



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1232

DATA: 27/10/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Greppi

MATERIA: Tecnica delle Costruzioni + temi + Eserc.

Prof. Mancini

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

TECNICA
DELLE
COSTRUZIONI

VARIABILE ALEATORIA

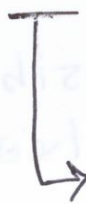
variabile X , è una funzione che associa ad ogni risultato ω allo spazio campionario Ω un numero reale $x \in \mathbb{R}$.

si usano perché semplificano, ci permettono di determinare in modo più efficace le probabilità che si verifichi un evento.

Var. aleatorie possono essere:

1) DISCRETE, può assumere solo determinati valori

2) CONTINUA, può assumere infiniti valori



es: azioni su strutture, resistenze dei materiali

PDF

FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE CUMULAT.

$F_X(x)$ di una var. aleatoria X esprime la probabilità che X assuma valori \leq al numero reale x

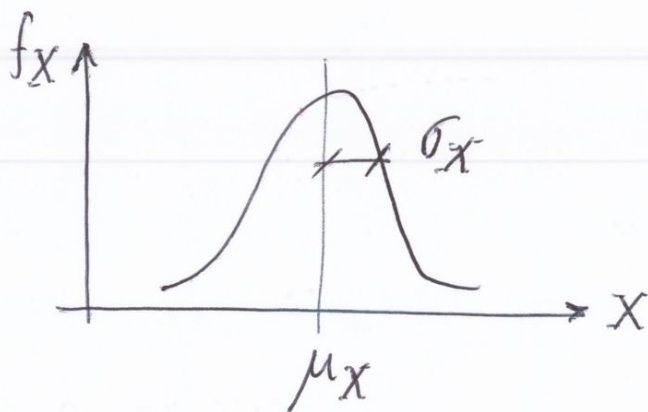
VARIABILE STANDARDIZZATA

$$Z = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X} \sim N(0, 1)$$

riduce lo studio ad una gaussiana
con $\mu = 0$ e $\sigma = 1$

si ottiene un cambio di variabili
per semplificare lo studio del problema.

DISTRIBUZIONE NORMALE



$$N(\mu_X, \sigma_X)$$

$$F_X(X) = P(X \leq \bar{X})$$

cambio di
variabili

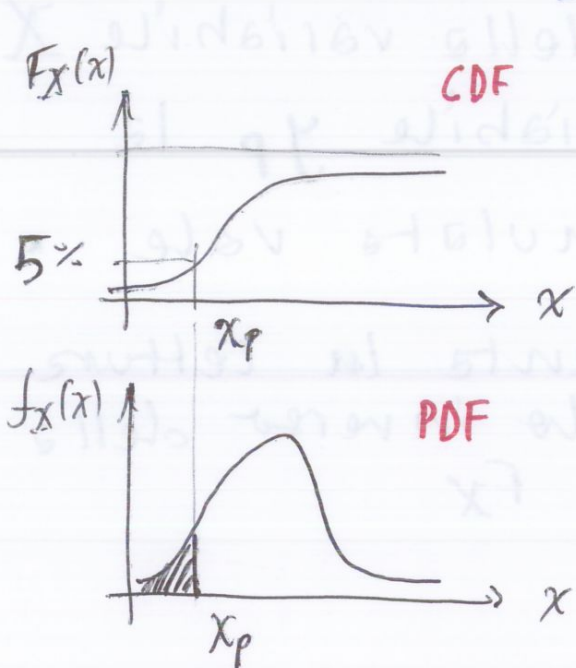
$$= P\left(\frac{X - \mu_X}{\sigma_X} \leq \frac{\bar{X} - \mu_X}{\sigma_X}\right)$$

$$= P(Z \leq z) = \Phi\left(\frac{-\mu_Z}{\sigma_Z}\right)$$

$$Z \rightarrow N_Z(\mu_Z, \sigma_Z)$$

$$\mu_Z = \mu_R - \mu_S \quad \sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$$

nel caso delle RESISTENZE
 si considera frattile 5%



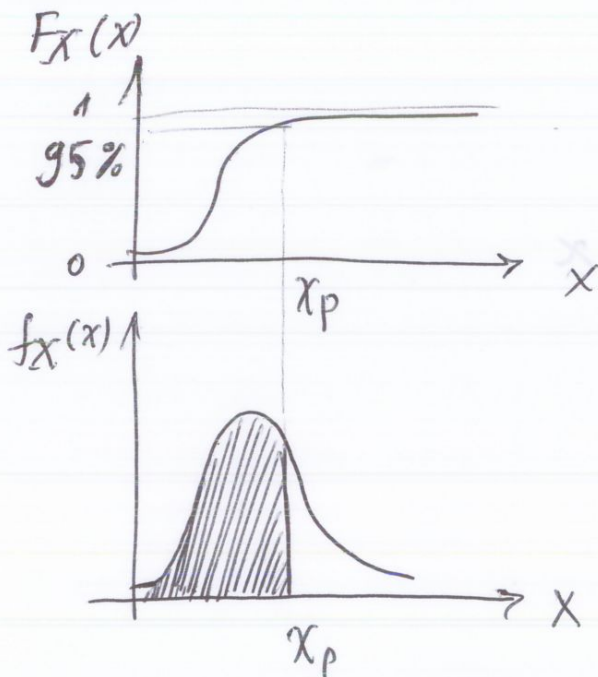
↳ 5% della distribuzione di probabilità dell'azione

Avremo una bassa probabilità di trovare al di sotto di x_p valori di resistenza inferiori.

Nel 95% dei casi avremo resistenza maggiore (siamo in sicurezza)

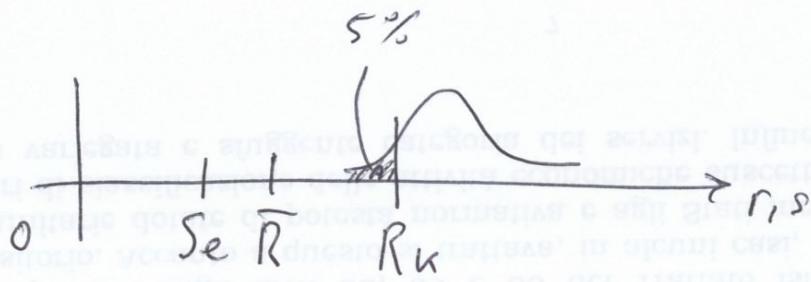
x_k VALORE CARATTERISTICO
 (valore di riferimento)

Nel caso delle SOLLECITAZIONI



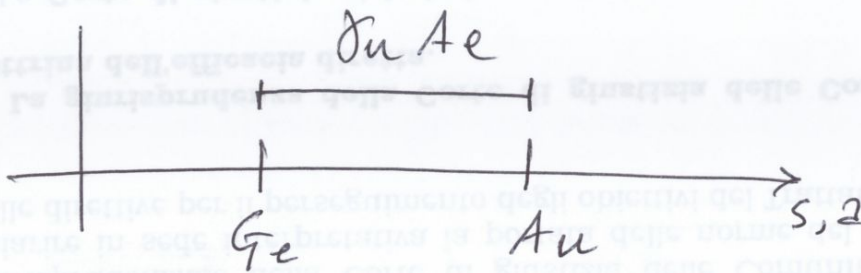
Nel 5% dei casi avremo sollecitazione maggiore (fuori sicurezza)

x_k VALORE CARATTERISTICO



Tensioni ammissibili

$$\bar{R} = \frac{R_k}{\gamma} \geq S_e$$



calcolo a rottura

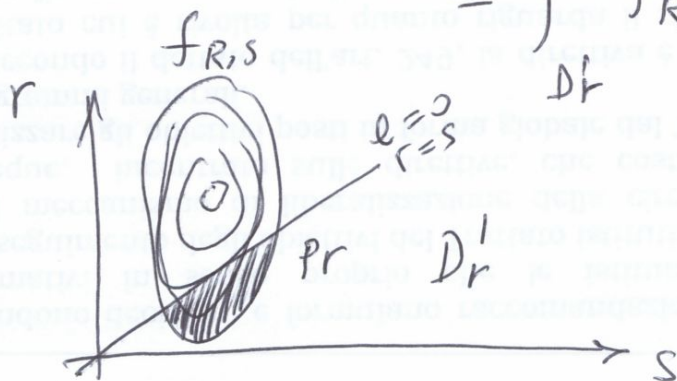
$$G_e + \delta u A_e \leq A_u$$

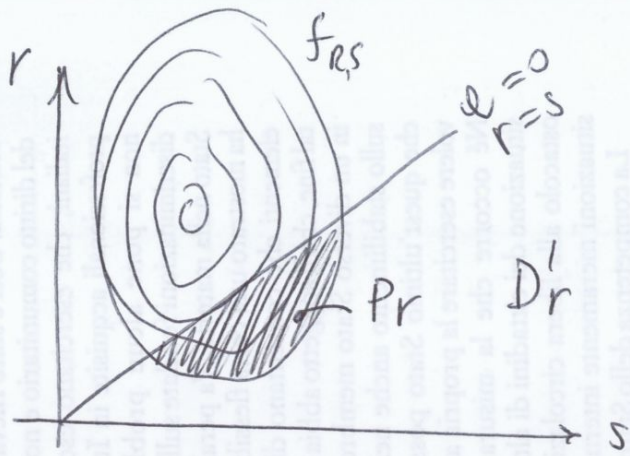
$$P_r \leq P_r^*$$

$$E = R - S \quad P_r = P(E \leq 0)$$

$$= P(R \leq S)$$

$$= \int_{D_r} f_{R,S}(r,s) dr ds$$

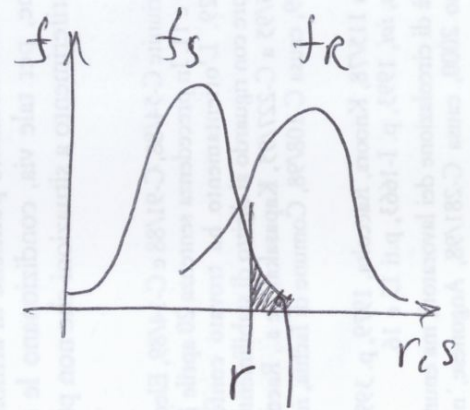




orizzontali:

