NUMERO: 1214 DATA: 27/10/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Bettale

MATERIA: Fisica I +Eserc.

Prof. Gallerati_Carbone

FISICA

esercitazione

carbone,
gallerati 8

iscrivo le leggi orarie: coordinate P_1 e P_2

t_0' : x_1' e x_2'

$t_0 < t_0' < t$

$x_{P_1}(t) = x_1' + v_1(t - t_0')$

$x_{P_2}(t) = x_2' + v_2(t - t_0') - \frac{1}{2}a(t - t_0')^2$

ggiungersi: $x_{P_1}(t) = x_{P_2}(t)$

$$x_1' + v_1(t - t_0') = x_2' + v_2(t - t_0') - \frac{1}{2}a(t - t_0')^2$$

eq secondo grado da risolvere

$$\frac{1}{2}a(t - t_0)^2 + (v_1 - v_2)(t - t_0) + x_1' - x_2' = 0$$

$$(t - t_0') = \frac{v_2 - v_1 \pm \sqrt{(v_2 - v_1)^2 - 2a(x_1' - x_2')}}{a}$$

imponiamo $(v_2 - v_1)^2 - 2a(x_1' - x_2') \geq 0$

$a \leq \frac{(v_2 - v_1)^2}{2(x_1' - x_2')}$ condizione di $\exists$ della radice

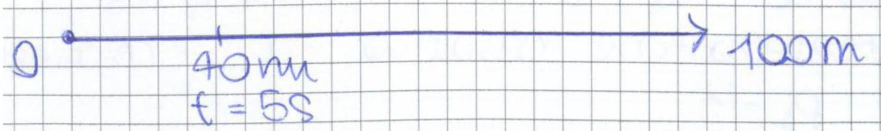
risultato $t = t_0' + \frac{v_2 - v_1 \pm \sqrt{(v_2 - v_1)^2 - 2a(x_1' - x_2')}}{a}$

2 tempi xké?
- lo supera (tempo + piccolo, negativo)
- poi decelera e viene superato

poi prendo il tempo e lo sostituisco nella legge oraria

MOTO UNIFORMEM. ACCELERATO

In una gara dei 100 m piani, due atleti corrono i primi 40 m nello stesso tempo di 5s. Il primo corre con accelerazione costante a_A per 2,8 s e poi procede a velocità costante v_A. Il secondo corre con a.c. a_B per 3,2 s e poi procede a v.c. v_B. Chi vince?



(A) Divido l'intervallo di tempo in

$t = 0$ ... 2,8 s ... t finale

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 5 di 94

B dopo aver raggiunto V^B_{max} decelera come $a = -kv$.
Quanto tempo impiega? t_f $t = 3{,}2s$ con $k = 0{,}05\ s^{-1}$

$$a = \frac{dv}{dt} = -kv$$ eq. differenziale da risolvere: separo variabili

$$\frac{dv}{v} = -k\,dt$$

$$\int_{V^B_{max}}^{V_f} \frac{dv}{v} = -\int_{t^B_0 = 3{,}2s}^{t_f} k\,dt$$

$$\left[\ln v\right]_{V^B_{max}}^{V_f} = -k\left[t_f - t^B_0\right]$$

$$\ln \frac{V_f}{V^B_{max}} = -k\,t_f + k\,3{,}2s$$

$$\ln \frac{V_f}{11{,}8\ m/s} = -0{,}05\frac{1}{\cancel{s}}t_f\cancel{s} + 0{,}05\frac{1}{\cancel{s}}3{,}2\cancel{s}$$

Ricavo $t_f = t^B_0 - \frac{1}{k}\ln\left(\frac{V_f}{V^B_{max}}\right)$ mi manca la velocità finale!

$$a = \frac{dv}{dt} = -kv = \frac{dv(x)}{dx}\cdot\underbrace{\frac{dx}{dt}}_{=v}$$ derivata della funzione composta

$$-kv = \frac{dv(x)}{dx}\frac{dx}{dt}$$ velocità in funzione dello spazio

$$-k\cancel{v} = \frac{dv(x)}{dx}\cancel{v}$$

$$dv(x) = -k\,dx$$ eq. differenziale

$$\int_{V^B_{max}}^{V_f} dv = -\int_{x_0 = 18{,}9m}^{x_f = 100m} k\,dx$$

$$\begin{cases} x_0 = \frac{1}{2}a_B t^2 = \frac{1}{2}3{,}68\frac{m}{s^2}(3{,}2)^2 s^2 \\ x_0 = 18{,}9\ m \end{cases}$$

$$V_f - V^B_{max} = -k(\overset{x_f}{100} - \overset{x_0}{18{,}9})\,m$$

$$V_f = V^B_{max} - k(81{,}1\ m)$$

Sostituisco nell'equazione di prima.

$$t_f = 3{,}2s - \frac{1}{0{,}05}\ln\left(\frac{\ldots}{11{,}8}\right)$$

$$\frac{dv}{dx}\cancel{v} = -kv^{\cancel{2}}$$

$$\frac{dv}{v} = -k\,dx$$

$$\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v} = -k\int_0^x dx$$

$$\ln\frac{v}{v_0} = -kx$$

$$\boxed{v(x) = v_0 e^{-kx}}$$

oraria

MOTO ARMONICO

Un punto descrive un moto armonico con periodo $T = 0{,}9\ s$

al tempo $t=0$ si trova in $x(0) = 0{,}292\ m$ con velocità $v(0) = 0{,}945\ \frac{m}{s}$

calcolare A, v_{max}, a_{max} ?
ampiezza

legge oraria:

$$x(t) = A\,\text{sen}\,(\omega t + \varphi)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}9} = 7\ \frac{\text{RADIANTI}}{s}$$

$$x(t=0) = A\,\text{sen}\,\varphi = 0{,}292\ m$$

$$v(t) = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$$

le divido

$$\star\ v(t=0) = A\omega\cos(\varphi) = 0{,}94$$

$$\frac{x(0)}{v(0)} = \tan\varphi\cdot\frac{1}{\omega} \qquad \star\ \tan\varphi = \omega\frac{x(0)}{v(0)} = 7\,\frac{0{,}292}{0{,}945} = 2{,}1$$

per π

$$\varphi = \text{arctg}\left(\omega\frac{x(0)}{v(0)}\right) \rightarrow \text{CAMBIO DA GRADI IN RADIANTI}$$

$$A = \frac{x(0)}{\text{sen}\,\varphi} = \frac{0{,}292}{\text{sen}\,\varphi}$$

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2\,\text{sen}\,(\omega t + \varphi)$$

quando cos / sen = 1 abbiamo v, a max

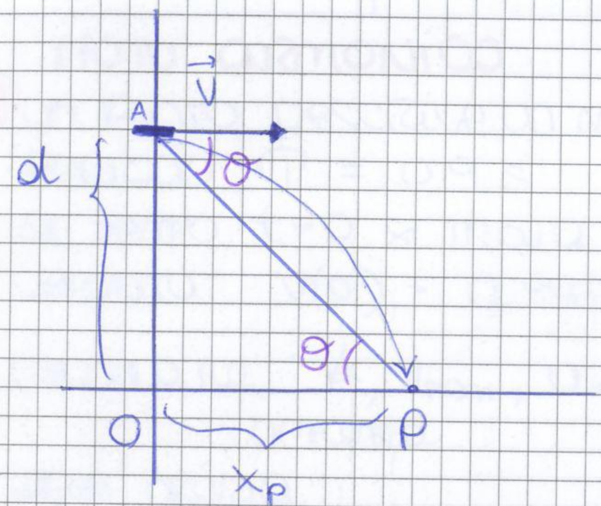
MOTO PARABOLICO

20 MARZO 201

Un aereo viaggia orizzontalmente alla velocità $\vec{V} = 600 \, km/h$ all'altezza $d = 1 km$. Al tempo $t = 0$ sgancia un oggetto che deve cadere in un punto P.

Studiare il moto del corpo e calcolare sotto quale angolo deve essere visto P dal punto di sgancio.

Non considero attrito aria, rotazione terra



STUDIO MOTO: lo scompongo lungo gli assi

lungo x: moto rett. uniforme
lungo y: moto uniform. accel

Condizioni iniziali:

$x(t=0) = x_0 = 0$
$y(t=0) = y_0 = d = 1000 \, m$
} x la posizione

$V_x(t=0) = V_{0x} = V = 600 \, km/s$
$V_y(t=0) = V_{0y} = 0$
} x la velocità

$a_x = 0$
$a_y = -g$
} x l'accelera

Scrivo le leggi orarie:

$x(t) = x_0 + V_{0x} t = Vt$

$y(t) = y_0 + V_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 = y_0 - \frac{1}{2} g t^2 = d - \frac{1}{2} g t^2$

x la traiettoria: ricavo t da x(t)

$\boxed{t = \frac{x}{V}}$ e lo metto nella y(t)

La velocità normale invece dipende dal raggio.

$v_T = \omega R = 0{,}55 \frac{metri}{sec} = cost$

$\bar{a} = \bar{a}_t + \bar{a}_n \qquad a^2 = a_t^2 + a_n^2$ (in modulo)

c'è sempre se no il moto non è curvo!!

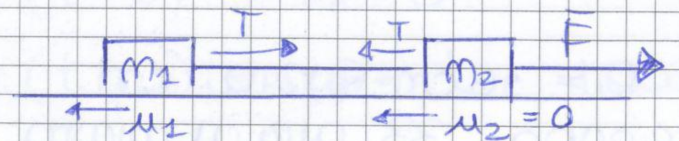
può esserci o no

come nel nostro caso $v = k$

quindi $a \equiv a_n = \frac{v^2}{R} = 1{,}9\ m/s^2$

Dinamica

Due corpi $m_1 = 10kg$ $m_2 = 15kg$ sono connessi da una corda lunga $d = 50\ cm$.
A m_2 viene applicata una forza $F = 50\ N$. L'insieme si muove strisciando lungo un piano orizzontale.
I coefficienti d'attrito valgono $\mu_1 = 0{,}1$ $\mu_2 = 0$
Calcolare accelerazione del sistema e $|$tensione$|$ della corda.
↳ una sola!



Troviamo le 2 equazioni del moto!

$$
\begin{cases}
m_1: & T - F_{att} = T - \mu_1 m_1 g = m_1 a \\
m_2: & F - T - F_{att} = F - T - \mu_2 m_2 g = m_2 a
\end{cases}
$$

sommo le 2:

$F - \mu_1 m_1 g - \mu_2 m_2 g = (m_1 + m_2) a$

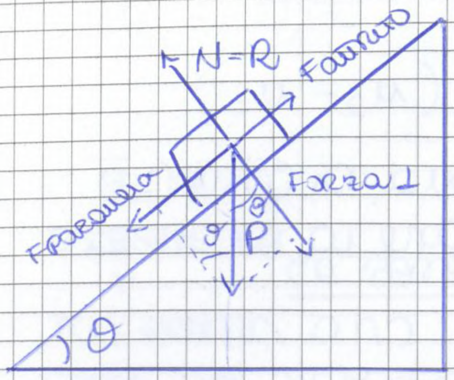
$a = \frac{F - \mu_1 m_1 g - \mu_2 m_2 g}{m_1 + m_2}$

$a = 1{,}61\ m/s^2 \rightarrow$

$T = 25{,}9\ N$ deve venire positivo!

