NUMERO: 1210

DATA: 27/10/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Bettale

MATERIA: Elettronica Riassunti-Formule-Temi d'Esame

Prof. Pirola

ELETTRONICA di PIROLA

- appunti riassuntivi
- formule finali + temi d'esame

COLLEGAMENTO GENERATORE-CARICO

- SEGNALE ELETTRICO = SEGNALE CON UN'ENERGIA ASSOCIATA A VARIAZIONI ELETTRICHE DI TENSIONI, CORRENTI...
- SEGNALE ELETTRONICO = SEGNALE LA CUI IMPORTANZA È SIA L'ENERGIA, SIA LA SUA FORMA = INFORMAZIONE CHE TRASPORTA

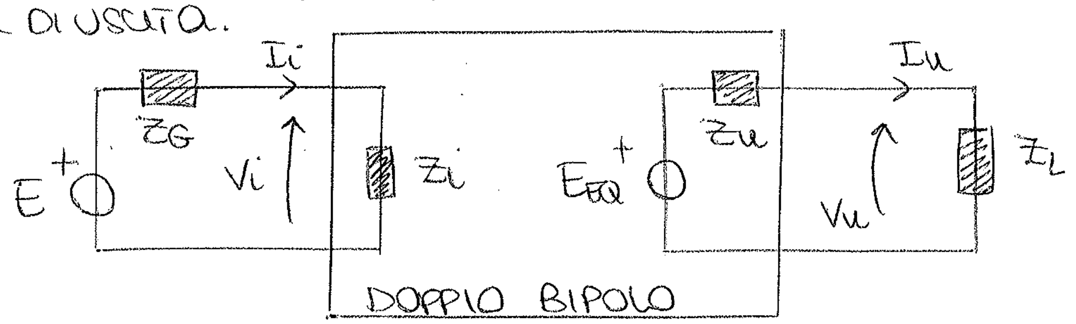
QUALSIASI SEGNALE → VIENE TRASFORMATO IN SEGNALE ELETTRICO x ESSERE TRASPORTATO E UTILIZZATO → POI VIENE RICONVERTITO DA ELETTRICO AL TIPO DI SEGNALE ACQUISITO

DURANTE QUESTA TRASFORMAZIONE / RICONVERSIONE IL SEGNALE NON DEVE ESSERE MODIFICATO E DEVE ESSERE PRESO ENERGETICAMENTE COMPATIBILE

SI USANO I SEGNALI ELETTRICI x LE LORO < DIMENSIONI, VELOCITÀ

PROBLEMA: TRASFERIMENTO DI ENERGIA ELETTRICA DA UN "GENERATORE" A UN "CARICO" (ex: PRELEVARE BIOPOTENZIALI)

ESSI NON POSSONO ESSERE CONNESSI DIRETTAMENTE!
BISOGNA INTRODURRE UN CIRCUITO CHE ADATTA LE CARATTERISTICHE ELETTRICHE DEL GENERATORE A QUELLE DEL CARICO.
AD EX. UN DOPPIO BIPOLO, DOTATO DI UNA PORTA DI INGRESSO E UNA DI USCITA.



E = GENERATORE : BIPOLO CHE GENERA ENERGIA ELETTRICA (SENSORE)
Z_G = RESISTENZA INTERNA DEL GENERATORE
Z_L = CARICO : BIPOLO AL QUALE VOGLIAMO TRASFERIRE L'ENERGIA (ATTUATORE)

- TRASDUTTORI = DISPOSITIVI IN GRADO DI "TRADURRE" UNA GRANDEZZA FISICA QUALSIASI IN UNA GRANDEZZA ELETTRICA (SIA GENERATORI CHE CARICHI)

- TEOREMA THEVENIN = DATO UN CIRCUITO COMPOSTO UNICAMENTE DA ELEMENTI LINEARI E SUDDIVISIBILE IN 2 SOTTOCIRCUITI CONNESSI SOLAMENTE ATTRAVERSO 2 CONDUTTORI (FORMA BIPOLO) ALLORA OGNI SOTTOCIRCUITO È EQUIVALENTE ALLA SERIE DI UN GENERATORE DI TENSIONE E UN RESISTORE / GENERICA IMPEDENZA Z_G

X OTTENERE IL MASSIMO DELLA POTENZA TRASFERIBILE AL CARICO AL VARIARE DEL CARICO STESSO R_L, DERIVO P_R RISPETTO A R_L E CALCOLO IL VALORE DI R_L CHE ANNULLA LA DERIVATA PRIMA:

$$\frac{dP_R}{dR_L} = \frac{d}{dR_L}\left(E_0^2 \frac{R_L}{(R_L+R_G)^2}\right) = E_0^2 \frac{(R_L+R_G)^2 - R_L 2(R_L+R_G)}{(R_L+R_G)^4} =$$

$$= E_0^2 \frac{\cancel{(R_L+R_G)}}{(R_L+R_G)^{\cancel{4}\,3}}(R_L+R_G-2R_L) = E_0^2 \frac{R_G-R_L}{(R_L+R_G)^3}$$

$$\frac{dP_R}{dR_L} = 0 \iff R_G - R_L = 0,\ R_G = R_L!\ ,\ \frac{R_G}{R_L} = 1!$$

QUINDI LA POTENZA MASSIMA

$$P_{max}(R_G = R_L) = E_0^2 \frac{R_G}{(2R_G)^2} = E_0^2 \frac{\cancel{R_G}}{4R_G^{\cancel{2}}} = \frac{E_0^2}{4R_G}$$

ESSENDO $P_G = \frac{E_0^2}{R_G+R_L} = \frac{E_0^2}{2R_G}$

POSSIAMO ANCHE SCRIVERE $P_{MAX} = \frac{E_0^2}{4R_G} = \frac{1}{2}P_G$

CHE PRENDE IL NOME DI "POTENZA DISPONIBILE" ED È UNA CARATTERISTICA DEL GENERATORE.

POSSIAMO VEDERE CHE METÀ POTENZA DEL GENERATORE P_G VIENE DISSIPATA E METÀ VIENE TRASFERITA.

DICIAMO $R_G = R_L$, "CONDIZIONE DI ADATTAMENTO ENERGETICO". CHE CORRISPONDE AL MASSIMO TRASFERIMENTO DI POTENZA POSSIBILE TRA GENERATORE E CARICO.

RIASSUMENDO:

X AVERE MAX. TENSIONE AL CARICO ($R_G << R_L$)
MAX. CORRENTE AL CARICO ($R_G >> R_L$)
MAX. POTENZA TRASFERITA AL CARICO ($R_G = R_L$)
RISPETTO ALLA TENSIONE DISPONIBILE E, ALLA CORRENTE DISPONIBILE J, ALLA POTENZA DISPONIBILE $P_{DISP} = \frac{E_0^2}{4R_G}$

TUTTA QUESTA TRATTAZIONE PUÒ ESSERE ESTESA AL REGIME SINUSOIDALE DOVE TENSIONI, CORRENTI, IMPEDENZE ED AMMETTENZE SONO RAPPRESENTATE DA NUMERI COMPLESSI $\mathbb{C}$.

CIOÈ AD EX: $\hat{Z}_G = R_G + jX_G$, $\hat{Y}_G = G_G + jB_G$

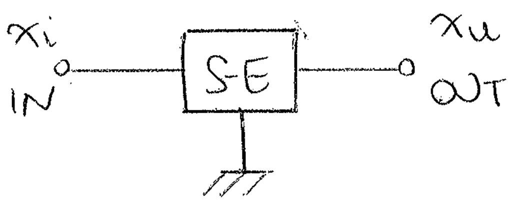
AMPLIFICATORI

DISPOSITIVO IN GRADO DI PRENDERE UN SEGNALE ELETTRICO E MODIFICARNE L'AMPIEZZA (= IL CONTENUTO ENERGETICO) SENZA MODIFICARNE LA FORMA

FUNZIONE = HA SEMPRE IL COMPITO DI CONSENTIRE IL TRASFERIMENTO DI ENERGIA DA UN GENERATORE AD UN CARICO SENZA DISTURBARE IL GENERATORE E SENZA CHE LA SUA FUNZIONE POSSA ESSERE DISTURBATA DAL CARICO

SINGLE-ENDED

TRIPODI
- MORSETTO DI INGRESSO (A SX : IN)
- MORSETTO DI USCITA (A DX : OUT)
- MORSETTO DI RIFERIMENTO / "MASSA" (IN BASSO)



x_i = SEGNALE IN INGRESSO

x_u = SEGNALE IN USCITA

CLASSIFICAZIONE IN BASE AL TIPO

AMPLIFICATORE DI TENSIONE : $\frac{x_u}{x_i} = \frac{\text{TENS}}{\text{TENS}}$ (ADIM)

" DI CORRENTE : $\frac{x_u}{x_i} = \frac{\text{CORR}}{\text{CORR}}$ (ADIM)

" DI TRANSCONDUTTANZA $\longrightarrow \frac{x_u}{x_i} = \frac{\text{CORR}}{\text{TENS}}$ (S)

" DI TRANSRESISTENZA $\longrightarrow \frac{x_u}{x_i} = \frac{\text{TENS}}{\text{CORR}}$ (Ω)

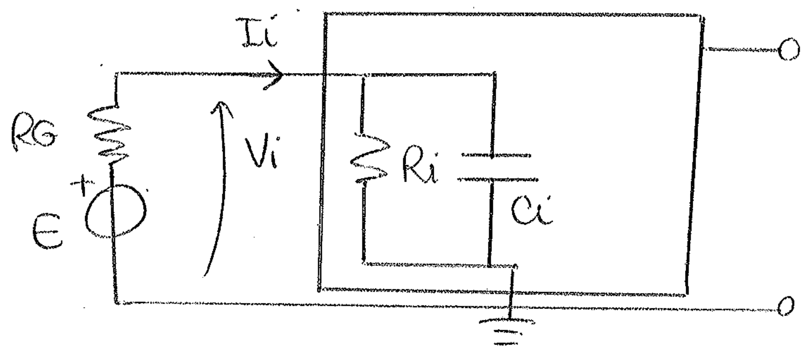
AMPLIFICATORE DI POTENZA : AMPLIFICA SIA LA TENSIONE SIA LA CORRENTE IN INGRESSO

CARATTERISTICHE ELETTRICHE PRINCIPALI

- TIPO (4) DIPENDE DALLE GRANDEZZE ELETTRICHE IN INGRESSO O USCITA

- IMPEDENZA DI INGRESSO

RAPPRESENTAZIONE DEL CIRCUITO EQUIVALENTE PARALLELO DELLO STADIO DI INGRESSO DI UN AMPLIFICATORE CONNESSO AD UN GENERATORE REALE CON RESISTENZA INTERNA RG



I VALORI DI R_0 DIPENDONO DAL TIPO DI AMPLIFICATORE:

- AMPLIFICATORE DI TENSIONE O TRANSRESISTENZA $\rightarrow R_0 < |Z_L| \rightarrow$ PILOTA IL CARICO IN TENSIONE / FAVORISCE IL TRASFERIMENTO DI TENSIONE VERSO IL CARICO
- AMPLIFICATORE DI CORRENTE O TRANSCONDUTTANZA $\rightarrow R_0 > |Z_L| \rightarrow$ PILOTA IL CARICO IN CORRENTE / FAVORISCE IL TRASFERIMENTO DI CORRENTE VERSO IL CARICO

DINAMICA DI INGRESSO

= INTERVALLO ALL'INTERNO DEL QUALE PUÓ VARIARE LA GRANDEZZA DI INGRESSO SENZA CHE L'AMPLIFICATORE SATURI O SI COMPORTI IN MODO NON LINEARE

$\downarrow$

CIOÉ LA GRANDEZZA IN USCITA É LIMITATA DALLA DINAMICA DI USCITA

ex: elettrocardiografia 10/20 mV
elettroencefalografia 1/2 mV

DINAMICA DI USCITA

= INTERVALLO ALL'INTERNO DEL QUALE PUÓ VARIARE LA GRANDEZZA DI USCITA

(IMPO SE L'USCITA DEVE ESSERE COLLEGATA A VISUALIZZATORE/ SISTEMA DI ACQUISIZIONE DATI)

