NUMERO: 1251

DATA: 27/10/2014

# A P P U N T I

STUDENTE: Arcangeli

MATERIA: Sistemi e Tecnologie Elettroniche

Prof. Bonani

Corso di

# Sistemi e Tecnologie Elettroniche

**Prof. Fabrizio Bonani**

**Anno Accademico 2013-2014**

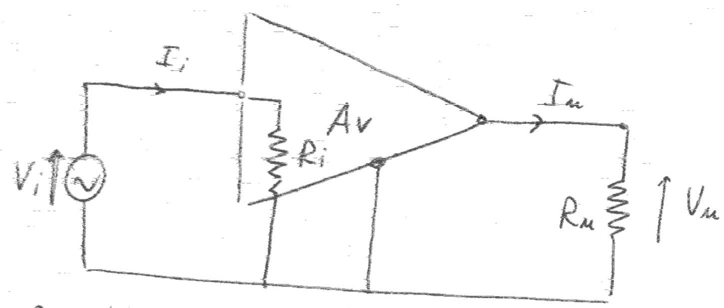
**Studente: Marco Arcangeli**

OSS: Viene in mente che un aumento di tensione lo fa anche un trasformatore, ma l'amplificatore oltre a qst deve anche un aumento di potenza, cosa che al trasformatore "non riesce" ($V_2 I_2 = V_1 I_1$)

Quindi il trasformatore non può essere considerato come un amplificatore perché qst' ultimo fa sì che: $V_2 I_2 >> V_1 I_1$ cioè INCREMENTA LA POTENZA (oltre che la tensione).

→ La potenza aggiuntiva viene fornita dall'esterno attraverso l'alimentazione. Cioè la potenza dissipata dall'amplificatore viene usata dall'amplificatore stesso per amplificare il segnale d'ingresso.

## GUADAGNO DI POTENZA IN dB




$P_i = V_i \cdot I_i$

$P_u = V_u \cdot I_u$

Per un guadagno di potenza $K_p$

$$K_p = \frac{P_u}{P_i} = \frac{V_u \cdot I_u}{V_i \cdot I_i}$$

$$\boxed{G_p|_{dB} = K_p(dB) = 10 \log_{10} \left| {P_u}/{P_i} \right|}$$

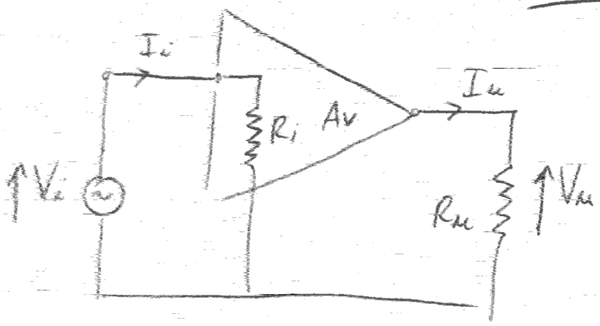
GUADAGNO IN TERMINI DI POTENZE IN dB

↓ trasf. a lineare

$$\boxed{K_p = \frac{P_u}{P_i} = 10^{\frac{G_p|_{dB}}{10}} = 10^{\frac{K_p(dB)}{10}}}$$

GUADAGNO IN TERMINI DI POTENZE LINEARE

## → AMPLIFICATORE DI CORRENTE (I→V)



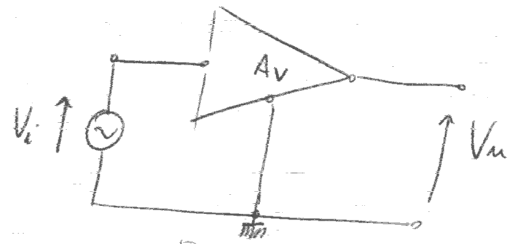

$$I_i = \frac{V_i}{R_i}$$

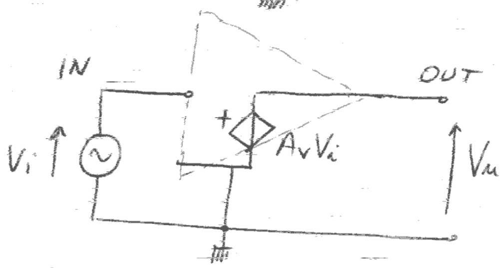
$$I_u = \frac{V_u}{R_u}$$

$$\frac{P_u}{P_i} = \left(\frac{V_u}{V_i}\right)^2 \frac{R_i}{R_u}$$ → Si nota subito che è importante il valore della $R_i$. Infatti qst per un buon guadagno deve essere grande e quindi la $I_i$ conseguentemente deve essere piccola. Più piccola sarà la $I_i$ (d'ingresso) tanto maggiore sarà l'amplificazione della $I_u$ (d'uscita).

## → MODELLO DI AMPLIFICATORE IDEALE

Posso rappresentarlo come un doppio bipolo (2-porte) contenente un generatore pilotato (in corrente o in tensione, dipende dal tipo dell'amplificatore ovviamente).

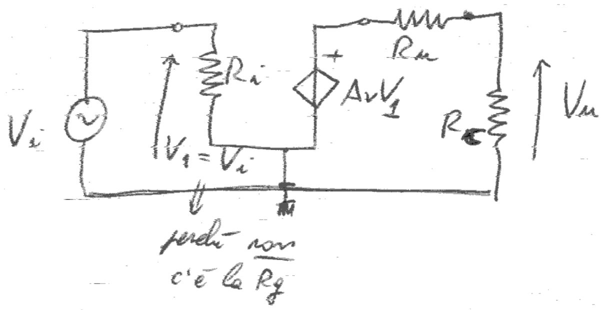



- Essendo, come detto, ideale i circuiti non hanno elementi resistivi e quindi non presentano perdite, sia in ingresso che in uscita. ($R_i \to \infty$) ↓ c.a.

## → EFFETTO DI $R_u$ (senza $R_g$)

Per la presenza di $R_u$ tra il generatore di tensione pilotato e il ramo $R_c$ si ~~crea~~ una partizione. Cambia ovviamente anche il valore di $V_1$ che sarà uguale al generatore d'ingresso $V_i$.




perché non c'è la $R_g$

$$V_u = A_v V_1 \frac{R_c}{R_c + R_u} \quad (P.T.)$$

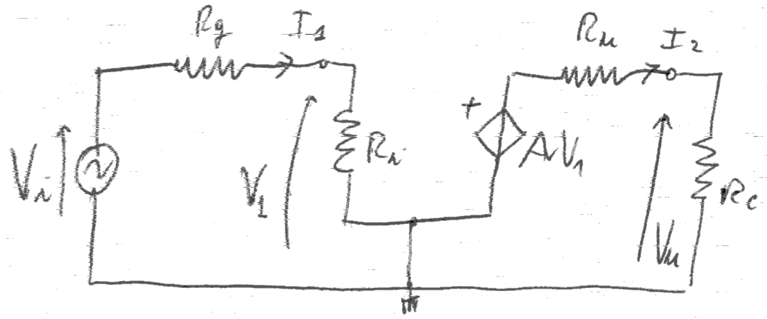
$$\boxed{\frac{V_u}{V_i} = \frac{A_v R_c}{R_c + R_u}}$$

FATTORE DI PERDITA SENSIBILE AL CARICO $R_c$

(Voglio la $R_u$ più bassa possibile).

## → EFFETTO COMBINATO DI $R_i$ ed $R_u$

Si avranno le due partizioni viste prima con $R_u$ e senza $R_g$ e con $R_i$ e senza $R_u$.




La funzione di trasferimento dovrà tenere conto di tutte e due le partizioni dunque:

1° partizione

$$V_1 = V_i \frac{R_i}{R_i + R_g}$$

$$\Downarrow$$

$$V_i = V_1 \frac{R_i + R_g}{R_i}$$

2° partizione

$$V_u = A_v V_1 \frac{R_c}{R_u + R_c}$$

**Nota**: Si possono analizzare le 2 maglie indipendentemente.

Da cui avremo che:

$$\boxed{\frac{V_u}{V_i} = A_v \left[\frac{R_c}{R_u + R_c}\right]\left[\frac{R_i}{R_i + R_g}\right]}$$

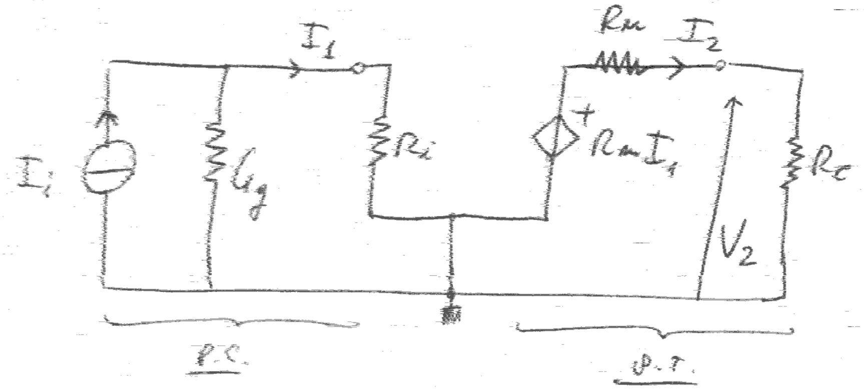
Da cui deriva che per avere il caso più ideale possibile gli ampl. di tens. dovranno essere costruiti di conseguenza

$$\begin{cases} R_i \to \infty \\ R_u = \emptyset \end{cases}$$

Quindi i parametri per costruire un buon amplificatore di corrente $I \to I$ sono:

$$\underline{R_i = \emptyset} \quad e \quad \underline{G_u = \emptyset} \Rightarrow \underline{R_u \to \infty} \qquad \left( G_u = \frac{1}{R_u} \right)$$

→ AMPLIFICATORE DI TRANSRESISTENZA $(I \to V)$ - $R_m$




$$I_1 = I_i \frac{G_i}{G_i + G_g} = \qquad V_2 = R_m I_1 \frac{R_c}{R_c + R_u} \leadsto \left(\text{per } \begin{matrix} V_2 \simeq R_m I_1 \\ R_u = \emptyset \end{matrix}\right)$$

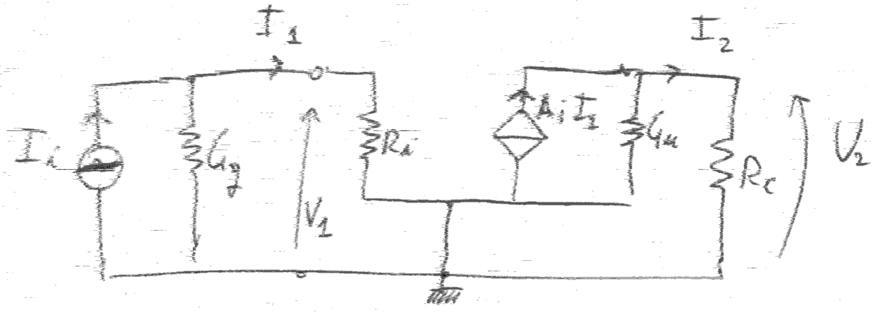
$$= I_i \frac{R_g}{R_i + R_g} \leadsto \left(\text{per } \begin{matrix} I_1 \simeq I_i \\ R_i = 0 \end{matrix}\right)$$

Quindi i parametri per costruire un buon amplificatore di ~~[illegible]~~ $I \to V$ sono:

$$\underline{R_i = \emptyset} \quad e \quad \underline{R_u = \emptyset}$$

## AMPLIFICATORE DI CORRENTE

I → I   Adimensionale ( $A_i$ )




IDEALMENTE

$R_i \to \emptyset$

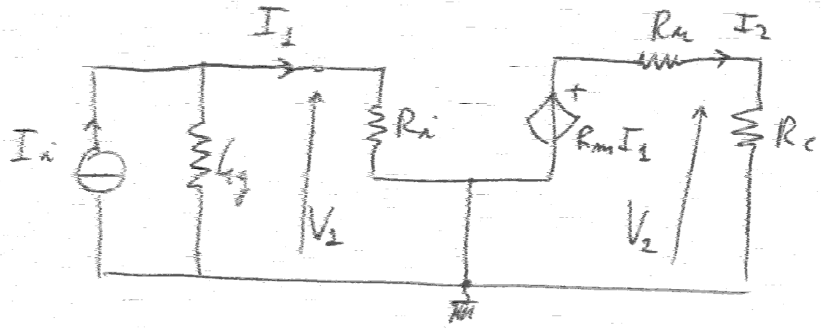
$R_u \to \infty$

$\Downarrow$

$G_u \to \emptyset$

## AMPLIFICATORE DI TRANSRESISTENZA

I → V   Dimensionale ( $R_m$ - [$\Omega$] )




IDEALMENTE

$R_i \to \emptyset$

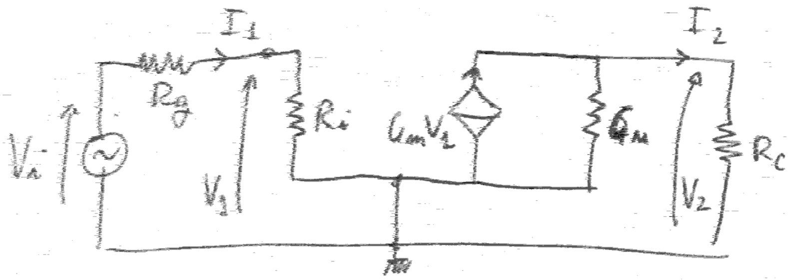
$R_u \to \emptyset$

$\Downarrow$

$G_u \to \infty$

## AMPLIFICATORE DI TRANSCONDUTTANZA

V → I   Dimensionale ( $G_m$ - [ $\frac{1}{\Omega} = \Omega^{-1}$ ] )




IDEALMENTE

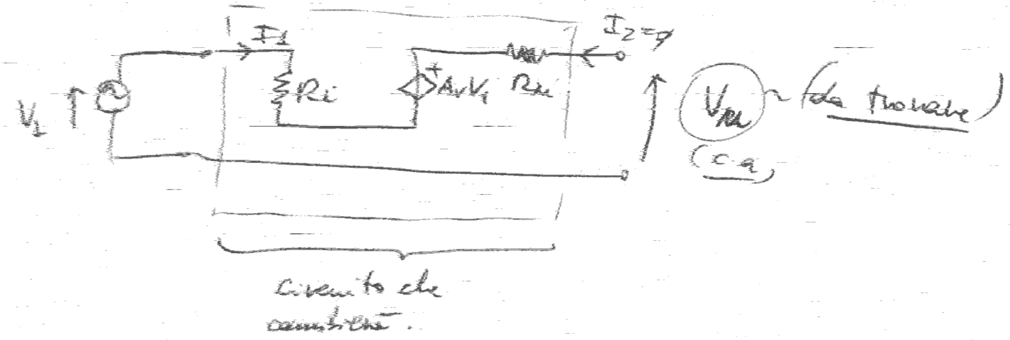
$R_i \to \infty$

$R_u \to \infty$

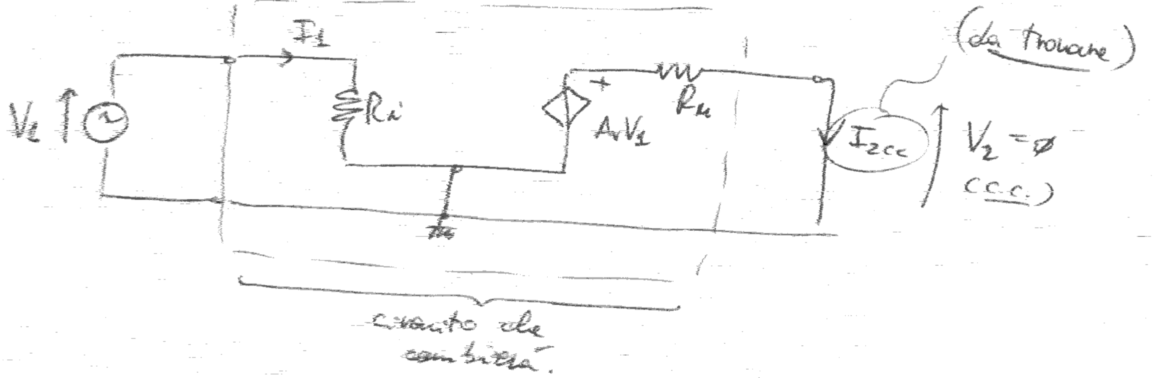
$\Downarrow$

$G_u \to \emptyset$

- Il 1° punto del pto 2) è lo stesso circuito di quello che abbiamo fatto prima per calcolare $I_1$ solo che adesso dovremo calcolare $V_u$




- Il 2° pto invece avrà un circuito diverso perché dovrò calcolarmi la $I_{2cc}$.