$T = m_1 a + \mu_1 m_1 g = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\left(F - m_2 g (\mu_2 - \mu_1)\right)$

PIANO INCLINATO



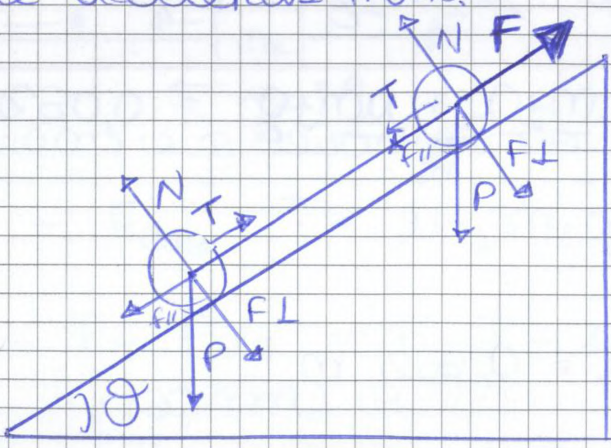
$$F_{\parallel} = P \operatorname{sen}\vartheta = mg \operatorname{sen}\vartheta = P_x$$

$$F_{\perp} = P \cos\vartheta = mg \cos\vartheta = P_y$$

$$F_{att} = F_{\perp}\,\mu = \mu\, mg \cos\vartheta$$

PIANO INCLINATO

1) Due masse m_1 e m_2 si trovano su un piano inclinato liscio con $\vartheta = 30°$. A m_1 è applicata la forza costante $F_{\parallel}$ al piano inclinato.
Sapendo che il filo che le collega sopporta una tensione max di 30 N e che la max forza applicabile corrispondente è 100 N, calcolare m_2 se $m_1 = 3{,}6$ e trovare accelerazione max.



SCRIVO EQ. DEL MOTO

$$m_1 \quad \begin{cases} F - T - \overset{P_x}{F_{\parallel}} = F - T - m_1 g \operatorname{sen}\vartheta = m_1 a \\ T - \overset{P_x}{F_{\parallel}} = T - m_2 g \operatorname{sen}\vartheta = m_2 a \end{cases} \quad m_2$$

MOTO CIRCOLARE / TEOREMI

27 MARZO

UN PUNTO DI MASSA $m = 0,1\ Kg$ SI MUOVE LUNGO UNA ~~SUPERFICIE~~ GUIDA ORIZZONTALE CIRCOLARE DI RAGGIO $R = 30\ cm$, LUNGO LA QUALE SUBISCE UNA FORZA DI ATTRITO COSTANTE $\overline{F} = 0,5\ N$. AL TEMPO $t = 0$ LA VELOCITÀ VALE V_0. SE IL PUNTO COMPIE 10 GIRI PRIMA DI FERMARSI, CALCOLARE V_0 E IL TEMPO PER ARRIVARE ALLA QUIETE.

- APPLICO IL TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA

$W = \Delta E_c$ W = LAVORO

ATTRITO; FINALE MENO INIZIALE

$$-\int F ds = -\frac{1}{2} m V_0^2 \qquad E_f = 0 \quad E_i = \frac{1}{2} m V_0^2 \qquad E_f - E_i = -\frac{1}{2} m$$

SEMPLIFICO I SEGNI

$$\int F ds = \frac{1}{2} m V_0^2$$ F È COSTANTE (DI ATTRITO -)

$$F \int ds = \frac{1}{2} m V_0^2$$ ds = PERCORSO TOTALE DA FERMO A FINE = 10 GIRI

$$F \cdot \underbrace{10 \cdot 2\pi R}_{\text{10 VOLTE LA CIRCONF}} = \frac{1}{2} m V_0^2$$

$$V_0^2 = \frac{2 F \cdot 10 \cdot 2\pi R}{m}$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{0,5 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 2\pi \cdot 0,3}{0,1}} = 13,7\ m/s$$

- APPLICO IL TEOREMA DELL'IMPULSO

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} = m \frac{dv}{dt} = ma$$

LEGGE DI NEWTON; m È COSTANTE

$$\boxed{F dt = m dv}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 17 di 94

FORZA

La legge con cui varia la velocità di un punto materiale è data da

$$v(x) = v_0 - \frac{k}{m}(x - x_0) \longrightarrow \text{POSSO RICAVARE } \frac{dv}{dx}$$

Determinare l'espressione della forza agente, F, la velocità e la posizione in funzione del tempo, e il lavoro della forza F.

$$a = \frac{dv}{dt} = \boxed{\frac{dv}{dx}} \frac{dx}{dt} = -\frac{k}{m} v$$

RICAVO DA SOPRA, OVVERO DERIVO $v(x)$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m} v \rightarrow am = -kv \rightarrow \boxed{F = -kv}$$

ECCO LA FORZA! FORZA DI ATTRITO VISCOSO!

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m} v \quad \text{SEPARO LE VARIABILI}$$

$$\frac{dv}{v} = -\frac{k}{m} dt \quad \text{INTEGRO}$$

$$\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{v} = -\int_0^t \frac{k}{m} dt$$

$$\ln \frac{v}{v_0} = -\frac{k}{m} t \qquad \frac{v}{v_0} = e^{-\frac{k}{m} t} \qquad \boxed{v(t) = v_0 e^{-\frac{k}{m} t}}$$

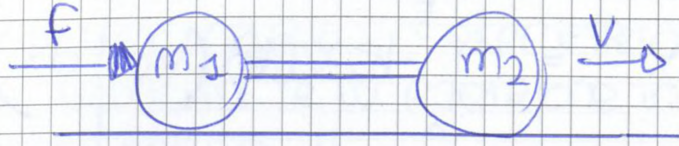
$$\frac{dx}{dt} = v$$

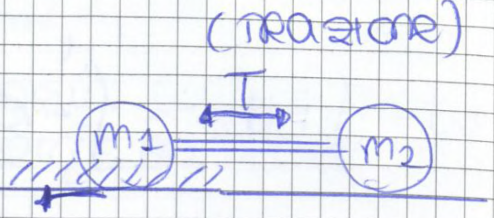
$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_0^t v\, dt$$

$$x - x_0 = \int_0^t v_0 e^{-\frac{k}{m} t} dt$$

$$x - x_0 = v_0 \left[e^{-\frac{k}{m} t} \left(-\frac{m}{k} \right) \right]_0^t = v_0 \left[e^{-\frac{k}{m} t} \left(-\frac{m}{k} \right) - 1 \left(\frac{m}{k} \right) \right]$$

i COEFF $\mu_2 = 0,1$.
2 CORPI SI SEPARANO?





$\boxed{\text{TEOREMA DELL'IMPULSO}}$

$$F = \frac{dp}{dt}$$ INTEGRO

$$\int_0^{t=3s} F\,dt = m_T \int_0^{v} dv$$

MASSE DEL SISTEMA
$m_T = m_1 + m_2$

$$F t = (m_1 + m_2) v$$

$$v = \frac{F \cdot t}{m_1 + m_2} = 6\ m/s$$

$$-\mu m_1 g = F_{att}$$

$$\begin{cases} -\mu m_1 g + T = m_1 a \\ -T = m_2 a \end{cases} \qquad \begin{cases} a = \dfrac{-\mu m_1 g}{m_1 + m_2} \\ T = \dfrac{\mu m_1 m_2 g}{m_1 + m_2} = 23,5 \end{cases}$$

LA BACCHETTA SI ROMPE!
E I CORPI SI SEPARANO.

DUE CUBI DI MASSA m_1 E m_2 SONO POSTI UNO SOPRA L'ALTRO. TRA m_1 E IL PIANO C'È UN COEFF DI ATTRITO μ_1, MENTRE TRA I 2 CUBI VALE μ_2. STUDIARE IL MOTO DEL SISTEMA QUANDO A m_1 È APPLICATA UNA FORZA ORIZZONTALE F.

$$F_0 < F < F_1$$

$F_0 = g\,\mu_1 (m_1 + m_2)$

$F_1 = (\mu_1 + \mu_2)(m_1 + m_2) g$

RIEPILOGO

① $0 \le F \le F_0$: QUIETE

② $F > F_1$: MOTO CON ACC. ≠

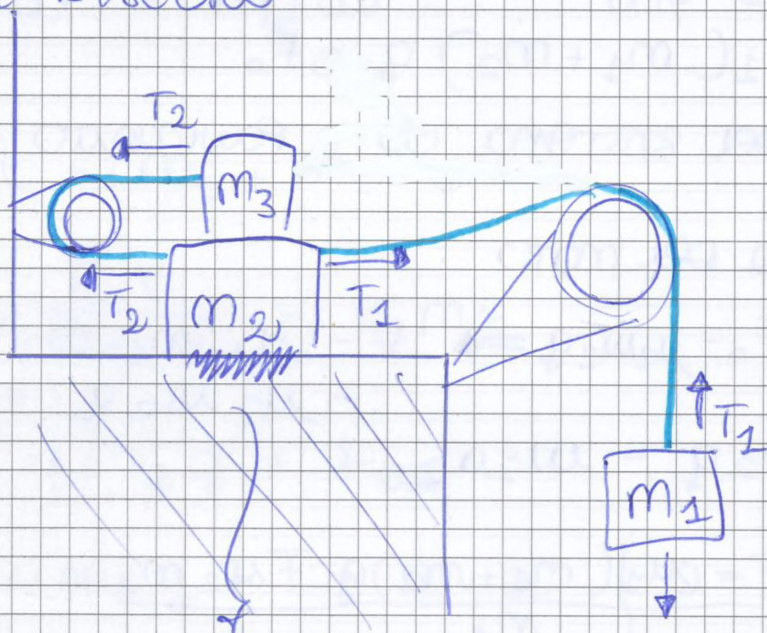
③ $F_0 < F \le F_1$: MOTO CON ACC. =

DAL DISEGNO

$m_1 = 4\,kg$

$m_2 = 5\,kg$

$m_3 = 3\,kg$



TROVO L'ACCELERAZ CON CUI SI MUOVONO

$\mu = 0,3$

$$\begin{cases} m_1)\quad \underbrace{m_1 g}_{P} - T_1 = m_1 a \quad \rightarrow \quad T_1 = m_1 a + m_1 g \\ m_2)\quad T_1 - T_2 - \mu(m_2 + m_3) g = m_2 a \\ m_3)\quad T_2 = m_3 a \end{cases}$$

$$a = \frac{m_1 - \mu(m_2 + m_3) g}{m_1 + m_2 + m_3} = -1,31\ m/s^2$$

$T_1 = 34,0\ N \qquad T_2 = 3,9\ N$

IN PARTICOLARE USO:

$$E^A_{TOT} = E^C_{TOT}$$

$$mgd\sin\vartheta = \frac{1}{2}kx_0^2$$

TROVO k:

$$k = \frac{2mgd\sin\vartheta}{x_0^2} = \frac{2 \cdot 60 \cdot 4 \cdot \sin 5°}{(0,5)^2} =$$

$$k = 1,640 \cdot 10^3 \frac{N}{m}$$

(b) QUANDO SIAMO IN PRESENZA DI ATTRITO, LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA NON VALE PIÙ PERCHÉ ESISTE UN LAVORO CHE BISOGNA SPENDERE CONTRO L'ATTRITO x AVANZARE.

$$E^A_{TOT} - L_{att} = E^C_{TOT}$$

$$mgd\sin\vartheta - L_{att} = \frac{1}{2}kx_0^2$$

(ma) $L_{att} = \int F ds$, F e ds sono //

$$L_{att} = -\mu mgh$$

$$mgd\sin\vartheta - \mu mgh = \frac{1}{2}kx_0^2$$

TROVO k CON $\mu = 0,14$

$$k = \frac{2mgd\sin\vartheta}{x_0^2} - \frac{2\mu mgh}{x_0^2} = 0,33 \cdot 10^3 \frac{N}{m}$$

(k è diminuita da (a) a (b)) !

