NUMERO: 1213

DATA: 27/10/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Bettale

MATERIA: Fisica I +Quiz

Prof.

FISICA

PROF: Anna Carbone TEORIA

PROF: Antonio Gallerati ESERCITAZIONI

PROF: TOSCO - Bellopede LABORATORIO (NO FREQUENZA OBBLIGATORIA)

LIBRO: Mazzoldi, Nigro, Voci: "FISICA I"
EDITORE EdiSES (VOLUME UNICO)

ESAME: TEST (15) → esercizietti, teoria, semplici
la risposta dei laboratori non è valutata
ognuno vale 2 punti
se sono più difficili sono 12 e ognuno vale 2,5 punti
per superare il test bisogna prendere 18/30

STESSO GIORNO ← PROBLEMI (2) → presi da esercitazioni
ogni problema vale 15
(oppure 10 e 20)

ORALE

ORA MEDIA DELLE 2 PROVE
= SCRITTO
così si passa all'orale

se il voto è ad esempio alto come 28/30 si può registrarlo subito -3 punti

oppure se hai un voto alto dopo il test puoi fartelo segnare -6 punti

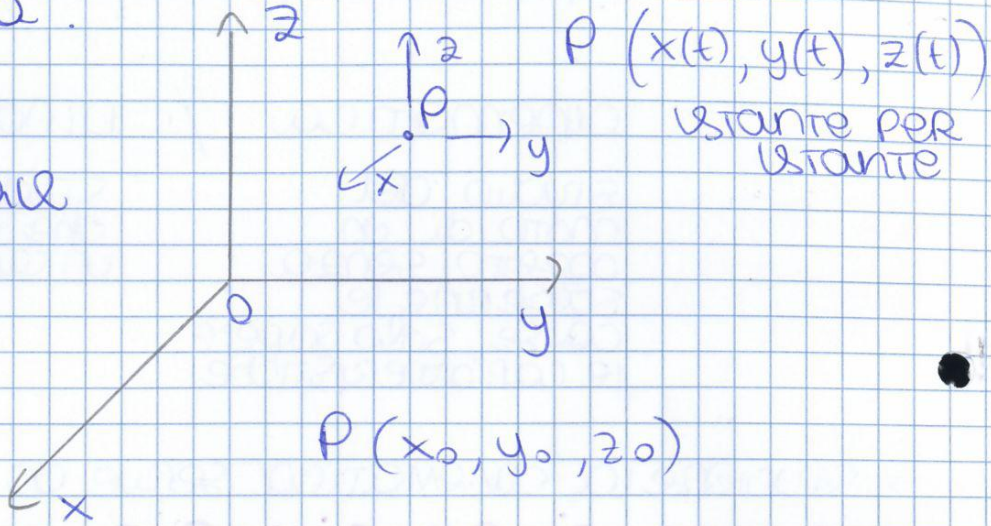
LIBRO x ESERCIZI:

SQUADRA 3 x LABORATORIO (27 Aprile 2012)
x 3 hore (25 Maggio 2012)
CONTROLLO SU PORTALE GLI ORARI
ven h. 14,30

PUNTO MATERIALE

MOTO DEL COSIDDETTO PUNTO MATERIALE, PER DESCRIVERE IL QUALE SONO SUFFICIENTI 3 COORDINATE CARTESIANE ORTOGONALI PER IL MOTO NELLO SPAZIO, MENTRE NE BASTANO 2 NEL PIANO E 1 SOLA SE IL MOTO AVVIENE LUNGO UNA RETTA.

IL PUNTO MATERIALE È UN CORPO PRIVO DIMENSIONI! (TRASCURABILI)



TRAIETTORIA

= LUOGO GEOMETRICO DEI PUNTI SU CUI IL PUNTO SI VIENE A TROVARE DURANTE IL SUO MOTO (XK UN PUNTO MATERIALE MUOVENDOSI NELLO SPAZIO OCCUPA UN' ∞ DI POSIZIONI SUCCESSIVE). LA TRAIETTORIA È IN GENERE UNA LINEA CURVA. SE LA LINEA È CHIUSA IL MOTO È LIMITATO E IL PUNTO PERCORRE CONTINUAMENTE LA MEDESIMA TRAIETTORIA, COME NEL CASO DELLE ORBITE PLANETARIE. (MOTO CIRCOLARE)

GRANDEZZE CHIAVE

POSIZIONE	$x = x(t)$	IN FUNZIONE DEL TEMPO
VELOCITÀ	$v = v(t)$	
ACCELERAZIONE	$a = a(t)$	

C'È ANCHE $v(x)$: VELOCITÀ IN FUNZIONE DELLA POSIZIONE

PER RISALIRE ALLA POSIZIONE DEL PUNTO FACCIO L'OPERAZIONE INVERSA: INTEGRO

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$

$$dx(t) = v(t)\,dt$$

$$\int_{x_0}^{x} dx(t) = \int_{t_0}^{t} v(t)\,dt$$

$$x - x_0 = \int_{t_0}^{t} v(t)\,dt$$

FACCIO UN'IPOTESI: ASSUMO CHE LA VELOCITÀ SIA COSTANTE E SOSTITUISCO

$$v(t) = v \quad \text{COSTANTE}$$

$$x - x_0 = \int_{t_0}^{t} v\,dt = v(t - t_0)$$

$$\boxed{x = x_0 + v(t - t_0)}$$

v → COSTANTE

EQ. MOTO RETTILINEO UNIFORME

x_0 → POSIZIONE INIZIALE DEL PUNTO

t → VARIABILE

t_0 → ISTANTE INIZIALE DEL MOTO

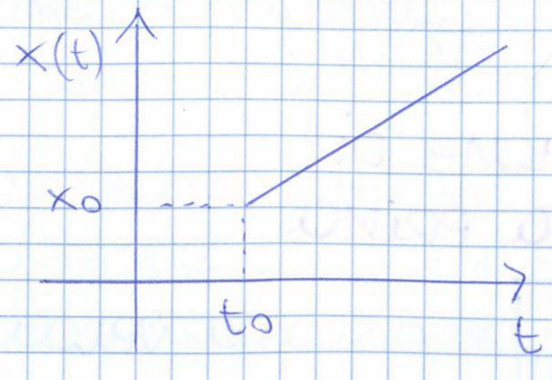


DIAGRAMMA ORARIO

V: COEFF ANGOLARE DELLA RETTA

$$V = \frac{dx}{dt}$$

DIPENDENZA LINEARE TRA $X(t)$ E t

LA VELOCITÀ ISTANTANEA È LA PENDENZA ALLA TANGENTE DELLA TRAIETTORIA IN OGNI PUNTO.

$$\boxed{a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}}$$

ACCELERAZIONE ISTANTANEA

la velocità è $v = \frac{dx}{dt}$, allora sostituisco:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d\left(\frac{dx}{dt}\right)}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

ora possiamo integrare: $\int_{v_0}^{v} dv = \int_{t_0}^{t} a(t)\,dt$

$$\boxed{v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t} a(t)\,dt = v_0 + a(t - t_0)}$$ (a è cost.)

altri passaggi: [con v variabile]

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \underbrace{v[x(t)]}_{\text{composto}} = \underbrace{\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}}_{\substack{\text{regola della derivaz. delle f. composte} \\ \text{vedo } \star}} = \frac{dv}{dx} v$$

$$a = \frac{dv}{dx} v \rightarrow a\,dx = v\,dv$$ separo le variabili

ora integro i 2 membri:

$$\int_{x_0}^{x} a(x)\,dx = \int_{v_0}^{v} v\,dv$$

a = non è nota non posso integrare

v invece lo posso integrare e dipende dallo spazio

$$\int_{x_0}^{x} a(x)\,dx = \frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}v_0^2 \rightarrow \boxed{a(x - x_0) = \frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}v_0^2}$$

faccio un'ipotesi, che a = costante!

che l'accelerazione non cambi mai

$$\star\ f[g(x)] = f'[g(x)]\,g'(x) = \frac{df}{dg} \cdot \frac{dg}{dx}$$

$$\boxed{\begin{aligned} x(t) &= x_0 + v_0(t-t_0) \\ v(t) &= v_0 \\ a(t) &= 0 \end{aligned}}$$

EQUAZIONI GENERALI DEL MOTO RETTILINEO UNIFORME CON VELOCITÀ COSTANTE

MOTO VERTICALE DI UN CORPO

① LASCIO CADERE IL CORPO ALL'INTERNO DEL CAMPO GRAVITAZIONALE

- ACCELERAZIONE DI GRAVITÀ $g = 9{,}8\ m/s^2$
- LASCIO CADERE L'OGGETTO DA UNA CERTA QUOTA h
- VELOCITÀ INIZIALE $v_0 = 0$

MOTO RETTILINEO UNIFORM. ACCELERATO: g È COSTANTE SE NON CI SONO PERTURBAZIONI ESTERNE

$a = g$ COSTANTE

$h = \overline{OP}$

- SCELGO VERSO ↑ POSITIVO VERSO L'ALTO → ALLORA $a = -g$ ↓ XKÈ È UN VETTORE CON VERSO OPPOSTO, VA VERSO IL BASSO
- SE SCELGO ↓ ALLORA $a = g$

LAVORO CON LE EQUAZIONI DI PRIMA!

- TEMPO

$$x(t) = h - \frac{1}{2} g t^2$$ ESTRAGGO t

$$x - h = -\frac{1}{2} g t^2$$

$$h - x = \frac{1}{2} g t^2$$

$$t^2 = \frac{2(h-x)}{g}$$

$$\boxed{t(x) = \sqrt{\frac{2(h-x)}{g}}}$$

- TEMPO DI CADUTA

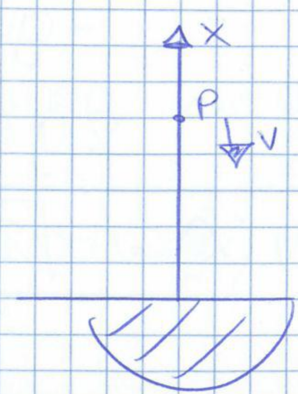
$$t = \sqrt{\frac{2(h-x)}{g}}$$ SOSTITUISCO A $x=0$

$$\boxed{t_c = \sqrt{\frac{2(h)}{g}}}$$

② LASCIO CADERE IL CORPO A UNA CERTA VELOCITÀ

- ACCELERAZIONE GRAVITÀ $g = 9,8\ m/s^2$
- LASCIO CADERE L'OGGETTO DA UNA CERTA QUOTA h
- VELOCITÀ INIZIALE $v_0 = v_1$ RIVOLTA VERSO IL BASSO
- VELOCITÀ NEGATIVA (STESSO SEGNO DI a)
- a = COSTANTE $= -g$

CAMBIO LE FORMULE!