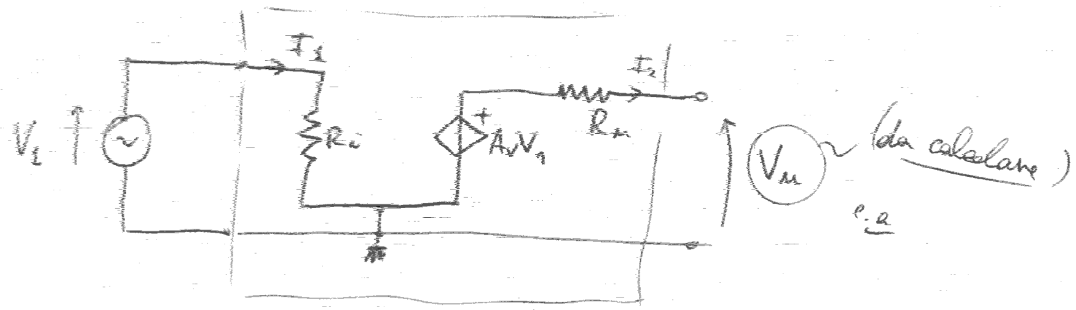



• $A_v$ cioè la funzione di trasferimento

1) Applicare $V_1$ all'ingresso
2) Calcolare $V_u$

$$\boxed{A_v = \frac{V_u}{V_i}}$$

- Il circuito rimanente è lo stesso del 1° caso della resistenza d'ingresso solo che adesso mi calcolerò $V_u$ (→ come il 1° pto del pto 2)



OSS: Fino ad ora abbiamo studiato il comportamento degli amplificatori in "maniera statica", cioè non preoccupandoci con quale frequenza entra nell'amplificatore il segnale d'ingresso -

Ma da come è la freq. d'ingresso del segnale, diverso sarà il comportamento degli amplificatori (cioè le loro "risposte") -

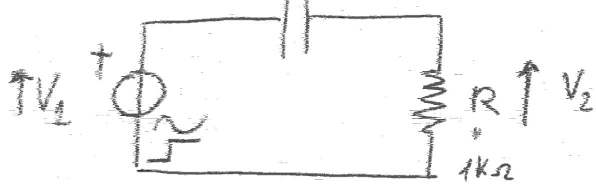
→ Nelle prox slide ci occuperemo della risposta in frequenza degli amplificatori.

## → CELLA DEL 1° ORDINE : PASSA-ALTO

Da come si intuisce dal nome qst farà passare le componenti ad alta frequenza del segnale e filtrerà le basse. (Compresa la continua).

Circuitalmente avremo:

$1\mu F = C$ —— $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$



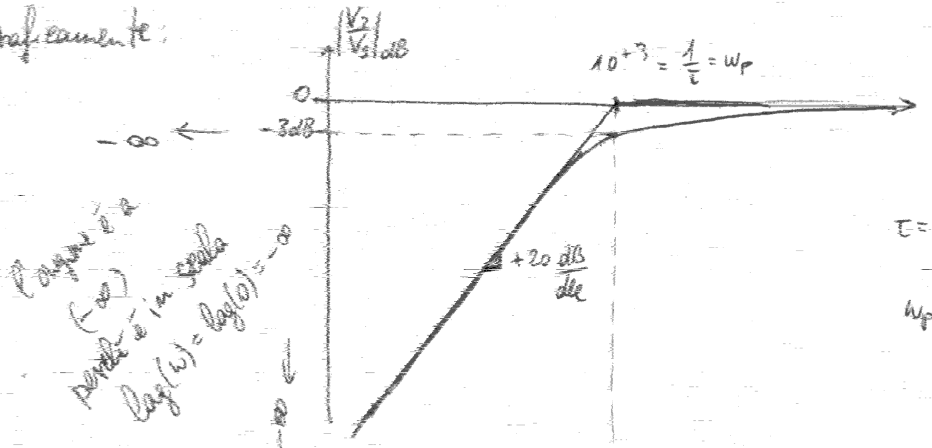

→ RISPOSTA IN FREQUENZA

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{R}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{sRC}{sRC + 1}$$ ⇒ dove $\tau = RC$ (cioè la resistenza equivalente vista dall'elemento reattivo (in qst caso il condensatore) quando il generatore $V_1$ è spento, moltiplicato per il valore del condensatore).

$$\boxed{\frac{V_2}{V_1} = \frac{s\tau}{s\tau + 1}}$$ FUNZIONE TRASF. DELLA CELLA PASSA-ALTO

~~Avrà~~ quindi uno zero all'origine (come si vede dal numeratore) e un polo a $\omega_p = \frac{1}{\tau}$ come si vede dal denominatore → $\tau\left(s + \frac{1}{\tau}\right)$

Graficamente:




$\tau = RC = 1k\Omega \cdot 1\mu F = 10^{-3}$ [sec]

$\omega_p = \frac{1}{\tau} = 10^3 \left[\frac{rad}{sec}\right]$

Possiamo verificare il grafico mediante l'analisi asintotica.

$(@\ \omega = 0) \rightarrow |Z_C| = \frac{1}{j\omega C} \rightarrow \infty$ il condensatore si comporterà come un circuito aperto. Il generatore non fornisce corrente alla R e di conseguenza $V_2 = V_1$

$(@\ \omega \rightarrow \infty) \rightarrow |Z_C| = \frac{1}{j\omega C} = \emptyset$ il condensatore si comporta come un corto circuito e pertanto $V_2 = \emptyset$

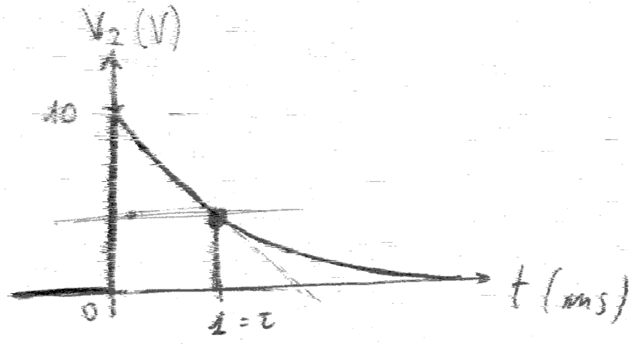
$\tau = RC = 1k\Omega \cdot 1\mu F = 10^{-3} s = 1 ms$

$$\boxed{V_2(t) = 10 e^{-t/\tau} = 10 e^{-10^3 t}}$$

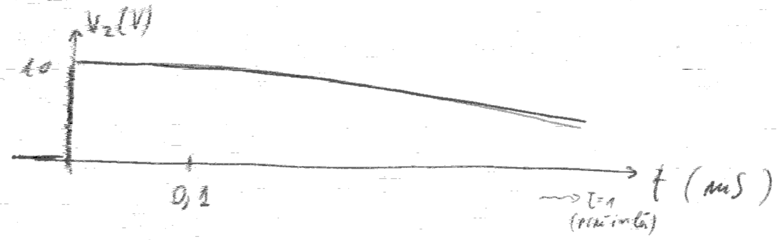
infatti se $t = 0 \nearrow V_2(0) = 10$

se $t \to \infty \to V_2(\infty) = 0$

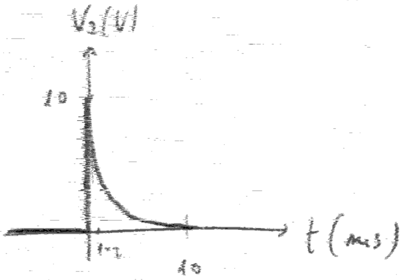
Graficamente:




**Nota**: Bisogna stare attenti alla scala che si usa nel tempo, perché se si usa una scala troppo grande c'è il rischio di vedere l'andamento esponenziale decrescente come una costante




Viceversa se si usa una scala troppo piccola allora il grafico assomiglia ad un impulso.

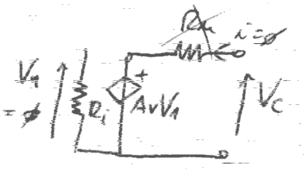


otteniamo $R_u = \emptyset$ e quindi rimarrà solo la $R_i$.

Pertanto $\underline{\tau = R_i C}$ $\rightsquigarrow$ $\omega_p = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{R_i C}$

Ora all'uscita del nostro amplificatore avremo un amplificazione

$\underline{A_V = \frac{V_C}{V_1}}$ fattore di amplificazione dell'amplificatore.




Non c'è un carico all'uscita quindi essendo un c.a $\to R_u = \emptyset$
e di conseguenza $\underline{V_C = A_V V_1}$, da cui

$$\boxed{A_V = \frac{V_C}{V_1}}$$ come ci aspettavamo.

Il fattore di guadagno totale sarà dato da:

$$A_{TOT} = \frac{V_C}{V_G} = \underbrace{\frac{V_C}{V_1} \cdot \frac{V_1}{V_G}} = \boxed{A_V \cdot A_1 = A_{TOT}} = \boxed{\frac{A_V s\tau}{s\tau + 1}}$$

funzione trasferimento amplificatore con cella p.a in ingresso

qst "trucco" mi garantisce l'uguaglianza dell'equazione e allo stesso tempo:

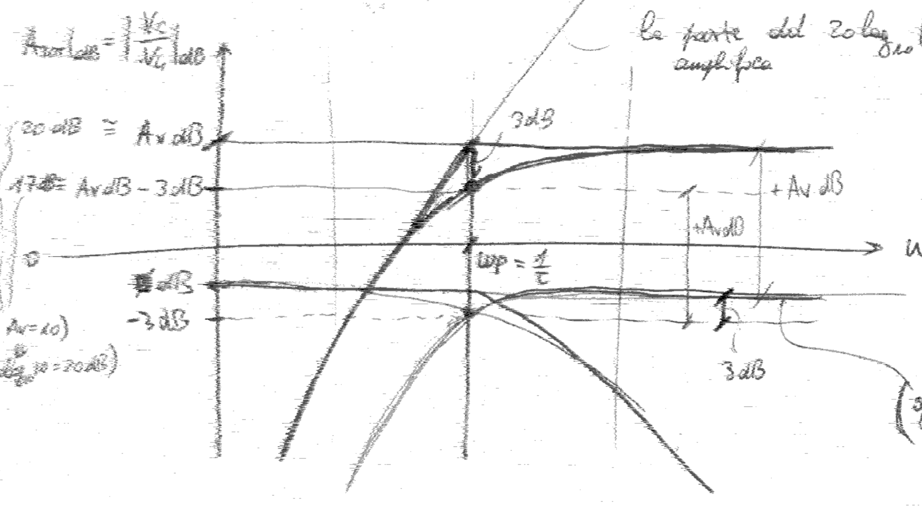
$\underbrace{\frac{V_C}{V_1} = A_V}_{\text{fattore d'amplificaz. dell'amplificatore}}$ e $\underbrace{\frac{V_1}{V_G} = A_1}_{\text{funzione trasf}}$

$$A_{TOT}(@\omega=0) = \frac{V_C}{V_G} = \frac{A_V V_1}{V_1} = \underline{A_V} \; @\omega=0$$

(qst perché il condensatore C $@\omega=0$ è un c.a. e quindi $V_G = V_1$)

Per la proprietà dei logaritmi le moltiplicazioni si sommano ed avremo:

$$A_{TOT}|_{dB} = 20\log_{10}|A_V| + 20\log_{10}\Big|\overbrace{\frac{V_1}{V_G}}^{A_1}\Big| = \Big|\frac{V_C}{V_G}\Big|_{dB}$$



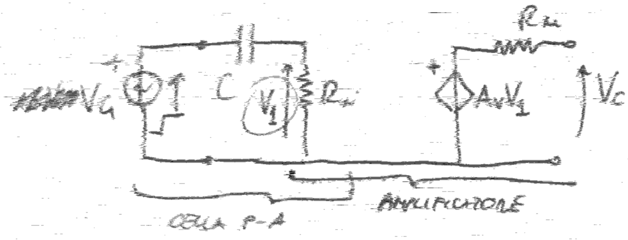

(grafico della cella p-a vista prima (in freq. crescente))

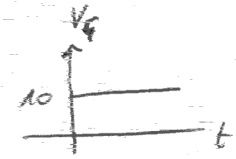
Dove $A_V dB = 20\log_{10}|A_V|$

Il grafico aumenterà ogni volta di $A_V$dB. Per esempio se $A_V = 10$ $20\log_{10}10 = 20$ dB.

→ ANALISI NEL TEMPO

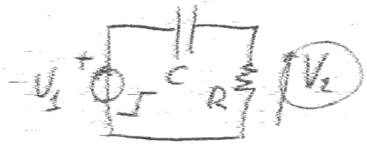
La $V_1$ del circuito :




$$V_g: \begin{cases} 0 & \text{per } t<0 \\ 10 & \text{per } t>0 \end{cases}$$

corrisponde alla $V_2$ della cella P-A studiata precedentemente senza l'amplificatore :




Prendiamo quindi il risultato di $V_2$ che abbiamo calcolato e poniamolo uguale a $V_1$ in qst nuovo circuito con l'ampl. f. che in ingresso abbiamo la cella P-A.

$$V_1 = 10e^{-t/\tau}$$

@ $t=0$ → C c.c. ⇒ $V_1 = V_g = 10$ (come si può anche vedere sostituendo $t=0$ nell'equazione di $V_1$)

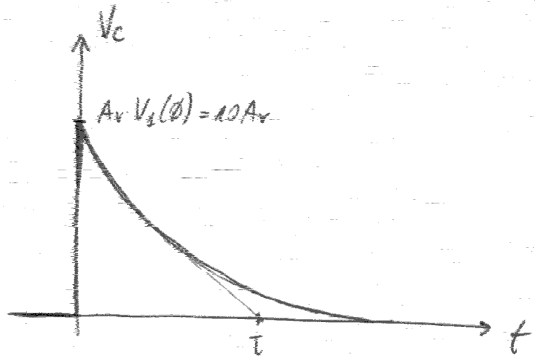
@ $t \to \infty$ → C c.a ⇒ $V_1 = \phi$

In qst caso non c'è un carico in uscita per cui essendo un c.a. la $i = \phi$ e la $R_u = \phi$. Di conseguenza

$$V_C = A_v V_1$$

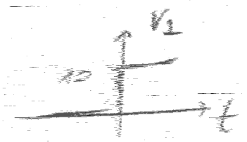
$$\boxed{V_C = A_v \cdot V_1 = A_v \cdot 10e^{-t/\tau}}$$

@ $t=0$ ⇒ $V_c = A_v 10 = A_v V_1(0)$
@ $t \to \infty$ ⇒ $V_c = A_v \cdot \phi = 0$




→ L'effetto principale di una cella passa-alto è qll del condensatore che blocca la continua del segnale (DC) → la continua del segnale d'uscita diventa indipendente da qll del segnale d'ingresso.

→ RISPOSTA NEL TEMPO

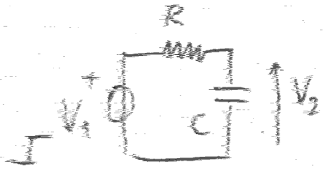



$$V_1 : \begin{cases} 0 & \text{per } t<0 \\ 10V & \text{per } t>0 \end{cases}$$

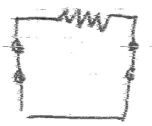
$$\boxed{V_2(t) = V_A + V_B e^{-t/\tau}}$$

Soluzione generale del circuito con il metodo del transitorio.

$$\boxed{V_c(t) = [V_c(0^-) - V_c(\infty)] e^{-t/\tau} + V_c(\infty)}$$

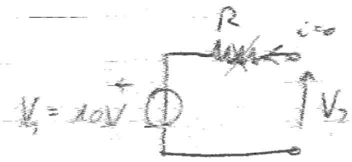



• Per $(t<0) \to (V_1 = \emptyset) \to (f \to \infty) \to (C = c.c.)$



$V_2(0^-) = \emptyset$

• Per $(t \to \infty) \to (V_1 = 10V) \to (f \to \emptyset) \to (C = c.a.)$




$$\Rightarrow \underset{(t>0)}{V_2(t)} = \left(-10 e^{-t/\tau}\right) + 10 = \boxed{10\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = V_2(t)}$$

Confrontandola con la soluzione generale abbiamo:

$$V_2(t) = V_A + V_B e^{-t/\tau} = 10 - 10 e^{-t/\tau} \quad \begin{cases} \underline{V_A = 10} \\ \underline{V_B = -10} \end{cases}$$

Analizzando ora asintoticamente:

Per $(t=0) \to V_2(t=0) = 0 \Rightarrow V_B = -V_A$ → ok vera

Per $(t \to \infty) \to (V_2(t\to\infty) = 10 = V_A = V_1$ → infatti per $t \to \infty$ $C \to c.a.$ e $V_2 = V_1$

$$\begin{cases} V_2(0) = 0 \\ V_2(\infty) = V_1 = 10V \end{cases}$$

→ ANALISI IN FREQUENZA

$$A_1(s) = \frac{1}{s\tau+1} = \frac{1}{sRC+1}$$ funzione di trasf. della cella passa-basso.