$D.U \leq D.I$

POTENZA DISSIPATA A VUOTO

= POTENZA CHE L'AMPLIFICATORE ASSORBE DALL'ALIMENTATORE QUANDO L'INGRESSO É NULLO

(mW ÷ W)

RISPOSTA IN FREQUENZA

= DESCRIVE COME LA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO INGRESSO-USCITA DELL'AMPLIFICATORE VARIA AL VARIARE DELLA PULSAZIONE ω, IN REGIME SINUSOIDALE

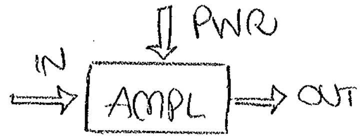
= GRAFICI = DIAGRAMMI DI BODE IN MODULO E FASE DELLA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO, IN FUNZIONE DI f O ω

MODULO IN DECIBEL
FASE IN GRADI
ASSE ω O f IN SCALA LOGARITMICA

AMPLIFICATORI bis

amplificatore:

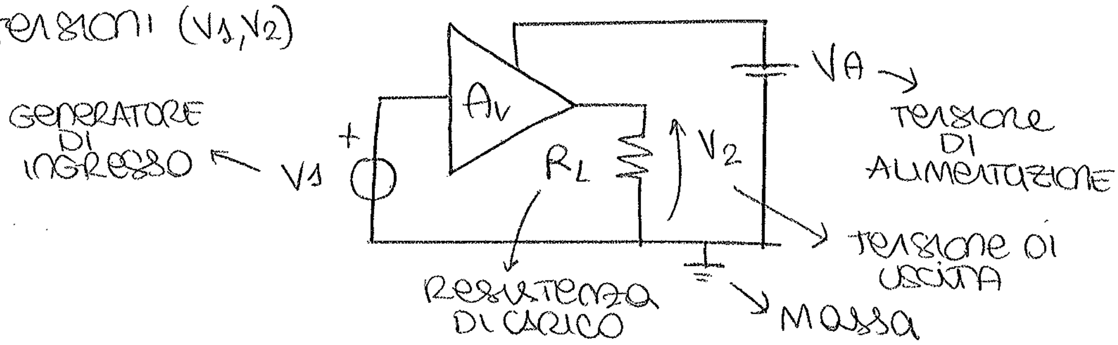
- MODULO CON
  - segnale di ingresso: IN
  - segnale di uscita: OUT
  - alimentazione: PWR



- GUADAGNO DI POTENZA
- nessuna perdita di informazione

RIFERIMENTO INIZIALE: AMPLIFICATORE DI TENSIONE

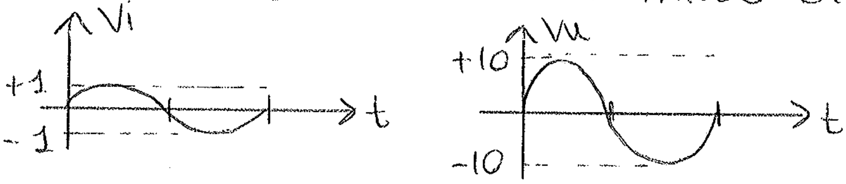
- IN = OUT = TENSIONI (V_1, V_2)



- IL PERCORSO DEL SEGNALE È:
  GENERATORE DI INGRESSO V_1 → AMPLIFICATORE → TENSIONE SUL CARICO V_2

- LA MAGLIA DI ALIMENTAZIONE È COMPOSTA DA:
  ALIMENTATORE V_A / MORSETTI DI ALIMENTAZIONE E USCITA / MASSA

- AMPLIFICA LA TENSIONE IN USCITA RISPETTO A QUELLA DELL'INGRESSO (CON O SENZA RITARDO DI FASE)



SINCRONI

- LA SUA CARATTERISTICA PRINCIPALE È DI FAR VERIFICARE UN INCREMENTO DELLA POTENZA TRA INGRESSO E USCITA (DIVERSO DAL TRASFORMATORE)
  QUESTA POTENZA AGGIUNTIVA È FORNITA DALL'ESTERNO ATTRAVERSO L'ALIMENTAZIONE

$$V_2 I_2 >> V_1 I_1$$
$$P_2 >> P_1$$

⇓

GUADAGNO DI POTENZA

- EFFETTO DELLA RESISTENZA IN INGRESSO R_I

SE IL GENERATORE DI INGRESSO V_1 HA UNA RESISTENZA INTERNA R_G LA R_I DETERMINA UNA PARTIZIONE CHE MODIFICA $\frac{V_1}{V_2}$

$$V_{RI} = V_1 \frac{R_I}{R_I+R_G} \rightarrow V_1 = V_{RI} \frac{R_I+R_G}{R_I}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = A_V \frac{V_{RI}}{V_1} = A_V \frac{\cancel{V_{RI}}}{\cancel{V_{RI}} \frac{R_I+R_G}{R_I}} = A_V \frac{R_I}{R_I+R_G}$$

- EFFETTO DELLA RESISTENZA IN USCITA R_U

IN PRESENZA DI CARICO R_C, SI HA UNA PARTIZIONE TRA R_U E R_C

$$V_2 = A_V V_{RI} \frac{R_C}{R_U+R_C} \qquad \text{STAVOLTA } R_G = 0 \rightarrow V_1 = V_{RI}$$

$$V_2 = A_V V_1 \frac{R_C}{R_U+R_C}$$

$$\rightarrow \frac{V_2}{V_1} \neq A_V \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{A_V \cancel{V_1}}{\cancel{V_1}} \frac{R_C}{R_U+R_C} = A_V \frac{R_C}{R_U+R_C}$$

- EFFETTO COMBINATO DI R_I E R_U

C'È R_G, CHE DETERMINA UNA PARTIZIONE ALL'INGRESSO CON R_I, MENTRE IL CARICO R_C DETERMINA UNA PARTIZIONE IN USCITA CON R_U

$$V_1 = V_{RI} \frac{R_I+R_G}{R_I}$$

$$V_2 = A_V V_{RI} \frac{R_C}{R_U+R_C}$$

$$\rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{A_V \cancel{V_{RI}} \frac{R_C}{R_U+R_C}}{\cancel{V_{RI}} \frac{R_I+R_G}{R_I}} = A_V \frac{R_C \cdot R_I}{(R_U+R_C)(R_I+R_G)}$$

ESEMPIO NUMERICO:

$R_I = 10\,k\Omega$, $R_U = 300\,\Omega$, $A_V = 120$ } PARAMETRI AMPLIFICATORE

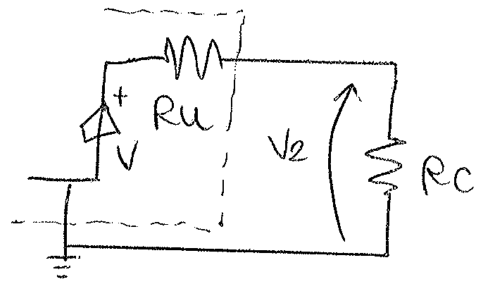
$R_G = 600\,\Omega$, $R_C = 1{,}5\,k\Omega$ } PARAMETRI RETE ESTERNA

$$\frac{V_u}{V_i} = A_V \frac{R_C \cdot R_I}{(R_U+R_C)(R_I+R_G)} = 120 \frac{1'500 \cdot 10'000}{(300+1500)(10'000+600)}$$

$$\frac{V_u}{V_i} = 120 \frac{15\cancel{00} \cdot 10'0\cancel{00}}{(18\cancel{00})(10'6\cancel{00})} = \frac{180'000}{1908} = 94{,}34 \text{ adimensionato}$$

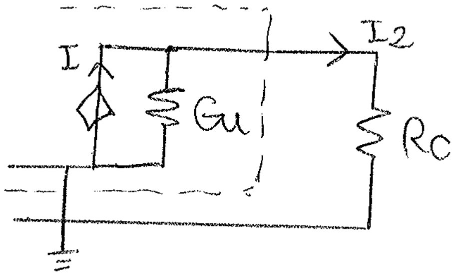
- **USCITA IN TENSIONE**

  x avere $V_2 = V$
  x evitare partizione tra R_U e R_C } $R_U \to 0$



- **USCITA IN CORRENTE**

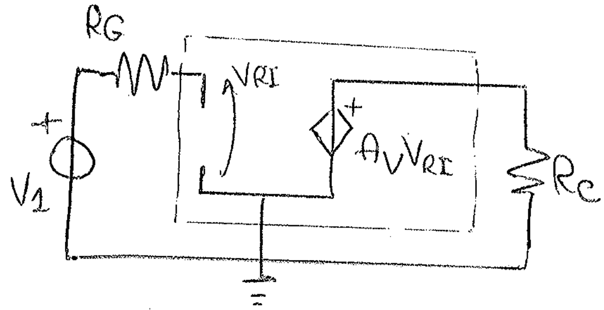
  x avere $I_2 = I$
  x evitare partizione tra G_U e R_C } $G_U \to 0$, $R_U \to \infty$



- **AMPLIFICATORE DI TENSIONE**

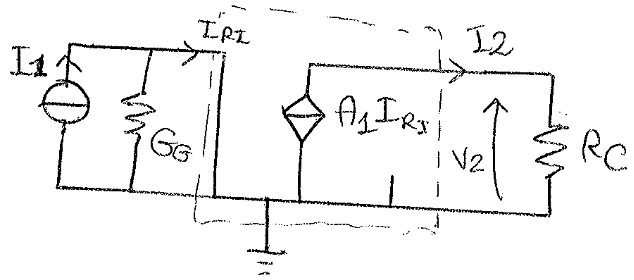
  IL GUADAGNO DI TENSIONE DEVE ESSERE INDIPENDENTE DA R_G E R_C

  $R_I \to \infty$, $R_U \to 0$
  (C. APERTO) (CORTO CIRCUITO)



- **AMPLIFICATORE DI CORRENTE**

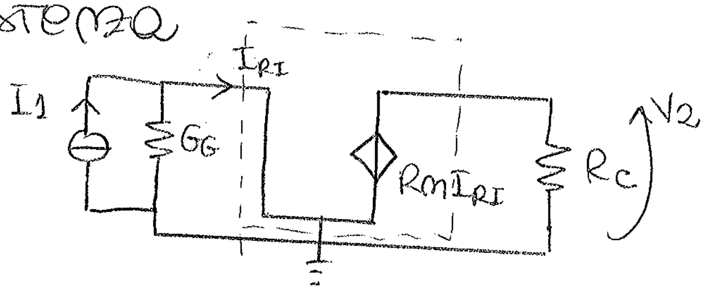
  $R_I = 0$, $R_U \to \infty$
  $G_U \to 0$



- **AMPLIFICATORE DI TRANSRESISTENZA**

  $R_I = 0$, $R_U = 0$

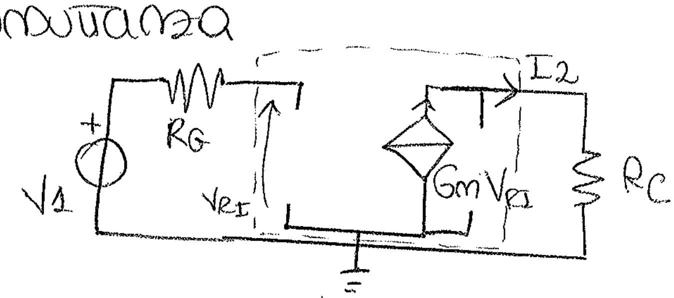
  $V_2 = R_M I_1$



- **AMPLIFICATORE DI TRANSCONDUTTANZA**

  $R_I \to \infty$, $R_U \to \infty$

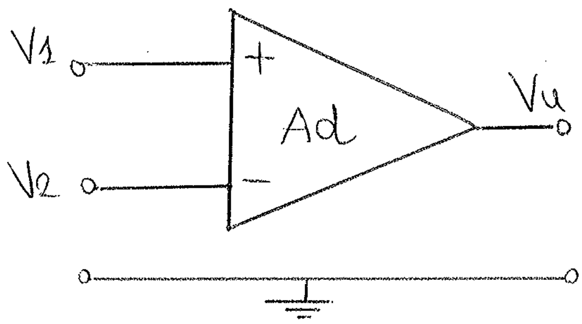
  $I_2 = G_M V_1$



AMPLIFICATORI DIFFERENZIALI

QUADRIPOLI:
- 2 MORSETTI DI INGRESSO (A SX: V_1, V_2)
- 1 MORSETTO DI USCITA (A DX: V_u)