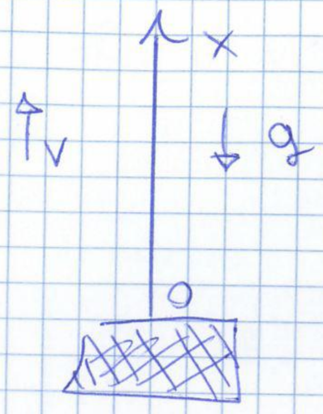
- VELOCITÀ IN FUNZIONE DEL TEMPO:

$$\boxed{v(t) = -v_1 - gt}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 13 di 310

3) LANCIO IL CORPO VERSO L'ALTO

- $a = -g = 9{,}8\ m/s^2$ COSTANTE
- LANCIO L'OGGETTO LUNGO LA VERTICALE PARTENDO DAL SUOLO
- VELOCITÀ INIZIALE $v_0 = v_2$ RIVOLTA VERSO L'ALTO



- $t = 0$
- $x_0 = 0$

- VELOCITÀ IN FUNZIONE DEL TEMPO

$$v(t) = v_0 + a(t - t_0)$$

- $t_0 = 0$
- $a = -g$
- $v_0 = v_2$

$$\boxed{v(t) = v_2 - gt}$$

- TRAIETTORIA

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} v(t)\,dt$$

$$x(t) = \int_{t_0}^{t} [v_2 - gt]\,dt$$

$$\boxed{x(t) = v_2 t - \frac{1}{2} g t^2}$$

- VELOCITÀ IN FUNZIONE DELLO SPAZIO

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 15 di 310

$$t = \sqrt{\frac{2(h-x)}{g}} \longrightarrow v(t) = -g\sqrt{\frac{2(h-x)}{g}}$$

CONSIDERIAMO $x=0$

$v(t) = -242,19 \; m/s$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 17 di 310

9 MARZO 2012

MOTO RETTILINEO SMORZATO ESPONENZIALMENTE

$$\boxed{v(t) = v_0 e^{-kt}}$$ LA VELOCITÀ

ORA CERCHIAMO LA POSIZIONE x

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = v_0 e^{-kt}$$

$$\frac{dx}{dt} = v_0 e^{-kt}$$

EQ. DIFFERENZIALE A VARIABILI SEPARABILI

$$dx = v_0 e^{-kt} dt$$ ORA INTEGRO

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0=0}^{t} v_0 e^{-kt} dt$$

$$x - x_0 = -\frac{v_0}{k}\left[e^{-kt}\right]_{t_0=0}^{t} = -\frac{v_0}{k}\left[e^{-kt} - 1\right]$$

$$x = x_0 + \frac{v_0}{k}\left(1 - e^{-kt}\right)$$

$$x(t) = x_0 + \frac{v_0}{k}\left(1 - e^{-kt}\right)$$

MOTO RETTILINEO SMORZATO ESPONENZIALMENTE

$$\boxed{x(t) = x_0 + \frac{v_0}{k}\left(1 - e^{-kt}\right)}$$ LA POSIZIONE

MOTO ARMONICO SEMPLICE = PERIODICO

Serve per descrivere il moto di un corpo tra 2 posizioni estreme

ex: pendolo semplice

Il moto di una particella si dice periodico quando ad intervalli di tempo regolari la particella torna a passare nella stessa posizione con la stessa velocità

ex: pallina cade verticalmente e rimbalza in modo elastico su un piano orizzontale

ex: biglia che rimbalza tra le sponde di un biliardo urtandole perpendicolarmente

(esempi ideali)

Si ha un moto armonico semplice lungo un asse rettilineo quando la sua l.o. è:

legge oraria:

omega, psi

$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$$

- A = ampiezza (distanza tra le 2 posizioni limite)
- ω = frequenza angolare o pulsazione
- $\omega t + \varphi$ = fase del moto
- φ = argomento del sin al tempo $t=0$

  cambiare fase vuol dire ridefinire l'origine dei tempi (fase iniziale)

posso usare sia sin/cos xk variano tra 2 valori limiti e sono periodici

IN PARTICOLARE:

$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$

QUINDI: $a(t) = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$

$$\boxed{a(t) = -\omega^2 x(t)} \qquad a \propto x$$

ACCELERAZIONE LINEARMENTE DIPENDENTE DALLA VELOCITÀ = MOTO SMORZATO $(a = -kv)$

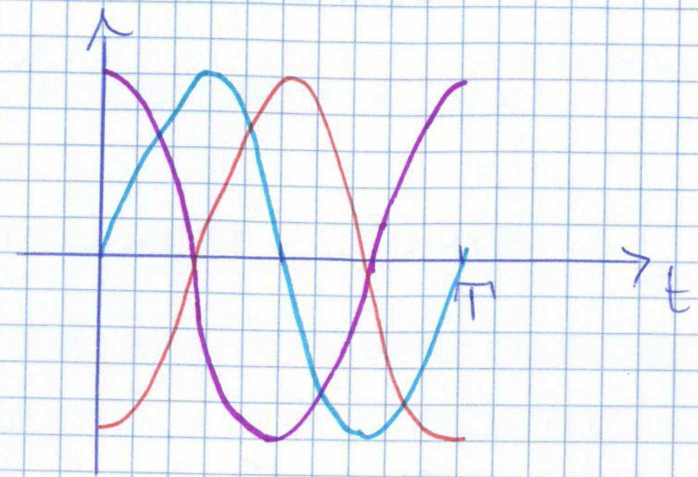
ACCELERAZIONE LINEARMENTE DIPENDENTE DALLA POSIZIONE = MOTO ARMONICO $(a = -kx)$

QUESTA PARTICOLARITÀ SECONDO CUI L'ACCELERAZIONE SI MANTIENE PROPORZIONALE ALLO SPOSTAMENTO DALLO ZERO, SECONDO UN FATTORE DI PROPORZIONALITÀ NEGATIVO, CONTRADDISTINGUE E CARATTERIZZA I MOTI ARMONICI.

QUANDO QUINDI TROVEREMO DEI SISTEMI NEI QUALI SI PUÒ AFFERMARE CHE $\bar{a}$ E x SONO LEGATI IN QUESTO MODO $(-\alpha)$, POTREMO DIRE CON CERTEZZA CHE TALI SISTEMI SI MUOVONO DI MOTO ARMONICO.

INOLTRE, DALLA COSTANTE DI PROPORZIONALITÀ $(-\omega^2)$ SI PUÒ DEDURRE T (OVVERO f, OVVERO ω)

TUTTI ASSIEME: (XÒ RIFERITI A COS!!!!)



POSIZIONE

$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$

VELOCITÀ

$v(t) = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$

ACCELERAZIONE

$a(t) = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi)$

CONDIZIONI INIZIALI → PER CALCOLARE AMPIEZZA E FASE DEL MOTO

$t = 0$ ISTANTE INIZIALE = 0

$$\left.\begin{aligned} x_0 &= x(0) = A\sin(\varphi) \\ v_0 &= v(0) = A\omega\cos(\varphi) \\ a_0 &= a(0) = -A\omega^2\sin(\varphi) \end{aligned}\right\}$$

LE DIVIDO E LE ELEVO AL QUADRATO

$$\frac{\cancel{A}\sin(\varphi)}{\cancel{A}\omega\cos(\varphi)} = \frac{x_0}{v_0}$$

$$\boxed{\tan(\varphi) = \frac{x_0\,\omega}{v_0}}$$

ABBIAMO TROVATO φ

$x_0^2 = A^2\sin^2(\varphi)$ $\qquad \sin^2(\varphi) = \dfrac{x_0^2}{A^2}$

$v_0^2 = A^2\cos^2(\varphi)\,\omega^2$ $\qquad \cos^2(\varphi) = \dfrac{v_0^2}{A^2\omega^2}$

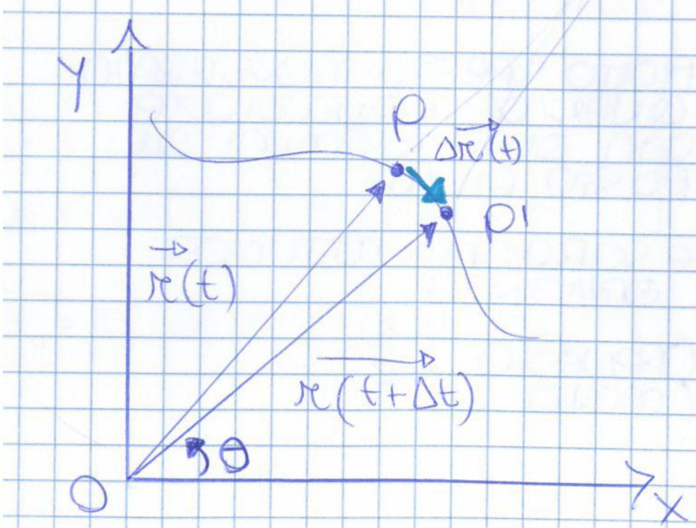
MA $\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$

MOTO nel PIANO

non più moto rettilineo - unidimensionale, ma moto lungo una curva bidimensionale che giace su un piano! (poi 3 coordinate ecc...)

