigma$ FISSO NELLO SPAZIO SI PUÒ CALCOLARE COME IL FLUSSO DI UN FLUIDO. LA CARICA IN MOTO EQUIVALE A UNA CORRENTE DI DENSITÀ $J = \rho v$.
QUESTE CORRENTI, DETTE DI CONVEZIONE, PRODUCONO GLI STESSI EFFETTI MAGNETICI DELLE CORRENTI DI CONDUZIONE E RISENTONO DAL CAMPO MAGNETICO GLI STESSI EFFETTI.
SI HA QUINDI CHE UN ELEMENTO DI VOLUME dS DEL CORPO IN MOVIMENTO SUBISCE UNA FORZA

$df = \frac{m}{c} v \wedge H \rho dS \longrightarrow$ FORZA DI LORENTZ

SE OLTRE AL CAMPO MAGNETICO H SI HA ANCHE UN CAMPO ELETTRICO E LA FORZA RISULTA

$$df = \left(E + \frac{m}{c} v \wedge H\right) \rho dS.$$

SE IL CORPO SI RIDUCE A UNA CARICA PUNTIFORME q, IN MOTO CON VELOCITÀ v, LA FORZA CHE AGISCE SU DI ESSO VALE $\quad f = q\left(E + \frac{m}{c} v \wedge H\right).$

$$\left.\begin{aligned} &4) \longrightarrow \text{ROT}\,\frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{\mu}{c}\,\text{ROT}\,\frac{\partial H}{\partial t} \\ &3) \longrightarrow \text{ROT ROT } H = \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial}{\partial t}\,\text{ROT } E \end{aligned}\right\} \quad \nabla^2 H = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \longrightarrow \boxed{\nabla^2 H = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}}$$

LE EQUAZIONI TROVATE EQUIVALGONO A TRE EQUAZIONI SCALARI. ESSE CI DICONO CHE IL CAMPO ELETTRICO E QUELLO MAGNETICO SI PROPAGANO PER ONDE CON VELOCITA' v PARI A $v = \dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$.
NEL VUOTO TALE VELOCITA' SI IDENTIFICA CON IL COEFFICIENTE ELETTROMAGNETICO c, E VALE, QUINDI, 300000 km/s. LA CONCORDANZA DI QUESTO NUMERO CON LA VELOCITA' DELLA LUCE MISURATA DA FIZEAU E FOUCAULT INDUSSE MAXWELL A RITENERE CHE LA LUCE FOSSE UN FENOMENO ELETTROMAGNETICO.

BILANCIO DI ENERGIA (GENERALE)

IL CAMPO ELETTROMAGNETICO POSSIEDE UN'ENERGIA CHE SI PUO' CONSIDERARE DISTRIBUITA NELLO SPAZIO CON DENSITA'

$$W = \frac{1}{8\pi}\left(\varepsilon E^2 + \mu H^2\right) \longrightarrow$$

SE NE VUOLE STABILIRE IL BILANCIO, TENENDO PRESENTE IL PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

$$-\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{1}{4\pi}\left(\varepsilon E\cdot\frac{\partial E}{\partial t} + \mu H\cdot\frac{\partial H}{\partial t}\right)$$

$$\varepsilon\frac{\partial E}{\partial t} = c\,\text{ROT } H - 4\pi J,\quad \mu\frac{\partial H}{\partial t} = -c\,\text{ROT } E \longrightarrow -\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{c}{4\pi}\left(H\times\text{ROT } E - E\times\text{ROT } H\right) + E\times J$$

PER DEFINIZIONE $\longrightarrow S = \dfrac{c}{4\pi} E\times H$ <u>VETTORE DI POYNTING</u>

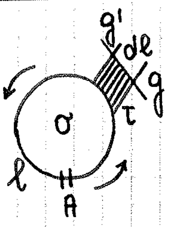
L'ESPRESSIONE PRECEDENTE RISULTA DUNQUE PARI A $-\dfrac{\partial W}{\partial t} = \text{DIV } S + EJ$ (FORMA COMPATTA)

$$-\frac{d}{dt}\int_D W\,dv = \int_{\partial D} S n\,d\sigma + \int_D EJ\,dv$$

DIMINUZIONE, PER UNITA' DI TEMPO, DELL'ENERGIA ELETTROMAGNETICA CONTENUTA IN S (SUPERFICIE)

L'ENERGIA ELETTROMAGNETICA CHE SCOMPARE DALLA SUPERFICIE NON VIENE TUTTA RITROVATA COME CALORE E LAVORO MECCANICO. UNA PARTE DEVE ESSERE CONSIDERATA COME USCITA DALLA SUPERFICIE σ SOTTO FORMA DI ENERGIA RAGGIANTE.

IL VETTORE DI POYNTING RAPPRESENTA DUNQUE, CON LA SUA DIREZIONE, LA DIREZIONE IN CUI SI PROPAGA L'ENERGIA, E CON LA SUA GRANDEZZA L'INTENSITA' ISTANTANEA DELL'ENERGIA RAGGIANTE.



SI SUPPONE CHE UN ELEMENTO INFINITESIMO DELLA SPIRA, $d\ell$, SIA MOBILE E SI SUPPONE DI DARGLI UNA TRASLAZIONE INFINITESIMA τ.

$$dU_0 = -\tau \times df \qquad dU_0 = -\frac{I d\phi}{c}$$

$d\phi$ → FLUSSO DI INDUZIONE ATTRAVERSO L'ELEMENTO $d\sigma$

$$dU_0 = -\frac{I}{c} B \times n d\sigma \qquad n \rightarrow \text{NORMALE A } \sigma$$

$$\tau \wedge d\ell = n d\sigma \longrightarrow dU_0 = -\frac{I}{c} B \times \tau \wedge d\ell = \frac{I}{c} B \times d\ell \wedge \tau = \frac{I}{c} B \wedge d\ell \times \tau$$

$$\begin{cases} dU_0 = -\tau \times df \\ dU_0 = \frac{I}{c} B \wedge d\ell \times \tau \end{cases} \longrightarrow \boxed{df = -\frac{I}{c} B \wedge d\ell}$$

SECONDA LEGGE DI LAPLACE

ESSA ESPRIME CHE LA FORZA df ESERCITATA DA UN CAMPO MAGNETICO H SU UN ELEMENTO LINEARE $d\ell$ DI CORRENTE È NORMALE AD H E $d\ell$, DIRETTA IN MODO CHE $d\ell$, H, df COSTITUISCANO, IN QUEST'ORDINE, UNA TERNA DESTRORSA, ED HA GRANDEZZA

$$df = \mu \frac{I}{c} d\ell \, B \, \text{sen}\,\theta$$

SE INVECE DI UN FILO LA CORRENTE PERCORRE UNO SPAZIO A TRE DIMENSIONI, SI PUÒ CONSIDERARE OGNI TUBETTO DI FLUSSO INFINITAMENTE SOTTILE DELLA DENSITÀ DI CORRENTE J COME UNA CORRENTE LINEARE.

