



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1244

DATA: 27/10/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Samake

MATERIA: Termodin. Applic. e Trasmissione del Calore + Eserc.

Prof. Chiocchia

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

Termodinamica Applicata e Trasmissione del Calore

Termodinamica: Studio della trasmissione di calore con i fluidi

I fluidi sono: gas: occupano tutto il volume a disposizione

liquidi: non lo fanno.

Differenza tra fluidi e solidi: • Il fluido si adatta alla deformazione, il solido no

• Il fluido oppone resistenza alla deformazione in funzione della velocità, il solido no.

• Il fluido cambia forma in funzione della pressione, il solido no.

Modello di fluido: → Trasmette sforzi normali all'esterno

→ Trasmette forze viscosse tangenziali

→ Varia la densità

→ Trasmette calore

In questo studio non si considerano fluidi rarefatti

I numeri caratteristici sono: • ℓ : distanza media tra le molecole

• L , scala del fenomeno

Il rapporto $\frac{\ell}{L}$ è il numero di Knudsen. Se $\epsilon \approx 1 \Rightarrow$ Fluido rarefatto.

Per numeri Kn abbastanza piccoli posso considerare il fluido costante

Ma quando studio un fenomeno ho bisogno di una scala intermedia tra ℓ e L .

Particella Fluida: Ha una scala intermedia $dn \mid \ell < dn < L$

È tipo centro di massa, se dentro questa particella stanno 10^9 molecole la velocità della particella fluida sarà la media delle velocità delle singole molecole. Stessa cosa vale per E_k, T

È fondamentale il concetto di Campo

Una generica grandezza α scalare o vettoriale può essere scritta

$$\alpha(\vec{r}, t)$$

Punto di Vista Lagrangiano: ciascuna particella è individuata da posizione iniziale, tempo, posizione al tempo

Punto di Vista Euleriano: devo legare la grandezza fisica (ρ, T) al campo. Misuro la T nel tempo indipendentemente da quanta massa passa

Come varia α

$$d\alpha = \frac{\partial \alpha}{\partial x} dx + \frac{\partial \alpha}{\partial y} dy + \frac{\partial \alpha}{\partial z} dz + \frac{\partial \alpha}{\partial t} dt$$

Data $\vec{u} = u_x \vec{i} + u_y \vec{j} + u_z \vec{k}$ e quindi

$$dx = u_x dt \quad dy = u_y dt \quad dz = u_z dt$$

FI

λ : Coefficiente di Conducibilità Termica

dipende dalla sostanza e dalla Temperatura

$$\lambda = \left[\frac{\text{cal}}{\text{K} \cdot \text{s} \cdot \text{m}} \right] = \left[\frac{\text{J}}{\text{°C} \cdot \text{s} \cdot \text{m}} \right] = \left[\frac{\text{W}}{\text{°C} \cdot \text{m}} \right]$$

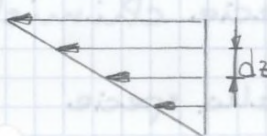
Il coefficiente μ ha comportamenti diversi da liquido e gas

• liquido $\mu = A e^{-\frac{T}{B}}$ • gas se $T \uparrow \Rightarrow \mu \uparrow$

se $T \uparrow \Rightarrow \mu \downarrow$

Per il coefficiente λ invece se $T \uparrow \Rightarrow \lambda \uparrow$ sia per i liquidi che per i gas

Se studio il fenomeno in funzione della quantità di moto.



$$F = \mu S \frac{d\vec{u}}{dz} \Rightarrow \frac{F}{S} = \tau \Rightarrow \tau = \mu \frac{d\vec{u}}{dz}$$

$$\dot{Q} = -\lambda S \frac{dT}{dz} \Rightarrow \frac{\dot{Q}}{S} = \dot{q} \Rightarrow \dot{q} = -\lambda \frac{dT}{dz}$$

Densità $\rho = \left[\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \right]$

ν : Viscosità Cinematica, Diffusibilità Viscosa $= \frac{\mu}{\rho} = \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right]$

Mi permette di eliminare il fattore dinamico e mantenere solo quello cinetico

ν dipende da T e P_a mentre μ solo da P_a , tuttavia nei calcoli è più comodo.

Grandezze Estensive: dipendono dalla massa

Grandezze Intensive: non dipendono dalla massa

$$\nu_{\text{Aria}} = 14,6 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$\nu_{\text{H}_2\text{O}} = 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$\tau = \mu \frac{d\vec{u}}{dz} = \nu \rho \frac{d\vec{u}}{dz} \Rightarrow \rho \text{ costante} \Rightarrow \nu \frac{d\rho \vec{u}}{dz}$$

La velocità è intensiva mentre $\rho \vec{u}$ è estensiva perché è la quantità di moto nel tempo

$$-\tau = -\nu \frac{d\rho \vec{u}}{dz}$$

τ : flusso di quantità di moto che fluisce dalle zone ricche a quelle povere con un coeff.

Stesso ragionamento vale per il calore dove

κ : Diffusibilità Termica $= \frac{\lambda}{c_s \rho}$ c_s : Calore Specifico

$\kappa = \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right]$ Considero ρ e c_s costanti $\dot{q} = -\kappa \frac{d(\rho c_s T)}{dz}$ Flusso di calore

Quindi si può dire che la prima variabile di stato è la Temperatura, viene espressa in °C o K ed è legata all'energia cinetica media.

Energia Cinetica Media

$$\epsilon = \ell \left(\frac{1}{2} k_B T \right)$$

dove: T: temperatura in K

k_B : costante di Boltzmann

ℓ : gradi di libertà del sistema

Gradi di libertà:

- Se ho un punto $\Rightarrow \ell = 3$

- Se ho due atomi $\rightarrow \Rightarrow \ell = 5$

- Se ho tre atomi $\triangle \Rightarrow \ell = 6$

3 per trovare il punto più 2 per trovare il p(x)

Ogni molecola interna a un volume ha una propria massa e velocità media, quindi si può anche scrivere

$$\epsilon = \frac{1}{2} m_0 \bar{v}^2$$

Dato un sistema di n molecole di massa m_0 la massa tot sarà

$$m = n \cdot m_0$$

che occupa volume e quindi ha densità

densità $\rho = \frac{m}{V}$ volume specifico $\nu = \frac{V}{m}$ $\nu = \frac{1}{\rho}$

Queste sono altre due variabili di stato, l'ultima è la

Pressione $p = [\text{Pa}]$

Le tre variabili sono legate dalla legge

$$p = \frac{R}{\mathcal{M}} \rho T$$

$$p \nu = \frac{R}{\mathcal{M}} T$$

$$pV = NRT$$

R: costante dei gas perfetti = $8134 \frac{\text{J}}{\text{K mol}}$

\mathcal{M} : massa molare $\text{NA} \cdot m_0$

NA : n° di Avogadro = $6,023 \times 10^{23} \frac{\text{molecole}}{\text{mole}}$

Quando posso descrivere un sistema con le equazioni di stato allora il sistema è in equilibrio.

Consideriamo ora il de tra due stati con le trasformazioni più semplici.

Isocora $de = -pdv = 0$ $dq = de = C_v dT$ se $C_v = \text{cost}$
 $v = \text{cost}$

$$e = C_v T + \text{cost}$$

Devo verificare che per un gas C_v è costante.

$$dq + de = de = C_v dT$$

Per un gas: $e = \frac{n \epsilon}{m} = \frac{n^{\circ} \text{mol} \cdot \text{ene} E_k^{\text{mol}}}{\text{massa}}$

$$C_v = \left. \frac{dq}{dT} \right|_{v=\text{cost}} = \frac{de}{dT}$$

$$e = \frac{n \cdot \frac{1}{2} \epsilon k_B T}{m} = \text{dove } n = N \cdot N_A = \frac{m}{\mu} N_A \Rightarrow$$

Quindi sfruttando 1

$$C_v = \frac{de}{dT} = \frac{1}{2} \epsilon \frac{R}{\mu} \quad ②$$

$$\Rightarrow \frac{n}{m} = \frac{N_A}{\mu} = \frac{1}{2} \epsilon k_B T \frac{N_A}{\mu}$$

$$① e = \frac{1}{2} \epsilon k_B T \frac{N_A}{\mu} = \frac{1}{2} \epsilon R T \frac{1}{\mu}$$

Isobara

$$C_p = \left. \frac{dq}{dT} \right|_{p=\text{cost}}$$

$$dq + de = de, \quad dq - pdv = de, \quad dq = de + pdv,$$

$$dq = de + pdv + vdp - vdp \Rightarrow$$

$$C_p = \frac{dR}{dT}$$

$$\Rightarrow dq + vdp = de + d(pv) = d(e + pv) = dR$$

$$R: \text{Entalpia} \quad dq = dR$$

$$C_p = \frac{dR}{dT} = \frac{\epsilon + 2}{2} \frac{R}{\mu}$$

$$R = e + pv = C_v T + \frac{R}{\mu} T = \left(C_v + \frac{R}{\mu} \right) T =$$

$$② = \left(\frac{1}{2} \epsilon + 1 \right) \frac{R}{\mu} T \quad R = \frac{\epsilon + 2}{2} \frac{R}{\mu} T$$

$$C_p - C_v = \frac{R}{\mu}$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\epsilon + 2}{\epsilon}$$

Trasformazione Adiabatica o Isoentropica

È una trasformazione senza scambio di calore, $dq = 0$

È consueta nei gas poiché sono pessimi conduttori.

$$\begin{cases} dq - pdv = de = C_v dT & -pdv = C_v d\left(\frac{pv}{R/\mu}\right) = \frac{C_v}{R/\mu} d(pv) \\ pv = \frac{R}{\mu} T \end{cases}$$

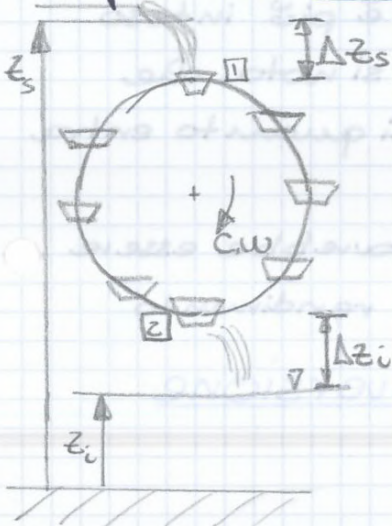
Dalla ② $-pdv = \frac{1}{2} \epsilon d(pv)$

II Principio della Termodinamica

Questo principio, a differenza del primo, nasce sperimentalmente, viene studiato da Carnot.

A fine 1700 nasce la prima macchina che sfrutta il vapore per creare lavoro (Newcomen). Queste macchine consumano molto del carbone che estraggono. Fini del 1800 Watt migliora queste macchine ma non di molto.

Si pensa al Consumo come Rendimento (Carnot)



Consideriamo un mulino che sfrutta l'acqua per generare Coppia e fare lavoro.

la potenza ideale prodotta è

$$W_i = gM(z_s - z_i)$$

Mentre la potenza reale è

$$W = C \cdot \omega$$

Posso definire rendimento

$$\frac{W_i}{W} = \eta$$

Con questo si può calcolare il Rendimento di una macchina idraulica, Carnot voleva calcolarlo per una macchina termica.

Teoria del Fluido Calorico

A inizio '800 (quando Carnot studiò il Rendimento) il calore era inteso come un fluido che passava da $T_2 > T_1$ a T_1 e quindi il suo comportamento era assimilabile a quello dell' H_2O .

Carnot definisce $\eta = 1$ solo quando ha una macchina perfettamente reversibile. Perché sia così, tutta la portata deve essere raccolta dal cassetto più alto e ceduta solo dal cassetto più basso, non c'è acqua se non nel cassetto P_2 , inoltre non vi deve essere attrito e perdite qualsiasi e Δz_1 e Δz_2 devono essere nulle poiché rappresentano lavoro a perdere. In queste condizioni la macchina è perfettamente reversibile e $\eta = 1$, SOLO in queste.

Questo per le isoterme, lungo le Isoentropiche i lavori sono uguali e opposti quindi si Annullano.

Quindi

$$\eta_{\text{Carnot}} = \frac{R^* T_2 \ln \frac{V_B}{V_A} - R^* T_1 \ln \frac{V_C}{V_D}}{R T_2 \ln \frac{V_D}{V_C}}$$

Ma per le proprietà delle Isoentropiche

$$\begin{cases} \frac{V_A}{V_D} = \left(\frac{T_A}{T_D}\right)^{f(r)} \\ \frac{V_B}{V_C} = \left(\frac{T_B}{T_C}\right)^{f(r)} \end{cases} \Rightarrow \frac{T_A}{T_D} = \frac{T_B}{T_C} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{V_A}{V_D} = \frac{V_B}{V_C} \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$$

Quindi

$$\eta_{\text{Carnot}} = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$$

Da questa formula si nota che per aumentare il rendimento posso abbassare T_1 o aumentare T_2 tuttavia Po dei limiti fisici e materiali.

Il ciclo di Carnot è quello con il rendimento massimo quindi può essere usato per studiare un generico rendimento di una qualunque macchina che opera tra due temperature tenendo però conto che sarà sempre minore.

Consideriamo ora un ciclo di Carnot Ideale Reversibile

$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1} = 0$$

Cioè

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

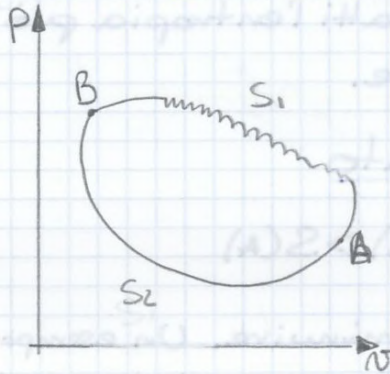
A questo punto Clausius prende un ciclo qualsiasi e reversibile e lo immagina come fatto da infiniti cicli di Carnot tra T e $T+dT$

Immaginando un ciclo di Carnot Irreversibile R_0 :

$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q_1} < \frac{T_2 - T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1} < 0$$

$$\oint \frac{\delta Q}{T} < 0$$

Considerando ora un qualunque ciclo IRREVERSIBILE



Come prima scompongo in infiniti mini Carnot ma per quelli irreversibili R_0

$$\oint \frac{\delta Q_{irr}}{T} < 0$$

Quindi se assumiamo S_1 Irreversibile e S_2 reversibile

$$\int_A^B \left(\frac{\delta Q_{irr}}{T} \right)_{S_1} + \int_B^A \left(\frac{\delta Q_{rev}}{T} \right)_{S_2} < 0 \Rightarrow \int_A^B \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{S_1}^{irr} < \int_A^B \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{S_2}^{rev} = S_B - S_A$$

Differenza tra Reversibile e Irreversibile

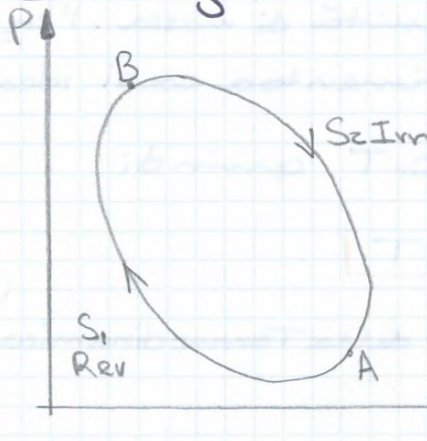
Il calore scambiato Irreversibilmente è minore di quello scambiato reversibilmente tra A e B.