$$P_r = \int_{-\infty}^{+\infty} dr \int_r^{+\infty} f_{R,S}(r,s) ds$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} f_R(r) dr [1 - F_S(r)]$$



$$P(s \geq r)$$

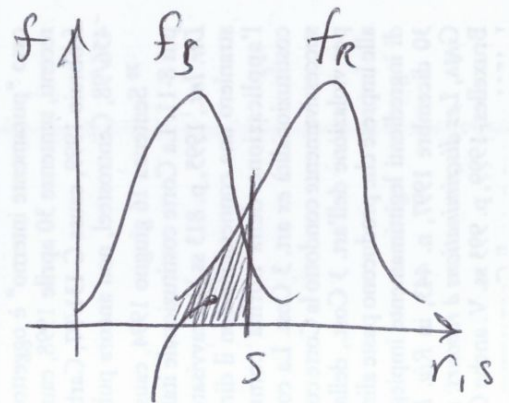
$$= 1 - F_S(r)$$

INTEGRALI DI CONVOLUZIONE

verticali:

$$P_r = \int_{-\infty}^{+\infty} f_S(s) ds \int_{-\infty}^s f_R(r) dr$$

$$P_r = \int_{-\infty}^{+\infty} f_S(s) ds F_R(s)$$



$$P(R \leq s)$$

$$= F_R(s)$$

$$R \sim N_R(\mu_R, \sigma_R)$$

$$S \sim N_S(\mu_S, \sigma_S)$$

METODO LIV. II

supera le difficoltà operative del livello III (definire la PDF e difficile applicabilità)

funzione di stato limite S.L.

$$g(s, r) = 0$$

viene approssimata:

- 1) FORM \rightarrow funzione lineare
- 2) SORM \rightarrow funzione del 2° ordine

$$\text{FORM} \begin{cases} \text{MVFOSM} \\ \text{AFOSM} \end{cases}$$

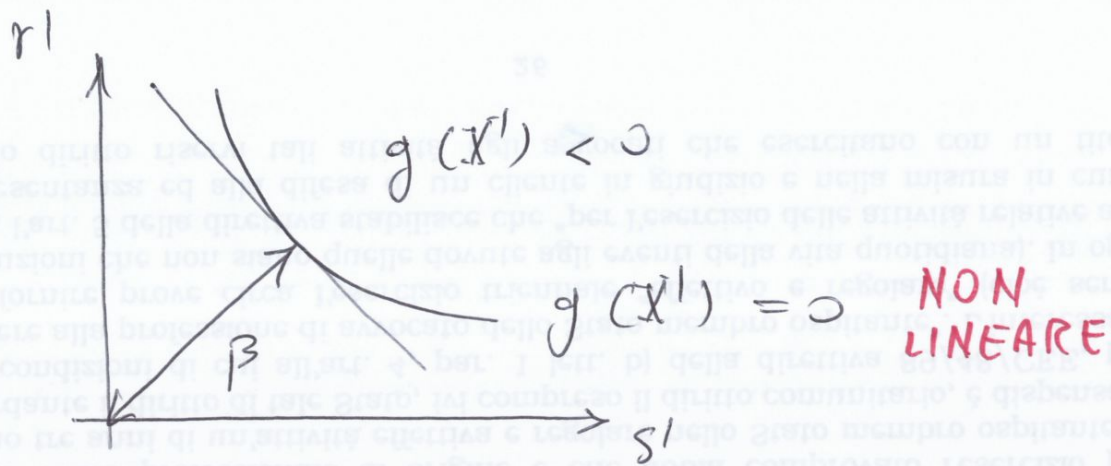
metodo MVFOSM:

Approssima al primo ordine in serie di Taylor la funzione di stato limite. Linearizza nell'intorno del valore medio.

$$Z = g(X) = g(X_1, \dots, X_n) \quad \text{funz. limite}$$

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z}$$

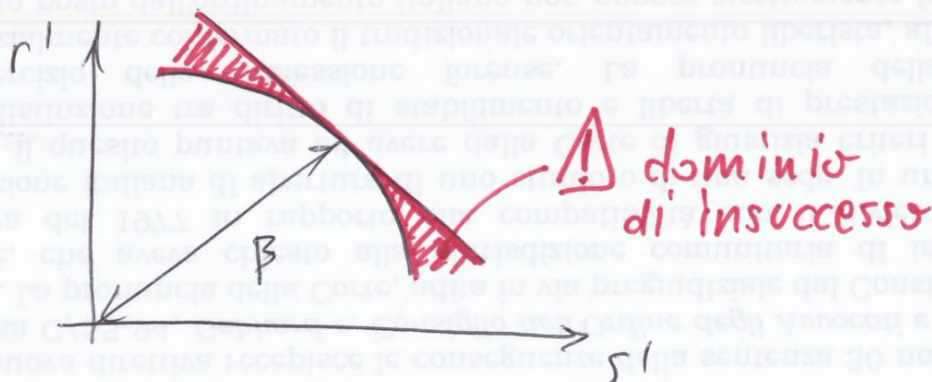
Indice di affidabilità (di sicurezza)



approssimiamo con funz. lineare,

Attenzione!

Il metodo FORM - AFOSM non va bene nel caso:



Approssimando linearmente consideriamo parte di dominio di insuccesso in $g(x') > 0$

Non va bene dobbiamo usare il
SORM

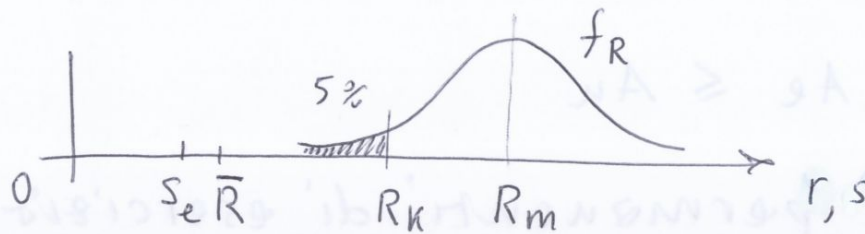


VERIFICA DELLA SICUREZZA STRUTTURALE
CONSISTE NEL VERIFICARE CHE

$$\beta_i \geq \beta_{i, \text{TARGET}}$$

metodi deterministici $\left\{ \begin{array}{l} \text{tensioni ammissibili} \\ \text{calcolo a rottura} \end{array} \right.$

METODO TENSIONI AMMISSIBILI



R, resistenza
s, sollecitazione

$$S_e \leq \bar{R} = \frac{R_k}{\gamma}$$

S_e , tensione puntuale nel materiale

R_k , resist. caratteristica (frattile 5%)

$\bar{R} = \frac{R_k}{\gamma}$ tensione ammissibile

γ coeff. di sicurezza

SVANTAGGI:

- non si tiene conto dell'aleatorietà delle sollecitazioni
- considera solo il comportam. lineare del materiale (non il fluage)
- coeff. di sicurezza γ ampi, devono coprire incertezze

VANTAGGI:

- sollecitazioni facili da determinare
- facilità di def. le linee di influen.

CONDIZIONE DI STATO LIMITE

Stato limite legato ad uno specifico requisito.

Divide lo spazio n -dimensionale in

1) DOMINIO DI INSUCCESSO, requisito non rispettato.

2) DOMINIO DI SUCCESSO, requisito soddisfatto.

Funzione di stato limite $g(X_1, \dots, X_n)$ e' la rappresentazione analitica della condizione di stato limite.

se la struttura raggiunge e supera quella condizione, non puo' svolgere le funzioni correttamente e non soddisfa piu' le condizioni per cui e' stata progettata

METODO DI LIVELLO 3

Si determina la probabilita' di insuccesso P_r e la si confronta con un valore di riferimento prefissato P_r^*

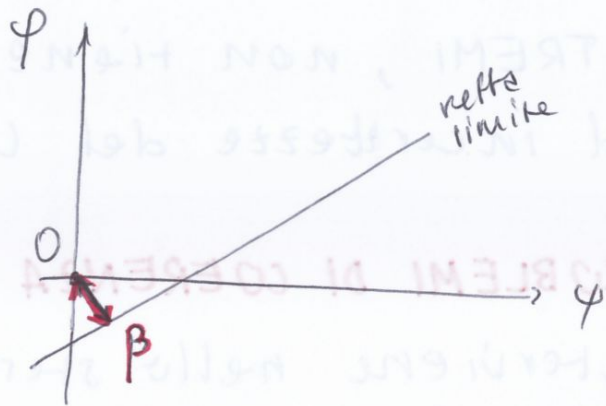
$$P_r \leq P_r^* \quad \text{sicurezza}$$

usando variabili standardizzate
ridotte (non congiunte):

$$\varphi = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R}$$

$$\psi = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S}$$

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}$$



con il metodo FORM (livello 2)
approssimiamo la funzione di
stato limite ad una funz. lineare.