$$df = \frac{\mu}{c} J \wedge H dS$$

FORZA DI LORENTZ

SI SUPPONE CHE UN CORPO CON DENSITÀ ELETTRICA ρ SI MUOVA CON VELOCITÀ v: IL FLUSSO DI CARICA ELETTRICA ATTRAVERSO UN ELEMENTO DI SUPERFICIE $d\sigma$ FISSO NELLO SPAZIO SI PUÒ CALCOLARE COME IL FLUSSO DI UN FLUIDO. LA CARICA IN MOTO EQUIVALE A UNA CORRENTE DI DENSITÀ $J = \rho v$.
QUESTE CORRENTI, DETTE DI CONVEZIONE, PRODUCONO GLI STESSI EFFETTI MAGNETICI DELLE CORRENTI DI CONDUZIONE E RISENTONO DAL CAMPO MAGNETICO GLI STESSI EFFETTI.
SI HA QUINDI CHE UN ELEMENTO DI VOLUME dS DEL CORPO IN MOVIMENTO SUBISCE UNA FORZA

$$df = \frac{\mu}{c} v \wedge H \rho dS \longrightarrow \text{FORZA DI LORENTZ}$$

SE OLTRE AL CAMPO MAGNETICO H SI HA ANCHE UN CAMPO ELETTRICO E LA FORZA RISULTA

$$df = \left(E + \frac{\mu}{c} v \wedge H \right) \rho dS.$$

SE IL CORPO SI RIDUCE A UNA CARICA PUNTIFORME q, IN MOTO CON VELOCITÀ v, LA FORZA CHE AGISCE SU DI ESSO VALE

$$f = q \left(E + \frac{\mu}{c} v \wedge H \right).$$

VETT DI POYNTING - DENSITÀ DI ENERGIA

1) $k \times H_0 = -\frac{\varepsilon}{c}\omega E_0$

$(k \times H_0) \times H_0 = -\frac{\varepsilon}{c}\omega E_0 \times H_0$

$H_0 \times (k \times H_0) = \frac{\varepsilon}{c}\omega E_0 \times H_0$

$k H_0^2 = \frac{\varepsilon}{c}\omega E_0 \times H_0 \longrightarrow$ RELAZIONE CHE LEGA IL VETTORE DI POYNTING CON IL QUADRATO DI H_0

2) $k \times E_0 = \omega \frac{\mu}{c} H_0$

$E_0 \times (k \times E_0) = \omega \frac{\mu}{c} E_0 \times H_0$

$k E_0^2 = \omega \frac{\mu}{c} E_0 \times H_0 \longrightarrow$ RELAZIONE CHE LEGA IL VETTORE DI POYNTING CON IL QUADRATO DI E_0

$$k\left(\mu H_0^2 + \varepsilon E_0^2\right) = \left(\frac{\varepsilon\mu}{c}\omega + \frac{\varepsilon\mu}{c}\omega\right) E_0 \times H_0 \longrightarrow k\left(\mu H_0^2 + \varepsilon E_0^2\right) = 2\frac{\varepsilon\mu}{c}\omega E_0 \times H_0$$

$$\frac{c}{4\pi}\cdot\frac{4\pi}{c}\frac{2\varepsilon\mu}{c}\omega E_0 \times H_0 = S \cdot 8\pi \frac{\varepsilon\mu}{c}\omega = 8\pi S \frac{\omega}{v^2}$$ $\longrightarrow$ RELAZIONE TRA POYNTING E DENSITÀ DI ENERGIA

$$S\frac{\omega}{v^2} = kW \longrightarrow S = k\frac{kv^2}{\omega}W = vW$$

$$\longrightarrow \boxed{S = vW}$$

POLARIZZAZIONE

$$E = (E_1 + iE_2)e^{i\varphi} = (E_1 + iE_2)(\cos\varphi + i\,\mathrm{sen}\,\varphi) = E_1\cos\varphi - E_2\,\mathrm{sen}\,\varphi + i(E_2\cos\varphi + E_1\,\mathrm{sen}\,\varphi)$$

$$\begin{cases} x = E_{1x}\cos\varphi - E_{2x}\,\mathrm{sen}\,\varphi \\ y = E_{1y}\cos\varphi - E_{2y}\,\mathrm{sen}\,\varphi \end{cases} \qquad D = \begin{vmatrix} E_{1x} & -E_{2x} \\ E_{1y} & -E_{2y} \end{vmatrix} = -E_{1x}E_{2y} + E_{1y}E_{2x}$$

$$\cos\varphi = \frac{1}{D}\begin{vmatrix} x & -E_{2x} \\ y & -E_{2y} \end{vmatrix} = \frac{-xE_{2y} + yE_{2x}}{D} \qquad \mathrm{sen}\,\varphi = \frac{1}{D}\begin{vmatrix} E_{1x} & x \\ E_{1y} & y \end{vmatrix} = \frac{E_{1x}y - E_{1y}x}{D}$$

$$\mathrm{sen}^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$$

$$(E_{1x}y - E_{1y}x)^2 + (E_{2x}y - E_{2y}x)^2 = D^2$$

$$x^2(E_{1y}^2 + E_{2y}^2) + y^2(E_{1x}^2 + E_{2x}^2) - 2xy(E_{1x}E_{1y} + E_{2x}E_{2y}) = D^2$$

POLARIZZAZIONE CIRCOLARE

POLARIZZAZIONE RETTILINEA

$\longrightarrow$ IN GENERALE È ELLITTICA

METODO 2

$$-\frac{\partial W}{\partial t} = \nabla \cdot S + \gamma E^2$$ EQUAZIONE DIFFERENZIALE PER IL BILANCIO DI ENERGIA IN CONDIZIONI GENERALI

$$W = \frac{1}{8\pi}\left(\varepsilon E^2 + \mu H^2\right) = \frac{1}{8\pi}\left(\varepsilon E_0^2 + \mu H_0^2\right) \exp\left[2i\left(k \cdot r - \omega t\right)\right]$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{i\omega}{4\pi}\left(\varepsilon E_0^2 + \mu H_0^2\right) \exp[\dots]$$