In qst caso $A_v = 100$ ed è il fattore di amplificazione dell'amplificatore.

$$A_{TOT} = A_v \cdot A_1 = 100 \frac{1}{sRC+1}$$ funz. trasf. dell'amplificatore

$$\boxed{A_1(j\omega)\Big|_{(s=j\omega)} = \frac{1}{j\omega RC+1} = \frac{V_c}{A_v V_1}}$$

dove $V_1$ è il partitore di tensione della maglia del generatore.

$$\boxed{V_1 = V_G \frac{R_i}{R_i+R_g}}$$

Da $A_1(s)$ vediamo che abbiamo un polo a $\omega = \frac{1}{\tau}$

Il grafico di $A_1(j\omega)$ è uguale a qll precedente

$@\ \omega \to \infty \to A_1(\infty) = \emptyset$

$@\ \omega \to \emptyset \to A_1(\emptyset) = 1$

Ricaviamo la funz. di trasf. del circuito prima riportato:

$$A_{TOT} = \frac{V_c}{V_G}$$

dove:
- $V_G$ lo si può calcolare calcolando $V_1$ tramite un partitore e poi invertendo la formula.

$$V_1 = V_G \frac{R_i}{R_i+R_G} \Rightarrow \boxed{V_G = V_1 \frac{R_i+R_G}{R_i}}$$

- $V_c$ lo si calcola con il partitore alla maglia di dx e ponendo $Z_c = (R_c \parallel 1/sC) = \frac{R_c}{sCR_c+1}$

$$\boxed{V_c = 100 V_1 \frac{Z_c}{Z_c+R_u}}$$

$$A_{TOT} = 100 \cancel{V_1} \frac{Z_c}{Z_c+R_u} \cdot \frac{R_i}{\cancel{V_1}(R_i+R_G)} = 100 \frac{Z_c}{Z_c+R_u} \cdot \frac{R_i}{R_i+R_G} = \text{sostituiamo } Z_c =$$

$$= 100 \left[\frac{\frac{R_c}{1+sR_cC}}{\frac{R_c}{1+sR_cC}+R_u}\right] \cdot \left[\frac{R_i}{R_i+R_G}\right] = 100 \frac{\frac{R_c}{1+sR_cC}}{\frac{R_c+R_u+sR_cR_uC}{1+sR_cC}} \cdot \frac{R_i}{R_i+R_G} = \frac{100\, R_c}{R_c+R_u+sR_cR_uC} \cdot \frac{R_i}{R_i+R_G} =$$

Calcoliamo $A_1$ per dimostrare effettivamente il valore di $\tau$:

$A_1 \rightarrow$ funzione trasf. della cella P.B.

$$A_1(s) = \frac{V_c}{A_v V_1} \quad \text{dove} \quad V_c = A_v V_1 \frac{Z_C}{Z_C + R_m} \quad \text{dove} \quad Z_C = \left(\frac{1}{sC} \parallel R_C\right) = \frac{R_c}{sR_cC + 1}$$

$$\Rightarrow A_1(s) = \frac{Z_C}{Z_C + R_m} = \frac{\frac{R_c}{sR_cC+1}}{\frac{R_c}{sR_cC+1} + R_m} = \frac{\frac{R_c}{sR_cC+1}}{\frac{R_c + sR_cR_mC + R_m}{sR_cC+1}} = \boxed{\frac{R_c}{R_c + R_m + sR_cR_mC} = A_1(s)}$$

Sostituiamo i valori:

$$A_1(s) = \frac{2000}{2000 + 100 + s(2000)(100)(470 \cdot 10^{-12})} = \frac{2000}{2100 + s(0{,}000094)} =$$

$$= \frac{2000}{2100} \cdot \frac{1}{1 + s\underbrace{\left(\frac{0{,}000094}{2100}\right)}_{\boxed{\tau = 44\ ns = 44 \cdot 10^{-9} s}}} \rightarrow \text{c.v.d.}$$

$\Rightarrow$ In generale quindi:

$$\boxed{A_{TOT} = A_v^m \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots \cdot A_m}$$

dove:

$A_{TOT}$: è la funzione di trasferimento dell'amplificatore

$A_1$: è la funzione di trasferimento della cella

$A_2$: è la funzione di trasferimento dell'altra cella (in qst caso era il partitore nella maglia di sx.)

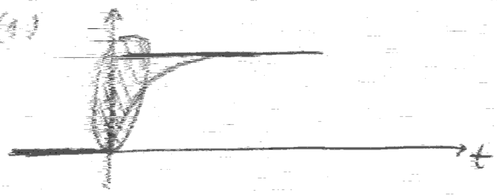
$A_m$: generica funz. di trasferim. di altre celle. Un esempio può essere fatto con amplif. in cascata.

- $A_{TOT}(\omega = 0)$ = serve per stabilire a che altezza è nel grafico dopo aver calcolato $20\log|A_{TOT}(\omega=0)| = A_{TOT}|_{dB}$

$A_v$ è il fattore di amplificazione dell'amplificatore stesso. L'$m$ di $A_v^m$ si riferisce al # di amplificatori che amplificano il segnale.

→ ANALISI CIRCUITI RC : Corrispondenza tempo - frequenza

(1)

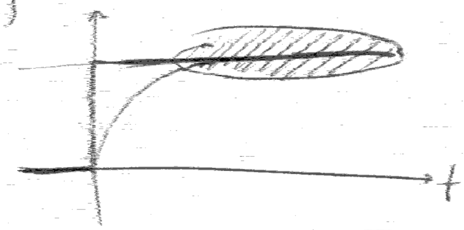


Il fronte del gradino ha componenti spettrali a frequenza elevata.

→ @ $f \to \infty$ e $t = \phi$ in corrispondenza del gradino:

$Z(C) = \phi$ (cortocircuito) CONDENSATORE
$Z(L) \to \infty$ (circuito aperto) INDUTTORE

(2)

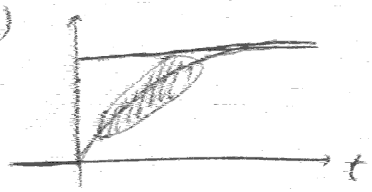


A transitorio esaurito, il gradino è una continua (costante)

→ @ $f = 0$ e $t \to \infty$ (a regime)

$Z(C) \to \infty$ (circuito aperto) CONDENSATORE
$Z(L) = \phi$ (cortocircuito) INDUTTORE

(3)



Nel transitorio (a tempi intermedi)

→ CELLE I ORDINE (RC o RL) : andamento esponenziale
(solo un componente reattivo)

→ CELLE II ORDINE (RLC) : andamento sinusoidale smorzato ad esponenziale
(con più di un componente reattivo)

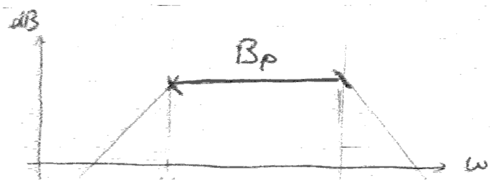
→ AMPLIFICATORE A BANDA PASSANTE ($B_p$)

Consiste in un amplificatore che vede un P.A. all'ingresso ed un P.B all'uscita.

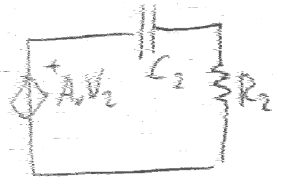
→ Polo 1 : $\omega = \omega_1$ P.A. , freq. taglio inferiore $f_1 = \omega_1 / 2\pi$
→ Polo 2 : $\omega = \omega_2$ P.B. , freq. taglio superiore $f_2 = \omega_2 / 2\pi$

→ Da $\omega_1$ a $\omega_2$ : BANDA PASSANTE $B_P$ $\omega_1 < \omega_2$ → CASO PIÙ UTILE

Intuitivamente:



dx:




$$V_C = A_V V_2 \frac{R_2}{R_2 + \frac{1}{sC_2}} = A_V V_2 \frac{R_2}{\frac{1+sC_2R_2}{sC_2}} = \boxed{A_V V_2 \frac{sC_2R_2}{sC_2R_2+1} = V_C}$$

Sostituendo $V_2$ abbiamo:

$$\boxed{V_C = A_V \underbrace{\frac{\cancel{V_4}}{(sC_1(R_4+R_1)+1)}}_{V_2} \cdot \frac{sC_2R_2}{sC_2R_2+1}}$$

$(s = j\omega)$

$$\boxed{A_{TOT} = \frac{V_C}{V_4}} = \left[\frac{A_V}{\cancel{V_4}} \frac{\cancel{V_4}}{sC_1(R_4+R_1)+1} \cdot \frac{sC_2R_2}{sC_2R_2+1}\right]$$

@ $\omega = \emptyset \Rightarrow A_{TOT}^{(\emptyset)} = \emptyset$

@ $\omega \to \infty \Rightarrow A_{TOT}(\infty) = \emptyset$

$A_{TOT}(\emptyset) = \emptyset$ effetto della cella passa alto all'uscita

$A_{TOT}(\infty) = \emptyset$ effetto della cella passa basso all'ingresso

} amplificazione nulla.

Le costanti di tempo le abbiamo già calcolate indirettamente quando abbiamo calcolato le varie tensioni delle celle. Per la cella passa-**basso**:

$$\frac{V_2}{V_4} = \frac{\cancel{V_4}}{1 + \underbrace{sC_1(R_4+R_1)}_{\tau_2}} \cdot \frac{1}{\cancel{V_4}} = \qquad \omega_2 = \frac{1}{\tau_2}$$

$$= \frac{1}{1+sC_1(R_4+R_1)}$$

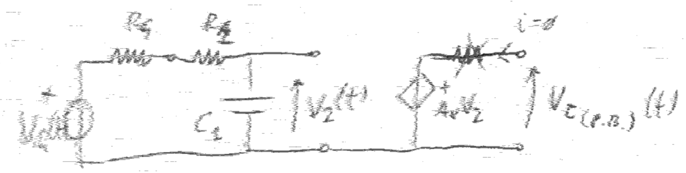
La chiamiamo $\omega_2$ perché essendo il polo della cella passa-basso è più grande $\omega_2 > \omega_1$; dove $\omega_1$ la calcoliamo da:

- Per la cella passa-alto:

$$\frac{V_C}{A_V V_2} = \frac{A_V}{A_V \cancel{V_2}} \underbrace{\frac{\cancel{V_4}}{sC_1(R_4+R_1)+1}}_{\substack{V_2 \\ \text{cella P-A}}} \cdot \frac{sC_2R_2}{\underbrace{sC_2R_2}_{\tau_1}+1} \qquad \omega_1 = \frac{1}{\tau_1}$$

$\omega_1 < \omega_2$ polo della cella passa-alto.

CELLA P.B.



$$V_G(t) = \begin{cases} \text{per } t<0 & V_G(t)=\emptyset \\ \text{per } t>0 & V_G(t)=V_G \end{cases}$$

ampl. con cella P.B.

$$V_2(t) = [V_2(0^-) - V_2(\infty)]e^{-t/\tau} + V_2(\infty)$$

I calcoli sono gli stessi fatti per la cella P.B.:

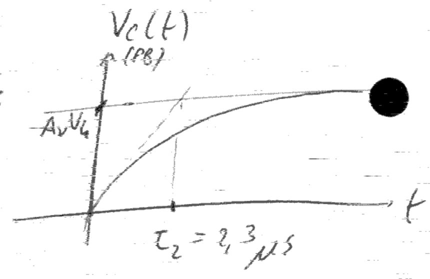
$V_2(0^-)=\emptyset$

$V_2(\infty) = V_G$

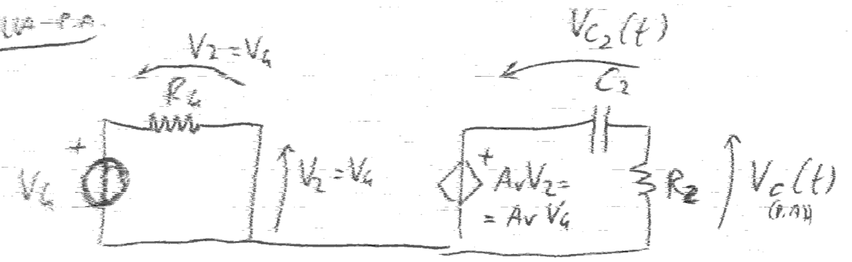
$$\Rightarrow V_2(t) = V_G\left(1-e^{-t/\tau}\right) \begin{cases} @t=0 \to V_2(t)=\emptyset \\ @t\to\infty \to V_2(t)=V_G \end{cases}$$

$$V_{C(PB)}(t) = A_v V_2(t) = A_v V_G\left(1-e^{-t/\tau}\right) \begin{cases} t=0 \to V_{C(PB)}(t)=\emptyset \\ t\to\infty \to V_{C(PB)}(t)=A_v V_G \end{cases}$$

$\tau_2 = C_1(R_G+R_1) = 2{,}3\,\mu s$



CELLA P.A.



$$V_C(t) = A_v V_2 - V_{C_2}(t)$$

$$V_G(t): \begin{cases} t<0 & V_G(t)=\emptyset \\ t>0 & V_G(t)=V_G \end{cases}$$

$V_2 = V_G$

$$V_{C_2}(t) = [V_{C_2}(0^-) - V_{C_2}(\infty)]e^{-t/\tau} + V_{C_2}(\infty)$$

Anche qua i calcoli sono i medesimi per la cella P.A.:

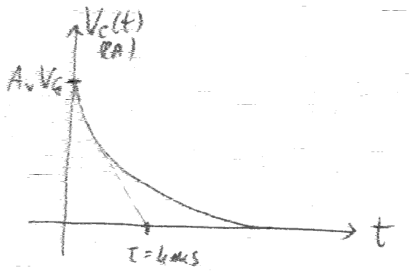
$V_{C_2}(0^-)=\emptyset$

$V_{C_2}(\infty) = A_v V_2 = A_v V_G$

$$\Rightarrow V_{C_2}(t) = A_v V_G\left(1-e^{-t/\tau}\right)$$

$$V_{C(PA)}(t) = A_v V_2 - V_{C_2}(t) = \cancel{A_v V_G} - \cancel{A_v V_G} + A_v V_G e^{-t/\tau} = A_v V_G e^{-t/\tau} \begin{cases} t=0 \to V_{C(PA)}(t) = A_v V_G \\ t\to\infty \to V_{C(PA)}(t)=\emptyset \end{cases}$$

$\tau_1 = R_2 C_2 = 4\,ms$

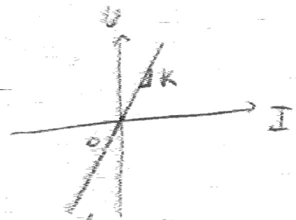


## → RELAZIONE TRA INGRESSO ED USCITA (IN/OUT)

La relazione tra ingresso ed uscita può essere espressa tramite un grafico. Tale grafico prende il nome di TRANSCARATTERISTICA.
Se qst transcaratteristiche sono lineari (cioè rette, o in altre parole l' è uguale all' a meno di una costante moltiplicativa) viene denominata transcaratteristica lineare e i dispositivi associati a tali transcaratteristiche sono detti moduli lineari.
Mentre la funz. di Trasf. dà informaz. dinamiche la transcaratteristica dà inform. statiche

### → MODULI LINEARI IDEALI

Come detto la relazione I/O è rappresentabile da una retta e quindi lineare.