Strumenti matematici per passare da retta a piano a spazio:

- adottare una descrizione di tipo vettoriale (non più grandezze scalari) concetto di vettore che individua il punto nel piano
- inserire verso e direzione
- definire un sistema di riferimento x le coordinate:
  - c. cartesiane
  - c. polari
  - c. intrinseche
  - c. cilindriche



- traiettoria curva
- punto P
- P viene spostato con un vettore in P'
- $P(x,y)$ e $P'(x',y')$
- posso cambiare le coordinate cartesiane in polari:

$$\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$$

r = raggio vettore in un certo punto

θ = angolo formato da asse x e raggio vettore

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2+y^2} \\ \theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \end{cases}$$

$\vec{r}(t) = \overline{PO}$

$\vec{r}(t+\Delta t) = \overline{P'O}$ } vettori posizione

Ora usiamo le **coordinate cartesiane**

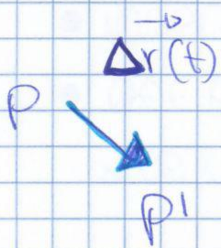
$$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d^2\bar{r}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\vec{u}_x + \frac{dv_y}{dt}\vec{u}_y = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{u}_x + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{u}_y$$

$$= a_x\vec{u}_x + a_y\vec{u}_y$$

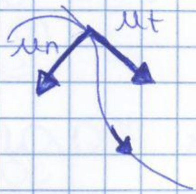
CASO SEMPLIFICATO RISPETTO ALLO SPAZIO:
(TUTTO UGUALE AGGIUNGENDO SOLAMENTE LA VARIABILE Z)

ORA USIAMO LE COORDINATE INTRINSECHE
CURVILINEE

IL NOSTRO VETTORE PIÙ IMPORTANTE È:



ESSO VIAGGIA INSIEME A P LUNGO LA TRAIETTORIA DEL MOTO



- VERSORE TANGENTE ALLA CURVA $\vec{u}_t$
- VERSORE ⊥ NORMALE ALLA CURVA $\vec{u}_n$

IL SISTEMA DI RIFERIMENTO NON RIMANE FERMO, È MOBILE!

$\Delta r(t) \sim \Delta s$ = LUNGHEZZA DEL PEZZO DI CURVA INFINITESIMA ISTANTE x ISTANTE

$dr \sim ds\,\vec{u}_t$ S = COORDINATA CURVILINEA
INFINITESIMO

$\bar{v} = \frac{ds}{dt}\bar{u}_t = v\,\bar{u}_t$ VELOCITÀ TANGENZIALE

TROVIAMO L'ACCELERAZIONE:

$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d^2\bar{r}}{dt^2}$ SOSTITUISCO LA VELOCITÀ APPENA TROVATA

- L'ACCELERAZIONE NON HA LO STESSO VERSO DELLA VELOCITÀ !!

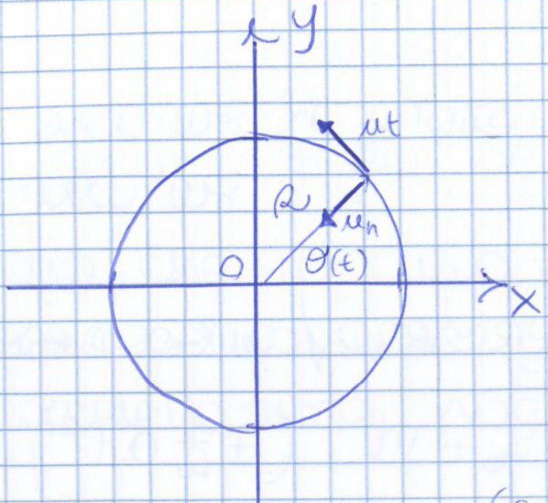
$\overline{a_t}$ = ACCELERAZIONE TANGENZIALE
direzione: TANGENTE ALLA CURVA NEL PUNTO

$\overline{a_n}$ = ACCELERAZIONE NORMALE o CENTRIPETA
direzione: $\perp$ ALLA TANGENTE NEL PUNTO

$$a_t = a = \frac{dv}{dt}$$ TANGENZIALE

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$ CENTRIPETA / NORMALE

MOTO CIRCOLARE
UNIFORME



★ ANGOLO TETA:

$$\boxed{\vartheta(t) = \frac{s(t)}{R}}$$ IN RADIANTI

$s(t) = \vartheta(t)\,R$

R è costante!

$\vartheta, s, R \rightarrow$ corrispondenza diretta

ϑ angoli
s archi
R raggi

★ velocità angolare: (ω)

$$\omega(t) = \frac{d\,\vartheta(t)}{dt} =$$ sostituisco $\vartheta(t) = \frac{s(t)}{R}$

$$\boxed{\omega(t) = \frac{1}{R}\,\frac{ds}{dt} = \frac{v}{R}}$$

v = velocità tangenziale

velocità "normale" ma nel normale = $\perp$
meglio velocità tangenziale

RADIANTI AL SECONDO

$\vartheta, s, R \rightarrow$ corrispondenza diretta

$\omega, v, R \rightarrow$ " "

★ accelerazione angolare: (non lineare) (α)

$$\boxed{\alpha(t) = \frac{d^2\,\vartheta(t)}{dt^2} = \frac{1}{R}\,\frac{dv}{dt} = \frac{a_t}{R}}$$

a_t = accelerazione tangenziale

$\alpha, a_t, R \rightarrow$ corrispondenza diretta

RADIANTI AL SECONDO^2

$\vartheta, \omega, \alpha \rightarrow$ quantità angolari $\quad \frac{s(t)}{R}, \frac{ds}{dt}, \frac{v}{R}, \frac{dv}{dt} \rightarrow$ spazi

CIRCOLARE UNIFORME, L'ACCELERAZIONE HA SOLO LA COMPONENTE NORMALE ALLA TRAIETTORIA (a_n)

$a_n \to$ mai zero $= \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = cost$

$a_t \to$ zero se $R \frac{d\omega}{dt} = 0$ se $\alpha = 0$, se $v = k$, se $\omega = k$

DATO CHE LA CURVATURA DELLA TRAIETTORIA È SEMPRE COSTANTE (CIRCONFERENZA) ALLORA L'ACCELERAZIONE NORMALE È SEMPRE COSTANTE!

ESEMPIO:

IL ROTORE DI UNA CENTRIFUGA RUOTA A 3000 GIRI AL MINUTO. A QUANTI RADIANTI AL SECONDO EQUIVALE QUESTA VELOCITÀ ANGOLARE? SAPENDO CHE IL ROTORE HA UN DIAMETRO DI 30 cm, CALCOLARE IL MODULO DELLA VELOCITÀ TANGENZIALE E DELL'ACCELERAZIONE CENTRIPETA. (v e a_n)

GIRI AL MINUTI → RADIANTI AL SECONDO

$\boxed{1 \text{ GIRO} = 2\pi}$

3000 giri $\cdot 2\pi = 6000\pi$ RADIANTI al min.

MA ω si calcola in RADIANTI AL SECONDO

DIVIDO x 60! non so perché

$\omega = 100\pi$ RAD/SEC (posso lasciarlo espresso così) (30 cm = 0,30 m)

$v = \omega R = 100\pi$ RAD/SEC $\cdot$ 0,15 m $= 15\pi$ m/sec

$a_n = \omega^2 R = 10\,000\pi^2 \frac{RAD}{sec} \cdot 0,15$ m $= 1500$ m/sec^2

$$\vec{a} = a_x \vec{u}_x + a_y \vec{u}_y$$

ma : $a_x = 0$ ecco le

$a_y = -g$ condizioni iniziali:

	$\vec{a}$	$\vec{v}$	assi
asse x	$a_x(0) = 0$	$v_x(0) = v_0 \cos(\theta(t))$	$x(0) = 0$
asse y	$a_y(0) = -g$	$v_y(0) = v_0 \sin(\theta(t))$	$y(0) = 0$

(x) $a_x = 0 \longrightarrow \boxed{v_x(t) = v_x(0) = v_0 \cos\theta}$

$$v_x(t) = v_x(0) + \underbrace{\int_0^t a_x(t)\,dt}_{\text{uguale a zero}} = v_x(0) =$$

IL MOTO NELLA DIREZIONE x È UN MOTO RETTILINEO UNIFORME !! (PERCHÉ $a=0, v=k$)

(y) $a_y = -g \longrightarrow \boxed{v_y(t) = v_0 \sin\theta - gt}$

$$v_y(t) = v_y(0) + \int_0^t a_y(t)\,dt = v_0 \sin\theta - gt$$

IL MOTO NELLA DIREZIONE y È UN MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO CON $a = -g$!!

CERCHIAMO ORA LA POSIZIONE!

ABBIAMO SCOMPOSTO UN MOTO NELLE SUE 2 COMPONENTI, CHE SONO 2 MOTI SEMPLICI CONOSCIUTI!

(x(t)) $x(t) = x(0) + \int_0^t v_x(t)\,dt = t \cdot v_0 \cos(\theta(t))$

con $x(0) = 0$ e $y(0) = 0$ → svolge sopra t e lo integro

(y(t)) $y(t) = y(0) + \int_0^t v_y(t)\,dt = t \cdot v_0 \sin(\theta(t)) - \frac{1}{2} g t^2$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 37 di 310

Il massimo viene raggiunto per il valore:

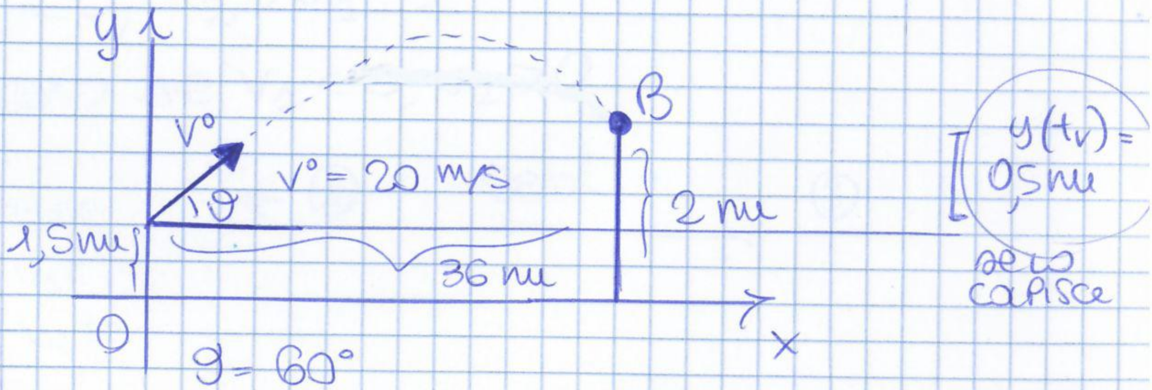
$$\begin{cases} x = \dfrac{v_0^2 \cos\vartheta \sin\vartheta}{g} = \dfrac{x_m}{2} \\ y = \dfrac{v_0^2 \sin^2\vartheta}{2g} \end{cases}$$

$OG = 2x_M$

impongo x nell'equazione della parabola

♥ esempio:

Un arciere lancia una freccia in aria con una inclinazione di 60° ad una distanza di 36 m da un bersaglio posto a 2 m dal suolo. La freccia viene scoccata da un'altezza di 1,5 m dal terreno e con una velocità iniziale v_0 di 20 m/s verificare se la freccia riesce a colpire il bersaglio.