FORM $\begin{cases} \text{MVFOSM} \\ \text{AFOSM} \end{cases}$

MVFOSM, si approssima al primo
ordine in serie di Taylor la funzione
di stato limite.

Quindi β lo si ricava numericamente
come il rapporto di μ_Z, σ_Z

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z}$$

$\beta \uparrow$ prob. di
rottura \downarrow

AFOSM, usa variabili normali
standard e si ricava β
graficamente. 

METODO MONTECARLO

Permette di stimare la probabilità di rottura P_R mediante N simulazioni.

$\approx (10^{-k})$ ordine di gr. della prob.
 $N = 1/10^{-k+1}$ simulazioni

1. si caratterizzano le variabili aleatorie che descrivono il problema (X_1, X_2, \dots, X_n) mediante tipo di distribuzione, valore medio μ , varianze σ ed eventuali correlazioni tra variabili.

2. si definisce la funzione di stato limite $g(X_1, \dots, X_n)$

3. si esegue un ciclo di N simulazioni.

In ogni simulazione si genera un valore casuale per ognuna delle variabili aleatorie.

4. si valuta la funzione di stato limite con i valori casuali appena generati

$$g(X_1, \dots, X_n) \leq 0$$

DOMINIO DI
INSUCCESSO

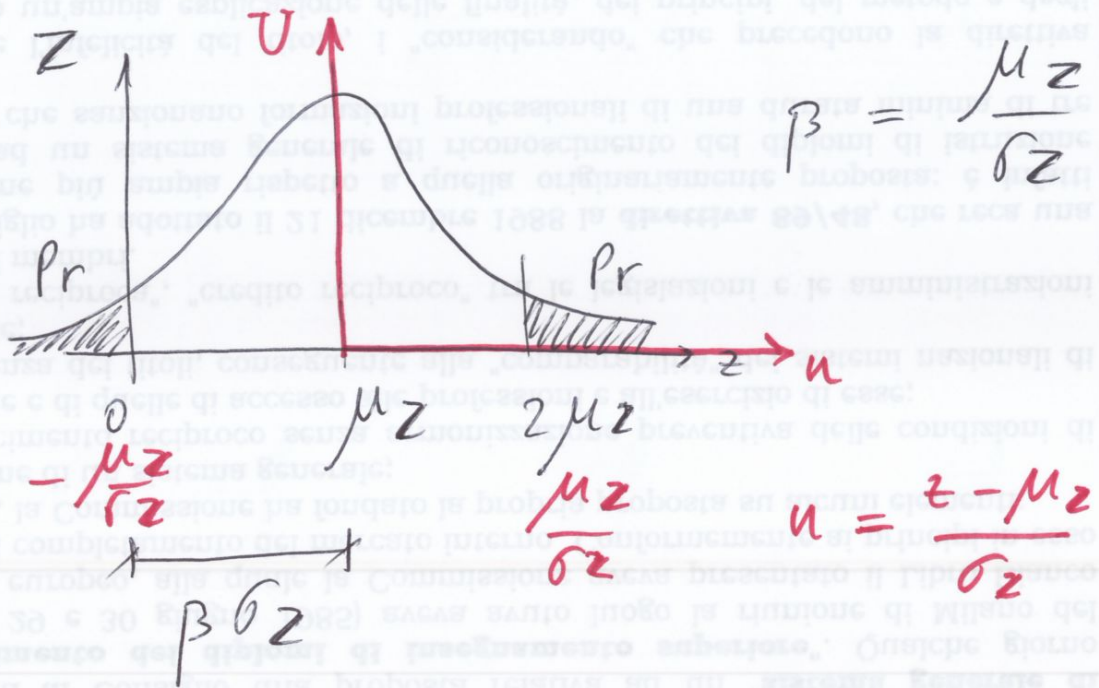
$$g(X_1, \dots, X_n) > 0$$

DOMINIO DI
SUCCESSO

FONDAMENTI PER IL PROGETTO

Supponendo $Z = R - S$

distribuzione normale



$$Pr = \phi\left(-\frac{\mu_z}{\sigma_z}\right) = F_U\left(-\frac{\mu_z}{\sigma_z}\right)$$

vengono fissati da normative dei valori target di β

β_i , TARGET sulla base di un rischio limite accettato della società!

β_n per un periodo di n anni

$$\beta_1 = 4,7 \quad \text{SLU}$$

$$\beta_{50} = 3,8$$

nel campo delle costruzioni'

$$\alpha_s = -0,7$$

$$\alpha_R = 0,8$$

Coefficienti parziali

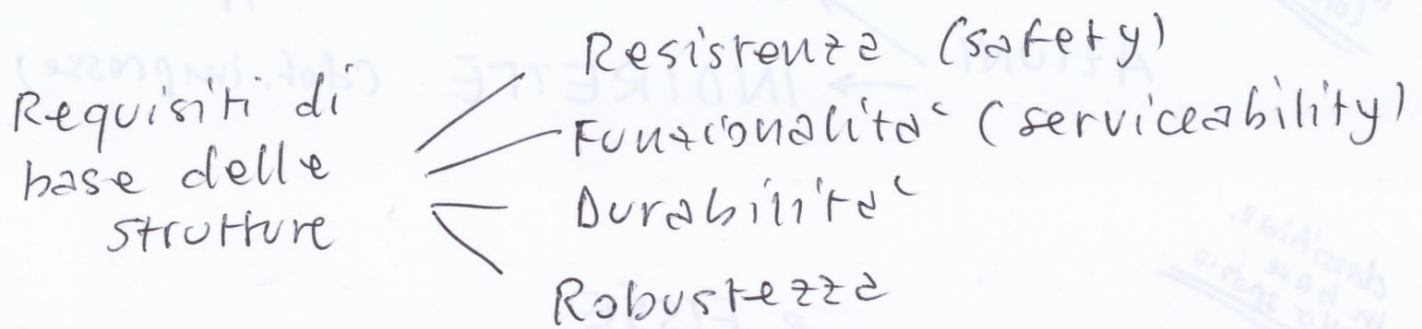
- di un'azione variabile Q

$$\gamma_q = \frac{Q d}{Q k}$$

- di una resistenza R

$$\gamma_r = \frac{R_k}{R_d}$$

STRUCTURAL DESIGN



Durata di vita di progetto < Edifici \approx 50 anni
Ponti \approx 100 anni

STATI LIMITI ULTIMI \rightarrow generano collasso

- Rottura per def. o fatica
- perdita di stabilità
- cedimento dei materiali

STATI LIMITE DI ESERCIZIO \rightarrow riguardano la funzionalità, comfort, estetica.

- Deformazione
- vibrazione
- danno

Nel progetto non vanno mai superati gli stati limite con i valori delle azioni, proprietà dei materiali, geometrie.

classificaz. in base al tempo

AZIONI

- PERMANENTI (G) (peso)
- VARIABILI (Q) (vento)
- ACCIDENTALI (A) (esplosioni)



per definire il valore caratteristico deve essere disponibile la statistica di base relativa a quell'azione

2) VALORE NOMINALE

Valore dell'azione concordato tra progettista e cliente.

si usa quando non sono disponibili le informazioni statistiche di base.



COME ARRIVARE AL VALORE CARATTERISTICO DI UNA VARIABILE ALEATORIA ?

per condizioni di progetto persistente

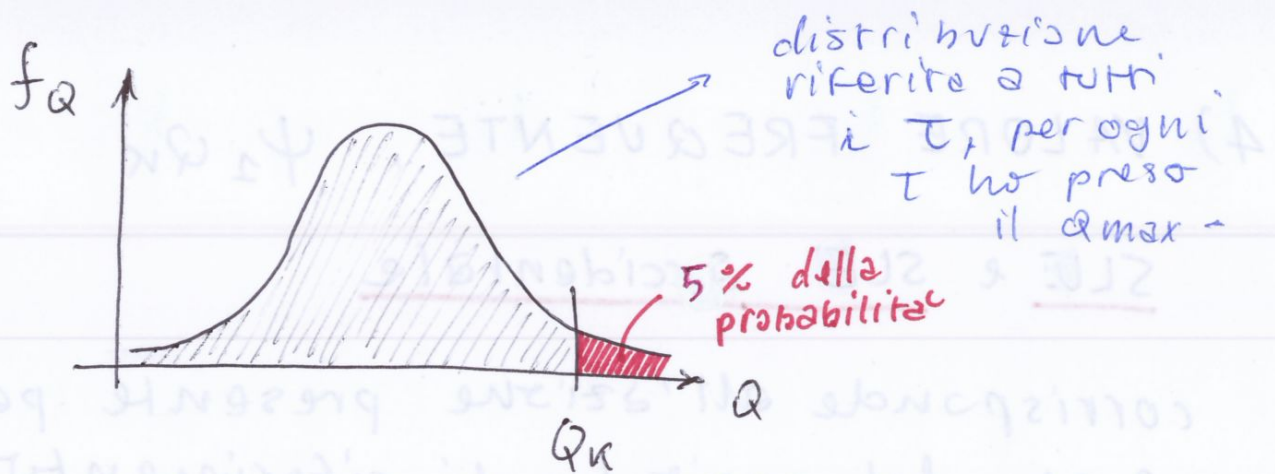
Il valore caratteristico Q_k delle azioni climatiche e az. dirette sui solai degli edifici è basato su una accertata probabilità di non esser superato $\rightarrow 98\%$ nel tempo di 1 anno (nel τ)
 cioè abbiamo solo il 2% di probabilità che Q_k venga superato.