(c) IL CORPO NON ARRIVA A URTARE LA MOLLA SI FERMA PRIMA!

$$\bar{N} - mg\sin\vartheta = m\bar{a}_N = m\frac{V^2}{R}$$

cambio segno:

$$-\bar{N} + mg\sin\vartheta = m\bar{a}_N = m\frac{V^2}{R}$$

$\boxed{\text{IL PUNTO SI STACCA QUANDO } \bar{N} = 0 \text{ !}}$

OVVERO QUANDO NON TOCCA LA CIRCONF. e non c'è più reazione normale!

QUINDI: $\cancel{m}g\sin\vartheta = \cancel{m}\frac{V^2}{R}$

$$\sin\vartheta = \frac{V^2}{gR}$$ QUESTA è LA CONDIZIONE SULL'ANGOLO!

DOVE TROVO $\sin\vartheta = ?$ DALLA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA! Ⓐ SOLO EN. POTENZIALE

$$E^A_{TOT}\left(\vartheta = \frac{\pi}{2}\right) = E_p(\vartheta) + E_K(\vartheta)$$

$$mgR = mg\underbrace{R\sin\vartheta}_{h} + \frac{1}{2}mV^2$$

RICAVO V^2:

$$V^2 = \frac{2\cdot \cancel{m}gR}{\cancel{m}} - \frac{\cancel{m}gR\sin\vartheta\cdot 2}{\cancel{m}}$$

$$V^2 = 2gR(1 - \sin\vartheta)$$

LO METTO NELL'EQUAZIONE DI PRIMA:

$$\sin\vartheta = \frac{V^2}{gR} = \frac{2\cancel{gR}}{\cancel{gR}}(1 - \sin\vartheta)$$

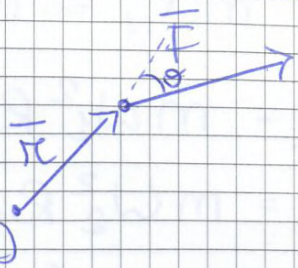
$$\sin\vartheta = 2 - 2\sin\vartheta$$

$$\sin\vartheta = \frac{2}{3} \qquad \vartheta = 41{,}8°$$

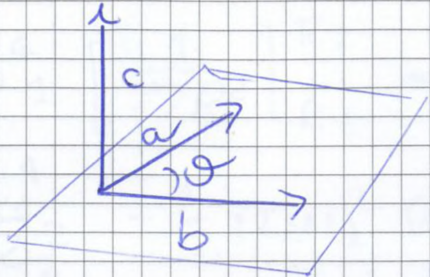
Ⓑ INVECE CON VELOCITÀ INIZIALE V_0!

Si ha una **CONSERVAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE**

MOMENTO DELLA FORZA : $\bar{M} = \bar{r} \times \bar{F}$



PRODOTTO VETTORIALE



$\bar{a} \times \bar{b} = \bar{c}$

- MODULO: $|a||b| \sin\theta$
- DIREZIONE: $\perp$ al piano di a,b
- VERSO: REGOLA MANO DX (pollice)

MOMENTO ANGOLARE : $\bar{L} = m \bar{r} \times \bar{v}$

TEOREMA DEL MOMENTO ANGOLARE:

$$\frac{d\bar{L}}{dt} = \Sigma \bar{M}$$

$M = r \times F$ ma $r // F$ ergo $M = 0$

ma $\bar{M} = \bar{R} \times \bar{T} = 0$ xk sono //

QUINDI: $\frac{d\bar{L}}{dt} = \bar{M} = 0 \Longrightarrow L_1 = L_2$

rispetto al centro

il momento angolare non varia nelle 2 angolazioni

$$\bar{L} = mR \times v = mRv = m\omega R^2$$

se $L_1 = L_2 \Longrightarrow \cancel{m}\,\omega_1 R_1^2 = \cancel{m}\,\omega_2 R_2^2$

QUINDI $\omega_2 = \omega_1 \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = 36 \frac{rad}{s}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 29 di 94

$$W = -m \int_{R_1}^{R_2} \left(\omega_1 \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2\right)^2 R\, dR =$$

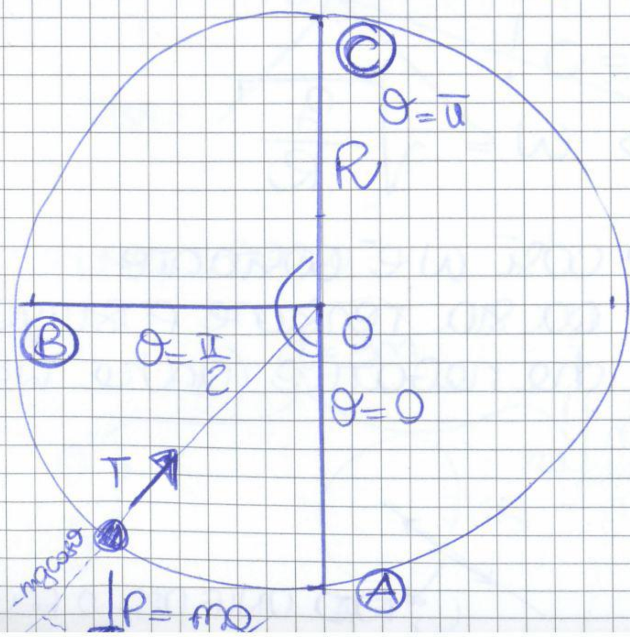
$$= -m\omega_1^2 R_1^4 \int_{R_1}^{R_2} \frac{\cancel{R}}{R^{\cancel{4}\,3}}\, dR =$$

$$= -m\omega_1^2 R_1^4 \left[\frac{1}{-2R^2}\right]_{R_1}^{R_2} =$$

$$= \frac{1}{2} m\omega_1^2 \frac{R_1^4}{R_2^2} - \frac{1}{2} m\omega_1^2 R_1^2 = \frac{1}{2} m \left[\omega_1 \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2\right]^2 R$$

$$- \frac{1}{2} m\omega_1^2 R_1^2 = \underbrace{\frac{1}{2} m\omega_2^2 R_2^2 - \frac{1}{2} m\omega_1^2 R_1^2}_{\text{uguale al primo! giusto}}$$

Un punto di massa $m = 1kg$ è fissato al punto O da una bacchetta rigida di massa trascurabile, lungo $R = 0{,}6\,m$. Essa ruota in un piano verticale con velocità angolare $\omega = 2\pi$ rad/s costante in Ⓐ, Ⓑ, Ⓒ. Calcolare la tensione della bacchetta in Ⓐ, Ⓑ, Ⓒ e quanto dovrebbe valere ω affinché nel punto più alto sia $T_C = 0$



Circonferenza verticale → in ogni punto P abbiamo la forza peso

MOTO RELATIVI

17 Aprile 2012

RELATIVO UNIDIMENSIONALE

Un corpo di massa $m_2 = 1kg$ è poggiato su una lastra $m_1 = 3kg$ che può scivolare senza attrito su un piano orizz. Tra il corpo e la lastra c'è un coeff. attrito dinamico $\mu_d = 0,1$. All'istante $t=0$ viene applicata alla lastra una forza costante orizz. $F = 5N$.
Calcolare dopo quanto tempo il corpo cade dalla lastra se la distanza dal bordo vale $d = 3m$ (dimensioni del corpo trascurabili).

SISTEMA inerziale (le forze fisiche sono invarianti) / non "

$$r = r' + \overline{OO'}$$

$$\bar{v} = \bar{v}' + \bar{v}_{O'} + \bar{\omega} \times \bar{r}'$$

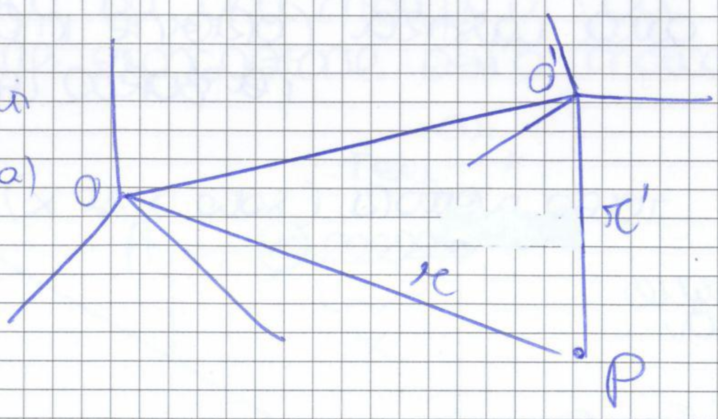
$$\bar{a} = \bar{a}' + \bar{a}_{O'} + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}') + 2\bar{\omega} \times \bar{v}' + \frac{d\omega}{dt} \times r$$

non è considerata l'accelerazione angolare

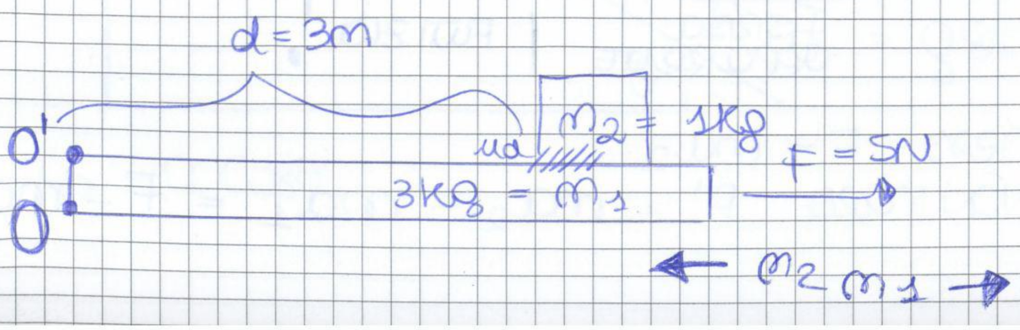
$F = ma$

$F = ma'$

↳ forze apparenti (Coriolis, centrifuga)



nostro caso:



m_2 $\quad \mu d \cancel{m_2} g - \cancel{m_2} a_1 = \cancel{m_2} a_2'$

$$a_2' = \mu d g - a_1 \quad \text{STESSA DI PRIMA}$$

$$a_2' = \mu d g - \frac{F - \mu d m_2 g}{m_1}$$

$$a_2' = \frac{\mu d g (m_1 + m_2) - F}{m_1} = -0,36$$

IL CORPO 2 SI MUOVE DI MOTO UNIFORM. ACC:

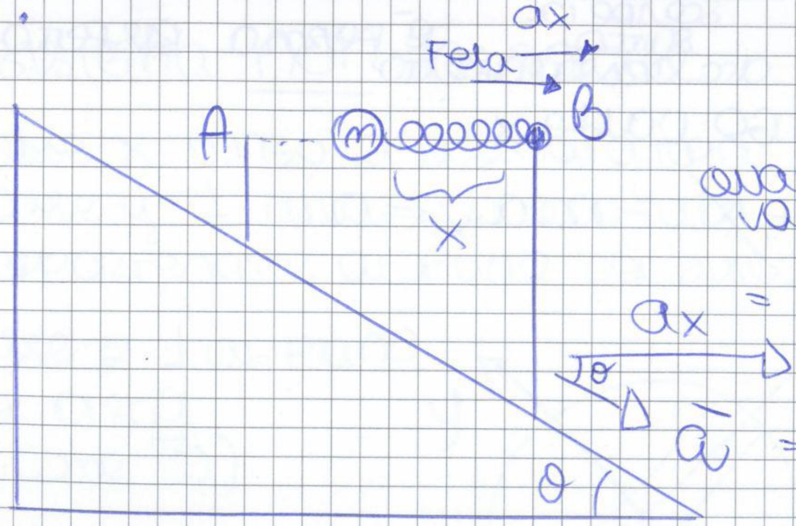
$$x_2' = d + \frac{1}{2} a_2' t^2 = 0$$

$t = 4,08\ s$ ↓ AFFINCHÉ CADA

↓ UGUALE A QUELLO PRIMA! GIUSTO!