Se immaginiamo ora di fissare solo lo stato di equilibrio A e, a partire da questo stato, fornire la stessa quantità di calore in modo reversibile e irreversibile.

Nota che se lo scambio reversibilmente, finisco in B.

Se invece lo scambio Irreversibilmente supero B quindi raggiungo entropie più elevate.

Immaginiamo ora.



$$\int_A^B \left(\frac{\delta Q_{rev}}{T} \right)_{S_1} + \int_B^A \left(\frac{\delta Q_{irr}}{T} \right)_{S_2} < 0$$

$$\int_A^B \left(\frac{\delta Q_{rev}}{T} \right)_{S_1} < \int_A^B \left(\frac{\delta Q_{irr}}{T} \right)_{S_2}$$

$$\int_A^B \left(\frac{\delta Q_{irr}}{T} \right)_{S_2} > S_B - S_A$$

Ma ho appena dimostrato il contrario. \square

L'entalpia serve tantonelle macchine termiche dove il lavoro è quasi sempre svolto sulla pressione quindi $\delta R = -p dV = -pd\left(\frac{1}{\rho}\right)$ e quindi posso scrivere

$$\delta Q = de + p dV - v dp + v dp = de + d(pv) - v dp = d\left(\underbrace{e + pv}_R\right) - v dp$$

$$\boxed{\delta Q = dR - v dp}$$

• $p = \text{cost}$
 $\delta Q = dR$

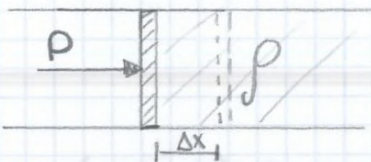
• $\delta Q = \text{cost}$
 $dR = v dp$

Ma che cos'è la quantità $v dp$?

In una qualsiasi compressione il fluido viene spostato da dentro a fuori in continuo. In una macchina termica devo quindi tenere conto sia del lavoro termodinamico $p dV$ che meccanico.

Immaginiamo un cilindro / pistone.

$$F = P \cdot S \Rightarrow L = P \cdot S \cdot \Delta x$$



se voglio il lavoro per unità di massa divido per la massa spostata $\rho \Delta x S \Rightarrow$ e se la mia

$$L = \frac{P S \Delta x}{\rho S \Delta x} = \frac{P}{\rho} = p v \quad \text{trasformaz. è } de = d(pv) = p dV + v dp \quad \text{infinitesima}$$

Consideriamo un fluido incomprimibile e pompe a fluido. In questa situaz. $p dV = 0 \Rightarrow \underline{dR = v dp}$

Consideriamo ora la tipica trasformazione di un compressore:

- 0 → 1 1° fase: Aspiro il fluido da fuori a dentro il compressore
- 1 → 2 2° fase: Comprimiamo
- 2 → 0 3° fase: Botta fuori

Lavoro di una Pompa
 $L = V \Delta p$

Quindi il lavoro totale è

$$R = \int_0^1 d(pv) + \int_1^2 p dV + \int_2^0 d(pv) = \int_0^1 d(pv) + \int_1^2 p dV - \int_0^1 d(pv) - \int_0^2 v dp = \int_1^2 p dV - \int_1^2 v dp \quad \text{quindi}$$

Lavoro Tecnico $\boxed{\bar{L} = - \int_1^2 v dp}$

$$\boxed{dR = v dp = - \delta \bar{L}}$$

Compressibilità quando la variazione di p è in funzione di p
 $p = f(p)$

Dilatazione termica quando p varia in funzione di T
 $p = f(T)$

Come valutare $p=f(p)$? Grazie a un coefficiente

Coeff. di Compressibilità $\beta = \frac{\Delta p/p}{\Delta p} = - \frac{\Delta v/v}{\Delta p}$ [Pa⁻¹]

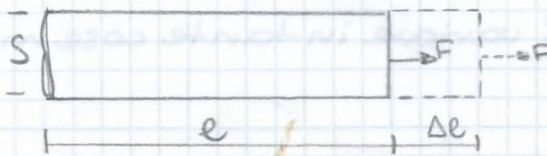
Modulo di Bulk
 Bulk Modulus $K = \frac{1}{\beta} = \frac{\Delta p}{\Delta p/p}$ [Pa]

K caratterizza la rigidità, ho bisogno di grandi Δp per variare Δp

Velocità di propagazione delle piccole onde

$$C^2 = \frac{1}{\beta \rho} = \frac{K}{\rho} = \frac{\Delta p}{\Delta p}$$

Se studiamo una sbarra noti e, F, s e Δe allora



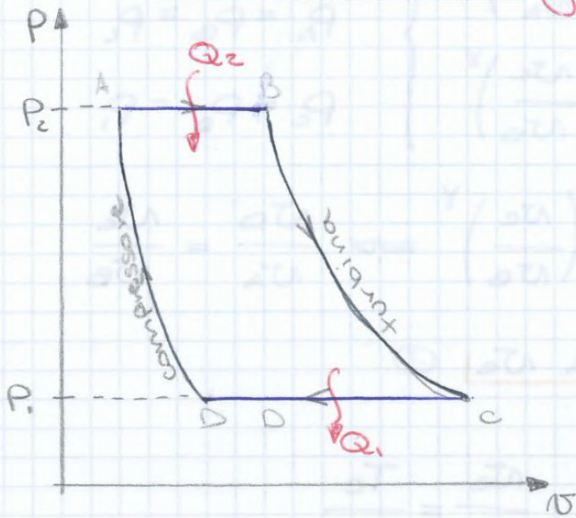
$\frac{F}{s} = \sigma = -\Delta p \Rightarrow \beta = - \frac{\Delta v/v}{\Delta p} = \frac{\Delta v/v}{\sigma}$
 $\Delta v = s \Delta e, v = se, \frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta e}{e} = \epsilon$
 $\beta = \frac{\Delta v/v}{\sigma} = \frac{\epsilon}{\sigma} = \frac{1}{E} \Rightarrow C^2 = \frac{1}{\beta \rho} = \frac{E}{\rho} \quad | C = \sqrt{\frac{E}{\rho}} |$

Per quanto riguarda i fluidi questi si dividono in liquidi e gas
 Per un liquido il ragionamento è simile a quello fatto per i solidi
 Per un gas il legame tra p e p nell'onda dipende e varia da trasformazione a trasformazione purché non sia isocoro o isob.
 Il legame $\frac{\Delta p}{\Delta p}$ è un legame isoterma.

$\frac{dp}{p} = \frac{dp}{p} + \frac{dT}{T}$ ma se $dT=0 \Rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{dp}{p} \Rightarrow C^2 = \frac{p}{\rho}$ Sbagliata

Tuttavia Laplace studiando il fenomeno scopre che il legame è Adiabatico Isoentropico e non Isoterma come si pensava.

Ciclo Brayton-Soule



È un ciclo composto da due isobare e due isentropiche. È il ciclo delle turbine degli aerei.

I) Prendo l'aria da fuori e la comprimo cioè faccio $D \rightarrow A$;

II) Metto il gas in un tubo, in questo modo $R_0 = p = \text{cost}$, e fornisco calore. Il calore viene fornito per combustione interna e il

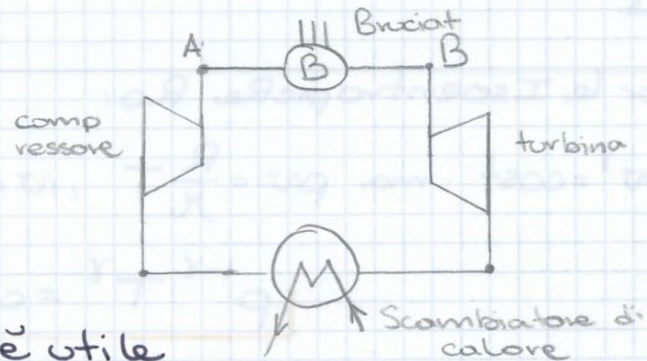
gas fa $A \rightarrow B$;

III) Ora faccio espandere il gas in una turbina;

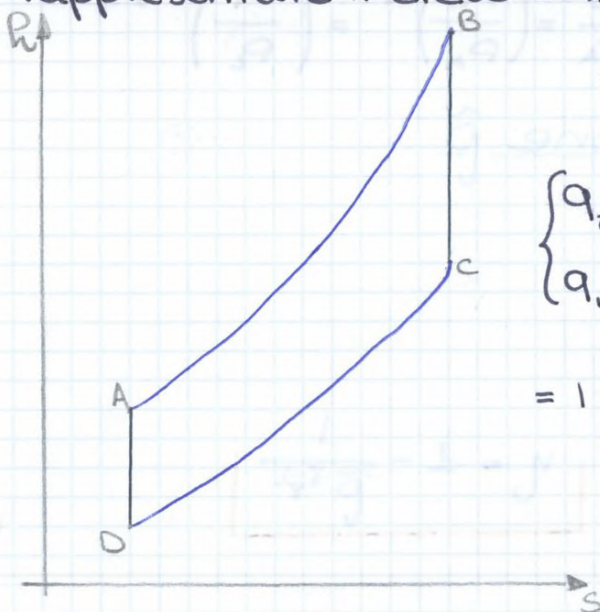
IV) Dal momento che in $A \rightarrow B$ ho consumato ossigeno se usassi la stessa aria la seconda volta bucia di meno. Quindi in C scarico il gas nell'atmosfera e in D ne prendo di nuovo dall'atmosfera.

Lo schema strutturale è:

Nella costruzione reale R_0 tutto sullo stesso asse.



Per calcolare il rendimento è utile rappresentare il ciclo sull' P/v .



$$\eta = \frac{e}{q_2} = \frac{q_2 - q_1}{q_2} =$$

$$\begin{cases} q_2 = c_p \Delta T = c_p (T_B - T_A) = R_B - R_A \\ q_1 = c_p \Delta T = c_p (T_C - T_D) = R_C - R_D \end{cases} \begin{matrix} \text{inverto ced} \\ \text{per i moduli} \end{matrix}$$

$$= 1 - \frac{q_1}{q_2} = 1 - \frac{R_C - R_D}{R_B - R_A} = 1 - \frac{T_C - T_D}{T_B - T_A}$$

Ma le temperature sono legate dalle isentropiche.

110

Questo ciclo ha un rendimento molto basso, è utilizzato perché è relativamente piccolo e leggero.

Qual'è il lavoro scambiato in turbina e compressore?

Io so che $dq + dE = de \rightarrow dq - p dv = de$, quindi:

$$dq + v dp = dR \quad dq = T ds$$

Nelle isoentropiche R_0 $dq = T ds = 0$, quindi

lavoro tecnico $e_T = \int v dp = dR$

$$\begin{cases} e_{\text{Turbina}} = R_B - R_C \\ e_{\text{compres}} = R_A - R_0 \end{cases} \Rightarrow e_{\text{Tot}} = e_T - e_C = R_B - R_C - R_A + R_0 = R_B - R_A - (R_C - R_0) = q_2 - q_1$$

Tutto questo vale per un discorso ideale, nel reale R_0



Turbina

$$\eta_T = \frac{e_T}{e_{T,id}}$$

Compressore

$$\eta_c = \frac{e_{c,id}}{e_c}$$

Studiamo ora il rendimento reale che è influenzato dalle perdite nel compressore e nelle turbine.

$$\eta_{\text{reale}} = \frac{(R_B - R_{C'}) - (R_{A'} - R_0)}{(R_B - R_{A'}) \leftarrow q_2}$$

ma per un ciclo reale

$$\eta_c = \frac{e_{c,id}}{e_c} = \frac{R_A - R_0}{R_{A'} - R_0} \Rightarrow R_{A'} - R_0 = \frac{R_A - R_0}{\eta_c}$$

$$\eta_T = \frac{e_T}{e_{T,id}} = \frac{R_B - R_{C'}}{R_B - R_C} \Rightarrow R_B - R_{C'} = (R_B - R_C) \eta_T$$



osserviamo che il lavoro del compressore ideale è

$$e_{cid} = p_A - p_D = 106 \frac{KJ}{Kg}$$

mentre quello reale

$$e_c = \frac{e_{cid}}{\eta_c} = \frac{106}{0.88} = 120 \frac{KJ}{Kg}$$

ora posso calcolare l'entalpia nel punto reale A'

$$p_{A'} = p_D + e_c = 288 + 120 = 408 \frac{KJ}{Kg}$$

Io so che $p_B = c_p T_B = 1050 \frac{KJ}{Kg}$

quindi

$$p_c = \frac{p_B}{\eta_T} = 767 \frac{KJ}{Kg}$$

perci il rendimento reale

$$\eta_R = 0.217$$

Possiamo calcolare il lavoro della turbina

$$e_{Tid} = p_B - p_c = 283 \frac{KJ}{Kg}$$

$$e_T = \eta_T e_{Tid} = 0.93 \cdot 283 = 263 \frac{KJ}{Kg}$$

si può osservare che $e_T \approx 2e_c$ e il lavoro del ciclo

$$e_{id} = e_{Tid} - e_{cid} = 177 \frac{KJ}{Kg}$$

$$e_R = e_T - e_c = 143 \frac{KJ}{Kg}$$

Il testo approssima $p_B - p_{A'} \approx p_B - p_A$ ma ora li calcolo

$$q_c = p_B - p_{A'} = 1050 - 408 = 642 \frac{KJ}{Kg}$$

$$q_{c,id} = p_B - p_A = 1050 - 394 = 656 \frac{KJ}{Kg}$$

Posso chiedermi quanto produce il mio impianto, cioè quanto consuma. Supponiamo di voler produrre 15 MW

$$P = 15 \text{ MW} \quad P = \dot{m} e_R \Rightarrow \dot{m} = \frac{P}{e_R} = \frac{15 \times 10^6}{143} = 105 \frac{Kg}{s}$$

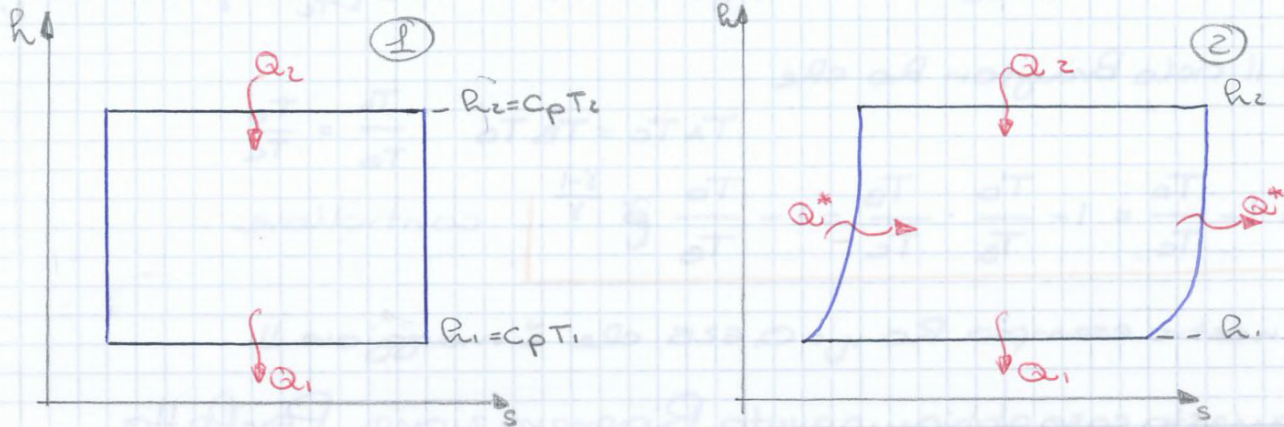
Quanto combustibile uso?

$$\dot{Q}_c = q_c \cdot \dot{m} = 642 \frac{KJ}{Kg} \cdot 105 \frac{Kg}{s} = 6.5 \times 10^4 \text{ KW} = 65 \text{ MW}$$

112

Cicli Rigenerativi

consideriamo due cicli di Carnot, l'uno ideale, l'altro no



Il secondo Carnot ha, al posto delle adiabatiche isoentropiche p_0 delle adiabatiche non isoentropiche o delle politropiche.