Q , azioni variabili.

Abbiamo un periodo T di riferimento per lo studio della nostra azione.

step 2. per ogni intervallo ampio T consideriamo il massimo valore dell'azione.

step 3. costruiamo una PDF (funzione di distribuzione di probabilità) con i valori massimi.

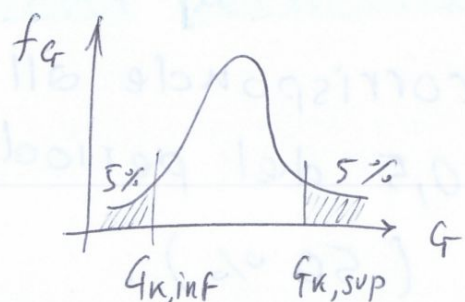


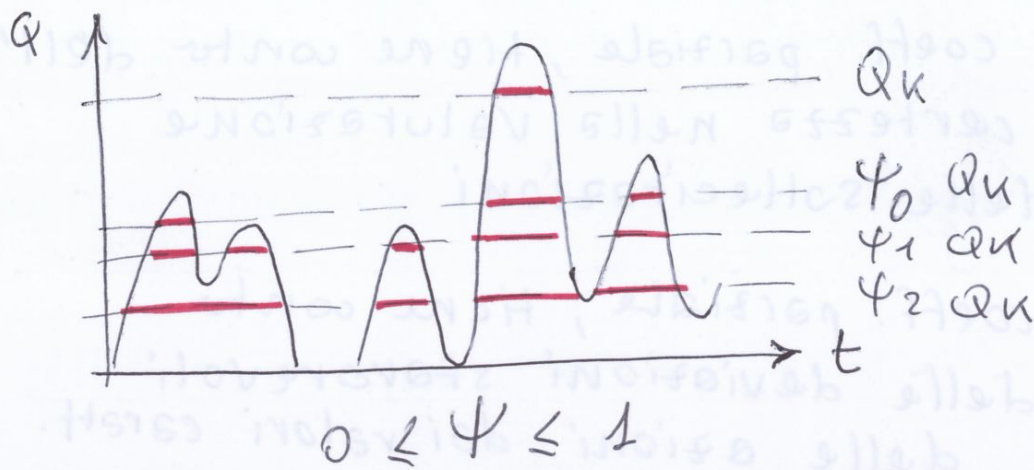
generalmente si prende 5% di probabilità di essere maggiorato, quindi nel 95% dei casi l'azione avrà un valore inferiore a quello caratteristico Q_k , usato per progettare (siamo in sicurezza).

AZIONI PERMANENTI

$$Q_{k,inf} = \mu_Q - 1,64 \sigma_Q$$

$$Q_{k,sup} = \mu_Q + 1,64 \sigma_Q$$





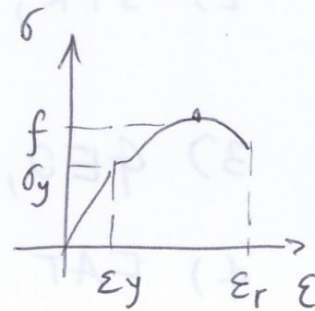
6) valori rappresentativi per:

- azioni di fatica
- azioni dinamiche
- azioni ambientali

PARAMETRI FONDAMENTALI DEI MATERIALI

1. RESISTENZA f

è la tensione massima che il campione raggiunge durante la prova in LAB.



2. TENSIONE DI SNERVAMENTO σ_y

3. MODULO ELASTICO E

4. DEFORMAZIONE A ROTTURA ϵ_r

STATO LIMITE ULTIMO - STR

combinazioni delle azioni, formule:

$$(I) \sum_j \gamma_{Gj} G_{kj} \text{ " + " } \gamma_{Q1} Q_{k1} \text{ " + " } \sum_{i>1} \gamma_{Qi} \psi_{oi}$$

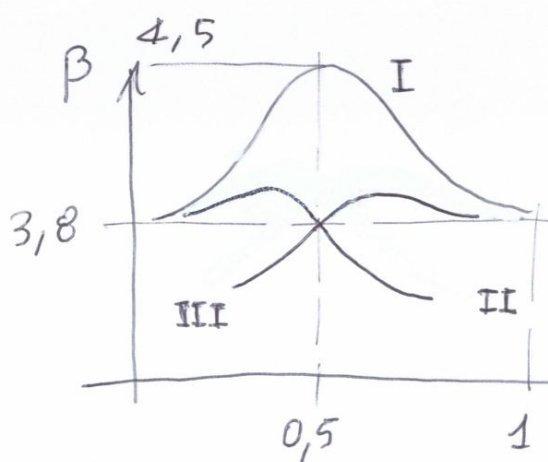
γ , fattore parziale

Q_{k1} , azione variabile principale che avrà l'effetto più sfavorevole

$$(II) \sum_j \gamma_{Gj} G_{kj} \text{ " + " } \sum_i \gamma_{Qi} \psi_{oi} Q_{ki}$$

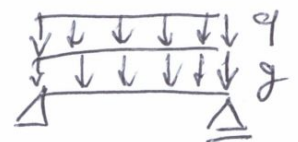
$$(III) \sum_j \xi_j \gamma_{Gj} G_{kj} \text{ " + " } \gamma_{Q1} Q_{k1} \text{ " + " } \sum_{i>1} \gamma_{Qi} \psi_{oi} Q_{ki}$$

ξ , fattore di riduzione delle azioni permanenti



$$0 \leq x \leq 1$$

FRAZIONE DEL CARICO
VARIABILE RISPETTO
AL CARICO TOTALE



$$x = \frac{Q}{Q+G}$$

$\beta = 3,8$ per un tempo di ritorno $T = 50$ anni

(I) tanto a favore di sicurezza

per (II) solo per $x < 0,5$ per (III) $x > 0,5$

AZIONI

VENTO

NEVE

TEMPERATURA

OSSERVAZIONE

Nel caso di strutture di grandi dimensioni si deve considerare anche l'azione tangenziale.

PRESSIONE del VENTO P :

$$P = q_b C_e C_p C_d$$

q_b , pressione cinetica di riferimento

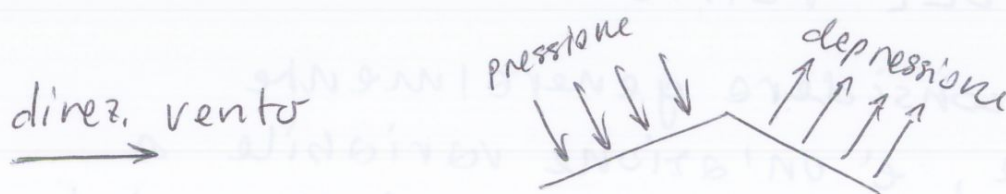
C_e , coeff. di esposizione

C_p , coeff. aerodinamico (σ di forma)

C_d , coeff. dinamico

$$q_b = \frac{1}{2} \rho V_b^2$$

V_b , velocità di riferimento del vento



AZIONE DELLA TEMPERATURA

variazioni giornaliere e stagionali:

$$T_{int} = 20^{\circ}\text{C}$$

Azioni termiche dipendono dalle condizioni climatiche in sito, esposizione, materiali isolanti.

ΔT si può vedere come deformazione impressa.

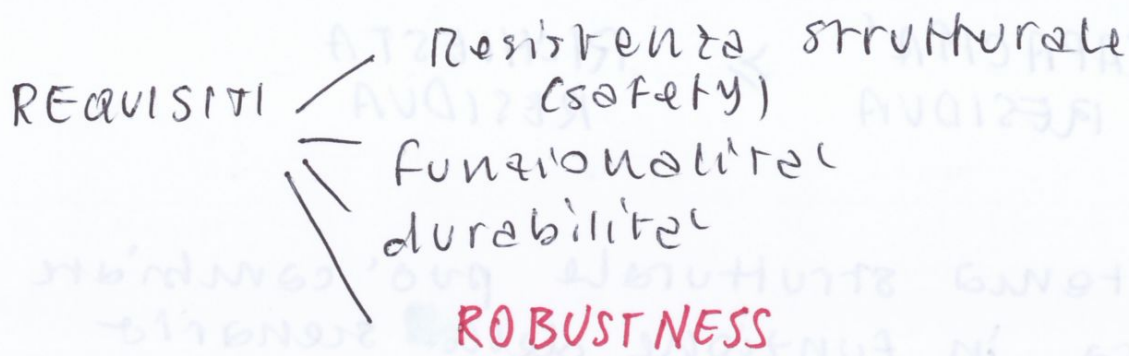
- CONGRUENTE o NO
- COMPATIBILE o NO

congruente: lineare sulla sezione

compatibile: vincoli permettono deformaz.

