NUMERO: 1236

DATA: 27/10/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Lamberti D.

MATERIA: Fisica I

Prof. Penna

FISICA - $\boxed{04/03/2014}$

1- CINEMATICA
2- DINAMICA NEL PUNTO
3- TERMODINAMICA
4- DINAMICA DEL CORPO RIGIDO

} 4 ESERCIZI ESAME SCRITTO

RICEVIMENTO: MARTEDI 15.00 - 17.00

DISTRIBUZIONE DI PROBABILITÀ GAUSSIANA

È LA DISTRIBUZIONE PIÙ COMUNE NELL'ANALISI STATISTICA DEI DATI (SPERIMENTALI).

GAUSSIANA È CURVA CHE PIÙ DI OGNI ALTRA È ADATTA A DESCRIVERE LA DISTRIBUZIONE DELLE MISURE OTTENUTE SPERIMENTALMENTE

È IMPORTANTE RICORDARE CHE LE MISURE EFFETTUATE HANNO UN CARATTERE RANDOM

SPARPAGLIATE; SI ACCUMULANO IN UNA CERTA ZONA

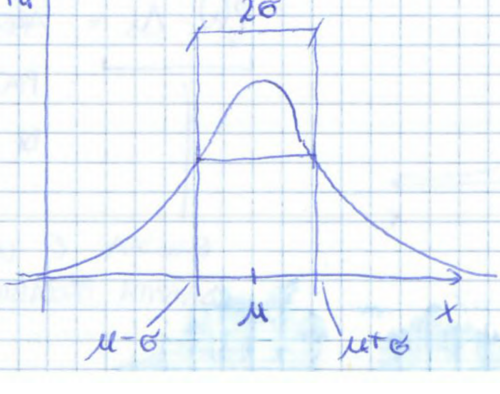
VARIABILE INDIPENDENTE

$$P_G(x;\mu,\sigma) = \frac{e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

VARIABILE CHE MISURIAMO (PER ESEMPIO T°, P, ...)

μ = VALOR MEDIO (TEORICO)
σ^2 = VARIANZA (TEORICA)
σ = DEVIAZIONE STANDARD, OPPURE SCARTO QUADRATICO MEDIO OPPURE DEVIAZIONE QUADRATICA MEDIA

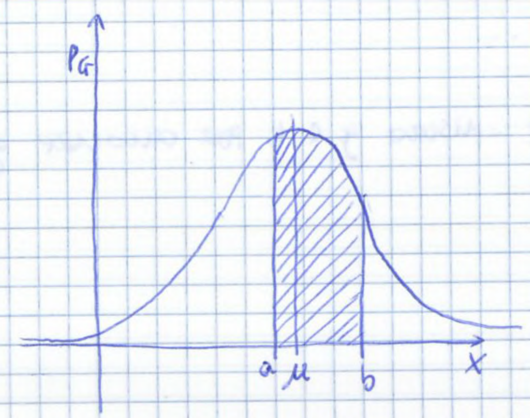
È LA MISURA DELLA DISPERSIONE STATISTICA DEI DATI



PROBABILITÀ CHE SI TROVI UN VALORE DI x TRA a e b

$$P(a,b) = \int_a^b P_G(x)\,dx = \text{AREA TRATTEGGIATA}$$

PROBABILITÀ DI TROVARE x TRA a e b



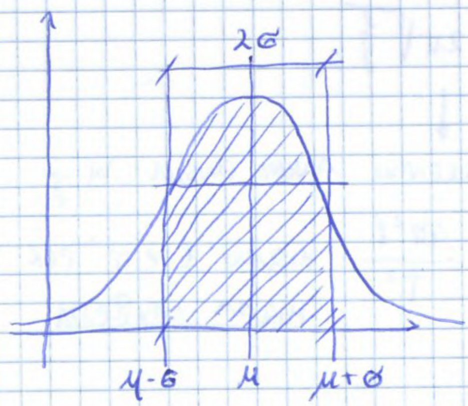
GAUSSIANA RAPPRESENTA UN EVENTO CHE SI MANIFESTA CON CONTINUITÀ! X ASSUME TUTTI I VALORI DA $+\infty$ A $-\infty$

$$P(-\infty, +\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} P_G(x)\,dx = 1$$

PROBABILITÀ TRA $-\infty$ e $+\infty$

PROBABILITÀ MASSIMA! CHIARAMENTE, PRENDO TUTTA LA CURVA!

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,dx = \sigma\sqrt{2\pi}$$



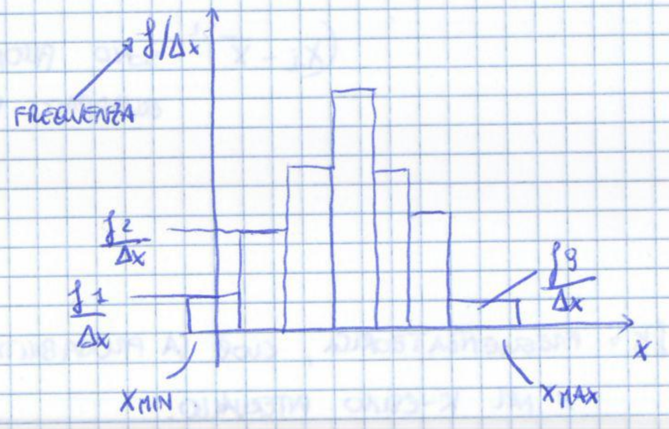
$$P(\mu-\sigma, \mu+\sigma) = 0,691 \cong 70\%$$

È LA ZONA IN CUI HO MAGGIOR PROBABILITÀ DI TROVARE x (DI FARE UNA MISURA CHE CADA LÌ).

COSTRUZIONE DI UN ISTOGRAMMA

ORGANIZZO LE MISURE PER TROVARE LA DISTRIBUZIONE GAUSSIANA ASSOCIATA

$x_1, x_2, x_3 \dots x$ $\begin{cases} \text{FISSO } N \text{ UGUALE AL NUMERO DELLE CLASSI} \\ \Delta x = \dfrac{x_{MAX} - x_{MIN}}{N} \end{cases}$ ← AMPIEZZA CLASSI



$f_K = \dfrac{N_K}{N}$

FREQUENZA SPERIMENTALE
NUMERO DI MISURE CHE CADONO IN QUELLA CLASSE DIVISO PER IL NUMERO TOTALE DI MISURE

→ QUI $N = 2$

N_1 MISURE NELLA 1ª CLASSE

N_2 MISURE NELLA 2ª CLASSE

f_K = FREQUENZA SPERIMENTALE

$\left(\dfrac{f_K}{\Delta x}\right) \Delta x$ = AREA K-ESIMA DEL RETTANGOLO → COLLEGATA ALLA PROBABILITÀ SPERIMENTALE (GAUSSIANA)

FREQUENZE SPERIMENTALI = $f_1 = N_1/N$

$f_2 = N_2/N$

$f_K = N_K/N$

$f_g = N_g/N$

DIMOSTRIAMO CHE f_K È LA PROBABILITÀ SPERIMENTALE

$$\sum_{K=1}^{g} f_K = \sum_{K=1}^{g} \frac{N_K}{N} = \frac{1}{N} \underbrace{\left(\sum_{K=1}^{g} N_K\right)}_{N} = 1$$

SOMMA DELLE FREQUENZE SPERIMENTALI = 1

$$\lim_{N\to\infty} s^2 = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2 = \sigma^2$$

PER GRANDI N, σ e $\bar{x}$ DIVENTANO ASINTOTICI. SI RAGGIUNGE LA "PERFEZIONE" → GAUSSIANA

→ SIGNIFICATO DI μ

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot P_G(x)\,dx$$

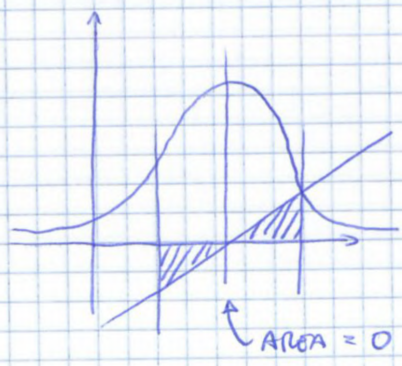
LE x, PESATE IN FUNZIONE DELLA LORO PROBABILITÀ

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \left[(x-\mu)+\mu\right] \cdot \frac{e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}\,dx$$

$$= \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)\,P_G(x)\,dx}_{=\text{ZERO}} + \int_{-\infty}^{+\infty} \mu\,P_G(x)\,dx$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} y\,\frac{e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}\,dy + \mu\underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} P_G(x)\,dx}_{=1}$$

$y = x-\mu$



$$\langle (x-\mu)^2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2\,P_G(x)\,dx \longrightarrow \text{è UGUALE A } \sigma^2$$

I VALORI MEDI CHE OTTENGO DAI VARI GRUPPI, A LORO VOLTA HANNO UNA DISTRIBUZIONE GAUSSIANA → SI AFFOLLANO INTORNO A UN DETERMINATO VALORE

↓

CHIAMATO TEOREMA DEL LIMITE CENTRALE

DETTO ANCHE II TEOREMA FONDAMENTALE DELLA TEORIA DELLE PROBABILITÀ

(IL PRIMO TEOREMA È QUELLO DEI GRANDI NUMERI)

TEOREMA DEL LIMITE CENTRALE = SIA $X_1, X_2 \dots X_N$ UN INSIEME DI N VARIABILI CASUALI INDIPENDENTI E IDENTICAMENTE DISTRIBUITE CON MEDIA $\bar{X}_N$ E VARIANZA S^2_N.

AL CRESCERE DI N, LA DISTRIBUZIONE DI $\underbrace{\delta_N}_{\text{DELTA N}} = \sqrt{N}(\bar{X}_N - \mu)/S_N$

TENDE AD UNA DISTRIBUZIONE GAUSSIANA OVE LE $\bar{X}_N$ SI ADDENSANO ATTORNO A

$$\mu = \lim_{N \to \infty} \bar{X}_N \quad \text{CON VARIANZA} \quad \sigma^2 = \frac{S^2_N}{N}$$

LE $\bar{X}_N$ SI ADDENSANO IN UN PUNTO → SUGGERISCONO L'ESISTENZA DI UN μ ("VALOR MEDIO" DEI VALORI $\bar{X}_N$)

DIMOSTRAZIONE EURISTICA (ALTERNATIVA DI $\bar{X} \pm S$)

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} x_j = f(x_1, x_2, x_3 \dots x_N)$$

$$f(x) \longrightarrow f(x+\Delta x) = f(x) + \frac{df}{dx}\Delta x + \dots$$

$$f(x_1, x_2) \longrightarrow f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2) = f(x_1, x_2) + \frac{\partial f}{\partial x_1}\Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2}\Delta x_2 + \dots$$

DERIVATE PARZIALI
DERIVO UNA VARIABILE CONSIDERANDO LE ALTRE VARIABILI COSTANTI

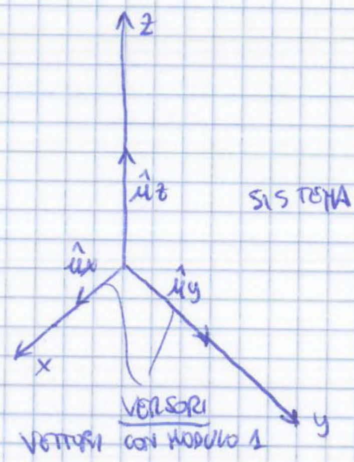
$$f = a x_1 x_2 + x_1^2 + c x_2^2$$

INFATTI,

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \Sigma_j (x_j - \bar{x})^2$$

$$S \simeq \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\Sigma_j (x_j - \bar{x})^2}$$

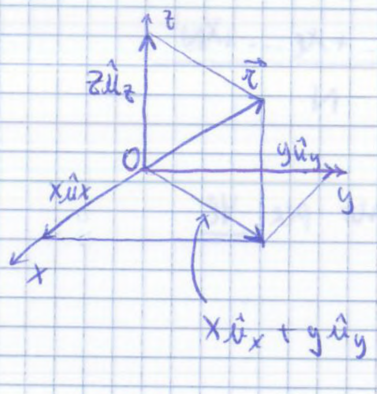
SISTEMI DI RIFERIMENTO - VETTORI E LE LORO PROPRIETÀ



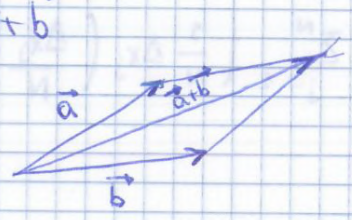
SISTEMA DI RIFERIMENTO CARTESIANO

$\hat{u}_x, \hat{u}_y, \hat{u}_z$ = TERNA CARTESIANA DI VERSORI

PER RAPPRESENTARE UN VETTORE QUALUNQUE $\vec{r} = x\hat{u}_x + y\hat{u}_y + z\hat{u}_z = (x, y, z)$



IN GENERALE $\vec{a} + \vec{b}$

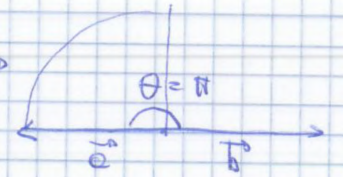


$$\vec{a} = a_x\hat{u}_x + a_y\hat{u}_y + a_z\hat{u}_z$$

$$\vec{b} = b_x\hat{u}_x + b_y\hat{u}_y + b_z\hat{u}_z$$

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x)\hat{u}_x + (a_y + b_y)\hat{u}_y + (a_z + b_z)\hat{u}_z$$