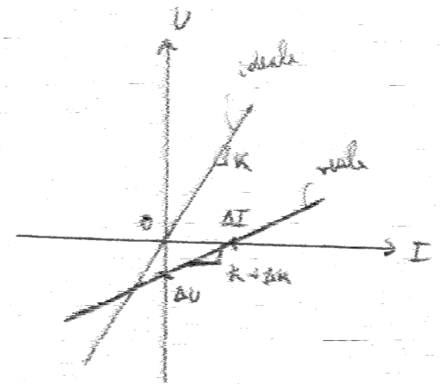

(retta che passa per l'origine)

$$U(I) = K\,I$$

Vale il principio di sovrapp. degli effetti

$$U(A+B) = U(A)\big|_{B=0} + U(B)\big|_{A=0}$$

### → MODULI LINEARI REALI




L'uscita reale non passa per l'origine

Avrò dunque:

$$(U+\Delta U) = (K+\Delta K)\,I$$
$$U = (K+\Delta K)\,I - \Delta U$$
} riferito all'uscita

$$U = (K+\Delta K)(I+\Delta I)$$
} riferito all'ingresso.

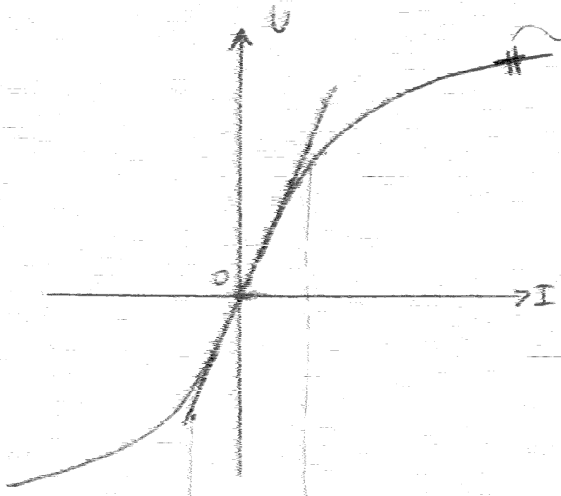
· ERRORI del 1° ordine:

guadagno $\longrightarrow \Delta K$

offset (r.t.o.): $\longrightarrow \Delta U \longrightarrow$ per ingressi nulli avrò in uscita $\Delta U$.

offset (r.t.i.): $\longrightarrow \Delta I \longrightarrow$ qst rappresenta il valore a cui devo far arrivare l'ingresso per ottenere un'uscita nulla.

Come suggerito dal grafico della transcaratteristica non lineare in tratti limitati è possibile approssimare una transcaratteristica non lineare con una lineare, nella cosiddetta regione lineare.




Nelle regioni di saturazione se il segnale non subisce delle grandi variazioni si può approssimare (tramite Taylor) delle piccole porzioni di transcaratteristica in una retta. La transcaratteristica si può considerare ancora lineare. Se le variazioni sono grandi no. Est "trucco" viene detto RISPOSTA DEL PICCOLO SEGNALE.

regione lineare in cui posso applicare il modello lineare $U=KI$

→ LIMITI DELLA BANDA

Qualunque amplificatore (o modello) ha di per sé (anche senza celle PA o PB) della banda limitata, infatti non può fornire in uscita segnali ad energia infinita.

- LIMITE A BASSE FREQUENZE: $f_a = \emptyset$ (AMPLIFICATORE D.C.)
  $f_a = f_i$ frequenza di taglio inferiore
- LIMITE AD ALTE FREQUENZE: $f_s$ = freq di taglio superiore

Il rumore è presente a banda larga (praticamente $\infty$) e deve essere amplificato solo il segnale utile. Non ha senso fare un ampl. con banda illimitata, anzi, la banda passante deve essere una specifica di progetto e deve essere progettata rispetto alla banda del segnale da amplificare. Una troppo grande farebbe sì che ci fosse troppo rumore e quindi il rapporto $\left(\frac{S}{N}\right)$ farebbe degradare man mano il segnale d'ingresso che si vuole amplificare.

→ DISTORSIONI E NON LINEARITÀ (THD - TOTAL HARMONIC DISTORSION)

La distorsione deriva dalla transcaratteristica non lineare. La distorsione di un segnale sinusoidale corrisponde alla presenza di righe spettrali spurie a freq multiple della fondamentale. Sono quantificate dal THD. Idealmente THD $=\emptyset$. Se THD grande l'amplificatore non ha una lineare transcar[illegible]

$$= \boxed{-\frac{1}{F(s)} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{F(s)A(s)}} = H(s)}$$

**FUNZIONE TRASFERIMENTO DELL' AMPL. REAZIONATO**

Il termine $F(s)A(s) = G(s)$ viene definito GUADAGNO D'ANELLO.

$H(s)$ vale quando $G(s) < 0$ oppure $G(s) > 0$ ma inferiore all' unità.

Analogamente si ottiene l' espressione del segnale d' ingresso dell' amplificatore reazionato:

$$\varepsilon = S_{in} + S_{out}F(s) = S_{in} + \underbrace{\varepsilon A(s)}_{S_{out}}F(s) \Rightarrow \varepsilon\left(1-A(s)F(s)\right) = S_{in}$$

$$\Rightarrow \boxed{\varepsilon = \frac{S_{in}}{1-A(s)F(s)}}$$

segnale ingresso reazionato
(detto anche segnale d'errore)
$(\varepsilon = S_f + S_{in})$

e il segnale di reazione

$$S_f = S_{out}F(s) = \underbrace{\varepsilon A(s)}_{= S_{out}}F(s) = \boxed{\frac{S_{in}\,(A(s)F(s))}{1-A(s)F(s)} = S_f}$$

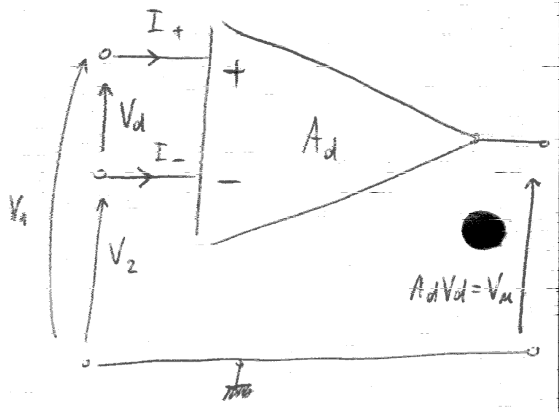
$$\left(\varepsilon = \frac{S_{in}}{1-A(s)F(s)}\right)$$

segnale di reazione
(proporzionale ad $S_{out}$)

→ Nel caso in cui $A(s)F(s) \to \infty$ allora $\boxed{H(s) \cong -\frac{1}{F(s)}}$ ed $\boxed{\varepsilon = \emptyset}$

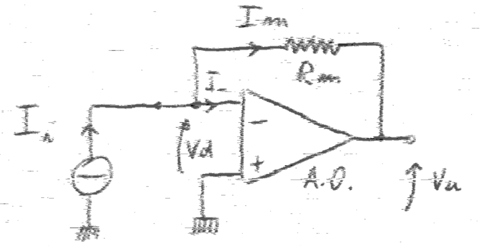
oss: Qst formula evidenza il fatto che (in condizioni ideali) il trasferimento non dipende più dal blocco di andata $(A(s))$ ma solo dalle caratteristiche ~~del blocco di reazione~~ $F(s)$. Di conseguenza basterà garantire solo la tolleranza del blocco di reazione.

→ **PARAMETRI DELL' A.O. IDEALE**



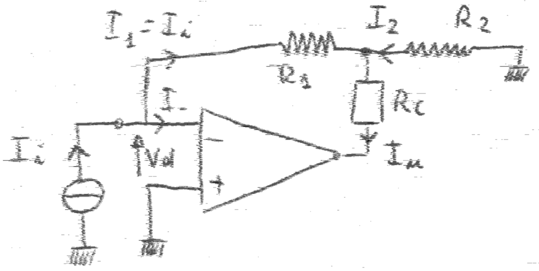

- Correnti nulle $\boxed{I_+ = I_- = \emptyset}$
- Tensione differenziale nulla
  $\boxed{V_d = V_1 - V_2 = 0} \Rightarrow \boxed{V_1 = V_2}$ (morsetti equipotenziali)
- $\boxed{A_d \to \infty}$
- Morsetti: + : morsetto non invertente
  − : morsetto invertente.
- $\boxed{R_u = \emptyset}$ resistenza d'uscita idealmente nulla

## INVERTENTI (caratterizzati da $R_i$ BASSA)




$\boxed{I \rightarrow V}$

$R_i = \emptyset$
$R_u = \emptyset$ } → stessi parametri visti nel capitolo 2 (GLI AMPLIFICATORI)

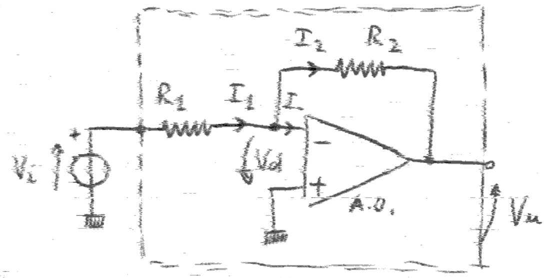


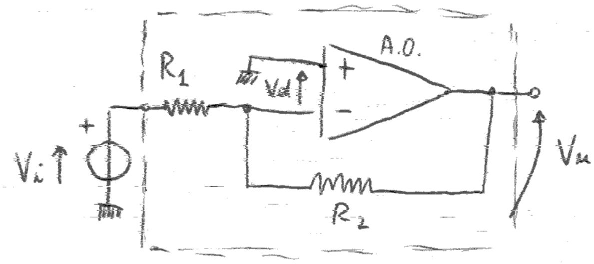

$\boxed{I \rightarrow I}$

$R_i = 0$
$R_u \rightarrow \infty$ } → stessi parametri visti nel capitolo 2 (GLI AMPLIFICATORI).

→ Se $R_2 \rightarrow \infty$ (c.a.) ed $R_1 = \emptyset$ (c.c.) ⇒ BUFFER DI CORRENTE OD INSEGUITORE DI CORRENTE

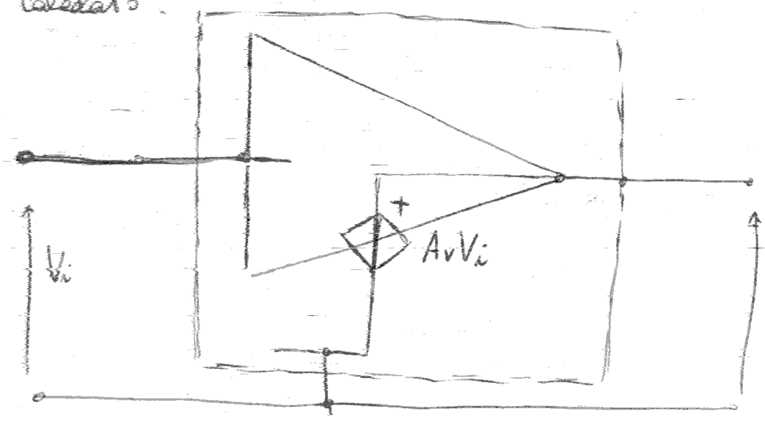
Le più comuni rappresentazioni degli amplificatori invertenti sono le seguenti:



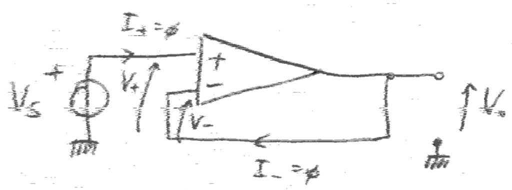

$$\boxed{A_V = -\frac{V_u}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1}}$$

OSS: Come prima anche in qst caso i riquadri **possono** essere rappresentati dal suo circuito equivalente rappresentato come un amplificatore con guadagno $A_V$ calcolato.



## BUFFER A GUADAGNO UNITARIO (OD INSEGUITORE DI TENSIONE - VOLTAGE FOLLOWER)

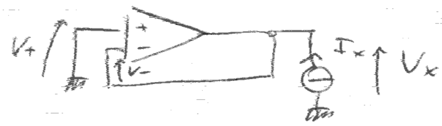
È un caso particolare dell'amplificatore non invertente $V \to V$ in cui la $R_1 \to \infty$ (circuito aperto) e la $R_2 = \emptyset$ (corto circuito).



$V_o = V_- = V_+ = V_s \Rightarrow \underline{V_o = V_s}$

$$\boxed{A_V = \frac{V_o}{V_s} = 1}$$

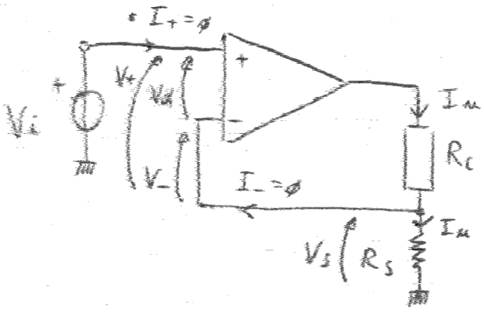
- $R_i = \frac{V_s}{I_+} = \frac{V_s}{\emptyset} \to \infty$
- $R_u = \frac{V_x}{I_x} = \emptyset$



$V_x = V_- = V_+ = \emptyset$

La $R_i \to \infty$ e la $R_u = \emptyset$ e quindi realizza una trasformazione notevole a livello d'impedenza mantenendo inalterato (per il guadagno unitario $A_V = 1$) il livello del segnale. (Esempi possono essere sensori e sistemi per acquisizione dati).

## → AMPLIFICATORE NON INVERTENTE $V \to I$



Amplificatore di transconduttanza

$V_s = V_- = V_+ = V_i \Rightarrow V_s = V_i$

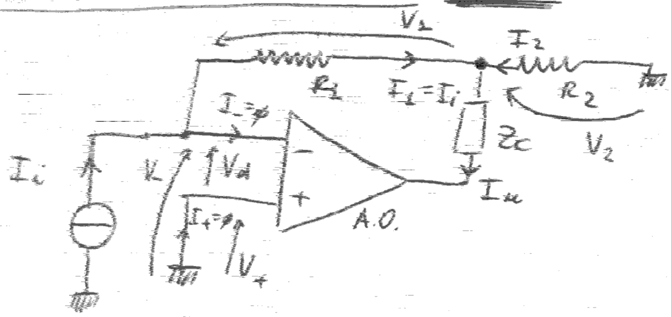
$I_u = \frac{V_s}{R_s} = \frac{V_i}{R_s}$

$$\boxed{G_m = \frac{I_u}{V_i} = \frac{1}{R_s}}$$ TRANSCONDUTTANZA

- $R_i = \frac{V_i}{I_+} = \frac{V_i}{\emptyset} \to \infty$ $\boxed{R_i \to \infty}$

- $\boxed{R_u \to \infty}$

→ AMPLIFICATORE INVERTENTE $I \rightarrow I$




Vincoli dell'A.O. ideale

$$\begin{cases} V_d = \phi \Rightarrow V_+ = V_- = \phi \\ I_+ = I_- = \phi \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$I_1 = I_i$$

$$R_1 \parallel R_2 \Rightarrow V_1 = V_2 \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2$$

$$I_u = I_1 + I_2 \underset{(I_1 = I_i)}{=} I_i + I_i \frac{R_1}{R_2} = I_i\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) = \boxed{I_i\left(\frac{R_1 + R_2}{R_2}\right) = I_u}$$

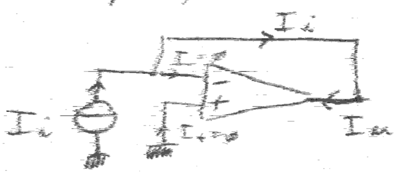
Pertanto il guadagno:

$$\boxed{A_v = \frac{I_u}{I_i} = 1 + \frac{R_1}{R_2}}$$

- $\boxed{R_i \rightarrow \phi}$
- $\boxed{R_u \rightarrow \infty}$

BUFFER A GUADAGNO UNITARIO (OD INSEGUITORE DI CORRENTE) $I \rightarrow I$

È un caso particolare di amplificatore invertente $I \rightarrow I$ in cui la $R_2 \rightarrow \infty$ (circuito aperto) e la $R_1 = \phi$ (corto circuito).