RELATIVO CON PIANO INCLINATO

Una slitta su cui è fissata un'asta AB orizz, scivola lungo un piano inclinato liscio con $\vartheta = 25°$. Lungo l'asta può scorrere senza attrito una massa $m = 8\ kg$ collegata all'estremità B dell'asta da una molla di cost $k = 200\ N/m$. Calcolare elongazione della molla durante il moto.



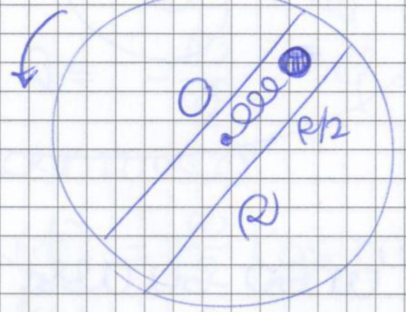
QUANTO VALE $x = ?$

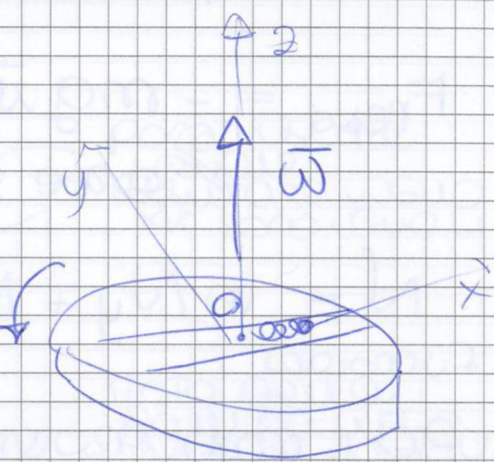
$$a_x = g \sin\vartheta \cos\vartheta$$

$$\bar{a} = g \sin\vartheta$$

$$a_x = a \cos\vartheta$$

un disco di raggio R ruota in un piano orizzontale con velocità ang. costante ω. sul disco è praticata una scanalatura diametrale, in cui scorre senza attrito una pallina di massa m, legata al centro O da una molla di costante elastica k. supponendo sia $k > m\omega^2$ si determini il moto della pallina e la reazione vincolare delle pareti.
inizialmente la pallina si trova a distanza $R/2$ dal centro, ferma.

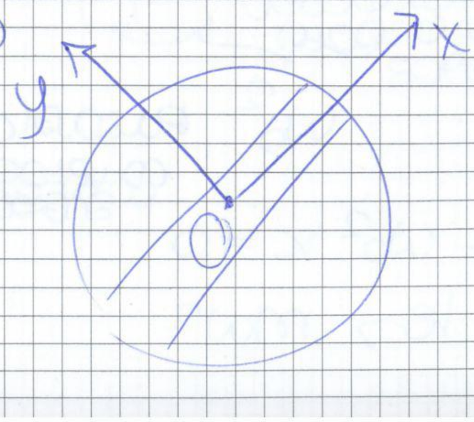




$$\bar{a} = \bar{a}' + \bar{a}_{O'} + \underbrace{\bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}')}_{\text{a. centrifuga}} + \underbrace{2\bar{\omega} \times \bar{v}'}_{\text{a. coriolis}} \quad \frac{d\omega}{dt} \times r?$$

☆ sistema non inerziale

- asse x lungo la scanalatura
- asse y ⊥ alla scanalatura, appartenente al piano del disco
- asse z ⊥ al piano del disco (come $\bar{\omega}$)
- moto antiorario (ω verso verso l'alto)



$$\begin{cases} x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi) \\ v(t) = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) \end{cases}$$

RICAVO A e $\omega_0 t + \varphi$ DALLE CONDIZIONI INIZIALI

$$\begin{cases} x(t=0) = x(0) = A \sin(\varphi) = \frac{R}{2} \\ v(t=0) = v(0) = 0 = A\cos(\varphi) \end{cases}$$

CONDIZIONI AL CONTORNO

$$\begin{cases} A = \frac{R}{2} \quad \varphi = \frac{\pi}{2} \\ A = -\frac{R}{2} \quad \varphi = \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

POSSO USARE QUALE RISULTATO VOGLIO XK SONO UGUALI

SOSTITUISCO

$$\begin{cases} x(t) = \frac{R}{2} \cos \omega_0 t \\ v'(t) = -\frac{R}{2} \omega_0 \operatorname{sen} \omega_0 t \end{cases}$$

MOTO DELLA PALLINA LUNGO L'ASSE x VISTO DALL'OSSERVATORE NEL SISTEMA DI RIFERIMENTO NON INERZIALE

LUNGO L'ASSE y

NON C'È MOTO DELLA PALLA

$\rightarrow$ F. CORIOLIS $= N_y$

(SE DIRETTE IN VERSI OPPOSTI)

$|N_y| = 2m\omega|v'|$ $\rightarrow$ VELOCITÀ APPENA RICAVATA SOPRA

ω COST

v' VARIA $\rightarrow$ N VARIA

DINAMICA: SISTEMI DI PUNTI MATERIALI

TEOREMA KONIG

① $\bar{P}_{TOT} = \sum_i m_i \bar{v}_i = \underbrace{\sum_i m_i}_{M_{TOT}} v_{CM} = M \bar{v}_{CM}$

$\bar{L}_O = \bar{L}_{CM} + \bar{L}'$

TEOREMA KONIG x L'ENERGIA CINETICA

② $E_K = E_K' + \frac{1}{2} M_{TOT} \bar{v}_{CM}^2$

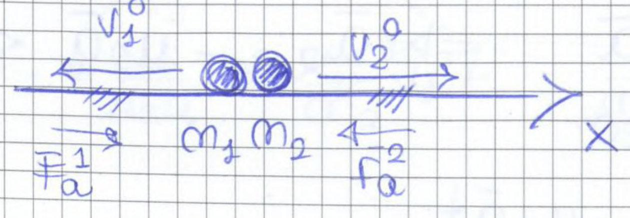
S.R. INERZIALE — S.R. CM

SR = sistema di riferimento

e a contatto

DUE PUNTI DI MASSA m_1 e m_2 SONO INIZIALMENTE IN QUIETE. ESSI INIZIANO A MUOVERSI LUNGO L'ASSE x SOTTO L'AZIONE DI FORZE INTERNE. DURANTE IL MOTO ESSI INCONTRANO ATTRITO CON COEFF μ_{d1} PER m_1 E μ_2 PER m_2, CON $\mu_1 m_1 > \mu_2 m_2$.

CALCOLARE COME VARIA NEL TEMPO LA QUANTITÀ DI MOTO DEL SISTEMA E DOVE SI TROVA ALLA FINE IL CM.



TEMPO ARRESTO:

$$v_2(t_2) \Rightarrow -v_2^0 - \mu_2 g t_2 = 0$$

$$t_2 = \frac{v_2^0}{\mu_2 g} \iff x_2 = \frac{(v_2^0)^2}{2\mu_2 g}$$

TEMPO E POSIZIONE IN CUI IL PUNTO 2 SI FERMA

COME VARIA NEL TEMPO $\bar{P}$ = ?

INTERVALLI DI TEMPO:

* $0 \leq t \leq t_1$

$$\bar{P}_{TOT}(t) = m_1 v_1(t) + m_2 v_2(t)$$

SOSTITUISCO v_1 E v_2

SE SOSTITUISCO $v_2^0 = -\frac{m_1}{m_2}$

$$\bar{P}_{TOT} = \cancel{-m_1 v_1^0} + \mu_1 m_1 g t + \cancel{m_2 v_2^0} - \mu_2 m_2 g t$$

$$\bar{P}_{TOT} = (\mu_1 m_1 - \mu_2 m_2)\bar{g} t \quad \text{POSITIVO}$$

* $t_1 \leq t \leq t_2$

$$\bar{P}_{tot}(t) = m_1 v_1(t) + m_2 v_2(t)$$

$$t > t_1 \Rightarrow m_1 \text{ è fermo!}$$

$$\cancel{m_1 v_1(t)}$$

GIUSTIFICAZIONE X GLI INTERVALLI DI TEMPO

$$m_1 v_1^0 + m_2 v_2^0 = 0 \rightarrow v_2^0 = -\frac{m_1}{m_2} v_1^0$$

$$t_1 = \frac{-v_1^0}{\mu_1 g} \rightarrow v_1^0 = -\mu_1 g t_1$$

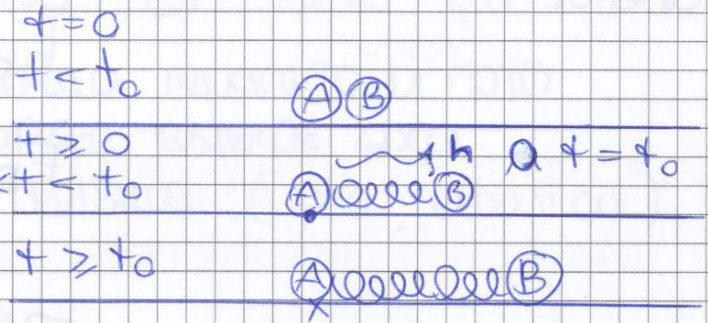
CONTROLLO I QUADRATI

$$t_2 = \frac{v_2^0}{\mu_2 g} = -\frac{m_1}{m_2} v_1^0 \frac{1}{\mu_2 g} = \underbrace{\frac{m_1 \mu_1}{m_2 \mu_2}}_{>1} t_1$$

$$\Rightarrow t_2 > t_1$$

2 punti materiali (a) e (B) di uguale massa $m = 0,4\,kg$ sono collegati tra loro da una molla con $k = 10^3\,N/m$ e lunghezza a riposo $h = 0,1\,m$. Il sistema si trova su un piano oriz. liscio. I 2 punti sono inizialm. a contatto e la molla ha lungh. nulla. Inoltre (a) è fissato al piano, al tempo $t = 0$, (B) viene lasciato libero. Al tempo $t = t_0$ la distanza $\overline{OB}$ vale h e viene meno il legame di (A) che inizia a muoversi.

Calcolare per $t > t_0$ la velocità del CM e il valore max dell'energia cinetica, nel SR laboratorio, e nel SR del CM. (inerziale)



- $t \leq t_0$

punto (a) fermo

(B) si muove sotto l'effetto della molla

- $t = t_0$

la molla raggiunge h la lunghezza a riposo

l'energia si conserva (no forze dissipative attriti)

$$\frac{1}{2} k h^2 = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$v_B = h\sqrt{\frac{k}{m}} = 5,0\ m/s$$

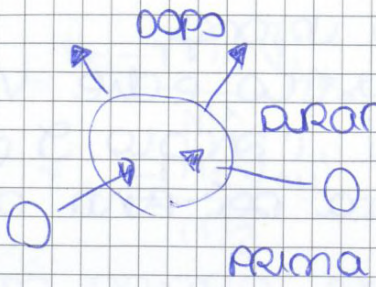
- $\overline{P}_{TOT} = (m_A + m_B)\,\overline{V}_{CM} = (S.R.CM) = 2m\overline{V}_{CM}$

$\overline{P}_{TOT} = m_B v_B = m v_B$

$$2\cancel{m}\overline{V}_{CM} = \cancel{m}\overline{v}_B \Rightarrow \frac{\overline{v}_B}{2} = \overline{V}_{CM} = 2,5\ m/s$$

8 Maggio 2012

URTI TRA PUNTI MATERIALI



DURANTE: AGISCONO $\overline{F}$ INTERNE
NON MODIFICANO IL MOTO DEL CM

QUANTITÀ DI MOTO

- prima: $\overline{P} = cost.$ $\Leftrightarrow$ $\Sigma \overline{F}^{(e)} = 0 = R^{(e)}$
- durante: $\overline{P} = cost$ (AGISCONO SOLO FORZE INTERNE)
- dopo: $\overline{P} = cost$ $\Leftrightarrow$ $\Sigma F^{(e)} = R^{(e)} = 0$

la conservazione della quantità di moto vale anche se le forze esterne sono di carattere non impulsivo (peso, elastica)

ENERGIA MECCANICA

- prima: $E_M = cost$ $\Leftrightarrow$ le forze che agiscono sono conservative
- durante: $E_P = cost$

  $E_K = varia$, parte di essa viene convertita

  $E_K = cost$ $\Leftrightarrow$ URTO ELASTICO!
- dopo: $E_M = cost$ $\Leftrightarrow$ le forze che agiscono sono conservative

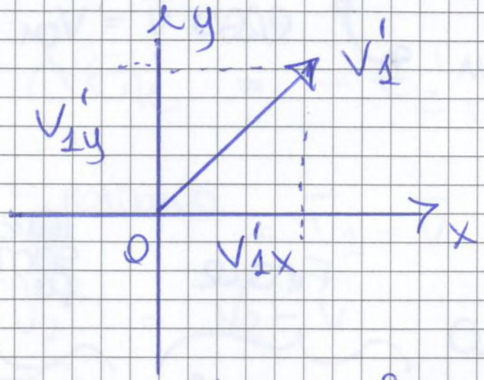
HO 4 VARIABILI E SOLO 3 CONDIZIONI!