ANDANDO DA $\pi/2$ IN AVANTI OVVIAMENTE COSENO È NEGATIVO



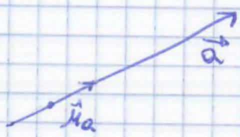
$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\underbrace{\cos\pi}_{-1}$$

$$\hat{u}_x\cdot\hat{u}_y = \hat{u}_y\cdot\hat{u}_z = \hat{u}_x\cdot\hat{u}_z = 0$$

$$\downarrow$$

$$\hat{u}_x^{\,2} = \hat{u}_y^{\,2} = \hat{u}_z^{\,2} = 1$$

$$\vec{a} = |\vec{a}|\,\hat{u}_a \,,\quad \hat{u}_a = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$$



PRODOTTO VETTORIALE

$$\vec{a}\wedge\vec{b} = \ldots = \hat{u}_x(a_y b_z - a_z b_y) + \hat{u}_y(a_z b_x - a_x b_z) + \hat{u}_z(a_x b_y - a_y b_x)$$

$$\hat{u}_x\wedge\hat{u}_y = \hat{u}_z$$

$$\hat{u}_y\wedge\hat{u}_z = \hat{u}_x$$

$$\hat{u}_z\wedge\hat{u}_x = \hat{u}_y$$

$$\vec{a}\wedge\vec{b} = -\vec{b}\wedge\vec{a}$$

FORMA INTRINSECA

$$\vec{a}\wedge\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\,\text{sen}\,\theta\cdot\hat{u}$$

VERSORE ORTOGONALE AL PIANO SU CUI GIACCIONO $\vec{a}$ e $\vec{b}$

QUINDI, $v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \lim_{t' \to t} \frac{x(t') - x(t)}{t' - t} = tg\,\theta$

$v(t) = \frac{dx}{dt}$ DATA x, TROVO v

→ DATA $v(t)$ POSSO TROVARE $x(t) = ?$ CERTO!

$$\frac{dx}{dt} = v(t) \longrightarrow \int_{t_0}^{t} \frac{dx}{ds}\, ds = \int_{t_0}^{t} v(s)\, ds$$

$$x(t) - x(t_0) = \int_{t_0}^{t} v(s) = ds$$

$$\downarrow$$

$$(1) \quad \boxed{x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^{t} v(s)\, ds}$$

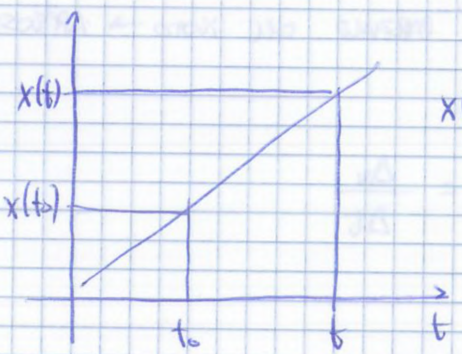
→ ESEMPIO

MOTO UNIFORME

$v(t) = v$ = COSTANTE $\forall t$ USO (1)

$$x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^{t} v(s)\, ds$$

$\boxed{x(t) = x(t_0) + v(t - t_0)}$ → VALE SE E SOLO SE v È COSTANTE!!! MOTO UNIFORME



$x(t_0) = x_0$

$$\frac{x(t) - x(t_0)}{t - t_0} = v$$

NEL MOTO UNIFORME, AD OGNI ISTANTE LA SUA VELOCITÀ ISTANTANEA È UGUALE ALLA SUA VELOCITÀ MEDIA

ESEMPIO

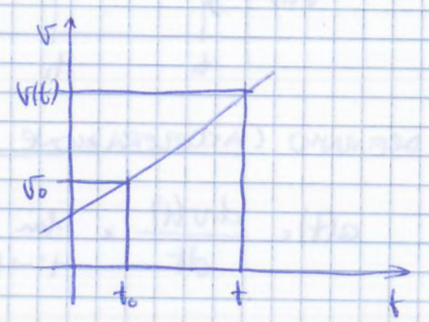
MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

$$a(t) = a = \text{costante } \forall t$$

USO (2)

$$v(t) = v(t_0) + \int_{t_0}^{t} a \, ds = \boxed{v(t_0) + a(t-t_0)}$$

$\underline{v(t_0) = v_0}$ MOTO UNIFORM. ACCEL.



SE CONOSCO $v(t)$ (NEL MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO), ALLORA USANDO (1) TROVO LA LEGGE ORARIA $X(t)$

$$X(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^{t} [v(t_0) + a(s-t_0)] \, ds$$

$$= x(t_0) + \int_{t_0}^{t} v(t_0) \, ds + \int_{t_0}^{t} a(s-t_0) \, ds$$

$$= x(t_0) + v(t_0)(t-t_0) + a\int_{t_0}^{t} (s-t_0) \, ds \rightarrow \left[\frac{1}{2}(s-t_0)\right]_{t_0}^{t}$$

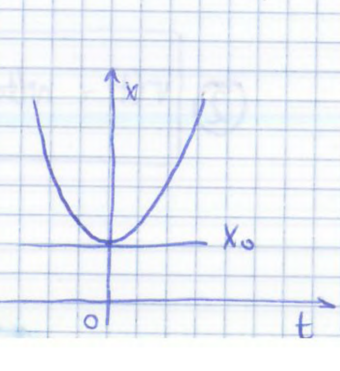
$$= \boxed{\underbrace{x(t_0)}_{x_0} + \underbrace{v(t_0)}_{v_0}(t-t_0) + \frac{1}{2}a(t-t_0)^2}$$

È UNA PARABOLA

CON $v_0 = 0$

$a > 0$

$t_0 = 0$



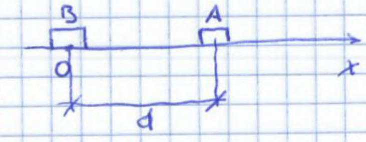
$\boxed{\text{ESERCIZIO}}$

AUTO A : $v_A = 72\,km/h = \text{cost} = 20\,m/s$

AUTO B : MOTO UNIF. ACCELERATO

$a_B = 5\,m/s^2$

$v_0 = 0$



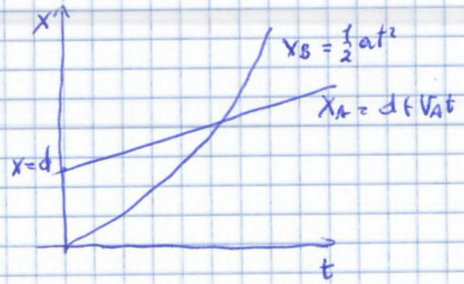
A $t_0 = 0$ B DISTA DA A $d = 50\,m$

QUANDO B RAGGIUNGE A?

$$x_B(t) = \underbrace{\cancel{x_B(t_0)}}_{0} + \underbrace{\cancel{v_B(t_0)}}_{0}\,t + \frac{1}{2}at^2$$

$$x_A(t) = \underbrace{x_A(t_0)}_{d} + \underbrace{v_A(t_0)}_{\text{NOTA}}\,t + \underbrace{\cancel{\frac{1}{2}at^2}}_{0}$$

CONDIZIONE PERCHÉ SI RAGGIUNGANO $x_A(t) = x_B(t)$



DI CONSEGUENZA,

$$x_A(t_0) + v_A(t_0)\,t = \frac{1}{2}at^2$$

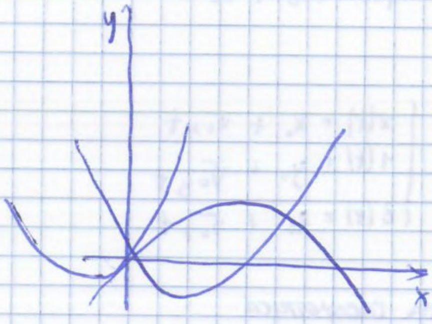
$$\frac{1}{2}at^2 - v_A t - d = 0$$

$$t = \frac{1}{\cancel{2}\,\frac{a}{\cancel{2}}}\left[v_A \pm \sqrt{v_A^2 + 2ad}\right] = 10\,s$$

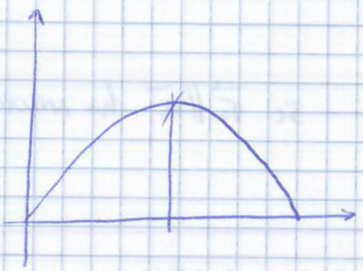
IN QUESTO CASO PARABOLA PASSA PER L'ORIGINE POICHÈ IL MOTO PARTE DALL'ORIGINE

$$y = \left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}} + \frac{a_y x}{2 v_{0x}^2} \right)$$

$$x = - \frac{2 v_{0y} v_{0x}}{a_y}$$



$\boxed{\text{ESEMPIO}}$ 1.12 pag 34



$$\begin{cases} x(t) = v_{0x} t \\ y(t) = v_{0y} t - \frac{g}{2} t^2 \end{cases}$$

FORMULE OTTENUTE DALL'ASSUNZIONE

$$\vec{a} = \vec{g} = -g \hat{u}_y \longrightarrow a_y = -g$$

$$\begin{cases} v_x(t) = \frac{dx}{dt} = v_{0x} \\ v_y(t) = \frac{dy}{dt} = v_{0y} - gt \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$v_y(t) = 0 \rightarrow v_{0y} - gt = 0$$

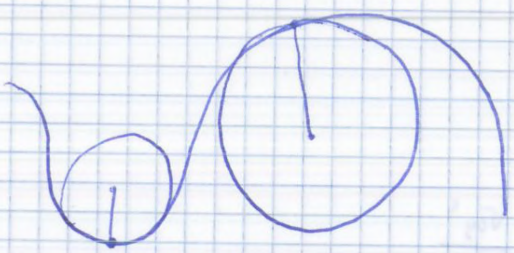
$$\boxed{t = t_1 = \frac{v_{0y}}{g}}$$ TEMPO PER RAGGIUNGERE CRESTA DELLA PARABOLA

MAX

TEMPO DI VOLO : $y(t) = 0$

$$v_{0y} - \frac{g}{2} t^2 = 0 \rightarrow \underbrace{t \left(v_{0y} - \frac{g}{2} t \right)}_{} = 0$$

$$t = 0 \qquad \rightarrow t = \frac{2 v_{0t}}{g} = t_x$$



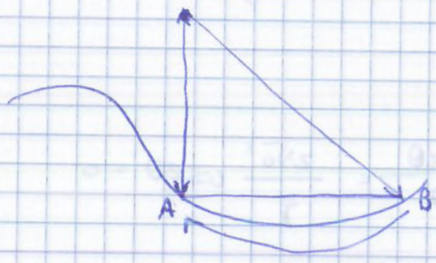
QUINDI

$$a_T = \frac{dv}{dt}$$

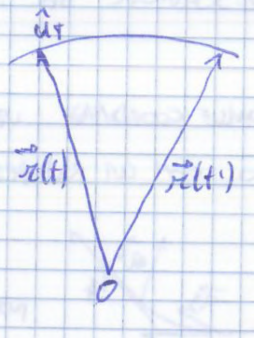
$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

SOLO PARTE SCALARE DI a

1) $\vec{v} = v\,\hat{u}_T \overset{\text{TEOREMA}}{=} \frac{ds}{dt}\,\hat{u}_T \Longrightarrow \boxed{v = \frac{ds}{dt}}$



$$s_{AB} > |\vec{r}_B - \vec{r}_A|$$



$$\Delta\vec{r} = r(t') - r(t)$$

$$\boxed{v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}} = \frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t} \cdot \frac{\Delta\vec{r}}{|\Delta\vec{r}|}$$

$$\Delta t = t' - t$$

$$= \underbrace{\frac{\Delta s}{\Delta t}}_{\text{DIVENTA } \frac{ds}{dt}} \cdot \underbrace{\frac{\Delta\vec{r}}{|\Delta\vec{r}|}}_{\text{DIVENTA } \hat{u}_T} = \frac{ds}{dt} \cdot \hat{u}_T$$

NEL LIMITE $\Delta t \to 0$

→ NOTA BENE: SE CONOSCO $|\vec{v}|$ AD OGNI ISTANTE

$$\int_0^t \frac{ds}{dt}\, d\tau = \int_0^t v(\tau)\, d\tau \to s(t) - s(0) = \int_0^t v(\tau)\, d\tau$$

$$= \frac{dv}{dt}\hat{u}_T + v\frac{d\theta}{ds}\underbrace{\frac{ds}{dt}}_{\to v}\hat{u}_N$$

$$\theta(t) = \theta[s(t)]$$

TETA FUNZIONE DI S CHE A SUA VOLTA È FUNZIONE DI t

$$= \boxed{\frac{dv}{dt}\hat{u}_T + v^2\frac{\hat{u}_N}{R}}$$ FORMULA FINALE

$$\theta = \frac{\Delta s}{R} = \frac{s - s_0}{R}$$ ($s_0 = 0$)

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{R} \rightarrow ds = R\,d\theta$$

$$\rightarrow \underbrace{\frac{dv}{dt}}_{\text{ACC. TANGENZIALE}}\hat{u}_T + \underbrace{v^2\frac{\hat{u}_N}{R}}_{\text{ACC. NORMALE}}$$