Il lavoro prodotto è uguale perché nel 2, Q^* entra e esce quindi non mi dà problemi per il rendimento

$$\eta_1 = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = \frac{Q^*}{Q_2} \quad \eta_2 = \frac{Q^*}{Q_2 + C(T_2 - T_1)} < \eta_1$$

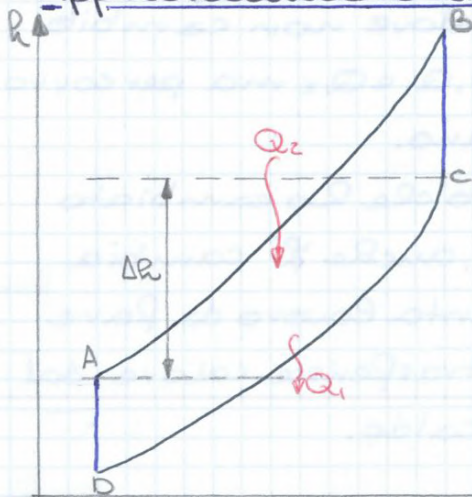
Ma il calore Q^* una volta lo toglie e pago e poi lo spreco. Come posso sfruttare Q^* nel ciclo? cioè per scaldare il fluido?

Posso usare il Rigeneratore \Rightarrow Tende a sfruttare Q^* per ottimizzare η_2 e avvicinarlo a η_1 . Questo posso farlo per vari cicli ma applicarlo non è sempre facile

Tecnica degli Spillamenti vapore caldo + H₂O fredda

Tolgo una piccola percentuale da dove si espande (T_2) e lo mescolo con il fluido da comprimere. Il bilancio di massa si mantiene e la temperatura del fluido in compressione aumenta

Applichiamolo al Ciclo Brayton



$$\eta = 1 - \frac{1}{\tilde{p}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

$A = 394 \text{ K} \quad C = 767$

$B = 1050 \text{ K} \quad D = 288 \text{ K}$

sono anche $\frac{K5}{kg}$

Posso usare il calore in C per scaldare A, sfrutto il ΔR .

Se prima usavo $Q_2 = h_B - h_A$ ora sfruttando il ΔR so che

$$\begin{cases} Q_2 = h_B - h_A \rightarrow Q'_2 = h_B - h_C \\ Q_1 = h_C - h_D \rightarrow Q'_1 = h_A - h_D \end{cases} \quad (13)$$

A cosa può servire? 1) Può sottrarre calore a T_1 edarlo a T_2 (frigo);
 2) Scaldo T_2 con il calore tolto a T_1 (pompa di calore)

L'efficienza di questo ciclo varia a seconda dell'applicazione

Efficienza Frigo
$$\epsilon_f = \frac{Q_1}{Q_2 - Q_1} = \frac{Q_1}{L}$$

Fattore di Moltiplicazione Termica
$$\epsilon_t = \frac{Q_2}{Q_2 - Q_1} = \frac{Q_2}{L}$$

Il trasferimento di lavoro e calore è NATURALE

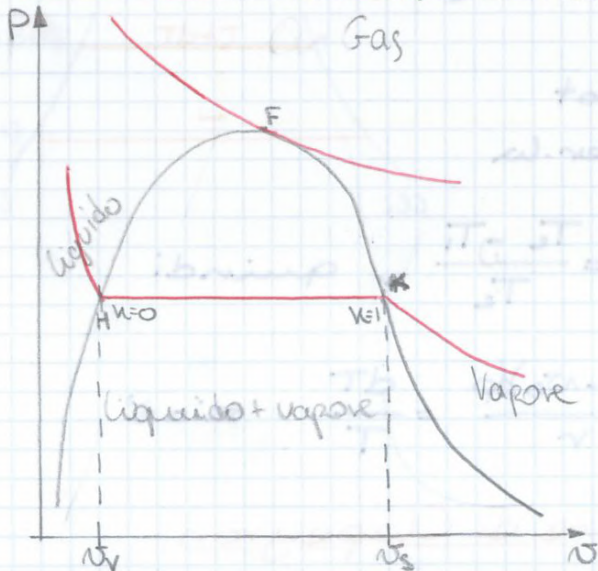
Posso usarli entrambi: il calore sottratto dal frigo lo uso per scaldarmi casa quindi

$$\epsilon_{eff} = \epsilon_f + \epsilon_t = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_2 - Q_1}$$

Pensando al ciclo di Carnot ho $\frac{Q_2}{T_2} = \frac{Q_1}{T_1}$ e posso applicarlo alle efficienze.

$$\epsilon_f = \frac{T_1}{T_2 - T_1} \quad \epsilon_t = \frac{T_2}{T_2 - T_1} \quad \text{solo Carnot}$$

Studiamo ora i passaggi $H_2O \rightarrow$ Vapore



Il vapore secco è utile perché può essere considerato un gas ideale e può essere liquefatto a $T = \text{cost}$. Questo per i gas è impossibile perché non si possono liquefare a $T = \text{cost}$, F punto critico. Se prendo il vapore secco e lo comprimo a $T = \text{cost}$ ho il passaggio di fase. Poi ho un passaggio a pressione costante.

Nel passaggio $K \rightarrow H$ varia il titolo di vapore, dopo H il volume varia di poco

Titolo di Vapore
$$u = \frac{M_v}{M_v + M_g}$$

ESEMPIO

$H_2O, p = 1 \text{ Bar} \quad T = 99,5^\circ \div 100,5^\circ$

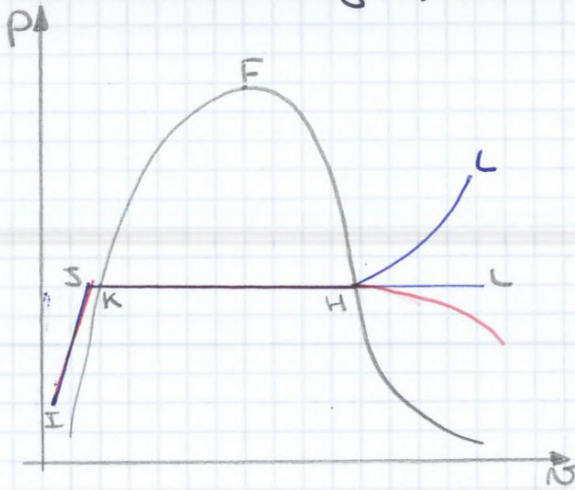
$v_s = 0,001 \frac{m^3}{kg} \quad v_g = 1,674 \frac{m^3}{kg}$

$\frac{dp}{dT} = 3622 \frac{Pa}{K}$

$r = \frac{dp}{dT} (v_s - v_g) T = 540 \frac{Cal}{kg}$

r è 5,4 volte l'energia che serve per portare l'acqua da 0 a 100 gradi. Quindi ho bisogno di tantissima energia per fare un cambiamento di fase. E altrettanto energia ~~ceduta~~ è ceduta dal sistema per passare da liq vapore a liquido:

Tornando al grafico



Per ottenere energia pagando di meno devo cercare di fare la trasformazione vicino a F .

Quindi nell'impianto ho:

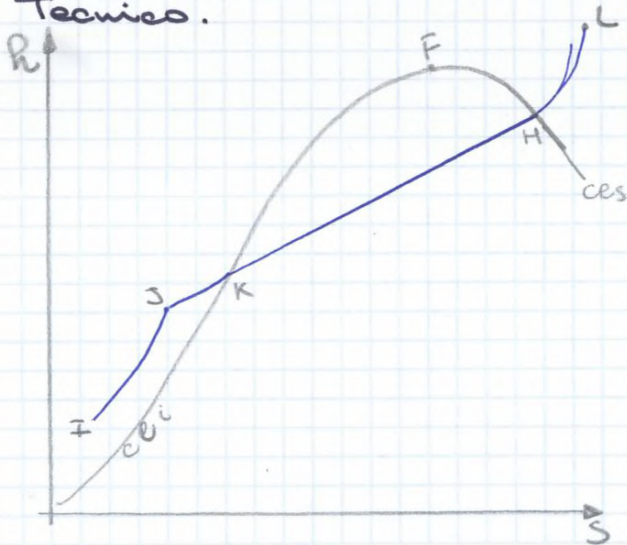
$I \rightarrow S$: aumento la pressione e Temp.

$S \rightarrow K$: inizio a fornire calore

$K \rightarrow H$ Passaggio di Stato.

Dopo H ho che T è costante ed è quello della caldaia mentre

p cresce finché non libero il gas. Da $I \rightarrow S$ ho puro Lavoro Tecnico.



$I \rightarrow S$ R aumenta di quanto è il lavoro tecnico

$S \rightarrow K$ scaldo fino a T di ebollizione

$K \rightarrow H$ R un isobara, conosco la pendenza di T e mi comporta un salto entalpico

Se guardo i salti entalpici R tutti i valori di lavoro e calori

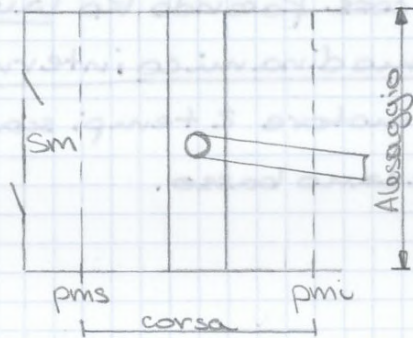
Dal punto di vista energetico il ciclo vapore è molto utile

Motori Alternativi a Combustione Interna

La combustione avviene nello stesso organo meccanico dove si produce potenza e lavoro.

In un ciclo a motore avviene tutto all'interno del cilindro ovvero in un unico ambiente (nel Brayton ovvero turbina, bruciatore, compressore). §

• Schematizziamo il cilindro:



- sm: spazio morto
- pmi: punto morto inferiore
- pms: punto morto superiore

$$\text{Cilindrata} = \frac{\text{corsa} \cdot A_{\text{lesaggio}}^2 \pi}{4} = V$$

I due tipi di motori alternativi sono

Accensione Spontanea (Diesel), Accensione Comandata (8).

Le fasi del ciclo sono: I) Aspirazione (Miscela o Aria)

II) Compressione (Miscela o Aria)

III) Accensione (Candele o Auto esplosione)

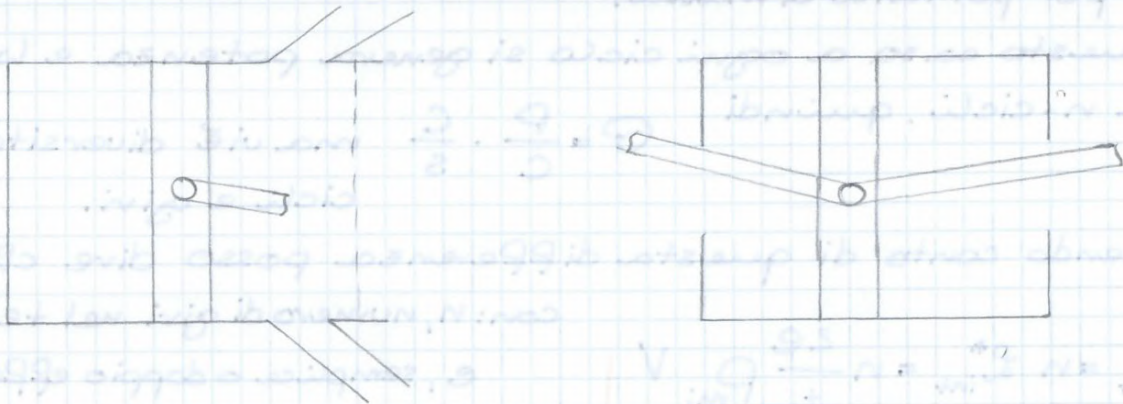
IV) Fa lavoro scendendo

V) Scarico

Tutto questo vale per i motori quattro tempi.

Per i motori 2 tempi non ho le valvole ma le luci.

È usato nei Diesel navali o dove non mi importa che consumi di più. Ho anche cilindri a doppio effetto



Questa è una potenza abbastanza effettiva, le uniche correzioni che bisogna fare sono dovute a perdite meccaniche (attriti) che costituiscono il Rendimento Meccanico η_{um} .
Questo mi influenza la potenza effettiva e mi definisce la P_{me} .

$$P = \eta_{um} P_{int}$$

$$P_{me} = \eta_{um} P_{mi}$$

Per quanto riguarda le unità di misura, in campo automobilistico vi sono delle particolari unità:

CV per la potenza

$$1 CV = 750 W$$

litri per il volume

$$1 l = 10^3 dm^3$$

bar per la P_{mi}

giri al minuto per n

$$\frac{\text{giri}}{\text{min}}$$

Con queste unità ho che

$$P[CV] = \eta_{um} \frac{ze}{450t} \cdot n \left[\frac{\text{giri}}{\text{min}} \right] \cdot V[l] \cdot P_{mi} [\text{bar}]$$

Noi abbiamo fatto un discorso di tipo meccanico, considerando le perdite termodinamiche già nel ciclo.