(MANCA L'ANGOLO ϑ, x IL TESTO)

$$P \begin{cases} V_{2x}' = \dfrac{-m_1 V_{1x}'}{m_2} \\ V_{2y}' = \dfrac{-m_1 V_{1y}'}{m_2} \end{cases}$$

LE METTO DENTRO QUELLA E_K (SECONDA PARTE)

$$V_{1x}'^2 + V_{1y}'^2 = \frac{2E_K}{m_1\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)} = V_1'^2$$



SOSTITUISCO

$$V_{1y}' = V_{1x}' \tan\vartheta$$

$$V_{1x}'^2 + V_{1x}'^2 \tan^2\vartheta = \frac{2E_K}{m_1\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)}$$

$$V_{1x}' = \sqrt{\frac{2E_K}{m_1\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)(1+\tan^2\vartheta)}}$$

E POI RICAVO V_{1y}' ...

② x il $\boxed{\text{TEOREMA DI KONIG}}$

$$E_k = \underset{\downarrow}{E_k'} + \frac{1}{2} m_{tot} \bar{v}_{CM}^2$$

CM

SOSTITUISCO

$$\begin{cases} E_{k\,iniz} = E'_{k\,iniz} + \frac{1}{2} m_{tot} \bar{v}_{CM}^2 = E'_{k\,iniz} + \frac{1}{2}(m_1+m_2)\bar{v}^2 \\ E_{k\,finale} = \underbrace{E'_{k\,fin}}_{=0} + \frac{1}{2} m_{tot} \bar{v}_{CM}^2 = \underbrace{E'_{k\,fin}}_{=0} + \frac{1}{2}(m_1+m_2)\bar{v}^2 \end{cases}$$

SOLO x URTO COMPLET. ANELASTICO

$$\Delta E_k = - E'_{k\,iniz}$$

$$\begin{cases} \bar{v}_1^{\,relativa} = \bar{v}_1 - \bar{v} \\ \bar{v}_2^{\,R} = \bar{v}_2 - \bar{v} \end{cases}$$

$$E_k' = \frac{1}{2} m_1 {\bar{v}_1^R}^2 + \frac{1}{2} m_2 {\bar{v}_2^R}^2 =$$

$$= \frac{1}{2} m_1 (\bar{v}_1 - \bar{v})^2 + \frac{1}{2} m_2 (\bar{v}_2 - \bar{v})^2$$

= calcoli...

$$= \frac{1}{2} \mu (\bar{v}_1 - \bar{v}_2)^2$$

2 METODI x LO STESSO RISULTATO

LAVORO

$$W^{(e)} = \Delta E_k \qquad \left(\text{RICORDO } W^{(I)} = 0 \right) \text{ X IL CORPO RIGIDO}$$

E_k DEL MOTO TRASLATORIO

$$E_k^T = \frac{1}{2} m \bar{v}_{CM}^2$$

E_k DEL MOTO ROTATORIO

$$E_k^R = \frac{1}{2} \bar{I} \bar{\omega}^2$$

TEOREMI DI KONIG X IL CORPO RIGIDO

$$E_k = E_k^{'CM} + \frac{1}{2} m_{TOT} \bar{v}_{CM}$$

$$L = L^{'CM} + \bar{r}_{CM} \times m_{TOT} \bar{v}_{CM}$$

$\Downarrow$ DIVENTANO

SOLO ROTAZIONE ATTORNO AL CM

- $L = \bar{I}\bar{\omega} + \bar{r}_{CM} \times m \bar{v}_{CM}$
- $E_k = \underbrace{\frac{1}{2} \bar{I} \bar{\omega}^2}_{\text{ENERGIA ROTATORIA}} + \underbrace{\frac{1}{2} m \bar{v}_{CM}^2}_{\text{ENERGIA TRASLATORIA}}$

SCEGLIERE I MOMENTI $\longrightarrow$ PRENDO IL PUNTO DI CONTATTO STESSO DELLA FORZA

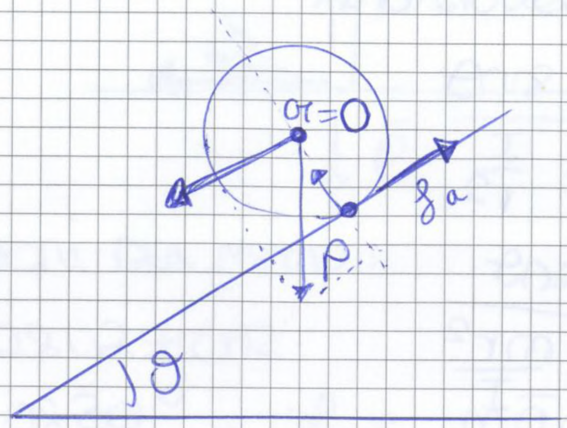
COS'È IL PURO ROTOLAMENTO:

- MOTO SOLO ROTATORIO
- MOTO ROTO + TRAS

PURO ROTOLAMENTO

15 Maggio 2012

Un corpo inizialmente in quiete scende lungo un piano inclinato rotolando senza strisciare. Calcolare la max inclinazione del piano alla quale si può avere puro rotolamento.



FORZA PESO
ATTRITO RADENTE
REAZIONE NORMALE DEL PIANO

EQ. DEL MOTO:

① TRASLAZIONE

$$\overset{P_x}{m\bar{g}\sin\theta} - \bar{f} = m\bar{a}_{CM} \qquad (x)$$

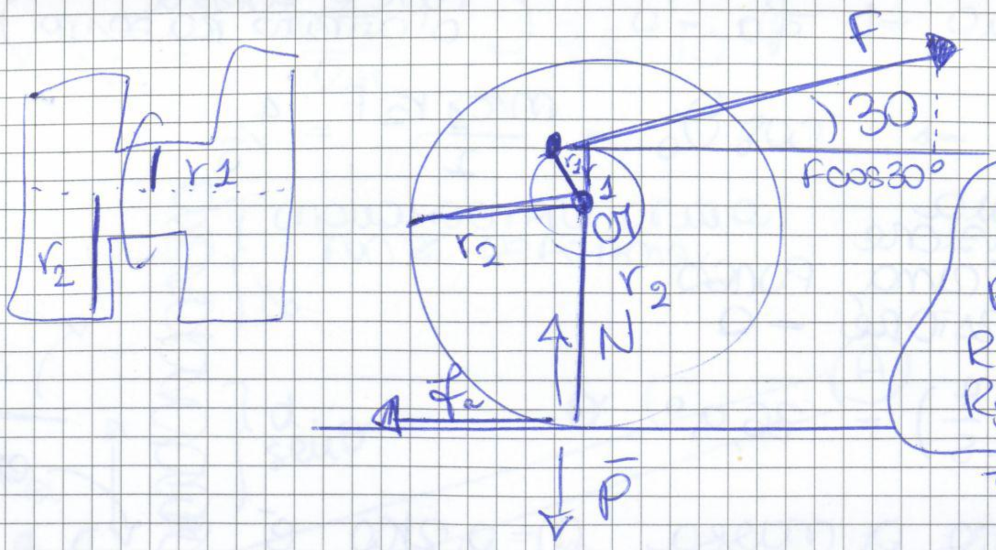
② ROTAZIONE

$$\bar{M} = \frac{dL}{dt} = I\frac{d\omega}{dt} = I\bar{\alpha}$$

$$\bar{M} = \bar{r} \times \bar{F}$$

Che polo scelgo x calcolare i momenti?
- PUNTI DI VINCOLO (momento delle forze vincolare = 0)
- CM
- PUNTO DI CONTATTO CON IL PIANO

$\boxed{\text{POLO} = \text{CM}}$ agiscono $mg\sin\theta$ (che non ha momento $\bar{P} \parallel \bar{F}$), f_{att}



LA REAZIONE VINCOLARE R HA 2 COMPO
Rx: ATTRITO
Ry: PESO e F

f HA OVER VERSO X OVER ⊕ e non ⊖

EQUAZIONI DEL MOTO:

① TRASLAZIONE

$F\cos 30° - f_a = m\bar{a}_{CM}$

FORZE ORIZZONTALI SOLO ASSE X XK SULL'ASSE Y SI ANNULLANO

② ROTAZIONE (POLO = CM)

$r_1 F + r_2 f_a = I\alpha$

ESSENDO DI PURO ROTOLAMENTO

$r_1 F + r_2 f = I\,\frac{a_{CM}}{r_2}$

RISOLVO E RICAVO

$$\begin{cases} a_{CM} = \dfrac{r_2\cos 30° + r_1}{m r_2^2 + I} \cdot r_2 F = 8{,}5\ m/s^2 \\ f_a = \dfrac{I\cos 30° - m r_1 r_2}{m r_2^2 + I} \cdot F = 1{,}6 \cdot 10^{-2}\ N \end{cases}$$

LA FORZA REAGENTE DEL PIANO HA 2 COMPONENTI

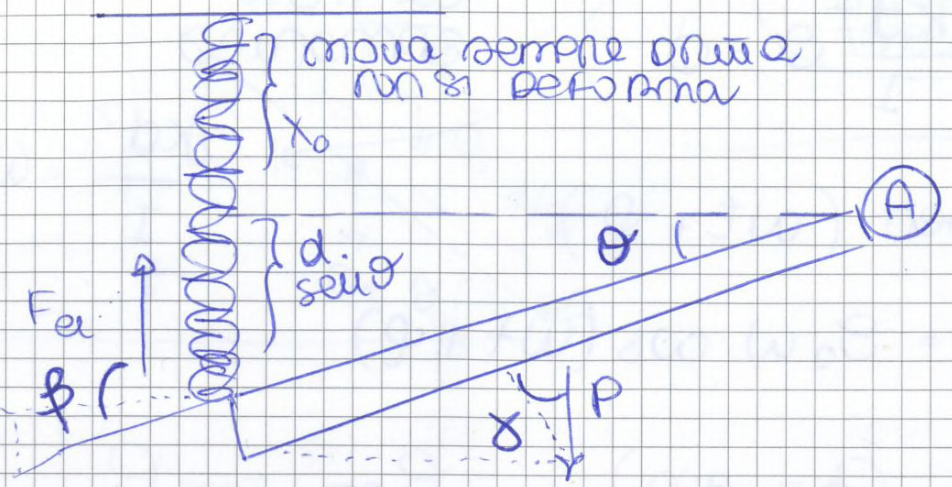
- ORIZZ.: $R_x = f_a$ XK NON C'È $F\cos 30°$?
- VERTICALE: EQUAZIONE DEL MOTO SU y

$F\operatorname{sen}30° + R_y - mg = ma = 0$!!

