centro appunti
www.centroappunti.it
Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari
Tesi di laurea
Cartoleria e cancelleria
Stampa file e fotocopie
Print on demand
Rilegature

NUMERO: 1215 DATA: 27/10/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Bettale

MATERIA: Fisica I + Riassunti

Prof. Gallerati

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell’autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.
Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTI E NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 50

MOTO UNIDIMENSIONALE

* MOTO RETTILINEO UNIFORME CON VELOCITÀ COSTANTE

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0)$$
$$v(t) = v_0$$
$$a(t) = 0$$

* MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO CON a COSTANTE

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t-t_0)^2$$
$$v(t) = v_0 + a(t - t_0)$$
$$a(t) = a$$

VELOCITÀ MEDIA $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$

VELOCITÀ ISTANTANEA $\lim_{\Delta t \to 0} v_m = \frac{dx}{dt}$ $\quad v(t) = \frac{dx}{dt}$

ACCELERAZIONE MEDIA $a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$

ACCELERAZIONE ISTANTANEA $\lim_{\Delta t \to 0} a_m = \frac{dv}{dt}$ $\quad a(t) = \frac{dv}{dt}$

$$a(t) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$a(x - x_0) = \frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}v_0^2$$

* MOTO VERTICALE

CASO 1

$$v(t) = -gt$$
$$v(x) = \sqrt{2g(h-x)}$$
$$x(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$$
$$t = \sqrt{\frac{2(h-x)}{g}}$$
$$t_{cad} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

CASO 2

$$v(t) = v_1 - gt$$
$$v(x) = \sqrt{v_1^2 - 2g(h-x)}$$
$$x(t) = h - v_1 t - \frac{1}{2}gt^2$$
$$t = -\frac{v_1}{g} \pm \sqrt{\frac{v_1^2}{g^2} + \frac{2(h-x)}{g}}$$
$$t_{cad} = -\frac{v_1}{g} \pm \sqrt{\frac{v_1^2}{g^2} + \frac{2h}{g}}$$

SOLO ⊕

CASO 3

$$v(t) = v_2 - gt$$
$$v(x) = \pm\sqrt{v_2^2 - 2gx}$$
$$x(t) = v_2 t - \frac{1}{2}gt^2$$
$$t(x) = \frac{v_2}{g} \pm \sqrt{\frac{v_2^2}{g^2} - \frac{2x}{g}}$$

XK IL CORPO SALE POI RIDISCENDE

* MOTO RETTILINEO SMORZATO

$$a = -kv$$
$$v(t) = v_0 e^{-kt}$$
$$x(t) = x_0 + \frac{v_0}{k}(1 - e^{-kt})$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 50

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 5 di 50

$$\bar{r}(t) = \bar{r}(t_0) + \int_{t_0} \bar{v}(t)dt$$

$$\bar{a} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dr}{dt}u_r + r\frac{d\theta}{dt}u_\theta\right)$$

★ MOTO CIRCOLARE UNIFORME

$$\theta(t) = \frac{s(t)}{R}$$

VELOCITÀ ANGOLARE $\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{R}\frac{ds}{dt} = \frac{V}{R}$

$\frac{RAD}{s}$

$$\omega(t) = \frac{V}{R} \qquad V = \omega(t) \cdot R$$

ACCELERAZIONE ANGOLARE $\alpha(t) = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{1}{R}\frac{dv}{dt} = \frac{a_t}{R}$

$\frac{RAD}{s^2}$

$$\alpha(t) = \frac{a_t}{R} \qquad a_t = \alpha(t) \cdot R$$

$$\begin{cases} x(t) = R\cos(\theta(t)) \\ y(t) = R\,\text{sen}(\theta(t)) \end{cases}$$

MOTO UNIFORME ($V = cost$) ($a_T = 0$)

SPAZIO PERCORSO (m) $s(t) = s_0 + vt$ → DIVIDO x R

ANGOLO PERCORSO (RAD) $\theta(t) = \theta_0 + \omega t$

SE IL MOTO È UNIFOR. ACCELERATO:

$$s(t) = s_0 + vt + \frac{1}{2}at^2$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

PERIODO: $T = \frac{2\pi R}{V} = \frac{2\pi}{\omega}$

$$V = \frac{2\pi R}{T} = \omega R$$

$$\bar{a} = R\frac{d\omega}{dt}\bar{u}_t + \frac{V^2}{R}\bar{u}_n = \bar{a}_t + \bar{a}_n$$

$$\bar{a}_t = R\frac{d\omega}{dt}$$

$$\bar{a}_n = \frac{V^2}{R} = \omega^2 R$$

$\bar{a}_t = 0$ SE MOTO CIRCOLARE UNIFORME

$1 \text{ GIRO} = 2\pi$

a_T → MODULO VELOCITÀ

a_N → DIREZIONE VELOCITÀ

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 5 di 50

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 7 di 50

INTEGRO $F\,dt = dp$:

TEOREMA DELL'IMPULSO:

$$\bar{J} = \int_{t_0}^{t} \bar{F}\,dt = \int_{p_0}^{p} d\bar{p} = \bar{p} - \bar{p}_0 = \Delta\bar{p}$$

$$\bar{R} = \sum_{i=1}^{n} \bar{F}_i \qquad \bar{a} = \sum_{i=1}^{n} \bar{a}_i \quad \text{se } m = k$$

CONDIZIONI DI EQUILIBRIO STATICO: $\bar{R} = \sum_{i=1}^{n} \bar{F}_i = 0$

REAZIONI VINCOLARI: $\bar{P} + \bar{N} = 0$ se —
$\bar{N} - P_y = 0$ se \

FORZE ← GRAV, ELETTR, N. DEBOLE, N. FORTE

MOT RETT. UNIF	MOTO UNIF. ACC	MOTO VARIO / CURVO
$\bar{v} = k = \bar{v}_0$	$\bar{v} = \bar{v}_0 + \bar{a}t$	$\bar{v} = \bar{v}_t + \bar{v}_n$
$\bar{a} = 0$	$\bar{a} = k$	$\bar{a} = \bar{a}_t + \bar{a}_n$
$\bar{F} = 0$	$\bar{F} = m\bar{a}$	$\bar{F} = m\bar{a}_t + m\bar{a}_n = \bar{F}_n + \bar{F}_t$
	$\bar{a} \parallel \bar{F}$	$\bar{F}_n$: VARIA DIREZIONE ✓; $\bar{F}_t$: VARIA MODULO ✓

FORZA PESO $P = m\bar{g}$ $\quad P_x = P\sin\vartheta$, $P_y = P\cos\vartheta$ } DIPENDE DA DOV'È ϑ

$1\,kg_{PESO} = 9{,}8\,N = 1\,kg \cdot 9{,}8\,m/s^2$

$1\,N = 1\,hg_{PESO}$

CASO STATICO	CASO DINAMICO
$\bar{N} + \bar{P} = 0$	$\bar{N} + \bar{P} = m\bar{a}$
$\bar{N} = -m\bar{g}$	$\bar{N} = m(\bar{a} - \bar{g})$
(PAVIMENTO)	(ascensore)

ATTRITO STATICO e DINAMICO $\quad 0 \leq F_{as} \leq \mu_s \bar{N}$

$\mu_s > \tan\vartheta$: EQ STATICO | DINAM: $F_S > \mu_s\bar{N} \Rightarrow F_{aD}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 7 di 50