Ma come calcolo la Potenza Termodinamicamente

Lavoro prodotto da 1 Ciclo $L^* = \eta Q_c = \eta M_c \cdot H_i$

con M_c : massa di combustibile

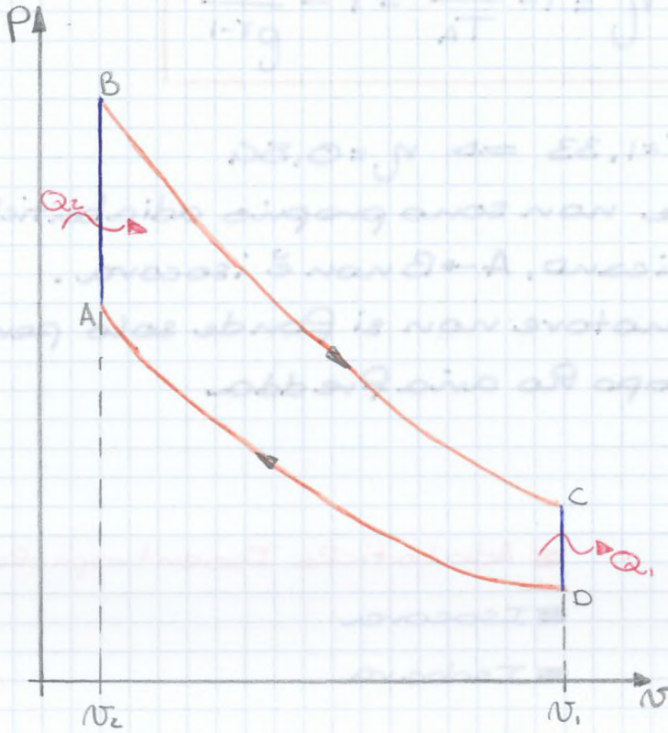
H_i : potere calorifico inferiore del combustibile

Devo tenere conto che nel bruciatore aspiro aria + combustibile e devo esprimerli uno in funz. dell'altro, cioè

Dosatura $\alpha = \frac{M_c}{M_A}$

Rapporto di Miscela $\alpha^* = \frac{M_A}{M_c}$ + usata

Ciclo Otto



■ **Adiabatiche Isoentropiche**

■ **Isobore**

$V_1 =$ volume massimo

Il ciclo è schematizzato così anche se le adiabatiche non sono tali perché è raffreddato.

Si considera lo spazio morto come costante.

Il tutto è approssimato.

Rapporto di Compressione

$$\rho = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V + V_{SM}}{V_{SM}}$$

$$\frac{P_A}{P_D} = \left(\frac{V_D}{V_A}\right)^\gamma = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = \rho^\gamma$$

γ è quello di una miscela aria+comb ≈ 1.33

$$\frac{T_A}{T_D} = \left(\frac{V_D}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \rho^{\gamma-1}$$

$$T_0 = 288 \text{ K}$$

T_A è la temperatura di fine compressione che non può superare il limite di autoinfiammabilità della benzina che è $\approx 420^\circ\text{C} = 693 \text{ K}$ ma $\rho^{\gamma-1}$ costante e T_0 può variare perché è la temperatura ambiente, quindi devo avere un margine di sicurezza $T_A < 370^\circ\text{C} = 643 \text{ K}$

Questo mi limita il rapporto di compr.

per aumentarlo posso mettere degli additivi nella benzina ma al max è 12.

$$\rho < \frac{T_{A \text{ lim}}}{T_0} \approx 10$$

Il Rendimento del ciclo sarà

$$\eta = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = 1 - \frac{Q_1}{Q_2} \quad \left\{ \begin{array}{l} Q_1 = c_v \Delta T = c_v (T_C - T_D) \\ Q_2 = c_v \Delta T = c_v (T_B - T_A) \end{array} \right. = 1 - \frac{c_v (T_C - T_D)}{c_v (T_B - T_A)}$$

$$= 1 - \frac{T_D (T_C/T_D - 1)}{T_A (T_B/T_A - 1)}, \text{ infatti vale } T_C \cdot T_A = T_D \cdot T_B, \text{ quindi}$$

ESERCIZIO

Prendiamo un motore generico (Otto o Diesel)

$$W = 300 \text{ CV} \quad V = 14 \text{ dm}^3 \quad t = 4$$

$$n = 3000 \frac{\text{giri}}{\text{min}} \quad \eta_m = 0,85 \quad e = 1$$

$$P_{mi} = \frac{450 \cdot t}{ze} \cdot \frac{\eta_m}{\eta_m n V} = 7,56 \text{ bar}$$

non è né 6 (Diesel) né 8 (Otto), quindi faccio i calcoli per entrambi.

Al momento della combustione P_0 :

$$M_c H_i = (M_A + M_c) c (T_B - T_A) \quad , c = \text{calore specifico } a_v = \text{cost della miscela}$$

$$T_B = T_A + \frac{M_c H_i}{c(M_A + M_c)} = T_A + \frac{H_i}{c(1 + \alpha^*)}$$

A questo punto T_A e α^* variano da Otto a Diesel

Ciclo Otto

$$T_A = 643 \text{ K} \Rightarrow T_B = 643 + \frac{41800 \frac{\text{R}}{\text{kg}}}{0,88 \frac{\text{R}}{\text{kg}} (1+15)} = 3612 \text{ K}$$

Ciclo Diesel

$$T_A = 743 \text{ K} \Rightarrow T_B = 743 + \frac{41800}{1,17(1+25)} = 2117 \text{ K}$$

Nel Diesel uso c_p e non c_v ecco perché a parità di compressione η Diesel è minore, a causa di ζ .

$$\rho = \left(\frac{T_A}{T_B} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \begin{cases} \text{Diesel} & 15,50 \\ \text{Otto} & 9,95 \end{cases} \quad \text{quindi}$$

Ciclo Otto

$$\eta = 1 - \frac{1}{\rho^{\gamma-1}} = 1 - \frac{1}{9,95^{0,33}} = 0,53$$

Ciclo Diesel

$$\left. \begin{aligned} \tau &= \frac{T_B}{T_A} = \frac{2117}{743} = 2,85 \\ \zeta &= \frac{\tau^\gamma - 1}{\gamma(\tau - 1)} = \frac{2,85^{1,33} - 1}{1,33(2,85 - 1)} = 1,23 \end{aligned} \right\} \eta = 1 - \frac{\zeta}{\rho^{\gamma-1}} = 0,50$$

Come realizzo praticamente questo ciclo? ve diamolo con un esempio.

Supponiamo di voler ricavare una potenza utile P_u di 100 MW e P_0 delle turbine che funziona bene a patto che il titolo di vapore $x \geq 0,92$, P_0 una temperatura massima $T_1 = 550^\circ\text{C}$. Inoltre la caldaia oltre a dover sopportare T_1 , deve sopportare la pressione interna che è $p_1 = p_2 = 30$ bar (Oggi si arriva anche a 100 bar)

$$P_0 = 100 \text{ MW}$$

$$x \geq 0,92$$

$$\eta_B = 0,92$$

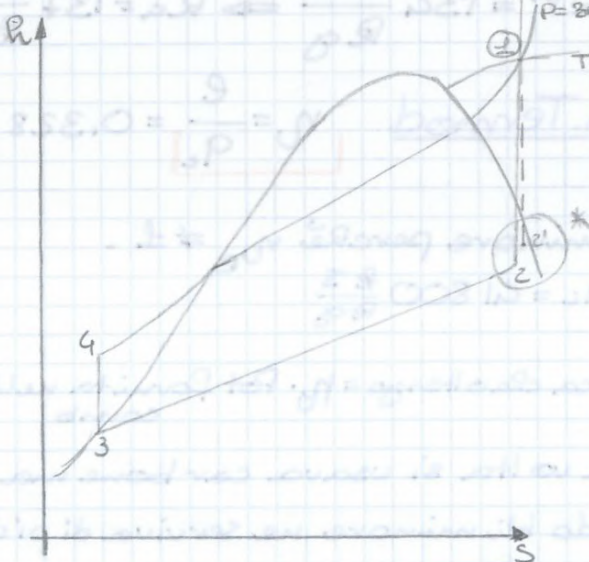
$$T_1 = 550^\circ\text{C}$$

$$p_1 = p_2 = 30 \text{ bar}$$

$$p_3 = p_2 = 0,005 \text{ bar}$$

La pressione di condensazione nel punto 2 è vincolata dalla Temperatura perché se la pressione è più bassa lo è anche la temperatura e quindi posso usare meno H_2O per raffreddare. Io so che la pressione di condensazione $p_2 = p_3 = 0,005$ bar che corrisponde a una Temperatura $T = 40^\circ\text{C}$ il che va bene tanto l' H_2O dal fiume dove la prendo è più fredda quindi condensa di più.

Se la caldaia è una bomba per l'elevata pressione, il condensatore può implodere, inoltre se non è a tenuta stagna aumenta la pressione e quindi la temperatura di condensazione cresce e il rendimento diminuisce. Inoltre l'aria che entra non si trasforma in liquido durante il ciclo.



Per trovare ② prendo l'intersezione tra le curve di p_1 e T_1 e idem per ②.

Dal Molier vedo subito le h i v e x .

Il problema è che x_2 isentropico iss non va bene perché $< 0,92$ che è il limite di titolo per la turbina.

$$h_1 = 3456 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$v_1 = 0,113 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$h_{2, \text{iss}} = 2208$$

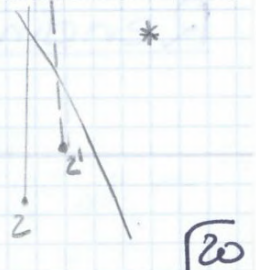
$$x_{2, \text{iss}} = 0,854$$

$$h_{2'} = 2368$$

$$x_{2'} = 0,92$$

Ma dato che la turbina non è perfettamente isolata la trasformazione non è isentropica quindi finisco in 2'. Che rendimento ha la turbina?

$$\eta_t = \frac{h_1 - h_{2'}}{h_1 - h_{2, \text{iss}}} = 0,871$$



Considerazioni sul condensatore.

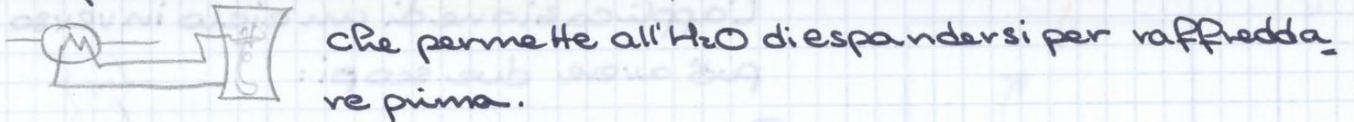
Ha il compito di sottrarre $q_1 = R_2 - R_3 = \dot{m}_v r = 2234 \frac{kg}{s}$

Potenza Termica $\dot{Q}_1 = \dot{m}_v q_1$ è quella del condensatore che trasferisce all' H₂O.

L' H₂O alla Temperatura d'ingresso T_i sarà quella del fiume T_i = 25°C mentre la temperatura di uscita dipende da come è fatto il condensatore e da varie norme Prendiamo per esempio T_o = 37°, allora R_o

$$\dot{m}_v q_1 = C_v (T_o - T_i) \dot{m}_r \Rightarrow \dot{m}_r = \frac{\dot{m}_v q_1}{C_v (T_o - T_i)} = 4993 \frac{kg}{s}$$

Il problema delle locomotive era che non avevo H₂O ma aria Se prendo l' H₂O da un serbatoio, non dal fiume, uso un sistema



Cosa succede all' H₂O durante il ciclo? Questa simvola quindi R_o una E_k che è trascurabile tranne che in turbina dove R_o velocità elevate. L' E_k che il vapore R_o all'uscita della turbina è a perdere e influenza il rendim. Per avere idea della perdita devo considerare le dimensioni della turbina. Supponiamo che 0,6% di ΔR sia perdite in E_k

$$\frac{U_c^2}{2} = \frac{0,6}{100} (R_1 - R_2) = 6500 \frac{J}{kg} \Rightarrow U_c = \sqrt{2 \cdot 6500} = 114 \frac{m}{s}$$

Quanti è la sezione e portata della turbina

$$\dot{m}_v = \rho_c A_c u_c \Rightarrow A_c = \frac{\dot{m}_v}{\rho_c u_c} = 20,1 m^2$$

ma la turbina sarà più grande perché il vapore deve passare in A_c ma R_o anche l'albero

$$A_c = \frac{\pi}{4} (D_e - D_i)^2 = \frac{\pi}{4} \frac{3}{4} D_e^2 \Rightarrow D_e = \sqrt{\frac{16}{3\pi} A_c}$$

$$D_e = 5,8 m$$

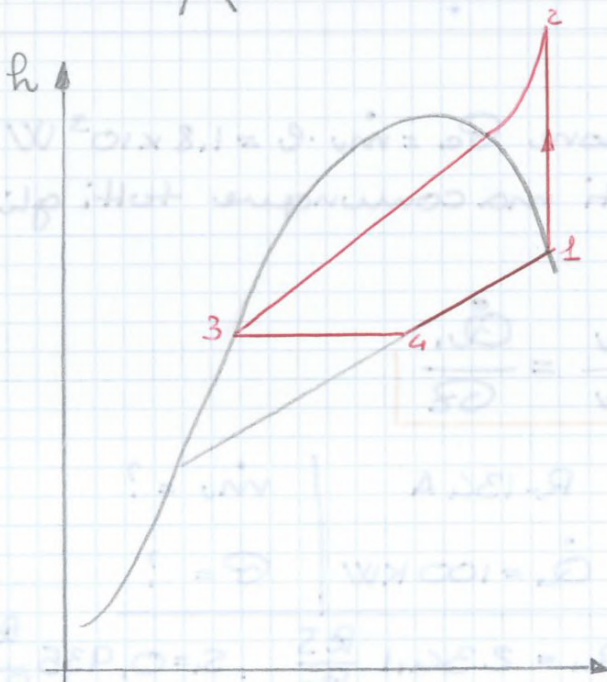
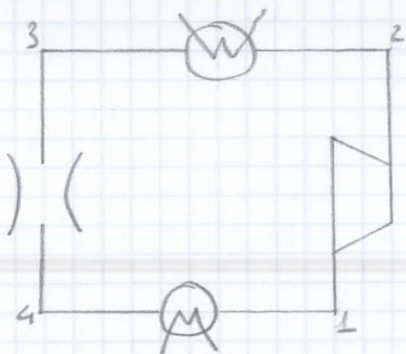
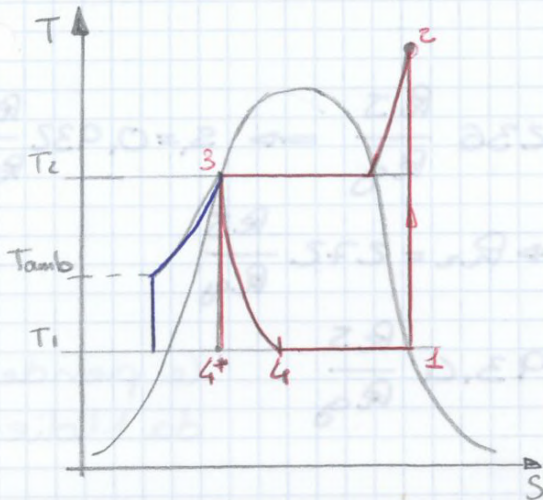


Il ciclo Rankine è realizzabile anche con macchine alternative ma R_o perdite dovute ai giochi e attriti



Quali altri cicli posso realizzare?