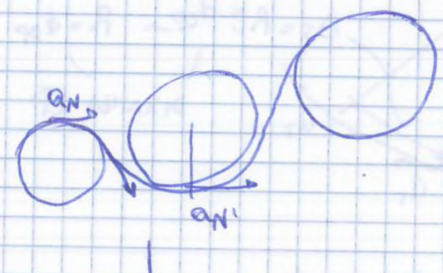
APPLICAZIONI

→ MOTO UNIFORME : $|\vec{v}|$ = COSTANTE

$$\vec{a}_T = \frac{dv}{dt}\hat{u}_T = 0$$ PERCHÉ v COSTANTE

$$\vec{a}_N = \frac{v^2}{R}\hat{u}_N$$

RAGGIO CRF OSCULATRICE



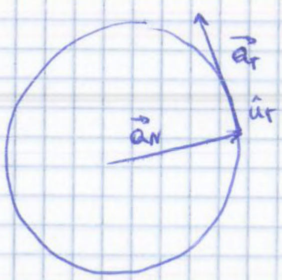
↓

$a_{N'} < a_N$

MAGGIORE È IL RAGGIO DI CRF OSCULATRICE, MINORE È a_N

→ IN UN TRATTO PIATTO $a_N = 0$

$$a_N = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R$$



→ MOTO CIRCOLARE UNIFORMEMENTE ACCELERATO

α = COSTANTE

$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$ → RICAVO $\omega(t)$

$$\boxed{\omega(t) = \omega(t_0) + \int_0^t \alpha(\tau)\, d\tau}$$

QUINDI, SE α COSTANTE

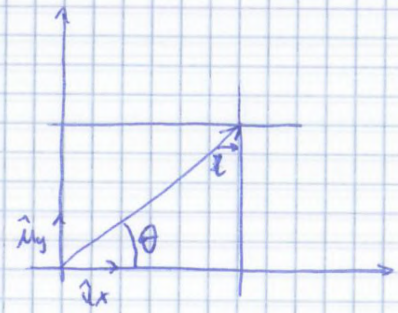
$$\omega(t) = \omega(t_0) + \alpha t$$

$$\theta(t) = \theta(t_0) + \int_0^t [\omega(t_0) + \alpha\tau]\, d\tau =$$

↓

$$\theta(t) = \theta(t_0) + \omega(t_0) \cdot t + \frac{\alpha}{2} t^2$$

MOTO PLANARE - COORDINATE PLANARI



$\vec{r} = x\hat{u}_x + y\hat{u}_y$

$r = |OP| = |\vec{r}|$ = VARIABILE RADIALE

θ = VARIABILE ANGOLARE

$$\begin{cases} x = |\vec{r}| \cos\theta \\ y = |\vec{r}| \sin\theta \end{cases} \qquad \begin{cases} |\vec{r}| = \sqrt{x^2+y^2} \\ tg\theta = \frac{y}{x} \end{cases}$$

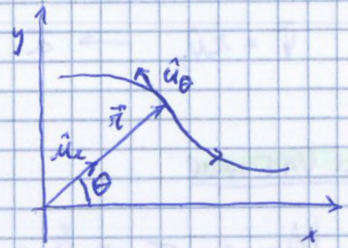
FISICA - $\boxed{18/03/2014}$

$$\vec{r} = r\hat{u}_r$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(r\hat{u}_r) = \dot{r}\hat{u}_r + r\dot{\theta}\hat{u}_\theta$$

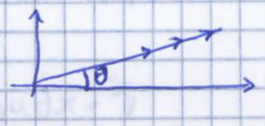
$$\dot{r} = \frac{dr}{dt} \qquad \frac{d\hat{u}_r}{dt} = \dot{\theta}\hat{u}_\theta$$

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$$



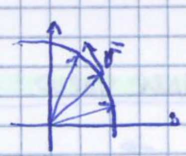
MOTI "ELEMENTARI

1) MOTO RETTILINEO $\quad \theta = \text{COSTANTE} \rightarrow \dot{\theta} = 0 \rightarrow \boxed{\vec{v} = \dot{r}\hat{u}_r}$



2) MOTO CIRCOLARE $\quad r = \text{COST} \rightarrow \dot{r} = 0 \rightarrow \boxed{\vec{v} = r\dot{\theta}\hat{u}_\theta}$

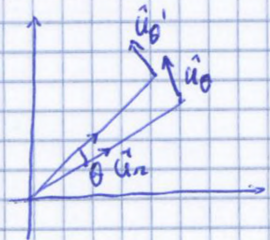
$\omega = \dot{\theta}$ = VELOCITÀ ANGOLARE



ACCELERAZIONE

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\dot{r}\hat{u}_r + r\dot{\theta}\hat{u}_\theta) = \ddot{r}\hat{u}_r + \dot{r}\frac{d\hat{u}_r}{dt} + \dot{r}\dot{\theta}\hat{u}_\theta + r\ddot{\theta}\hat{u}_\theta + r\dot{\theta}\frac{d\hat{u}_\theta}{dt} =$$

$$= \ddot{r}\hat{u}_r + 2\dot{r}\dot{\theta}\hat{u}_\theta + r\ddot{\theta}\hat{u}_\theta - r\dot{\theta}^2\hat{u}_r$$



$$\frac{d\hat{u}_\theta}{dt} = \dot{\theta}(-\hat{u}_r)$$

QUINDI, $\boxed{\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{u}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\hat{u}_\theta}$

ACCELERAZIONE ANGOLARE

DESCRIZIONE INTRINSECA = NON DIPENDE DAL PUNTO DI VISTA ASSUNTO (PER ESEMPIO POLARE)

1) MOTO RADIALE UNIFORME

θ = COSTANTE

$\dot{r}$ = COSTANTE

$\ddot{r} = 0$

$$\vec{v} = \dot{r}\hat{u}_r$$

$$\vec{a} = 0$$

DINAMICA

RAGGIO ELETTRONE → $2,8 \cdot 10^{-15}$ m

RAGGIO NUCLEO → $\sqrt[3]{A} \cdot 1,4 \cdot 10^{-15}$ m

RAGGIO ATOMICO → $1\ \text{Å} = 10^{-10}$ m

RAGGIO UOMO → 1 m

RAGGIO TERRA → $6,67 \cdot 10^{3}$ Km

RAGGIO SOLE → $6,69 \cdot 10^{5}$ Km

SOLE - PLUTONE → $5,9 \cdot 10^{12}$ m

RAGGIO GALASSIA → $5 \cdot 10^{20}$ m

RAGGIO UNIVERSO → $> 10^{26}$ m

1) I PRINCIPIO o LEGGE DI INERZIA
2) II PRINCIPIO o LEGGE DI NEWTON
3) III PRINCIPIO o PRINCIPIO DI AZIONE-REAZIONE

→ **I PRINCIPIO**: UNA PARTICELLA LIBERA SI MUOVE CON VELOCITÀ COSTANTE (CIOÈ CON ACCELERAZIONE NULLA)

PARTICELLA LIBERA = NON SOGGETTA AD INTERAZIONI CON AMBIENTE CIRCOSTANTE DI ALCUN TIPO. → CONCETTO LIMITE, PERCHÉ È UNA CONDIZIONE IMPOSSIBILE DA RAGGIUNGERE NELLA REALTÀ.

SICCOME È UNA PARTICELLA LIBERA $\vec{v} \begin{cases} \text{COSTANTE} \\ \text{NULLA} \end{cases} \leftrightarrow \vec{a} = 0$

UNA PARTICELLA O UN CORPO LIBERI: PER ACCERTARLE OCCORRE DISPORRE DI UN SISTEMA DI RIFERIMENTO SICURAMENTE FERMO O DOTATO DI VELOCITÀ COSTANTE.

↳ SISTEMI INERZIALI = SISTEMI DOTATI DI QUESTE CARATTERISTICHE

DIPENDONO DALLA POTENZA DEL MEZZO UTILIZZATO PER DEFINIRLI

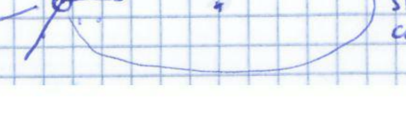
SISTEMI INERZIALI:

1) STELLE FISSE → MIGLIOR SISTEMA DISPONIBILE; SONO STELLE CHE (PARE) NON SI MUOVONO

2) SOLE → È, CON BUONA APPROSSIMAZIONE, UN SISTEMA DI RIFERIMENTO INERZIALE.

IL RAGGIO È TALMENTE GRANDE CHE L'ARCO DI CIRCONFERENZA È CONSIDERABILE COME UNA RETTA

INTERVALLO SU UNA RETTA



→ <u>CONTENUTO DI INFORMAZIONE LEGGE DI NEWTON</u>

$\vec{F}$ È UN <u>CAMPO VETTORIALE</u> → VETTORE CHE CAMBIA PUNTO PER PUNTO NELLO SPAZIO.

NE UN ESEMPIO LA FORZA DI GRAVITÀ DELLA TERRA (CHE AUMENTA AVVICINANDOSI AL CENTRO DELLA TERRA.

PERTANTO $\vec{F}$ DIPENDE DALLE COORDINATE SPAZIALI → $\vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}(x,y,z)$

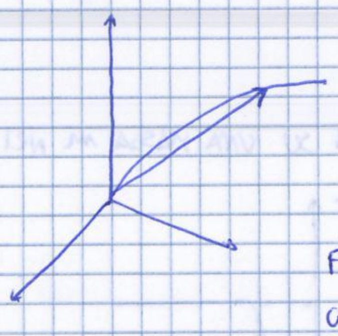
"CAMPO" PERCHÉ, COME IN UN CAMPO, IN PUNTI DIVERSI, VEDO COSE DIVERSE

$$\vec{F}(\vec{r}) = F_x(\vec{r})\,\hat{u}_x + F_y(\vec{r})\,u_y + F_z(\vec{r})\,u_z$$

→ RICORDANDO CHE $\vec{a} = \dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2} \longrightarrow m\dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{F}(\vec{r})$

$$\begin{cases} m\ddot{x} = F_x(x,y,z) \\ m\ddot{y} = F_y(x,y,z) \\ m\ddot{z} = F_z(x,y,z) \end{cases}$$

DALLA SOLUZIONE TROVO $\left.\begin{matrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{matrix}\right]$!!!



$F(t) = x(t)\,\hat{u}_x + y(t)\,\hat{u}_y + z(t)\,\hat{u}_z$

F È LA CAUSA DEL MOTO, È CIÒ CHE CI DIRÀ COME SARÀ IL MOTO

CON NEWTON "PREVEDIAMO IL FUTURO", OVVERO PREVEDIAMO COME SARÀ UN MOTO GRAZIE ALLE FUNZIONI SOLUZIONI DELL'EQUAZIONE DIFFERENZIALE

<u>UNITÀ DI MISURA</u>

$1\,N = 1\,Kg \cdot \frac{m}{s^2}$ (SI)

$1\,Kgp = 1\,Kg \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2} = 9{,}8\,N$

CHILOGRAMMO PESO

→ <u>III PRINCIPIO</u> (AZIONE - REAZIONE)

SE UN CORPO 1 ESERCITA UNA FORZA $\vec{F}_{12}$ SU UN CORPO 2 ALLORA IL CORPO 2 REAGISCE CON UNA $\vec{F}_{21}$ SUL CORPO 1

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

$$\begin{cases} \vec{F}_{21} = \dfrac{d\vec{p}_1}{dt} \\ \vec{F}_{12} = \dfrac{d\vec{p}_2}{dt} \end{cases} \longrightarrow \frac{d\vec{p}_1}{dt} = -\frac{d\vec{p}_2}{dt}$$

$$\int_{t_0}^{t'} \frac{d\vec{p}_1}{dt}\, dt = -\int_{t_0}^{t'} \frac{d\vec{p}_2}{dt}\, dt$$

$$\vec{p}_1(t') - \vec{p}_1(t_0) = -\left(\vec{p}_2(t') - \vec{p}_2(t_0)\right)$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\vec{p}_1(t_0) + \vec{p}_2(t_0) = \vec{p}_1(t') + \vec{p}_2(t')}$$ LEGGE DI CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO

$\rightarrow \vec{R} = (0,0,0)$

RISULTANTE DELLE FORZE NULLA $\rightarrow$ EQUILIBRIO

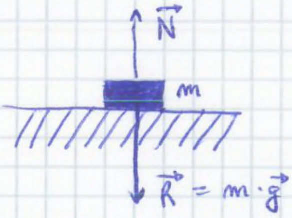
$\boxed{\text{ESEMPIO}}$ 2.2 pag 45 $\rightarrow$ $\boxed{\text{VEDI}}$

REAZIONI VINCOLARI

SONO FORZE CHE NON ESISTONO IN NATURA $\rightarrow$ SI CREANO QUANDO VENGONO SOLLECITATE

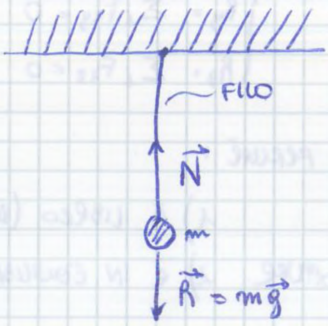
$\rightarrow$ DEFINIZIONE: SE UN CORPO SOGGETTO AD 1 o PIÙ FORZE TALI CHE LA LORO RISULTANTE $\vec{R} \neq$ RIMANE FERMO ALLORA ESISTE UNA REAZIONE VINCOLARE $\vec{N}$ TALE CHE

$$\vec{R} + \vec{N} = 0$$

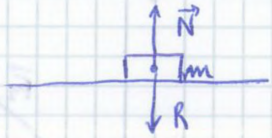


$g = |\vec{g}| = 9{,}8\ m/s^2$

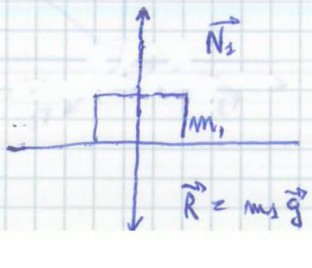
$\rightarrow$ SI USA LETTERA N PER REAZIONI VINCOLARI PERCHÉ LA REAZIO-NE VINCOLARE, INDIPENDENTEMENTE DAL PIANO, È SEMPRE ORTOGO-NALE AL PIANO DI SOSTEGNO STESSO (È NORMALE, VETTORE)