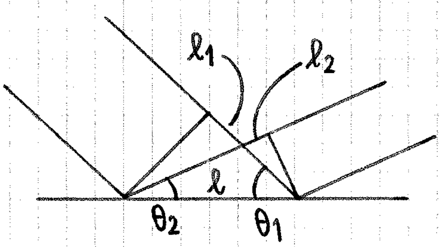
$$S = \frac{c}{4\pi} E \times H = \frac{c}{4\pi} E_0 \times H_0 \exp[\dots] \longrightarrow \nabla \cdot S = \frac{c}{2\pi} ik \cdot \left(E_0 \times H_0\right) \exp[\dots]$$

$$\frac{i\omega}{4\pi}\left(\varepsilon E_0^2 + \mu H_0^2\right) = \frac{ic}{2\pi} k\left(E_0 \times H_0\right) + \gamma E_0^2$$

$$\omega\left(\varepsilon E_0^2 + \mu H_0^2\right) = 2ck\left(E_0 \times H_0\right) - 4\pi i \gamma E_0^2$$ → IL RISULTATO È EQUIVALENTE A QUELLO OTTENUTO CON METODO 1 MA SONO STATI USATI APPROCCI DIVERSI

HUYGENS

1) RIFLESSIONE



CONSIDERO I DUE TRIANGOLI

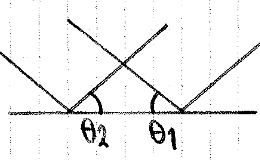
$\ell_1 = \ell \,\text{sen}\,\theta_1 \qquad \ell_2 = \ell \,\text{sen}\,\theta_2$

$\ell_1 = \frac{ct}{n} \qquad \ell_2 = \frac{ct}{n}$ $\qquad t$ = TEMPO IMPIEGATO DALL'ONDA A PERCORRERE ℓ_1 E ℓ_2

c/n = VELOCITÀ

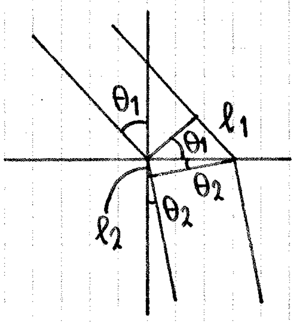
$$\frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{\text{sen}\,\theta_1}{\text{sen}\,\theta_2} = 1 \qquad \theta_1 = \theta_2$$

→ ANGOLO DI INCIDENZA = ANGOLO DI RIFLESSIONE



CASO REALE

2) RIFRAZIONE



$n_1 = \frac{c}{v_1} \qquad n_2 = \frac{c}{v_2} \qquad \ell_1 = \ell \,\text{sen}\,\theta_1 \qquad \ell_2 = \ell \,\text{sen}\,\theta_2$

$\ell_1 = \frac{ct}{n_1} \qquad \ell_2 = \frac{ct}{n_2}$

$$\frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{n_2}{n_1} \qquad \frac{\text{sen}\,\theta_1}{\text{sen}\,\theta_2} = \frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

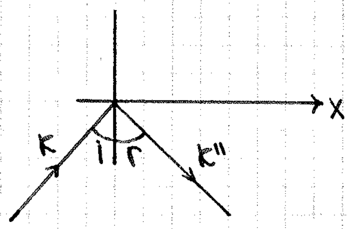
$(k-k'')\cdot r = 0 \quad \forall r \quad z=0 \longrightarrow k-k'' \perp r, \quad k-k'' = an \longrightarrow k'' = k-an$

$(k-k')\cdot r = 0 \quad \forall r \quad z=0 \longrightarrow k-k' \perp r, \quad k-k' = bn \longrightarrow k' = k-bn$

SNELL

METODO RIGOROSO

① RIFLESSIONE



$k\cdot r = k''\cdot r$

$$k = \begin{vmatrix} k\,\text{sen}\,i \\ 0 \\ k\cos i \end{vmatrix} \qquad r = \begin{vmatrix} r\cos\varphi \\ r\,\text{sen}\,\varphi \\ 0 \end{vmatrix}$$

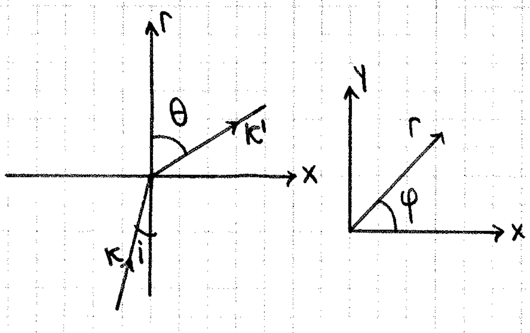
$k\cdot r = kr\,\text{sen}\,i\cos\varphi$

$k\cdot r = kr\,\text{sen}\,r\cos\varphi$ $\longrightarrow \text{sen}\,i = \text{sen}\,r$

INCIDENZA

RIFLESSIONE

② RIFRAZIONE



$k\cdot r = k'\cdot r$

$$k = \begin{vmatrix} k\,\text{sen}\,i \\ 0 \\ k\cos i \end{vmatrix} \qquad r = \begin{vmatrix} r\cos\varphi \\ r\,\text{sen}\,\varphi \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} k\cdot r = kr\,\text{sen}\,i\cos\varphi \\ k'\cdot r = k'r\,\text{sen}\,\theta\cos\varphi \end{cases} \longrightarrow k\,\text{sen}\,i = k'\,\text{sen}\,\theta$$

ONDE SFERICHE

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial f}{\partial r}\right) = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \longrightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{r}{r}\frac{\partial f}{\partial r} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \longrightarrow \frac{1}{r}\left(rf'' + 2f'\right) = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

$$(rf)'' = rf'' + 2f' \longrightarrow (rf)'' = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}(rf)$$

$$\psi'' = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} \quad \text{CON } \psi = rf$$

$\psi(r,t) = g(r-vt)$ ONDA PROGRESSIVA +(ONDA REGRESSIVA)

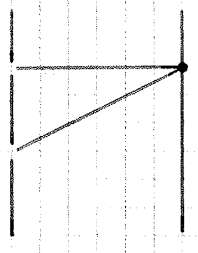
L'ONDA REGRESSIVA NON HA SIGNIFICATO FISICO E QUINDI NON SI SCRIVE

$$f(r,t) = \frac{g(r-vt)}{r^2}$$

→ SOLUZIONE DELL'EQUAZIONE DELLE ONDE. IL FLUSSO DI ENERGIA È QUADRATICO RISPETTO ALLA f E QUINDI SI VEDE CHE L'ONDA È INVERSAMENTE PROPORZIONALE AL QUADRATO DELLA DISTANZA.