ROBUSTEZZA STRUTTURALE

È un requisito di base delle strutture



una struttura deve essere progettata e realizzata in modo da non essere danneggiata in misura iperproporzionale rispetto alle CAUSA, come:

- Esplosioni
- Impatto
- conseguente di errori umani

Il danno provocato da tali eventi può essere evitato o contenuto:

1. Evitando, eliminando o riducendo i RISCHI
2. scegliendo una forma strutturale poco sensibile alle azioni considerate.
o forma strutturale che possa resistere a rimozione accidentale di componenti o danni localizzati.
3. Evitare strutture a collasso improvviso

SCENARIO FORMALE DI APPROCCIO

1. modellazione dei rischi H_i (Hazards) e delle relative esposizioni
2. valutazione dei danni diretti D_j
3. valutazione del conseguente comportamento globale della struttura S_k e delle corrispondenti conseguenze globali $C(S_k)$

Definizione del rischio:

$$R = \sum_{i=1}^{N_H} p(H_i) \sum_{j=1}^{N_D} \sum_{k=1}^{N_J} p\left(\frac{D_j}{H_i}\right) p\left(\frac{S_k}{D_j}\right) C(S_k)$$

N_H , numero rischi

N_D , numero danni locali (D_j)

N_J , numero dei tipi di comportamento conseguenti (S_k)

$p(H_i)$, probabilità che si verifichi il rischio H_i .

$p(D_j/H_i)$, probabilità che si verifichi un danno locale D_j dovuto al rischio H_i

3) indice deterministico basato su valutazioni di resistenza per struttura danneggiata ed integra.

$$RSR = \frac{R_c}{S_c}$$

RSR, rapporto di riserva di resistenza

R_c valore caratteristico della resistenza di taglio alla base.

S_c valore di calcolo del taglio alla base allo SLU

$$RIF = \frac{RSR_{\text{fall}, i}}{RSR_{\text{intact}}}$$

↑

effetto del danno all'elemento i sulla resistenza globale.

$$R = \sum_i \sum_J C_{\text{dir}, iJ} P(D_J / H_i) P(H_i) +$$

$$\sum_K \sum_i \sum_J C_{\text{ind}, iJK} P(S_K / D_J \cap H_i) P(D_J / H_i) P(H_i)$$

probabilità che si verifichi una reazione da parte della strutt. a seguito di rischio e danno

Rischio :

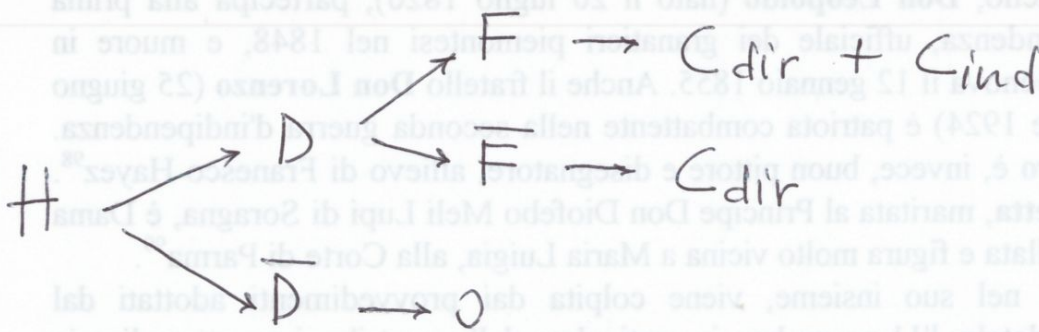
danno locale

danno globale

$$R = \sum_i^{N_H} p(H_i) \sum_j^{N_D} \sum_k^{N_S} p\left(\frac{D_j}{H_i}\right) p\left(\frac{S_k}{D_j}\right) C(S_k)$$

Rischio generalizzato:

$$R = \sum_i \sum_j C_{dir, ij} P\left(\frac{D_j}{H_i}\right) P(H_i) + \sum_j \sum_i \sum_k C_{ind, jk} P\left(\frac{S_k}{D_j \cap H_i}\right) P\left(\frac{D_j}{H_i}\right) P(H_i)$$



1) indice

$$I_{ROB} = \frac{R_{DIR}}{R_{DIR} + R_{IND}} \quad \begin{matrix} I \cong 1 & \text{Robusta} \\ I \ll 1 & \text{Debole} \end{matrix}$$

2) indice probabilistico

$$RI = \frac{\Pr(\text{dann.}) - \Pr(\text{intatta})}{\Pr(\text{intatta})} \quad \begin{matrix} RI \cong 0 \\ \text{Robusta} \end{matrix}$$

TEORIA

FLUAGE

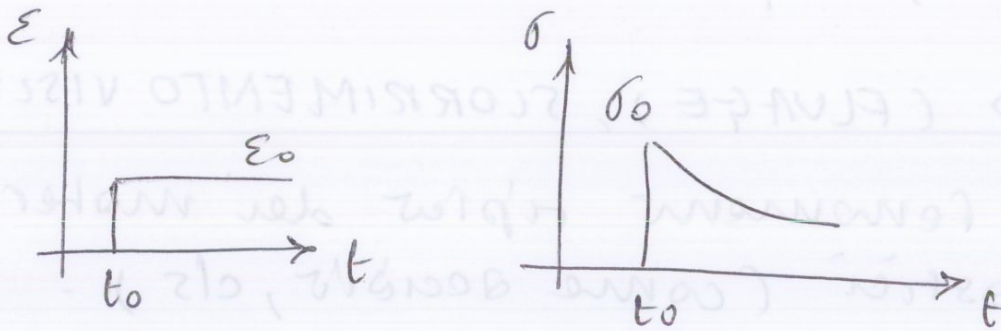
PRINCIPI

EFFETTI SULLE STRUTTURE

- negativi:
- maggiore inflessione
 - maggiore curvatura dei pilastri sotto carichi eccentrici
 - perdita di forza di precompressione.

RILASSAMENTO

caduta di tensione a deformazione costante.



DEGRADO DA INCENDIO

1. Pasta di cemento indurita: degrado dovuto a decomposizione termica dei prodotti idrati. Perdita di proprietà meccaniche.
2. Aggregati: dipende se sono silicei o calcarei.
3. Armatura metallica: dilatazione termica e scorrimento viscoso.

IPOTESI ALLA BASE DEL FLUAGE

consideriamo viscoelastico lineare,
quindi il dominio risulta essere

$$H_p 1. \sigma_c \leq 0,4 f_{ckj}$$

σ_c , tensione applicata al campione

f_{ckj} , resistenza caratteristica cilindrica
a j giorni

con questi valori di σ_c avviene
proporzionalità tra ϵ e σ

$$H_p 2. \epsilon \propto \sigma$$

quindi abbiamo un comportamento
lineare.

Deformazione impressa

↳ azione indiretta

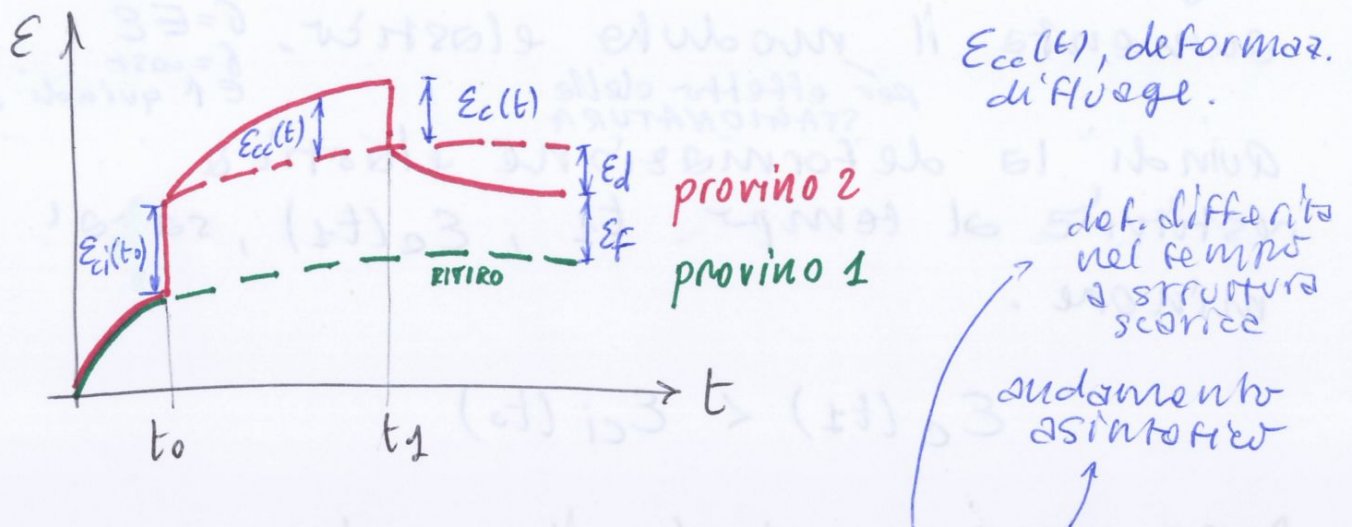
genera una risposta
posticipata e non imme-
diata come nel caso di
un'applicazione di un'azione
diretta (carico).