LA REAZIONE VINCOLARE È PROPORZIONALE ALLA MASSA SU CUI AGISCE

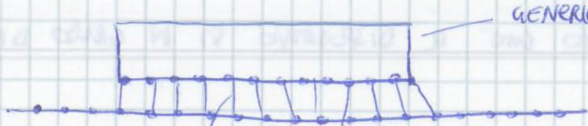


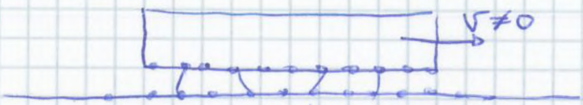
$\vec{N} + m\vec{g} = 0$



$m_1 > m$

$\vec{N_1} + m_1 \vec{g} = 0$





MOLTI MENO LEGAMI!
SICCOME SI MUOVE, SI DISTRUGGONO E SI RICREANO NUOVI LEGAMI IN CONTINUAZIONE!
TUTTAVIA NON SI FORMANO MAI ABBASTANZA LEGAMI PER DARE ATTRITO STATI

$\boxed{\text{FORZA VISCOSA}}$ - paragrafo 2.11 MAZZOLDI

AZIONE DI FRENAMENTO DI UN FLUIDO SU DI UNA MASSA

$\boxed{\vec{F_v} = -\lambda \vec{v}}$: DEFINIZIONE

→ EQUAZIONE DI NEWTON

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F_v}$$

$$m \cdot \vec{a} = -\lambda \vec{v} \longrightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot m = -\lambda \vec{v}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\lambda}{m} \vec{v}$$

DOVE,

$\frac{\lambda}{m} = K =$ COEFFICIENTE DI SMORZAMENTO: DIPENDE DALLA FORMA DEL CORPO

→ $\boxed{\text{CASO UNIDIMENSIONALE}}$

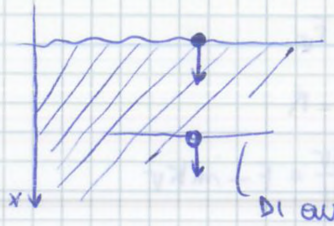
$$\vec{v} = v\vec{u}_x \longrightarrow \boxed{\frac{dv}{dt} = -Kv}$$

SOLUZIONE EQUAZIONE DIFFERENZIALE : $v(t) = v_0 e^{-Kt}$

$\boxed{\text{APPLICAZIONE}}$

CORPO SOGGETTO A $\begin{cases} F_v \\ \text{FORZA COSTANTE } F \end{cases}$

ESEMPIO



MARE (CI LANCIO DENTRO UN SASSO)

DI QUI IN POI AVRÀ UNA VELOCITÀ LIMITE $\rightarrow v(\infty)$

$F_v = -\lambda v$ ADATTA A CORPI <u>NON TROPPO VELOCI</u>

$F = -\frac{1}{2} c \rho S v^2$

- ρ — DENSITÀ DEL FLUIDO
- S — SEZIONE DEL CORPO
- c — COEFFICIENTE DI RESISTENZA

$F = \frac{1}{2} c \rho S v^2$ QUANDO UN CORPO È MOLTO VELOCE LA FORZA VISCOSA NON È PIÙ PROPORZIONALE A v MA A v^2

$\frac{1}{2} c \rho S = \alpha$

$$\underbrace{m \frac{dv}{dt} = F - \alpha v^2}$$

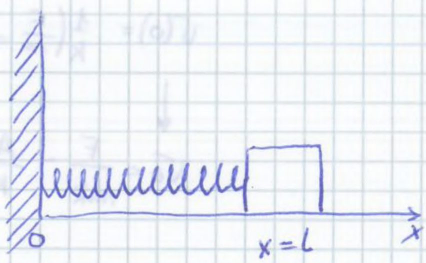
EQUAZIONE DIFFERENZIALE (DALLA LEGGE DI NEWTON) PER CORPI VELOCI

FORZA ELASTICA

È IL PRIMO ESEMPIO CHE POSSIAMO CHIAMARE <u>CAMPO DI FORZA</u> $\rightarrow$ È UNA FORZA CHE DIPENDE DAL PUNTO IN CUI MI TROVO

$F(x) = -K(x-L)\vec{u}_x$, DOVE IN QUESTO CASO K = COSTANTE ELASTICA

L = LUNGHEZZA A RIPOSO DELLA MOLLA



QUANDO IL CORPO È IN QUIETE $x = L \rightarrow F(x) = 0$

→ CON EQUAZIONE DIFFERENZIALE

$F(x) = -K(x-L)$

$m \cdot a = F(x)$

NOTA: $a = x''$

$m x'' = -K(x-L)$

$$x'' + \frac{k}{m}x = \frac{kL}{m} \longrightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}\underbrace{(x-L)}_{\text{lo chiamo } y} = 0$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{k}{m}y = 0$$

$$\downarrow$$

$$y(t) = A\sin(\omega t + \rho)$$

FACCIO y'': $y'' = -\omega^2 A \sin(\omega t + \rho)$

$$\underbrace{-\omega^2 A\sin(\omega t + \rho) + \frac{k}{m}A\sin(\omega t + \rho) = 0}_{y'' + \frac{k}{m}y = 0} \quad \boxed{\omega^2 = \frac{k}{m}}$$

→ FORMA FINALE

$$x(t) = L + y$$

$$= L + A\sin(\omega t + \rho)$$

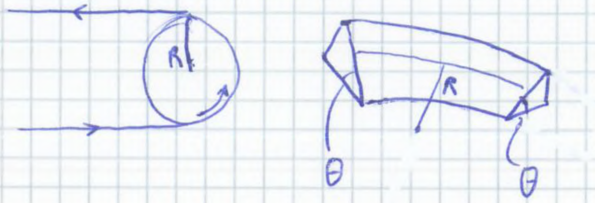
dove $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

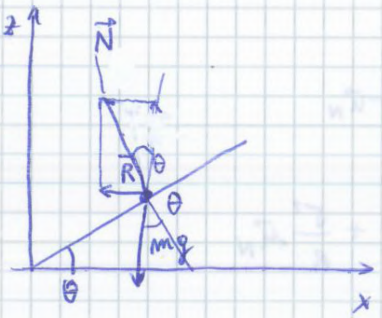
2^ APPLICAZIONE

AUTO/CORPO CHE PERCORRE UNA CURVA DI RAGGIO R A VELOCITÀ $v = |\vec{v}|$ COSTANTE IN ASSENZA DI ATTRITO $(\mu_s = 0)$

LA PISTA (LA CURVA) È INCLINATA IN MODO DA EVITARE LA FORZA CENTRIFUGA (CHE È UNA FORZA APPARENTE PERCHÉ SE MI FERMO SPARISCE).

L'INCLINAZIONE DELLA PISTA È θ. TROVARE IL VALORE LIMITE DI v IN MODO TALE CHE IL CORPO NON VADA FUORI PISTA





$$\vec{R} = \vec{N} + m\vec{g}$$

FORZA CENTRIPETA

$$m\vec{a} = \vec{R}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_z \vec{u}_z + \vec{a}_N + \vec{a}_T$$

$$\begin{cases} m a_z = R_z = N\cos\theta - mg = 0 \\ m a_T = 0 \quad \text{PERCHÉ } v = \text{COSTANTE} \\ m a_N = R_x = N \sin\theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_z = 0 \quad \text{SE} \quad N\cos\theta = mg \longrightarrow N = \dfrac{mg}{\cos\theta} \\ a_T = 0, \quad v = \text{cost} \\ m\dfrac{v^2}{R} = N\sin\theta \end{cases}$$

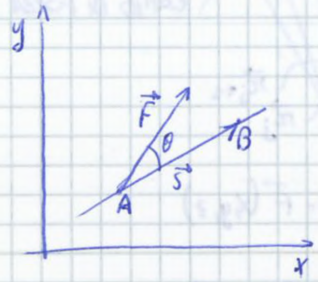
$$\cancel{m}\frac{v^2}{R} = \cancel{m}g \, tg\,\theta$$

$$v = \sqrt{R g \, tg\,\theta}$$

FISICA - $\boxed{25/03/2014}$

DEFINIZIONE DI $\boxed{\text{LAVORO}}$

- LAVORO PER UNA FORZA COSTANTE LUNGO UN CAMMINO RETTILINEO



$$W_{AB} = \vec{F} \cdot \vec{s} = F_x s_x + F_y s_y + F_z s_z = |\vec{s}|\underbrace{|\vec{F}|\cos\theta} = |\vec{s}||\vec{F}_T|$$

COMPONENTE TANGENZIALE ALLO SPOSTAMENTO $\longrightarrow F_T$

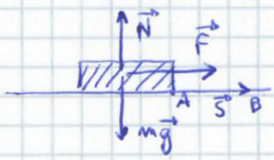
$$\vec{F} = \vec{F}_T + \vec{F}_N \longrightarrow \vec{F} = |\vec{F}|\cos\theta\,\hat{u}_T + |\vec{F}|\operatorname{sen}\theta\,\hat{u}_N$$

se $\theta = 0 \longrightarrow W_{AB} = |\vec{F}||\vec{s}|\underbrace{\cos 0}_{1} = Fs$

OTTIMIZZO L'USO DELLA FORZA

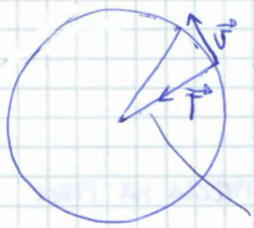
se $\theta = \frac{\pi}{2} \longrightarrow W_{AB} = |\vec{F}||\vec{s}|\underbrace{\cos\frac{\pi}{2}}_{0} = 0$

$\longrightarrow$ DUE ESEMPI NEI QUALI IL LAVORO È NULLO



$\vec{F} \cdot \vec{s} = W_{AB} \neq 0$

$\vec{N} \cdot \vec{s} = 0$ QUESTO PERCHÉ $\vec{N} \perp \vec{s}$



FILO CON UN CORPO ATTACCATO CHE RUOTA INTORNO ALLA CIRC.

$\vec{T}$ = TENSIONE DEL FILO

SPOSTAMENTO $\quad d\vec{r} = \vec{v}\,dt$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = \underbrace{\vec{T} \cdot \vec{v}}_{0}\,dt = 0$$

QUINDI, $d\vec{r} = d(x\hat{u}_x + y\hat{u}_y + z\hat{u}_z) =$

$$= \hat{u}_x\,dx + \hat{u}_y\,dy + \hat{u}_z\,dz =$$

$$= \left(\hat{u}_x \frac{dx}{dt} + \hat{u}_y \frac{dy}{dt} + \hat{u}_z \frac{dz}{dt}\right) dt = \vec{v}\,dt$$

DATO $\vec{r}(t)$, CIOÈ $x(t), y(t), z(t)$

$$W_{AB} = \int_{A\gamma}^{B} \underbrace{\vec{F}(\vec{r}(t)) \cdot \underbrace{\frac{d\vec{r}}{dt}}_{\vec{v}(t)}}_{g(t)} dt = \int_{t_A}^{t_B} g(t)\,dt$$

$$\downarrow$$

$$F_x(\vec{r}(t))\,v_x(t) + F_y(\vec{r}(t))\,v_y(t) + F_z(\vec{r}(t))\,v_z(t) = g(t)$$

TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA

$$E_K = \frac{1}{2} m \vec{v}^{\,2}$$

$$W_{AB} = \int_{A\gamma}^{B} \vec{F}(\vec{r})\,d\vec{r} = \int_{A\gamma}^{B} m \cdot \vec{a}\,d\vec{r} = \int_{t_A}^{t_B} m \cdot \vec{a} \cdot \vec{v}\,dt$$