- PER $A_1 = A_2 = A$ $\quad$ $\max \langle S \rangle = \dfrac{c^2}{16\pi^2} \dfrac{\varepsilon}{\mu} \psi A^2 = 2 \left(\dfrac{A^2 c^2}{16\pi^2 \frac{\mu}{\varepsilon}} + \dfrac{A^2 c^2}{16\pi^2 \frac{\mu}{\varepsilon}} \right)$

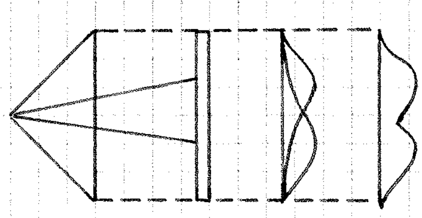
IL FENOMENO DELL'INTERFERENZA VIENE EVIDENZIATO DA UN ESPERIMENTO CHIAMATO "DELLE DUE FENDITURE" (YOUNG).



SPOSTANDO IL PUNTO TROVO PUNTI DI MASSIMO O DI MINIMO.

+ SCURA ⟶ + ENERGIA NELL'ISTANTE DI TEMPO

+ CHIARA ⟶ − ENERGIA NELL'ISTANTE DI TEMPO



YOUNG

⟶ IL FENOMENO EVIDENZIA L'INTERFERENZA

UN'ONDA ARMONICA PIANA, PASSANDO ATTRAVERSO DUE FENDITURE, DÀ LUOGO AL FENOMENO DELLA DIFFRAZIONE PER VIA DELL'INTERFERENZA (ALTERNARSI DI ZONE CHIARE E SCURE).

POTENZIALI ELETTROMAGNETICI

$$H = \frac{1}{\mu} \operatorname{ROT} U$$

$$\operatorname{ROT} E = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{ROT} U \longrightarrow \text{POTENZIALE VETTORE} \quad \text{(MAXWELL)}$$

$$E + \frac{1}{c}\frac{\partial U}{\partial t} = -\operatorname{GRAD} V \longrightarrow E = -\operatorname{GRAD} V - \frac{1}{c}\frac{\partial U}{\partial t} \quad (*)$$

$$V \longrightarrow V - \frac{1}{c}\frac{\partial \varphi}{\partial t} \qquad U \longrightarrow U + \operatorname{GRAD}\varphi$$

POTENZIALE SCALARE

$$E = -\operatorname{GRAD} V + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\cancel{\partial t}} \cancel{\operatorname{GRAD}} \varphi - \frac{1}{c}\frac{\partial U}{\partial t} - \frac{1}{c}\frac{\partial}{\cancel{\partial t}} \cancel{\operatorname{GRAD}} \varphi$$

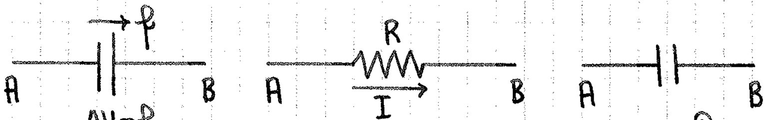
$$\operatorname{ROT} H = \frac{1}{\mu} \underbrace{\operatorname{GRAD} \operatorname{DIV} U - \nabla^2 U}_{\operatorname{ROT}\operatorname{ROT} U}$$

$$\text{MAXWELL } E\ (*) \longrightarrow \frac{4\pi}{c} J + \frac{\varepsilon}{c}\left(-\operatorname{GRAD} \frac{\partial V}{\partial t} - \frac{1}{c}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \right)$$

$$\operatorname{GRAD}\left(\frac{1}{\mu} \operatorname{DIV} U + \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial V}{\partial t} \right) = \frac{4\pi}{c} J + \nabla^2 U - \frac{\varepsilon}{c^2}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \quad (**)$$

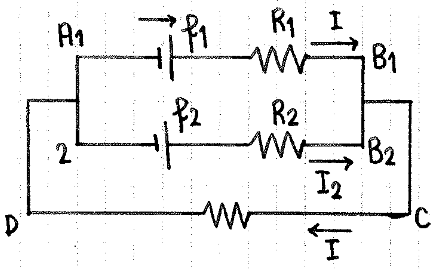
CIRCUITI

KIRCHHOFF ⟶ CONSERVAZIONE DELLA CARICA



$\Delta V = \mathcal{E}$ $\quad \Delta V = -IR$ $\quad \Delta V = -\dfrac{Q}{C}$

ESERCIZIO 1



$$\begin{cases} \mathcal{E}_1 - I_1 r_1 - IR = 0 & (A_1B_1CD) \\ \mathcal{E}_2 - I_2 r_2 - IR = 0 & (A_2B_2CD) \\ I = I_1 + I_2 \end{cases}$$

$$\mathcal{E}_1 = I_1(r_1+R) + I_2R$$

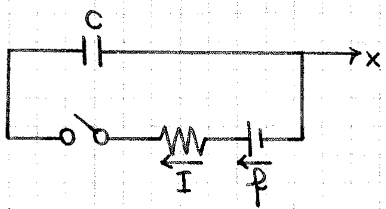
$$\mathcal{E}_2 = I_1R + I_2(r_2+R)$$

$$D = (r_1+R)(r_2+R) - R^2 = r_1r_2 + R(r_1+r_2)$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} \mathcal{E}_1 & R \\ \mathcal{E}_2 & r_2+R \end{vmatrix} \longrightarrow \mathcal{E}_1(r_2+R) - \mathcal{E}_2R \qquad D_2 = \begin{vmatrix} r_1+R & \mathcal{E}_1 \\ R & \mathcal{E}_2 \end{vmatrix} \longrightarrow (r_1+R)\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1R$$

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}_1(r_2+R) - \mathcal{E}_2R}{r_1r_2 + R(r_1+r_2)} = \frac{D_1}{D} \qquad I_2 = \frac{(r_1+R)\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1R}{r_1r_2 + R(r_1+r_2)} = \frac{D_2}{D}$$

ESERCIZIO 2



$$\mathcal{E} - IR - Q/C = 0$$

$$\mathcal{E} - I_0R = 0$$

$$I'R + I/C = 0$$

$$I = I_0 e^{-t/\tau} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/\tau}$$ EQ DIFF A VARIABILI SEPARABILI

$\tau = RC$

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

$$E_x = \frac{E_{x_0}}{\varepsilon} = \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon}$$ $D_x = 4\pi\sigma$ SPOSTAMENTO ELETTRICO