LA MAGGIOR PARTE SONO AMPLIFICATORI DI TENSIONE.
(INGRESSO: TENSIONE
USCITA: TENSIONE)



V_1, V_2: TENSIONI DI INGRESSO
V_u: TENSIONE DI USCITA
} COLLEGATE AL RIFERIMENTO, ANCHE SE È OMESSO

⊕ MORSETTO NON INVERTENTE
⊖ MORSETTO INVERTENTE

IDEALE: $V_u = A_d (V_1 - V_2)$

CIOÈ LA TENSIONE DI USCITA È $\propto$, ATTRAVERSO Ad, ALLA DIFFERENZA DELLE TENSIONI IN INGRESSO

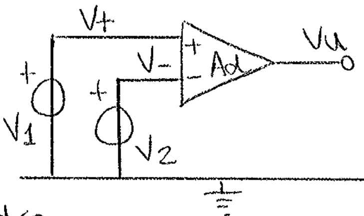
LA TENSIONE AL MORSETTO + VIENE CONSIDERATA CON IL SUO SEGNO METRE LA TENSIONE AL MORSETTO − VIENE SOMMATA CON SEGNO INVERTITO

CARATTERISTICHE ELETTRICHE PRINCIPALI

UGUALI A QUELLE DEL SINGLE-ENDED (TRANNE TIPO E IMPEDENZA DI INGRESSO)

- SEPARAZIONE DEI MODI

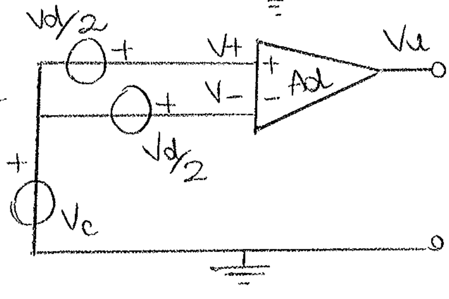
CIRCUITO DI ECCITAZIONE A 2 GENERATORI



(1)

EQUIVALENTI

CIRCUITO DI ECCITAZIONE A 3 GENERATORI



(2)

PARTE ANTISIMMETRICA

PARTE SIMMETRICA

V_1 E V_2 SONO STATE SCOMPOSTE IN MODO COMUNE (PARTE SIMM) E MODO DIFFERENZIALE (PARTE ANTISIMM) la separazione dei modi serve x usare la formula $V_u = A_d V_d + A_c V_c$, se sono disponibili V_d e V_c

ECC. DIFFERENZIALE → segnale che si vuole amplificare
ECC. MODO COMUNE → DISTURBI (ex. interferenza di rete)

se l'amplificatore funziona in linearità → si applica il principio di sovrapposizione degli effetti (tengo acceso 1 e spengo tutto, poi cambio..)

RAPPORTO DI REIEZIONE DEL MODO COMUNE (CMRR)

CMRR = RAPPORTO DI REIEZIONE DEL MODO COMUNE $= \frac{A_d}{A_c}$
deve essere il più grande possibile $(10^4 \div 10^6)$
così l'amplificazione è solo differenziale

espresso in decibel

$$CMRR = \frac{A_d}{A_c} \quad (10^4 \div 10^6)$$

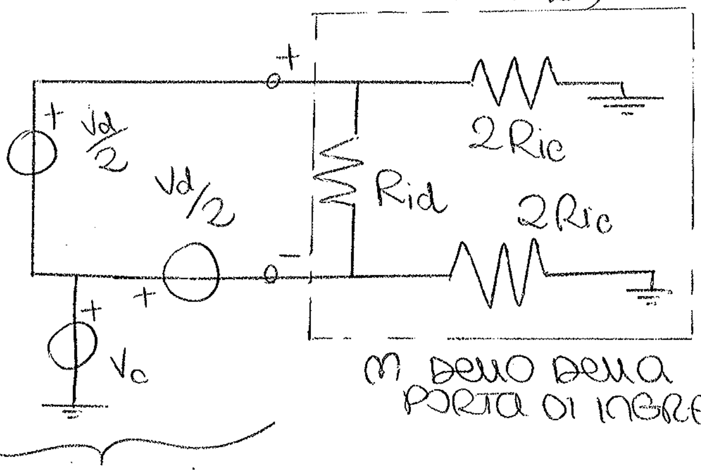
$$CMRR_{dB} = 20 \log_{10}\left(\frac{A_d}{A_c}\right) \quad (80 \div 120)$$

l'amplificatore differenziale ha $CMRR \to \infty$ xké $A_c \to 0$!

MODELLO DELL'IMPEDENZA DI INGRESSO

diversa a seconda del modo di eccitazione
solo resistiva (se questa approssimazione non è valida sostituisco $R \to Z$)

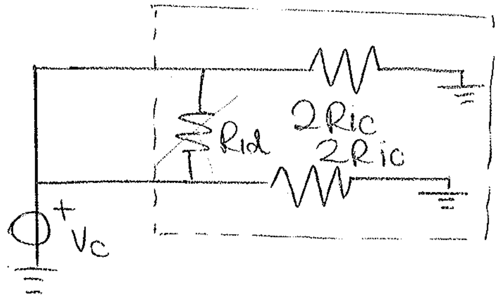
MODELLO DELLA PORTA DI INGRESSO DI UN GENERICO AMPLIFICATORE DIFFERENZIALE



MODELLO DELLA PORTA DI INGRESSO

SISTEMA DI ECCITAZIONE MISTO

ECC. MODO COMUNE → $V_d = 0$
- Rid non è percorso da corrente = circuito aperto = viene rimosso
- V_c è caricato dal // 2Ric
- resistenza in ingresso = Ric



TRASFORMATA di LAPLACE

SI ANALIZZANO I COMPONENTI ELETTRICI NON PIÙ NEL TEMPO, MA NEL DOMINIO DELLA FREQUENZA!
QUESTA ANALISI CONSENTE DI SCRIVERE DIRETTAMENTE LE TRASFORMATE DELLE EQUAZIONI DEL SISTEMA E RISOLVERLE.

DEFINIZIONE:

$f(t)$ FUNZIONE CONTINUA, anche a tratti (t = tempo)
DEFINITA DA 0^- a $+\infty$, $t \in (0^-, +\infty)$
NULLA PER $t<0$

se $\exists\ n \geq 0$
$\alpha \in \mathbb{R}$ / per t abb. grande $|f(t)| = \mathcal{O}(e^{\alpha t} \cdot t^n)$

si DEFINISCE INTEGRALE DI LAPLACE

$$\int_{0^-}^{+\infty} f(t) e^{-st} dt, \quad \forall s = \sigma + j\omega \text{ con } \sigma > \alpha$$

se QUESTO INTEGRALE ESISTE, ALLORA LA TRASFORMAZIONE DI LAPLACE / L-TRASFORMATA è UNA FUNZIONE NELLA VARIABILE COMPLESSA s

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_{0^-}^{+\infty} f(t) e^{-st} dt$$

PROPRIETÀ

- ANALITICITÀ $\quad \dfrac{dF(s)}{ds} = -\int_{0^-}^{+\infty} t f(t) e^{-st} dt$
- LINEARITÀ $\quad \mathcal{L}\{a f_1(t) + b f_2(t)\} = a\mathcal{L}\{f_1(t)\} + b\mathcal{L}\{f_2(t)\}$
- TEOREMA DEL RITARDO $\quad \mathcal{L}\{f(t-T)\} = e^{-sT} F(s)$
- TRASLAZIONE IN FREQUENZA $\quad \mathcal{L}\{e^{s_0 t} f(t)\} = F(s-s_0)$
- CAMBIAMENTO DI SCALA
  - NEL TEMPO $\quad \mathcal{L}\{f(\frac{t}{k})\} = kF(ks)$
  - IN FREQUENZA $\quad F(ks) = \dfrac{\mathcal{L}\{f(\frac{t}{k})\}}{k}$

COMPONENTI ELETTRICI

- **INDUTTORE**: $v(t) = L\dfrac{di(t)}{dt}$, $i(0^-) = i_0$

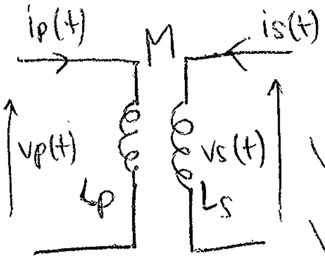
$$V(s) = sL \cdot I(s) - Li_0$$
$$I(s) = \frac{1}{sL} V(s) + \frac{i_0}{s}$$

- **CONDENSATORE**: $i(t) = C\dfrac{dv(t)}{dt}$, $v(0^-) = v_0$

$$I(s) = sC \cdot V(s) - Cv_0$$
$$V(s) = \frac{1}{sC} I(s) + \frac{v_0}{s}$$

- **TRASFORMATORE**: $v_p(t) = L_p\dfrac{di_p(t)}{dt} + M\dfrac{di_s(t)}{dt}$ $\quad i_p(0^-) = i_{p0}$

$$v_s(t) = M\frac{di_p(t)}{dt} + L_s\frac{di_s(t)}{dt} \quad i_s(0^-) = i_{s0}$$



$$V_p(s) = sL_p \cdot I_p(s) + sM \cdot I_s(s) - L_p i_{p0} - M i_{s0}$$
$$V_s(s) = sM \cdot I_p(s) + sL_s \cdot I_s(s) - L_s i_{s0} - M i_{p0}$$

$$U(s) = \underbrace{\frac{A_0}{s - j\omega_0} + \frac{A_1}{s + j\omega_0}}_{\text{POLI DI } I(s)} + \underbrace{\frac{B_0}{s + p_1} + \frac{B_1}{s + p_2} \dots + \frac{B_m}{s + p_m}}_{\text{POLI DI } F(s)}$$

POLI DI F(S) a REGIME DANNO UN CONTRIBUTO EVANESCENTE

POICHÉ SONO POLI SEMPLICI, A_0 e A_1 SONO RESIDUI DI $U(s)$ nei 2 POLI IN $\pm j\omega_0$

$$A_0 = \left(U(s)(s - j\omega_0)\right)\Big|_{s = j\omega_0} = \frac{A}{2j} F(j\omega_0) = -j\frac{A}{2} F(j\omega_0) =$$

$$= \frac{A}{2}\left[\mathrm{Im}\{F(j\omega_0)\} - j\,\mathrm{Re}\{F(j\omega_0)\}\right]$$

$$A_1 = \left(U(s)(s + j\omega_0)\right)\Big|_{s = -j\omega_0} = \frac{A}{-2j} F(-j\omega_0) = j\frac{A}{2} F(-j\omega_0) =$$

$$= \frac{A}{2}\left[\mathrm{Im}\{F(j\omega_0)\} + j\,\mathrm{Re}\{F(j\omega_0)\}\right]$$

ma $F(s)$ è a COEFFICIENTI REALI $\rightarrow F(j\omega_0) = F^*(-j\omega_0)$ e QUINDI

$$A_0 = A_1^*$$

ORA RISCRIVIAMO

$$U(s) = \frac{A_0}{s - j\omega_0} + \frac{A_1}{s + j\omega_0} = \frac{A_0}{s - j\omega_0} + \frac{A_0^*}{s + j\omega_0} =$$

$$= \frac{A_0(s + j\omega_0) + A_0^*(s - j\omega_0)}{(s - j\omega_0)(s + j\omega_0)} = \frac{A_0(s + j\omega_0) + A_0^*(s - j\omega_0)}{s^2 + \omega_0^2}$$