Si vede subito che per via di $I_- = \phi$

$$\Rightarrow I_i = I_u$$

Da cui:

$$\boxed{A_v = \frac{I_u}{I_i} = 1}$$

Altrimenti:

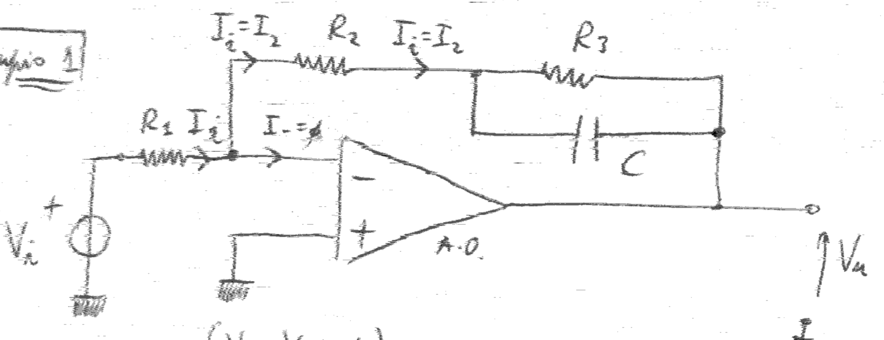
→ Per configurazioni ~~non~~ invertenti

* equazioni alle maglie d'ingresso con il modello dell'amplif. operazionale $V_d = \emptyset$.

→ Per configurazioni invertenti

* massa virtuale, equazione correnti su ingresso invertente (−).

**Esempio 1**

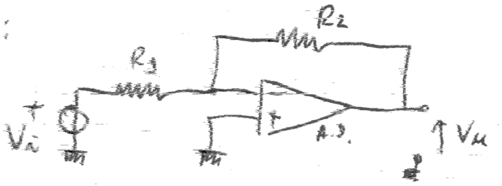



$(V_+ = V_- = 0)$

## Comportamento asintotico

- $\omega \to \infty$ $\quad C \to c.c. \Rightarrow R_3 = 0$

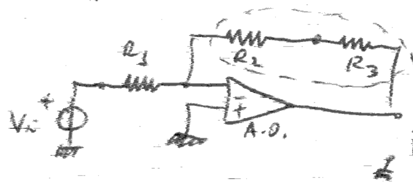
Avrò pertanto:




$\to$ INVERTENTE

Pertanto: $\boxed{V_u = -\dfrac{R_2}{R_1} V_i}$ $(\omega \to \infty)$

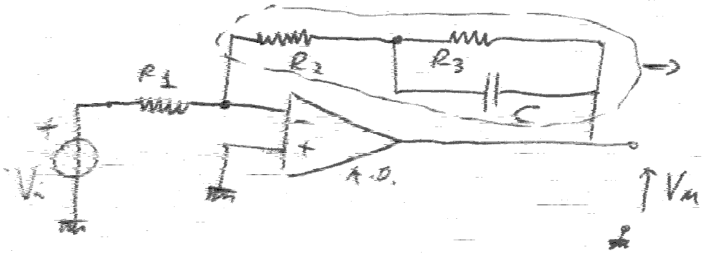
- $\omega \to 0$ $\quad C \to c.a. \Rightarrow$ Avrò $R_2$ ed $R_3$ in serie




$\to (R_2 + R_3)$ $\to$ INVERTENTE

Pertanto: $\boxed{V_u = -\dfrac{(R_2 + R_3)}{R_1} V_i}$ $(\omega \to 0)$

## Fdt: posizione poli e zeri




$\to Z = \left[R_2 + \left(R_3 \parallel \dfrac{1}{sC}\right)\right]$

Pertanto: $V_u = -\dfrac{Z}{R_1} V_i \Rightarrow$ **Fdt**: $\boxed{\dfrac{V_u}{V_i} = -\dfrac{Z}{R_1}}$

Calcoliamoci Z:

$$Z = R_2 + \frac{\frac{R_3}{sC}}{R_3 + \frac{1}{sC}} = R_2 + \frac{R_3}{1 + sCR_3} = \frac{R_2 + R_3 + sCR_2R_3}{1 + sCR_3} = Z$$

oss: Si può anche vedere come il rapporto incrementale:

$$\frac{A_{v\infty}|_{dB} - A_{v0}|_{dB}}{\log\omega_z - \log\omega_p} = -20\ dB/dec \Rightarrow \frac{20\log A_{v\infty} - 20\log A_{v0}}{\log\omega_z - \log\omega_p} = -20\ dB/dec \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{20}\frac{\log\frac{A_{v\infty}}{A_{v0}}}{\log\frac{\omega_z}{\omega_p}} = -\cancel{20} \Rightarrow \frac{A_{v\infty}}{A_{v0}}\Big|_{dB} = -\frac{\omega_p}{\omega_z} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\left|\frac{A_{v\infty}}{A_{v0}}\right|_{dB} = \left|\frac{\omega_p}{\omega_z}\right|}$$

Ora assumiamo i dati della slide 8

$R_1 = 12K\Omega$, $R_2 = 33K\Omega$, $R_3 = 120K\Omega$

$C = 2,2\ nF$

Riscriviamo per comodità la f.d.t.:

$$\frac{V_u}{V_i} = A_v(s) = -\frac{(R_3+R_2)}{R_1}\frac{[1+sC(R_2 \| R_3)]}{(1+sCR_3)}$$

Nota: Se ora applichiamo il comportamento asintotico alla f.d.t. invece che al circuito come abbiamo fatto prima otteniamo i medesimi risultati:

$s = j\omega$

- $\underline{\underset{\omega\to\infty}{s\to\infty}}$ $\quad -\frac{R_3+R_2}{R_1}\cdot\frac{1+sC\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}}{1+sCR_3} =$

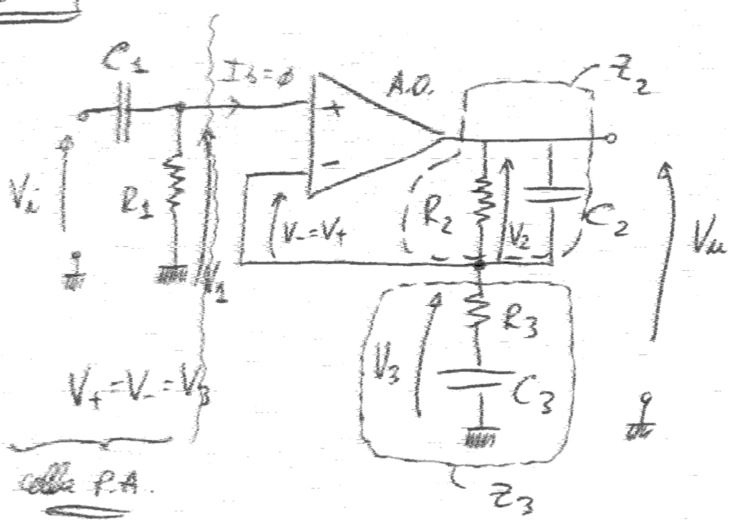
$$= -\frac{\cancel{R_3+R_2}}{R_1}\cdot\frac{R_2\cancel{R_3}}{\cancel{R_2+R_3}}\cdot\frac{1}{\cancel{R_3}} \stackrel{!}{=} \boxed{-\frac{R_2}{R_1} = A(\infty)}$$

- $\underline{\underset{\omega\to 0}{s\to 0}}$ $\quad -\frac{R_3+R_2}{R_1}\cdot\frac{1+sC\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}}{1+sCR_3} =$

$$\stackrel{!}{=} \boxed{-\frac{R_3+R_2}{R_1} = A(\phi)}$$

c.v.d.

Esempio 2




$R_1 = 10k\Omega$
$R_2 = 150k\Omega$
$R_3 = 12k\Omega$
$C_1 = 47\mu F$
$C_2 = 100pF$
$C_3 = 10\mu F$

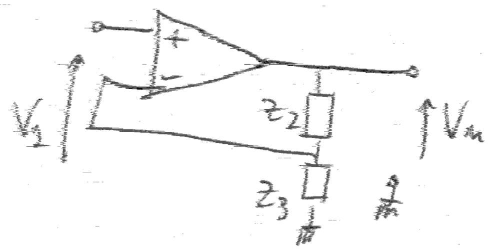
$V_+ = V_- = V_3$

cella P.A.

$$Z_2 = R_2 \parallel \frac{1}{sC_2} = \frac{R_2 \frac{1}{sC_2}}{R_2 + \frac{1}{sC_2}} = \boxed{\frac{R_2}{1+sR_2C_2} = Z_2}$$

$$\boxed{Z_3 = R_3 + \frac{1}{sC_3} = \frac{sC_3R_3+1}{sC_3}}$$

Per ora non comprendiamo la cella P.A:




NON INV.

$$\boxed{\frac{V_u}{V_i} = 1 + \frac{Z_2}{Z_3}}$$

$$\frac{V_u}{V_i} = A_v(s) = 1 + \left[\frac{R_2}{1+sR_2C_2} \cdot \frac{sC_3}{1+sR_3C_3}\right] = \frac{(1+sR_2C_2)(1+sR_3C_3) + sR_2C_3}{(1+sR_2C_2)(1+sR_3C_3)} =$$

$$= \frac{1+sR_3C_3+sR_2C_2+s^2R_2R_3C_2C_3+sR_2C_3}{(1+sR_2C_2)(1+sR_3C_3)} = \frac{s^2(R_2R_3C_2C_3)+s(C_2R_2+C_3R_3+C_3R_2)+1}{(1+sR_2C_2)(1+sR_3C_3)} =$$

$$= \frac{(1+s\tau_{z_1})(1+s\tau_{z_2})}{(1+s\tau_2)(1+s\tau_3)}$$

zeri
$\tau_{z_1} = 1{,}62\, s$
$\tau_{z_2} = 1{,}11\, \mu s$

poli
$\tau_2 = C_2R_2 = 15\, \mu s$
$\tau_3 = C_3R_3 = 120\, ms$

(effetto complesso)

• Sulla f.d.t

$$1+\frac{Z_2}{Z_3} \Rightarrow \quad Z_2 = \frac{R_2}{1+sR_2C_2}$$

$$Z_3 = R_3 + \frac{1}{sC_3}$$

$\boxed{s \to 0}$ $\left.\begin{array}{l} Z_2 = R_2 \\ Z_3 = \infty \end{array}\right\} \to 1+\frac{Z_2}{Z_3} = 1+\cancel{\frac{R_2}{\infty}}^{\,\to \phi} = 1$

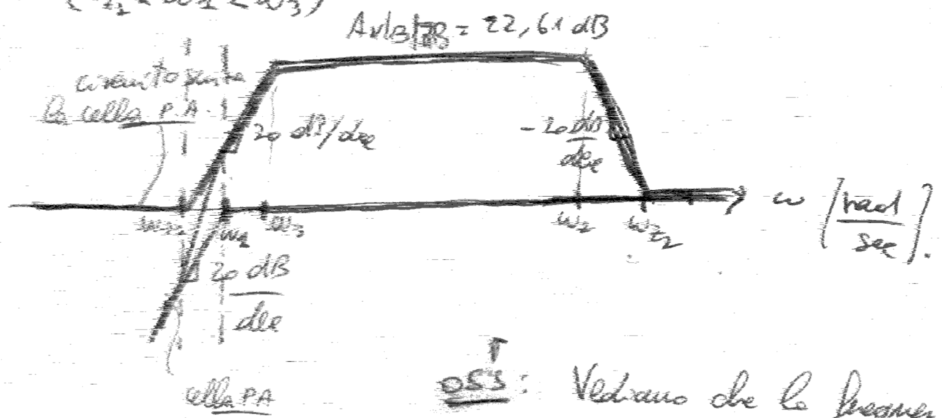
$\boxed{s \to \infty}$ $\left.\begin{array}{l} Z_2 = \phi \\ Z_3 = R_3 \end{array}\right\} \to 1+\frac{Z_2}{Z_3} = 1+\frac{\phi}{R_3} = 1$

c.v.d ■

Rappresentiamo graficamente

→ $\boxed{\text{caso } \tau_3 < \tau_1 < \tau_{z_1}}$ dove $\tau_1$ è il polo della cella P.A.

$(\omega_{z_1} < \omega_1 < \omega_3)$




OSS: Vediamo che la frequenza del condensatore $C_3$ quando → ∞ rispetto alla freq. del condensatore $C_2$ è molto prima sulla scala logaritmica. Quindi il valore della banda passante si può vedere come un valore $(A_v|_B)$ quando $C_3$ è un c.c. $(\omega_3 \to \infty)$ e quando $C_2$ è un c.a. $(\omega_2 \to \phi)$.

Qst è un caso particolare (non vale in generale) ←

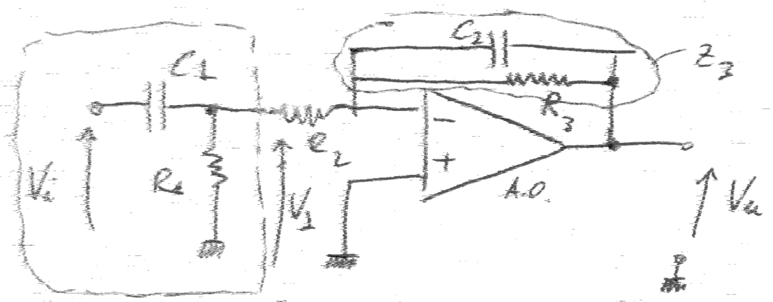
Quindi dovrò sommare il contributo di $C_3(\omega \to \infty)$ e $C_2(\omega \to \phi)$

$Z_2 = \frac{R_2}{1+sR_2C_2}$ ; $Z_3 = R_3 + \frac{1}{sC_3}$

• $C_3(\omega \to \infty)$
$Z_2 = \phi$
$\boxed{Z_3 = R_3}$

• $C_2(\omega \to \phi)$
$\boxed{Z_2 = R_2}$
$Z_2 = \infty$

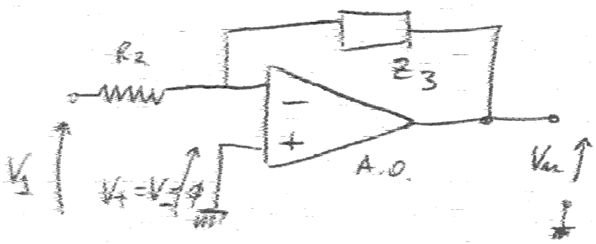
## → AMPLIFICATORE AC INVERTENTE




cella P.A. ⇒ (taglia la continua)

$$Z_3 = R_3 \parallel \frac{1}{sC_2} = \frac{R_3/sC_2}{R_3 + \frac{1}{sC_2}} = \boxed{\frac{R_3}{1+sC_2R_3} = Z_3}$$

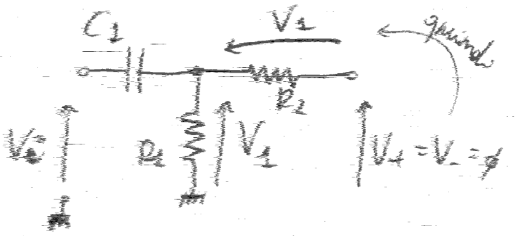
Come prima analizziamo il circuito senza la cella P.A.:



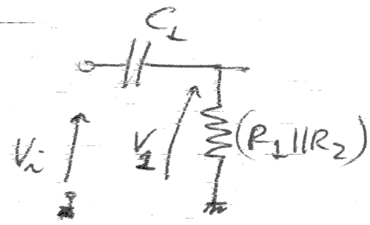

INV.

$$\frac{V_u}{V_1} = -\frac{Z_3}{R_2}$$

Per la cella PA ($R_2$ si deve anche comprendere)




→ $(R_1 \parallel R_2)$ ⇒




$$V_1 = V_i \frac{R_1 \parallel R_2}{\frac{1}{sC_1} + (R_1 \parallel R_2)} \Rightarrow \frac{V_1}{V_i} = \frac{R_1 \parallel R_2}{\frac{1}{sC_1} + (R_1 \parallel R_2)}$$

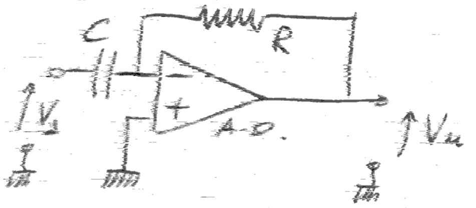
In totale avremo:

$$\frac{V_u}{V_i} = \frac{V_u}{V_1}\frac{V_1}{V_i} = \boxed{-\frac{Z_3}{R_2} \frac{R_1 \parallel R_2}{\frac{1}{sC_1} + (R_1 \parallel R_2)} = A_v(s)}$$

dove $Z_3$ è l'impedenza calcolata all'inizio.