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 9 di 50

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\sin\theta = 0$$ valida piccole di θ $\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \ldots \rightarrow \sin\theta = \theta$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0$$ MOTO ARMONICO SEMPLICE

$\omega^2 = \frac{g}{L}$; $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ PULSAZIONE (NO $\bar{\omega}$) $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ PERIODO

SOLUZIONE EQ. DIFF:

$\theta = \theta_0 \sin(\omega t + \varphi)$ posizione $\rightarrow S = L\theta_0 \sin(\omega t + \varphi)$

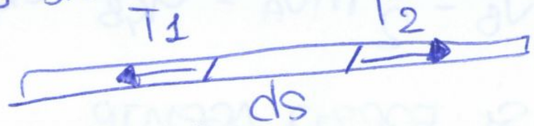
$\bar{\omega} = \theta_0 \omega \cos(\omega t + \varphi)$ velocità $\rightarrow V_T = \frac{ds}{dt} = L\omega\theta_0 \cos(\omega t + \varphi$

$\bar{\alpha} = -\theta_0 \omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$ accelerazione

(arco cerchio $= S$)
(veloc. tang $= V_T$)

TENSIONE FILI

* CASO STATICO



$T_1 - T_2 = 0$

$\boxed{T_1 = T_2}$

TUTTA LA FORZA SULLA FUNE È COSÌ (FORZE =)

* CASO DINAMICO

$T_1 - T_2 = ma$ c'è un' accelerazione. una forza è > dell'altra

$T_1 = T_2 + ma$

ma $m \simeq 0$ MASSA FILO TRASCURABILE

$\boxed{T_1 = T_2}$

- TUTTI I FILI SONO IDEALIZZATI HANNO LA STESSA TENSIONE
- LA TENSIONE ATTRAVERSO IL FILO RIMANE COSTANTE! (FILO IN QUALSIASI SITUAZ: RETTA, CARRUCOLA...)

LAVORO

(FORZA E SPOSTAMENTO DEVONO ESSERE // $\rightarrow dL = F dx$)

generale:

$dL = \bar{F} \cdot d\bar{s} = F\cos\theta \, ds$ $F_T = F\cos\theta$

$L_{A\rightarrow B} = \int_A^B F ds = \int_A^B F\cos\theta ds = \int_A^B F_T ds$

$L > 0$: $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ $\longrightarrow$ LAVORO MOTORE (POSITIVO)

$L = 0$: $\pi > \theta > \frac{\pi}{2}$

$L < 0$ $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\bar{F} \perp \bar{S} \rightarrow$ LAVORO RESISTENTE (NEGATIVO)

unità di misura: Joule

$(dL = F ds = F_T ds = mv dv)$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 9 di 50

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 11 di 50

LAVORO FORZA ELASTICA

$$F = -kx\bar{u}_x$$

$$L_{AB} = \int_A^B -kx\cancel{\bar{u}_x} \cdot dx\cancel{\bar{u}_x} = \int_A^B -kx\,dx$$

$$= -\left(\frac{1}{2}kx_B^2 - \frac{1}{2}kx_A^2\right) = -\Delta E_p$$

$E_p = \frac{1}{2}kx^2$ ENERGIA POTENZIALE ELASTICA (x: GENERICO PUNTO)

LAVORO FORZA D'ATTRITO RADENTE

$$F_{ad} = -\mu_d N \bar{u}_v$$

$$L_{AB} = \int_A^B -\mu_d N \cancel{\bar{u}_v}\, d\bar{s} = -\mu_d N \int_A^B d\bar{s}$$

NON SI PUÒ RISOLVERE L'INTEGRALE

FORZE CONSERVATIVE E NON (= DISSIPATIVE)

- DISSIPATIVE = NON POSS. ESSERE SCRITTE CON DIFFERENZA DI E. POT.
  DIPENDONO DAL PERCORSO FATTO
  UNA PARTE DELL'ENERGIA CINETICA VIENE DISSIPATA IN CALORE / VALE CMQ IL T. DI E_k : $L_{AB} = \Delta E_k$

  ex: LAVORO F. ATTRITO $L_{AB} = -\mu_d N \int_A^B d\bar{s}$

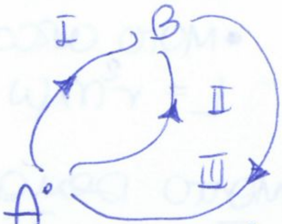
- CONSERVATIVE
  SI SCRIVONO COME DIFFERENZA DI ENERGIA POTENZIALE
  NON DIPENDONO DALLA TRAIETTORIA DEL PUNTO MATERIALE

  ex: LAVORO F. PESO $L_{AB} = -(mgy_B - mgy_A) = -\Delta E_p$

  LAVORO F. ELASTICA $L_{AB} = -\left(\frac{1}{2}kx_B^2 - \frac{1}{2}kx_A^2\right) = -\Delta E_p$

  $\left(E_p = mgy \;,\; E_p = \frac{1}{2}kx^2\right)$ ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE ED ELASTICA

  SI SCEGLIE IL PERCORSO PIÙ COMODO



- $L_{AB} = \int_A^B (F\,ds)_I = \int_A^B (F\,ds)_{II}$
- $L_{AB} = \int_A^B (F\,ds)_I = -\int_A^B (F\,ds)_{III}$ SENSO INVERTITO
- $\int_A^B (F\,ds)_I + \int_A^B (F\,ds)_{III} = 0$ LUNGO UN QUALSIASI PERCORSO CHIUSO IL LAVORO È NULLO (L'ENERGIA SI CONSERVA)

ENERGIA POTENZIALE

$L_{AB} = -\Delta E_p$ DIPENDE DALLA FORZA A CUI SI RIFERISCE!

. VIENE DEFINITA A MENO DI UNA k ...

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 11 di 50

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 13 di 50

* TEOREMA DEL MOMENTO ANGOLARE

$\bar{L} = \bar{r} \times \bar{p} = \bar{r} \times m\bar{v}$ DERIVO RISPETTO AL TEMPO (SE IL POLO È FERMO)

$$\frac{d\bar{L}}{dt} = \frac{d\bar{r}}{dt} \times m\bar{v} + r \times m\frac{d\bar{v}}{dt} = \cancel{\bar{v} \times m\bar{v}} + r \times m\bar{a} = r \times \bar{F}$$

$$\boxed{\frac{d\bar{L}}{dt} = \bar{M}}$$

LA DERIVATA DEL MOMENTO ANGOLARE RISPETTO AL TEMPO È = AL MOMENTO DELLA FORZA (SE RIFERITI ALLO STESSO POLO DI 1 SIST. FISSO)

* CONSERVAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE

- SE $\bar{F} = 0$
- SE $\bar{r} \parallel \bar{F}$

$\Rightarrow \frac{dL}{dt} = 0,\ M = 0 \Rightarrow L = \text{cost}$

* TEOREMA DEL MOMENTO DELL'IMPULSO

$$d\bar{L} = \bar{M}dt \rightarrow \int d\bar{L} = \int \bar{M}dt$$

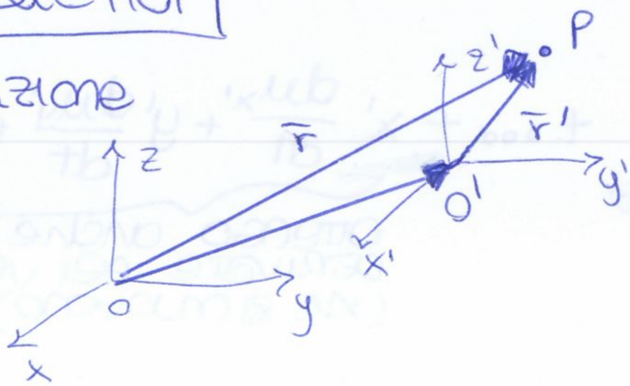
$$\rightarrow L_{fin} - L_{iniz} = \int_0^t \bar{M}dt = \int_0^t \bar{r} \times F dt = \int_0$$

$$\Delta L = r \times \int_0^t F dt = r \times \bar{J}$$

$\boxed{\Delta L = r \times \bar{J}}$ LA VARIAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE È = AL MOMENTO DELL'IMPULSO APPLICATO NEL PUNTO

MOTI RELATIVI

- TRASLAZIONE



$\bar{r}$ POSIZIONE DI P RISPETTO A Oxy

$\bar{r}'$ POSIZIONE DI P RISPETTO A O'x'y'

$$\bar{r} = \bar{r}' + \overline{OO'}$$

$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{d\bar{r}'}{dt} + \frac{d\overline{OO'}}{dt} = \bar{v}' + \bar{v}_{OO'}$$ = VELOCITÀ RELATIVA ⊕ VELOCITÀ DI TRASCINAMENTO

$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt}$ $\quad \bar{v}' = \frac{d\bar{r}'}{dt}$ $\quad \bar{v}_{OO'} = \frac{d\overline{OO'}}{dt}$

VELOCITÀ P DEL RIF. MOBILE (ex: V PALLINA)

VELOCITÀ DEL SISTEMA MOBILE RISPETTO A QUELLO FISSO (ex: VELOCITÀ ORGANISMO che scende)

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 13 di 50

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 15 di 50

$\bar{v} = \bar{v}_R + \bar{v}_T$ VELOCITÀ RELATIVA ⊕ VELOCITÀ TRASCINAMENTO

$\bar{v}_R = \bar{v}'$

$\bar{v}_T = \bar{v}_{OO'} + \bar{\omega} \times \bar{r}'$ (SE $\omega = 0$ IL SISTEMA NON RUOTA)

(SE $\omega = 0$ E $v_{OO'} = 0$) ALLORA $v = v'$: IL SIST. È FISSO, LO STESSO.

STESSI CALCOLI X L'ACCELERAZIONE

$$a = a' + \underbrace{a_{OO'} + \omega \times (\omega \times r') + \frac{d\omega}{dt} \times r'}_{a_T \text{ : TRASCINAMENTO}} + \underbrace{2\omega \times v'}_{a_c}$$

a_T : TRASCINAMENTO TRASLAZIONE ⊕ ROTAZIONE

a_c ACCELERAZIONE DI CORIOLIS

(SE $\omega = 0$ IL SISTEMA NON RUOTA) $a = a' + a_{OO'}$ $\quad a = a' + a_T + a_c$

LA FORZA

$$ma' = F - ma_T - ma_c$$

SISTEMI DI PUNTI

F. INTERNE : $F_{i,j} = F_{j,i} \longrightarrow \Sigma F_{i,j} = 0$

F. ESTERNE : $F_i^{(e)}, F_j^{(e)} \longrightarrow \Sigma F_i^{(e)} = R^{(e)}$

ACC : $a_i = \frac{F_i}{m_i} = \frac{F_{INT+EST}}{m_i}$

Q MOTO : $P = \sum_i p_i = \sum_i m_i v_i = (\sum_i m_i) v_{CM} = M \cdot v_{CM}$

E. CIN : $E_k = \sum_i E_{k_i} = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2$

CENTRO DI MASSA : $r_{CM} = \frac{\sum_i m_i \bar{r}_i}{\sum_i m_i}$ PUNTO GEOMETRICO LA CUI POSIZIONE È INDIVIDUATA DAL RAGGIO VETTORE

POSIZIONE CM : $x_{CM} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\Sigma m_i}$; $y_{CM} = \frac{\sum_i m_i y_i}{\Sigma m_i}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 15 di 50

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 17 di 50

SISTEMI DI PARTICELLE

F.I. : $F_{i,j} = F_{j,i} \Rightarrow \sum_{i,j} F_{i,j} = 0$

F.E. : $F_i^{(e)}, F_j^{(e)} \Rightarrow \sum_i F_i^{(e)} = R^{(e)}$

x il sec. principio dinamica:

$a_j = \frac{F_j}{m_j}$ con $F_j = FI + FE$

quantità moto <
- $p_i = m_i v_i$ di un punto
- $P_{TOT} = \sum_i m_i v_i$ del sistema

energia cinetica <
- $E_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2$ di un punto
- $E_{TOT} = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2$ del sistema

centro di massa

$r_{CM} = \frac{\sum_i m_i r_i}{\sum_i m_i}$ < $x_{CM} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum m_i}$, $y_{CM} = \frac{\sum_i m_i y_i}{\sum_i m_i}$

la q. di moto totale del sistema è = alla q. di moto del centro di massa

$v_{CM} = \frac{dr_{CM}}{dt} = \frac{\sum_i m_i v_i}{\sum_i m_i} = \frac{P_{TOT}}{M} \Rightarrow P_{TOT} = (\sum_i m_i)\bar{v}_{CM} = \bar{p}_{CM}$

$a_{CM} = \frac{dv_{CM}}{dt} = \frac{\sum_i m_i a_i}{\sum_i m_i} = \frac{F_{TOT}}{M} \Rightarrow \sum_i F_i = M\bar{a}_{CM}$ secondo principio della dinamica x un sistema

$\Rightarrow R^{(e)} = M a_{CM}$ teorema del moto del centro di massa

ma $\sum_i m_i dv_{CM} = dP \Rightarrow R^{(e)} = \frac{dP}{dt}$ conservazione della quantità di moto

se le forze esterne si annullano a vicenda $\Leftrightarrow R^{(e)} = 0$, $\frac{dP}{dt} = 0$, $P = cost$

momento angolare $L = r \times p = r \times mv$

momento di forza $M = r \times F = r \times ma$

vecchio teorema del momento angolare $\frac{dL}{dt} = M$ e conservazione del momento angolare $M = 0$, $\frac{dL}{dt} = 0$ $\Rightarrow L = cost$

x un sistema

$\boxed{\sum\text{: somme vettoriali}}$

momento angolare <
- $L_i = r_i \times p_i = r_i \times m_i v_i$ di un punto
- $L_{TOT} = \sum r_i \times m_i v_i$ del sistema

momento totale delle forze esterne $M^{(e)} = \frac{dL}{dt}$ xk $\frac{dL}{dt} = \sum_i r_i \times F_i^{(e)}$ se il polo x il calcolo dei momenti è fisso.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 17 di 50

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 19 di 50

TEOREMA DI KONIG DEL MOMENTO ANGOLARE
(IMPO x L'ORALE)