ϵ_{cc}
c, creep
c, concrete (=cls)
LEGENDA

CREEP consiste in 2 fenomeni

- 1. VISCOSITÀ
- 2. RITIRO

PROVINO DI CLS, deformazioni nel tempo



Il cls nel tempo è soggetto a RITIRO, cioè abbiamo una riduzione di volume durante la fase di essiccamento (provino 1). Inoltre il cls è viscoso, ovvero aumenta la deformazione a sollecitazione costante.

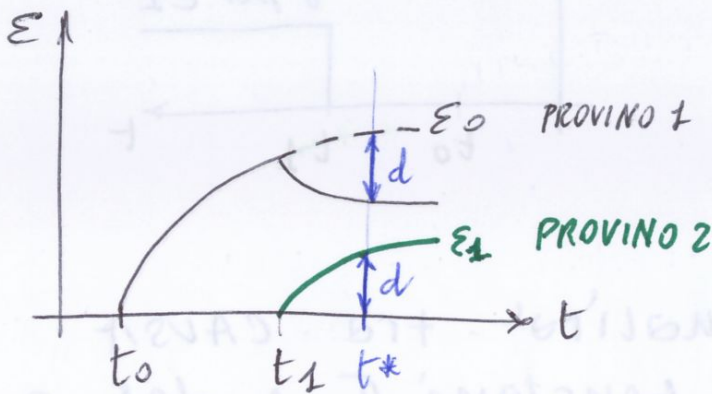
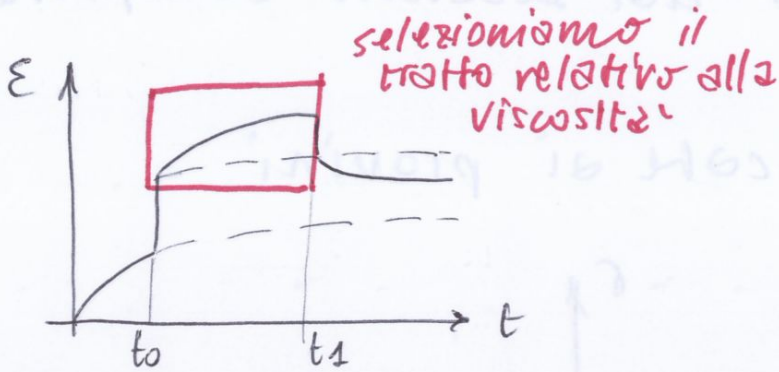
se ad un tempo t_0 radio a caricare il provino, mediante un carico permanente, avremo una deformazione elastica istantanea $\epsilon_{ci}(t_0)$.

L'andamento $---$ del secondo provino rappresenta il comportamento se non vi fosse viscosità.

Oltre alla deformazione istantanea, vi è una def. dovuta al comportamento viscoso del cls. quindi nel tempo ϵ continua a crescere.

scaricando il provino ci aspettiamo di recuperare la deformazione elastica accumulata al tempo t_0 , $\epsilon_{ci}(t_0)$.
 dopo un tempo abb. lungo (6 mesi-1 anno)

PRINCIPIO DI MAC HENRY



consideriamo solamente le deformazioni viscosse.

Al tempo t_0 abbiamo un carico costante applicato al I provino.

Al tempo t_1 scarichiamo il I provino e ne carichiamo un secondo

Due osservazioni:

1) Il secondo campione è invecchiato maggiormente rispetto al primo, quindi avrà un E più elevato, e la deformazione sarà minore. $\delta = E\epsilon$



la deformazione viscosa è funzione dell'età di messa in carico (curva provino 2 è più bassa)

2) Ad un tempo $t^* > t_1$, la quantità di deformazione restituita dal provino 1, misurata rispetto a quella che avrebbe accumulato se non fosse stato scaricato,

Deformazione totale al tempo t
dovuta a tensione costante:

$$\begin{aligned} \epsilon_{cs}(t, t_0) &= \sigma_c(t_0) \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\phi(t, t_0)}{E_{ci}} \right] \\ &= \sigma(t_0) J(t, t_0) \end{aligned}$$

In ipotesi di linearità e principio di sovrapposizione degli effetti, la deformazione totale:

Equazione generalizzata

$$\epsilon_c(t) = \epsilon_{cn}(t) + \int_0^t J(t, \tau) \frac{\partial \sigma_c(\tau)}{\partial \tau} d\tau$$

$\epsilon_{cn}(t)$, def. impressa, rinvio

$\frac{\partial \sigma_c(\tau)}{\partial \tau} d\tau$, sforzo vario nel tempo

τ , istante in cui si verifica la variazione di tensione.

Ponendo $\tau = t_0$ $\sigma(t) = \sigma(t_0)$.

$$\epsilon_{cn}(t_0) = 0$$

otteniamo:

deformazione viscosa:

Hooke
 $\sigma = \varepsilon E$

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{c28}} \phi(t, t_0)$$

coeff. di FLUAGE

deformazione totale, sotto tensione cost:

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} + \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{c28}} \phi(t, t_0)$$

$$= \sigma_c(t_0) \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\phi(t, t_0)}{E_{c28}} \right]$$

$$= \sigma_c(t_0) J(t, t_0)$$

funzione di FLUAGE

deformazione totale generalizzata, tenendo conto delle variaz. di tensione nel t:

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{cn}(t) + \int_0^t J(t, \tau) \frac{\partial \sigma_c(\tau)}{\partial \tau} d\tau$$

con intervalli discreti $\int \rightarrow \sum$

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \varepsilon_{cn}(t) + \sigma_c(t_0) J(t, t_0) + \int_{t_0}^t J(t, \tau) \frac{\partial \sigma_c(\tau)}{\partial \tau} d\tau$$

$$\epsilon_c(t) = \epsilon_{cn}(t) + \int_0^t J(t, \tau) \frac{\partial \sigma_c(\tau)}{\partial \tau} d\tau$$

deformaz. totale
 def. di ritiro al tempo t
 def. elastica e viscosa $J(t, \tau) = \frac{1}{E_c(t)} + \frac{\phi(t, \tau)}{E_c(t) E_{ci}}$
 dovuta ad una variazione di tensione (che avviene al tempo τ), Deformazione valutata dal tempo 0 al tempo t

considerando che la variazione di tensione avvenga all'istante t_0 , quindi $\tau = t_0$, avremo:

$$\epsilon_c(t, t_0) = \epsilon_{cn}(t) + \epsilon_{cn}(t_0) + \sigma_c(t_0) J(t, t_0) + \int_{t_0}^t J(t, \tau) \frac{\partial \sigma_c(\tau)}{\partial \tau} d\tau$$

def. elastica e viscosa al tempo t_0
 def. elastica e viscosa dovuta ad una variaz. di σ al tempo τ valutata tra t_0 e t .

Intervalli discreti $\int \rightarrow \sum$

corpo elastico - viscoso omogeneo
 a vincoli rigidi

$$\bar{\epsilon}_B = k \epsilon_{el,A}$$

2° PRINCIPIO

$$\sigma_{TOT} = (1 - k) \sigma_A$$

corpo elastico omogeneo a vincoli
 rigidi

$$\bar{\epsilon}_B = k' \epsilon_{el,A}$$

1° PRINCIPIO

$$\sigma_{TOT} = (1 + k') \sigma_{el,A}$$

2° PRINC.

$$\sigma_c(t) = \frac{1}{E_c} \int_0^t R(t, \tau) \frac{\partial \sigma_c}{\partial \tau} d\tau$$

tensioni
 variano
 secondo la
 legge di
 RILASSAMENTO,

$$U(t) = E_c \int_0^t J(t, \tau) d\sigma_{el}(\tau) \quad 1^\circ \text{ PRINC.}$$

$$\Sigma = \varepsilon_A + \bar{\varepsilon}_A$$

PRINCIPIO DI ISOMORFISMO LO STATO DI DEFORMAZIONE È RIMASTO LO STESSO

Inoltre $\Sigma_B = -K \varepsilon_A \Rightarrow \sigma_B = -K \sigma_A$

quindi lo stato tensionale totale

$$\sigma = \sigma_A - K \sigma_A = \sigma_A (1 - K)$$

↳ equilibrato

Per il teorema di K. \Rightarrow questa è la soluzione reale e quindi H_p di partenza si conferma esatta

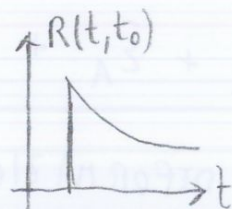
\Rightarrow FINALE $\left\{ \begin{array}{l} \Sigma = \varepsilon_A + \bar{\varepsilon}_A \\ \sigma = \sigma_A (1 - K) \end{array} \right.$