- Da trovare:
- t_{volo} (tempo necessario affinché la freccia percorra 36 m)
- $y(t_{volo})$ (altezza della freccia dopo i 36 m di volo)

Per determinare la velocità iniziale della freccia:

$$v_{0x} = v_0 \cos(\vartheta)$$

$$v_{0x} = 20 \cos 60° = 20 \cdot \frac{1}{2} = 10 \text{ m/s}$$

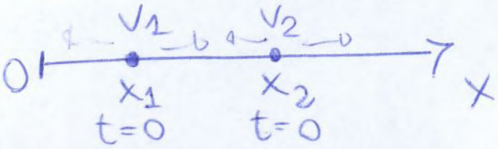
Per il calcolo del tempo di volo t_{volo}:

$$t_{volo} = \frac{x}{v_{0x}} = \frac{36 \text{ m}}{10 \text{ m/s}} = 3,6 \text{ s}$$

CAPITOLO 1: CINEMATICA

ex (1.1) SIMILE A ESERCITAZIONI'

$x_2 > x_1$



MOTO UNIFORME

SE SI URTANO (CONDIZIONI)

DOVE E QUANDO SI URTANO

• MOTO UNIFORME

$S = S_0 + Vt \qquad x = x_0 + Vt$

$V = k$

$a = 0$

SI URTANO SE

1. $V_1 > 0, V_2 > 0, \quad V_1 > V_2$
2. $V_1 > 0, V_2 < 0$
3. $V_1 < 0, V_2 < 0, V_2 > V_1$

] 3 CASI

• MAI SI URTANO SE $V_1 < 0, V_2 > 0$

CASO ① POSIZIONE   e ②   IDEM!   ③

$$\begin{cases} x = x_1 + V_1 t \\ x = x_2 + V_2 t \end{cases}$$

QUANDO SI URTANO

$$x = x$$

$$x_1 + V_1 t - x_2 - V_2 t = 0$$

$$t(V_1 - V_2) = x_2 - x_1$$

$$t = \frac{x_2 - x_1}{V_1 - V_2}$$

METTO IL TEMPO NEL SISTEMA

$$x = x_1 + V_1 \frac{x_2 - x_1}{V_1 - V_2}$$

$$x = \frac{x_1(V_1 - V_2) + (x_2 - x_1)V_1}{V_1 - V_2} = \frac{\cancel{x_1V_1} - \cancel{x_1V_1} - x_1V_2 + x_2V_1}{V_1 - V_2}$$

DINAMICA

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 43 di 310

l'inerzia viene misurata con la massa e nel SI viene impiegato il Kg. E' una grandezza scalare.
Dati 2 corpi, di massa diversa, che si trovano sottoposti alla medesima forza esterna, accelerazioni diverse.

NON bisogna confondere massa / peso.
La massa è una proprietà intrinseca del corpo, non dipende da ciò che lo circonda e dal metodo utilizzato per misurata.

Il peso di un corpo, invece, è uguale al modulo della forza esercitata dalla Terra (o chi x essa) su quel corpo e dipende dalla posizione.

Sperimentalmente si osserva che la proprietà di avere inerzia e di pesare "vanno insieme", cioè sia l'inerzia che il peso sembrano essere legati dallo stesso parametro che caratterizza il corpo: la massa.

SECONDA LEGGE DI NEWTON

La seconda legge di Newton dice cosa accade ad un corpo quando su di esso AGISCE una forza non nulla. Se le forze in gioco sono

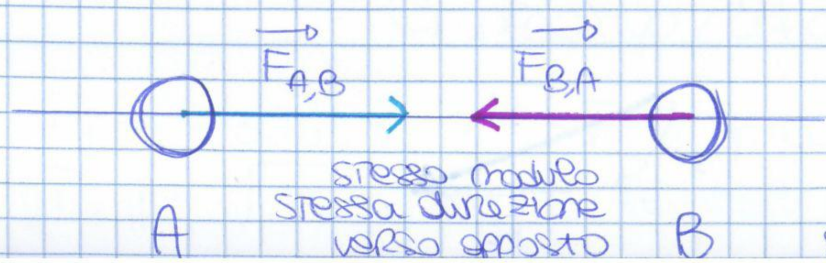
1 newton è la forza che agendo su una massa di 1 kg, ne causa un'accelerazione di $1\ m/s^2$.

Terza legge di Newton

Principio di azione e reazione

Le interazioni tra 2 corpi si manifestano sempre come 2 forze, esercitate reciprocamente da ciascun corpo sull'altro.
Le forze non compaiono mai da sole, ma ognuna di esse è sempre accompagnata da un'altra forza.
Infatti, se tiro un elastico, questo reagisce tornando indietro, anche violentemente.
Il principio di azione e reazione dice che:

> Se un corpo A esercita una forza su un corpo B, allora B esercita su A una forza della stessa intensità, ma di verso opposto.



$F_{AB} = -F_{BA}$

stessa retta di azione

EQUILIBRIO

- Ricordando il principio di inerzia, se un corpo è in quiete o si muove di moto uniforme, su di esso la forza agente è nulla, ovvero in senso più ampio: la risultante delle forze applicate è nulla!

→ x avere equilibrio:

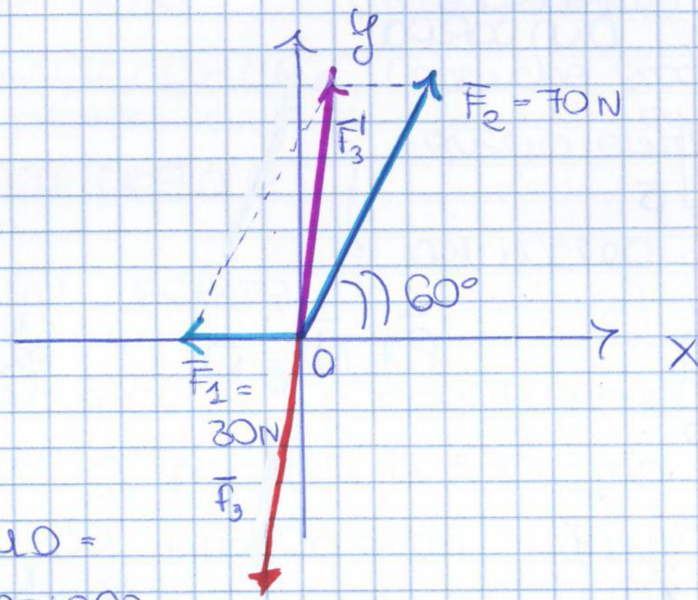
Condizioni di equilibrio statico

$$\boxed{\overline{R} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 \dots \overline{F}_n = \sum_{i=0}^{n} \overline{F}_i = 0}$$

- esempio:

Un corpo è sottoposto all'azione di una forza $\overline{F}_1 = 30\,N$ diretta verso l'asse negativo delle x e a quella di una seconda forza $F_2 = 70\,N$ che forma un angolo di 60° con l'asse positivo delle x. Determinare modulo, direzione e verso della forza $\overline{F}_3$ necessaria affinché il corpo sia in equilibrio!

(più giusto se viola = asse y)



$\overline{F}_3 = \begin{cases} \text{modulo} = \\ \text{direzione} \\ \text{verso} \end{cases}$ > regola parallelogramma

↳ negativo / opposto!

- $\overline{F}_1 = -30\,\overline{u}_x$ $\qquad$ $\overline{F}_2 = 70\cos\theta \cdot \overline{u}_x + 70\,\text{sen}\,\theta\,\overline{u}_y$

$\|\overline{F}_3\| = \sqrt{30^2 + 70^2} = 76{,}158\,N$ $\qquad$ $\overline{F}_3 = -76{,}158\,\overline{u}_y\,N$

CLASSIFICAZIONE delle FORZE

Le forze in natura sono dovute a interazioni fondamentali di tipo:

- gravitazionale (tra 2 masse)
- elettromagnetica (cariche statiche: elettr; dinamiche: magn) Maxwell — guscio elettronico
- nucleare debole
- nucleare forte

} nel nucleo

Ponendo uguale a 1 l'interazione forte presente fra 2 protoni a contatto superficiale, allora le altre interazioni hanno, rispetto a questa, le seguenti proporzioni:

- interazione gravitazionale : 10^{-38}
- " elettromagnetica : 10^{-2}
- " nucleare debole : 10^{-7}
- " nucleare forte : 1

Dalla seconda legge di Newton

$$\bar{F} = m\bar{a} = m\bar{g} = \bar{P}$$

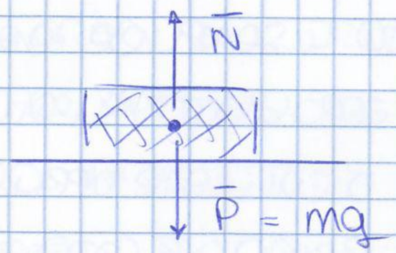
$1\ Kg_{peso}$ = forza peso di un chilogrammo massa $= 1\ Kg \cdot 9{,}8\ m/s^2$