MOMENTO ANGOLARE TOTALE RISPETTO a O

$$L_O = \sum_i r_i \times m_i v_i$$

MA $\begin{cases} r_i = r_i' + r_{CM} \\ v_i = v_i' + v_{CM} \end{cases}$ SOSTITUISCO

$$L_O = \sum_i (r_i' + r_{CM}) \times m_i (v_i' + v_{CM})$$

SVOLGO PRODOTTO VETTORIALE (P. DISTRIBUTIVA)

$$L_O = \overset{①}{r_{CM} \times \underbrace{\sum_i m_i v_i'}_{=0}} + \overset{②}{r_{CM} \times \sum_i m_i v_{CM}} + \overset{③}{\sum_i m_i r_i' \times v_i'} + \overset{④}{\underbrace{\sum_i m_i r_i'}_{=0} \times v_{CM}}$$

① = 0
④ = 0

PRIMA INFATTI ABBIAMO DETTO CHE $\begin{cases} \sum_i m_i v_i' = 0 \\ \sum_i m_i r_i' = 0 \end{cases}$

② $r_{CM} \times \sum_i m_i v_{CM} = r_{CM} \times P$ MOMENTO ANGOLARE RISPETTO ALL'O DEL SIST. INERZIALE DI UN PUNTO COINCIDENTE CON CM

PUNTO CON MASSA = M TOTALE
VELOCITÀ = V_{CM}

③ $\sum_i m_i r_i' \times v_i'$ = MOMENTO ANGOLARE RISPETTO AL CM $= L'$

$$L_O = r_{CM} \times P + \sum_i m_i r_i' \times v_i' =$$

$$L_O = L_{CM} + L'$$

Il momento angolare del sistema si può scrivere, nel sistema di riferimento inerziale, come somma del momento angolare dovuto al moto del centro di massa e del momento angolare del sistema rispetto al sistema del centro di massa

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 19 di 50

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 21 di 50

TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA

LAVORO

DEFINIZ: $dW_i = \bar{F}_i \, d\bar{r}_i = F_i^{(e)} d\bar{r}_i + F_i^{(INT)} d\bar{r}_i$

$dW_i = dW_i^{(e)} + \underbrace{dW_i^{(INT)}}$

$\Sigma F_i^{(I)} = 0$

$\updownarrow$

$dW_i^{(I)} \neq 0$

XK IL LAVORO DIPENDE DALLA DISTANZA DELLE PARTICELLE CHE CAMBIA SEMPRE!!

$= F_{i,J} d\bar{r}_J + F_{J,i} d\bar{r}_i$

$= F_{i,J}(d\bar{r}_J - d\bar{r}_i)$

$= F_{i,J}(d\bar{r}_{i,J})$

IL LAVORO DELLE FORZE INTERNE E' PARI ALL'INTERAZ TRA LE 2 PARTICELLE PER LA DISTANZA TRA ESSE $(\bar{r}_{i,J})$

E' $\neq 0$!!!

XK I PUNTI CAMBIANO POSIZIONE!

CALCOLIAMO:

$$dW_i = \bar{F}_i d\bar{r}_i = m_i \bar{a}_i d\bar{r}_i = m_i \frac{d\bar{v}_i}{dt} d\bar{r}_i = m_i d\bar{v}_i \frac{d\bar{r}_i}{dt} =$$

$= \bar{v}_i$

$$= m_i d\bar{v}_i \bar{v}_i$$

INTEGRO

$$\int_A^B d\bar{W}_i = \int_A^B m_i \cdot \bar{v}_i \cdot d\bar{v}_i = \left[\frac{1}{2} m_i \bar{v}_i^2\right]_A^B$$

$$W = \sum_i \frac{1}{2} m_i \bar{v}_{i,B}^2 - \sum_i \frac{1}{2} m_i \bar{v}_{i,A}^2 = \Delta E_K$$

$$W = E_K(B) - E_K(A) = E_P(A) - E_P(B)$$

$\Downarrow$

X LE FORZE CONSERVATIVE VALE:

$$E_{K,A} + E_{P,A} = E_{K,B} + E_{P,B} = \text{cost}!$$

$$E_{M,A} = E_{M,B} = \text{cost}!$$

CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA

X LE FORZE NON CONSERVATIVE VALE:

$$W_{NC} = (E_{K,B} + E_{P,B}) - (E_{K,A} + E_{P,A})$$

$$W_{NC} = \Delta E_M$$

NO CONSERVZ. E.MECC XK ALCUNE ENERGIE VENGONO DISSIPATE

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 21 di 50

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 23 di 50

- COMPONENTI DEL MOMENTO ANGOLARE

* $L_z = L_i \operatorname{sen}\theta_i = m_i R_i^2 \omega$

$L_z = \sum_i L_{iz} = I_z \omega$

MOMENTO D'INERZIA:

xke $I_z = \sum_i m_i R_i^2 = \sum_i m_i (x_i^2 + y_i^2)$

UNITÀ MISURA: $kg \cdot m^2$

* $L_\perp = L_i \cos\theta_i = 0$ se l'asse di rotazione è anche asse di simmetria!

$$\begin{cases} L_z = I_z \omega \\ L_\perp = 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{L = I_z \omega}$$

- in relazione con il momento delle forze (da $M = \frac{dL}{dt}$)

$\boxed{M = I_z \alpha}$ ⇒ EQUAZIONE DEL MOTO DI ROTAZIONE

- energia cinetica x la rotazione

(caso discreto) Σ $\quad E_{K TOT} = \frac{1}{2}\omega^2 I_z \quad$ xke $I_z = \sum_i m_i R_i^2$!

(caso continuo) $\int$ $\quad E_{K TOT} = \frac{1}{2}\omega^2 I_z \quad$ xke $I_z = \int_{massa} dm R^2$!

- in relazione con il momento angolare:

$\boxed{E_K = \frac{1}{2}\frac{L^2}{I_z}}$

- in relazione con il lavoro: $\quad dW = I_z \alpha \, d\theta$

$W = \Delta E_K$ (teorema dell'E. cinetica) $\to dW = dE_K$ derivo...

$\boxed{dW = M_z d\theta}$ → il lavoro prodotto x mettere in rotazione un corpo rispetto a un asse è il lavoro prodotto dalla risultante dei momenti delle forze

$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M_z d\theta$

- e la potenza associata:

$P = \frac{dW}{dt} \to \boxed{P = M_z \omega}$

- momento d'inerzia:

(caso discreto) $\quad I = \sum_i R_i^2 m_i$

(caso continuo) $\quad I = \int R^2 dm$

dipende dalle masse, dalla distanza delle massa dall'asse di rotazione, da come è distribuita la massa attorno all'asse di rot.

$W = \int M_z d\theta$

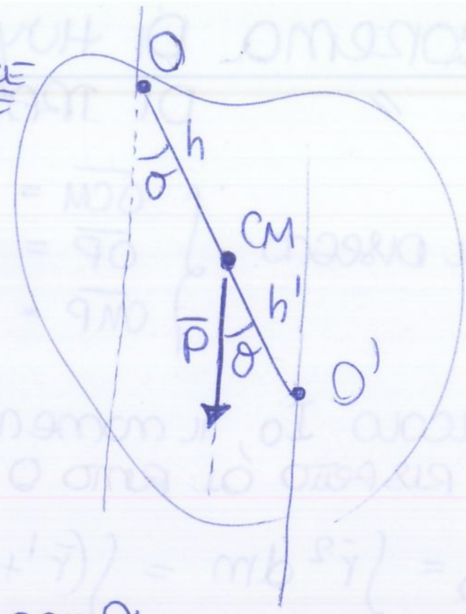
$P = M_z \omega$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 23 di 50

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 25 di 50

PENDOLO COMPOSTO / PENDOLO FISICO

QUALSIASI CORPO RIGIDO CHE PUÒ OSCILLARE X L'AZIONE DEL SUO PESO IN UN PIANO VERTICALE ATTORNO A UN'ASSE ORIZ. NON PASSANTE X IL CM.