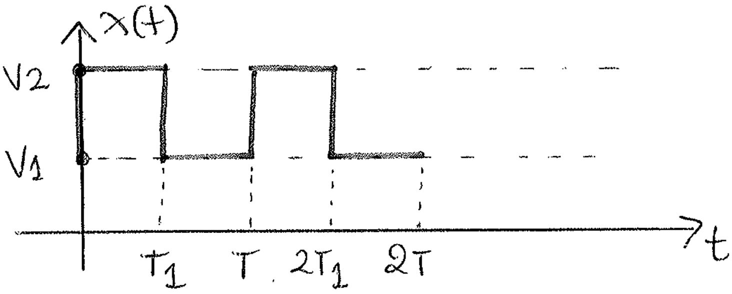
$$= \frac{A_0 s + A_0 j\omega_0 + A_0^* s - A_0^* j\omega_0}{s^2 + \omega_0^2} = \frac{2s\,\mathrm{Re}\{A_0\} + 2j \cdot j\,\omega_0\,\mathrm{Im}\{A_0\}}{s^2 + \omega_0^2}$$

$$= 2\,\frac{s\,\mathrm{Re}\{A_0\} - \omega_0\,\mathrm{Im}\{A_0\}}{s^2 + \omega_0^2}$$

ORA SOSTITUISCO LA FORMULA di A_0

RISPOSTA ALL'ONDA QUADRA DEL PARTITORE COMPENSATO

$x(t)$ SEGNALE PERIODICO DI PERIODO T = ONDA QUADRA



ESSENDO PERIODICO, PUO' ESSERE SCRITTO SOVRAPPONENDO LE SUE COMPONENTI ARMONICHE

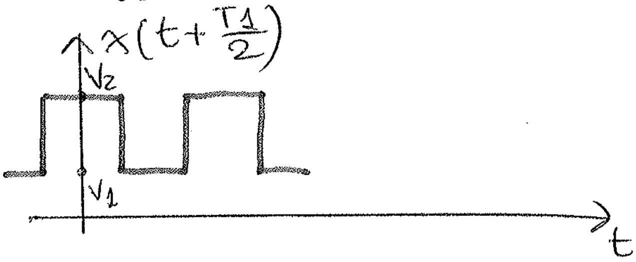
$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega_0 t) \quad , \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,dt$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\cos(n\omega_0 t)\,dt$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\sin(n\omega_0 t)\,dt$$

MA È PREFERIBILE LAVORARE SULL'ONDA QUADRA TRASLATA DI $T_1/2$, CHE È PARI QUINDI:



$$\begin{cases} b_n = 0 \\ a_0 = V_1 + V_2\frac{T_1}{T} = V_1 + V_2\delta \\ a_n = 2\frac{V_2 - V_1}{n\pi}\sin(n\pi\delta) \end{cases}$$

CON δ = DUTY CICLE

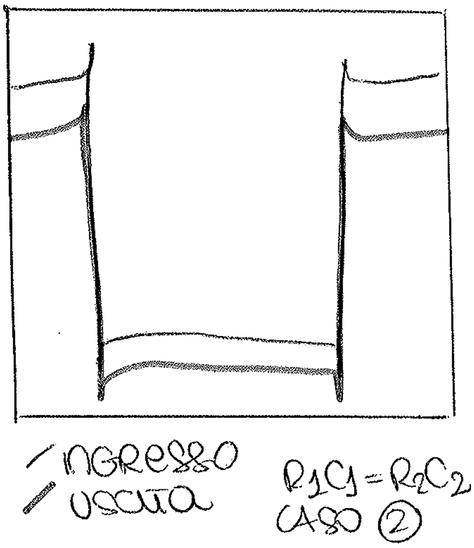
PER AVERE LO SVILUPPO DEL SEGNALE NON TRASLATO $t \to t - T_1/2$ E OTTENIAMO

$$\begin{cases} a_0' = a_0 = V_1 + V_2\delta \\ a_n' = 2\frac{V_2-V_1}{n\pi}\sin(n\pi\delta)\underbrace{\cos\left(n\omega_0\frac{T_1}{2}\right)}_{\cos(n\pi\delta)} = 2\frac{V_2-V_1}{2n\pi}\sin(2n\pi\delta) \\ b_n' = 2\frac{V_2-V_1}{n\pi}\sin^2(n\pi\delta) = 2\frac{V_2-V_1}{2n\pi}\left(1-\cos(2\pi n\delta)\right) \end{cases}$$

ORA METTIAMO IL SEGNALE ALL'INGRESSO V_I DI UN PARTITORE COMPENSATO, E CERCHIAMO V_O.

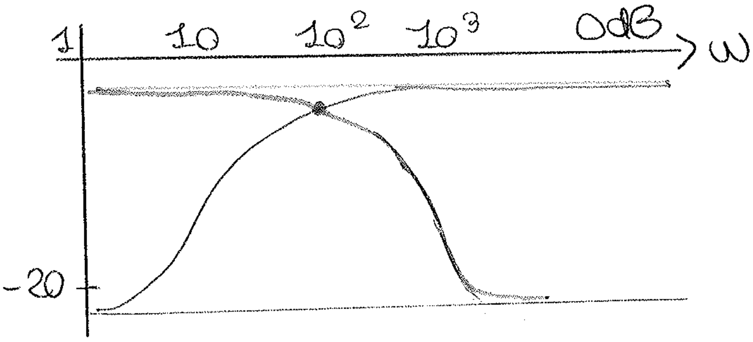
CALCOLIAMO LA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO $\frac{V_O(s)}{V_I(s)} = H(s)$

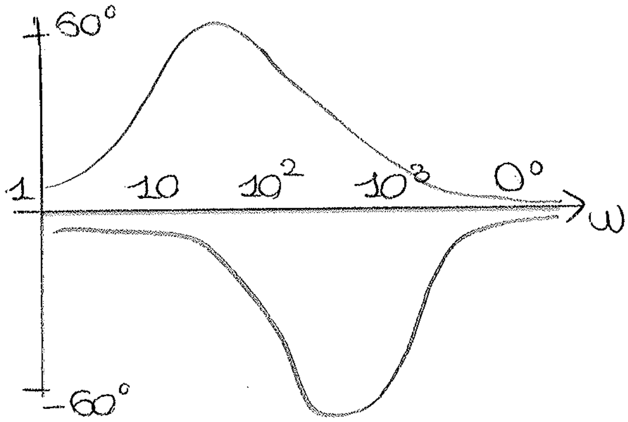
Sia lo zero che il polo si trovano sull'asse reale negativo, ma a seconda dei valori scelti per i componenti, si hanno 3 casi

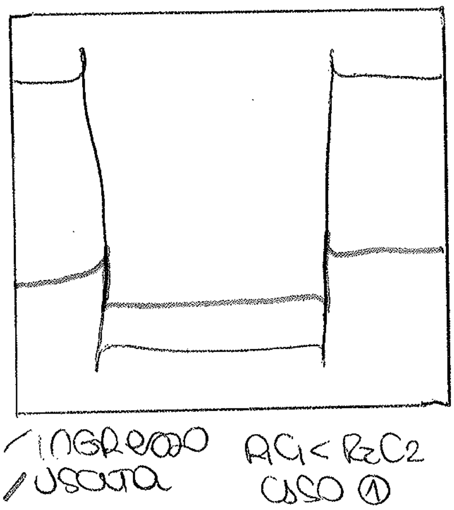


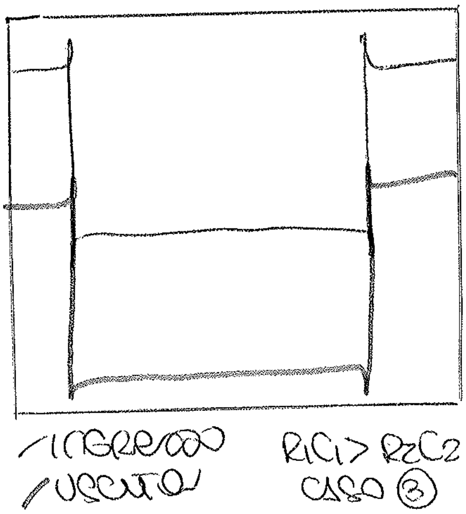
1. $R_1C_1 < R_2C_2 \rightarrow |S_p| < |S_z|$
2. $R_1C_1 = R_2C_2 \rightarrow |S_p| = |S_z|$
3. $R_1C_1 > R_2C_2 \rightarrow |S_p| > |S_z|$

Grafici di modulo e fase:









le radici sono sempre reali o complesse coniugate (dimo)

<u>DIAGRAMMA DI BODE</u> = rappresentazione grafica della funzione di rete $F(p)$ con $p = j\omega \rightarrow F(\omega)$

si fa il grafico sia di modulo sia di fase, xk $F(\omega) \in \mathbb{C}$

MODULO → scala logaritmica, cioè se ne calcola il logaritmo decadico

$$20\log_{10}(|F(\omega)|) = dB[F(\omega)]$$

così è espresso in dB decibel.

FASE → grafico normale

$$\text{se } F(\omega) = \frac{a_n}{b_m}\frac{(j\omega - z_n)(j\omega - z_{n-1})\cdots(j\omega - z_2)(j\omega - z_1)}{(j\omega - p_m)(j\omega - p_{m-1})\cdots(j\omega - p_2)(j\omega - p_1)}$$

si possono usare le proprietà del logaritmo x cui:

$$20\log(|F(\omega)|) = \underbrace{20\log\left|\frac{a_n}{b_m}\right|}_{\text{COEFF}} + \underbrace{20\sum_i^n \log|j\omega - z_i|}_{\text{FATTORI AL NUMERATORE}} - \underbrace{20\sum_i^m \log(j\omega - p_i)}_{\text{FATTORI AL DENOMINATORE}}$$

si possono usare le proprietà dei numeri complessi x cui:

$$\angle F(\omega) = \angle\left(\frac{a_n}{b_m}\right) + \sum_i^n \angle(j\omega - z_i) \cdot \sum_i^m \angle(j\omega - p_i)$$

così si studiano contributi elementari e poi se ne sommano gli effetti

naturalmente basta studiare il comportamento degli zeri, perché quello dei poli è semplicemente di dare un contributo ai diagrammi di Bode di modulo e fase uguale e opposto a quello dello zero corrispondente

<u>D. di BODE DI ZERI NEL SEMIPIANO SX</u> $(z_i < 0)$

bisogna valutare i contributi di modulo e fase di fattori $(p - z_i) = (j\omega - z_i)$ lungo l'asse ω

$$|F(\omega)| = \sqrt{\omega^2 + z_i^2}$$

$$dB[|F(\omega)|] = 20\log\sqrt{z_i^2 + \omega^2} = 10\log(\omega^2 + z_i^2)$$

si suddivide l'asse ω in 3 parti

$\omega << |z_i|$

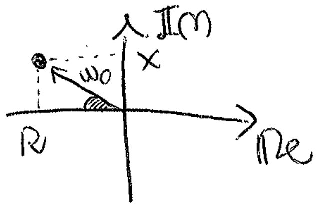
$\omega = |z_i|$

$\omega >> |z_i|$

$$\left\{ \left|\frac{1}{c}\right| = \frac{1}{|c|} \qquad \angle\frac{1}{c} = -\angle c \right.$$

D. di Bode di zeri complessi coniugati nel semipiano sx

Equazione in forma canonica



$$F(s) = s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2$$

ω_0^2 = frequenza della singolarità $= X^2 + R^2$

ω_0 / Q = fattore di qualità / di merito $= -2R$

Si può riscrivere in modo equivalente:

$$F(s) = s^2 + 2\zeta \omega_0 s + \omega_0^2$$

$F(s) = (s - R - jX)(s - R + jX)$
$= s^2 - 2Rs + R^2 + X^2$

ζ = coefficiente di smorzamento

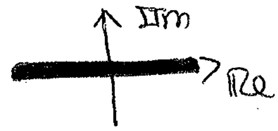
$$\zeta = \frac{1}{2Q} \qquad Q = \frac{1}{2\zeta} = \frac{\omega_0}{|2R|}$$

I 2 zeri, che si trovano risolvendo l'eq = 0, si trovano in

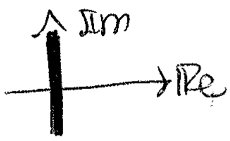
$$z_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm \sqrt{\frac{\omega_0^2}{4Q^2} - \omega_0^2}$$

Gli zeri possono quindi essere:

- reali semplici: $Q < \frac{1}{2}$, $\zeta > 1$
- reali coincidenti: $Q = \frac{1}{2}$, $\zeta = 1$ ($\in$ asse Re)



- complessi coniugati: $Q > 1/2$, $\zeta < 1$
- puramente immaginari: $Q = \infty$, $\zeta = 0$ ($\in$ asse Im)



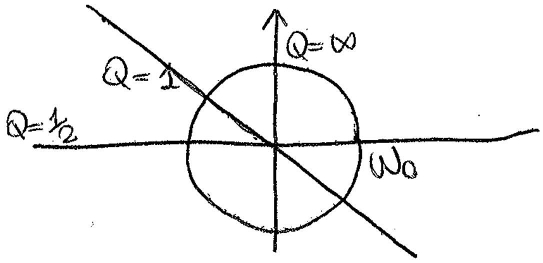
Q identifica 2 semirette dove si trovano le discontinuità

Q non è definito per valori $< \frac{1}{2}$ perché le singolarità sono reali.