## DERIVATORE CON A.O.

→ Inserendo come elemento d'ingresso un condensatore si ottiene un DERIVATORE

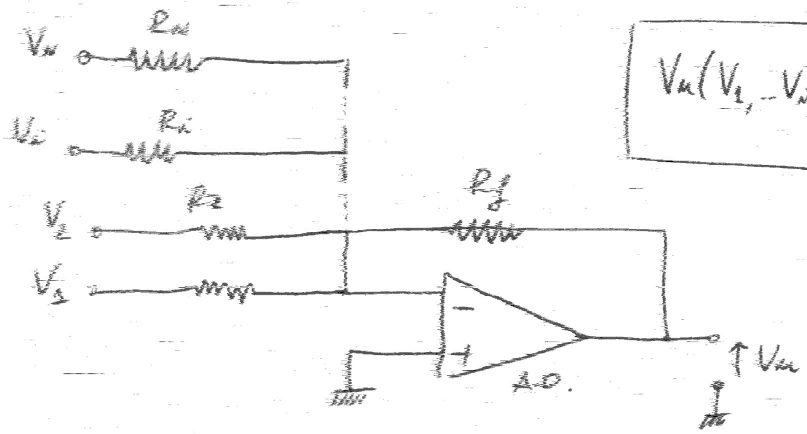



$$V_u(s) = -V_i(s)\, sRC$$

⇓ proprietà di Laplace

$$\boxed{V_u(t) = -RC\,\frac{dV_i(t)}{dt}}$$ nel tempo

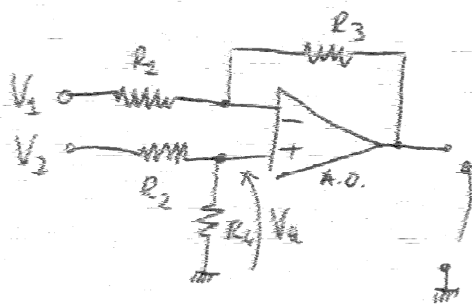
## SOMMATORE CON A.O.




$$\boxed{V_u(V_1, \dots V_i, \dots, V_N) = -R_f\left(\sum_{i=1}^{N} \underbrace{\frac{V_i}{R_i}}_{I_i}\right)}$$

## AMPLIFICATORE DIFFERENZIALE CON A.O.

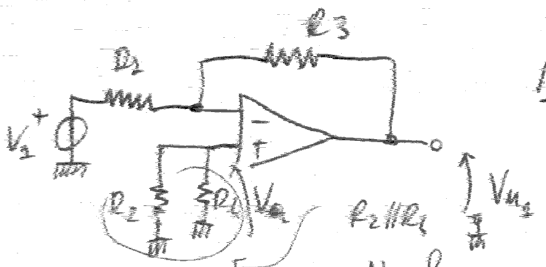
Applichiamo segnali sia al lato invertente che al lato non invertente.




$$V_u = V_{u1}|_{V_2=\emptyset} + V_{u2}|_{V_1=\emptyset}$$

principio di sovrapp. degli effetti.

$V_{u1}|_{V_2=\emptyset}$




INV

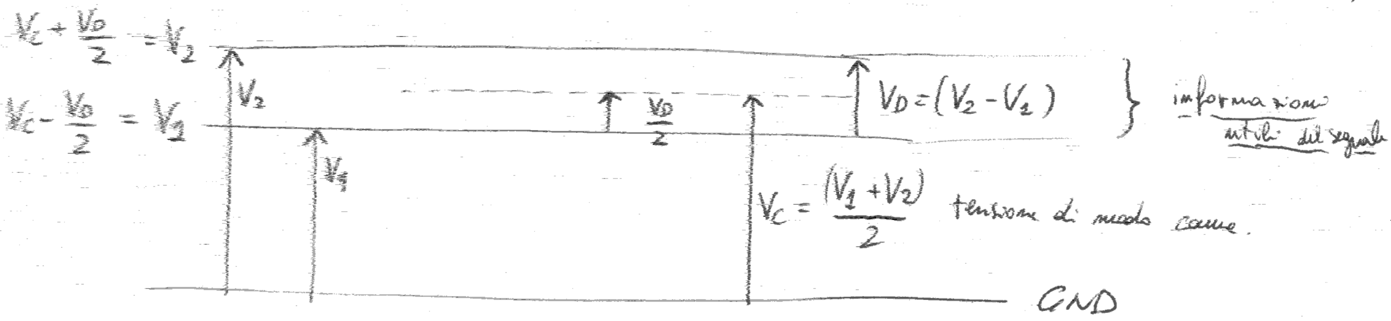
$$\boxed{V_{u1} = V_1\left(-\frac{R_3}{R_1}\right)}$$

Non fa nessun effetto

Gli ampl. diff. nascono perché il segnale differenziale creato è più immune ai rumori rispetto agli altri segnali.

→ Le tensioni $V_2$ e $V_1$ possono essere scritte come somma di:

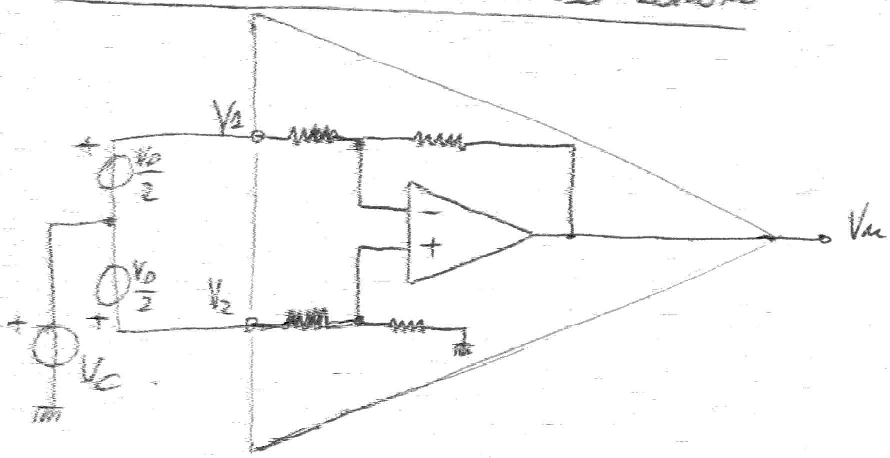
- un <u>TERMINE DI MODO COMUNE</u> $V_C = \frac{(V_1+V_2)}{2}$ (disturbi)
- un <u>TERMINE DIFFERENZIALE</u> $V_D = (V_2 - V_1)$ segnale "intelligente" (con le informazioni)




<u>Formule utili</u>

$$\boxed{\begin{aligned} V_2 &= V_C + \frac{V_D}{2} \\ V_1 &= V_C - \frac{V_D}{2} \end{aligned}} \Longleftrightarrow \begin{aligned} &\boxed{V_D = V_2 - V_1} \quad \text{tensione differenziale} \\ &\boxed{V_C = \frac{(V_1+V_2)}{2}} \quad \text{tensione di modo comune} \end{aligned}$$

## MODO DIFFERENZIALE E MODO COMUNE




Dal circuito infatti

$$V_1 = V_C - \frac{V_D}{2}$$
$$V_2 = V_C + \frac{V_D}{2}$$

(*) foglietto

$$V_u = A_1 V_1 + A_2 V_2 = A_1\left(V_C - \frac{V_D}{2}\right) + A_2\left(V_C + \frac{V_D}{2}\right) = \underbrace{(A_1+A_2)}_{A_C} V_C + \underbrace{\frac{(A_2-A_1)}{2}}_{A_D} V_D =$$
$$= A_C V_C + A_D V_D$$

$\boxed{A_C = A_1 + A_2}$ AMPLIFICAZIONE DI MODO COMUNE

$\boxed{A_D = \frac{A_2 - A_1}{2}}$ AMPLIFICAZIONE DIFFERENZIALE

dove $A_1$ è l'amplificazione del segnale $V_1$,
$A_2$ è l'amplificaz. del segnale $V_2$

# REIEZIONE DEL MODO COMUNE

Un buon amplificatore differenziale deve:

→ amplificare i segnali differenziali
$A_D$ BEN DEFINITO

→ non amplificare i segnali di modo comune (disturbi)
$A_C$ BASSO

Quindi il rapporto $\frac{A_D}{A_C}$ è molto importante perché indica qnt viene amplificato un segnale differenziale rispetto a qll di modo comune.

Qst viene definito $\boxed{CMRR = \frac{A_D}{A_C}}$ (Common Mode Rejection Ratio)

- tolleranze resistenze
- $A_D$ e $A_C$ dell'operazionale

} possono far diminuire il CMRR

Il CMRR è un'informazione di qnt sia buono un amplificatore differenziale, più è alto più si avvicinerà al modello ideale e quindi, di conseguenza, sarà migliore.

## PASSARE DA $A_1, A_2$ AD $A_C, A_D$

- $V_u$ è esprimibile come:

$$(1)\quad V_u = A_2 V_2 + A_1 V_1$$
$$(2)\quad V_u = A_D V_D + A_C V_C$$

(~~con $A_1 \neq \phi$~~)

Dim della formula nel calcolo alternativo del CMRR (prox foglio)

$$\begin{cases} A_C = A_1 + A_2 \\ A_D = \frac{(A_2 - A_1)}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} A_C = (A_1 + A_2) \\ A_D = \frac{(A_2 - A_1)}{2} \end{cases}$$

(sostituire alla (1))
$$\begin{cases} V_1 = V_C - \frac{V_D}{2} \\ V_2 = V_C + \frac{V_D}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} V_D = V_2 - V_1 \\ V_C = \frac{(V_1 + V_2)}{2} \end{cases}$$
(sostituire alla (2))

- $A_1$ ed $A_2$ dal circuito → passare ad $A_D$ ed $A_C$?

(I MODO): sostituire algebricamente i valori nelle equazioni (1) (2) sopra.

(II MODO): applicare la sovrapposizione degli effetti

- SOLO SEGNALE COMUNE

$$V_1 = V_2 = V_C \qquad (1)\ V_u = A_C V_C = (A_1 + A_2) V_C \rightarrow \boxed{A_C = A_1 + A_2}$$

- SOLO SEGNALE DIFFERENZIALE

$$V_2 = -V_1 = \frac{V_D}{2} \qquad (1)\ V_u = A_D V_D = (A_2 - A_1)\frac{V_D}{2} \rightarrow \boxed{A_D = \frac{(A_2 - A_1)}{2}}$$

Se $\boxed{\frac{R_3}{R_1} = \frac{R_4}{R_2}} = A_x \Rightarrow A_D = \frac{1}{2}\left(A_x + \frac{A_x}{\cancel{1+A_x}}\left(\cancel{1+A_x}\right)\right) = \frac{1}{\cancel{2}}(\cancel{2} A_x) = A_x = \frac{R_3}{R_1}$

$$\boxed{A_D = \frac{R_3}{R_1} = \frac{R_4}{R_2}}$$

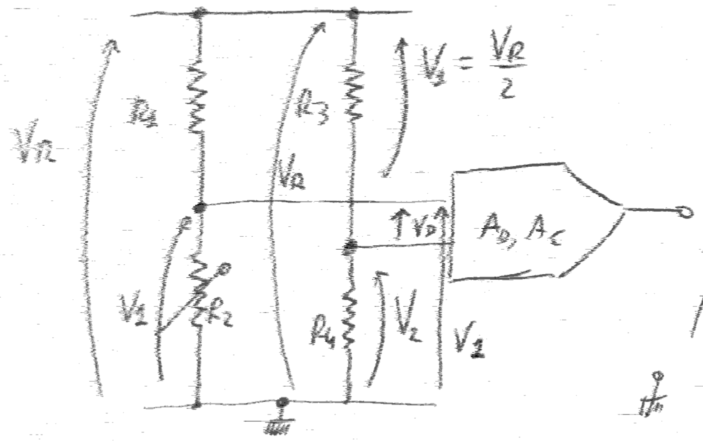
• Il CMRR sarà:

$$\boxed{CMRR = \frac{A_D}{A_C} = \frac{R_3/R_1}{\varnothing} \rightarrow \infty}$$

→ qst qnd è il caso IDEALE

• In generale nel caso reale si deve tendere ad avere un $A_C$ piccolo per massimizzare il CMRR con criteri di progetto adeguati

ESERCIZIO 4: ponte di resistenze




Hp: $A_C = \varnothing$

$V_u = A_D V_D + \underbrace{A_C V_C}_{=\varnothing} = \boxed{A_D V_D = V_u}$

$V_D = V_1 - V_2$

$\frac{V_R}{2} = V_1 = V_2 + V_D$

$V_1 = V_2 + V_D \qquad V_R = V_1 + V_2 + V_D$

$V_R = 2 V_1 = 2(V_2 + V_D)$

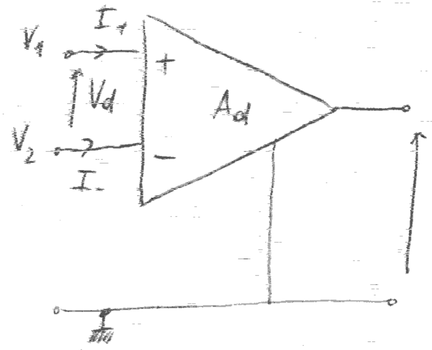
$V_1 = V_R \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ P.T.

$V_2 \overset{?}{=} \frac{V_R}{2} \frac{R_4}{R_4 + R_3}$ P.T.

# LEZIONE 06

## - L'AMPLIFICATORE OPERAZIONALE REALE -

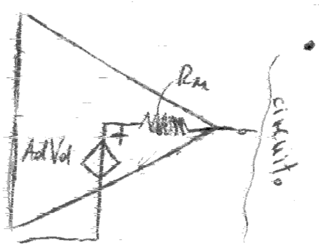
Come prima cosa ridiamo un'occhiata all' A.O. ideale e ai suoi vincoli così da sottolineare le differenze dal modello reale.




- $\boxed{A_d \to \infty}$ GUADAGNO INFINITO
- $\boxed{I_- = I_+ = \emptyset}$ CORRENTI D'INGRESSO NULLE
- $\boxed{V_d = \frac{V_u}{A_d} = \frac{V_u}{\infty} = \emptyset}$

$V_d = V_1 - V_2 = 0 \Rightarrow \boxed{V_1 = V_2}$

Tensione differenziale nulla




- Resistenza d'uscita $\boxed{R_u = \emptyset}$
  NULLA così che qll che c'era attaccato avesse tensione pari a qll del generatore pilotato $A_d V_d$

I DISPOSITIVI REALI hanno altre caratteristiche ovviamente:

- Guadagno differenziale $A_d$ grande ma non $\infty$. $\Rightarrow$ $V_d$ piccola ma non nulla.
- Correnti d'ingresso piccole ma non nulle
- Resistenza di uscita piccola ma non nulla
- Funzione di trasferimento non lineare.
- Banda passante $B_p$ limitata ($A_d$ piccolo per grandi frequenze $\omega \gg \emptyset$)
- Influenza dei parametri esterni (temperatura, alimentazione e altro)

Occorre quindi un modello che consideri tutti qst effetti:

$\rightarrow$ l' $\boxed{\text{AMPLIFICATORE OPERAZIONALE REALE}}$

$$V_i = V_u \left( \frac{1}{A_d} + \beta \right) = V_u \left( \frac{1+\beta A_d}{A_d} \right).$$

$$\boxed{A_{V m.i.} = \frac{V_u}{V_i} = \frac{1}{\frac{1+\beta A_d}{A_d}} = \frac{A_d}{1+\beta A_d} = \frac{1}{\frac{1}{A_d}+\beta} = \frac{1}{\beta}\,\frac{1}{1+\frac{1}{\beta A_d}}}$$

oss.: Vediamo subito che se $A_d \to \infty$ torniamo al caso ideale $A_V = \frac{1}{\beta}$

Nota: $\beta^{-1} = \frac{1}{\beta} = \frac{R_1+R_2}{R_2} = 1 + \frac{R_1}{R_2} = A_V$ nel caso ideale

Indicando con $T = \beta A_d$, avremo:

per $A_d \to \infty$ anche $T \to \infty$ e $A_{Vm.i} \to A_V$
(il guadagno diventa ideale)

$$A_{Vm.i.} = \frac{V_u}{V_i} = \frac{1}{\beta}\,\frac{1}{1+\frac{1}{\beta A_d}} = \frac{1}{\beta}\,\frac{1}{1+\frac{1}{T}}$$

Il termine $\frac{1}{1+\frac{1}{T}}$ può essere sviluppato matematicamente con McLaurin:

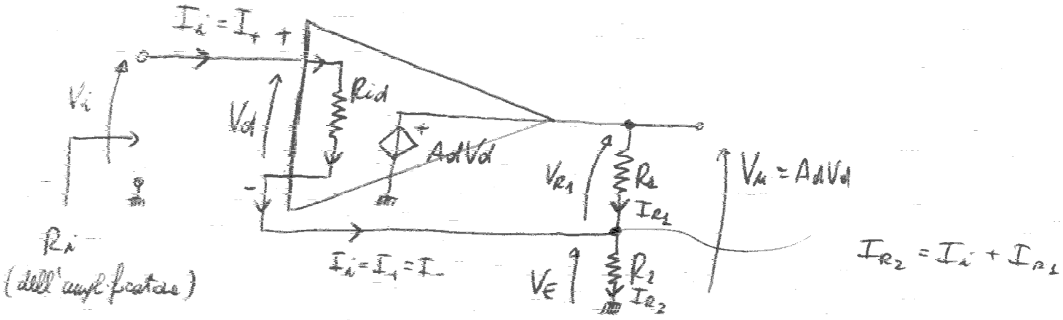
$$A_{Vm.i.} = \frac{1}{\beta}\,\frac{1}{1+\frac{1}{T}} \cong \frac{1}{\beta}\left(1 - \frac{1}{T} + \dots\right)$$

$$\boxed{\varepsilon_G = \frac{1}{T} = \frac{1}{\beta A_d}}$$ ERRORE DI GUADAGNO

Quindi in generale con A.O. reale il guadagno:

- → è sempre più basso di quello ideale.
- → errore inversamente proporzionale all'$A_d$, oppure proporzionale a $\frac{1}{\beta A_d} = \frac{1}{T}$.