Vediamo Ciclo Rankine Inverso



Se dopo il 3 facessi il \square non va bene perché scenderei sotto l'ipotetica $T_{ambiente}$ e il ciclo non trasferirebbe più calore ma assorbirebbe. Quindi gli faccio fare un'espansione Isoentropica che avviene con un'espansione libera Isoentalpica.

Sul T/s è facile concepire il ciclo perché le Temperature che voglio ottenere sono realizzabili con un'isoterma e si vedono bene. L'1/2s lo uso perché posso sfruttare i salti entalpici.

Facciamo un esempio.

Ipotizziamo di voler realizzare un Frigo.

Per realizzare il ciclo si usa un fluido che abbia una Temperatura Critica superiore alla Temperatura di Condensazione (40°)

Il fluido usato è R-134A.

Una volta usato Ammoniaca ma era tossica e corrodeva, poi

Butano e propano ma erano infiammabili, poi CFC ma

facevano il buco nell'ozono. Quindi hanno inventato dei Refrigeranti, tra cui R-134A (CH_2FCF_2), che non hanno il Cloro.

Per un R-134A Ro

calore latente di evap/cond

$$M = 102 \frac{kg}{mol}$$

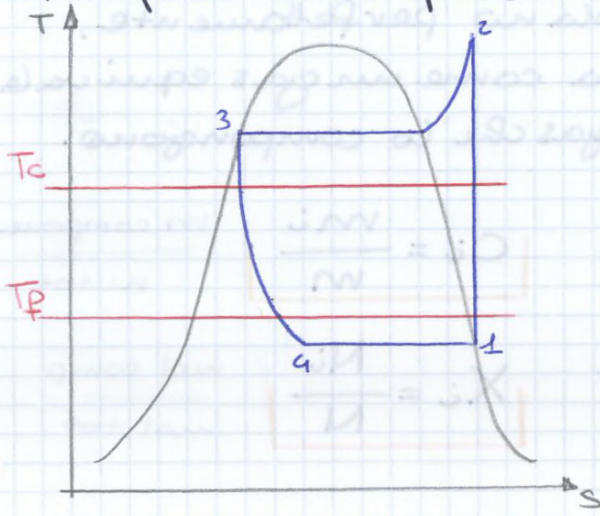
$$T_{critica} = 101.06^\circ C$$

$$v = 216,98 \frac{R \cdot s}{kg}$$

$$\dot{Q}_c = c \cdot \dot{m} \cdot \Delta T, \quad \theta = R_2 - R_1 = 41.8 \frac{K}{W}, \quad \dot{Q}_c = 24700 \text{ W}$$

$$\epsilon_f = \frac{q_1}{e} = \frac{\dot{Q}_1}{\dot{Q}_c} = 3.52, \quad \epsilon_{pc} = 4.52$$

Ma posso usare questo ciclo come Pompa di Calore?



$$T_{\text{evap}} = T_1 = -22^\circ\text{C} \quad (p = 0.12 \text{ MPa})$$

$$T_{\text{cond}} = T_3 = 27^\circ\text{C} \quad (p = 0.7 \text{ MPa})$$

Questo come Frigo NON va bene perché se T_{amb} è 30° non cede calore all'ambiente ma assorbe.

Ma come Pompa di Calore va bene perché cede calore qualunque sia la T_{amb} a patto che la Temperatura da cui tolo q

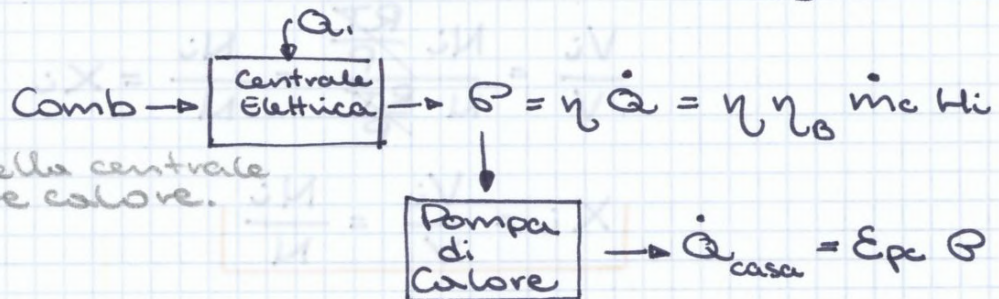
non sia minore della Temperatura di Evaporazione

Ma che differenza ho tra Pompa di Calore e Caldaia?

Caldaia

$$\text{Combust} \rightarrow \text{Bruciatore} \rightarrow \dot{Q} = \eta_B \text{ mc Hi}$$

Pompa di Calore



Usa la P della centrale per fornire calore.

Quindi in tutte e due ho \dot{Q} alla fine, ma quale conviene?

Supponiamo che il η_B sia lo stesso.

$$\dot{Q}_{\text{casa}} = \epsilon_{pc} \cdot P = \epsilon_{pc} \cdot \eta \cdot \dot{Q} = \epsilon_{pc} \eta \eta_B \text{ mc Hi}$$

$$\text{Caldaia) } (\text{mc Hi})_c = \frac{\dot{Q}_{\text{casa}}}{\eta_B} \quad \left| \quad (\text{mc Hi})_p < (\text{mc Hi})_c \quad \right|$$

$$\text{Pompa) } (\text{mc Hi})_p = \frac{\dot{Q}_{\text{casa}}}{\eta_B \eta \epsilon_{pc}} \quad \left. \vphantom{\frac{\dot{Q}_{\text{casa}}}{\eta_B \eta \epsilon_{pc}}} \right\} \quad \eta \epsilon_{pc} < 1$$

La pompa non è usata perché ho bisogno di troppa energia elettrica.

$$\epsilon_{pc} \leq \frac{1}{\eta}$$

Quindi tutto dipende dal numero di molecole indipendentemente dalla loro massa cioè dal tipo di molecola.

Vediamo ora la relazione tra C e X , in questo caso contano le masse.

$$\mu_{\text{miscela}} = \frac{m}{N} = \frac{\sum m_i}{N} = \frac{\sum N_i \mu_i}{N} = \sum \frac{N_i}{N} \mu_i = \sum X_i \mu_i$$

$$\mu_m = \sum X_i \mu_i$$

ESEMPIO

Aria $\rightarrow X_{N_2} = 0,79 \quad X_{O_2} = 0,21$

$$\mu_m = X_{N_2} \overset{28}{\mu_{N_2}} + X_{O_2} \overset{32}{\mu_{O_2}} = 29 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

Per Unità di Massa R_0 Energia Interna

$$e = \frac{E_{\text{tot}}}{m} = \frac{\sum E_i}{m} = \frac{\sum m_i e_i}{m} = \sum \frac{m_i}{m} e_i = \sum c_i e_i$$

$$e = \sum e_i c_i$$

Vale la stessa cosa per V, p, R, s .

Ma io R_0 anche

$$\sum c_i e_i = \sum c_i c_{v_i} T_i = T \sum c_i c_{v_i} \quad \text{quindi}$$

$$c_{v, \text{v}} = \left(\frac{dq}{dT} \right)_{v=k} = \frac{de}{dT} = \sum c_i c_{v_i}$$

$$c_p = \left(\frac{dq}{dT} \right)_{p=k} = \frac{dR}{dT} = \sum c_i c_{p_i}$$

Posso anche trovare γ

$$\gamma_{\text{miscela}} = \frac{c_p}{c_v} = \frac{\sum c_i c_{p_i}}{\sum c_i c_{v_i}} = \frac{\sum \left(\frac{e_i}{z} + 1 \right) \frac{R}{\mu_i} c_i}{\sum \left(\frac{e_i}{z} \right) \frac{R}{\mu_i} c_i} = \frac{\sum (e_i + z) \frac{c_i}{\mu_i}}{\sum e_i \frac{c_i}{\mu_i}}$$

Se i componenti hanno tutti lo stesso γ allora la miscela ha γ
 Nell'aria R_0 quasi tutti gas biatomici $\gamma = 1,4$

ESERCIZIO

In una bombola ho 2 kg di metano, 6 kg di CO e 10 kg di Etano

$$\begin{cases} m_{\text{CH}_4} = 2 \text{ kg} \\ m_{\text{CO}} = 6 \text{ kg} \\ m_{\text{C}_2\text{H}_6} = 10 \text{ kg} \end{cases} \Rightarrow m = m_{\text{CH}_4} + m_{\text{CO}} + m_{\text{C}_2\text{H}_6} = 18 \text{ kg} \quad \begin{cases} C_{\text{CH}_4} = \frac{m_{\text{CH}_4}}{m} = \frac{1}{9} \\ C_{\text{CO}} = \frac{m_{\text{CO}}}{m} = \frac{1}{3} \\ C_{\text{C}_2\text{H}_6} = \frac{m_{\text{C}_2\text{H}_6}}{m} = \frac{5}{9} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mu_{\text{CH}_4} = 16 \frac{\text{kg}}{\text{mol}} \\ \mu_{\text{CO}} = 28 \frac{\text{kg}}{\text{mol}} \\ \mu_{\text{C}_2\text{H}_6} = 30 \frac{\text{kg}}{\text{mol}} \end{cases} \quad \mu_m = \frac{1}{\frac{C_{\text{CH}_4}}{\mu_{\text{CH}_4}} + \frac{C_{\text{CO}}}{\mu_{\text{CO}}} + \frac{C_{\text{C}_2\text{H}_6}}{\mu_{\text{C}_2\text{H}_6}}} = 26,76 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

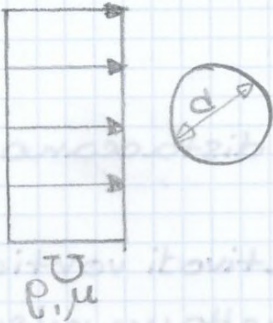
$$X_{\text{CH}_4} = C_{\text{CH}_4} \frac{\mu_m}{\mu_{\text{CH}_4}} = 0,186$$

$$X_{\text{CO}} = C_{\text{CO}} \frac{\mu_m}{\mu_{\text{CO}}} = 0,396$$

$$X_{\text{C}_2\text{H}_6} = C_{\text{C}_2\text{H}_6} \frac{\mu_m}{\mu_{\text{C}_2\text{H}_6}} = 0,496$$

Flusso Bidimensionale

È il caso di un cilindro investito da una corrente a velocità Stazionaria e Costante, noti e costanti ρ , μ e d . Il flusso è uguale per tutta la superficie del cilindro che ha lunghezza infinita uscente dal foglio, io studio la sezione e trascuro gli effetti alle estremità.



Studiando questo fenomeno ho si è notato che non cambia mai nulla a patto che $Ma_{ch} < 0,3$ e che si costante il

Numero di Reynolds

$$Re = \frac{\rho U d}{\mu} = \frac{U d}{\nu} = k$$

Se Re è Costante ho la stessa Configurazione di Flusso se aumenta U deve diminuire d e tutte cose così.

In funzione di Re posso descrivere le varie Configurazioni di Flusso. Inoltre mi dà la massa, la dimensione e la velocità ovvero la Dinamica (l'Inerzia) e a denominatore ho la viscosità. Se Re è basso la viscosità domina sull'Inerzia, se Re è alto allora domina Inerzia. Studiamo cosa succede in funzione di Re .

$Re < 1$



Più mi allontano, meno il flusso si incurva, ma per avere la linea retta devo andare molto lontano.

Questa configurazione posso ottenerla con μ alti e U basse o

$1 < Re < 40$



In funzione di Re la bolla con i flussi turbolosi ma Stazionari cresce di dimensione. I vortici sono stazionari, costanti nel tempo.

$150 < Re < 3 \times 10^5$

SL è lo strato limite dopo il quale si genera la Scia Turbolenta.

A contatto con la parete la velocità nulla mentre già a breve distanza la velocità v .

Fin ora avevo Strato Limite laminare oppure uno strato che scorre sull'altro.

Ma ora ho un Re più alto quindi l'Inerzia conta molto di più

e ho un punto SL dopo il quale ho Separazione Laminare

"stacco" = "separazione"

$Re = 3 \times 10^5$

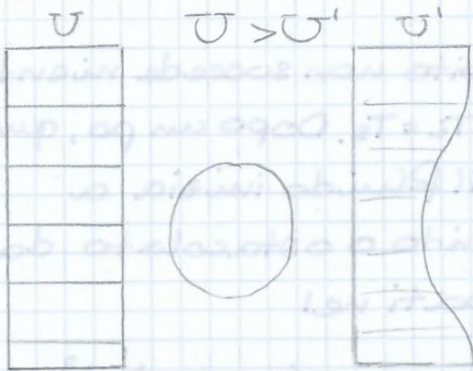
Dopo 3×10^5 ho un punto di Stacco Turbolento ST e dove il fluido si attacca al corpo, dopo essersi staccato in SL, e si mantiene attaccato per un po' per poi staccarsi dopo. Quindi la Scia risulta più piccola

$Re = 3 \times 10^6$

Non ho più lo Stacco laminare ma a causa dell'elevato Re il fluido diventa subito Turbolento in T e si mantiene attaccato al corpo fino a ST.

Oltre il valore di $Re = 10^6 \times 3$ non vi sono variazioni notevoli nel flusso a meno che non si superi un certo Numero di Mach per cui il fluido diventa comprimibile.

Consideriamo ora un cilindro e un flusso con Re alto



Dentro la scia le velocità medie sono minori. 1

In fluidodinamica deve ragionare in quantità di moto. In questo caso cambia la quantità di moto perché varia la velocità e q corrisponde a una forza che

agisce sul fluido.

Consideriamo una massa fluida dM .

Prima del corpo $q = U dM$ e dopo $q' = U' dM$ quindi la particella ha perso $(U - U') dM$. Se chiamo

$$(U - U') = kU, k < 1$$

$$(U - U') dM = kU dM$$

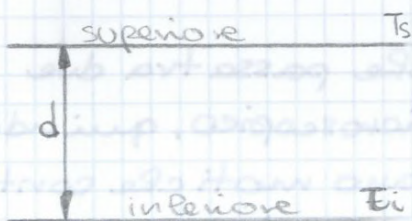
$$\frac{kU dM}{\rho U} \propto U^2$$

Ma quanto impiega a perdere questa quantità di moto?