• MOMENTO DELLA FORZA PESO

$\bar{M} = \bar{r} \times m\bar{g}$

MODULO: $\boxed{M = -mgh\,sen\theta}$

XK $r = h\,sen\theta$

(MOMENTO GENERATO DALLA FORZA PESO X FAR TORNARE IL PENDOLO ALLA POSIZIONE DI EQUILIBRIO)

• EQUAZIONE DELLA DINAMICA:

$\Sigma\bar{M} = I_z\bar{\alpha}$ MA $M = -mgh\,sen\theta$...

CON $sen\theta$ APPROSSIMABILE A θ

$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgh}{I_z}\theta = 0}$$ EQUAZIONE DEL MOTO ARMONICO

SOLUZIONE: $\boxed{\theta(t) = \theta_0 \, sen(\Omega t + \phi) \quad \text{con } \Omega = \sqrt{\frac{mgh}{I_z}}}$

PERIODO: $\boxed{T = \frac{2\pi}{\Omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \text{con } l = \frac{I_z}{mh}}$ LUNGH. RIDOTTA

$$l = \frac{I_z}{mh} = \frac{I_c + mh^2}{mh} = \frac{I_c}{mh} + h = h' + h \Rightarrow h' = \frac{I_c}{mh}$$

$$\Rightarrow I_c = h'mh$$

$$l' = \frac{I'_z}{mh'} = \frac{I_c + mh'^2}{mh'} = \frac{I_c}{mh'} + h'$$ SOSTITUISCO I_c

$$l' = \frac{h'\cancel{m}h}{\cancel{m}\cancel{h'}} + h' = h + h'$$

$\boxed{l = l'}$ I 2 ASSI PASSANTI X O E O' SI CHIAMANO ASSI RECIPROCI

IL PERIODO DI OSCILLAZIONE ATTORNO A 2 ASSI RECIPROCI È LO STESSO, XK LA LORO LUNGHEZZA RIDOTTA È LA STESSA.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 25 di 50

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 27 di 50

x vincere il momento dell'attrito volvente si deve applicare una forza di trazione:

$$F \geq \frac{\mu_v m g}{r}$$

- momento dell'impulso: $\bar{M} = \bar{r} \times \bar{J} = \Delta \bar{L}$ con $J = \int F dt$ (quando F non è cost)

- corpo rigido libero

$$\begin{cases} R = m a_{CM} \\ M = \frac{dL}{dt} \end{cases}$$

se $M = 0 \rightarrow L = \text{cost}$

ma $L = I\omega$

$$\boxed{L = \text{cost} \not\Rightarrow \omega = \text{cost}}$$

$\omega = \text{cost} \Leftrightarrow$ la rotazione avviene attorno ad un asse passante x il CM o // a quest'ultimo

- legge di conservazione del moto di un corpo rigido

$\bar{P} = m\bar{v}_{CM}$ se $R^{(e)} = 0$, $\bar{P} = \text{cost}$, CM = moto rett. unif.

IN UN CORPO RIGIDO LE FORZE SONO SOLO ESTERNE!

se $R^{(e)} = 0$, $M^{(e)} = 0$

conservazione:

- quantità di moto

$$R = \frac{dp}{dt}$$

- momento angolare

$$M = \frac{dL}{dt}$$

$$\cancel{L = \text{cost} \Leftrightarrow \omega = \text{cost}}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 27 di 50

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 29 di 50

GRAVITAZIONE

LEGGI KEPLERO (EMPIRICAMENTE)

1. ORBITE ELLITTICHE
2. $\frac{dA}{dt} = cost$
3. $T^2 = k r^3$

LEGGE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE (TEORICAMENTE)

$$\overline{F}_G = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \overline{u}_r$$

FORZA CENTRALE RADIALE VERSORE USCENTE

DIMOSTRAZIONE

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{L}{2m}$$

CIRCO $\Rightarrow r = k$

$\Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = k \Rightarrow$ FORZA CENTRIPETA

$$F_C = m a_C = m \frac{v^2}{r} = m \omega^2 r = m \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$$

3 LEGGE DI KEPLERO

$$F_C = m \frac{4\pi^2}{k r^{\cancel{3}\,2}} \cancel{r} = m \frac{4\pi^2}{k r^2} \Rightarrow F(r) \propto \frac{1}{r^2}$$

FORZA DEL SOLE SULLA TERRA

$$F_{S,T} = \frac{4\pi^2}{k_T} \cdot \frac{m_T}{r^2}$$

FORZA DELLA TERRA SUL SOLE

$$F_{T,S} = \frac{4\pi^2}{k_S} \cdot \frac{m_S}{r^2}$$

3 PRINCIPIO DINAMICA

$$\frac{\cancel{4\pi^2}}{k_T} \frac{m_T}{\cancel{r^2}} = \frac{\cancel{4\pi^2}}{k_S} \cdot \frac{m_S}{\cancel{r^2}} \Rightarrow k_S \cdot m_T = m_S \cdot k_T$$

SOSTITUISCO

$$F_{T,S} = \frac{4\pi^2}{k_T} \cdot \frac{m_T}{r^2} = \frac{4\pi^2}{m_S k_T} \cdot \frac{m_T m_S}{r^2} = \gamma \frac{m_T m_S}{r^2} \;!$$

$$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$$

x LA FORZA PESO

$$\overline{P} = \left(-\gamma \frac{m_T}{r^2}\right) m = \overline{g} \cdot m$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 29 di 50

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 31 di 50

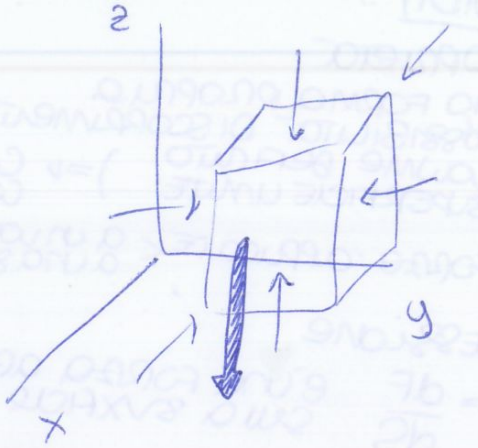
$\Phi = 4\pi\gamma \sum_{i=1}^{n} m_i$ $\longrightarrow$ LA DIPENDENZA DEL CAMPO È DEL TIPO $1/r^2$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 31 di 50

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 33 di 50

- EQUILIBRIO STATICO

CUBO INFINITESIMO
SU OGNI FACCIA (6) C'È UNA PRESSIONE



QUIETE $\Leftrightarrow F_p + F_V = 0$

FORZE PRESSIONE — FORZE VOLUME (EX FORZA PESO)

- RISULTANTE FORZE PRESSIONE

$$R_z = p(z)\,dS - p(z+dz)\,dS$$

$$R_z = dS\left[\,p(z) - p(z+dz)\right] \quad \text{TAYLOR}$$

$$R_z = dS\left[p(z) - \left[p(z) + \frac{\partial p}{\partial z}dz\right]\right] = dS\left[\cancel{p(z)} - \cancel{p(z)} - \frac{\partial p}{\partial z}dz\right] =$$

$$R_z = -\frac{\partial p}{\partial z}\,dS\,dz = -\frac{\partial p}{\partial z}\,dV$$