Il modulo dei 2 zeri, non dipende da Q $\rightarrow |z_{1,2}| = \omega_0$

Al variare di Q, gli zeri si muovono su un arco di raggio pari a ω_0.

La fase dei 2 zeri $\rightarrow \angle z_1 = -\angle z_2 = \frac{\pi}{2} + \arcsin\left(\frac{1}{2Q}\right)$



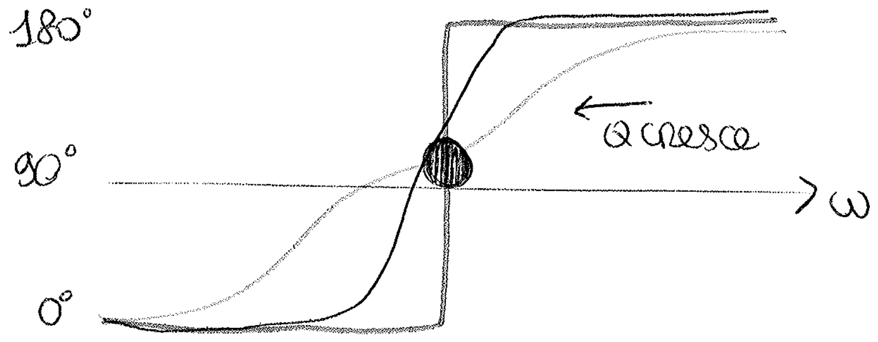
Cioè la fase dipende da Q, che individua una retta inclinata della fase.

Gli zeri si trovano su questa retta al variare di ω_0

I 3 casi per la fase sono invece:

- $\omega << \omega_0 \rightarrow \angle F(j\omega) = tg^{-1}\left(\frac{1}{\omega_0}\right) = 0°$ ARCOTG DI UN NUMERO MOLTO PICCOLO E POSITIVO
- $\omega >> \omega_0 \rightarrow \angle F(j\omega) = tg^{-1}\left(\frac{1}{\omega}\right) = 180°$
- $\omega = \omega_0 \rightarrow \angle F(j\omega) = tg^{-1}(\infty) = 90°$ ARCOTG DI UN NUMERO MOLTO PICCOLO E NEGATIVO

L'andamento di $\angle F(j\omega)$ al variare di ω:



la fase sale tanto più velocemente quanto cresce Q

se $Q = \infty$, arriviamo ad avere una funzione gradino

(noi vedremo x lo più poli complessi coniugati)

Singolarità multiple

abbiamo zeri e poli multipli coincidenti.

I termini da considerare sono del tipo $(s - z_i)^n$, con n = molteplicità dello zero

per cui:

$$|F(j\omega)| \rightarrow 20\log|(j\omega - z_i)^n| = n\,20\log(|j\omega - z_i|)$$

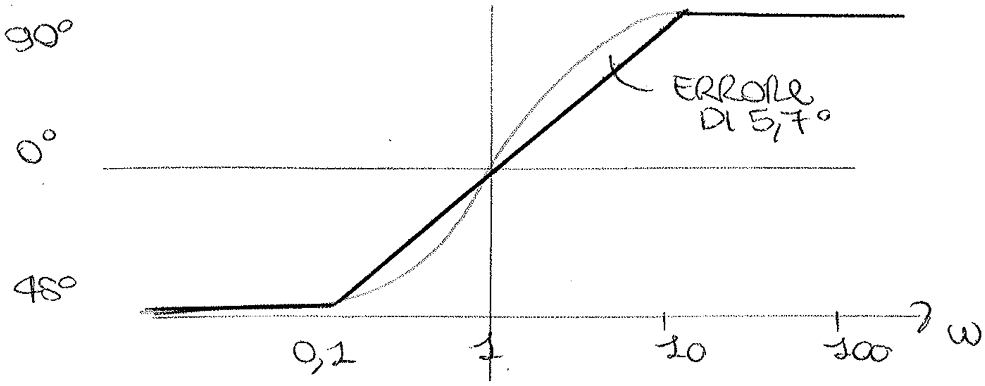
il contributo al diagramma di Bode di modulo di n zeri/poli coincidenti reali si trova moltiplicando per n quello della singolarità con molteplicità singola.

(idem x poli/zeri complessi coniugati)

$$\angle F(j\omega) \rightarrow \angle(j\omega - z_i)^n = n\angle(j\omega - z_i) \quad \text{poiché} \quad \angle A^n = n\angle A$$

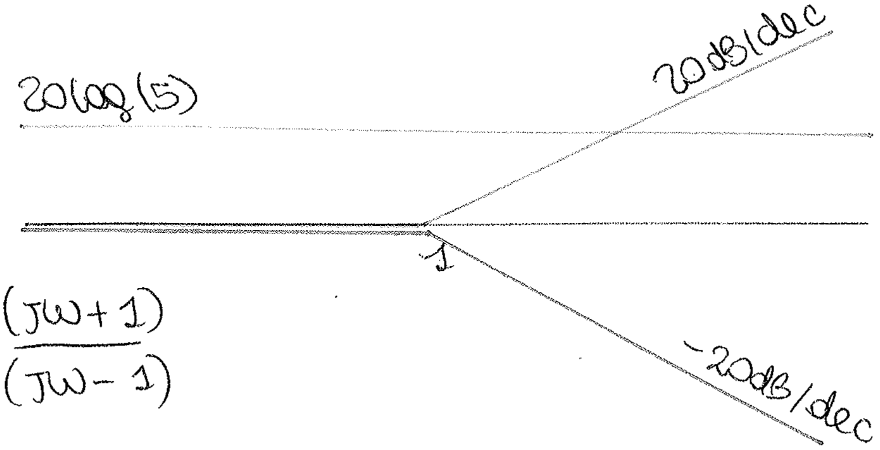
Quindi anche per il diagramma di Bode di fase, zeri/poli multipli danno un contributo moltiplicato per n rispetto a quello di singolarità semplici.

CONTRIBUTO ALLA FASE DI UN TERMINE ZERO REALE



CONTRIBUTO AL MODULO DI ALTRI TERMINI

- UNA COSTANTE K → CONTRIBUTO COSTANTE DI 20log(K)
- ZERO IN 0 → CRESCITA DI 20 dB/dec DA $-\infty$
- ZERO REALE NEL SP DI DX → CRESCITA DI 20 dB/dec COME QUELLO NEL SP DI SX
- POLI REALI → ANDAMENTO DUALE RISPETTO AGLI ZERI CIOÈ DECRESCITA DI 20 dB/dec



$$H(\omega) = 5\,\frac{(j\omega+1)}{(j\omega-1)}$$

CONTRIBUTO ALLA FASE DI ALTRI TERMINI

- COSTANTE K → 0° SE K>0, 180° SE K<0
- ZERO IN 0 → SFASAMENTO, COSTANTE A TUTTE LE FREQUENZE, DI 90°.
- ZERO REALE NEL SP DI DX → DIMINUZIONE DI FASE DI 90° CON −45° IN ZERO
- POLO IN 0 → DUALE DELLO ZERO IN 0, SFASAMENTO DI −90° A TUTTE LE FREQUENZE.

Singolarità nel semipiano DX $z_i > 0$, $z_i \in \mathbb{R}$ reali

Diagrammi di Bode di fattori del tipo $F(p) = p + z_i = F(\omega) = j\omega + z_i$

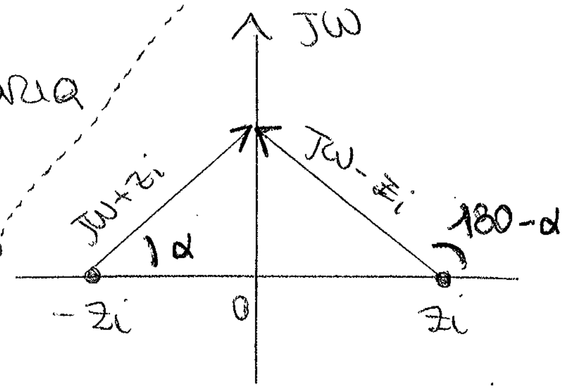
Modulo: $|F(\omega)| = \sqrt{\omega^2 + z_i^2}$ → il diagramma di Bode del modulo non dipende dal segno di z_i

x il modulo una singolarità nel semipiano DX si comporta allo stesso modo della singolarità nel semipiano SX posizionata in $-z_i$, simmetricamente disposta rispetto all'asse immaginario ω.

Fase: $\angle F(\omega)$ → la parte immaginaria è la stessa della singolarità nel semipiano SX in $-z_i$, ma la parte reale è opposta

$j\omega + z_i$; $j\omega - z_i$

Quindi la fase è il complemento a 180° rispetto alla singolarità in $-z_i$



I moduli dei 2 vettori sono chiaramente uguali.
Le fasi sono complementari.

Approccio grafico:

Il fattore $j\omega + z_i$ è visto come un vettore applicato nel punto $(-z_i, 0)$ e con la punta in $(0, j\omega)$

x tracciare i diagrammi di Bode di $j\omega + z_i$ bisogna riportare in dB il modulo e in gradi la fase di questo vettore.

Date 2 singolarità in $-z_i$ e in z_i, i 2 vettori hanno

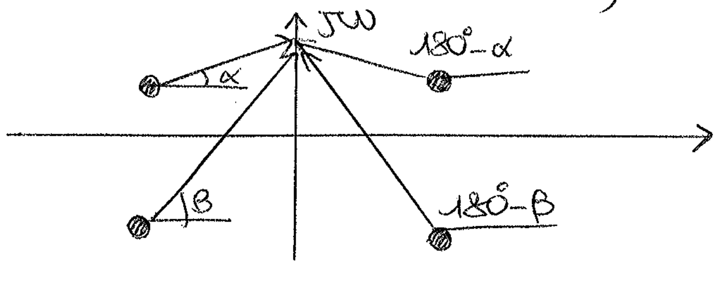
- stesso modulo
- fase complementare a 180°
- se il primo ha fase α, il secondo ha fase $(180 - \alpha)$.

Singolarità nel SP DX $z_i > 0$ complesse coniugate

Deve essere $Q < 0$ o $\omega_0 < 0$.

Il diagramma di Bode di modulo della coppia C.C. di zeri nel semipiano SX ha lo stesso comportamento di quella nel semipiano DX.