Basta che derivi nel tempo. Poi integro su tutta la massa del fluido e ho la perdita totale

Convezione Naturale tra Pareti Orizzontali

Studiamo cosa succede tra due piastre a temperature diverse poste a distanza d tra cui ho un fluido inizialmente fermo con date proprietà. Le piastre sono



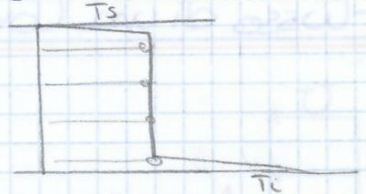
$$T_i < T_s$$

Questo è un fenomeno termico e dinamico. Ma dinamicamente non succede nulla perché il fluido non

si mette in moto ma il calore si trasferisce per Conduzione. Il fluido in mezzo si comporta come un blocco solido che conduce calore e vale la legge di Fourier

$$\dot{q}_{\text{cono}} = -\lambda \frac{dT}{dz} = \lambda \frac{T_s - T_i}{d}$$

Ma se $Ra > 1700$ Ro in centro una Temperatura media e vicino alle pareti Ro conduzione ma con un $\frac{dT}{dz}$ molto più grande di quello che Ro con $Ra < 1700$. Nel centro Ro un gradiente alto ma Ro convezione. Quindi il flusso termico è molto grande.



Se prima avevo $c_D = f(Re)$ ora Ro Resistenza Termica in funzione di Ra a patto che sia adimensionale. Per farlo tale devo scrivere il Flusso Termico Convettivo che dipenderà dal tipo di moto convettivo. Mi serve:

Coeff. di Scambi Termico Convettivo R $\dot{q}_{conv} = R \Delta T$

Questo coefficiente tiene conto di d , λ e altre cose.

Ma il mio scopo è normalizzare il Flusso Termico per cui mi serve il Numero di Nusselt $Nu = \frac{\dot{q}}{\dot{q}_{cond}}$

Fino a $Ra = 1700$ Ro $\dot{q} = \dot{q}_{cond} \Rightarrow Nu = 1$

Ma cosa succede se Ra cresce?

Perde le sue proprietà e intervengono altri parametri.

In particolare per Ra alti entra in gioco il già visto Numero di Prandtl

$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$ e quindi

non uso più il Numero di Rayleigh

ma Numero di Grashof

$$Gr = \frac{Ra}{Pr} = \frac{\alpha g (T_i - T_s) d^3}{\nu^2}$$

In queste condizioni limitare è solo ν infatti i moti sono sempre più violenti e α è trascurabile rispetto a ν .

L'equilibrio è determinato dalle forze di galleggiamento che giocano nella Convezione Naturale. Queste forze producono moti che sono equilibrati dalle Forze Viscose.

Tra $Ra = 1700$ e Gr vale sempre Ra ma Ro Termiche e non Ro li a trasporre fluido

Nota che facendo $\mu \frac{\partial u}{\partial z}$ ho lo Sforzo di Taglio $\tau(u, z)$

E per $z=0$ Sforzo di Taglio a Parete $\tau_w(u) = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=0}$

Quindi posso definire

Resistenza d'Attrito $D_f = \int_0^L \tau_w(u) du \quad [N/m]$

e il più pratico

Coefficiente d'Attrito $C_f = \frac{D_f}{\frac{1}{2} \rho U^2 L}$

Sforzo a Taglio a Parete
Adimensionale

$c_f = \frac{\tau_w(u)}{\frac{1}{2} \rho U^2}$

e posso legare gli ultimi 2

$C_f = \frac{\frac{1}{2} \rho U^2 \int_0^L c_f(u) du}{\frac{1}{2} \rho U^2 L} = \int_0^1 c_f(u) d\left(\frac{u}{L}\right) \stackrel{\frac{u}{L} = \xi}{=} \int_0^1 c_f(\xi) d\xi$

Prima ho dato il limite $Re < 5 \times 10^5$. Infatti sotto questo limite ho che nello strato limite il flusso è 100% laminare.
Sopra questo $Re = 5 \times 10^5$ è utile un nuovo Re

$Re_w = \frac{U u}{\nu}$

In queste condizioni ho flusso turbolento descritto da

Profili Medi Temporali.

Per il turbolento ho che subito vicino alla

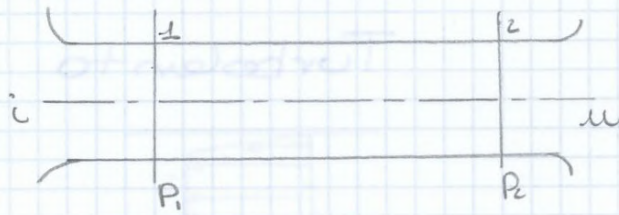
lamina ho flusso pressoché laminare.

Dopo un certo punto ho una velocità ^{variabile} U che in media temporale è pari alla velocità

fuori dal flusso che è costante.

Fuori dallo strato limite ho $\frac{\partial U}{\partial z} = 0$ infatti $U = \text{cost}$. Quindi il fluido è viscoso ma la resistenza che questa viscosità pone è costante e perciò trascurabile.

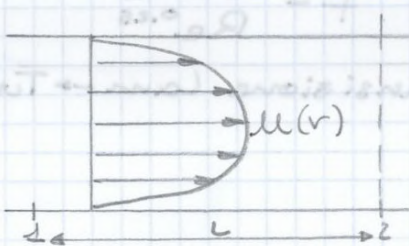
Flusso in un Condotto a Sezione Costante



Siamo in condizione di moto stazionario ovvero costante nel tempo, $\vec{a} = 0$.
 Po ma di differenza di pressione con $P_1 > P_2$. $Ma_{Re} < 0,3$.

In i e u Po situazioni bidimensionali che non studiamo. Consideriamo solo una porzione di tubo sufficientemente distante da u e i da non sentirne gli effetti.

Se il moto è stazionario allora sulle pareti $v = 0$ e Po



la stessa configurazione di flusso lungo qualunque punto di L tra 1 e 2 . Ma il fatto che v è costante non vuol dire che non devo spingere il fluido. Infatti devo fornire una variazione di pressione

per vincere le forze viscoso sulle pareti (non l'inerzia perché $\vec{a} = 0$)

Velocità Media Spaziale
$$v = \frac{1}{S} \int_S u \, ds$$

$$\dot{V} = v \cdot S \quad [m^3/s]$$

$$\dot{M} = \rho v S = \rho \dot{V} \quad [kg/s]$$

Il salto di pressione viene espresso con

Gradiente di Pressione
$$\frac{dp}{dn} = - \frac{P_1 - P_2}{L}$$

Mentre per esprimere la caduta di pressione per metro

Coeff. di Perdita di Carico
$$f = - \frac{dp/dn \cdot L}{\frac{1}{2} \rho v^2}$$

e Reynolds vale

$$Re = \frac{v d_i}{\nu}$$

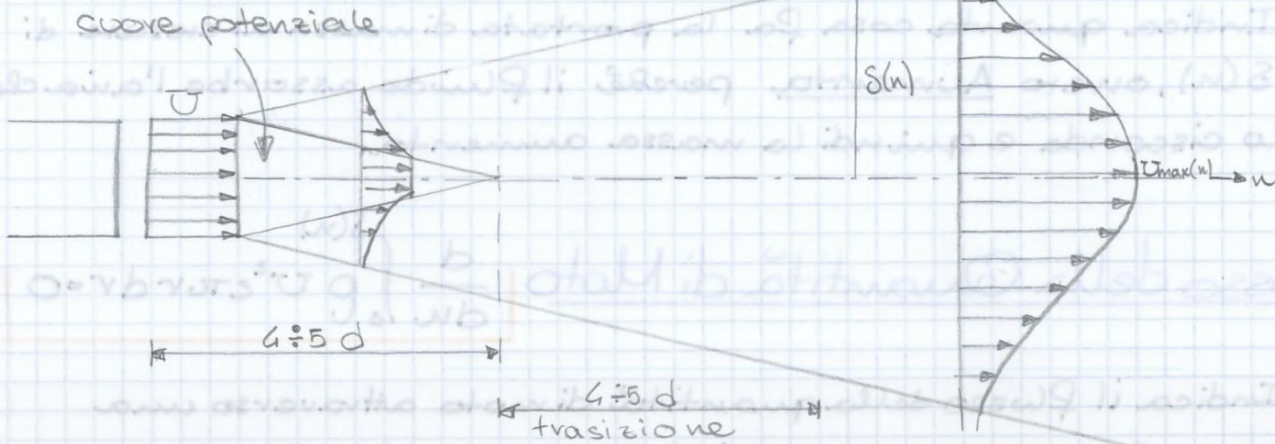
con Diametro idraulico
$$d_i = \frac{4 \cdot S}{P}$$
 $\square = e$
 $\circ = d$

con: S superficie
 P perimetro

Getti e Scie

156

Getti



Consideriamo uno stocco di diametro d dal quale spicca un fluido/fluxo a velocità U . Il GETTO è praticamente sempre TURBOLENTO.

Dopo la zona di transizione R_0 che non esiste più il profilo piatto che è andato sempre più sfumando. L'andamento ora è simile a una Gaussiana.

Il semiraggio S è funzione di u , $S(u)$. La velocità tende a zero a valle mentre in-centro vale $u_{max}(u)$. Nel generico punto R_0 $u(u, r)$.

Più vado a valle più la gaussiana si abbassa e si allarga e velocità e semiraggio variano con $u_{max} \propto u^{-n}$ $S(u) \propto u^m$

Quando R_0 superato la zona di transizione vale

Legge di similitudine

self-similar

$$\frac{u(u, r/S)}{u_{max}(u)} = f\left(\frac{r}{S}\right)$$

che mi dà un profilo di velocità che descrive tutti i profici a tutte le distanze

Infatti:

Legge di Similitudine

$$\frac{U - u(n, r/s)}{U - u_{max}(n)} = g\left(\frac{r}{s}\right)$$

E anche per le scie Ro i tre integrali ma cambiano gli andamenti in $f(n)$ cioè le derivate in dn , infatti

Portata in Massa del Fluido

$$\frac{d}{dn} \int_0^{s(n)} \rho u z \pi r dr = 0$$

È costante perché la massa del fluido non varia

Flusso della Quantità di Moto

$$\frac{d}{dn} \int_0^{s(n)} \rho U^{a2} z \pi r dr = 0$$

Anche qui è costante perché non ci sono forze esterne, osservo però che nella Fase di Transizione attorno al corpo questo esercita delle forze di resistenza al moto che sono forze agenti sul fluido e quindi la quantità di moto varia. Ma a sufficiente distanza è costante

Flusso di Energia Cinetica

$$\frac{d}{dn} \int_0^{s(n)} \rho U^3 z \pi r dr < 0$$

Diminuisce come prima

Risolviemo quindi quest'equazione, assumendo verso $z \uparrow$ positivo verso l'alto

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g}$$

Per risolvere quest'equazione differenziale ho bisogno delle condizioni iniziali e quindi devo definire $p_0 = p(z_0)$ e, per un gas, devo anche considerare l'equazione di stato e quindi la Temperatura.

Consideriamo una condizione Isocora $\rho = \rho_0 = \text{cost}$

$$\int_{z_0}^z \frac{\partial p}{\partial z} dz = - \int_{z_0}^z \rho g dz \Rightarrow p(z) - p(z_0) = -\rho g (z - z_0)$$

legge di Stevino

$$\boxed{p(z) = p_0 - \rho g (z - z_0)}$$

Questa legge è applicabile a tutti i fluidi con ρ costante.

Ma se considero un Gas non è detto che ρ sia costante.

Io so che:

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g, \quad p = \frac{R}{M} \rho T$$

1° CASO | Atmosfera Isocora

$$\rho = \rho_0 = 1,225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (288 \text{ K}, 10^5 \text{ Pa})$$

$$\frac{dp}{dz} = R^* \rho \frac{dT}{dz}$$

$$\frac{dT}{dz} = \frac{1}{R^* \rho_0} \frac{dp}{dz} = -\frac{1}{R^* \rho_0} + \rho_0 g = -\frac{g}{R^*} = -T_v, \quad T_v = -3,4 \times 10^{-3} \frac{\text{K}}{\text{m}}$$

$$\boxed{T_v = -\frac{g}{R^*}}$$

$$\boxed{T(z) = T_0 - T_v \cdot z}$$

Nella Realtà viene definita un Atmosfera Standard di Aria Secca con date caratteristiche

I) $0 < z < 10700 \text{ m} \Rightarrow T = \left| \frac{dT}{dz} \right| = 6,5 \times 10^{-3} \frac{\text{K}}{\text{m}}$

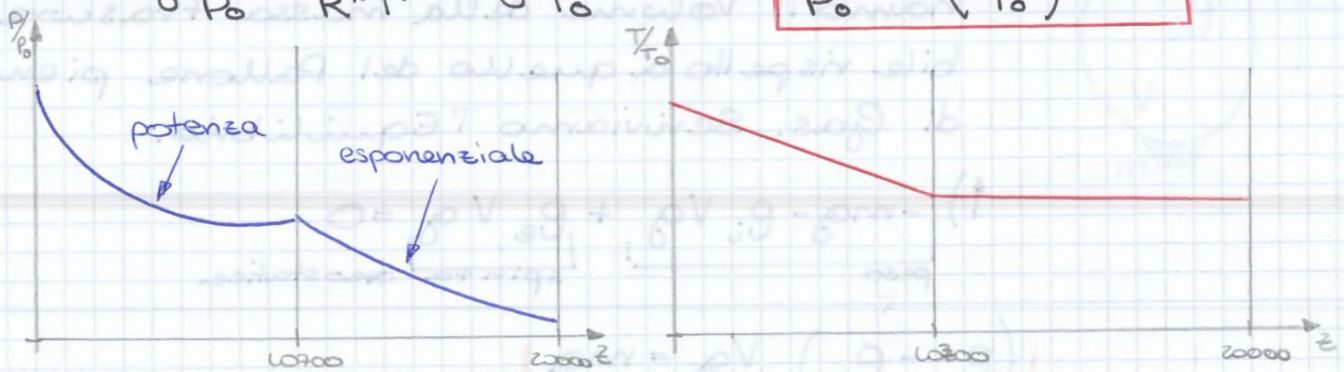
II) $10700 < z < 20000 \text{ m} \Rightarrow T = -55^\circ$ abbia costante

Nella fase \oplus R_0 $T(z) = T_0 - T_v \cdot z$ e

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g = \frac{dp}{dT} \frac{dT}{dz} = -T \frac{dp}{dT}, \quad -T \frac{dp}{dT} = -\rho g$$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\rho g}{T} = \frac{p}{R^* T} \frac{g}{T} \Rightarrow \int \frac{1}{p} \frac{dp}{dT} = \int \frac{g}{R^* T^2} dT$$

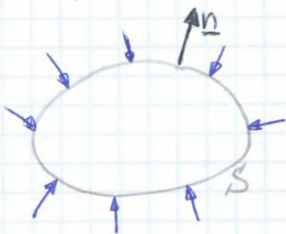
$$\log \frac{p}{p_0} = \frac{g}{R^* T} \log \frac{T}{T_0} \Rightarrow \boxed{\frac{p}{p_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{g}{R^* T}}}$$



La forza agente su una superficie è

$$\underline{F}_s = - \int_s p \underline{n} d\sigma$$

Se prendo un corpo non una superficie qual'è la forza che il fluido esercita sul corpo?



$$\boxed{\underline{F} = - \int_s p \underline{n} d\sigma = - \int_v \nabla p dv}$$

ma io so che

$\nabla p = \rho g$ quindi

$$\boxed{\underline{F} = - \int_v \rho g dv}$$

Archimede

MONGOLFIERA

$M_i = M_e, T_i > T_e$

$F_u = \rho_e g V \left(1 - \frac{T_e}{T_i} \right)$

DIRIGIBILE

$T_e = T_i, M_i < M_e$

$F_u = \rho_e g V \left(1 - \frac{M_i}{M_e} \right)$

Per una mongolfiera ρ_0 la fiamma che scalda e per es

$T_e = 300 K, T_i = 350 K, 1 - \frac{T_e}{T_i} \approx 0,14$

Per un dirigibile ρ_0

$H_2, M_{H_2} = 2 \frac{R_0}{mol}$

$M_{aria} = 29 \frac{R_0}{mol}$ quindi

$1 - \frac{M_i}{M_e} = \frac{27}{29} = 0,93$

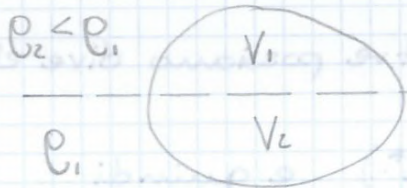
quindi a parità di V spinge di più ma il dirigibile ma H_2 si infiamma quindi,

$He, M_{He} = 4 \frac{R_0}{mol}$

$1 - \frac{M_i}{M_e} = \frac{25}{29} = 0,86$

Con l'elio il dirigibile spinge comunque più della mongolfiera ma l'elio costa tanto.