$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$$\downarrow$$

$$v = v(t)\,a_T$$

$$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N$$

$$\vec{a} \cdot \vec{v} = a_T \cdot v$$

$$= \int_{t_A}^{t_B} m \frac{dv}{dt} v\,dt$$

SICCOME $\frac{d}{dt}\left(\frac{v^2}{2}\right) = \frac{1}{2} 2v\left(\frac{dv}{dt}\right)$,

$$= m\int_{t_A}^{t_B} \frac{d}{dt}\left(\frac{v^2}{2}\right) dt = m\left[\frac{v^2}{2}\right]_{t_A}^{t_B} = \frac{m}{2}\left(v^2(t_B) - v^2(t_A)\right) =$$

$$= \frac{m}{2}\left(v_B^2 - v_A^2\right)$$

$$= \boxed{E_K^{\,B} - E_K^{\,A}}$$

$$\boxed{E_p(x) = \frac{K}{2}(x-L)^2}$$

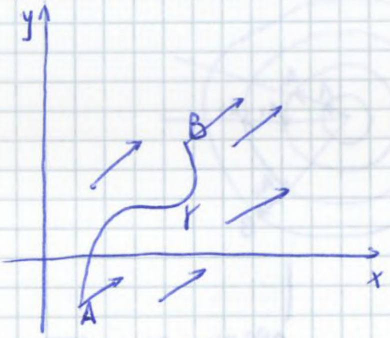
ENERGIA POTENZIALE

$$W_{AB} = \boxed{-\left(E_p(x_B) - E_p(x_A)\right)}$$

② LAVORO DI UN CAMPO DI FORZA COSTANTE

$$\vec{F} = F_x \hat{u}_x + F_y \hat{u}_y + F_z \hat{u}_z = \text{COSTANTE}$$

$$W_{AB} = \int_{A\gamma}^{B} \vec{F}\, d\vec{r}$$



$$W_{AB} = \int_{A\gamma}^{B} \vec{F}\, d\vec{r} = \vec{F}\int_A^B d\vec{r} = \vec{F}\int_A^B (\hat{u}_x dx + \hat{u}_y dy + \hat{u}_z dz) =$$

$$= \vec{F}\left(\hat{u}_x \int_{x_A}^{x_B} dx + \hat{u}_y \int_{y_A}^{y_B} dy + \hat{u}_z \int_{z_A}^{z_B} dz\right)$$

$$= \vec{F}\left(\hat{u}_x (x - x) + \hat{u}_y (y - y) + \hat{u}_z (z - z)\right)$$

$$= \vec{F}\,(\vec{r}_B - \vec{r}_A) = \boxed{-\left(E_p(\vec{r}_B) - E_p(\vec{r}_A)\right)}$$

$$E_p(\vec{r}) = C - \vec{F}\cdot\vec{r}$$

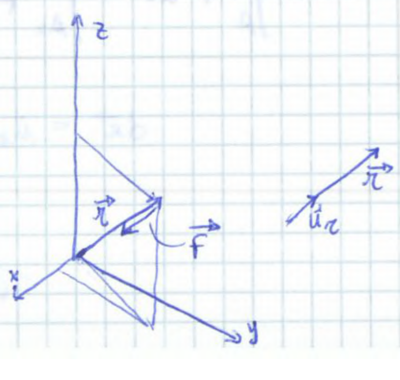
COSTANTE

③ LAVORO IN UN CAMPO DI FORZE CENTRALE

$$\vec{F}(\vec{r}) = F(\vec{r})\,\hat{u}_r, \quad \hat{u}_r = \frac{\vec{r}}{r}$$

$$F(\vec{r}) = -\frac{K}{r^2}$$

CAMPO DI FORZA CENTRALE DEFINIZIONE



$$\vec{F}(\vec{r})\, d\vec{r} = \vec{F}(\vec{r})\, \hat{u}_r\, dr$$

$$= -\frac{K}{r^2} \underbrace{\hat{u}_r \cdot \hat{u}_r}_{1} dr$$

$$= -\frac{K}{r^2} dr$$

$$W_{AB} = \int_{r_A}^{r_1} -\frac{K}{r^2} dr + \int_{r_1}^{r_3} -\frac{K}{r^2} dr + \int_{r_3}^{r_B} -\frac{K}{r^2} dr = \int_{r_A}^{r_B} -\frac{K}{r^2} dr$$

CONCLUSIONE: NON ME NE FREGA UN CAZZO DEL PERCORSO CHE HO SEGUITO.
QUINDI NON MI SERVE PIÙ SCRIVERE $\int_{\cancel{A}}^{B}$

$$\downarrow$$

$$\int_{r_A}^{r_B} -\frac{K}{r^2} dr = -K\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_A}^{r_B}$$

→ FORMA FINALE: $W_{AB} = \left[-\frac{K}{r_B} + \frac{K}{r_A}\right] = \boxed{-\left(E_p(r_B) - E_p(r_A)\right)}$

$$E_p(r) = -\frac{K}{r} + c$$

DEFINIZIONE DI ENERGIA POTENZIALE E CAMPO DI FORZA CONSERVATIVO

UNA FORZA (UN CAMPO DI FORZA) È CONSERVATIVO SE ESISTE UN CAMPO SCALARE $E_p(\vec{r})$ DETTO "ENERGIA POTENZIALE" TALE CHE IL LAVORO TRA DUE PUNTI A E B È ESPRESSO DA

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F}(\vec{r})\, d\vec{r} = -\left(E_p(\vec{r}_B) - E_p(\vec{r}_A)\right) =$$

$$= -\left(E_p^B - E_p^A\right)$$

$$\int_{x_A}^{x_B} F_x(x)\, dx = G(x_B) - G(x_A)$$

SE F_x HA I GIUSTI REQUISITI $\rightarrow \exists\, G(x)$

$$\frac{dG}{dx} = F_x(x)$$

$$\longrightarrow -\left(E_p^B - E_p^A\right)$$

TEOREMA DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA

$$W_{AB} = \int_{A_\gamma}^{B} \vec{F}\, d\vec{r} = E_K^B - E_K^A \,, \quad E_K = \frac{m}{2} v^2$$

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F}\, d\vec{r} = -\left(E_p^B - E_p^A\right)$$

$$E_K^B - E_K^A = -\left(E_p^B - E_p^A\right)$$

$$\underbrace{E_K^B + E_p^B}_{} = \underbrace{E_K^A + E_p^A}_{}$$

ENERGIA MECCANICA IN A e B

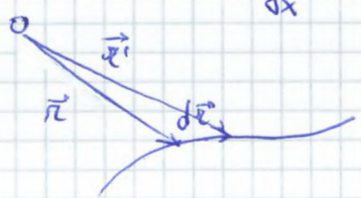
NOTA $E_p(\vec{r}) \longleftrightarrow \vec{F}(\vec{r})$

$\rightarrow$ TROVO $\vec{F}(\vec{r})$:

$$\vec{F} = -\nabla E_p$$

"GRADIENTE"

$$\nabla = \hat{u}_x \frac{\partial}{\partial x} + \hat{u}_y \frac{\partial}{\partial y} + \hat{u}_z \frac{\partial}{\partial z}$$



$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$dW = -\left[E_p(\vec{r}') - E_p(\vec{r})\right]$$

$$E_p(\vec{r}') = E_p(\vec{r} + d\vec{r})$$

$$= E_p(\vec{r}) + \frac{\partial E_p}{\partial x} dx + \frac{\partial E_p}{\partial y} dy + \frac{\partial E_p}{\partial z} dz$$

QUINDI,

$$dW = -\left[\cancel{E_p(\vec{r})} + \frac{\partial E_p}{\partial x} dx + \frac{\partial E_p}{\partial y} dy + \frac{\partial E_p}{\partial z} dz - \cancel{E_p(\vec{r})}\right] = \boxed{-\left(\nabla E_p\right) \cdot d\vec{r}}$$

FISICA - 27/03/2014

FORMULA DEL BILANCIO ENERGETICO - GENERALIZZAZIONE DEL TEOREMA DELL'ENERGIA MECCANICA.

$$W_{AB} = \int_{A\gamma}^{B} \vec{F}\, d\vec{r} = E_k^{B} - E_k^{A}$$

$$W_{AB} = \int_{A\gamma}^{B} (\vec{F} + \vec{F}_a) \cdot d\vec{r} = \int_{A}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{r} + \int_{A\gamma}^{B} \vec{F}_a\, d\vec{r} = -(E_p^{B} - E_p^{A}) + W_{AB}$$

FORZA CONSERVATIVA

FORZA NON CONSERVATIVA

→ FORMULA DEL BILANCIO ENERGETICO → $\boxed{E_k^{B} - E_k^{A} = -(E_p^{B} - E_p^{A}) + W_{AB}}$

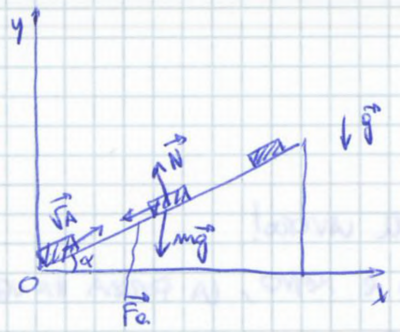
ENERGIA POTENZIALE = CONSERVATIVA

LAVORO = ENERGIA CINETICA = NON CONSERVATIVA

FORZA CONSERVATIVA = <u>NON</u> DIPENDE DAL PERCORSO

FORZA NON CONSERVATIVA = DIPENDE DAL PERCORSO

ESERCIZIO



$E_p = mgy + C$ → ENERGIA POTENZIALE DEL CAMPO GRAVITAZIONALE

$E_p = -\vec{F} \cdot \vec{r}$

$= (-mg\hat{u}_y) \cdot \vec{r}$

SPOSTAMENTO (VETTORE POSIZIONE)

μ_d NOTO

$F_a = \mu_d N$

$N = mg\cos\alpha$ → $F_a = \mu_d\, mg\cos\alpha$

COEFFICIENTE → NON È UN VETTORE! LEGATO ALLA SUPERFICIE DEL PIANO!

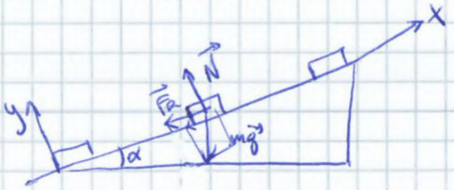
$\vec{F}_a = -F_a \cdot \hat{u}_s$

C'È UN MENO PERCHÉ $\vec{F}_a$ SI OPPONE ALLA $\vec{v}_A$, VERSO IN CUI SI SPOSTA IL COR

$v_0 = 12\ m/s$

$\alpha = 30° = \pi/6$

$\mu = 0{,}16$



$\vec{R} = m \cdot \vec{a}$

$R_x = -F_a - mg \operatorname{sen}\alpha$

$R_y = N - mg \cos\alpha$

$x)\quad -F_a - mg\operatorname{sen}\alpha = m a_x$

$y)\quad N - mg\cos\alpha = m a_y = 0$

$\downarrow$

$\cancel{m} a_x = -\cancel{m}g \operatorname{sen}\alpha - \mu_d \cancel{m}g\cos\alpha$

$a_x = -g(\operatorname{sen}\alpha + \mu_d \cos\alpha)$

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{a_x}{2}t^2 \\ v_x(t) = v_0 + a_x t \end{cases}$$ DOVE $x_0 = 0$, $v_0 =$ NOTA

TEMPO DI ARRESTO: $v_x(t_1) = v_0\,|a_x|\,t_1 = 0$

$$t_1 = \frac{v_0}{|a_x|}$$

$$x(t_1) = v_0 t_1 - \frac{|a_x|}{2} t_1^2$$

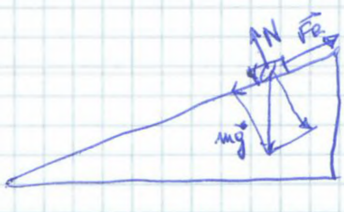
$$= v_0 \frac{v_0}{|a_x|} - \frac{|a_x|}{2}\frac{v_0^2}{|a_x|^2} = \frac{v_0^2}{2|a_x|}$$

ACCELERAZIONE CALCOLATA DALLE FORZE!

$\downarrow$

$$x(t_1) = \frac{v_0^2}{2g(\operatorname{sen}\alpha + \mu_d\cos\alpha)}$$

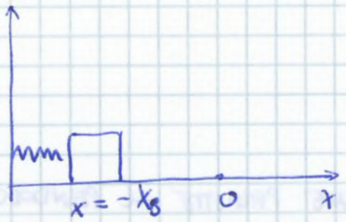
QUANDO ARRIVA SU, STA FERMO OPPURE TORNA INDIETRO?



VORREI CHE SICCOME $N = mg\cos\alpha$

$\downarrow$

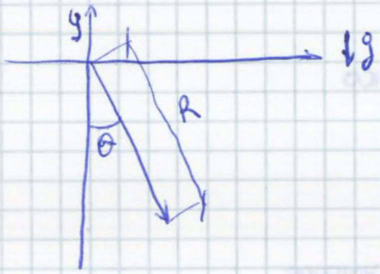
ALLORA $F_a - mg\operatorname{sen}\alpha = 0$



$\vec{v} = 0$

X TUTTO CHIARAMENTE VA CONSIDERATO IN ASSENZA DI ATTRITI

→ $\boxed{\text{GRAFICO DELL'}E_p\text{ DEL PENDOLO SEMPLICE}}$



$$E_p(\ ) = mgy + c$$

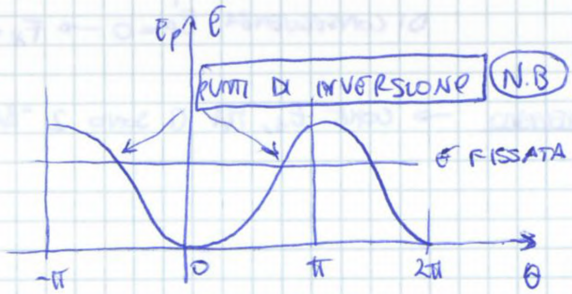
$$= mgR\cos\theta + mgR$$

$$\begin{cases} y = -R\cos\theta \\ c : E_p(\theta = 0) = 0 \end{cases}$$

$$c = mgR$$

↓

$$E_p(\theta) = mgR(1 - \cos\theta)$$



$-\pi \leq \theta \leq \pi$

$$v = R \cdot \dot{\theta}$$

$$E = E_k + E_p = \frac{m}{2}v^2 + mgR(1 - \cos\theta)$$

RIUSCIREI A ANDARE AVANTI.

SE INVECE PARTISSI A UN LIVELLO ULTERIORMENTE PIÙ BASSO, NON RIUSCIREI NEMMENO A ARRIVARE A M_2 → PER ESEMPIO M_2 SI PUÒ DEFINIRE UNA BARRIERA DI POTENZIALE

$\boxed{E_4}$: DO PIÙ ENERGIA POTENZIALE DEL LIVELLO DI E_p ASINTOTICO.