IL ROCCHETTO NON SI SOLLEVA DA TERRA

$R_y = mg - F\operatorname{sen}30° = 0{,}48\ N$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{mg}{2k} = 9{,}8 \cdot 10^{-3}$$



ϑ deve essere piccolo (piccole oscillazioni)

RISCRIVO L'EQUILIBRIO DEI MOMENTI

EQ. MOTO DI ROTAZIONE

$$M_{TOT} = I\alpha$$

$$M_{TOT} = \frac{d}{2} mg \operatorname{sen}\gamma - d\left[k(x_0 + d\sin\vartheta)\right] \operatorname{sen}\beta$$

SCRIVO IN FUNZIONE DI ϑ

$$M_{TOT} = \frac{d}{2} mg \cos\vartheta - d\left[k(x_0 + d\sin\vartheta)\right]\cos\vartheta$$

x PICCOLE OSCILLAZIONI:

$$\left.\begin{aligned}\cos\vartheta &\sim 1\\ \operatorname{sen}\vartheta &\sim \vartheta\end{aligned}\right) \text{ SVILUPPO TAYLOR}$$

$$\frac{d}{2} mg = dkx_0$$

$$M_{TOT} = \cancel{\frac{d}{2} mg} - d\left[k(\cancel{x_0} + d\vartheta)\right] = -dkd\vartheta = -k\vartheta d^2$$

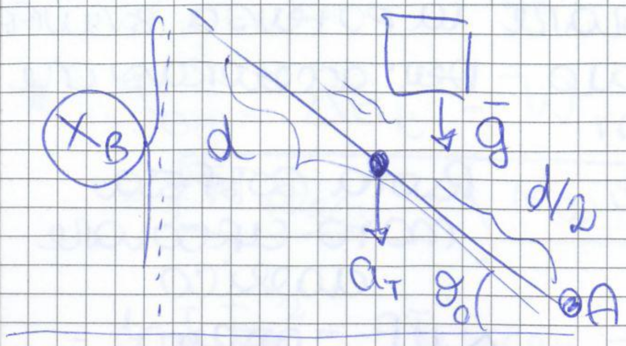
UTILIZZO LA RELAZIONE DI EQUILIBRIO DI PRIMA, e CANCELLO $\frac{d}{2} mg$ CON x_0

$$M_{TOT} = -d\left[kd\vartheta\right] \text{ OK}$$

$$M_{TOT} = I\alpha = I\frac{d^2\vartheta}{dt^2}$$

DISTACCO → (almeno) $\bar{a}_T^{max} \geq \bar{g}$

ACCELERAZ. MASSIMA TANGENZIALE $\geq \bar{g}$



$\theta_{max} = \theta_0$ (sen... = 1) → $\boxed{x_B = d\theta_0}$

$\alpha_{max} = \omega^2\theta_0$ (sen... = −1) → $a_T^{max} = \alpha_{max}\frac{d}{2}$

$$a_T^{max} = \alpha_{max}\frac{d}{2} = \omega^2\theta_0\frac{d}{2}$$

$$\omega^2\theta_0\frac{d}{2} \geq \bar{g}$$

AMPIEZZA MINIMA $d\theta_0 \geq \frac{2\bar{g}}{\omega^2}$

$$x_B \geq \frac{2\bar{g}}{\omega^2} = 1,31 \text{ cm}$$

x esame

Una ruota di massa $m = 70$ kg e raggio $r = 0,3$ m può ruotare in un piano verticale attorno a un asse fisso orizz. passante x il centro. L'attrito sull'asse esercita un momento costante $M_{attr} = 4$ N·m. All'istante $t = 0$ la velocità angolare vale $\omega_0 = 31,4$ rad/s e in quel momento due ferodi = freni simmetrici vengono premuti sulla ruota con forza $\bar{F}$ normale alla superficie di contatto ($\mu_{attr} = 0,6$).

VARIAZIONE DELL'E. CINETICA

★ $\Delta E_k = E_k^{fin} - E_k^{in} = 0 - \frac{1}{2} I \bar{\omega}_0^2$

★ $W_{TOT} = \Delta E_k = \bar{W}_{FRENI} + \bar{W}_{ATTRITO}$

LA FORZA DI ATTRITO SI OPPONE AL MOTO

$= \boxed{\bar{W}_{FRENI} - \int M_a \, d\vartheta}$

$$-\frac{1}{2} I \bar{\omega}_0^2 = \bar{W}_{FRENI} - \int_0^{12\,GIRI} M_a \, d\vartheta$$

COSTANTE PORTO FUORI

★ $\bar{W}_{FRENI} = -\frac{1}{2} I \omega_0^2 + M_a \, \underbrace{12 \cdot 2\pi}_{CIRCO \cdot 12} = -1251{,}5 \, J$

$F \cdot ds$

★ $W_{FRENI} = \underbrace{2}_{2\ FRENI} \underbrace{\mu f}_{FORZA\ ATTRITO} \cdot \underbrace{2\pi \cdot 12 \cdot r}_{DISTANZA\ COMPIUTA}$

$\boxed{I = \frac{1}{2} m R^2}$

$$f = \frac{W_{FRENI}}{4\pi r \, 12 \mu} = 46{,}2 \, N$$

POTENZA a $(t = 4s)$

$P = M\omega$

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{M^{TOT} d\vartheta}{dt} = M_{TOT} \bar{\omega}(t) = (M_a + M_{FRENI}) \bar{\omega}(t$$

$\bar{\omega}(t) = \bar{\omega}_0 - \alpha t$ ma $\alpha = \frac{M_{TOT}}{I}$

$\bar{\omega}(t) = \bar{\omega}_0 - \frac{M_{TOT}}{I} t$

$r \cdot 2\mu F$

$r \times F$

$$M_{TOT} = \underbrace{M_a}_{\text{MOMENTO DELLA FORZA D'ATTRITO}} + \underbrace{2\mu r F}_{\text{MOMENTO DELLA FORZA FRENO}}$$

$P(4s) = M_{TOT} \, \omega(4s$

$\alpha = \frac{M_{TOT}}{I} = 6{,}54 \, rad/s^2$ $\Rightarrow$ $P(4s) = 107{,}1 \, W$

$\omega(4s) = \omega_0 - \alpha \cdot 4s = 5{,}2 \, RAD/s$

$$E_p^{A,C} = m_a g h_a + m_c g h_c =$$

$$= m_a g \, x \, \mathrm{sen}\theta + m_c g y_c \rightarrow$$ TRASLA e ROTOLA

Ec

$$E_k^{A,B,C} = \frac{1}{2} m_a \bar{v}_{CM_a}^2 + \frac{1}{2} I_a^{CM} \bar{\omega}_a^2 + \frac{1}{2} I_b \bar{\omega}_b^2 + \frac{1}{2} m_c \bar{v}_c^2$$

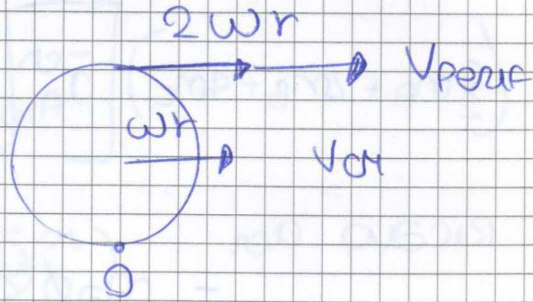
$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_A^{CM} = \frac{1}{2} m_a r_a^2 \\ I_B = \frac{1}{2} m_B r_B^2 \end{array} \right\}$$ TABELLA MAZZOLDI

$$v_C = v_{B\,\text{periferica}} = \omega_B r_B = v_{A\,\text{periferica}} \rightarrow$$

$$= 2\bar{v}_A^{CM} = 2\bar{\omega}_A r_A$$

× a si muove di puro rotolamento sul piano

DERIVO RISPETTO AL TEMPO $\frac{dv}{dt}$



$$\begin{cases} \bar{a}_C = 2\bar{a}_A^{CM} \\ \bar{\alpha}_B = \frac{\bar{a}_B}{r_B} = \frac{2\bar{a}_A^{CM}}{r_B} \\ \alpha_A = \frac{a_A^{CM}}{r_A} \end{cases}$$

TUTTE LE RELAZIONI SONO IN FUNZIONE DI $\bar{a}_A^{CM}$!

ORA RISOLVO E_k: CON LE RELAZIONI NUOVE!

$$E_k^{A,B,C} = \frac{1}{2} m_A \bar{v}_A^{CM\,2} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} m_A r_A^2\right)\left(\frac{v_A^{CM}}{r_A}\right)^2 +$$

$$+ \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} m_B r_B\right)\left(\frac{2v_A^{CM}}{r_B}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(m_c\right)\left(2\bar{v}_A^{CM}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} m_A + 2m_B + 4m_c\right) v_A^{CM\,2}$$

TENSIONI DEI FILI

$T_A \neq T_C$ xk (B) HA MASSA !!

SERVONO LE EQUAZIONI DEL MOTO DI (B)

$$\underbrace{(T_C - T_A)\, r_B}_{\text{MOMENTO}} = I_B \alpha_B = \frac{1}{\cancel{2}} m_B r_B^{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2} a_A^{cr}}{\cancel{r_B}}$$

$$(T_C - T_A) = \frac{1}{\cancel{2}} m_B \cancel{2} a_A^{cr}$$

DIFFERENZA TRA LE 2 TENSIONI CHE NON SONO UGUALI

EQUAZIONI DEL MOTO DI (C)

$$m_C g - T_C = m_C a_C = m_C 2 \bar{a}_A^{cr}$$

$$T_C = m_C (g - 2a_A^{cr})$$

ORA RICAVO T_A

$$m_C (g - 2\bar{a}_A^{cr}) - T_a = m_B a_A^{cr}$$

$$T_a = - m_B \bar{a}_A^{cr} + m_C (\bar{g} - 2\bar{a}_A^{cr})$$

URTI

Un anello di massa $m = 0,1$ kg e $r = 14$ cm è posto su un piano liscio. Una particella di massa $m_P = 0,01$ kg e velocità $v_0 = 10$ m/s si muove lungo l'asse x e colpisce l'anello rimbalzando a $\pi/2$ con velocità $v = 5$ m/s. Calcolare la velocità angolare e di traslazione dell'anello.
La distanza $\overline{OP}$ vale 10 cm.