$1\ Kg_{peso} = 9{,}8\ N \rightarrow 1\ N \cong 1\ hg_{peso}$

La sensazione di peso

La forza peso è sempre equilibrata da una forza vincolare (chiamata $\vec{N}$)

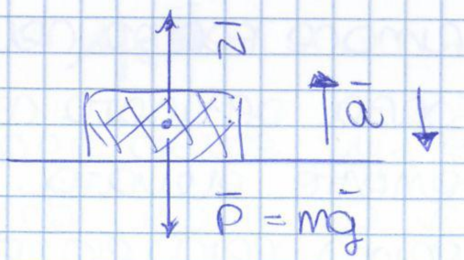
Corpo appoggiato su un pavimento:



Condizione di equilibrio:

$\bar{N} + \bar{P} = 0$ x avere un equilibrio $\bar{N} = -m\bar{g}$

se è $\neq 0$ c'è una accelerazione



se siamo su una piattaforma in moto (ex: ascensore)

$\bar{N} + \bar{P} = m\bar{a}$

xk siamo in presenza di un'accelerazione

$\bar{N} = m\bar{a} - \bar{P}$ ma $\bar{P} = m\bar{g}$

$\vec{N} = m\bar{a} - m\bar{g}$

$\bar{N} = m(\bar{a} - \bar{g})$

Caso statico

$\bar{N} + \bar{P} = 0$

$\bar{N} = -m\bar{g}$

Caso dinamico

$\bar{N} + \bar{P} = m\bar{a}$

$\bar{N} = m(\bar{a} - \bar{g})$

non è una proprietà intrinseca di un corpo, ma dipende dall'interazione di un corpo con altri corpi!

L'intensità della forza d'attrito statico non è nota a priori: essa è quella sufficiente a bilanciare (annullandone gli effetti) tutte le altre eventuali forze agenti sul blocco in direzione // alla superfici a contatto.

Se aumentiamo $\bar{F} \rightarrow$, anche $\bar{F}_{att}$ statico aumenterà, e quando il blocco è sul punto di scorrere la forza di attrito statica avrà raggiunto il suo massimo valore possibile.

La forza di attrito statico fra 2 superfici è sempre opposta alla componente // alla superficie della risultante delle altre forze applicate, ed essa può assumere valori compresi tra

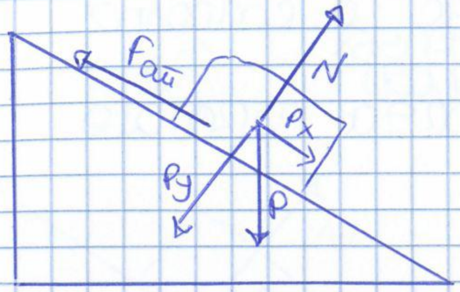
0 e $\mu_s \bar{N}$.

Il coefficiente μ_s è detto coefficiente d'attrito statico, ed il suo valore dipende dalla natura delle superfici in contatto, mentre $\bar{N}$ rappresenta la reazione vincolare tra le 2 superfici.

ex: disegno ⇐

$\bar{N}$ è = ed opposta a $\bar{P} = mg \Rightarrow \bar{N} = -mg$

Se la forza d'attrito diventa maggiore di $\mu_s N$ le superfici iniziano a scorrere e si parla di attrito dinamico.



LA FORZA DI ATTRITO SI CALCOLA FACENDO LA SOMMA DELLE FORZE DIRETTE LUNGO L'ASSE X E PONENDOLA = 0, CONSIDERANDO CHE L'ACCELERAZIONE È NULLA.

$$P_x - F_{att} = 0$$

$$F_{att} = P_x = P \sin\vartheta = 29{,}4$$

$$\overline{F}_{STAT} < \mu_S \overline{N}$$

CONDIZIONE DI ESISTENZA DELL'ATTRITO STATICO

$$P \sin\vartheta < \mu_s P \cos\vartheta$$

$$\sin\vartheta < \mu_s \cos\vartheta$$

$$\mu_s > \frac{\sin\vartheta}{\cos\vartheta}$$

$$\mu_s \geq \tan\vartheta$$

x FAR SI CHE UN CORPO STIA FERMO GRAZIE ALLA FORZA D'ATTRITO (IN QUIETE) SI DEVE AVERE

IL VALORE MINIMO DI μ_s È SEMPRE UGUALE A $\tan\alpha$

con ϑ inclinazione piano

ATTRITO RADENTE DINAMICO

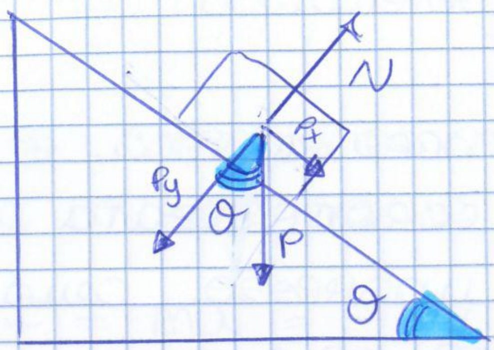
L'ATTRITO È UNA FORZA CHE SI ESERCITA AL CONTATTO TRA CORPI.

LE FORZE AGENTI TRA 2 SUPERFICI IN MOTO RELATIVO SONO DETTE FORZE DI ATTRITO DINAMICO. LA FORZA DI ATTRITO DINAMICO TRA 2 SUPERFICI SCABRE E NON LUBRIFICATE SEGUE LE SEGUENTI LEGGI EMPIRICHE:

PIANO INCLINATO

STAVOLTA IL CORPO È IN MOTO

SENZA ATTRITO: $\bar{P} + \bar{N} = m\bar{a}$ SCINDO LE DUE COMPONENTI



$$\begin{cases} m\bar{g}\cos\theta - N = 0 & (y) \\ \cancel{m}\bar{g}\,\text{sen}\,\theta = \cancel{m}\bar{a} & (x) \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{cases} \bar{N} = m\bar{g}\cos\theta & (y) \\ \bar{a} = \bar{g}\,\text{sen}\,\theta & (x) \end{cases}}$$

$$\begin{cases} P_y - N = 0 \\ P_x = m\bar{a} \end{cases}$$

SE INVECE È PRESENTE ATTRITO:

$$\bar{P}_x = m\bar{g}\,\text{sen}\,\theta \le \mu_s N = \mu_s m g \cos\theta$$

MA $\mu_s \ge \tan\theta$ CONDIZIONE DI EQUILIBRIO STATICO

PER $\tan\theta > \mu_s$ / $\mu_s < \tan\theta$

COMPONENTI SU ASSE // AL PIANO

$$\underbrace{P_x}_{\text{PESO}} - \underbrace{\mu_d P_y}_{\text{ATTRITO}} = \underbrace{m\bar{a}}_{\text{ACCELERAZIONE}}$$

$$\cancel{m}\bar{g}\,\text{sen}\,\theta - \mu_d \cancel{m}\bar{g}\cos\theta = \cancel{m}\bar{a}$$

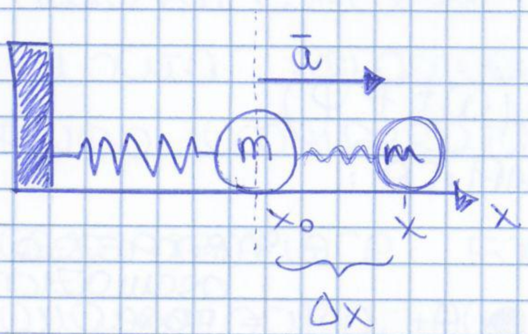
$$\boxed{\bar{a} = \bar{g}\,(\text{sen}\,\theta - \mu_d\cos\theta)}$$

N.B. SE $\mu_d = \tan\theta \Rightarrow \bar{a} = 0$

- se comprimo: Δx negativo
  forza verso positivo →
- se allungo: Δx positivo
  forze verso negativo ←

⇒ il corpo tende sempre a tornare nella posizione iniziale / di riposo

$\bar{F} = m\bar{a} = -kx$ — assumiamo non ci sia attrito tra le superfici



$$\Sigma \bar{F} = m\bar{a}$$
$$-kx = m\bar{a}$$

x = spostamento della massa m (punto materiale)

Proviamo la legge oraria (equazione che descrive la cinematica / il moto) di una massa attaccata a una molla vincolata in un estrema:
(ampiezza = x)

La legge del moto è:

$$-kx = m\bar{a}$$

$$-kx = m\frac{d^2x}{dt^2} \longrightarrow -\frac{kx}{m} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Risolvere l'eq. differenziale.
Si cerca una funzione la cui derivata seconda sia uguale alla funzione stessa cambiata di segno, a meno del coefficiente di proporzionalità $\left(\frac{k}{m}\right)$:

FORZA di ATTRITO VISCOSO

LA FORZA DI ATTRITO VISCOSO È DOVUTA ALLA RESISTENZA CHE UN FLUIDO OPPONE QUANDO UN CORPO TENTA DI MUOVERSI ALL'INTERNO DI ESSO.