DA x_K ARRIVO FINO A x_∞

IN QUESTO PUNTO AVRÒ $E_K = E_4 - E_p^{AS}$

M_1, M_3 → PUNTO DI EQUILIBRIO STABILE

↓

ALLONTANANDO LA MASSA m DI POCO O DA x_1 O DA x_3 INIZIA UN MOTO OSCILLATORIO. LA FORZA RICHIAMA LA MASSA m SEMPRE O VERSO x_1 O VERSO x_3.

M_2 → EQUILIBRIO INSTABILE

MAX DI E_p → SE MUOVO LA MASSA m DA x_1 O x_3, NON TORNERÒ MAI IN QUEL PUNTO: O TORNA AVANTI O TORNA INDIETRO

CONSIDERO UN PUNTO DI MINIMO (POSSO FARE SVILUPPO DI TAYLOR, IPOTIZZANDO UNA PARABOLA)

$$E_p(x) = E_p(x_1) + \underbrace{\left.\frac{dE_p}{dx}\right|_{x_1}}_{0} (x-x_1) + \frac{1}{2} \underbrace{\left.\frac{d^2E_p}{dx^2}\right|_{x_1}}_{k} (x-x_1)^2 + \dots$$

MAN MANO, I TERMINI SUCCESSIVI SONO TALMENTE PICCOLI DA ESSERE TRASCURABILI.

$$\simeq E_p(x_1) + \frac{k}{2}(x-x_1)^2$$

→ APPLICAZIONE DELLA FORMULA

$$\vec{F}(\vec{r}) = -\nabla E_p = -\left(\hat{u}_x \frac{dE_p}{dx} + \hat{u}_y \frac{dE_p}{dx} + \hat{u}_z \frac{dE_p}{dx}\right)$$

1) OSCILLATORE ARMONICO

$$E_p(x) = \frac{k}{2}(x-l)^2$$

$$\vec{F}(x) = -\hat{u}_x \frac{d}{dx}\left(\frac{k}{2}(x-l)^2\right) = -\hat{u}_x \cdot k(x-l)$$

$$E_p(r) = C - \frac{k}{r}$$

3- CALCOLARE IL VETTORE VELOCITÀ $\vec{v}_B$

1) $E_p = mg$ $\quad \left(-\nabla E_p = -\hat{u}_y \frac{d(mgy)}{dy} = -mg\hat{u}_y = \vec{F} \right)$

2) $E_K^A + E_p^A = E_K^B + E_p^B$

$$\frac{m}{2} v_A^2 + mgh = \frac{m}{2} v_B^2 + m \cdot g \underbrace{y_B}_{y_B = 0}$$

$v_{Ax} = v_A = v_{Bx}$

PERCHÉ $a_x = 0$

$a_y = -g$

QUINDI $v_{Ay} = 0 \neq v_{By}$

$$\frac{m}{2}\left(\cancel{v_{Ax}^2} + v_{By}^2\right) + mgh = \frac{m}{2}\left(\cancel{v_{AB}^2} + v_{yB}^2\right)$$

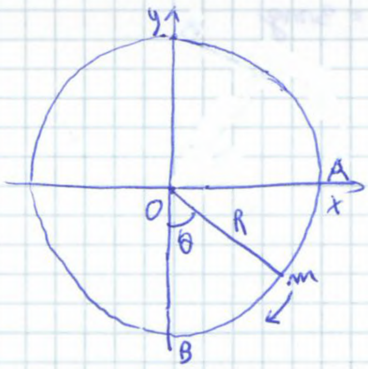
$$\frac{\cancel{m}}{2} v_{Ay}^2 + \cancel{m}gh = \frac{\cancel{m}}{2} v_{yB}^2$$

$$v_{yB}^2 = 2gh$$

$$v_{yB} = \sqrt{2gh}$$

$$\vec{v}_B = \hat{u}_x v_{Ax} - \hat{u}_y \sqrt{2gh}$$

$\boxed{\text{ESERCIZIO}}$



$\vec{v}_A = 0$, NON CI SONO ATTRITI

R = NOTO

m = NOTO

TENSIONE $\vec{T}$ DEL FILO IN B?

$$E = \frac{m}{2} v^2 - mgR\cos\theta$$

$$\downarrow$$

$$E_p = -mgR\cos\theta$$

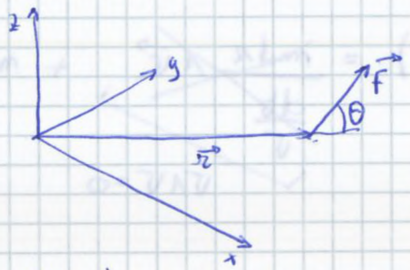
$$\frac{m}{2} \overbrace{v_A^2}^{=0} - mgR \underbrace{\cos\theta_A}_{0 \to \theta_A = \pi/2} = \frac{m}{2} v_B^2 - mgR \overbrace{\cos\theta_B}^{1 \to \theta_B = 0}$$

FISICA - 01/04/2014

MOMENTO DELLE FORZE E MOMENTO ANGOLARE

MOMENTO DELLE FORZE

$$\vec{M} = \vec{r} \wedge \vec{F}$$
$$= r F \sin\theta \, \hat{u}_z$$
$$= \hat{u}_z (x F_y - y F_x)$$

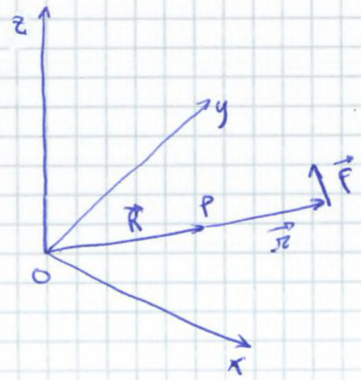


$$\vec{r} \wedge \vec{F} = (\hat{u}_x x + \hat{u}_y y) \wedge (F_x \hat{u}_x + F_y \hat{u}_y) =$$
$$= \hat{u}_z x F_y - \hat{u}_z y F_x$$

HO IMPLICITAMENTE ASSUNTO CHE O (ORIGINE) COME POLO

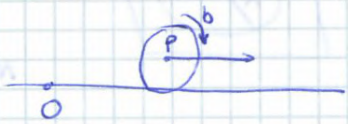
POLO: PUNTO PRESO COME ORIGINE DEL MOMENTO

IN GENERALE



$\vec{OP} = \vec{R}$

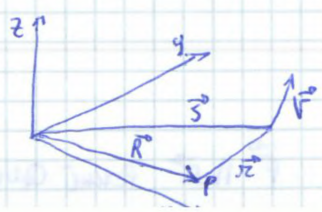
IL POLO È IL PUNTO P



LA SCELTA DEL POLO DIPENDE DA CHE COSA STO STUDIANDO

MOMENTO ANGOLARE

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p} = m \vec{r} \wedge \vec{v} = m r v \sin\theta \, \hat{u}_z$$



FACCIO È UNA TRASFORMAZIONE "ADIABATICA" → NON ME NE ACCORGO.

$R' > R$

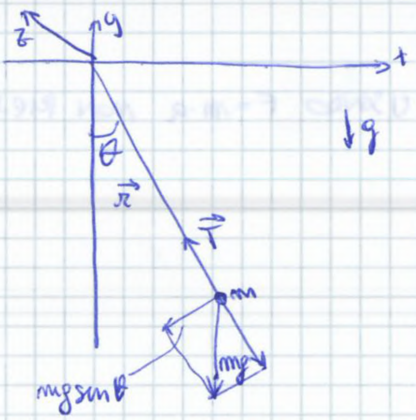
$v(t) \cdot r(t) = cost$

$= vR = v'R'$

QUINDI $L = \underbrace{mRv}_{cost \to v,R = cost} \hat{u}_z$

QUINDI $v' = \frac{vR}{R'} < v$

ESEMPIO PENDOLO



$$\frac{d\vec{L}}{dt} = M \to \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \wedge (m\vec{g} + \cancel{\vec{T}}) \qquad \vec{r} \wedge \vec{T} = 0 \text{ PERCHÉ } \vec{r} \parallel \vec{T}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = r m g \sin\theta (-\hat{u}_z)$$

$$\vec{L} = m\vec{r} \wedge \vec{v} = m r \hat{u}_r \wedge (\cancel{\dot{r}\hat{u}_r} + r\dot{\theta}\hat{u}_\theta) = m r^2 \dot{\theta} \underbrace{\hat{u}_r \wedge \hat{u}_\theta}_{\hat{u}_z}$$

$$\vec{L} = m r^2 \dot{\theta} \hat{u}_z$$

$$\vec{v} = \dot{r} \hat{u}_r + \dot{\theta} r \hat{u}_\theta$$

$$\frac{d}{dt}(m r^2 \dot{\theta} \hat{u}_z) = -\hat{u}_z r m g \sin\theta$$

$$\cancel{m} r^{\cancel{2}} \ddot{\theta} \cancel{\hat{u}_z} = -\cancel{\hat{u}_z} \cancel{m} \cancel{r} g \sin\theta$$

$$\ddot{\theta} r = -g \sin\theta \to \boxed{\ddot{\theta} + \frac{g}{r} \sin\theta = 0}$$

PERCHÉ HO UNA SOLA MASSA!

TEOREMA MOMENTO ANGOLARE PER FORZE CENTRALI

$\vec{F}$ sempre diretta verso O (origine e polo)

ESEMPIO

$$\vec{F} = -\frac{K}{r^3}\vec{r} = -\frac{K}{r^2}\hat{u}_r \qquad \frac{\vec{r}}{r} = \hat{u}_r$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \wedge \vec{F} = \vec{r} \wedge \left(-\frac{K}{r^2}\hat{u}_r\right) = 0$$ FORZA CENTRALE INDICA $\vec{L}$ = COSTANTE

COROLLARIO DEL TEOREMA: LA VELOCITÀ AREOLARE È COSTANTE

ESEMPIO

O = sole

$$\boxed{\frac{dA}{dt}} = \frac{r}{2}\frac{d\theta}{dt}$$

VELOCITÀ AREOLARE → STESSA AREA IN STESSO TEMPO

$$dA = \frac{1}{2} r\, d\theta\, r = \frac{r^2}{2} d\theta$$

$$\vec{L} = m\vec{r} \wedge \vec{v} = mr\,\hat{u}_r \wedge (\dot{r}\hat{u}_r + r\dot{\theta}\hat{u}_\theta) = mr^2\dot{\theta}\hat{u}_z$$

MA $\vec{L}$ = COSTANTE SE F CENTRALE

$mr^2\dot{\theta} = cost$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2m} m r^2\dot{\theta} = \frac{L_z}{2m} = cost!$$

$$\vec{L} = cost = m\vec{r} \wedge \vec{v} = \hat{u}_z \underbrace{r^2\dot{\theta} m}_{L_z = cost}$$

$\vec{v}' = v(t') = \vec{v}(t+\varepsilon) = \vec{v}(t) + \varepsilon \vec{a}(t) = \frac{r^2}{2} d\theta$

$\vec{r}' = \vec{r}(t+\varepsilon) = \vec{r}(t) + \varepsilon \vec{v}(t) + \cancel{\frac{\varepsilon^2}{t} \vec{a}(t)}$

$\vec{L} = m\vec{r} \wedge \vec{v}$

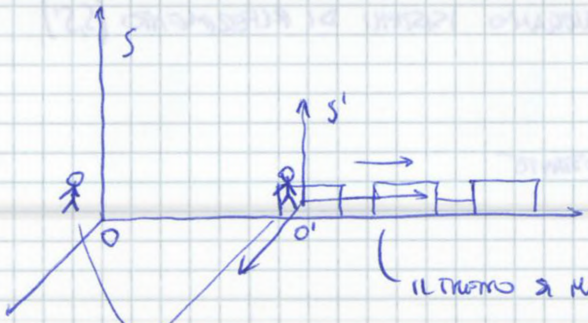
$? = m\vec{r}' \wedge \vec{v}' = m(\vec{r} + \varepsilon\vec{v} + \dots) \wedge (\vec{v} + \varepsilon\vec{a} + \dots) = m(\vec{r} \wedge \vec{v} + \underbrace{\varepsilon \vec{r} \wedge \vec{a}}_{=0} + \underbrace{\varepsilon \vec{v} \wedge \vec{v}}_{=0} + \dots)$

OTTENIAMO NUOVAMENTE $\vec{L} = m(\vec{r} \wedge \vec{v})$

→ DIMOSTRATO TEOREMA.

MOTI RELATIVI

CON S INDICHIAMO IL SISTEMA DI RIFERIMENTO



IL TRENO SI MUOVE. POSSIAMO AVERE $\vec{v} = \text{COST} \rightarrow \vec{a} = 0$

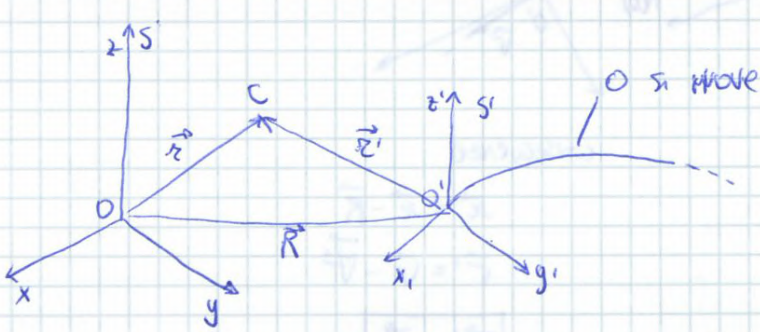
$\vec{v} \neq \text{COSTANT} \rightarrow \vec{a} \neq 0$

QUESTE DUE PERSONE VEDONO DUE COSE DIVERSE!