• RESISTENZA INGRESSO AMPLIFICATORE $R_i$ (effetto di $R_{id}$ ed $A_d$)




$$I_i = I_+ = I_- = \frac{V_d}{R_{id}} = \boxed{\frac{V_u}{A_dR_{id}} = I_i}$$

$$\left(V_u = A_dV_d \rightsquigarrow V_d = \frac{V_u}{A_d}\right)$$

$$V_{R_1} = V_u - V_E$$

$$I_{R_1} = \frac{V_{R_1}}{R_1} = \frac{V_u - V_E}{R_1}$$

$$I_{R_2} = \frac{V_E}{R_2} \Rightarrow V_E = I_{R_2}R_2 \quad (\text{dove } I_{R_2} = I_i + I_{R_1})$$

$$V_E = (I_i + I_{R_1})R_2 = \boxed{R_2\left(\frac{V_u}{A_dR_{id}} + \frac{V_u - V_E}{R_1}\right) = V_E}$$

Svolgo i conti ed ottengo:

$$\frac{V_E}{R_2} = \left(\frac{V_u}{A_dR_{id}} + \frac{V_u}{R_1} - \frac{V_E}{R_1}\right) \Rightarrow \underbrace{\frac{V_E}{R_1} + \frac{V_E}{R_2}}_{V_E(R_1//R_2)^{-1}} = V_u \underbrace{\left(\frac{1}{A_dR_{id}} + \frac{1}{R_1}\right)}_{((A_dR_{id})//R_1)^{-1}}$$

$$\Rightarrow V_E \frac{1}{(R_1//R_2)} = V_u \frac{1}{((A_dR_{id})//R_1)} \Rightarrow \boxed{V_E = V_u \frac{(R_1//R_2)}{((A_dR_{id})//R_1)}}$$

$$V_i = V_d + V_E = \frac{V_u}{A_d} + V_u \frac{(R_1//R_2)}{((A_dR_{id})//R_1)} = \boxed{V_u\left(\frac{1}{A_d} + \frac{(R_1//R_2)}{((A_dR_{id})//R_1)}\right) = V_i}$$

$$V_d = \frac{V_u}{A_d} - \frac{V_{Ro}}{A_d}$$

$$\underbrace{V_+}_{=\phi} = V_d + V_{R_2} \Rightarrow V_d = -V_{R_2} \Rightarrow \frac{V_u}{A_d} - \frac{V_{Ro}}{A_d} = -V_{R_2}$$

$$V_{R_2} = V_u \underbrace{\frac{R_2}{R_1+R_2}}_{\beta} \Rightarrow V_d = -V_u \frac{R_2}{R_1+R_2} = -V_u \beta$$

(P.T.)

(con $\beta$ fattore di partizione $\beta = \frac{R_2}{R_1+R_2}$)

$$\boxed{V_d = -\beta V_u}$$

(dove $\beta = \frac{R_2}{R_1+R_2}$ e $V_u = A_d V_d + V_{Ro}$)

$$\boxed{V_d = -\frac{R_2}{R_1+R_2}(A_d V_d + V_{Ro})}$$

Dato che $I_- = \phi \Rightarrow R_1$ in serie ad $R_2 \Rightarrow R_1 + R_2$, da cui:

$$\boxed{I_{R_1} = \frac{V_u}{R_1+R_2}}$$

A qst pto sostituiamo tutti i valori nella $V_u$:

($V_u = A_d V_d + V_{Ro}$)

$$V_u = A_d V_d + \underbrace{R_o \underbrace{(I_u - I_{R_1})}_{I_{Ro}}}_{(V_{Ro} = R_o I_{Ro})} = \boxed{A_d(-\beta V_u) + R_o\left(I_u - \frac{V_u}{R_1+R_2}\right) = V_u}$$

Sviluppando i calcoli arrivo:

$$1 = -\beta A_d + R_o \frac{I_u}{V_u} - \frac{R_o}{R_1+R_2} \quad \text{(diviso per } V_u\text{)}$$

$$\frac{I_u}{V_u} = \frac{\beta A_d}{R_o} + \frac{1}{R_1+R_2} + \frac{1}{R_o}$$

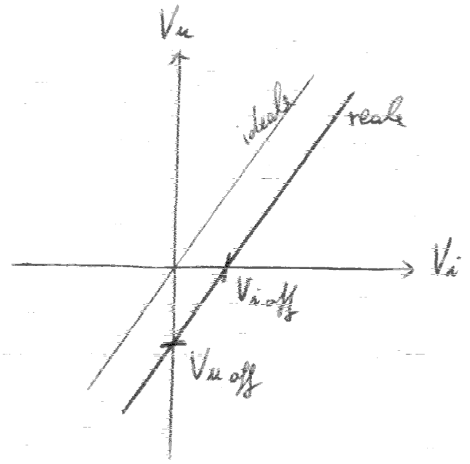
$$\frac{I_u}{V_u} = \frac{\beta A_d (R_1+R_2) + R_o + R_1 + R_2}{R_o(R_1+R_2)} = \frac{1}{R_u}$$

$$R_u = \frac{V_u}{I_u} = \frac{R_o(R_1+R_2)}{\beta A_d (R_1+R_2) + R_o + (R_1+R_2)} = \boxed{\frac{R_o}{\beta A_d + \frac{R_o}{(R_1+R_2)} + 1} = R_u}$$

dividendo per $(R_1+R_2)$

(4)

## → TENSIONE DI OFFSET DI INGRESSO E D'USCITA




Qst grafico (della transcaratteristica) rappresenta un andamento lineare.
Vediamo che se anche l'ingresso è zero si avrà un valore d'uscita.
Mentre $V_{i\,off}$ indica il minimo valore che deve avere l'ingresso per far sì che la uscita sia nulla.

- $V_{u\,off} = V_u$ per $\underline{V_i = \phi}$
- $V_{i\,off} = V_i$ per $\underline{V_u = \phi}$

L'obiettivo è minimizzare $V_{u\,off}$

## MODELLO PER $V_{i\,off}$ ($V_{off}$) - INGRESSO

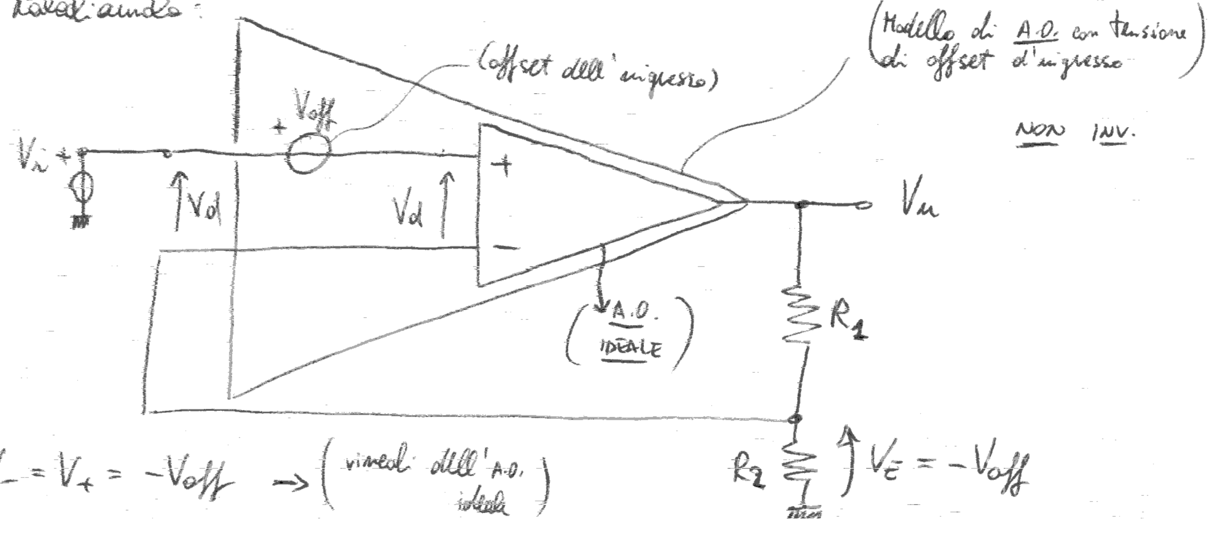
Nota: In tutti i data-sheet (o "bugiardino" degli A.O.) viene indicato il valore della tensione di offset d'ingresso $V_{i\,off}$ come $V_{off}$.

La presenza di un certo valore di $V_u \neq \phi$ per $V_i = \phi$ viene modellata inserendo un generatore $V_{off}$ nella maglia d'ingresso.

→ Quindi per $V_i = V_{off} \Rightarrow V_u = \phi \underset{\text{(implica)}}{\Rightarrow} V_E = \phi$

- $V_{off}$ è la tensione da applicare all'ingresso per ottenere $V_u = \phi$.

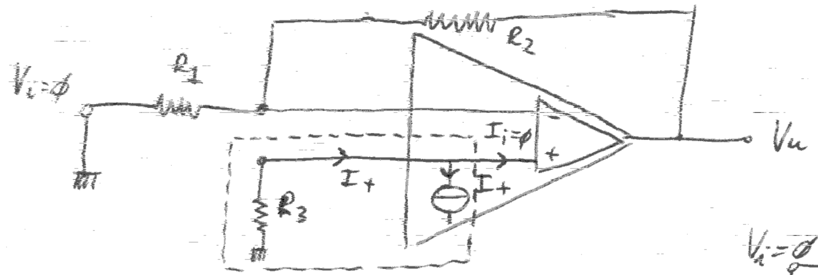
Ricalcolando:




$V_E = V_- = V_+ = -V_{off}$ → (vincoli dell'A.O. ideale)

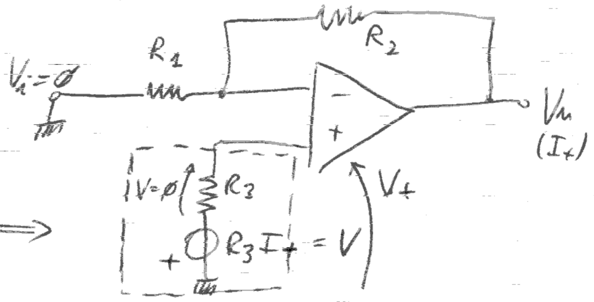
Ora valutiamo il contributo delle correnti d'ingresso alla tensione d'uscita. Tratteremo i due casi separati per poi unirli.
Qst trattazione vale sia per ampl. f.O. invertenti che non invertenti.

→ **CONTRIBUTO A $V_u$ DELLA CORRENTE $I_+$**




• Viene applicato solo $I_+$ ponendo $V_i = \emptyset$

⇓ trasformiamo il circuito nell'equivalente thevenin ⟹



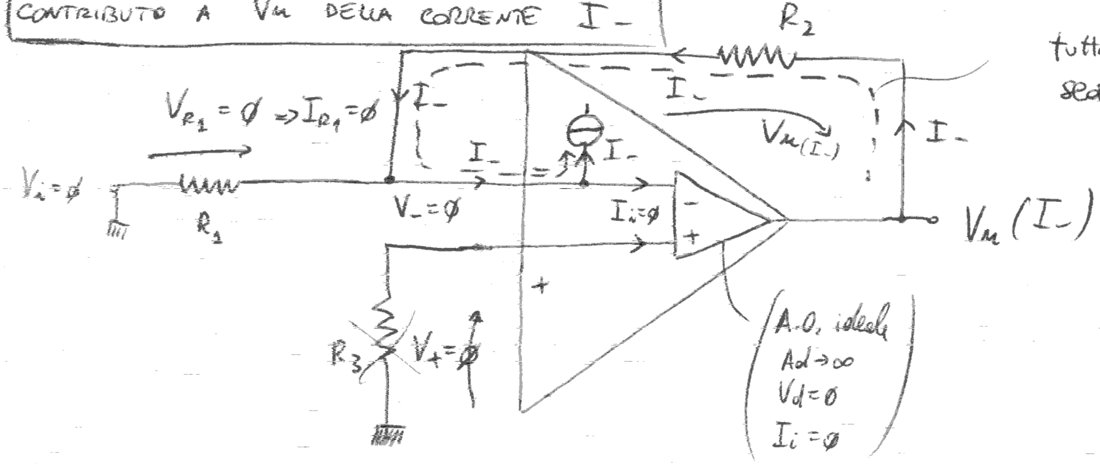

Quindi abbiamo un amplif. operazionale non invertente

$V_+ = -V = -R_3 I_+$

$$V_u = V_+\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) = \boxed{-R_3 I_+\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) = V_u(I_+)}$$

$(V_+ = -R_3 I_+)$

→ **CONTRIBUTO A $V_u$ DELLA CORRENTE $I_-$**




tutta la $I_-$ scende in $R_2$

$$\boxed{V_u(I_-) = R_2 I_-}$$

$$V_u(I_-) = -\cancel{R_1} I_- \left(-\frac{R_2}{\cancel{R_1}}\right) = R_2 I_-$$

## MODELLO CON $V_{off}$ E CORRENTI D'INGRESSO $I_i$

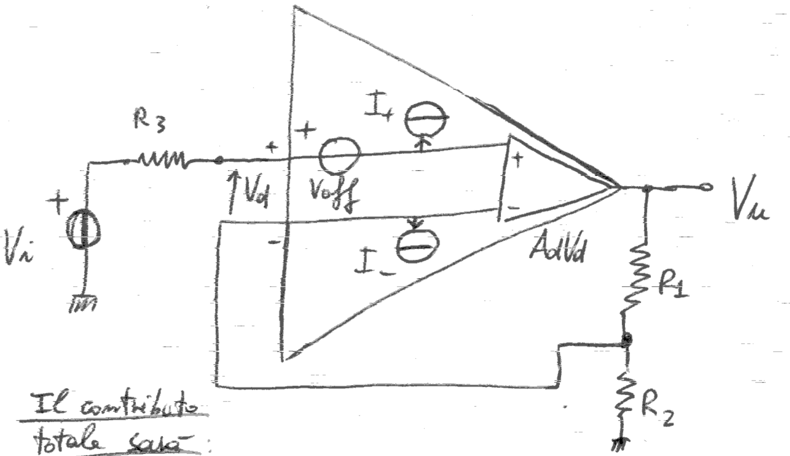
tensione → (1) $V_u(V_{off}) = -V_{off}\left(1+\dfrac{R_1}{R_2}\right)$

correnti ↓ (2)

$$\begin{cases} V_u(I_-) = R_2 I_- \\ V_u(I_+) = -R_3 I_+\left(1+\dfrac{R_1}{R_2}\right) \end{cases}$$

oppure

$$\begin{cases} |V_u(I_{off})| = \left[R_3\left(1+\dfrac{R_1}{R_2}\right)+R_1\right]\dfrac{|I_{off}|}{2} \\ V_u(I_b) = \left[-R_3\left(1+\dfrac{R_1}{R_2}\right)+R_1\right] I_b \end{cases}$$




Il contributo totale sarà:

$$\boxed{V_{u,off} = |V_u(V_{off})| + V_u(I_b) + |V_u(I_{off})|}$$

## OFFSET TOTALE IN USCITA

L'offset totale è dato dalla somma dei vari contributi:

- $\boxed{V_{i,off} = V_{off}}$ d'ingresso

  $V_u(V_{off}) = -V_{off}\left(1+\dfrac{R_1}{R_2}\right)$

- $\boxed{I_+ = I_b + \dfrac{I_{off}}{2}}$, $\boxed{I_- = I_b - \dfrac{I_{off}}{2}}$ correnti d'ingresso

  $V_u(I_+; I_-) = \underbrace{-(R_3 I_+)\left(1+\dfrac{R_2}{R_1}\right)}_{V_u(I_+)} + \underbrace{R_2 I_-}_{V_u(I_-)}$

L'offset totale sarà:

$$\boxed{V_{u,off} = |V_u(V_{off})| + V_u(I_+) + V_u(I_-)}$$

oppure

$$\boxed{V_{u,off} = |V_u(V_{off})| + V_u(I_b) + |V_u(I_{off})|}$$ (in funzione di $I_b$ e di $I_{off}$).