MENTRE PER GLI ATTRITI RADENTI E VOLVENTI ESISTONO LEGGI BEN PRECISE CHE NE REGOLANO L'INTENSITÀ, GLI ATTRITI VISCOSI SONO FENOMENI MOLTO PIÙ COMPLESSI CHE DIPENDONO DALLA VELOCITÀ RELATIVA DEL CORPO RISPETTO AL FLUIDO CONSIDERATO (PIÙ ALTRE VARIABILI)

CASO SEMPLICE: FORZA DI ATTRITO VISCOSO $\propto$ ALLA VELOCITÀ (CIOÈ NE DIPENDE ATTRAVERSO UNA RELAZIONE LINEARE):

$$\bar{F} = -\beta\bar{v}$$

PIÙ IN GENERALE LA FORZA È UNA FUNZIONE $b(v)$ PIÙ COMPLESSA DELLA VELOCITÀ

$$\bar{F} = -b(\bar{v})$$

$$-\beta\bar{v} = m\bar{a}$$

$$-\beta\bar{v} = m\frac{d\bar{v}}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{-\beta\bar{v}}{m} \qquad a = -\frac{\beta}{m}\bar{v}$$

dà luogo a un

$\Rightarrow$ MOTO SMORZATO ESPONENZIALMENTE

$$a = -kv$$

con

$$k = -\frac{\beta}{m}$$

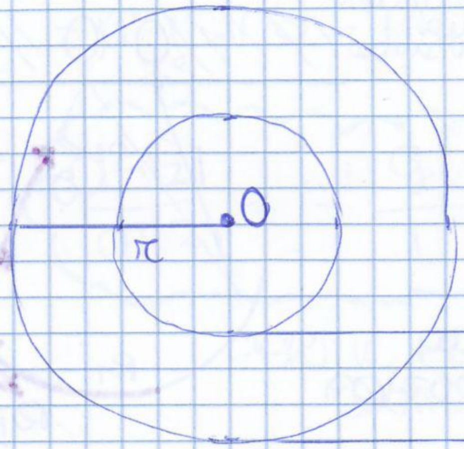
In generale le forze centripete sono prodotte da rotaie, pneumatici, fili, ossia vincoli che consentono di incurvare la traiettoria, oppure da forze gravitazionali.

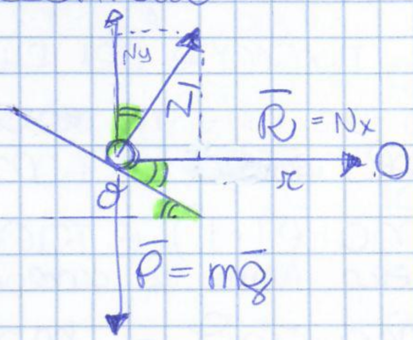
esempio: (2.14)

Divido N nelle componenti

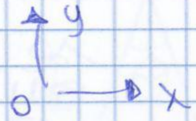
Traiettoria circolare percorsa su una strada inclinata

$\bar{R}$ = componente della reazione vincolare $\bar{N}$ nella direzione orizzontale





assi cartesiani



impo!!!

$N_x = \bar{R}$ = componente di $\bar{N}$ nella direzione orizz.

$$N_x = \bar{N} \sin\vartheta = \bar{F}_N = m\frac{v^2}{R} \; !$$

Occorre che la risultante R delle forze applicate sia // all'asse x

$$N_x = N \sin\vartheta \longrightarrow N_x = m\frac{v^2}{R} = m\bar{a}_n = \bar{F}_n$$

$$N_y = N\cos\vartheta \longrightarrow N_y - P = 0 \quad \text{(equilibrio)}$$

$$\bar{P} = N_y = \bar{N}\cos\vartheta = m\bar{g}$$

$$\begin{cases} \bar{F}_n = m\bar{a}_n = m\dfrac{v^2}{R} = \bar{N}\sin\vartheta = N_x = R \\ P = m\bar{g} = N_y = N\cos\vartheta \end{cases}$$

le divido
$$\begin{cases} N\sin\vartheta = m\dfrac{v^2}{R} \\ N\cos\vartheta = mg \end{cases} \longrightarrow \boxed{\tan\vartheta = \frac{v^2}{rg}}$$

STUDIO LE 2 COMPONENTI SEPARATE: 22 MARZO 2012

T

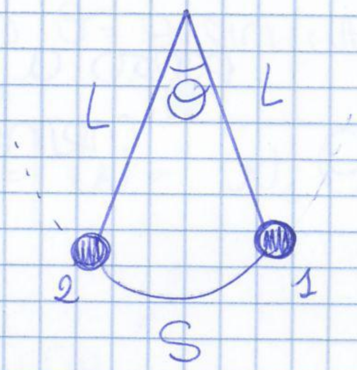
$$\left.\begin{aligned} \cancel{m}a_T &= -\cancel{m}g\sin\theta \\ a_T &= L\frac{d^2\theta}{dt^2} \end{aligned}\right\} \text{metto assieme}$$

$$-\cancel{m}g\sin\theta = \cancel{m}L\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\sin\theta}$$

PER IL PENDOLO QUINDI

$$\boxed{S = L\theta}$$



$$a_T = L\alpha = L\frac{d^2\theta}{dt^2} = -g\sin\theta$$

N

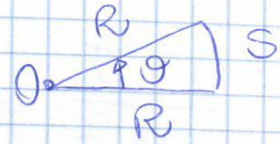
$$T_F - mg\cos\theta = ma_N$$

$$a_n = \frac{v^2}{L} \qquad (L=R)$$

$$\boxed{m\frac{v^2}{L} = T_F - mg\cos\theta}$$

ABBIAMO OTTENUTO LE 2 EQUAZIONI

RICHIAMO



$$S = R\theta$$

$$\frac{ds}{dt} = R\frac{d\theta}{dt}$$

$$\Rightarrow v = R\omega$$

$$\frac{d^2s}{dt^2} = R\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\Rightarrow a_T = R\alpha$$

S	$R\theta$
V	$R\omega$
a_T	$R\alpha$

ma $R = L$

LA SOLUZIONE DELL'EQUAZIONE DIFF

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \frac{g}{L}\vartheta = 0$$

È: $\boxed{\vartheta = \vartheta_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)}$

ϑ_0 = MAX ANGOLO RAGGIUNTO DAL PENDOLO

CALCOLIAMO IL PERIODO:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad \text{ma} \quad \omega_0^2 = \frac{g}{L}$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}$$

PULSAZIONE!

SE DERIVO $\vartheta = \vartheta_0 \sin(\omega t + \varphi)$ RISPETTO AL TEMPO

$$\underbrace{\frac{d\vartheta}{dt}}_{\text{velocità angolare}} = \boxed{\omega = \omega_0 \vartheta_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)}$$

ORA USO: $(L = R)$

$$\boxed{S = L\vartheta = L\vartheta_0 \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)}$$

SOSTITUISCO ϑ DI PRIMA

COSÌ OTTENGO LO SPAZIO PERCORSO LUNGO LA CIRCONFERENZA (ARCO)

ORA DERIVO S RISPETTO AL TEMPO E OTTENGO

VELOCITÀ TANGENZIALE

$$\boxed{V_T = \frac{ds}{dt} = L\frac{d\vartheta}{dt} = L\omega_0\vartheta_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)}$$

SE DERIVO ANCORA HO L'ACCELER (MA CE L'AVEVO GIÀ...)

★ caso dinamico

c'è un accelerazione (una forza è > dell'altra)

$$\Sigma \bar{F} = m\bar{a}$$

$$T_1 - T_2 = m\bar{a} \Longrightarrow T_1 = T_2 + m\bar{a}$$

la tensione nella fune varia nella direzione dell'accelerazione

ma ipotesi = filo molto sottile $m \simeq 0$

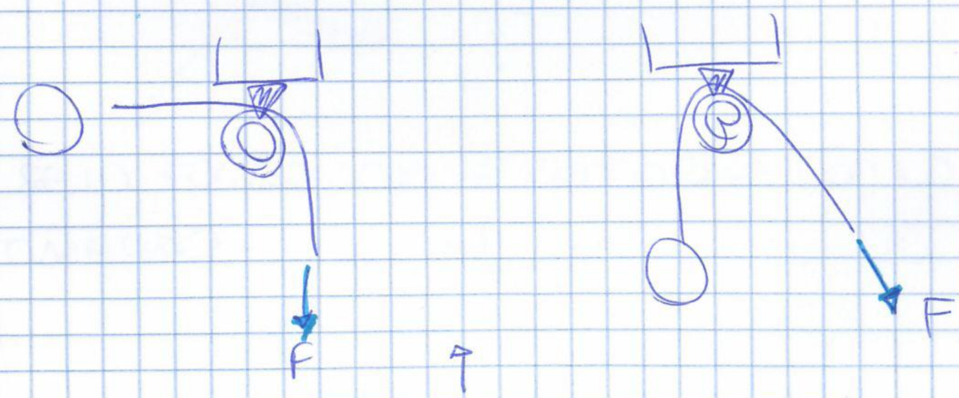
$$\rightarrow m\bar{a} \simeq 0$$

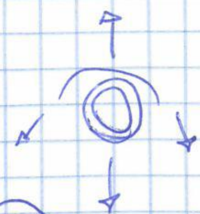
$$T_1 = T_2 + \cancel{m\bar{a}}$$

$$T_1 = T_2$$

la tensione attraverso il filo rimane costante!

anche se il filo passa su una semplice retta → ma anche attorno a una carrucola

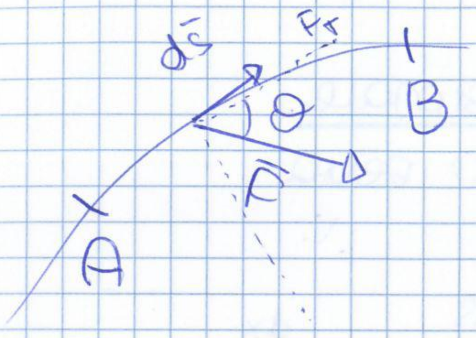




TUTTI I FILI SONO IDEALIZZATI

HANNO TUTTI LA STESSA TENSIONE

anche se il filo si muove e le forze che agiscono sul filo sono diverse → la tensione attraverso il filo rimane costante! anche attraverso carrucole ecc (se non sono carr. rigidi) nel caso in cui lo spazio percorso non sia infinitesimo ma il tratto di curva che va da A a B si ha che:



$$L_{a\to B} = \int_A^B F ds =$$

$$= \int_A^B F\cos\vartheta \, ds = \int_A^B F_T \, ds$$

F_T: componente della forza tangente

$F_T = F\cos\vartheta$

Dalla formula possiamo notare che avremo 3 casi

- $L > 0$ se $0 < \vartheta < \pi/2$
- $L < 0$ se $\pi > \vartheta > \pi/2$
- $L = 0$ se $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ ossia se F (forza) e S (spostamento) sono $\perp$ tra loro

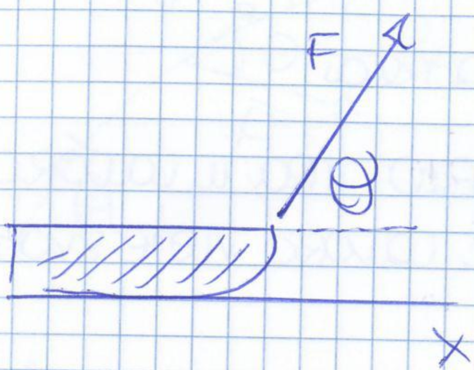
La forza può anche essere la risultante di diverse forze applicate, x cui:

$$L_{a\to B} = \int_A^B \bar{F} d\bar{s} = \int_A^B (\bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \dots \bar{F}_n) d\bar{s} = \int_A^B \bar{F}_1 d\bar{s} +$$

$$+ \int_A^B \bar{F}_2 d\bar{s} + \dots + \int_A^B \bar{F}_n d\bar{s} = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$

ESEMPIO

UNA SLITTA VIENE TRASCINATA DA UNA CORDA X 10 M. LA TRAZIONE SULLA CORDA È DI 60 N E L'ANGOLO TRA LA CORDA E IL TERRENO È DI 60° CALCOLARE IL LAVORO DELLA $\bar{F}$.