DALL'EQUAZIONE RICAVO $\bar{\omega}$

$$\bar{\omega} = -\frac{m \bar{r}_a \times \bar{V}_a}{I}$$

MODULO $|\bar{\omega}| = \frac{m r_a \bar{V}_a \sin \phi}{I} = \frac{m a r_a \bar{V}_a \sin \theta}{m r_a^2}$

DIREZIONE = $\perp$ AL PIANO / FOGLIO

VERSO = ENTRANTE

DEVO TROVARE $\phi = \alpha - \theta$!!!

$$r_a \sin \alpha = 10$$

$$\sin \alpha = \frac{\cancel{10}\,5}{\cancel{14}\,7} \Rightarrow \alpha \cong 45°$$

$$\phi = \alpha - \theta = 18{,}4°$$

CALCOLO $|\bar{\omega}| = 2{,}53 \ rad/s$ ORARIA

URTI

UN CORPO DI MASSA $m = 0{,}5 \ kg$ E RAGGIO $r = 10 \ cm$ PUÒ RUOTARE ATTORNO AD UN'ASSE FISSO PASSANTE x IL CENTRO.
AD UN CERTO ISTANTE UN PUNTO MATERIALE $m' = 0{,}1 \ kg$ E VELOCITÀ $V_0 = 1 \ m/s$ DIRETTA // ALL'ASSE x E DISTANTE DA QUESTO $r/2$ URTA CONTRO IL BORDO DEL DISCO E RIMBALZA CON VELOCITÀ $V = 3{,}4 \ m/s$ DIRETTA LUNGO L'ASSE y.
CALCOLARE LA VELOCITÀ ANGOLARE DEL DISCO DOPO L'URTO, L'EN. CINETICA DISSIPATA, L'IMPULSO SUBITO DALL'ASSE.

$$\begin{cases} J_x = -\Delta p_x = -p_x^{fin} + p_x^{in} = 0 + m'\bar{v}_0 = 1\,Ns \\ J_y = -\Delta p_y = -p_y^{fin} + p_y^{in} = -m'\bar{v} + 0 = -0{,}34\,N \end{cases}$$

MODULO J

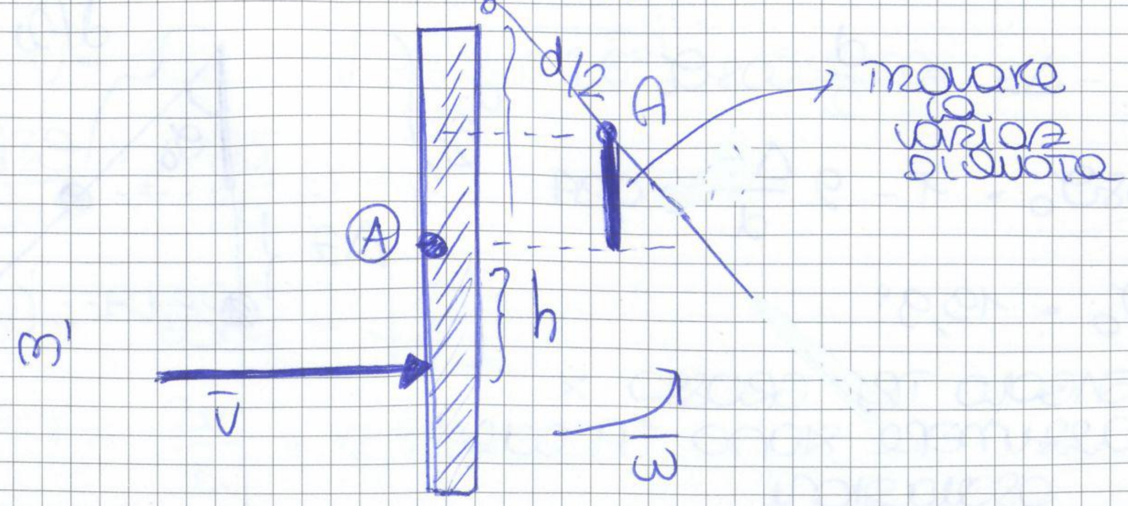
$$|J| = \sqrt{J_x^2 + J_y^2} = 1{,}06\ Ns$$

$$tg\,\alpha = \frac{J_y}{J_x} = -0{,}34 \rightarrow \alpha = -18{,}8°$$

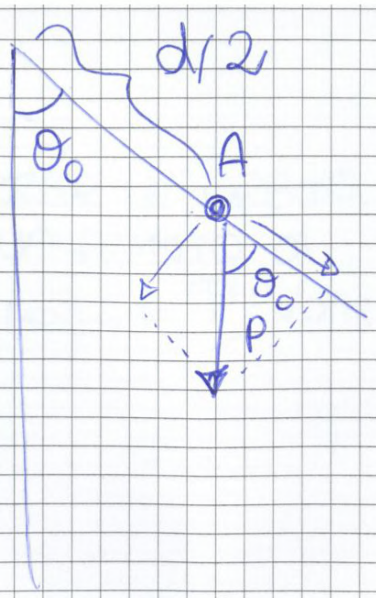
URTO

Un'asta di massa $m = 2kg$ e lunghezza $d = 2{,}5m$ può ruotare attorno ad un asse passante x il suo estremo Ⓐ. Inizialmente essa si trova in equilibrio stabile. Ad un certo istante viene colpita da un proiettile $m' = 0{,}01\,kg$ con velocità $v = 200\ m/s$, ortogonalmente all'asta, in un punto distante $h = 0{,}5\,m$ dal centro dell'asta (verso il basso). Dopo l'urto il proiettile rimane conficcato. Calcolare max altezza raggiunta dal centro dell'asta, l'equazione del moto, il periodo delle piccole oscillazioni

$$\left(\vartheta = 4{,}6° \rightarrow \frac{\vartheta - \sin\vartheta}{\vartheta} \sim 10^{-3}\right)$$



• **EQ. MOTO ASTA**



SOLO MOMENTO DA PESO

$$M = I\alpha$$

$$-\cancel{m}\bar{g}\sin\theta_0 \cdot \frac{\cancel{d}}{2} = \frac{1}{3}\cancel{m}d^{\cancel{2}}\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{3\bar{g}}{2d}\sin\theta = 0$$

ORA NON POSSO APPROSSIMARE

$$\sin\theta \cong \theta$$

DEVO FARE IN MODO CHE $\theta = 4{,}6°$ (RAD)

$\Delta z = \Delta z(\bar{\omega})$ IN FUNZIONE DI OMEGA

MENTRE $\bar{\omega} = \bar{\omega}(\bar{v})$ IN FUNZIONE DELLA VELOCITÀ

METTO UNO DENTRO L'ALTRO.

$$\Delta z = \frac{d^2\bar{\omega}^2}{6g}$$

$$\bar{\omega} = \frac{3m'}{m \cdot d^2}\left(\frac{d}{2} + d\right) \cdot \bar{v}$$

$$\Delta z = \Delta z(\bar{v}) = \frac{d^2\left(\frac{3m'}{md^2}\left(\frac{d}{2} + d\right)\bar{v}\right)^2}{6 \cdot g}$$

$$\cos\theta_0^{=4,6°} = 1 - \frac{2\Delta z(\bar{v})}{d} = 1 - 1{,}5 \cdot 10^{-6}\bar{v}^2$$

$\bar{v} = 816{,}5\sqrt{1 - \cos 4{,}6°}$ ALLORA

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{3\bar{g}}{2d}\theta = 0$$

$$\omega_{\text{RISONANZA}} = \sqrt{\frac{3g}{2d}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2{,}59\ s$$

GRAVITAZIONE

Un satellite di massa m descrive un'orbita circolare di raggio R attorno a un pianeta di massa M. Determinare E_k, E_{mec}, L, T, Vareale

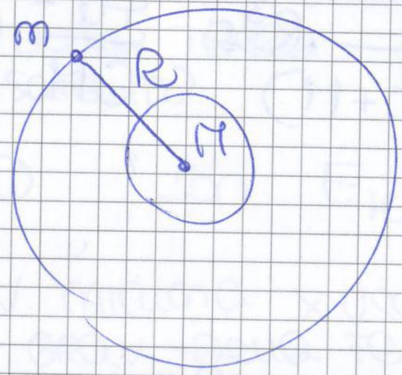
ES. UTILE x TEORIA

$M >>>> m$

ORBITA CIRCOLARE

- Sistema di riferimento inerziale con centro al centro di M

$R = r$



$\bar{F}_{GRAV} = m\bar{a}_N$ = forza centripeta

$$G\frac{\cancel{m}M}{R^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\cdot\frac{V^2}{\cancel{R}}$$

Ricavo V^2:

$V^2 = G\frac{M}{r}$ = è costante xk r è costante (se fosse ellisse non sarebbe così)

$E_k = \frac{1}{2}m\bar{v}^2 = \frac{1}{2}mG\frac{M}{r}$ - costante in caso di moto circolare

$E_p = -G\frac{mM}{r}$ x definizione

$$E_M = E_k + E_p = \frac{\frac{1}{2}mGM - GmM}{r} = -\frac{1}{2}G\frac{mM}{r}$$

Energia meccanica negativa $\Rightarrow$ il sistema è legato, l'orbita è chiusa (NO orbita parabolica)

$$d_G = d_T \left(\frac{T_G}{T_T}\right)^{2/3} = 7{,}79 \cdot 10^{11}\ m$$

massa sole: $\gamma = 6{,}6 \cdot 10^{-11}$

$$k = \boxed{\frac{4\pi^2}{\gamma(M+\cancel{m})}} \simeq \frac{4\pi^2}{\gamma M} = \frac{T_T^2}{d_T^3}$$

$$\Rightarrow M = \frac{4\pi^2}{\gamma} \cdot \frac{d_T^3}{T_T^2} = 2 \cdot 10^{30}\ kg$$

Determinare la velocità di fuga di un corpo dalla terra (satellite) ($R_{TERRA} = 6{,}37\ 10^6 m$)

$$E_p^{\infty} = 0 \quad \text{con} \quad E_k = 0$$

V. fuga = V. minima x uscire dal campo grav della terra

$$E_M^{fin} = E_k^{\infty} + E_p^{\infty} = 0$$

x la conservaz dell' E mecc $E_M^{FIN} = 0 \leftrightarrow E_M^{INIZ} = 0$

$E_M^{INIZ} = 0$ $\quad E_k - E_p$ devo toglierlo

$$E_M^{INIZ} = \frac{1}{2} m v_T^2 - G\frac{M \cdot m}{R} = 0$$

visto che non conosco M terra

$$P = \cancel{m}\bar{g} = \frac{G\cancel{m}M}{R^2} \qquad \boxed{GM = \bar{g}R^2}$$

$$E_M^{INIZ} = \frac{1}{2}\cancel{m}v_T^2 - gR^{\cancel{2}}\frac{\cancel{m}}{\cancel{R}}$$

$$V_f = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2gR^{\cancel{2}}}{\cancel{R}}} = 11{,}2 \cdot 10^3\ m/s$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 77 di 94

TERMODINAMICA

INTEGRARE !

$$\int_{V_0}^{V} \frac{dV}{V^2} = \left[\frac{1}{-2+1} V^{-2+1} \right]_{V_0}^{V}$$

Cu $Q_1 = m_1 c_1 (T_{EQ} - T_1)$

$+$

O_2 $Q_2 = n c_v (T_{EQ} - T_0)$

↳ GAS BIATOMICO IDEALE

$$c_v = \frac{5}{2} R$$

$Q_1 + Q_2 = 0$

$m_1 c_1 (T_{EQ} - T_1) + n c_v (T_{EQ} - T_0) = 0$

$$T_{EQ} = \frac{m_1 c_1 T_1 + n c_v T_0}{m_1 c_1 + n c_v} = 541{,}2\ K$$

TRASF. ISOCORA $(\Delta V = 0)$

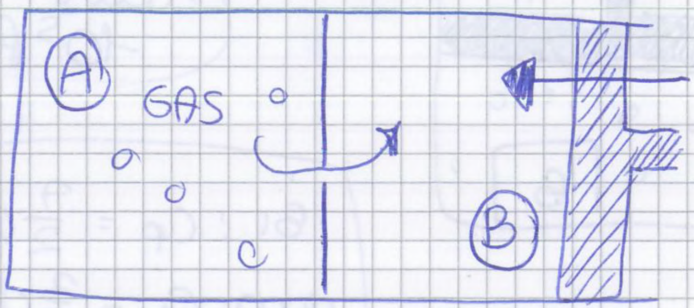
EQ. GAS IDEALI

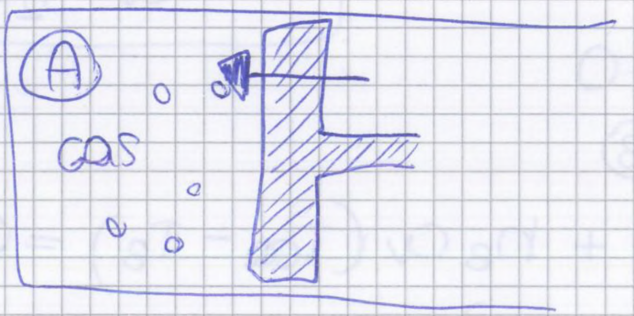
$$\frac{p_0}{T_0} = \frac{p_{eq}}{T_{eq}} \qquad p_{eq} = \frac{p_0}{T_0} T_{eq} = 1{,}8\ bar$$

Si abbiano 2 recipienti Ⓐ e Ⓑ. Ⓐ è un cilindro a pareti adiabatiche, chiuso nella parte superiore da un pistone scorrevole. Ⓑ è un recipiente a pareti sottili, rigide, diatermiche. In Ⓐ si trovano 2 mol di gas biatomico a $T_A = 300\ K$ in equilibrio con la pressione esterna $p_A = 1\ bar$. In Ⓑ si trovano 3 moli di gas monoatomico a $T_B = 600\ K$. Sia $V_B = 10^{-2}\ m^3$, e si introduca Ⓑ in Ⓐ. Determina T_{eq} di equilibrio e il volume finale di Ⓐ.