Un'altra applicazione è quando ρ_0 ρ variabile tipo e voglio che il mio corpo stia in equilibrio



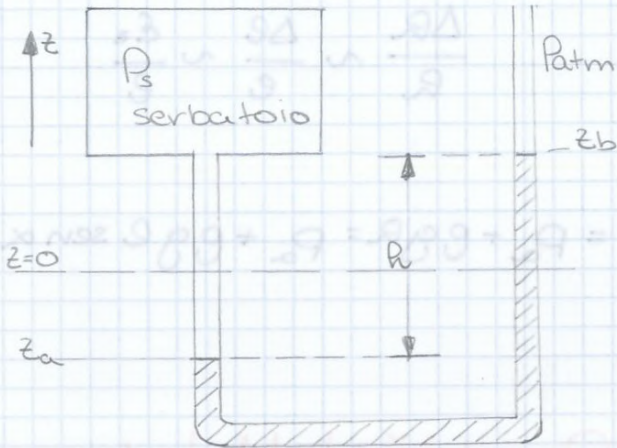
$mg - \int_V \rho g dv = 0$ cioè

$mg - \left(\int_{V_1} \rho_1 g dv + \int_{V_2} \rho_2 g dv \right) = mg - (\rho_1 g V_1 + \rho_2 g V_2) = 0$

$mg - (\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2) g = 0$

Manometro

Serve per misurare la pressione di un ambiente, nel tubo metto un fluido più denso del fluido nel serbatoio e fuori. Vado a misurare la differenza h .



Il fluido è fermo quindi vale Stevino $p(z) = p_0 + \rho g h$ cioè $p(z) + \rho g h = \text{costante}$ e questa legge deve valere per qualunque z , anche per z_a e z_b

$$p(z_a) + \rho_m g z_a = p(z_b) + \rho_m g z_b \quad , \quad \begin{cases} p(z_a) = P_s \\ p(z_b) = P_a \end{cases}$$

$$\boxed{P_s - P_a + \rho_m g (z_b - z_a) = P_a + \rho_m g h}$$

e mi viene così fornita la differenza di pressione con l'esterno ma non ho un valore di Pressione Assoluta.

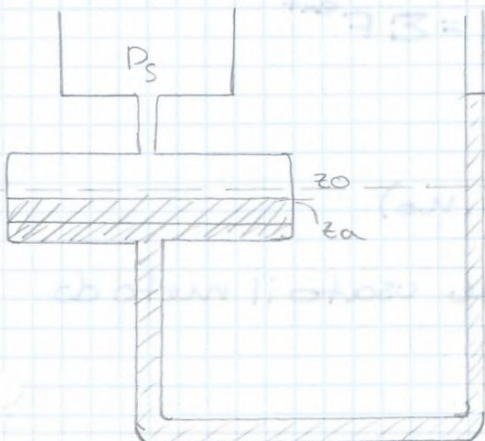
Sfruttando questo strumento ho un errore nella misurazione $|\Delta z| = \epsilon_z$

$$|\Delta h| = |\Delta(z_b - z_a)| \approx |\Delta z_a| + |\Delta z_b| = 2 \epsilon_z$$

quindi se faccio un errore di lettura di 0,5 poi in realtà sbaglio di 1.

Per evitare la propagazione di errori ho 2 metodi principali:

1 CASO Evitare la doppia lettura



Non ho più la simmetria nei tubi quindi non ho simmetrie di altezza ma di volumi

$$S_a |z_a| = S_b |z_b|$$

$$|z_a| = |z_b| \frac{S_b}{S_a} = \text{se cilindri} = \left(\frac{R_b}{R_a}\right)^2$$

e avendo $S_a \gg S_b \Rightarrow z_a \ll z_b$

$$h = z_b - z_a \approx z_b$$

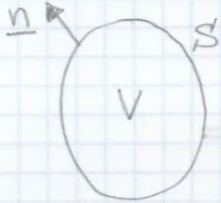
Metodo Euleroiano

Con questo metodo studio il moto attraverso una superficie o una posizione ovvero vado a misurare la velocità delle particelle in quella posizione.

Con questo metodo la variazione di massa non è costante

Variazione di massa = Flusso di massa attraverso una superficie

Quindi per il Bilancio di Massa



$$m = \int_V \rho \, dv$$

$$\underline{u} \cdot \underline{n}$$

Però che al crescere della velocità ho sempre più massa che passa attraverso la superficie.

Quindi $\rho \cdot \underline{u} \cdot \underline{n}$ è il flusso di massa nella sup. nel tempo, e

$$\boxed{\frac{d}{dt} \int_V \rho \, dv = - \int_S \rho \, \underline{u} \cdot \underline{n} \, d\sigma}$$
 equazione base

Ma il volume è costante nell'unità di tempo, quindi

$$\int_V \frac{d\rho}{dt} \, dv + \int_S \rho \, \underline{u} \cdot \underline{n} \, d\sigma = 0$$

e sfruttando il metodo di Gauss ho

$$\boxed{\int_V \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{u}) \right] \, dv = 0}$$

perché sia vero quest'equilibrio quindi

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{u}) = 0}$$

cioè

$$\underline{\underline{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \underline{u} \cdot \nabla \rho + \rho \nabla \cdot \underline{u} = 0}}$$

Dove

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \underline{u} \cdot \nabla \rho}$$
 è la derivata della densità seguendo la particella, la massa è costante

$$\int_{n_1}^{n_2} \frac{\partial}{\partial t} (\rho A) dn = \rho_1 u_1 S_1 - \rho_2 u_2 S_2 = - \int_{n_1}^{n_2} \frac{\partial}{\partial n} (\rho u s) dn$$

Quindi se $\frac{d}{dt} m = 0$

$$\int_{n_1}^{n_2} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho A) + \frac{\partial}{\partial n} (\rho u s) \right] dn = 0$$

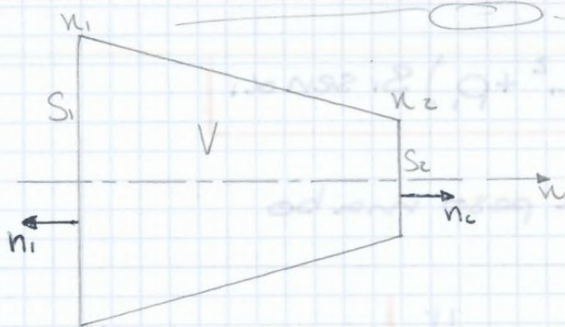
cioè

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho A) + \frac{\partial}{\partial n} (\rho u s) = 0$$

Bilancio di Quantità di Moto

Variatione di quantità di moto = flusso di quantità di moto + Forze Esterne

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho u dv = - \int_S \rho u \underbrace{u_n}_{\substack{\text{q. dim per} \\ \text{unità di} \\ \text{Vol.} \\ \text{velocità} \\ \text{normale}}} ds - \int_S p \underbrace{n}_F ds + \int_V \rho g dv + \int_S \tau^v ds$$



Vediamo cosa succede a un tubo di flusso stazionario e applichiamo il bilancio della quantità di moto.

Se il moto è Stazionario, la variazione della quantità di moto è nulla. Inoltre ho flusso solo attraverso

verso le superfici 1 e 2 e non attraverso quella laterale.

Le due normali alla superficie sono uscenti. Non tengo conto delle forze viscosse. Il flusso attraverso la laterale è nullo ma la pressione no quindi ho forza F_n

$$0 = - \left[\rho_1 u_1 (-u_1) S_1 + \rho_2 u_2 (+u_2) S_2 \right] - \left[p_1 S_1 (-1) + p_2 S_2 (+1) + F_n \right]$$

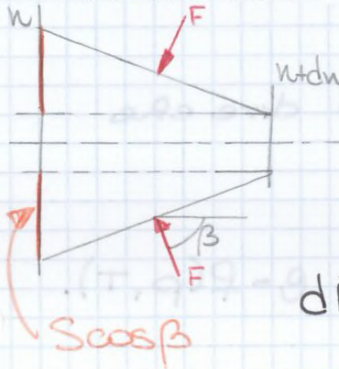
$$-(\rho_2 u_2^2 + p_2) S_2 + (\rho_1 u_1^2 + p_1) S_1 + F_n = 0$$

$$F_n = (\rho_2 u_2^2 + p_2) S_2 - (\rho_1 u_1^2 + p_1) S_1$$

e questa relazione vale per qualunque sezione di n , e $n+dn$ cioè qualunque sezione lungo n e quindi:

$$\boxed{\frac{dF_n}{dn} = -\frac{\partial}{\partial n} (\rho u^2 + p) S} \quad (1)$$

Se la sezione del tubo è cilindrica allora le forze di pressione sono dirette perpendicolarmente al flusso, asse. Ma se non è così e ho una sezione convergente



$$-p S \underline{n} \cdot e_n = -p S_c \cos \beta = -p \Delta S,$$

$$\Delta S = S(n+dn) - S(n) = \frac{ds}{dn} dn$$

$$dF_n = - \int_S p \cdot \underline{n} \cdot e_n d\sigma = -p \frac{ds}{dn} dn$$

$$\boxed{\frac{dF_n}{dn} = -p \frac{ds}{dn}}$$

Che esprime quanto della forza di pressione è lungo n .
Sostituendo questa relazione nella 1:

$$\underline{-p \frac{ds}{dn} = -\frac{\partial}{\partial n} [(\rho u^2 + p) S]}$$

A secondo membro ho

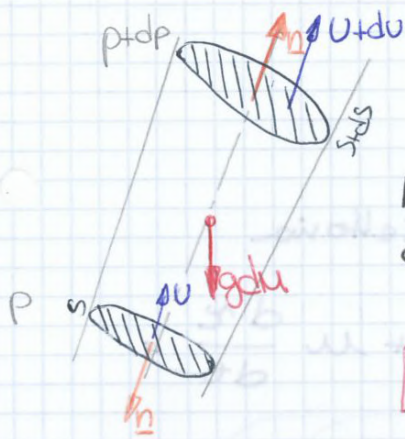
$$-\frac{\partial}{\partial n} (pS) = -\frac{\partial p}{\partial n} \cdot S - p \frac{\partial S}{\partial n}$$

$$-\frac{\partial}{\partial n} (\rho u^2 S) = -\frac{d}{dn} [(\rho u S) \cdot S] = -S \rho u \frac{du}{dn}$$

Quindi

$$\cancel{-p \frac{ds}{dn}} = -\frac{\partial p}{\partial n} S - \cancel{p \frac{\partial S}{\partial n}} - S \rho u \frac{du}{dn}$$

$$\boxed{\rho u \frac{du}{dn} + \frac{dp}{dn} = 0} \quad (2)$$



$$\int_V \rho g dv \cdot \underline{e}_n, \text{ con } \rho \cos \alpha = \rho V (-\cos \alpha)$$

Allora nell'equazione della forza di pressione F_n

$$F_n = (---)_z - (---)_z - \rho V g \cos \alpha$$

derivando ambo i membri

$$\textcircled{3} \left[\frac{dF_n}{dn} = - \frac{\partial}{\partial n} ((\rho u^2 + p)s) - \rho g s \cos \alpha \right]$$

perche
 $V = \int_n^{n_2} s dn$

ma $\rho g s \cos \alpha = \frac{d}{dn} (\rho g z) s$

inoltre $\underline{g} = \nabla(-gz)$ quindi

$$\int_V \rho g dv \cdot \underline{e}_n = \int_V \rho g \underline{e}_n dv = \int_V \rho \frac{d}{dn} (-gz) dv = \int_V \frac{d}{dn} (\rho g z) dv = \int_n^{n_2} \frac{d}{dn} (\rho g z) s dn$$

Quindi sostituendo nella $\textcircled{3}$

$$\frac{dF_n}{dn} = - \frac{\partial}{\partial n} [(\rho u^2 + p)s] + s \frac{d}{dn} (-\rho g z)$$

ma se $\frac{dF_n}{dn} = 0$ Perché?

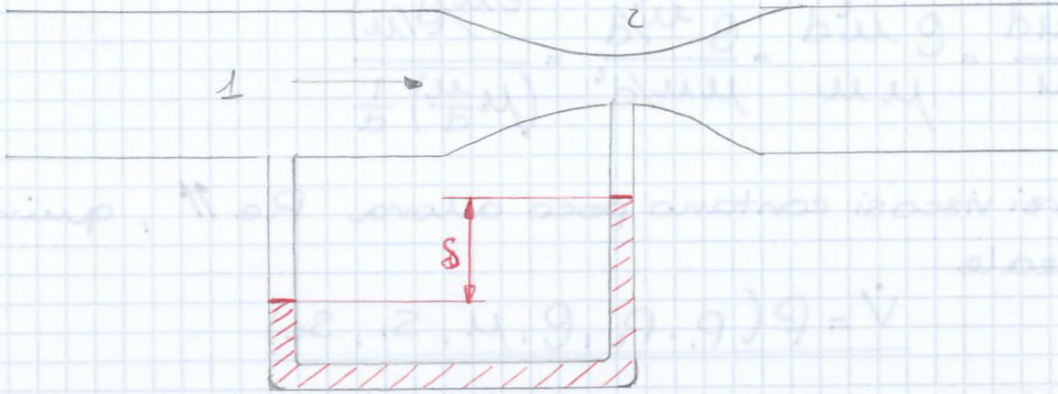
$$\left[\rho u \frac{du}{dn} + \frac{dp}{dn} + \frac{d}{dn} (\rho g z) = 0 \right]$$

Per ricavare Bernoulli posso far comparire le accelerazioni

$$\int_V \rho \underline{a} dv = - \int_S p \underline{n} d\sigma + \int_V \rho g dv$$

con $-\int_S p \underline{n} d\sigma = - \int_V \nabla p dv$

Tubo di Venturi



È un tubo che presenta una strozzatura. Abbiamo che $\rho = \text{cost}$ e $u \cdot S = \text{cost}$.