SOLUZIONE:

$\Delta x = 10\,m$

$F = 60\,N$

$\theta = 60°$

$$L = \int_A^B F ds = \int_A^B \underbrace{F\cos\theta}_{\text{COSTANTE}}\, \underbrace{ds}_{\text{VARIA TRA 0m E 10m}} =$$

$$F\cos\theta \int_A^B dx = F\cos\theta\,\Delta x = 60 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 = 300\,J$$

ENERGIA CINETICA

RIPRENDENDO LA DEF. DI LAVORO INFINITESIMO POSSIAMO ESPRIMERLO COSÌ:

$$dL = F ds = F\cos\theta\, ds = F_t\, ds = m a_t\, ds =$$

$$= m\frac{dv}{dt}ds = m\frac{ds}{dt}dv = \boxed{mvdv}$$

ORA LO INTEGRO

SCAMBIO I DIFFERENZIALI

E CONSIDERIAMO UN PERCORSO FINITO V DA A → B

TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA

$$\boxed{L_{A\to B} = \int_A^B mvdv = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = E_{k,B} - E_{k,A} = \Delta E_k}$$

ENERGIA CINETICA:

$$E_K = \frac{1}{2} m v^2$$

CON LA QUANTITÀ DI MOTO

$$\bar{p} = m\bar{v} \iff \bar{v} = \frac{\bar{p}}{m}$$

COSÌ È POSSIBILE SCRIVERE

$$\boxed{E_K = \frac{1}{2} \cancel{m} \frac{p^2}{m^{\cancel{2}}} = \frac{p^2}{2m}}$$

OVVERO

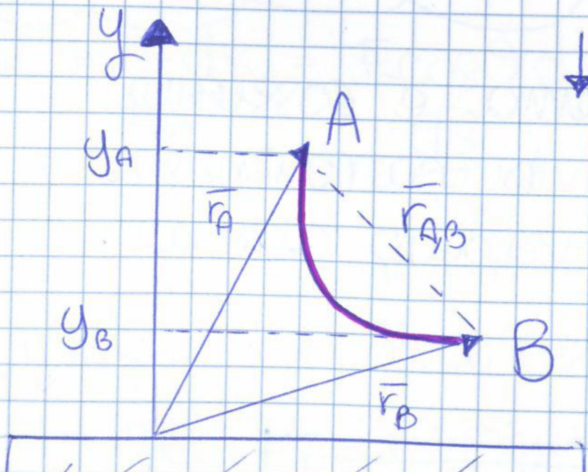
$$\boxed{p = \sqrt{2 m E_K}}$$

→ SI OTTIENE SOLO IL VALORE DEL MODULO

HO SOLO GRANDEZZE SCALARI!

20 MARZO

LAVORO della FORZA PESO



$\downarrow \bar{g}$

PUNTO SI MUOVE DA A a B CON UNA LINEA CURVA

$\bar{r}_A$, $\bar{r}_B$ RAGGI VETTORI

CONCLUSIONE:
IL LAVORO DELLA FORZA PESO E L'ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE!

ENERGIA POTENZIALE DELLA FORZA PESO:

$$\boxed{E_p = mgy}$$

QUESTA FUNZIONE DELLA COORDINATA y HA LA PROPRIETÀ PER CUI IL LAVORO È UGUALE ALL'OPPOSTO DELLA VARIAZIONE DI QUESTA FUNZIONE DA A a B, E NON DIPENDE DALLA PARTICOLARE TRAIETTORIA FRA A e B.

$L_{AB} = -\Delta E_p$ VALE SOLO x FORZE CONSERVATIVE!!!

LAVORO ⊕ : L. MOTORE

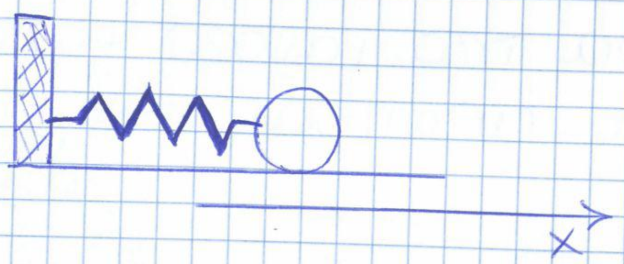
LAVORO ⊖ : L. RESISTENTE

LAVORO DI UNA FORZA ELASTICA

RICORDIAMO LA LEGGE DI HOOKE:

$$\bar{F} = -kx_0 \bar{u}_x$$

$d\bar{s} = dx\,\bar{u}_x$



APPLICO LA FORMULA DEL LAVORO → IL LAVORO DELLA FORZA ELASTICA PER UNO SPOSTAMENTO SULL'ASSE x VALE:

$$= \mu_d N \int_A^B d\bar{s}$$

l'integrale scalare è la lunghezza del percorso da A a B, misurata lungo la traiettoria effettiva del punto materiale.

Il lavoro non è esprimibile con una differenza dei valori di una funzione delle coordinate nei punti A e B

RIASSUNTINO: MEMORIZZO!

FORZE CONSERVATIVE

Lavoro forza peso conservativa
$$\begin{cases} L_{A\to B} = -(mg\,y_B - mg\,y_A) \\ L_{A\to B} = -(E_{p,B} - E_{p,A}) = -\Delta E_p \end{cases}$$

Lavoro forza elastica conservativa
$$\begin{cases} L_{A\to B} = -\left(\frac{1}{2}kx_B^2 - \frac{1}{2}kx_A^2\right) \\ L_{A\to B} = -(E_{p,B} - E_{p,A}) = -\Delta E_p \end{cases}$$

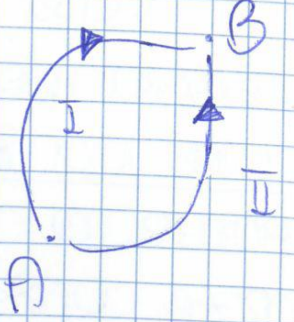
Lavoro forza attrito dissipativa
$$L_{A\to B} = -\mu_d N \int_A^B ds$$

dipende dal percorso, $\left(\int_A^B ds\right)$ non è scritta come ΔE_p

energia potenziale della forza peso / gravitazionale ; $E_p = mgy$

energia potenziale elastica ; $E_p = \frac{1}{2}kx^2$

nel caso invece di un percorso chiuso $A \to B \to A$ lungo I e II



$$\int_A^B (\vec F d\vec s)_I + \int_A^B (\vec F d\vec s)_{-II} =$$

$$= \int_A^B (\vec F d\vec s)_I - \int_A^B (\vec F d\vec s)_{II} = 0$$

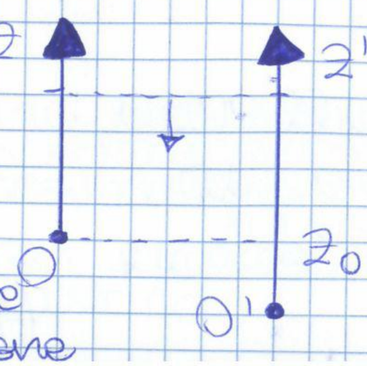
il lavoro dipende solo da posizione finale e iniziale → che coincidono! Tutta l'energia si conserva!

lungo un qualsiasi percorso chiuso il lavoro è nullo $\oint \vec F d\vec s$
(sempre se parliamo di forze conservative)

ENERGIA POTENZIALE

$$L_{A\to B} = -(E_{p,B} - E_{p,A}) = -\Delta E_p$$

non esiste una formulazione generale dell'espressione dell'energia potenziale, ma dipende dalla forza a cui si riferisce.
L'energia potenziale viene definita a meno di una costante!



- $E_p = mgz$
- $E_p' = mgz' = mg(z + z_0)$

$E_p' = mgz + mgz_0$
$= E_p + cost.$

due scelte diverse dell'origine

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 83 di 310

PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA:

$$\boxed{E_m = E_K + E_P = \text{cost}}$$

XK A,B o C... QUALSIASI PUNTO È UGUALE ALL'ALTRO! E L'ENERGIA MECCANICA È SEMPRE UGUALE!

★ CON FORZE ANCHE CONSERVATIVE!

$$L_{A \to B} = L_C + L_{nC} = E_{K,B} - E_{K,A}$$

VALE SEMPRE IL TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA

IN PARTICOLARE: $L_C = -(E_{P,B} - E_{P,A}) = -\Delta E_P$

C = CONSER.
nC = NON CONSERV.

$$\Downarrow$$

$$L_{A \to B} = -(E_{P,B} - E_{P,A}) + L_{nC} = E_{K,B} - E_{K,A}$$

$$L_{A \to B} = E_{P,A} - E_{P,B} + L_{nC} = E_{K,B} - E_{K,A}$$

$$L_{nC} = (E_{K,B} + E_{P,B}) - (E_{K,A} + E_{P,A})$$

$$L_{nC} = E_{m,B} - E_{m,A} = \Delta E_{MEC}$$

L'ENERGIA È STATA DISSIPATA X COMPIERE LAVORO

$$\boxed{L_{NC} = \Delta E_M}$$

ESERCIZI x L'ESAME

Una pallina di gomma, a $h = 5m$ dal suolo, viene lanciata orizz con $V_0 = 10$ m/s.