Invece i diagrammi di Bode di fase hanno fase opposta.
(stessa interpretazione grafica di sopra ↑)



i Δp_i sono noti a meno del segno ← parametro in eccesso
rispetto al valore nominale ← " in difetto

$$\Delta F = \sum_{i=1}^{m} \left| \frac{\partial F_N}{\partial p_i} \right| |\Delta p_i|$$ lega le incertezze in termini assoluti

$$\frac{\Delta F}{F_N} = \sum_{i=1}^{m} \left| \frac{\partial F_N \, p_{iN}}{\partial p_i \, F_N} \right| \left| \frac{\Delta p_i}{p_i} \right|$$

Si definisce sensibilità della funzione F rispetto al parametro p_i:

$$S_{p_i}^{F} = \frac{\partial F_N}{\partial p_i} \frac{p_{iN}}{F_N} \cong \frac{\Delta F}{\Delta p_i} \frac{p_{iN}}{F_N} = \frac{\Delta F}{F_N} \Big/ \frac{\Delta p_i}{p_{iN}}$$

$$S_{p_i}^{F} = \frac{\frac{\Delta F}{F_N}}{\frac{\Delta p_i}{p_{iN}}} \quad \longleftrightarrow \quad \frac{\Delta F}{F_N} = \sum_{i=1}^{m} |S_{p_i}^{F}| \left| \frac{\Delta p_i}{p_i} \right|$$

— o — o — o — o — o — o — o — o — o — o

$y = f(x)$, y = progetto, x = parametro

$\frac{\Delta y}{y}$ errore relativo su y — relazione? — $\frac{\Delta x}{x}$ errore relativo su x

① parametro

$$\Delta y = f'(x)\Big|_{x=x_0} \cdot \Delta x$$

$$\frac{\Delta y}{y} = f'(x)\Big|_{x_0} \frac{\Delta x}{y} = f'(x)\Big|_{x_0} \Delta x \frac{x_0}{x \cdot f(x_0)}$$

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta x}{x} \frac{f'(x)|_{x_0} \, x_0}{f(x_0)}$$

② parametri

$$\Delta y = \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2$$

$$\frac{\Delta y}{y} = \left(\quad " \quad \quad " \quad \right) \frac{1}{f(x_1, x_2)}$$

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{\partial f}{\partial x_1} \frac{\Delta x_1}{f(x_1,x_2)} \frac{x_1}{x_1} + \frac{\partial f}{\partial x_2} \frac{\Delta x_2}{f(x_1,x_2)} \frac{x_2}{x_2}$$

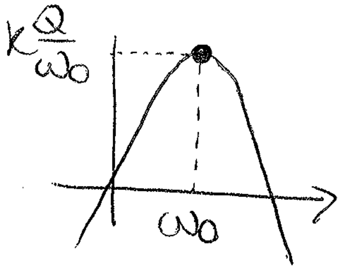
$$\frac{\Delta y}{y} = \sum_{i=1}^{2} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{x_i}{f(x_1,x_2)} \frac{\Delta x_i}{x_i}$$

in generale $$\frac{\Delta y}{y} = \sum_i \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{x_i}{f} \right| \frac{\Delta x_i}{x_i}$$

RIPASSIAMO FILTRI:

SONO INDIVIDUATI IN BASE AGLI ZERI

PASSA BANDA



- ZERO NELL'ORIGINE
- 2 POLI COMPLESSI CONIUGATI

GENERICAMENTE:

$$H(s) = K \frac{s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$

MA VOGLIO METTERE IN EVIDENZA IL GUADAGNO NELLA BANDA PASSANTE $(s = j\omega_0)$

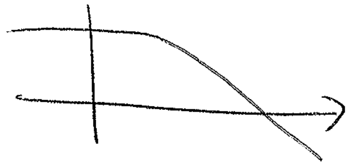
$$H(j\omega_0) = K\frac{Q}{\omega_0}$$

MODIFICO $H(s)$

$$H(s) = K\frac{\omega_0}{Q}\frac{s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$

COSÌ $H(j\omega_0) = K$

PASSA BASSO



- 2 POLI COMPLESSI CONIUGATI
- NESSUNO ZERO

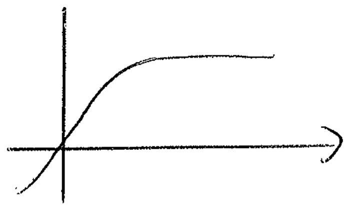
GENERICAMENTE:

$$H(s) = K\frac{1}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$

$$H(0) = K\frac{1}{\omega_0^2}$$

modifico in $H(s) = K\frac{\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$ così $H(0) = K$

PASSA ALTO



- 2 ZERI NELL'ORIGINE
- 2 POLI COMPLESSI CONIUGATI

$$H(s) = K\frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$

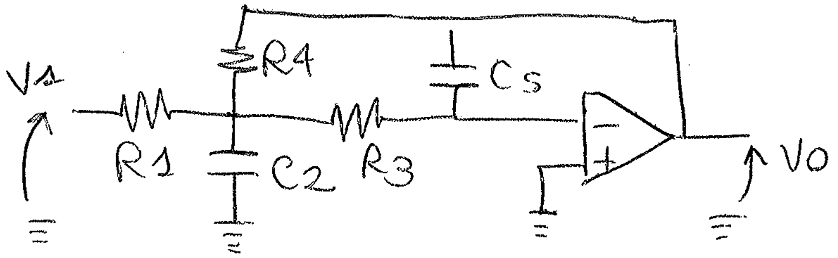
$$H(\infty) = K\frac{\cancel{s^2}}{\cancel{s^2}\left(1 + \cancel{\frac{\omega_0}{Qs}} + \cancel{\frac{\omega_0^2}{s^2}}\right)} = K$$

ESEMPIO:

VOGLIO UN PASSA-ALTO
- NON CONDENSATORE IN Y_5
- METTO IN Y_4 E Y_3

VOGLIO UN PASSA-BASSO
- Y_1 E Y_3 NON CONDENSATORI
- PROVO Y_5 E Y_4 (X) / Y_5 E Y_2 (V)

ESERCIZIO 6.5:



TROVO DALLA GENERALE

$$\frac{V_O}{V_1} = -\frac{R_4}{R_1}\,\frac{\frac{1}{C_2C_5R_3R_4}}{S^2+S\frac{1}{C_2}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)+\frac{1}{C_2C_5R_3R_4}}$$

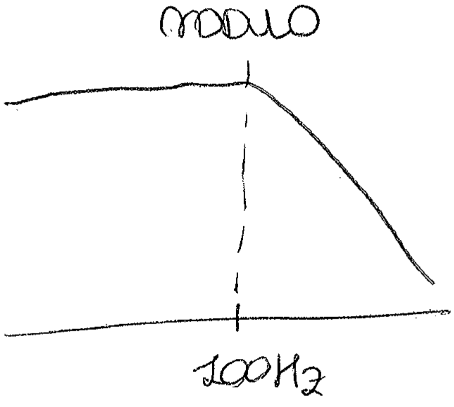
SE SOSTITUISCO I VALORI DI LABORATORIO TROVO

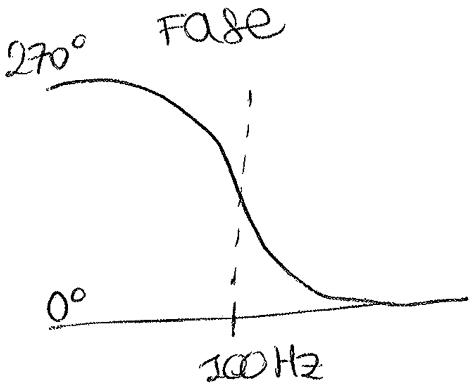
$\omega_0 = 608{,}6$ $[s^{-1}]$

$Q = 0{,}88$

$A = -1$ [dB]

$f_0 = 96{,}9$ [Hz]





AMPLIFICATORI OPERAZIONALI

SONO DEGLI AMPLIFICATORI DIFFERENZIALI CON CMRR ELEVATO E CON GUADAGNO DI MODO DIFFERENZIALE Ad MOLTO GRANDE.

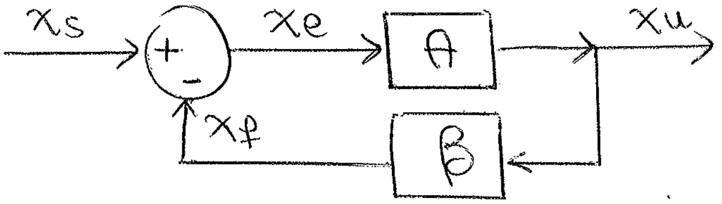
SONO SOLITAMENTE REALIZZATI SOTTO FORMA DI CIRCUITI INTEGRATI

NON SONO MAI UTILIZZATI PER COLLEGARE DIRETTAMENTE GENERATORE E CARICO
MA SONO SEMPRE UTILIZZATI UNITAMENTE AD ALTRI COMPONENTI PASSIVI, PER REALIZZARE CIRCUITI CHE SVOLGONO COMPITI DIVERSI (vedi circuiti con operazionali →)

IL PRINCIPIO DELLA RETROAZIONE

SI VUOLE FORNIRE SOLAMENTE LA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO DI UN GENERICO SISTEMA RETROAZIONATO.

SCHEMA DI PRINCIPIO DI UN SISTEMA RETROAZIONATO:



IL SEGNALE DI USCITA x_u È OTTENUTO AMPLIFICANDO A VOLTE IL SEGNALE DI ERRORE x_e, OTTENUTO CONFRONTANDO x_s, SEGNALE DI INGRESSO E x_f, SEGNALE OTTENUTO DAL SEGNALE DI USCITA x_u PASSATO ATTRAVERSO IL BLOCCO DI RETROAZIONE β.

abbiamo:

$$x_u = A x_e$$

$$x_e = x_s - x_f$$

$$x_u = A x_e = A(x_s - x_f)$$

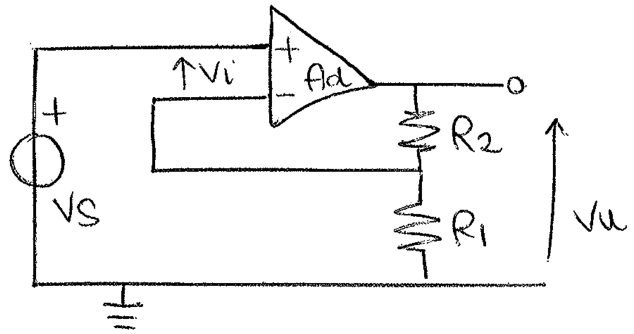
$$x_f = \beta x_u$$

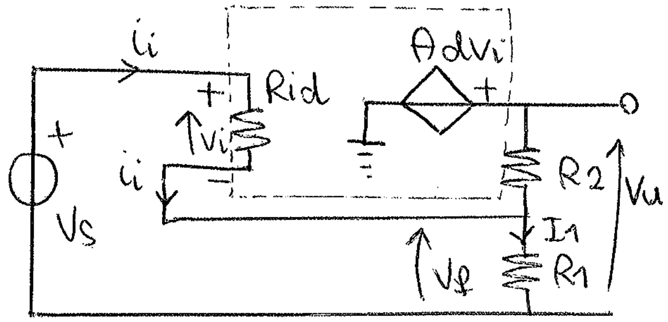
$$x_u = A x_s - A x_f = A x_s - A\beta x_u$$

$$x_u + A\beta x_u = A x_s$$

$$x_u(1 + A\beta) = A x_s \longrightarrow \frac{x_u}{x_s} = \frac{A}{1+A\beta}$$

esempio con l'amplificatore non invertente:





se $A_d \to \infty$, allora V_u deve essere finita e $V_i = 0$.
se $v_i = 0$, allora $i_i = 0$, $\forall R_{id}$.

cioè sotto l'ipotesi di guadagno infinito e di funzionamento in linearità

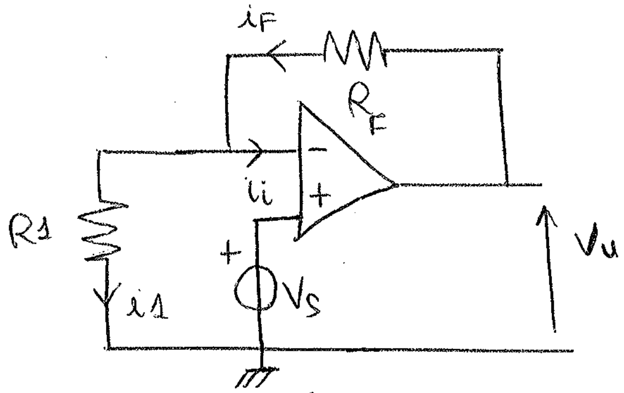
- la tensione ai morsetti dell'operazionale deve essere nulla
- la corrente entrante in entrambi i morsetti deve essere nulla

quindi $V_i = 0$, $i_i = 0$

$V_f = V_s \to I_1 = \frac{V_s}{R_1}$ e scorre su R_2

$\to V_u = V_s + \frac{V_s}{R_1} R_2 \to \frac{V_u}{V_s} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$