CAMPO ELETTRICO

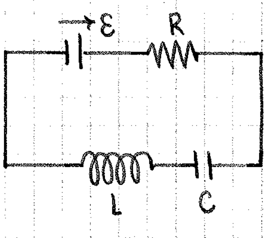
$$\frac{dD_x}{dt} = 4\pi \frac{d\sigma}{dt} = \frac{4\pi}{S}\frac{dQ}{dt} = 4\pi \frac{I}{S}$$ CORRENTE DI SPOSTAMENTO

$$\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{dD_x}{dt} \cdot S = I$$ CORRENTE ELETTRICA ENTRANTE

DENSITÀ DI CARICA

INDUTTANZA

ESERCIZIO 6



$$\varepsilon - RI - \frac{Q}{C} - LI' = 0 \qquad \varepsilon' = RI' + \frac{I}{C} + LI''$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \cos \Omega t + \varepsilon_2 \operatorname{sen} \omega t$$

$$\varepsilon' = -\varepsilon_1 \Omega \operatorname{sen} \Omega t + \varepsilon_2 \Omega \cos \Omega t$$

$$I = I_1 \cos \Omega t + I_2 \operatorname{sen} \Omega t$$

$$I' = -I_1 \Omega \operatorname{sen} \Omega t - I_2 \Omega \cos \Omega t$$

$$I'' = -\Omega^2 I_1 \cos \Omega t - I_2 \Omega^2 \operatorname{sen} \Omega t - \varepsilon_1 \Omega \operatorname{sen} \Omega t + \varepsilon_2 \Omega \cos \Omega t =$$

$$= R(-I_1 \Omega \operatorname{sen} \Omega t + I_2 \Omega \cos \Omega t) + 1/C\,(I_1 \cos \Omega t + I_2 \operatorname{sen} \Omega t) + L(-\Omega^2 I_1 \cos \omega t - \Omega^2 I_2 \operatorname{sen} \omega t)$$

$$-\varepsilon_1 \Omega = -R I_1 \Omega + 1/C\, I_2 - \Omega^2 L I_2 + \varepsilon_2 \Omega = R I_2 \Omega + 1/C\, I_1 - \Omega^2 L I_1$$

$$\begin{bmatrix} -R\Omega & -\Omega^2 L + \frac{1}{C} \\ -\Omega^2 L + \frac{1}{C} & R\Omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix}$$

$$D = -R^2\Omega^2 - \left(\frac{1}{C} - \Omega^2 L\right)^2$$

$$I_1 = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} -\varepsilon_1 & -\Omega^2 L + 1/C \\ \varepsilon_2 & R\Omega \end{vmatrix} = -\frac{1}{D}\left[+\varepsilon_1 R\Omega + \varepsilon_2 \left(-\Omega^2 L + \frac{1}{C}\right)\right]$$

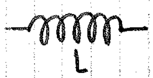
$$I_2 = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} -\Omega R & -\varepsilon_1 \\ -\Omega^2 L + 1/C & \varepsilon_2 \end{vmatrix} = -\frac{1}{D}\left[\Omega \varepsilon_2 R + \varepsilon_1 \left(-\Omega^2 L + \frac{1}{C}\right)\right]$$

POTENZIALE

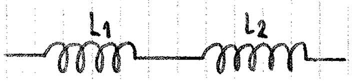
$$\Delta V = -\frac{1}{C}\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

$d\Phi \to$ FLUSSO DI INDUZIONE MAGNETICA

SALTO DI POTENZIALE



IN SERIE

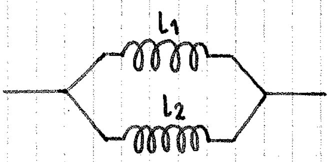


$$\Phi_1 = L_1 I \qquad \Phi_2 = L_2 I$$

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = L_1 I + L_2 I = I(L_1 + L_2)$$

$$L = L_1 + L_2$$

IN PARALLELO



$$\Delta V = -L_1 I_1' \qquad \Delta V = -L_2 I_2'$$

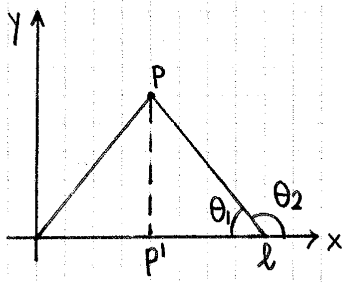
$$I_1' = -\frac{\Delta V}{L_1} \qquad I_2' = -\frac{\Delta V}{L_2}$$

$\Delta V = -L(I_1' + I_2')$ SALTO DI POTENZIALE

$$= L\left(\frac{\Delta V}{L_1} + \frac{\Delta V}{L_2}\right) \qquad L = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}}$$

GAUSS E DISTRIBUZIONE DI CARICA

ESERCIZIO 1



$$dx = \frac{b}{\operatorname{sen}^2\theta}\, d\theta \qquad dE = \frac{2k\sigma\, dx}{2}$$

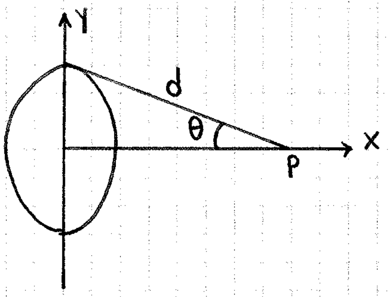
$$dE_y = \frac{2k\sigma \operatorname{sen}\theta\, dx}{2} \qquad E_y = \int_{\theta_1}^{\theta_2} k\sigma \operatorname{sen}\theta\, dx$$

$$\theta_1 + \theta_2 = \pi$$

$$\theta_2 = \pi - \theta_1 \qquad E_y = 2k\sigma(\theta_2 - \theta_1) = 2k\sigma(\pi - 2\theta_1)$$

$$\lim_{\ell \to \infty} E_y = 2k\sigma\pi$$

ESERCIZIO 2



$$dE = \frac{k\,dq}{r^2 + x^2}$$

$$dE_x = dE\cos\theta = \frac{k\,dq}{r^2+x^2}\cos\theta = \frac{k\,dq}{r^2+x^2}\,\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

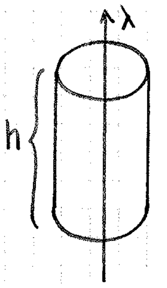
$$E_x = kq\,\frac{x}{(x^2+r^2)^{3/2}} \qquad d = \sqrt{r^2+x^2} \qquad d\cos\theta = x$$

$$dE_x = k\,dq\,\frac{x}{(x^2+r^2)^{3/2}} = x\sigma \cdot 2\pi r\, dr\, \frac{x}{(r^2+x^2)^{3/2}}$$

$$E_x = 2\pi\sigma x \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{(x^2+r^2)^{3/2}} = -2\pi\sigma\left[\frac{1}{(R_1^2+x^2)^{1/2}} - \frac{1}{(R_2^2+x^2)^{1/2}}\right]$$