- FORZA VOLUME

$$dF = f_z\,dm = f_z\,\rho\,dV$$

(ex. FORZA PESO $dF = \bar{g}\,dm = \bar{g}\,\rho\,dV$)

TORNANDO ALL'EQ:

$$F_p + F_V = -\frac{\partial p}{\partial z}dV + f_z\rho\,dV = \cancel{dV}\left(f_z\rho - \frac{\partial p}{\partial z}\right) = 0$$

$$\boxed{f_z\rho = \frac{\partial p}{\partial z}}$$

IDEM SULLE ALTRE DIREZIONI $\quad \frac{\partial p}{\partial x} = f_x\rho \;;\; \frac{\partial p}{\partial y} = f_y\rho$

$$\Rightarrow \nabla p = \text{grad}\,p = \bar{f}\rho$$

DERIVATE PARZIALI DELLA PRESSIONE $= \bar{f}\rho$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 33 di 50

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 35 di 50

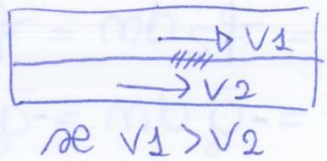
- VISCOSITÀ

SCORRIMENTO DI ELEMENTI DI FLUIDO ⟷ FORZA DI ATTRITO INTERNO che si oppone

$$dF = \mu \, dS \, \frac{d\bar{v}}{d\bar{n}}$$

VARIAZIONE VELOCITÀ IN DIREZIONE ⊥ A dS

VISCOSITÀ FLUIDO — AREA CONTATTO



se $V_1 > V_2$

$\leftarrow F_2$

$F_1 \rightarrow$

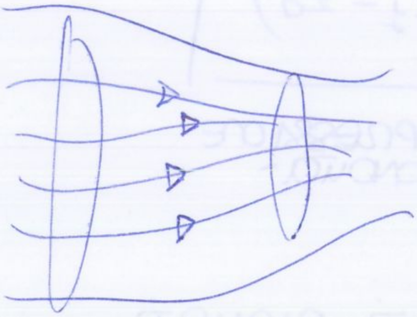
DIPENDE DA T' E DAL TIPO DI FLUIDO
- LIQUIDI ↑T ↓μ
- GAS ↑T ↑μ

- FLUIDI IDEALI

NON COMPRIMIBILE $\rho = \text{cost}$

NON VISCOSO $\mu = 0$

- MOTO FLUIDO



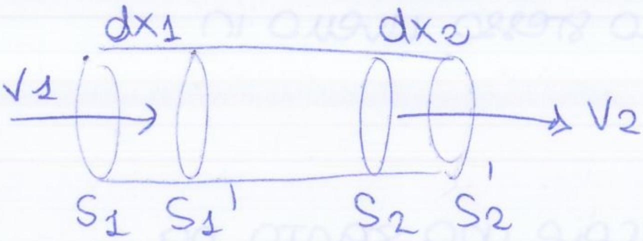
LINEE DEL CAMPO DI VELOCITÀ

REGIME STAZIONARIO: $V(t) = \text{cost}$

" NON STAZIONARIO: TRANSIENTE O TURBOLENTO

$$\rho_1 V_1 S_1 = \rho_2 V_2 S_2$$

$$\rho V S = \text{cost} = \text{PORTATA MASSICA DEL FLUIDO}$$



FLUIDO INCOMPRIMIBILE:

$$dm_1 = \rho_1 S_1 dx_1$$

$$dm_2 = \rho_2 S_2 dx_2$$

FLUIDI CON = O ≠ DENSITÀ: $m = \frac{dm_1}{dt} = \rho_1 S_1 \frac{dx_1}{dt} = \rho_1 S_1 V_1$

FLUIDI CON = DENSITÀ: $V_1 S_1 = V_2 S_2$

$$VS = \text{cost} = \text{PORTATA VOLUMICA DEL FLUIDO}$$

DOVE AUMENTA LA SEZIONE, LA VELOCITÀ DIMINUISCE E VICEVERSA

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 35 di 50

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 37 di 50

TERMODINAMICA | BILANCIO ENERGETICO COMPRESSIVO

DEF:

- SISTEMA TERMODINAMICO: APERTO (EN. MAT) / CHIUSO (EN) / ISOLATO
- AMBIENTE:
- UNIVERSO TERMODINAMICO: S.T. + AMBIENTE
- VARIABILI TERMODINAMICHE < ESTENSIVE / INTENSIVE ⇒ SE SONO COST NEL TEMPO = SIST. IN EQUILIBRIO
- STATO SISTEMA - LEGGI - EQUAZIONE
- EQUILIBRIO < MECCANICO / CHIMICO / TERMICO $T_A = T_B$ } EQ. STATO $f(p, V, t) = 0$
- TRASF. TERMODINAMICA: (A,B DI EQUILIBRIO)
- PRINCIPIO DELL' EQ. TERMICO

[SE A e B SONO IN EQUILIBRIO TERMICO CON C, ALLORA A e B SONO IN EQUILIBRIO TERMICO TRA LORO.

- PARETI < DIATERMICHE: A/B GIUNGONO ALL' EQ. TERMICO / ADIABATICHE: NO CONTATTO CON L'ESTERNO, NO SCAMBIO DI CALORE
- MISURARE LA T TROVANDO UNA GRANDEZZA X CHE DIPENDA DA T IN MODO LINEARE (LUNGHEZZA / RESISTENZA ELETTRICA / PRESSIONE)

+

PUNTO FISSO CAMPIONE È IL PUNTO TRIPLO DELL' H_2O: $T = 273{,}16\,K = 0{,}01\,°C = 32{,}02\,°F$

$$\boxed{C° = K - 273{,}15}$$

$$\boxed{F° = \tfrac{9}{5} K - 459{,}67}$$

$0\,K = -273{,}15\,°C = -459{,}67\,°F$

JOULE

ESPERIMENTI x VERIFICARE I POSSIBILI EFFETTI TERMICI DI UN LAVORO MECCANICO

1.
- H_2O
- CONTENITORE ADIABATICO
- MULINELLO AGITA H_2O = PRODUCE LAVORO MECCANICO W
- H_2O SI SCALDA x EFFETTO DELL' ATTRITO (MISURO CON 1 TERMOMETRO)

} ⊕ ALTRI METODI

IL LAVORO W SPESO IN QUALSIASI CASO È = ALLA VARIAZIONE DI T

OVVERO

$W = -\Delta U$ LAVORO ADIABATICO

2.
- H_2O + CORPO CALDO
- CONTENITORE ADIABATICO

} SCAMBIO DI CALORE TRA CORPO E H_2O SENZA NESSUNA AZ. MECCANICA:

$Q = \Delta U$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 37 di 50

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 39 di 50

CALORE SPECIFICO MOLARE (C)