AMPLIFICATORE DI TRANSCONDUTTANZA / NON INVERTENTE



AMPLIFICATORE CHE FORZA NEL CARICO R_F UNA CORRENTE i_F PROPORZIONALE ALLA TENSIONE IN INGRESSO V_S

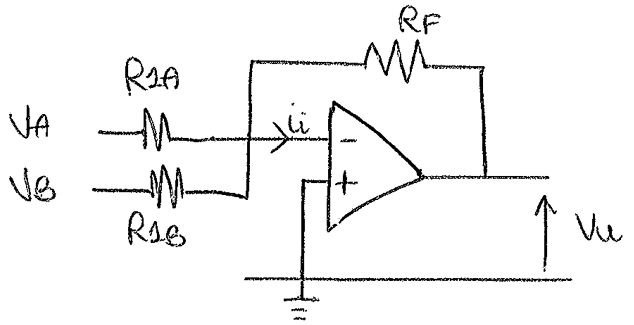
H.G. DO + LINEARITÀ

V_u FINITA $\rightarrow A_d$ è $\infty \rightarrow V_d = 0 \rightarrow i_i = 0 \rightarrow$ SU R_1 ABBIAMO V_S E $i_1 = \frac{V_S}{R_1}$ CHE SCORRE ANCHE SU $R_F \rightarrow i_F = i_1 = \frac{V_S}{R_1}$

$$i_F = \frac{V_S}{R_1} \qquad \frac{i_F}{V_S} = \frac{1}{R_1}$$

$$V_u = V_1 \frac{R_F}{R_1} \qquad \frac{V_u}{V_1} = \frac{R_F}{R_1}$$

SOMMATORE DI TENSIONE INVERTENTE



AMPLIFICATORE CHE FORNISCE UNA TENSIONE DI USCITA V_u PARI ALLA SOMMA DELLE TENSIONI DI INGRESSO PESATE E SFASATE DI 180°

USO IL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI (LINEARITÀ)

$$V_{u\,TOT} = V_o' + V_o''$$

$V_B = 0 \rightarrow$ AMPL. INV. $\rightarrow V_o' = -V_A \frac{R_F}{R_{1A}}$

$V_A = 0 \rightarrow$ " " $\rightarrow V_o'' = -V_B \frac{R_F}{R_{1B}}$

IN GENERALE $V_{oi} = -V_{si} \frac{R_F}{R_i}$

$$V_u = -R_F \left(\frac{V_B}{R_{1B}} + \frac{V_A}{R_{1A}} \right)$$

IN GENERALE $V_u = -\sum_{i=1}^{n} V_{si} \frac{R_F}{R_i}$

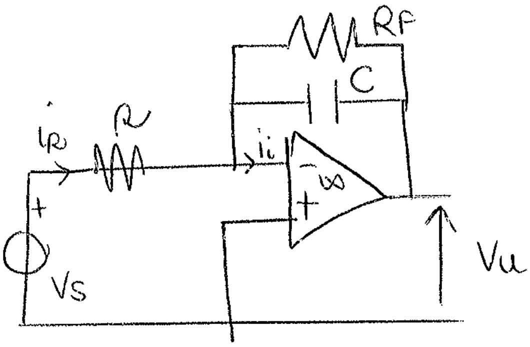
IN PARTICOLARE SE $R_{1A} = R_{1B} = R_1$

$$V_u = -\frac{R_F}{R_1} (V_B + V_A)$$

EX
- $V_1 - R_1$
- $V_2 - 10R_1$
- $V_3 - 100R_1$
- $R_F = R_1$

$$V_u = -\frac{\cancel{R_1}}{\cancel{R_1}} \left(V_1 + \frac{V_2}{10} + \frac{V_3}{100} \right)$$

RETE INTEGRATIVA (INTEGRATORE REALE)



REALE XK TIENE CONTO DELLE PERDITE DI C, CHE TENDE A SCARICARSI SE APERTO
→ RF IN // A C

C BUONA QUALITÀ ⟺ RF ELEVATO

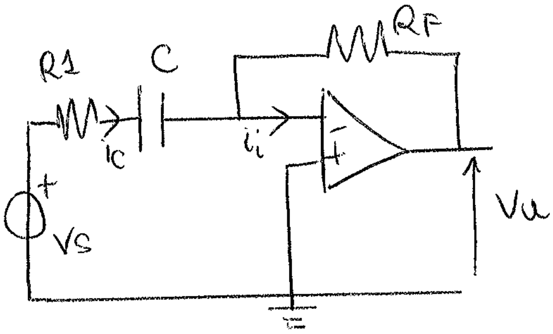
RETE INTEGRATIVA ≅ CELLA PASSABASSO DI 1° ORDINE
RF È REALE
RF E C STABILISCONO LA POSIZIONE DEL POLO REALE INTRODOTTO DALLA RETE

PARTO DA AMPLIFICATORE INVERTENTE CON RF = C // RF

$$\frac{V_u}{V_s} = -\frac{R_F}{R_1}\frac{1}{1+sCR_F} = -\frac{1}{R_1C}\cdot\frac{1}{s+\frac{1}{R_FC}}$$

POLO REALE NEGATIVO PER $s = j\omega = -\frac{1}{R_FC}$

RETE DERIVATIVA (DERIVATORE REALE)



REALE XK TIENE CONTO DEL FATTO CHE IL GENERATORE DI SEGNALE È DOTATO DI UNA RESISTENZA INTERNA R1

RETE DERIVATIVA ≅ CELLA PASSA ALTO DEL 1° ORDINE
R1 È REALE
R1 E C STABILISCONO LA POSIZIONE DEL POLO REALE

PARTO DA AMPLIFICATORE INVERTENTE CON R1 = R1 + C

$$\frac{V_u}{V_s} = -\frac{Z_F}{Z_1} = -\frac{sCR_F}{1+sCR_1} = -\frac{R_F}{R_1}\cdot\frac{s}{s+\frac{1}{CR_1}}$$

POLO REALE NEGATIVO PER $s = j\omega = \frac{1}{CR_1}$

QUINDI

$$V_u = V_u' + V_u'' = -V_A \frac{R_F}{R} + V_B \frac{R_F}{R} = (V_B - V_A)\frac{R_F}{R}$$

IL CIRCUITO SI COMPORTA COME UN AMPLIFICATORE DIFFERENZIALE CON AMPLIFICAZIONE IN MODULO PARI A R_F/R

IN PARTICOLARE:

ECCITAZIONE PURO MODO DIFF: $V_A = -V_B = V_d/2 \rightarrow A_d = \frac{R_F}{R}$

" " " COMUNE: $V_A = V_B = V_C$, $A_C = 0$ (CMRR ∞)
L'AMPLIFICAZIONE È NULLA

IN CLASSE È STATO INVECE RISOLTO:

$V_A = 0$, $V_o' = -V_A \frac{R_2}{R_1}$, $V_B' = V_B \frac{R_4}{R_4+R_3}$

$V_B = 0$, $V_o'' = V_B'\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$

$$V_o = V_o' + V_o'' = -V_A\frac{R_2}{R_1} + V_B'\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) = -V_A\frac{R_2}{R_1} + V_B\frac{R_4}{R_4+R_3}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)$$

IMPONGO LA CONDIZIONE

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_4+R_3}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) ; \quad \frac{R_2}{\cancel{R_1}} = \frac{R_4}{R_4+R_3}\left(\frac{R_1+R_2}{\cancel{R_1}}\right) ;$$

$R_2(R_4+R_3) = R_4(R_1+R_2)$

$\cancel{R_2R_4} + R_2R_3 = R_4R_1 + \cancel{R_2R_4}$; $\quad R_2R_3 = R_4R_1$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$$

$$\rightarrow V_o = \frac{R_2}{R_1}(V_B - V_A) = \frac{R_4}{R_3}(V_B - V_A)$$

ORA ANALIZZO:

- RESISTENZE IN INGRESSO

SUPPONGO IL CIRCUITO ECCITATO DI PURO MODO DIFFERENZIALE

$V_A = -V_B = V_d/2$

LA RESISTENZA DI INGRESSO VISTA DA OGNUNO DEI GENERATORI:

$R_{i1} = \frac{V_A}{i_A}$ e $R_{i3} = \frac{V_B}{i_B}$

APPLICO IL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

- $V_B = 0$, $V_A = V_d/2 \rightarrow i_A' = \frac{V_d}{2}\cdot\frac{1}{R_1}$, $i_B' = 0$
- $V_A = 0$, $V_B = -V_d/2 \rightarrow i_A'' = \frac{V_d}{2}\frac{R_4}{R_3+R_4}\frac{1}{(R_1)}$, $i_B'' = \frac{V_d}{2}\frac{1}{R_3+R_4}$

QUINDI

$$i_A = i_A' + i_A'' = \frac{V_d}{2}\frac{1}{R_1}\left(1 + \frac{R_4}{R_3+R_4}\right) = \frac{V_d}{2}\frac{1}{R_1}\left(\frac{R_3+2R_4}{R_3+R_4}\right)$$

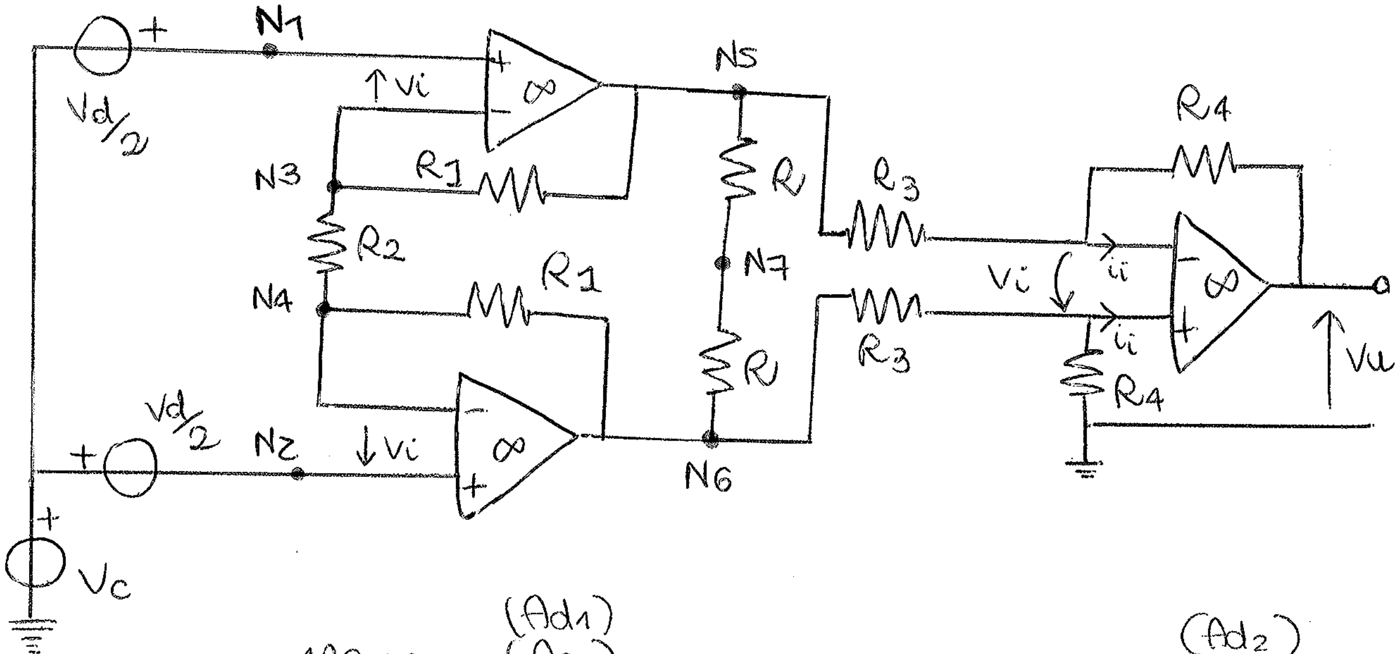
$CMRR = \frac{1 + A_d}{4\delta}$

DI SOLITO δ È CIRCA 0,1
δ = TOLLERANZA DEI RESISTORI

$\delta = \frac{A_d + 1}{4\, CMRR}$

AMPLIFICATORE PER STRUMENTAZIONE (INTRODUZIONE)

SERVE x OTTENERE CMRR PIÙ ELEVATO RISPETTO ALL'A.a 4 RES, A PARITÀ DI δ!