Conclusione del 2° principio : $\left\{ \begin{array}{l} \text{LO STATO DI DEFORMAZIONE NON CAMBIA;} \\ \text{LO STATO DI TENSIONE VARIA IN SIMILITUDINE} \\ \text{A SE STESSO (nel tempo si riduce)} \end{array} \right.$

In una struttura IPERSTATICA le condizioni peggiori si hanno all'inizio poi si migliora nel tempo. lo stato di

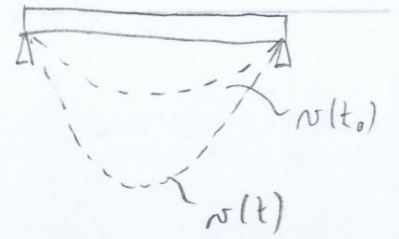
tensione $\sigma_c(t)$ varia con legge di rilassamento R

$$\sigma(t) = \frac{1}{E_{co}} \int_0^t R(t, \tau) d\sigma^{el}(\tau)$$



1° PRINCIPIO → LE DEFORMAZIONI AUMENTANO NEL TEMPO

H_p : CORPO ELASTICO OMOGENEO A VINCOLI RIGIDI in equilibrio con sistema di forze F



LA FRECCIA CRESCE NEL TEMPO
MA LE SOLLECITAZIONI
RESTANO COSTANTI

PARTENZA

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Tensioni } \sigma_a \rightarrow \text{equilibrate} \\ \text{deformazioni } \epsilon_a \rightarrow \text{compatibili e compatibili} \end{array} \right.$

⊕ SISTEMA DI DEFORMAZIONI
IMPRESSE $\bar{\epsilon}_B$

$$\bar{\epsilon}_B = K' \epsilon_a$$

↳ compatibile e compatibile perché
proporzionale a ϵ_a .

↓

$$\epsilon_B = 0, \quad \sigma_B = 0$$

ARRIVO

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_B = 0 \\ \epsilon_B = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \sigma = \sigma_A \\ \epsilon = \epsilon_A + \bar{\epsilon}_B = \epsilon_A (1 + K') \end{array}$$

ISOMORFISMO
deformazioni
possono essere
valutate
elasticamente

ARRIVO → $\left\{ \begin{array}{l} \text{Tensioni rimangono invariate (NON MODIFICA LO STATO DI SOLLECITAZIONE)} \\ \text{stato di deformazione CAMBIA (restando simile a se stesso)} \end{array} \right.$

1° PRINCIPIO → effetto

- ↗ incremento nel tempo degli spostamenti
- ↘ le condizioni peggiorano nel tempo

1° PRINCIPIO: Le deformazioni aumentano nel tempo.

H_p: supponiamo di avere un CORPO ELASTICO OMOGENEO A VINCOLI RIGIDI in equilibrio con un sistema di forze F.

PARTENZA:

sul corpo abbiamo

{ Tensioni σ_A equilibrate
deformazioni $\epsilon_{el,A}$ congruenti e compatibili.

+ SISTEMA DI DEFORM. IMPRESSE $\bar{\epsilon}_B$

$$\bar{\epsilon}_B = k' \epsilon_{el,A}$$

$\bar{\epsilon}_B$, essendo proporzionale a $\epsilon_{el,A}$ sarà anche esso congruente e compatibile

$$\epsilon_B = 0 \quad \sigma_B = 0$$

ARRIVO:
$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{TOT} = \sigma_A \\ \epsilon_{TOT} = \bar{\epsilon}_B + \epsilon_{el,A} = \epsilon_{el,A}(1+k') \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_A \text{ equilibrate} \\ \varepsilon_{el, A} \text{ congruenti e compatibili} \end{array} \right.$$

$$+ \bar{\varepsilon}_B = \kappa' \varepsilon_{el, A}$$

↳ congruenti e compatibili

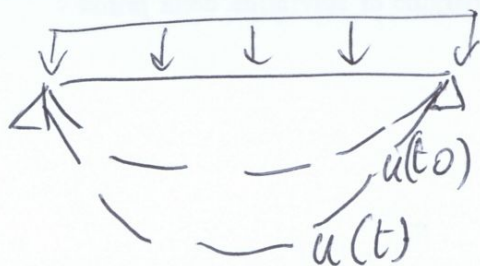
$$\varepsilon_{el, B} = 0$$

$$\sigma_B = 0$$

$$\sigma_{TOT} = \sigma_A \quad \text{STATO TENSIONALE NON VARIA}$$

$$\varepsilon_{TOT} = \varepsilon_{el, A} + \bar{\varepsilon}_B$$

$$= (1 + \kappa') \varepsilon_{el, A} \quad \text{INCREMENTO, VARIATIONE DELLO STATO DEF.}$$



$$\sigma = \text{cost}$$

$$\varepsilon \uparrow \quad u \uparrow$$

$$\sigma(t) = \sigma_{el}(t)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} = E_{co} \frac{\partial \varepsilon_{el}}{\partial \tau}$$

$$\sigma_c(t) = \frac{1}{E_{co}} \int_0^t R(t, \tau) \frac{\partial \varepsilon_{el}}{\partial \tau} d\tau$$

Aurew che nel vincolo nasce una reazione vincolare

$$X_{n+1}(t_0) \neq 0$$

PER IL 1°
PRINCIPIO NON
VARIA NEL TEMPO

E tutte le altre reazioni vincolari subiranno delle variazioni $\Delta X_i(t_0)$.
Altri vincoli si scaricano un po',
reaz. vincolari minori.



Obiettivo: come variano le reazioni vincolari per effetto del fluage.

matematicamente:

quanto vale X_{n+1} al tempo $t = \infty$,
cioè dopo alcuni anni di esercizio.

Per ritornare al caso iniziale (reale),
e avere una reazione vincolare nulla
nel nuovo vincolo, faccio subire
al vincolo $n+1$ un cedimento δ
uguale all'abbassamento provocato
in quel punto del carrier.

In questo modo avrò:

nel vincolo
 $n+1$

$$X_{n+1}(t_0) - X_{n+1}(t_0) = 0$$

A

reaz. dovuta al
carrier, effetto delle

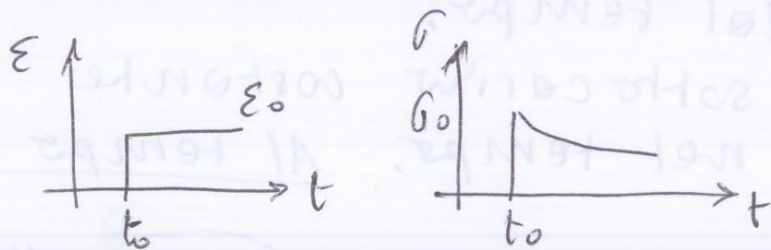
B

Effetto delle deformaz.
imprese
(del cedimento)

valutando considerando questi due t ,
otteniamo:

$$\frac{R(t, t_0)}{E_c} = 0,15 \div 0,30$$

Abbiamo valori minore dell'unità,
poiché il ds è invecchiante, $E \uparrow$ nel
tempo - R , rilassamento, è una
funzione decrescente nel tempo.



$$X_{n+1}(t) = (0,70 \div 0,85) X_{n+1}(t_0)$$

Il valore finale della ^{reazione vincolare} reazione vincolare
nel vincolo $n+1$ è circa il 70-80%
del valore della reazione iniziale nel
vincolo $X_{n+1}(t_0)$

reazione che si genererebbe nel
vincolo $n+1$, inserendolo prima
dell'applicazione del carico.

Incremento della variaz. di reaz. nel tempo

$$d\Delta X_R^{el} [J(t, t_0) - J(t_1, t_0)] E_c$$

$$= \Delta X_R^{el} dJ(\tau, t_0) E_c$$

La derivata la applichiamo esclusivamente alla funzione flouage, poiché è l'unica che varia nel tempo.

ΔX^{el} , E_c non variano.

PER IL SECONDO PRINCIPIO

Moltiplichiamo per la funzione rilassamento:

gli incrementi di reazione variano secondo la legge di rilassamento

$$\Delta X_R^{el} dJ(\tau, t_0) E_c \frac{R(t, \tau)}{E_c}$$

$$= \Delta X_R^{el} dJ(\tau, t_0) R(t, \tau)$$

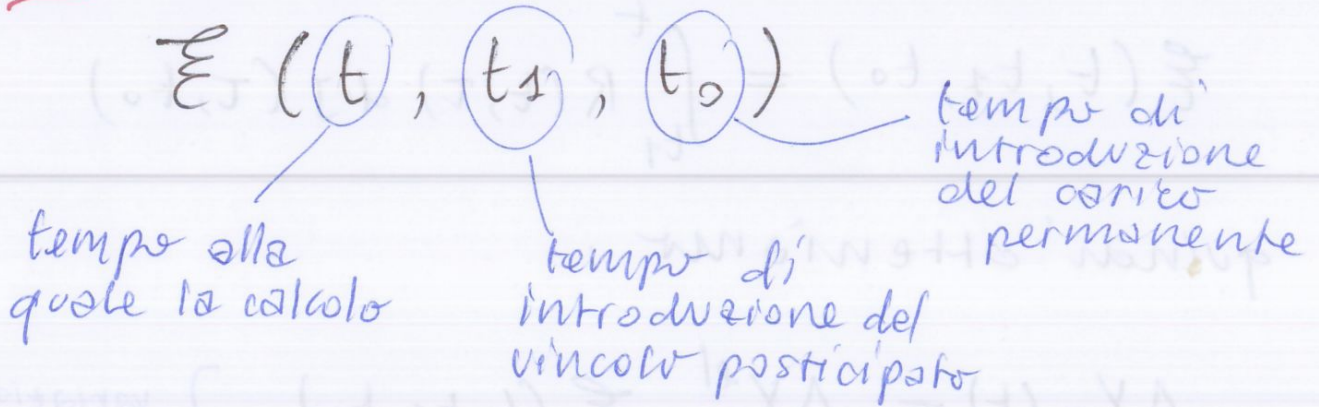
$$\Delta X_S^{el} dJ(\tau, t_0) R(t, \tau)$$