**Nota**: $I_b$ ha segno noto, mentre per $V_{off}$ e $I_{off}$ il segno non è noto.

- Se $\boxed{R_3 = R_1 \parallel R_2}$

  → si annulla $I_b$ ($V_u(I_b) = \emptyset$)

  (rif. all'A.O. disegnato sopra) → e $|V_u(I_{off})| = R_1 |I_{off}|$;

  $$\boxed{|V_{u,off}| = |V_u(V_{off})| + |V_u(I_{off})|}$$

# LEZIONE 07

## - I SEMICONDUTTORI -

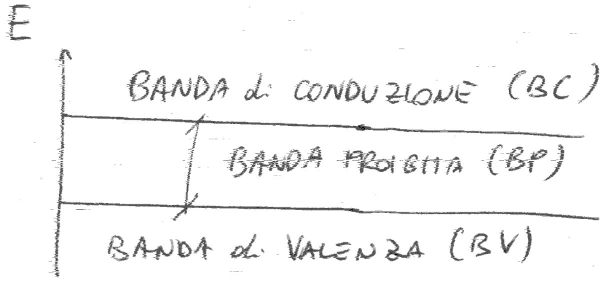
I parametri che caratterizzano i semiconduttori sono la

→ CONDUCIBILITÀ ELETTRICA $\sigma \left[\frac{S}{cm}\right]$

→ RESISTIVITÀ ELETTRICA $\rho = \frac{1}{\sigma} \, [\Omega cm]$

Sono caratterizzati da un cristallo con legami covalenti tra gli atomi. Per ogni atomo i 4 elettroni sul guscio più esterno sono condivisi con altri 4 atomi primi vicini.

In un reticolo cristallino formato da N atomi del IV gruppo della t.p. si hanno 4N elettroni di valenza.




Solo gli elettroni nella banda di conduzione (BC) possono far generare conduzione elettrica.

Se gli elettroni sono tutti disposti nella BV anche se si applica un campo elettrico (c.e.) non è possibile generare corrente.

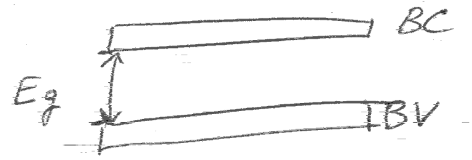
In generale gli elettroni tendono a distribuirsi sui vari livelli energetici partendo dal più basso (stato fondamentale)

@ $T = \emptyset K$, la BV è totalmente occupata e la BC è totalmente vuota. Come detto in qst caso non è possibile generare corrente. (Una banda tutta piena o tutta vuota non genera corrente).

@ $T \neq \emptyset K$ alcuni elettroni "saltano" nella BC grazie ad un aumento dell'energia prodotta dalla temperatura.

In qst caso la BV è in parte vuota e la BC è in parte occupata.

Per far sì che qst elettroni "saltino" ad uno stato quantico a maggior energia c'è bisogno che superino una energy gap della BP. Più qst è piccola più la probabilità del salto dell'elettrone è alta.




Qst $E_g$ è una funzione decrescente della temperatura

$$\boxed{BV \rightarrow BC \quad \alpha \quad e^{\frac{-E_g}{k_B T}}}$$

$E_g \rightarrow$ energy gap (energia da fornire per il salto)
$T \rightarrow$ temperatura (maggiore è T minore è $E_g$)
$k_B \rightarrow$ cost. di Boltzmann ($8{,}62 \times 10^{-5} \frac{eV}{K}$) = ($k_B T = 26\,meV$ @ $T = 300K$)

cioè tanto è più grande T tanto più piccola è $E_g$ (e quindi maggior probabilità dell'elettrone di "saltare" nella BC).

Nei semiconduttori $E_g$ è dell'ordine degli eV

$$1eV = q \times (\Delta V = 1V) = 1{,}6 \times 10^{-19}\ J \ (\text{Joule})$$

$1eV = 1qV$
$q \rightarrow [C]$
$1eV = 1CV$ ($CV = J$)
$1eV = 1J$
Nota: (unità di misura).

Nota: la differenza di energia potenziale in eV è uguale alla differenza di potenziale elettrostatico

Un altro parametro dipendente dall'$E_g$ è la distanza reticolare tra gli atomi. Indicata con $a$.
All'aumentare dell'$E_g$ $a$ diminuisce. Quindi quando l'$E_g$ è grande gli atomi del reticolo cristallino del materiale sono vicini.

In un SEMICONDUTTORE PURO (O INTRINSECO), il # di elettroni e delle lacune sono in equilibrio. Qst equilibrio è dettato ~~tra~~ 2 fenomeni:

- → GENERAZIONE: formazione di coppie elettrone - lacuna
- → RICOMBINAZIONE di coppie elettrone - lacuna per la ricomposizione di un legame covalente.

Le concentrazioni di $n$ e $p$ sono uguali.
($n_i$) è chiamata CONCENTRAZIONE INTRINSECA

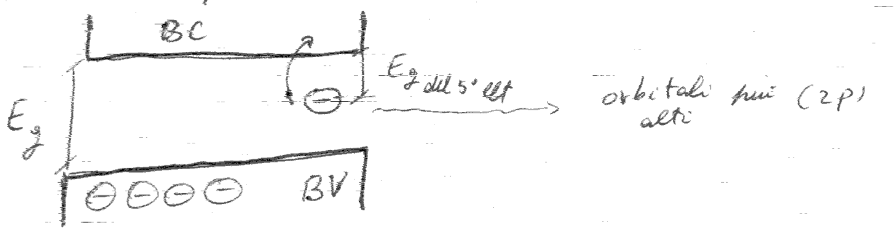
$$\boxed{n = p = n_i}$$

in un semiconduttore puro

dipende solo dal tipo del materiale.

→ SEMICONDUTTORE DROGATO DI $\boxed{\text{TIPO N}}$ (IMPURITÀ DI TIPO DONATORE)

Come detto per il silicio si usano elementi di drogaggio che rispondano agli elementi appartenenti alla V colonna della t.p. (qll più utilizzati sono il fosforo, l'arsenico e l'antimonio).
Quando uno di qst elementi prende il posto di un atomo di silicio nella struttura cristallina quattro dei 5 elettroni formano legami di tipo covalenti e il 5° occuperà una posizione "rialzata" rispetto alla banda di conduzione usuale e pertanto sarà più facile fargli fare il "salto" (perché avrà una $E_g$ minore). Qst perdita dell'elettrone da parte dell'atomo (se avviene) fa sì che qst'ultimo si ionizzi positivamente $+q$ e diventi uno ione positivo che occuperà una posizione fissa nel reticolo (a diff. dell'elettrone libero che potrà muoversi).




→ SEMICONDUTTORE DROGATO DI $\boxed{\text{TIPO P}}$

Si usano gli elementi della III colonna (o gruppo) che hanno 3 elettroni sul guscio più esterno. Un elettrone che si trova nelle vicinanze dell'atomo di boro (B) ad esempio può essere facilmente accettato per formare quattro legami covalenti con gli atomi di silicio adiacenti. Qst processo genera una lacuna che può spostarsi nel reticolo cristallino. Per contro, l'atomo di boro diventerà carico negativamente (ione negativo $-q$).

---

# atomi di drogaggio (impurità)
- ≫ rispetto alla concentrazione intrinseca $n_i$.
- ≪ rispetto al # di atomi che formano il reticolo cristallino.

• Indichiamo con $N_D$ la concentrazione $[cm^{-3}]$ di atomi donatori inseriti e con $N_D^+$ la concentrazione di atomi donatori ionizzati. Qst'ultimi sono coloro che effettivamente hanno "donato" l'elettrone formando un elettrone libero. (Infatti non è certo che tutti gli atomi donatori inseriti tramite drogaggio donino l'elettrone ma abbiamo solo delle densità di probabilità). TIPO $n$.

@ $T = 300\ K$ si ha $\boxed{N_D^+ \approx N_D}$

• Indichiamo con $N_A$ la concentrazione $[cm^{-3}]$ di atomi accettatori inseriti e con $N_A^-$ la concentrazione di atomi accettatori ionizzati. Cioè qll che hanno "accettato" un elettrone generando una lacuna (come prima spiegato anche qua si tratta di probabilità). TIPO $p$.

@ $T = 300\ K$ si ha $\boxed{N_A^- \approx N_A}$

→ NEUTRALITÁ ELETTRICA

Consideriamo un campione di semiconduttore a 300K drogato con atomi donatori $N_D$ ed atomi accettatori $N_A$ per unità di volume.

Nel campione avrò:

→ CARICHE POSITIVE MOBILI (le lacune $p$) e CARICHE POSITIVE FISSE (atomi donatori ionizzati $N_D^+ \approx N_D$).

→ CARICHE NEGATIVE MOBILI (gli elt liberi $n$) CARICHE NEGATIVE FISSE (atomi accettatori ionizzati $N_A^- \approx N_A$).

Se il campione è OMOGENEO (cioè le impurità sono p.to per p.to costanti) deve essere localmente neutro (cioè cariche + = cariche −):

$$\boxed{n + N_A^- = p + N_D^+}$$

qst relazione è chiamata condizione di neutralità locale. Cioè il materiale non emette radiazioni perché è in stato di equilibrio

OSS: Se $N_D^+ = N_A^-$ vediamo che la carica ionizzata netta $N^+ = N_D^+ - N_A^-$ si annulla ($N^+ = \phi$). In qst stato torniamo alle condizioni del semiconduttore intrinseco $n = p \Rightarrow n_i^2 = np$, cioè come se il materiale non fosse stato drogato. Infatti i due drogaggi (qll di tipo n e qll di tipo p si compensano).

Il prodotto delle due popolazioni ($n$ e $p$) dev'essere cmq uguale sempre a qll intrinseco ($n_i^2$). Quindi quando droghiamo un materiale per renderlo di tipo n aumenterò gli elettroni liberi ma diminuiranno le lacune e viceversa. Infatti $n_i^2 = np$. Per far sì che $n_i^2$ sia uguale se aumento un termine nel prodotto l'altro dovrà diminuire proporzionalmente. Le cariche mobili dello stesso tipo del drogaggio vengono dette PORTATORI DI MAGGIORANZA, le altre PORTATORI DI MINORANZA.

→ Quindi se il campione è <u>drogato n</u> ($N^+ > \phi$) si ha:

$$\boxed{n = N^+ \quad ; \quad p = \frac{n_i^2}{N^+}} \qquad \text{se } \underline{n_i << N^+}$$

→ Se il campione è <u>drogato p</u> ($N^+ < \phi$) si ha:

$$\boxed{p = |N^+| \quad ; \quad n = \frac{n_i^2}{|N^+|}} \qquad \text{se } \underline{n_i << |N^+|}$$

nota: Valori validi per semiconduttori omogenei e non degeneri.

Fino ad ora il nostro semiconduttore è all'equilibrio termodinamico come spiegato prima.

Ora vedremo quando <u>non</u> lo è.

$$\boxed{v_n = -\mu_n \mathcal{E}} \quad ; \quad \boxed{v_p = \mu_p \mathcal{E}}$$

dove: $v_n$ è la velocità (media) degli elt liberi
$\mu_n$ è la mobilità degli elt liberi

$v_p$ è la velocità (media) delle lacune
$\mu_p$ è la mobilità delle lacune.

$(\mu_n \neq \mu_p) > \emptyset$

$(\mu_n > \mu_p)$

Le cariche negative si muovono in direzione opposta ad $\mathcal{E}$, mentre le cariche positive nella stessa direzione di $\mathcal{E}$.

OSS: Il parametro della mobilità sembra un concetto semplice ma in realtà è molto complesso. "dentro" a qst parametro è compresa la relazione delle particelle rispetto agli altri atomi che compongono la struttura cristallina ed altre relazioni complesse che sono state formulate per la "costruzione" della teoria dello studio dei solidi.

In generale il parametro $\mu$ non è costante, ma varia nel tempo. (pendenza della retta)
$\mu$ ha valore costante solo per valori di $\mathcal{E}$ molto piccoli. $(v = \mu \mathcal{E})$
Il valore di $\mu$ per $\mathcal{E} \to \emptyset$ è detto mobilità di basso campo $(\mu_0)$
Per campi molto elevati la mobilità tende alla saturazione detta costante di velocità di saturazione (nell'ordine dei $10^7$ cm/s) (Si, Ge)

OSS: In alcuni materiali la mobilità può essere differenziale $(\mu_d)$ e presentare mobilità differenziale $\mu_d = \frac{d|v|}{d\mathcal{E}}$ negativa
(Soprattutto a RF dove non si usa più il Si ma GaAs)

DIPENDENZE PER LA MOBILITÀ $\mu$
- INTENSITÀ $\mathcal{E}$
- DROGAGGIO (CIOÈ PRESENZA DI IMPURITÀ NEL MATERIALE) → DEGRADAZIONE DELLA MOBILITÀ.
- TEMPERATURA

Allo stesso modo $J = I/A = \sigma \mathcal{E}$

$$\boxed{J_{(p)\,tr} = \frac{I_{(p)}}{A} = \frac{qp\cancel{A}\mu_p\mathcal{E}}{\cancel{A}} = qp\mu_p\mathcal{E} = \sigma\mathcal{E}}$$ , da cui

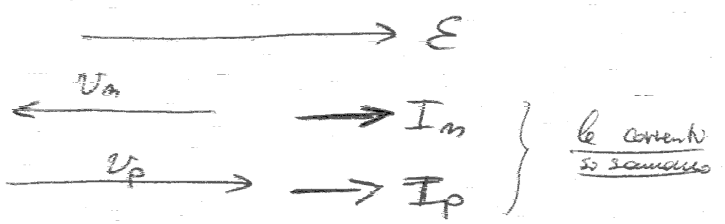
$\boxed{\sigma_p = qp\mu_p}$ conducibilità elettrica dovuta alle lacune di mobilità $\mu_p$

• Se abbiamo una situazione in cui né $n$ né $p$ sono trascurabili abbiamo semplicemente la somma delle qntà appena calcolate:

$$J_{tr} = J_{n,tr} + J_{p,tr} = \underbrace{qn\mu_n\mathcal{E} + qp\mu_p\mathcal{E}}_{\text{le due correnti si sommano.}}$$ , da cui:

$$\boxed{\sigma = qn\mu_n + qp\mu_p}$$
$(= \sigma_n + \sigma_p)$

Nota: Per capire meglio perché le correnti si sommano:




La velocità degli elettroni è opposta al c.e. $\mathcal{E}$ perché hanno carica negativa, quindi $v_n$ sarà negativa. Per il calcolo della corrente però devo moltiplicare qst 2 quantità e siccome l'elt ha carica negativa $(-q)$ il segno della corrente sarà positivo.

$$I_n = -qnA(-v_n) = -qnA(-\mu_n\mathcal{E}) = +qnA\mu_n\mathcal{E}$$

Per le lacune invece non c'è alcuna qntà negativa. Infatti essendo di carica positiva $(+q)$ la velocità sarà concorde con il $\mathcal{E}$ e quindi positiva.