$Q = c \cdot n \cdot \Delta T$

$dQ = c\, n\, dT \longrightarrow C = \frac{1}{n}\frac{dQ}{dT}$

$Q = n \int c\, dT$

CALORE LATENTE (L) $\left(\frac{\text{Joule}}{\text{Kg}}\right)$

$Q = mL$ → coefficiente; → massa

→ calore necessario x il cambiam. di stato

DILATAZIONE TERMICA

- lineare: $\Delta L = L \cdot \alpha \cdot \Delta T$
- volumica: $\Delta V = V \cdot \beta \cdot \Delta T$ $\quad \beta = 3\alpha$

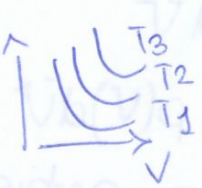
$\boxed{\text{GAS IDEALI}}$

◦ ISOTERMA BOYLE

$pV = k$

$p_1V_1 = p_2V_2$

$T_3 > T_2 > T_1$



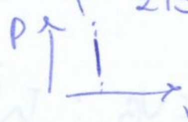
Piano di Clapeyron

◦ ISOCORA VOLTA-GAYLUSSAC

$p = p_0(1+\beta t)$ (C°)

$p = p_0\beta\left(\frac{1}{\beta}+t\right) = p_0\beta T$ (K)

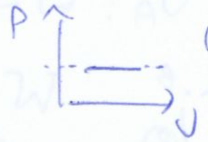
$\beta = \frac{1}{273,15}$



◦ ISOBARA VOLTA-GAYLUSSAC

$V = V_0(1+\alpha t)$ (C°)

$V = V_0\alpha\left(\frac{1}{\alpha}+t\right) = V_0\alpha T$ (K)



$\alpha = \frac{1}{273,15}$

$T = \left(\frac{1}{\beta}+t\right) \quad T = \left(\frac{1}{\alpha}+t\right)$

GAS PERFETTI $\alpha = \beta$

◦ LEGGE AVOGADRO: volumi eguali di gas diversi, a stessa T e P, contengono lo stesso numero di molecole

◦ COROLLARIO: 1 mole di gas qualsiasi in condizioni normali, $P = 1\,atm$, $T = 0°C$, occupa sempre lo stesso volume: $V = 22,414\, l = V_m$

(se n moli, $n \cdot V$)

◦ EQ STATO GAS IDEALI: $P_0 = 1\,atm$, $T_0 = 0°C$, $V_0 = n \cdot V_m$

legge isocora

$P_T = p_0 \alpha T$

moltiplico x V_0

$V_0 P_T = p_0 \alpha T V_0$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 39 di 50

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 41 di 50

TRASF. GENERICA ISOCORA
$V = k$

$W = 0$

$\Delta U = Q_V$

$\Delta U = n c_V \Delta T$

TRASF. GENERICA ISOBARA
$p = K$

$\Delta U = Q_p + W$

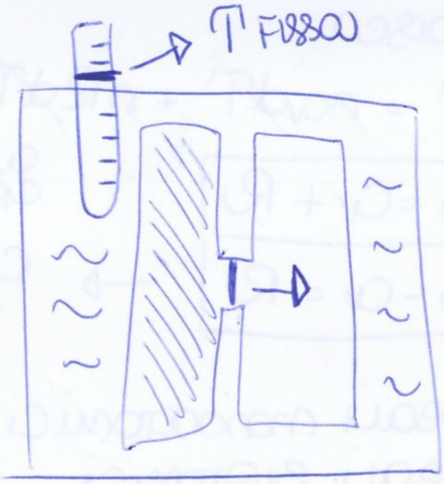
$\Delta U = n c_p \Delta T + p \Delta V$

$$\boxed{\Delta U = n c \Delta T}$$

DURANTE 1 TRASF. ISOBARA C'È BISOGNO DI PIÙ CALORE

$$\begin{cases} Q_p = \Delta U + p\Delta V \\ Q_p = Q_V + p\Delta V \longrightarrow Q_p > Q_V \\ n c_p \Delta T = n c_V \Delta T + p \Delta V \longrightarrow c_p > c_V \end{cases}$$

JOULE ESPANSIONE LIBERA



- PARETI ESTERNE ADIABATICHE
- PARETI INTERNE DIATERMICHE
- 2 CONTENITORI CHIUSI DA RUBINETTO
- SI APRE E SI LASCIA ESPANDERE IL GAS
- PARETI RIGIDE $\Leftrightarrow$ NO LAVORO SCAMBIATO $W = 0$
- TERMOMETRO IMMERSO IN UN LIQUIDO CALORIMETRICO

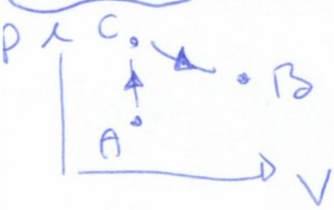
ESPANSIONE GAS MA T NON VARIA
NON C'È SCAMBIO DI CALORE TRA GAS E LIQUIDO CALORIMETRICO $\longrightarrow Q = 0$

$Q = 0 \rightarrow W = 0 \longrightarrow \Delta U = 0$

T NON CAMBIA
p, V VARIANO
ΔU = COSTANTE

ΔU È FUNZIONE SOLO DELLA TEMPERATURA T !

ESEMPIO



ISOCORA + ISOTERMA

$\Delta U = U_B - U_A = \underbrace{U_B - U_C}_{} + U_C - U_A$ = MA $\boxed{\begin{matrix} U_B = U_C \\ T = \text{COST} \end{matrix}}$

$\Delta U = \cancel{U_B} - \cancel{U_B} + U_C - U_A = U_C - U_A$

DURANTE ISOTERMA ΔU NON VARIA
ISOCORA $W = 0$

$\Delta U = Q_V = n c_V (T_C - T_A) = n c_V (T_B - T_A) = n c_V \Delta T$

$dU = n c_V dT \longrightarrow \boxed{c_V = \frac{1}{n}\frac{dU}{dT}}$ DIVERSA DA PRIMA

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 41 di 50

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 43 di 50

TRASFORMAZIONI

* ADIABATICHE (SCAMBIO CON L'ESTERNO SOLO LAVORO)

- $Q = 0$

$$W_{AB} = -\Delta U = -n c_v \Delta T = -n c_v (T_B - T_A) = n c_v (T_A - T_B)$$

- POI $T_A = \frac{p_A V_A}{nR}$, $T_B = \frac{p_B V_B}{nR}$ EQ STATO GAS PERFETTI

$$W_{AB} = n c_v (T_A - T_B) = n c_v \left(\frac{p_A V_A}{nR} - \frac{p_B V_B}{Rn} \right) =$$

$$W_{AB} = \frac{c_v}{R} (p_A V_A - p_B V_B) =$$

- POI $R = c_p - c_v$ MAYER

$$W_{AB} = \frac{c_v}{c_p - c_v} (p_A V_A - p_B V_B) = \left[\frac{1}{\gamma} - 1\right] (p_A V_A - p_B V_B) =$$

$$W_{AB} = \frac{1}{\gamma - 1} (p_A V_A - p_B V_B) = \boxed{\frac{1}{1-\gamma} (p_B V_B - p_A V_A)} \text{ LAVORO}$$