Integriamo dal tempo t_1 a t

$$\Delta X_R(t) = \Delta X_R^{el} \int_{t_1}^t R(t, \tau) dJ(\tau, t_0)$$

$$\Delta X_S(t) = \Delta X_S^{el} \int_{t_1}^t R(t, \tau) dJ(\tau, t_0)$$

⚠ $0 \leq \xi \leq 1$



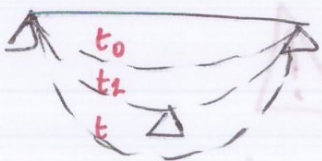
$\xi = 0$ per $t = t_1$

$\xi(\underline{t_1}, t_1, t_0) = \int_{t_1}^{t_1} (\dots) = 0$

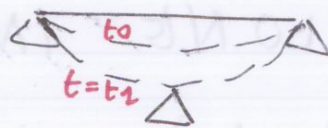
$\xi = 1$ per $t_1 = t_0^-$

$\xi(t, \underline{t_0}, t_0) = \int_{t_0^-}^t (\dots) = 1$

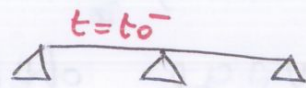
variamo il tempo di introduzione del vincolo posticipato



$t = t_1$



$t_1 = t_0^-$



Per $t_1 = t_0^-$ il vincolo posticipato subisce tutte le def. di fluage. mentre inserendolo al tempo t_1 parte del fluage lo hanno già subito i vincoli pre-esistenti.

5° PRINCIPIO

La struttura è costruita per fasi, e noi andiamo ad inserire dei nuovi VINCOLI POSTICIPATI in istanti diversi a gruppetti.

~~REAZIONE NEL VINCULO POSTICIPATO K^{mo} INTRODOTTO AL TEMPO t_k NELLO SCHEMA K-1^{mo}~~

$$X_K^{(k)}(t) = X_K^{el(k)} \cdot \xi(t, t_1, t_0) \quad t_k \leq t \leq t_{k+1}$$

↓ reazione nel vincolo posticipato calcolabile con il 4° principio

PARTI DA UNO SCHEMA INIZIALE

INIZI AD INTRODURRE DEI VINCOLI POSTICIPATI

ABBIAMO INTRODOTTO IL VINCULO J E POI ABBIAMO AGGIUNTO ULTERIORI VINCOLI SCHEMA con "m" VINCOLI;

ma

il tempo t sullo schema "m" dove ho "m" vincoli quanto vale la reazione che ho nel vincolo posticipato j che era già presente da prima? Io dopo il vincolo j ne ho inseriti tanti altri

$$X_j^{(m)}(t) = \underbrace{X_j^{el(j)} \cdot \xi(t, t_j, t_0)}_{\text{VALORE ELASTICO VALUTATO SULLO SCHEMA J} \times \xi} + \sum_{k=j+1}^m a_{jk}^{(k-1)} X_k^{(k)}(t)$$

↓
contributo calcolabile con il 4° PRINCIPIO

METODO A.A.E.M.

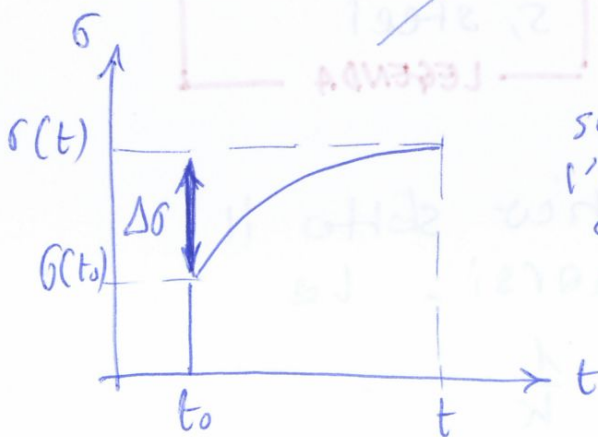
Essendo nota la difficoltà di risolvere l'integrale che mi descrive la storia di deformazione del materiale:

$$\epsilon_c(t) - \epsilon_{cn}(t) = \int_0^t J(t, \tau) \frac{\partial \sigma_c}{\partial \tau} d\tau$$

Il metodo A.A.E.M. mi risolve l'integrale per via numerica.

In che modo?

$$\int_{t_0}^t J(t, \tau) \frac{\partial \sigma_c}{\partial \tau} d\tau = [\sigma(t) - \sigma(t_0)] \mu(t, t_0) J(t, t_0)$$



supponiamo l'andamento delle tensioni e consideriamo come se la variazione $\Delta\sigma$ avvenisse in un istante

è un correttore, tiene conto di come evolve il materiale nel tempo

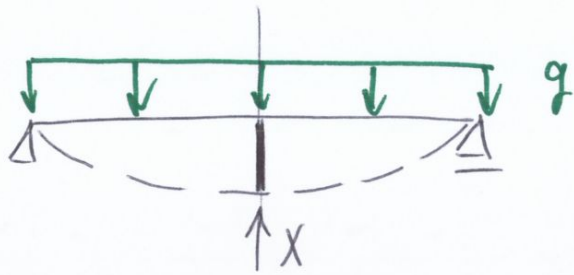
Scrivendo la funzione fluage:

$$J(t, \tau) = \frac{1}{E_c(t)} + \frac{\psi_{28}(t, \tau)}{E_{c28}}$$

def. elastica

def. viscosa

Con l'applicazione del carico avvenuta che la trave tenderà ad inflettersi:



il pilastro reagirà con una forza X

La differenza di spostamenti nel vincolo elastico i (pilastro):

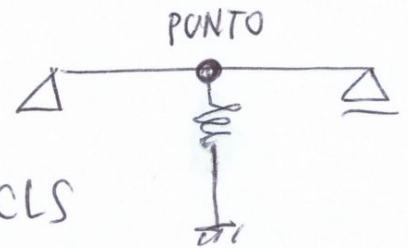
$$\eta_{si}(t) - \eta_{si}(t_0) = -[X_i(t) - X_i(t_0)] a_{si}$$

spostam.
dovuto al
carico

spostamento dovuto
alla rigidità del
pilastro

X , incognite
iperstatiche

Il punto di contatto del pilastro con la struttura appartiene sia alla trave in CLS sia al pilastro in ACCIAIO.

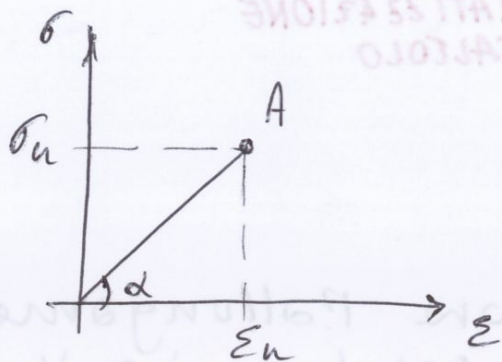


Quindi lo spostamento nella trave in CLS è uguale a quello del pilastro in acciaio.

$$\eta_{si}(t) - \eta_{si}(t_0) = \eta_{ci}(t) - \eta_{ci}(t_0)$$

In base al comportamento meccanico i materiali si classificano in

1) ELASTO - FRAGILI (metallo)



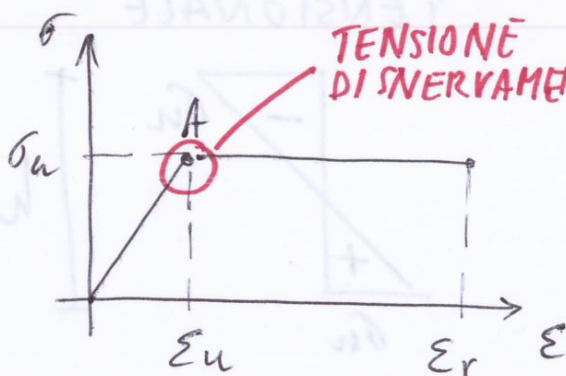
Valle la teoria dell'elasticità
LEGAME LINEARE $\sigma - \epsilon$

A \rightarrow rottura

$$\sigma = E \epsilon$$

$$E = \tan \alpha$$

2) ELASTO - PLASTICI (Acciaio)



TENSIONE DI SNERVAMENTO

comportamento non-lineare

Hooke è valido solo fino ad un determinato valore di tensione (A). Poi il materiale si plasticizza e le deformazioni aumentano con tensione costante.

Il collasso di una struttura di materiale fragile è IMPROVVISO, mentre per un materiale plastico abbiamo