CAMPO ELETTRICO DI UNA SFERA CAVA DA R_1 A R_2

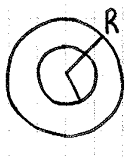
ESERCIZIO 3



APPLICAZIONE DEL TEOREMA DI GAUSS

$$2\pi 2\cancel{h} \cdot E = \lambda \cancel{h} \longrightarrow E = \frac{\lambda}{4\pi} \qquad \phi = 4\pi e$$

ESERCIZIO 5

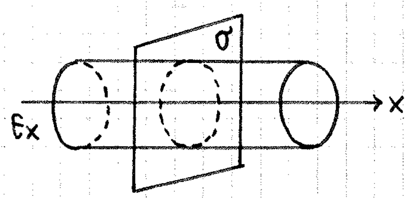


$$\phi = 4\pi e$$

$$\cancel{4\pi r^2} E_x = \cancel{4\pi}\frac{4\pi}{3} r^{\cancel{3}} \rho$$

$$E_x = \frac{4\pi}{3} r\rho$$

ESERCIZIO 4



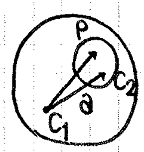
$$\phi = 4\pi e$$

$$\cancel{\pi r^2} E_x + \cancel{\pi r^2} E_x = 4\pi \cdot \cancel{\pi r^2} \cdot \sigma$$

$$2E_x = 4\pi\sigma$$

$$E_x = 2\pi\sigma$$

ESERCIZIO 6

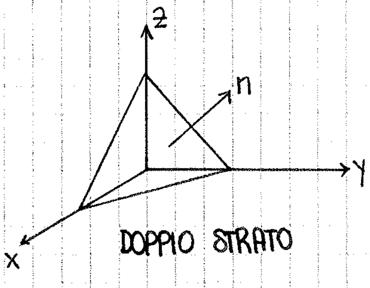


CAVITA' ECCENTRICA (SFERA)

$$E = \frac{4\pi}{3}\rho C_1P - \frac{4\pi}{3}\rho C_2P = \frac{4\pi}{3}\rho\,(C_1P - C_2P) =$$

$$= \frac{4\pi}{3}\rho C_1C_2$$

ESERCIZIO 3

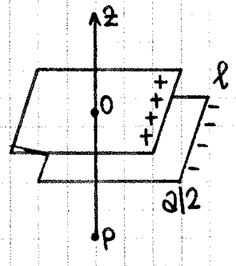


DOPPIO STRATO

$$V = -\mathcal{M}\omega = -\mathcal{M}\frac{4\pi}{8} = -\mathcal{M}\frac{\pi}{2}$$

$\mathcal{M}$ → DENSITÀ DI DISTRIBUZIONE DEL DIPOLO

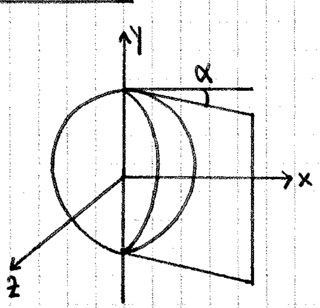
ESERCIZIO 4



$$V = \mathcal{M}\omega$$

$$\omega = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

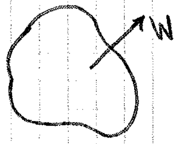
ESERCIZIO 5



$$V = -\mathcal{M}\omega = -\mathcal{M}4\pi\frac{\alpha}{2\pi} = -2\mathcal{M}\alpha$$

ESERCIZIO 6 (CAPACITÀ - POISSON)

$Q = CW$



$$C = -\frac{1}{4\pi}\int\frac{dV}{dn}\,dS$$

$$\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dV}{dr}\right) = 0 \qquad \nabla^2 V = -4\pi\rho \quad \text{(POISSON)}$$

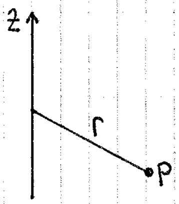
$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dV}{dr}\right) = 0 \qquad E = -\text{GRAD}\,V \qquad r^2\frac{dV}{dr} = -b$$

$$\frac{b}{R} = 1 \qquad b = R \longrightarrow \frac{dV_r}{dr} = -\frac{b}{r^2} \longrightarrow V_r = \frac{b}{r} + \cancel{a}$$

$$C = -\frac{1}{4\pi}\int\frac{dV_0}{dn}\,dS \qquad V = WV_2 \qquad C = -\frac{1}{4\pi}\left(-\frac{R}{R^2}\cdot 4\pi R^2\right) = R$$

→ LA CAPACITÀ DI UNA SFERA È UGUALE AL SUO RAGGIO

ESERCIZIO 7



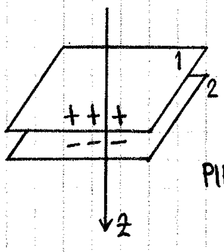
$$\nabla^2 V = -4\pi\rho$$

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \qquad r^2 = x^2 + y^2 \qquad 2r\frac{\partial r}{\partial x} = 2r \qquad \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{df}{dr}\frac{\partial r}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\frac{x}{r}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{x}{r}\right)\frac{\partial f}{\partial r} + \frac{x}{r}\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial f}{\partial r} =$$

$$= \frac{\partial f}{\partial r}\left(-\frac{x}{r^2}\frac{dr}{dx}\right) + \frac{x}{r}\left(\frac{\partial^2 f}{\partial r^2}\frac{x}{r}\right)$$

ESERCIZIO 10



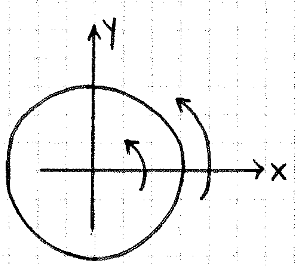
PIANO CARICO

$$E = 2\pi\sigma + 2\pi\sigma = 4\pi\sigma \qquad \frac{dV}{dr} = -4\pi\sigma \qquad V_{01} - V_{02} = 4\pi\sigma d$$

$$V_{01} - V_{02} = \int_{z_2}^{z_1} \frac{dV}{dz}\, dz = -4\pi\sigma (z_1 - z_2) = 4\pi\sigma d = 4\pi \left(\frac{q}{S}\right) d$$

$$C = \frac{1}{4\pi}\frac{S}{d}$$

ESERCIZIO 11



1) $r > R$

$\bar{J} = Jr$

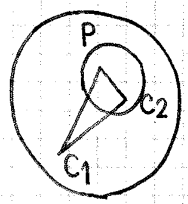
$$H 2\pi r = 4\pi \frac{I}{c} \longrightarrow H = \frac{2I}{cr}$$