V_A iniziale non mi serve a niente xké il pistone si muove!!

ciascuna delle volte e la T finale.





① ESPANSIONE LIBERA (MENO!)

$dW = p\,dV = 0$ xke $p = 0$

$dU = \cancel{dQ} - \cancel{dW}$ $\quad dU = 0$

$\quad\quad\quad\; 0 \quad\quad\; 0$

$T = cost = T_1$ espansione libera e adiabatica

IMPO! si espande nel vuoto non lavora contro una pressione

② compressione adiabatica reversibile

il pistone torna indietro x un lavoro esterno, non x un lavoro del gas

$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \quad (Q=0)$

$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ gas monoato $\quad \gamma = \frac{5}{3}$

$V_1 = 2V_2$

$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 (2V_2)^{\gamma-1}$?

$T_2 = T_1 \, 2^{\gamma-1} \frac{\cancel{V_2^{\gamma-1}}}{\cancel{V_2^{\gamma-1}}} = 476,2\,K$

$dU = \cancel{dQ} - dW$

$dW = -dU = -nc_v\,dT$

$W = \int dW = -nc_v(T_2 - T_1) = -2198\,J$ lavoro prima volta

EQ. BILANCIO:

$Q_1 + \underbrace{Q_2}_{\text{GAS}} = 0$

$C(T_2 - T_0) + \underbrace{n c_v (T_2 - T_1)}_{\text{ISOCORA}} = 0$

- TRASF. ADIABATICA IRREVERSIBILE ($Q=0$)

NON POSSO USARE L'EQ. DELLE ADIAB.

$dW = p_1 dV$

$W = p_1 (V_{fin} - V_1) = 705 \, J$

$V_{fin} = \dfrac{W + p_1 V_1}{p_1}$

EQ. STATO

$T_{fin} = \dfrac{p_1 V_{fin}}{nR} = 493{,}2 \, K$

$T_1 = \dfrac{p_1 V_1}{nR}$

STESSO LAVORO SCRITTO IN 2 MODI DIFFERENTI

$dU = \cancel{dQ} - dW$

$W = \int dW = -dU = -n c_v (T_{fin} - T_2) = 705 \, J$

$T_2 = T_3 + \dfrac{W}{n c_v} = 573{,}5 \, K$

$C = \dfrac{n c_v (T_2 - T_1)}{T_0 - T_2} = 406 \, \dfrac{J}{K}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 85 di 94

③ EQ. STATO: IL GAS RITORNA ALLA T INIZIALE (TRASF. ISOCORA)

$$P_{finale} = \frac{nRT}{V_0} = 5 \cdot 10^5 \, Pa$$

④ COMPR. ADIAB. REVERS. $(dQ = 0)$

$$dU = \cancel{dQ} - dW$$

$$dW = -dU = -n c_v dT \quad \text{INTEGRO}$$

$$W = -n \underbrace{c_v}_{\text{GAS BIATOMICO}} (T_0 - T) = \underbrace{-}_{\text{LAVORO COMPIUTO SUL GAS}} 11\,278 \, J$$

⑤ ~~adiab. reversibile~~

$$\cancel{dS_{gas} = \frac{dQ}{dT} = 0}$$

$$\Delta S^{GAS} = \text{DA STATO INIZIALE A STATO FINALE} = \frac{dQ}{T}$$

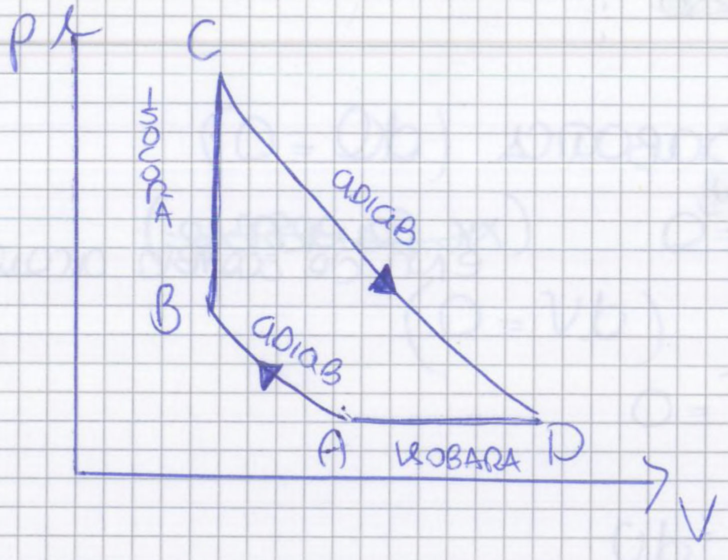
$$\Delta U = dQ - dW \quad 1^o \text{ PRINCIPIO}$$

$$\Delta S^{GAS} = \frac{\cancel{dU} + dW}{T} = \frac{p\,dV}{T}$$

$$dU = 0 \quad \text{xke} \quad T_{i_{iniziale}} = T_{f_{finale}} \; !!!$$

$$\Delta S^{GAS} = \int \frac{p\,dV}{T_{\text{EQ. STATO}}} = \int_V^{V_0} \frac{\cancel{p}\,dV}{\frac{\cancel{p}V}{Rn}} = nR \int_{V_{iniziale} = V}^{V_{finale} = V_0} \frac{dV}{V}$$

$$\Delta S^{GAS} = nR \ln\left(\frac{V_0}{V}\right) = -26{,}7 \, J/K$$



(1) CICLO: STATO INIZIALE e FINALE COINCIDONO

$\Delta U = 0 \Longrightarrow dQ = dW$

$W_{TOT} = Q_{TOT}$ x I GAS NEL CICLO!

- ADIABATICHE AB, CD ($dQ = 0$)

$Q_{AB} = Q_{CD} = 0$

- ISOBARA ($p = cost$) DA

$dQ = nc_p dT$

$Q_{DA} = nc_p(T_A - T_D) = -873 J < 0$ Q CEDUTO

- ISOCORA ($V = cost$) BC

$Q_{BC} = nc_V(T_C - T_B)$

$T_B = ?$

↳ HO 2 ADIAB. REVER ⇒ EQUAZIONI

$T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1}$

$T_B V_B^{\gamma-1} = T_A V_A^{\gamma-1}$

COMBINAZIONE DELLA ADIABATICHE

MA MI MANCANO I VOLUMI!!

UN CILINDRO CHIUSO DA UN PISTONE SCORREVOLE SENZA ATTRITO E CONTENENTE 3 mol DI GAS IDEALE BIATOMICO, SI TROVA IN EQUILIBRIO TERMICO CON $m = 1kg$ DI ACQUA A $T_{EQ} = T_0 = 373,2\,K$. IL GAS VIENE COMPRESSO IN MODO ISOTERMO REVERS., SEMPRE A CONTATTO CON L'ACQUA, IN MODO CHE IL SUO VOLUME SI RIDUCA A $1/3$ DEL VOLUME INIZIALE.

UNA ADIABATICA REVERS. RIPORTA IL GAS AL VOLUME INIZIALE E, SUCC., IL CILINDRO VIENE NUOVAM. MESSO A CONTATTO CON L'ACQUA E LA TEMPERATURA SI RIPORTA A T_0 MANTENENDO IL VOLUME COSTANTE.

SIA $\lambda_E = 22,6 \cdot 10^5\, J/kg$

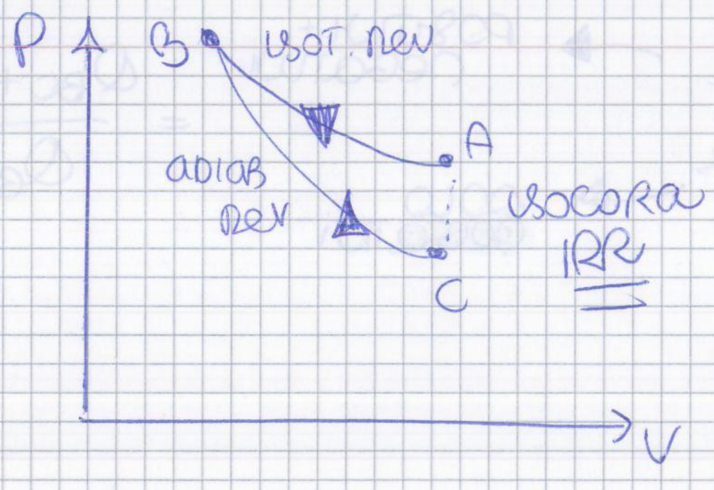
(CALORE LATENTE DI EVAPORAZ. DELL'H_2O)

SI DETERMINI:

1. LAVORO RICHIESTO x OGNI CICLO
2. N. CICLI x FAR EVAPORARE TI H_2O
3. ΔS GAS E H_2O DURANTE L'ISOCORA
4. ENERGIA INUTILIZZABILE

$T_A = T_B = T_0$

$V_B = \frac{V_A}{3}$ $\quad V_C = V_A$



ISOCORA $\underline{\underline{IRR}}$ (XKE IL TESTO NON DICE REV.)

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 91 di 94

assorbito dall'H_2O

$$Q_{TOT} = \left| Q^{gas}_{TOT} \right| = 1951\ J$$

$$m_{H_2O} \lambda_E = Q \quad \text{necessario x l'evaporazione } H_2O$$

↓ massa H_2O

$$n_{cicli} = \frac{m_{H_2O} \lambda_E}{Q^{H_2O}_{1\ ciclo}} = 1158 \text{ cicli}$$

le trasfo reversibili hanno $\Delta S = 0$.

3/4 • ISOCORA (CA) $(V = cost,\ dW = 0,\ dQ = dU)$

$$\Delta S^{gas} = \frac{dQ_a}{T} = \int \frac{dQ_a}{T} = \int_{T_C}^{T_A} \frac{n c_v\, dT}{T} = n c_v \ln \frac{T_A}{T_C}$$

$$\Delta S^{gas} = 27{,}4\ J/K$$

$$\Delta S^{amb = H_2O} = \frac{-Q^{gas}_{ca}}{T_0} = -22{,}2\ J/K$$

H_2O a T costante xk è durante un cambiamento di fase

$$\Delta S^{univ}_{TOT} = \underbrace{\cancel{\Delta S^{u}_{AB}} + \cancel{\Delta S^{u}_{BC}}}_{\text{xk reversibili}} + \underbrace{\Delta S^{u}_{CA}}_{\text{xk irreversibile}} = \Delta S^{gas}_{CA} + \Delta S^{H_2O}_{CA}$$

$$\Delta S^{u}_{TOT} = 5{,}2\ J/K$$

$$E_{INT} = T_0 \cdot \Delta S^{u}_{TOT} = 1941\ J$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 93 di 94