S, S' = ASSI SONO SEMPRE PARALLELI

O' È IN MOTO RISPETTO AD O

SISTEMA IMMOBILE



O SI MUOVE A CASO NELLO SPAZIO

SICCOME ASSI SEMPRE PARALLELI → $\vec{u}_x = \vec{u}'_x$

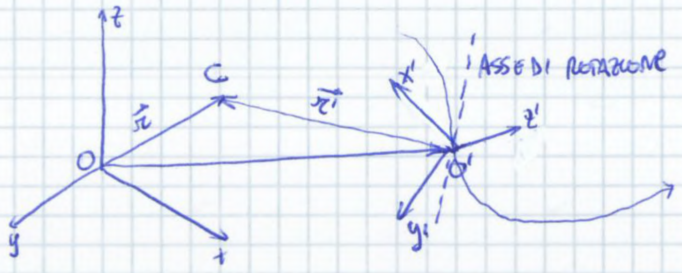
$\vec{u}_y = \vec{u}'_y$

$\vec{u}_z = \vec{u}'_z$

CAMBIA SOLO IL PUNTO DI APPLICAZIONE (OVVIO)

LE TRASFORMAZIONI GALILEIANE COLLEGANO I <u>SISTEMI</u> COSIDDETTI <u>INERZIALI</u>

CASO GENERALE



$$\underbrace{\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}'}_{\text{VERO}}$$

MA, $\cancel{\vec{\mu}_x = \vec{\mu}_{x'}}$

$\cancel{\vec{\mu}_y = \vec{\mu}_{y'}}$ NON È PIÙ VERO!

$\cancel{\vec{u}_z = \vec{\mu}_{z'}}$

$$\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}' \quad \begin{cases} \vec{r} = x\vec{\mu}_x + y\vec{\mu}_y + z\vec{\mu}_z \\ \vec{R} = X\vec{\mu}_x + Y\vec{\mu}_y + Z\vec{\mu}_z \\ \vec{r}' = x'\vec{\mu}_{x'} + y'\vec{\mu}_{y'} + z'\vec{\mu}_{z'} \end{cases}$$

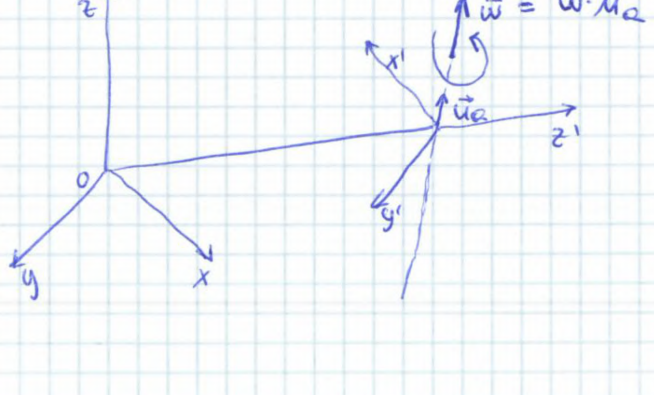
$\vec{\mu}_x, \vec{\mu}_y, \vec{\mu}_z$ = COSTANTI IN t

x, y, z, X, Y, Z SONO LEGGI ORARIE

$$\left.\begin{matrix} \vec{\mu}_{x'} \\ \vec{\mu}_{y'} \\ \vec{\mu}_{z'} \end{matrix}\right\}$$ DIPENDONO DAL TEMPO!!!

TEOREMA DELLE VELOCITÀ RELATIVE

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}' + \underbrace{\vec{v}_{O'} + \vec{\omega} \wedge \vec{r}'}_{=\vec{V}}}$$ → DOVE $v_{O'} + \vec{\omega} \wedge \vec{r}'$ = VELOCITÀ DI TRASCINAMENTO

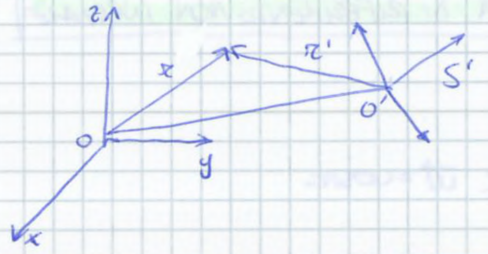


FISICA - $\boxed{03/04/2014}$

TEORIA DELLE ACCELERAZIONI RELATIVE

$$\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}' + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}') + 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}' + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r}'$$

ACCELERAZIONE DEL CORPO RISPETTO A S



$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\vec{v}_0' + \vec{v}' + \vec{\omega} \wedge \vec{r}'\right)$$

$$\vec{a} = \vec{a}_0' + \frac{d\vec{v}'}{dt} + \frac{d(\vec{\omega} \wedge \vec{r}')}{dt}$$

$$= \vec{a}_0' + \frac{d}{dt}\left(v'_x \hat{u}_{x'} + v'_y \cdot \hat{u}_{y'} + v'_z \hat{u}_{z'}\right) + \frac{d(\vec{\omega} \wedge \vec{r}')}{dt}$$

$$= \vec{a}_0' + \underbrace{\frac{dv'_x}{dt}\hat{u}_{x'}}_{a'_x} + \underbrace{\frac{dv'_y}{dt}\hat{u}'_y}_{a'_y} + \underbrace{\frac{dv'_z}{dt}\hat{u}_{z'}}_{a'_z} + \frac{d(\vec{\omega} \wedge \vec{r}')}{dt} + v'_x \underbrace{\frac{d\hat{u}'_x}{dt}}_{\vec{\omega} \wedge \hat{u}'_x} + v'_y \underbrace{\frac{d\hat{u}'_y}{dt}}_{\vec{\omega} \wedge \hat{u}'_y} + v'_z \underbrace{\frac{d\hat{u}'_z}{dt}}_{\vec{\omega} \wedge \hat{u}'_z}$$

DERIVATA DEL PRODOTTO

$$= \vec{a}_0' + \vec{a}' + \vec{\omega} \wedge \left(v'_x \hat{u}'_x + v'_y \hat{u}'_y + v'_z \hat{u}'_z\right) + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r}' + \omega \wedge \frac{d\vec{r}'}{dt}$$

$$= \vec{a}_0' + \vec{a}' + \vec{\omega} \wedge \vec{v}' + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r}' + \vec{\omega} \wedge (\vec{v}' + \vec{\omega} \wedge \vec{r}') = \boxed{a_0' + \vec{a}' + 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}' + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}') + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r}'}$$

DIMOSTRATO!

$\vec{v}' = \underbrace{\vec{v} - \vec{v}_0'}_{\text{COSTANTI}} = \text{COST IN } S'$

2) LEGGE DI NEWTON

$$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{m\,d\vec{v}}{dt} \quad \text{IN } S$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}' = m\vec{a} \quad \text{IN } S$$

→ SE S' NON FOSSE INERZIALE

$$\vec{a}' = \vec{a} - \vec{a}_0'$$
$$m\vec{a}' = F - m\vec{a}_0'$$

3) LEGGE DI CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO

S) $\vec{P_1} + \vec{P_2} = \overset{\Delta}{P_1} + \overset{\Delta}{P_2} = P = \text{COSTANTE}$

CIÒ CHE VEDO IN S

ENUNCIATO DELLA QUANTITÀ DI MOTO

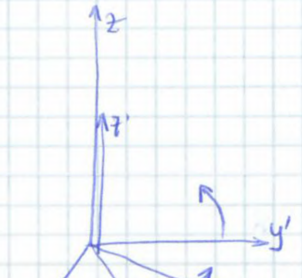
$$\vec{P_1}(t) + \vec{P_2}(t) = \vec{P}$$

S') = $\vec{P_1}'(t) + \vec{P_2}'(t) = \text{COSTANTE ?}$

$$m_1\vec{v_1}'(t) + m_2\vec{v_2}'(t) = m_1(\vec{v_1}(t) - \vec{v_0}') + m_2(\vec{v_2}(t) - \vec{v_0}') = m_1\vec{v_1}(t) + m_2\vec{v_2}(t) - (m_1+m_2)\vec{v_0}'$$

$$= \underbrace{\vec{P_1}(t) + \vec{P_2}(t)}_{\text{COSTANTE}} - (m_1+m_2)\vec{v_0}'$$

SIAMO SU UNA GRANDE GIOSTRA... (MOTI PLANARI, $\vec{r}' \in \mathbb{R}^2$)

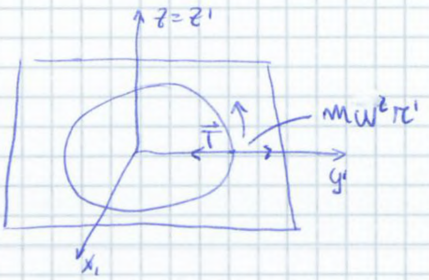


$O \equiv O'$, $\vec{\omega} = \omega\hat{u}_z$

$\hat{u}_a = \hat{u}_z$

$$\begin{cases} \vec{v}' = \vec{v} - \vec{\omega} \wedge \vec{r}' \\ \vec{a}' = \vec{a} - 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}' - \omega^2 \vec{r}' \end{cases}$$

SOLO PER MOTI PLANARI



R = RAGGIO DEL DISCO

m, ω = NOTE

$S) \; m \cdot \vec{a} = \vec{T}$

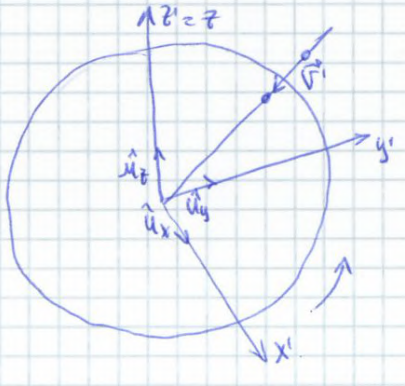
$m \cdot \vec{a}_N = \vec{T}$

$S') = \vec{a}' = \vec{a} - 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}' + \omega^2 \vec{r}'$

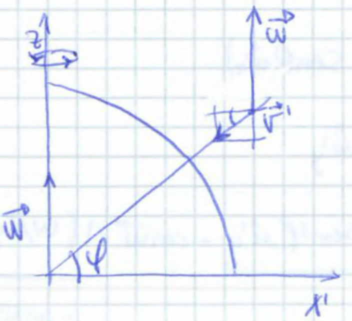
$\underbrace{m\vec{a}'}_{\text{CORPO FERMO}} = \vec{T} - 2\vec{\omega} \wedge \underbrace{\vec{v}'}_{=0} + \omega^2 \vec{r}' m = 0$

$0 = \vec{T} + \underbrace{\omega^2 m \vec{r}'}_{\text{FORZA CENTRIFUGA}}$

CADUTA DI GRAVI VERSO EST



→ CONSIDERO IL PIANO $z'x'$



$$\vec{a}' = \underset{\vec{g}}{\underset{\parallel}{\vec{a}}} - 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}' - \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}')$$

DOVE $\underbrace{\hat{u}_{z'} \wedge \hat{u}_y}_{-\hat{u}'_x}$

$\downarrow$

$$m\vec{a}' = -2m\omega v' \sin\varphi\, \hat{u}'_y + m\omega^2 r' \cos\varphi\, \hat{u}_x$$

VELOCITÀ ANGOLARE TERRA $\rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 7{,}29 \cdot 10^{-5}$ rad/s

$R = 6{,}37 \cdot 10^6$ = RAGGIO TERRA

$\omega^2 R = 3 \cdot 10^{-2}\, m/s^2$

$\omega v' = 7 \cdot 10^{-4}\, m/s^2$

$\boxed{\text{SISTEMI DI N PARTICELLE}}$ (SISTEMI A MOLTI CORPI)

$\rightarrow$ DEFINIZIONE (CENTRO DI MASSA)

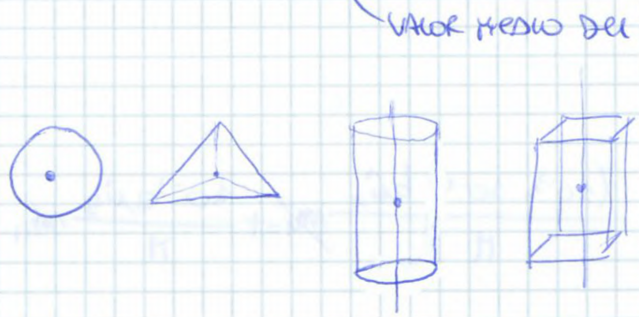
$$\vec{R}_{CM} = \frac{\sum_{j=1}^{N} m_j \vec{r}_j}{\sum_{j=1}^{N} m_j}$$ "POSIZIONE MEDIA DEL SISTEMA DI PARTICELLE"

$$= \frac{1}{M} \sum_j m_j \vec{r}_j$$

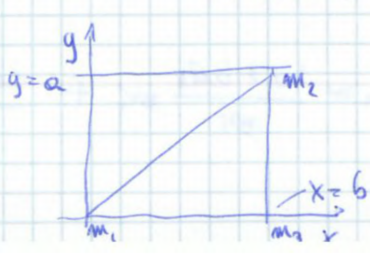
SE $m_1 = m_2 \dots = m_N = m$

$$\vec{R}_{CM} = \frac{m \sum_j \vec{r}_j}{N \cdot m} = \frac{1}{N} \cdot \sum_j \cdot \vec{r}_j$$