ⓐ Si calcoli la distanza l_0 del punto P_1 dall'origine O nel quale la pallina tocca terra, le componenti x e y della V, l'angolo che essa forma con l'asse x al momento dell'urto. (θ lo trovo con le velocità)

Nell'urto si ha una diminuzione della V:
V_x dopo l'urto è inferiore del 20% del valore che aveva subito prima dell'urto,
V_y cambia segno e diminuisce del 20%

ⓑ Si calcoli: l'altezza max raggiunta dopo il primo rimbalzo e la distanza l_1 da O del successivo urto della pallina al suolo (P_2)

ⓒ La distanza complessiva percorsa dalla pallina lungo l'asse x in un tempo molto grande supponendo che negli urti successivi la sua velocità diminuisca come nel primo urto.

Altre domande:

- variazione dell'energia cinetica nel n urto?

$$y = h - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2}$$ → PONGO = 0, TROVO LA X POSITIVA OVVERO x_{P_1}

$$y = 5 - 0{,}049\, x^2$$ (FUNZIONE) $x_{P_1} = 10{,}1$

METTO $y = 0$ X TROVARE IL TEMPO

$$t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1s$$

COINCIDONO

QUANTO TEMPO CI METTE?

$t = 1{,}01s$

QUINDI

$$l_0 = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} = 10{,}1$$

LE COMPONENTI SONO (DI V) QUANDO ARRIVA A TERRA:

$V_x(P_1) = V_0 = 10\ m/s$ PERCHÉ È COSTANTE

$V_y(P_1) = -\sqrt{2gh} = -10\ m/s$ → DA $a(y-y_0) = \frac{1}{2}v^2$

$$\begin{cases} V_x = \frac{dx}{dt} = V_0 \\ V_y = \frac{dy}{dt} = -gt = -g\sqrt{\frac{2h}{g}} = -\sqrt{\frac{2hg^2}{g}} = -\sqrt{2hg} \end{cases}$$

POI

$$\tan\alpha = \frac{V_y}{V_x} = -1 \Rightarrow \alpha = \frac{7\pi}{4}\ RAD$$

) DOPO L'URTO −20% OVVERO V_x E V_y RISULTANO MOLTIPLICATE PER $0{,}8 = \eta$ E y CAMBIA SEGNO

$V_x^* = 10 \cdot 0{,}8 = 8\ m/s$

$-V_y^* = -(-10 \cdot 0{,}8) = 8\ m/s$

ESERCIZIO 1.10 MAZZOLDI

LANCETTE MINUTI E ORE A MEZZOGG.
SI DETERMININO LE POSIZIONI ANGOLARI IN CUI ESSE SI SOVRAPPONGONO.

DOVE S'INCONTRANO ↓ OVVERO UN PO' DOPO

$$\begin{cases} \omega_{ore} = \dfrac{2\pi}{12 \cdot 60} \\ \omega_{minuti} = \dfrac{2\pi}{1 \cdot 60} \end{cases}$$

$$\boxed{\omega_{minuti} = 12\, \omega_{ore}}$$

$$\theta_{ore} = \omega_{ore}\, t$$

$$\theta_{min} = \omega_{min}\, t = \underbrace{\theta_{ore}}_{\text{angolo percorso dalla lancetta delle ore}} + \underbrace{2\pi}_{\text{compie un giro x arrivare a 1-1}}$$

$$\boxed{\omega = \frac{\theta}{t}}$$

$$\theta_{minuti}: \quad \frac{\theta_{ore} + 2\pi}{t} = 12\,\frac{\theta_{ore}}{t}$$

RISOLVO

$$\theta_0 + 2\pi = 12\theta_0$$

$$11\theta_0 = 2\pi$$

DALLA RELAZIONE SOPRA

$$\theta_{ore} = \frac{2\pi}{11}$$

$$\bar{L} = \bar{r} \times m\bar{v} = \bar{r} \times m(v_r + v_t) =$$

$$= \bar{r} \times m\bar{v}_t$$

$\bar{r}$ e $\bar{v}_r$ sono // $\bar{r} \times m\bar{v}_r = 0$!!

il modulo è : $\boxed{L = mrv_t = mr^2 \frac{d\vartheta}{dt}}$ $v_t = r\omega$

quando ϑ vale $\frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin\vartheta = 1 \Longrightarrow$ quando il polo coincide con il centro di curvatura

se il moto è circolare invece :

$$\boxed{L = mr^2\omega}$$

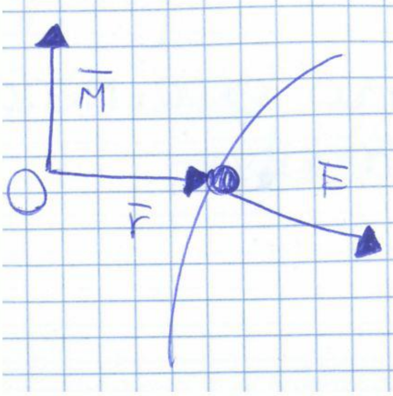
il momento angolare è più impo se si considerano corpi rigidi (no punto materiale)
(vedremo più avanti)

MOMENTO della FORZA

consideriamo una forza $\bar{F}$ applicata a un punto materiale. il momento della forza è definito come il prodotto vettoriale tra

$$\bar{M} = \bar{r} \times \bar{F}$$

- modulo : $M = \|\bar{r}\| \, \|\bar{F}\| \sin\vartheta$



- verso : regola mano DX
- $\bar{r}$ vettore unisce punto materiale e un polo O scelto da noi

LA FORZA $\bar{F}$ APPLICATA AL PUNTO COINCIDE

CON $m\frac{d\bar{v}}{dt} = m\bar{a}$

QUINDI $\boxed{\frac{d\bar{L}}{dt} = \bar{r} \times m\bar{a} = \bar{r} \times \bar{F} = \bar{M}}$

LA DERIVATA DEL MOMENTO ANGOLARE RISPETTO AL TEMPO È UGUALE AL MOMENTO DELLA FORZA.

$$p : F = L : M$$

LA DERIVATA TEMPORALE DEL M.A È UGUALE AL M.F SE ENTRAMBI I MOMENTI SONO RIFERITI ALLO STESSO POLO DI UN SISTEMA FISSO.

$$\frac{dL}{dt} = \bar{r} \times m\bar{a} = \bar{r} \times \bar{F} = \bar{M}$$

MA SE $M=0$ OVVERO:
SE LA FORZA È NULLA O FORZA E VETTORE POSIZIONE $\bar{r}$ SONO PARALLELI //

$$\frac{dL}{dt} = \bar{r} \times \bar{F} = 0 \Rightarrow \text{COSTANTE} = \bar{L}$$

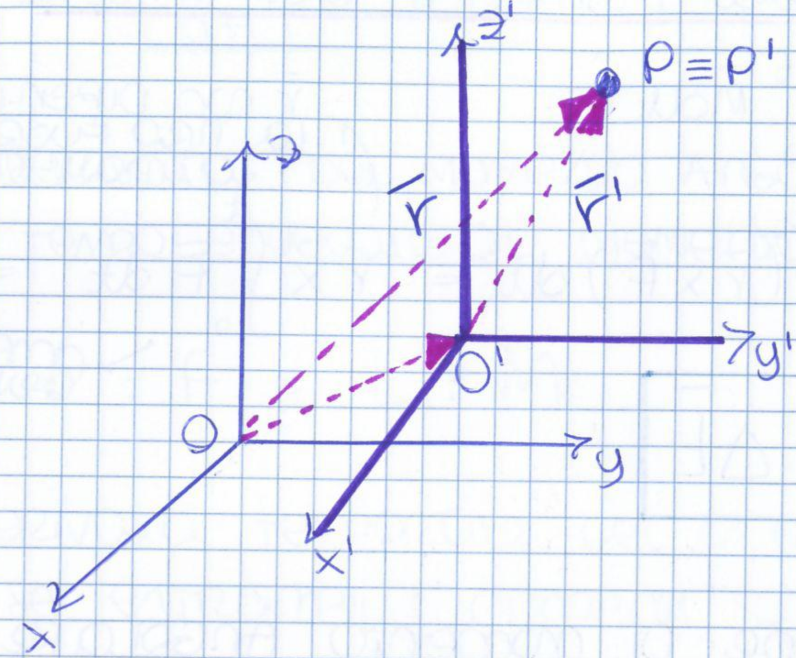
$\Rightarrow$ CONSERVAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE

$\bar{L}$ GODE DI INVARIANZA TEMPORALE

$\overrightarrow{OO'}$ POSIZIONE DI O' RISPETTO AL SISTEMA Oxy

$\bar{r}$ POSIZIONE P RISPETTO AL SISTEMA Oxy

$\bar{r}'$ POSIZIONE $P \equiv P'$ RISPETTO AL SISTEMA O'x'y'



Oxy È FISSO

SUPPONIAMO ORA CHE I 2 SISTEMI DI RIFERIMENTO POSSANO **SOLO TRASLARE** UNO RISPETTO ALL'ALTRO → QUINDI I VERSORI CON VARIANO NEL TEMPO, SONO COINCIDENTI

$$\boxed{\bar{r}' = \overrightarrow{OO'} + \bar{r}}$$ (SOMMA DI VETTORI)

X QUALSIASI DISEGNO (NON SOLO X IL NOSTRO!!)

$$\boxed{\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{d\,\overline{OO'}}{dt} + \frac{d\bar{r}'}{dt} = \bar{V}_{OO'} + V'}$$

ERCO LA LOCITÀ: DERIVO!

VELOCITÀ RELATIVA E VELOCITÀ DI TRASCINAMENTO

$V_{OO'}$ = VELOCITÀ DEL SISTEMA MOBILE RISPETTO A QUEL FISSO

V' = VELOCITÀ DEL PUNTO P'

$= V_R + V_T$