- $dU + dW = dQ = 0$

$$n c_v dT + p dV = 0$$

- POI $p = \frac{nRT}{V}$ EQ STATO GAS PERFETTI

$$n c_v dT + \frac{nRT}{V} dV = 0$$

$$n c_v \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V} = 0$$

$$\cancel{n} c_v \frac{dT}{T} + \cancel{n} c_p \frac{dV}{V} - \cancel{n} c_v \frac{dV}{V} = 0$$

$$\frac{dT}{T} + \frac{dV}{V} \left(\frac{c_p - c_v}{c_v} \right) = 0$$

$$\frac{dV}{V} (\gamma - 1) = -\frac{dT}{T}$$

$$\int_A^B \frac{dV}{V} (\gamma - 1) = -\int_A^B \frac{dT}{T}$$

$$(\gamma - 1) \ln \frac{V_B}{V_A} = -\ln \frac{T_B}{T_A} = \ln \frac{T_A}{T_B}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 43 di 50

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 45 di 50

$\boxed{Q = nc_p(T_B - T_A)}$ CALORE DI UNA TRASF. ISOBARA

$$W_{AB} = \int_A^B p\,dV = p(V_B - V_A) = p\left(\frac{nRT_B}{p} - \frac{nRT_A}{p}\right) =$$

$\boxed{W_{AB} = nR(T_B - T_A)}$ LAVORO DI UNA TRASF ISOBARA

$$\Delta U = Q - W = nc_p(T_B - T_A) - nR(T_B - T_A) = n(T_B - T_A)(c_p - R)$$

$\boxed{\Delta U = nc_v(T_B - T_A)}$ ENERGIA INTERNA x UNA TRASF. ISOBARA

* cicliche

$W > 0$ PRODUZIONE LAVORO $\rightarrow$ CICLO TERMICO (MACCHINA TERMICA) ORARIO

$W < 0$ ASSORBITO LAVORO $\rightarrow$ CICLO FRIGORIFERO (MACCHINA FRIGORIFERA) ANTI ORARIO

$$Q = \overset{>0}{Q_{ASSORBITO}} + \overset{<0}{Q_{CEDUTO}} \qquad (Q_C < Q_A)$$

$$W = \overset{>0}{W_{FATTO}} + \overset{<0}{W_{SUBITO}} \qquad (W_S < W_F)$$

$\Delta U = 0$

$Q = W$

$W_F + W_S = Q_A + Q_C$

RENDIMENTO : $\eta = \dfrac{W}{Q_A}$

$$\eta = \frac{W}{Q_A} = \frac{W_F + W_S}{Q_A} = \frac{Q_A + Q_C}{Q_A} = 1 + \frac{Q_C}{Q_A} = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_A}$$

$\rightarrow 0 \leq \eta < 1$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 45 di 50

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 47 di 50

$$W_{TOT} = nRT_2 \ln\frac{V_B}{V_A} + nRT_1 \ln\frac{V_D}{V_C} = \boxed{nR\left(T_2 \ln\frac{V_B}{V_A} + T_1 \ln\frac{V_D}{V_C}\right)}$$

$$\eta = \frac{W_{TOT}}{Q_{ASS}} = \frac{nR\left(T_2 \ln\frac{V_B}{V_A} + T_1 \ln\frac{V_D}{V_C}\right)}{Q_{AB}} = \frac{nR\left(T_2 \ln\frac{V_B}{V_A} + T_1 \ln\frac{V_D}{V_C}\right)}{nRT_2 \ln\frac{V_B}{V_A}} =$$

$$\eta = 1 + \frac{T_1}{T_2}\frac{\ln\frac{V_D}{V_C}}{\ln\frac{V_B}{V_A}} = 1 - \frac{T_1}{T_2}\frac{\ln\frac{V_C}{V_D}}{\ln\frac{V_B}{V_A}}$$

x semplificare:

adiabatiche: $TV^{\gamma-1} = cost$ (BC e DA)

$$\begin{cases} \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_C}{V_B}\right)^{\gamma-1} \\ \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_A}{V_D}\right)^{\gamma-1} \end{cases} \qquad \begin{cases} T_2 V_B^{\gamma-1} = T_1 V_C^{\gamma-1} \\ T_1 V_D^{\gamma-1} = T_2 V_A^{\gamma-1} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\left(\frac{V_C}{V_B}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_D}{V_A}\right)^{\gamma-1} \rightarrow \frac{V_C}{V_B} = \frac{V_D}{V_A} \rightarrow \frac{V_C}{V_D} = \frac{V_B}{V_A}$$

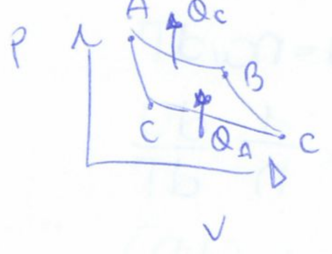
$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}\frac{\cancel{\ln\frac{V_C}{V_D}}}{\cancel{\ln\frac{V_C}{V_D}}} = \boxed{1 - \frac{T_1}{T_2}}$$ solo x il ciclo di Carnot

CICLO FRIGORIFERO

= ciclo di Carnot in senso antiorario!

efficienza o coefficiente di prestazione

$$\varepsilon = \frac{Q_{ASS}}{|W_A|}$$



$W_{AB} = nRT_2 \ln\frac{V_A}{V_B} = Q_{AB} < 0$ trasf. isoterme

$W_{CD} = nRT_1 \ln\frac{V_C}{V_D} = Q_{CD} > 0$

$W_{TOT} = W_{AB} + W_{CD}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 47 di 50

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 49 di 50

2° PR

ENUNCIATO KELVIN-PLANCK

È IMPOSSIBILE REALIZZARE UNA TRASF. IL CUI UNICO RISULTATO SIA LA TRASF. IN LAVORO DEL CALORE FORNITO DA UNA SORGENTE A T' SUPERIORE

ENUNCIATO DI CLAUSIUS

È IMPOSSIBILE REALIZZARE UN PROCESSO CHE ABBIA COME UNICO RISULTATO IL TRASFERIMENTO DI UNA QUANTITÀ DI CALORE DA UN CORPO AD UN ALTRO DI T' MAGGIORE

IN UNA TRASF. REVERSIBILE,

ENTROPIA $$\Delta S = \int_i^f \frac{dQ_{REV}}{T}$$ INTEGRALE DELLA QUANTITÀ DI CALORE SULLA TEMPERATURA

IN UN SISTEMA ISOLATO:

- SOLO TRASF. REVERSIBILI : $\Delta S = 0$ $(S = cost)$
- SÌ TRASF. IRREVERSIBILI : $\Delta S > 0$

UN SISTEMA SI EVOLVERÀ SEMPRE IN MODO CHE L'ENTROPIA AUMENTI/VERSO STATI PIÙ DISORDINATI

ENTROPIA = GRADO DI DISORDINE MICROSCOPICO DEL SISTEMA

$$\Delta S = \frac{dQ}{T} = \frac{dU + dW}{T}$$

$$\Delta S^{AMBIENTE} = \frac{dQ^{AMBIENTE}}{T} = \frac{|dQ^{GAS}|}{T}$$

CICLO

$\Delta S^{GAS} = 0$

$\Delta S^{GAS} = \Delta S_{AB} + \dots \Delta S_{NA} = 0$

$\downarrow$

$\Delta S^{UNIV}_T = \Delta S^{AMB}_T$

$\Delta S^{AMB}_T = \Delta S^A_{AB} + \dots \Delta S^A_{NA}$

X TRASFO. REVERSIBILI

$\Delta S^{AMB} = -\Delta S^{GAS}$

ENERGIA INUTILIZZATA $\Delta S^{UNIVERSO} \cdot T$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 49 di 50