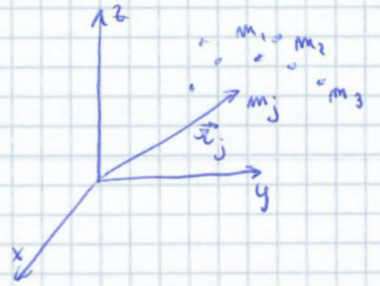
VALOR MEDIO DEI VETTORI POSIZIONE



TROVARE IL C.d.m. PER 3 MASSE m_1, m_2, m_3 MESSE AI VERTICI DI UN TRIANGOLO RETTANGOLO

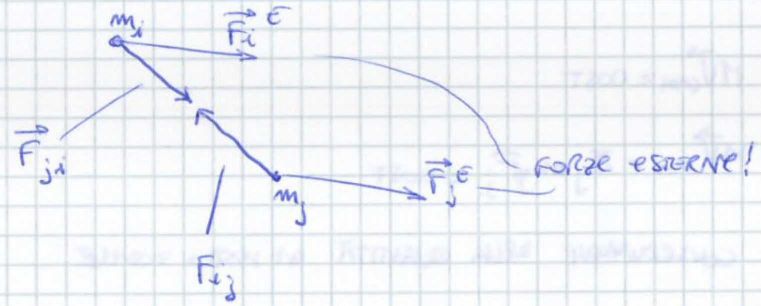


TEOREMA DEL CENTRO DI MASSA



$$M\vec{A}_{cm} = \vec{R}^E$$

CONSIDERIAMO UNA COPPIA QUALSIASI m_j, m_i



$$\vec{R}_{cm} = \frac{\Sigma_j m_j \vec{r}_j}{M}$$

$$\boxed{\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}}$$

LEGGE AZIONE - REAZIONE

$$\vec{V}_{cm} = \frac{d\vec{R}_{cm}}{dt}$$

VELOCITÀ DEL CENTRO DI MASSA.

$$= \frac{1}{M} \Sigma_j m_j \frac{d\vec{r}_j}{dt}$$

$$= \frac{1}{M} \Sigma_j m_j \vec{v}_j$$

$$\vec{A}_{cm} = \frac{d\vec{V}_{cm}}{dt} = \frac{1}{M} \Sigma_j m_j \frac{d\vec{v}_j}{dt} = \frac{1}{M} \Sigma_j m_j \vec{a}_j$$

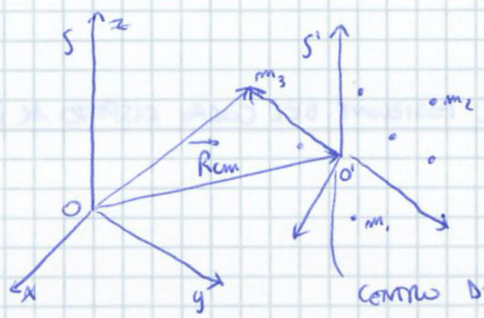
$$M\vec{A}_{cm} = \Sigma_j m_j \vec{a}_j = \Sigma_j F_j$$

$$\vec{F}_j = \vec{F}_j^E + \Sigma_{i \neq j} \vec{F}_{ij}$$

$$\downarrow$$

$$M\vec{A}_{cm} = \Sigma_j \left(\vec{F}_j^E + \Sigma_{i \neq j} \vec{F}_{ij}\right) = \Sigma_j \vec{F}_j^E + \Sigma_j \Sigma_{i \neq j} \vec{F}_{ij}$$

FISICA - $\boxed{08/04/2014}$



CENTRO DI MASSA = O'

$$\vec{R}_{cm} = \frac{1}{M} \sum_j m_j \, {}_j$$

$$\vec{V}_{cm} = \frac{1}{M} \sum_j m_j \vec{v}_j$$

$$\vec{r}'_j + \vec{R}_{cm} = \vec{r}_j$$

$$\vec{v}'_j + \vec{V}_{cm} = \vec{v}_j$$

$$\vec{R}'_{cm} = \frac{1}{M} \sum_j m_j \vec{r}'_j$$

$$= \frac{1}{M} \sum_j m_j (\vec{r}_j - \vec{R}_{cm})$$

$$= \frac{1}{M} \sum_j m_j \vec{r}_j - \frac{1}{M} \underbrace{\sum_j m_j}_{M} \vec{R}_{cm} \longrightarrow \underbrace{\frac{1}{M} \sum_j m_j \vec{r}_j}_{\vec{R}_{cm}} - \vec{R}_{cm} = 0$$

$$\downarrow$$

$$\underline{\vec{R}'_{cm} = 0}$$

$$\frac{1}{M} \sum_j m_j \vec{r}'_j = \vec{R}'_{cm} = 0$$

$$\vec{V}'_{cm} = \frac{1}{M} \sum_j m_j \vec{v}'_j = \frac{1}{M} \sum_j m_j (\vec{v}_j - \vec{V}_{cm})$$

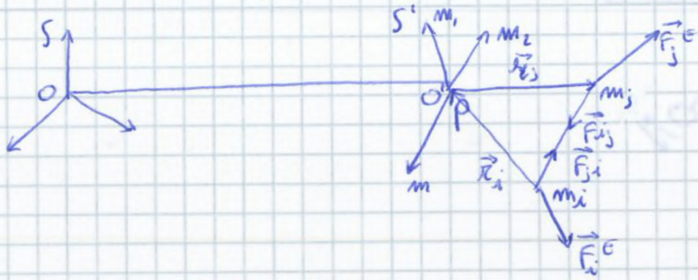
$$= \underbrace{\frac{1}{M} \sum_j m_j \vec{v}_j}_{\vec{V}_{cm}} - \frac{1}{M} \underbrace{\sum_j m_j}_{M} \vec{V}_{cm} = 0$$

$$\downarrow$$

$$\frac{1}{M} \sum_j m_j \vec{v}'_j = \vec{V}'_{cm} = 0$$

$$= -\vec{v}_P \wedge M\vec{v}_{cm} + \sum_j \vec{r}_j \wedge \vec{F}_j^{E} + \sum_j \vec{r}_j \wedge \vec{F}_j^{I} =$$

$$\vec{F}_j^{I} = \sum_{i\neq j} \vec{F}_{ij}$$



$$\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$$

$$= -m\vec{v}_P \wedge \vec{v}_{cm} + \vec{M}^E +$$

$$+ \underbrace{\sum_j \vec{r}_j \wedge \sum_{i\neq j} \vec{F}_{ij}}$$

$$\sum_j \sum_{i\neq j} \vec{r}_j \wedge \vec{F}_{ij} = 0$$

→ CONSIDERIAMO 1 e 2

$$\vec{r}_1 \wedge \vec{F}_{21} + \vec{r}_2 \wedge \underbrace{\vec{F}_{12}}_{-\vec{F}_{21}} =$$

$$= (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \wedge \vec{F}_{21} = \boxed{\text{zero}}$$

SONO VETTORI PARALLELI

⇓

CE L'ABBIAMO FATTA → FORMULA CONCLUSIVA:

$$\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = -M\vec{v}_P \wedge \vec{v}_{cm} + \vec{M}^E}$$

CI SONO 4 CASI IN CUI QUESTA FORMULA DIVENTA PIÙ SEMPLICE.

$$\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}^E}$$

① SE P È IMMOBILE → $\vec{v}_P = 0$

② SE $\vec{v}_{cm} = 0$: CENTRO DI MASSA IMMOBILE RISPETTO O.

VISTI DA O' $\begin{cases} \vec{L}' = \sum_j m_j \, \vec{r}_j{}' \wedge \vec{v}_j{}' \\ \vec{M}'^{E} = \sum_j \vec{r}_j{}' \wedge \vec{F}_j{}^{E} \end{cases}$

$$\vec{L} = \sum_j m_j \, \vec{r}_j{}' \wedge \vec{v}_j$$

$$= \sum_j m_j \, \vec{r}_j{}' \wedge \left(\vec{V}_{cm} + \vec{v}_j{}' \right) =$$

$$= \sum_j m_j \, \vec{r}_j{}' \wedge \vec{V}_{cm} + \sum_j m_j \, \vec{r}_j{}' \, \vec{v}_j{}'$$

$$= \underbrace{\sum_j m_j \, \vec{r}_j{}'}_{\text{ZERO}} \wedge \vec{V}_{cm} + \sum_j m_j \, \vec{r}_j{}' \wedge \vec{v}_j{}' = \vec{L}'$$

VISTO PRIMA!

$$\vec{M}'^{E} = \sum_j \vec{r}_j{}' \wedge \vec{F}_j{}'$$

$$\vec{F}_j{}' = \vec{F}_j{}^{E} + \vec{F}_j{}^{I} \underbrace{- m \vec{a}_{cm}}$$

FORZA DOVUTA AL TRASCINAMENTO – (DELL'ORIGINE O').

$$\vec{M}'^{E} = \sum_j \vec{r}_j{}' \wedge \left(\vec{F}_j{}^{E} + \vec{F}_j{}^{I} - m_j \vec{a}_{cm} \right)$$

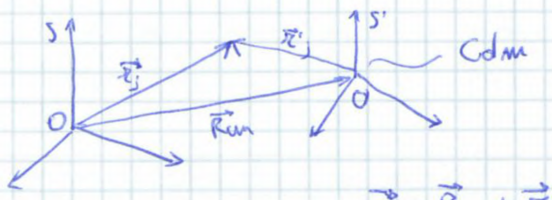
$$= \underbrace{\sum_j \vec{r}_j{}' \wedge \vec{F}_j{}^{E}}_{\vec{M}^{E}} + \underbrace{\cancel{\sum \vec{r}_j{}' \wedge \vec{F}_j{}^{I}}}_{\text{ZERO}} - \underbrace{\cancel{\left(\sum_j m_j \vec{r}_j{}' \right)}}_{\text{ZERO}} \wedge \vec{a}_{cm}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\vec{M}^{E} = \vec{M}'^{E}}$$

$$\boxed{\frac{d\vec{L}'}{dt} = \vec{M}'^{E}}$$

→ TEOREMI DI KÖNIG



$$\vec{r}_j = \vec{R}_{cm} + \vec{r}_j{}'$$

$$\vec{v}_j = \vec{V}_{cm} + \vec{v}_j{}'$$

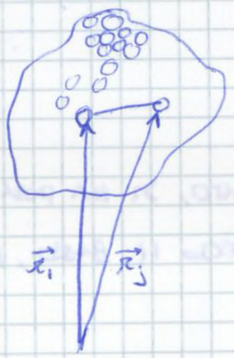
→ FORMULA RIASSUNTIVA

$$\boxed{E_K = \underbrace{\frac{M}{2}\vec{v}_{cm}^{\,2}}_{\text{TERMINE ORBITALE}} + \underbrace{E'_K}_{\text{TERMINE LOCALE}}}$$

TERMINE LOCALE (E_K VISTE VICINE AL CdM; VISTE CON LE VELOCITÀ RELATIVE AL SISTEMA CdM)

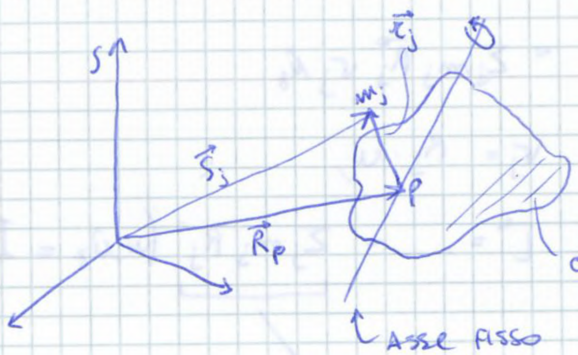
TERMINE ORBITALE

DINAMICA ROTAZIONALE DEI CORPI RIGIDI



$|\vec{r}_i - \vec{r}_j| =$ COSTANTI $\forall i, j$

→ CONSEGUENZA DEI LEGAMI CHIMICI RAPPRESENTATI DALLE FORZE INTERNE $\vec{F}_{ij}$



QUESTO CORPO GIRA SULL'ASSE FISSO

ASSE FISSO

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}^e - M\vec{v}_P \wedge \vec{v}_{cm}$$

↓

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}^e, \quad \vec{v}_P = 0$$

QUESTO SE IL POLO CORRISPONDE CON O

$$\boxed{\vec{L} = \sum_j m_j \vec{r}_j \wedge \vec{v}_j}$$

DEFINIZIONE GENERALE DI MOMENTO ANGOLARE

$$= \sum_j m_j \left(\vec{R}_j + z_j \hat{u}_z\right) \wedge \vec{v}_j$$

$$= \sum_j m_j \vec{R}_j \wedge \vec{v}_j + \sum_j m_j z_j \hat{u}_z \wedge \vec{v}_j$$

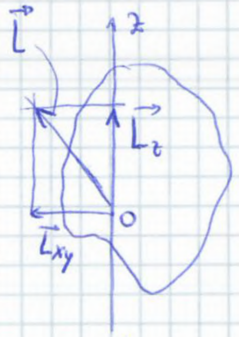
$$= \sum_j m_j \vec{R}_j \wedge \vec{v}_j + \sum_j m_j z_j \hat{u}_z \wedge \left(\vec{\omega} \wedge \vec{R}_j\right)$$

$$= \sum_j m_j R_j^2 \, \omega \hat{u}_z + \sum_j m_j z_j \left[\vec{\omega}\left(\hat{u}_z \cdot \vec{R}_j\right) - \vec{R}_j\left(\hat{u}_z \cdot \vec{\omega}\right)\right]$$

SONO PARALLELI → ZERO

$$= I_z \vec{\omega} - \sum_j m_j z_j \omega \vec{R}_j$$

$$= \underbrace{I_z \vec{\omega}}_{\vec{L}_z} \underbrace{- \omega \sum_j m_j R_j z_j}_{\vec{L}_{xy}}$$



MOTO INTORNO A UN ASSE FISSO: EFFETTO DI PRECESSIONE DEL MOMENTO ANGOLARE