Quindi se diminuisce l'Area aumenta la velocità, ma se aumenta la velocità, per Bernoulli, diminuisce la pressione (supponendo che $z_1 = z_2$).

Come posso calcolare la portata?

Sono noti

$$u_1 S_1 = u_2 S_2$$

$$\frac{u_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho} + g z_1 = \frac{u_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho} + g z_2$$

$$\frac{u_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho} = \frac{u_1^2 \left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2}{2} + \frac{P_2}{\rho}$$

$$u_1 = \frac{1}{\sqrt{1-r^2}} \sqrt{\frac{z(P_1 - P_2)}{\rho}}$$

Il prof dice

$\frac{r}{1-r}$ ma è uguale?

ma misurando le pressioni abbiamo che

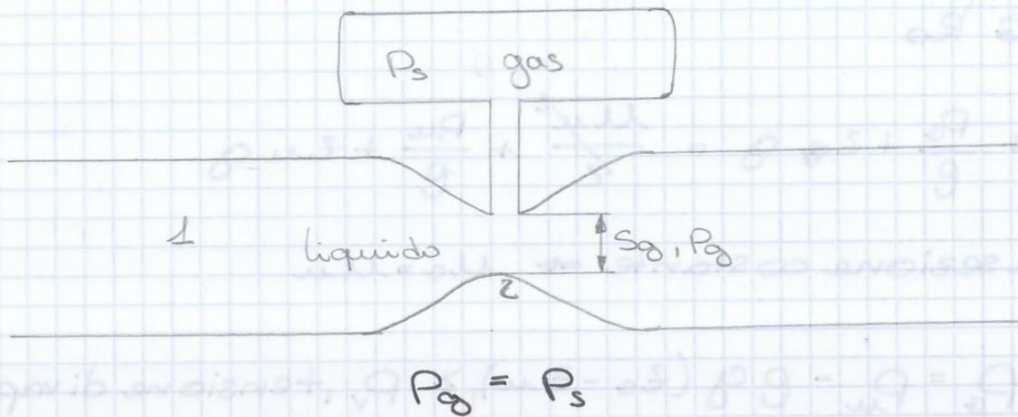
$$P_1 - P_2 = \rho_m g S$$

Nella realtà il fluido è viscoso e nella fase di accelerazione ho delle perdite di carico e

$$\dot{V} = u_1 S_1 = \frac{r S_1}{\sqrt{1-r}} \sqrt{\frac{z(P_1 - P_2)}{\rho}}$$

141

Mettiamo ora la gola del tubo in comunicazione con un serbatoio con lo scopo di creare del vuoto nel serbatoio, infatti Po che la bassa pressione di z è (in condizioni stazionarie) in equilibrio con la pressione del serbatoio.



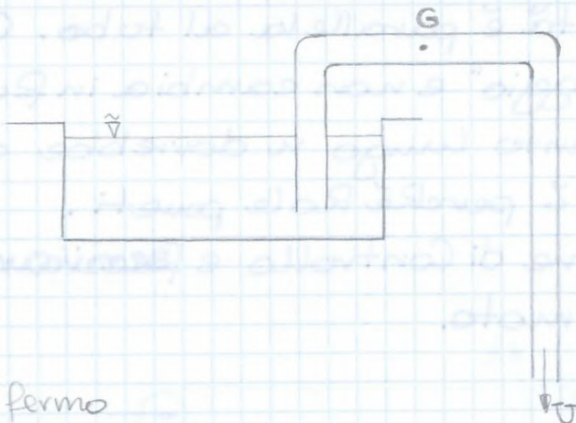
$$\begin{cases} \frac{\mu g^2}{z} + \frac{P_g}{\rho} = \frac{\mu i^2}{z} + \frac{P_u}{\rho} \\ \mu g S_g = \mu i S_u \end{cases}$$

$$P_s = P_u - \frac{1}{z} \rho (\mu g^2 - \mu i^2) =$$

$$P_s = P_u - \frac{1}{z} \rho \mu u^2 (r^2 - 1)$$

Sifone

Voglio trasferire olio tra due recipienti a quote diverse senza bucare il recipiente più alto. Supponiamo di aver innescato il moto e che le viscosità siano trascurabili.



è fermo

$$\frac{\mu s^2}{z} + \frac{P_s}{\rho} + z_s \rho g = \frac{\mu u^2}{z} + \frac{P_u}{\rho} + z_u \rho g$$

Sulle superfici laterali non ho flusso e tanto entra in 1, tanto esce in 2. Quindi il flusso di quantità di moto è pari a zero e questo riduce il bilancio di Quantità di Moto a un Bilancio di Forze.

Le forze di pressioni sulla faccia laterale non sono lungo u quindi non danno contributo. Vi sono gli sforzi viscosi

$$p(u_1) \pi r^2 - p(u_2) \pi r^2 - \tau_v z \pi r (u_2 - u_1) = 0$$

$$p(u_1) - p(u_2) = \tau_v \frac{z}{r} (u_2 - u_1)$$

e così, noti gli sforzi viscosi, ho il salto di pressione.

Guardiamo a $\frac{\tau_v}{r}$, τ_v è la derivata della velocità quindi al centro è nullo mentre all'esterno è massimo.

Chiamando $r = R = \frac{D}{2} \Rightarrow \Delta p = \tau_v(R) \frac{4(u_2 - u_1)}{D}$

Quindi il $\vec{\nabla} p$ è costante



Posso anche osservare che

$$\tau_v(r) = \frac{r}{z} \frac{(p_{u_1} - p_{u_2})}{u_2 - u_1} = \frac{r}{z} \left(-\frac{dp}{du} \right)$$

ma noi sappiamo

$$\tau_v = \mu \frac{du}{dy} \quad \text{allora}$$

$$\mu \frac{du}{dr} = \frac{r}{z} G, \quad G = -\frac{dp}{du} = \text{cost.}$$

$$\frac{du}{dr} = \frac{r}{2\mu} G \Rightarrow \text{integro} \Rightarrow u = \frac{r^2}{4\mu} G + \text{cost}$$

scegliendo la cost in modo da avere $u(R) = 0$, $\text{cost} = -\frac{RG}{4\mu}$
abbiamo

Formula di Poiseil

$$u = \frac{G}{4\mu} (R^2 - r^2)$$

$u=0 \Rightarrow$ No Stazionario

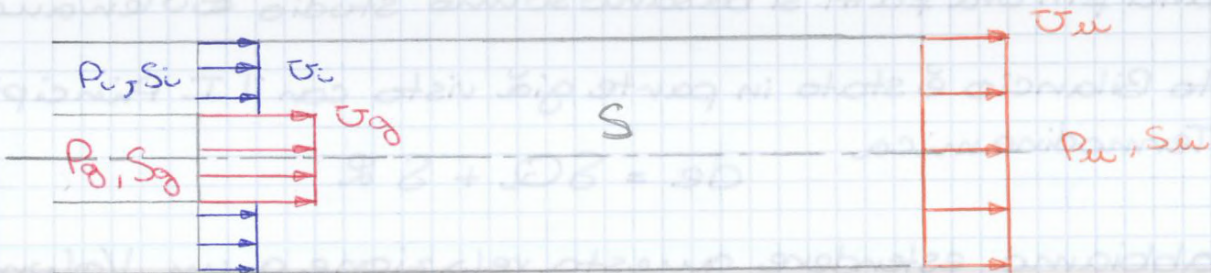
Dopo $Re \approx 2000$ R_0 fine di moto stazionario e inizio del turbolento.

All'aumentare della scabrezza la resistenza non dipende più da Reynolds.

Ma allora per risolvere Δp R_0

$$\left[\frac{dp}{dL} = \frac{1}{2} \rho u^2 c_f \frac{1}{d} \right] \quad \left[\Delta p = \left| \frac{dp}{dL} \right| L = \frac{1}{2} \rho u^2 c_f \frac{L}{d} \right]$$

Eiettore a Getto



Questo tubo così fatto serve per mescolare due fluidi

Bilancio Massa

$$\rho_i S_i = \rho_u S - \rho_g S_g$$

$$\rho_i u_i S = (\rho_g u_g \cdot S_g) + \rho_u (S - S_g)$$

e il Bilancio di Quantità di Moto, $\rho = \text{cost}$

$$(\rho u_u^2 + p_u) S = (\rho u_g^2 + p_g) S_g + (\rho u_i^2 + p_i) S_i$$

$$p_i = p_g$$

$$\rho u_u^2 S + p_u S = p_i S + \rho u_g^2 S_g + \rho u_i^2 (S - S_g)$$

$$p_u = p_i + \rho \left[u_g^2 \frac{S_g}{S} + u_i^2 \left(1 - \frac{S_g}{S} \right) - u_u^2 \right]$$

$$u_u = u_g \frac{S_g}{S} - u_i \left(1 - \frac{S_g}{S} \right), \quad r = \frac{S_g}{S}$$

$$u_u = u_g r - u_i (1-r)$$

$$p_u = p_i + \rho \left[u_g^2 r + u_i^2 (1-r) - (u_g r + u_i (1-r))^2 \right]$$

44

A questo punto il bilancio non è influenzato solo da Calore e lavoro, con **flusso** esterna o interna, ma il fluido che entra nel volume ha già una propria energia a prima di entrare.

$$\frac{\partial E_{tot}}{\partial t} = \dot{E} + \dot{L} + \dot{Q}$$

È derivato nel tempo perché in dt entra più o meno flusso.

Termine di Flusso $\dot{E} = - \int_S \rho e_{tot} \vec{v} \cdot \vec{n} ds$

mi dice quanta e_{tot} entra o esce al netto nel tempo nel volume. Ho il \ominus perché considera quanto entra e non quanto esce $\Rightarrow -\vec{n}$

Potenza Termica \dot{Q} è fatto da

- **Conduzione** per diffusione molecolare non per trasporto perché il trasporto è nell' E
- **Sorgenti di Calore** interne al volume che generano calore.

$$\dot{Q} = \dot{Q}_c + \dot{Q}_{endo}$$

Potenza Meccanica \dot{L}

- **Pressione** lavoro dovuto alle pressioni **infatti** senza Δp non ho moto.
- **Tangenziale** lavoro delle forze tangenziali di Taglio che producono lavoro. È un lavoro Diffusivo.
- **Macchina** lavoro generato da una macchina interna al volume di controllo

$$\dot{L} = \dot{L}_p + \dot{L}_t + \dot{L}_m$$

Prendiamo un condotto con sezioni di ingresso e uscita le pareti sono isolate quindi $\dot{Q}_e = 0$.

Contro la parete ho sforzi di taglio ma il fluido a parete è fermo quindi non fanno lavoro $\dot{L}_e = 0$.

A questo punto o vale (A) o vale (B).

Il caso interessante è il (B).

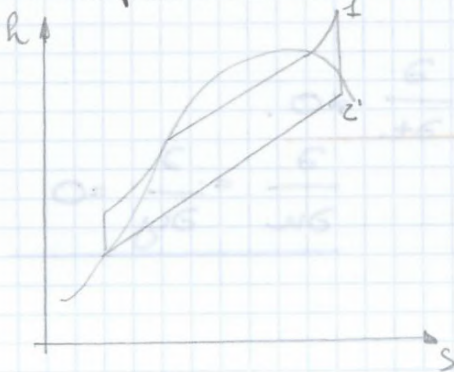
L'(A) mi dà i salti di Energia mentre (B) mi dà quanta Energia fornisco al fluido.

Un terzo caso è quando ho moto stazionario a regime con assenza di $\dot{Q}_e = \dot{L}_m = 0$ allora l'energia si conserva perfettamente.

$$\underline{R_{1,tot} = R_{2,tot}}$$

$$\underline{R_1 + \frac{U_1^2}{2} + g z_1 = R_2 + \frac{U_2^2}{2} + g z_2} \quad , \quad \underline{\rho_1 U_1 = \rho_2 U_2}$$

Quando abbiamo studiato il ciclo vapore Brayton, nella trasformazione 1 → 2' abbiamo



$$R_1 = 3456 \frac{R5}{Rg} \quad R_2 = 2208 \frac{R5}{Rg}$$

$$\Delta R = R_1 - R_2 = 1088 \frac{R5}{Rg}$$

Essendo 1 → 2' Adiabatica, il ΔR mi dà il lavoro tecnico.

Per questo problema avevamo supposto $\frac{U_2^2}{2} = 6\% \Delta R$ e abbiamo calcolato ΔR dicendo che non abbiamo velocità ma oggi abbiamo visto che non è così infatti dovremmo scrivere R_{tot} e non solo R .

Per il punto (A) ho solo $R \Rightarrow R_1 = R_{1,tot}$ mentre per il punto (B) devo considerare la velocità cioè

$$R_{2,tot} = R_2 + \frac{U_2^2}{2} \quad , \quad \dot{Q}_e = 0 \quad , \quad \dot{L}_m \neq 0 \quad \text{ho la turbina}$$

Facendo l'equilibrio delle Forze

$$\left(\tau_n + \frac{\partial \tau_n}{\partial z} dz - \tau_n \right) dndy - \rho dndydz \frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_n}{\partial z} - \rho \frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

Ma Newton dice che

$$\tau_n = \mu \frac{\partial u}{\partial z} \quad \text{e supponendo } \rho, \mu \text{ costanti}$$

$$\mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \rho \frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad \frac{\mu}{\rho} = \nu$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

Che è un'equazione differenziale Parabolica che prende il nome di Equazione del calore

Per risolvere quest'equazione dobbiamo conoscere le condizioni iniziali

$$\begin{cases} u(0, t) = U \\ u(z, 0) = 0 \end{cases}$$

e date queste condizioni la soluzione a questa eq. differenziale è

$$u(z, t) = U [1 - \operatorname{erf}(\eta)]$$

con

Variabile di Similitudine $\eta = \frac{z}{2\sqrt{\nu t}}$

Funzione di Errore $\operatorname{erf}(\eta) = \frac{2}{\pi} \int_0^\eta e^{-\eta^2} d\eta$