2) $H\cancel{2\pi r} = \cancel{4\pi}^{2} J\pi r^{\cancel{2}}$

$$H = \frac{2\pi J r}{c} \qquad \bar{H} = \frac{2\pi}{c}\, \bar{J} \times \bar{r}$$

ESERCIZIO 12

CILINDRO INDEFINITO CON CAVITA' CILINDRICA

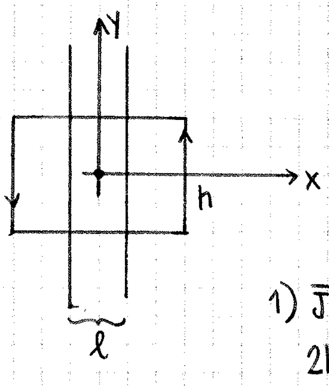


$$H = \frac{2}{c} J \times C_1P - \frac{2}{c} J \times C_2P = \frac{2}{c} J \times (C_1P - C_2P) = \frac{2}{c} J \times (C_1P + C_2P) =$$

$$= \frac{2}{c}\, \bar{J} \times C_1C_2$$

ESERCIZIO 13

STRATO COMPRESO TRA $x = \ell/2$ E $x = -\ell/2$ PERCORSO DA DENSITA' DI CORRENTE J LUNGO z



1) $x > \frac{\ell}{2} \quad x < -\frac{\ell}{2}$

2) $x < \frac{\ell}{2} \quad x > -\frac{\ell}{2}$

1) $\bar{J} = J\bar{w}$

$$2H_y h = h\ell J \rightarrow H_y = \frac{\ell J}{2} \qquad x > \frac{\ell}{2}$$

$$\text{ALL'ESTERNO} \longrightarrow H_y = -\frac{\ell J}{2} \qquad x < -\frac{\ell}{2}$$

2) $2H_y\cancel{h} = \cancel{h}\cancel{2}xJ$

$H_y = xJ \qquad x < \ell/2$

$H_y = -xJ \qquad x > -\ell/2$

J = CORRENTE

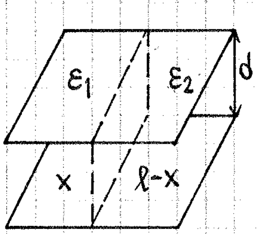
$H_y =$ ALL'INTERNO È LINEARE COSTANTE
ALL'ESTERNO È NEGATIVO COSTANTE

ESERCIZIO 4

CILINDRI IN SERIE

$$C_1 = \frac{\ell}{2\ln\frac{r_2}{r_1}}\varepsilon_1 \qquad C_2 = \frac{\ell}{2\ln\frac{r_3}{r_2}}\varepsilon_2 \longrightarrow \frac{1}{C} = \frac{2}{\ell}\left(\frac{\ln r_2/r_1}{\varepsilon_1} + \frac{\ln r_3/r_2}{\varepsilon_2}\right)$$

ESERCIZIO 5

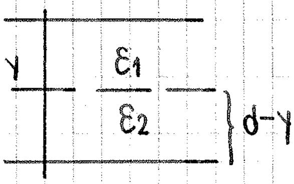


$$C_1 = \frac{S}{4\pi d}\frac{x}{\ell}\varepsilon_1$$

$$C_2 = \frac{S}{4\pi d}\frac{\ell - x}{\ell}\varepsilon_2$$

$$\longrightarrow C = C_1 + C_2 = \frac{S}{4\pi d}\left(\varepsilon_1\frac{x}{\ell} + \varepsilon_2\frac{\ell - x}{\ell}\right)$$

ESERCIZIO 6

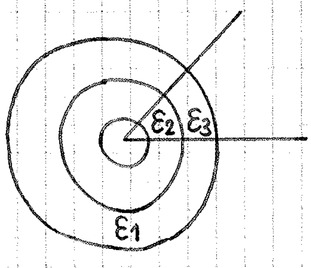


$$C_1 = \frac{S}{4\pi y}\varepsilon_1$$

$$C_2 = \frac{S}{4\pi(d-y)}\varepsilon_2$$

$$\longrightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{4\pi}{S}\left(\frac{y}{\varepsilon_1} + \frac{d-y}{\varepsilon_2}\right)$$

ESERCIZIO 7



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

C_1

$C = C_1 + C_{eq}$

APPLICO LE FORMULE

$$C_1 = \frac{r_1 r_3}{r_3 - r_1}\varepsilon_1\frac{2\pi - \alpha}{2\pi}$$

$$C_2 = \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}\varepsilon_2\frac{\alpha}{2\pi}$$

$$C_3 = \frac{r_2 r_3}{r_3 - r_2}\varepsilon_3\frac{\alpha}{2\pi}$$

ESERCIZIO 8

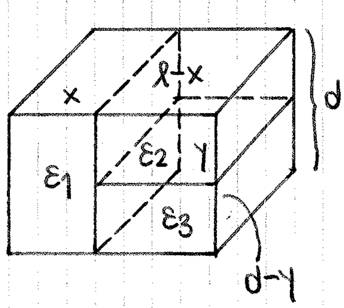
(CILINDRI COASSIALI)

$$C_1 = \frac{\ell}{2\ln\frac{r_3}{r_1}}\varepsilon_1\frac{2\pi - \alpha}{2\pi} \qquad C_2 = \frac{\ell}{2\ln\frac{r_2}{r_1}}\varepsilon_2\frac{\alpha}{2\pi} \qquad C_3 = \frac{\ell}{2\ln\frac{r_3}{r_2}}\varepsilon_3\frac{\alpha}{2\pi}$$

APPLICO LE FORMULE SCRITTE SOPRA E TROVO C_{eq} E C

ESERCIZIO 9

$$C_1 = \frac{S}{4\pi d}\varepsilon_1\frac{x}{\ell} \qquad C_2 = \frac{S}{4\pi y}\varepsilon_2\frac{\ell - x}{\ell} \qquad C_3 = \frac{S}{4\pi(d-y)}\varepsilon_3\frac{\ell - x}{\ell}$$



$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \qquad \frac{\sigma_1}{\varepsilon} = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_0} \longrightarrow \sigma_1 = \frac{\sigma_2 \varepsilon}{\varepsilon_0}$$

$$Q_1 + Q_2 = Q \qquad \sigma_1 A_1 + \sigma_2 A_2 = Q \longrightarrow Lx\sigma_1 + L(\ell - x)\sigma_2 = Q$$

Q_1 → PRIMA ARMATURA, Q_2 → SECONDA ARMATURA

$$Lx\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\sigma_2 + \sigma_2 L(\ell - x) = Q \longrightarrow \sigma_2 L\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}x + \ell - x\right) = Q \longrightarrow \sigma_2 = \frac{Q}{L}\frac{1}{\frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{\varepsilon_0}x + \ell}$$

$$\sigma_2 = \frac{Q}{L}\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 \ell + (\varepsilon - \varepsilon_0)x} \qquad \sigma_1 = \frac{Q}{L}\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0 \ell + (\varepsilon - \varepsilon_0)x}$$

3) $$E_1 = E_2 = \frac{Q}{L}\frac{1}{\varepsilon_0 \ell + (\varepsilon - \varepsilon_0)x}$$

4) $U(x) = U_1 V_1 + U_2 V_2$ (V_1 → VOLUME 1, V_2 → VOLUME 2)

$$= \frac{1}{2}\varepsilon E_1^2 V_1 + \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_2^2 V_2 = \frac{1}{2}E_2^2(\varepsilon V_1 + \varepsilon_0 V_2) =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{Q^2}{L^2}\frac{1}{(\varepsilon_0 \ell + (\varepsilon - \varepsilon_0)x)^2}(\varepsilon L x h + \varepsilon_0 L(\ell - x)h) =$$

$$= \frac{Q^2 h}{2L}\frac{\varepsilon x + \varepsilon_0(\ell - x)}{(\varepsilon_0 \ell + (\varepsilon - \varepsilon_0)x)^2}$$

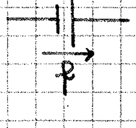
$$U(x) = \frac{hQ^2}{2L}\frac{(\varepsilon - \varepsilon_0)x + \varepsilon_0 \ell}{(\varepsilon_0 \ell + (\varepsilon - \varepsilon_0)x)^2} = \frac{hQ^2}{2L}\frac{1}{\varepsilon_0 \ell + (\varepsilon - \varepsilon_0)x}$$

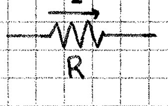
5) $$dU + F dx = 0 \qquad F = -\frac{dU}{dx}$$

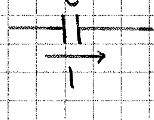
$$F = -\frac{hQ^2(\varepsilon - \varepsilon_0)}{2L}\frac{1}{(\varepsilon_0 \ell + (\varepsilon - \varepsilon_0)x)^2}$$ FORZA DI RICHIAMO

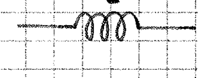
CORRENTE

REGOLE


$\Delta V = \mathcal{E}$


$\Delta V = IR$

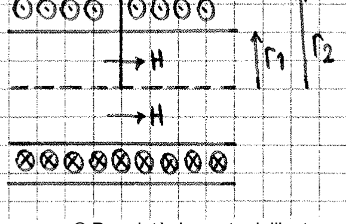

$\Delta V = -\frac{Q}{C}$



$$\Phi = Li$$

$$\Delta V = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

ESERCIZIO 1



$$\frac{N}{\ell} = n$$

$$H = \frac{4\pi}{c}J(r_2 - r_1) = \frac{4\pi}{c}\frac{2\pi J(r_2 - r_1)\ell}{2\pi\ell} = \frac{2}{c\ell}I = \frac{2}{c\ell}NI_0 = \frac{2}{c}nI_0$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 49 di 52

FORZA DI LORENTZ

ESERCIZIO 1

MOTO DI PARTICELLE IN CAMPO ELETTRICO E MAGNETICO

→ CAMPO ELETTRICO E CAMPO MAGNETICO SONO COSTANTI E MESSI IN MODO ARBITRARIO UNO RISPETTO ALL'ALTRO.

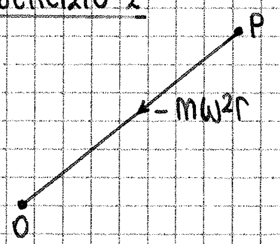
$$\omega = \frac{qH}{mc}$$

$$\frac{d}{dt}(\dot{x}+i\dot{y}) = -i\omega(\dot{x}+i\dot{y}) + \frac{iq}{m}E_y \qquad \dot{x}+i\dot{y} = \frac{q}{m}\frac{mc}{qH}E_y = \frac{c}{H}E_y$$

$$\frac{d}{dt}(\dot{x}+i\dot{y}) = -i\omega(\dot{x}+i\dot{y}) \rightarrow \dot{x}+i\dot{y} = a e^{-i\omega t} \qquad \dot{x}+i\dot{y} = \frac{c}{H}E_y + a e^{-i\omega t}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{c}{H}E_y + a\cos\omega t \\ \dot{y} = -a\,\mathrm{sen}\,\omega t \end{cases}$$

ESERCIZIO 2



$$m\ddot{r} = -er \times B \qquad r\times B = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} = i\dot{y}B - j\dot{x}B$$

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -e\dot{y}B - m\omega^2 x \longrightarrow m\ddot{x} + m\omega^2 x + e\dot{y}B = 0 \\ m\ddot{y} = e\dot{x}B - m\omega^2 y \longrightarrow m\ddot{y} + m\omega^2 y - e\dot{x}B = 0 \\ m\ddot{z} = -m\omega^2 z \end{cases}$$

$$x = xe^{i\Omega t} \qquad y = ye^{i\Omega t}$$

$$\begin{cases} -m\Omega^2 x + m\omega^2 x + i\Omega eBy = 0 \\ -m\Omega^2 y + m\omega^2 y + i\Omega eBx = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} -m\Omega^2 + m\omega^2 & ie\Omega B \\ -i\Omega eB & -m\Omega^2 + m\omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(m\Omega^2 - m\omega^2)^2 - \Omega^2 e^2 B^2 = 0 \qquad \text{PER} \begin{cases} B = 0 \\ \Omega = \omega \end{cases}$$

$$m\Omega^2 - m\omega^2 = \pm \Omega eB$$

$$\Omega = \omega + \Delta\omega$$

$$2m\omega\Delta\omega = \pm\omega eB \qquad \Delta\omega = \Omega - \omega$$

$$\Delta\omega = \pm\frac{2B}{2m} \qquad \Omega = \omega \pm \frac{eB}{2m}$$

EFFETTO ZEEMAN

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 51 di 52