1° STADIO (A_{d1}) (A_{c1})

2° STADIO: A.a 4 RES. (A_{d2}) (A_{c2})

LE USCITE DELL'AMPLIFICATORE DIFFERENZIALE CON USCITA DIFFERENZIALE (N5, N6) SONO COLLEGATE ALL'INGRESSO DELL'A.a 4 RESISTORI.

A. DI MODO COMUNE

$V_d = 0$, V_c ON.

AMPLIFICAZIONE DI MODO COMUNE DELL'AMPLIFICATORE PER STRUMENTAZIONE È $A_c = A_{c1} A_{c2}$

A_{c1}: H.G.∞ $\rightarrow V_{N1} = V_{N2} \rightarrow V_i = 0 \rightarrow V_{N3} = V_{N4} \rightarrow i_{R2} = 0$, TAGLIO $R_2 \rightarrow i_{R1} = i = 0$
$\rightarrow R_1$ = CORTO CIRCUITO $\rightarrow$ FOLLOWER: INSEGUITORI DI TENSIONE $\rightarrow V_{N5} = V_{N6} = V_c$

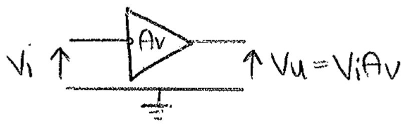
$A_{c1} = 1$ AMPLIFICAZIONE UNITARIA

$A_c = A_{c2}$

Amplificatori operazionali (bis)

Differenziamo tra:

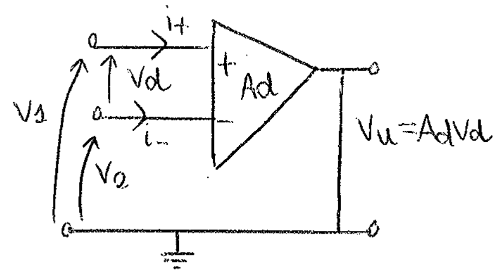
- **amplificatore standard**:



1 ingresso V_i, tra un morsetto e massa

- **amplificatore differenziale**:

2 ingressi V_1 e V_2
differenza di tensione tra i morsetti V_d
V_+ m. non invertente
V_- m. invertente
$V_d = V_+ - V_- = V_1 - V_2$



- **amplificatore operazionale (A.O)**:

è un amplificatore differenziale
$V_u = A_d V_d$
con CMRR elevato
con A_d molto grande

A.O ideale (disegno ↗)

* $\left.\begin{array}{l} V_u = A_d V_d \\ V_d = V_+ - V_- = V_1 - V_2 \end{array}\right\} \quad V_u = A_d (V_1 - V_2)$

guadagno differenziale:

* $A_d \to \infty$ ipotesi del guadagno infinito

correnti di ingresso

* $i_+ = 0$, $i_- = 0$

tensione diff. di ingresso

* $V_d = 0$

V_u deve essere finito
se $A_d \to \infty$, allora $V_d = 0$
così $V_u = A_d V_d = \infty \cdot 0$ forma indeterminata =

SUPPONIAMO CHE LE RESISTENZE SIANO NEL CASO PEGGIORE:

$R_{31} = R_3(1+\delta)$ $\quad R_{32} = R_3(1-\delta)$ $\quad$ con δ = PICCOLO ERRORE RELATIVO

$R_{41} = R_4(1-\delta)$ $\quad R_{42} = R_4(1+\delta)$

RIPRENDIAMO LO SCHEMA E DIAMO UN'ECCITAZIONE DI MODO COMUNE

$$V_u = V_c\left(-\frac{R_{41}}{R_{31}}\right) + V_c \frac{R_{42}}{R_{32}+R_{42}}\left(1+\frac{R_{41}}{R_{31}}\right)$$

$$A_c = \frac{V_u}{V_c} = \text{FATTI I CALCOLI} = \frac{4R_4\delta}{R_3(1-\delta^2)+R_4(1+\delta)^2}$$

$$A_c = \frac{4R_4\delta}{R_3 - \cancel{R_3\delta^2} + R_4 + \cancel{R_4\delta^2} + 2R_4\delta}$$

ESSENDO $\delta \ll 1$ TRASCURIAMO δ^2

$$A_c = \frac{4R_4\delta}{R_3+R_4+2\delta R_4}, \qquad A_d = \frac{R_4}{R_3}$$

VALIDA ANCORA SE $\delta \ll 1$

QUINDI:

$$CMRR = \frac{A_d}{A_c} = \frac{\cancel{R_4}}{R_3}\frac{(R_3+R_4+2\delta R_4)}{4\cancel{R_4}\delta} \cong \left(\frac{R_3+R_4}{R_3}\right)\frac{1}{4\delta} =$$

$$CMRR = \left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)\frac{1}{4\delta} = \boxed{\frac{1+A_d}{4\delta}}$$

SERVE PER TROVARE IL MASSIMO SCOSTAMENTO DEL VALORE DEI RESISTORI

VALIDA PER $2\delta R_4 \ll R_3$

ABBIAMO SEMPRE $R_4 > R_3$

$$\boxed{\delta = \frac{A_d+1}{4\,CMRR}}$$

ex: $A_d = 100$, $CMRR = 80\,dB \rightarrow \delta < 2{,}52 \cdot 10^{-3}$

CIOÈ I RESISTORI DEVONO SCOSTARSI AL MAX DEL 0,2%.

DATA UNA TOLLERANZA FISSA DEI RESISTORI, PER MIGLIORARE IL CMRR GLOBALE <u>OCCORRE AUMENTARE A_d</u>

PRIMO STADIO : 2 VOLTAGE FOLLOWER CON GUADAGNO
SECONDO STADIO : AMPLIFICATORE DIFFERENZIALE A 4 RESISTORI

* MODO COMUNE

$$A_C = A_{C1} A_{C2}$$

$A_{C2} = \{$ AMPLIFICAZIONE IN MODO COMUNE X IL DIFFERENZIALE A 4 RESISTORI

$A_{C1} = \{$ $V_d/2 = 0$, $V_+ = V_C = V_-$, LA CORRENTE SU R_2 È ZERO
POSSO TOGLIERE R_2 ($V_{N3} = V_{N4} = V_C$)
$V_{N5} = V_{N6} = V_C$

PER CUI $A_{C1} = 1$

$$\boxed{A_C = A_{C1} A_{C2} = A_{C2}}$$

L'AMPLIFICAZIONE DI MODO COMUNE PER L'A. DI STRUMENTAZIONE È UGUALE A QUELLA DELL'A. DIFF. 4R.

$A_C \cong 1\delta$

* MODO DIFFERENZIALE

$$A_d = A_{d1} A_{d2}$$

$A_{d2} = \{$ DIFF. A 4 RES. R_4/R_3

$A_{d1} = \{$ $V_C = 0$, $V_+ = \pm \frac{V_d}{2}$, LA CORRENTE SU R_2 VALE $\frac{V_d}{R_2}$
SUDDIVIDO R IN UNA SERIE $\frac{R_2}{2} + \frac{R_2}{2}$ E LA TENSIONE IN MEZZO ALLE 2 È A MASSA

CON LA SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI

$$V_1' = \frac{V_d}{2}\left(\frac{R_1}{R_2}\right) \qquad V_1'' = \frac{V_d}{2}\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)$$

$$V_2' = -\frac{V_d}{2}\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \qquad V_2'' = -\frac{V_d}{2}\left(\frac{R_1}{R_2}\right)$$

IN TOTALE

$$V_u = (V_{1TOT} - V_{2TOT}) = V_d\left(1 + \frac{2R_1}{R_2}\right)$$

$$A_{d1} = \frac{V_u}{V_d/2} = 2\left(1 + \frac{2R_1}{R_2}\right) \qquad \left[\frac{V_u}{V_d} = \left(1 + \frac{2R_1}{R_2}\right)\right]$$

$$\boxed{A_d = \left(1 + 2\frac{R_1}{R_2}\right)\frac{R_4}{R_3}}$$

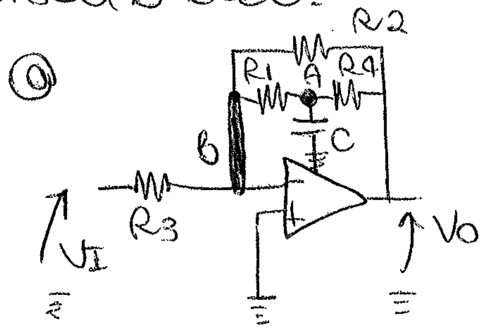
L'AMPLIFICAZIONE DI MODO DIFFERENZIALE È AUMENTATA DI UN FATTORE $\left(1 + 2\frac{R_1}{R_2}\right)$ RISPETTO A QUELLA DELL'A. DIFF. A 4R.

ESERCIZIO 1 pg. 90:

RICALCO $\frac{V_O}{V_I}$ SIMBOLICO DI (a). $R_1=R_4=10\,k\Omega$, $R_2=180\,k\Omega$
$R_3=1800\,\Omega$, $C=10\,nF$

DISEGNO BODE.

(a)



$$\begin{cases} \frac{0+V_A}{R_1}+\frac{V_A-V_O}{R_4}+V_A S C_2=0 & (A) \\ \frac{V_I}{R_3}+\frac{V_A}{R_1}+\frac{V_O}{R_2}=0 & (B) \end{cases}$$

$$\frac{V_A}{R_1}+\frac{V_A}{R_4}-\frac{V_O}{R_4}+V_A S C_2=0$$

$$V_A\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_4}+SC_2\right)=-\frac{V_O}{R_4}$$

$$V_A\left(\frac{R_4+R_1+R_1R_4SC_2}{R_1\cancel{R_4}}\right)=-\frac{V_O}{\cancel{R_4}}$$

$$V_A=-\frac{V_O R_1}{R_1+R_4+R_1R_4SC_2}$$

$$\frac{V_1}{R_3}+\frac{(-V_O)}{R_1+R_4+R_1R_4SC_2}+\frac{V_O}{R_2}=0$$

$$\frac{V_1}{R_3}=V_O\left(\frac{1}{R_1+R_4+R_1R_4SC_2}-\frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{V_1}{R_3}=V_O\left(\frac{R_2-R_1-R_4-R_1R_4SC_2}{R_2(R_1+R_4+R_1R_4SC_2)}\right)$$

$$\frac{V_O}{V_I}=\frac{1}{R_3}\,\frac{R_2\left(R_1+R_4+R_1R_4SC_2\right)\frac{1}{R_1R_4}}{R_2-R_1-R_4-R_1R_4SC_2}$$

$$\frac{V_O}{V_I}=\frac{R_2}{R_3}\,\frac{\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_1}+SC_2}{-\frac{R_2}{R_1R_4}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_1}+SC_2}=$$

$$\frac{V_O}{V_I}=-\frac{R_2}{R_3}\,\frac{\frac{1}{C}\left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_1}\right)+S}{\frac{1}{C}\left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_1}-\frac{R_2}{R_1R_4}\right)+S}$$

$$I_J = I_{DW} \frac{Y_1}{Y_2} = I_L \frac{Y_1 Y_3}{Y_2 Y_4} \qquad \frac{I_L}{I_J} = \frac{Y_2 Y_4}{Y_1 Y_3} \qquad V_I = V_L$$

$$Z_{IN} = \frac{V_1}{I_I} = \frac{V_L}{I_I} = \frac{V_L}{I_L} \frac{Y_2 Y_4}{Y_1 Y_3} = Z_L \frac{Y_2 Y_3}{Y_1 Y_3}$$

QUESTO CIRCUITO È IMPO PERCHÉ PERMETTE DI SINTETIZZARE, SOSTITUENDO Y CON R E C, LE INDUTTANZE L.

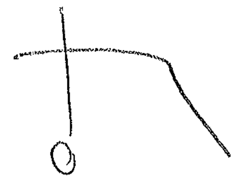
$$Z_{IN} = \overset{(Z_L)(\cdots)}{R_L S} = (S L_{EQ}) = R_L \left(\frac{C_2 R_1 R_3}{R_4} \right)$$

ANZI SI POSSONO CREARE SUPER-INDUTTANZE, XK DI SOLITO È DIPENDENTE DALLA FREQUENZA

$R \to R$
$L \to sL$
$C \to \frac{1}{sC}$

$$H(s) = K \frac{s\left(1+\frac{s}{z_1}\right)\cdots}{s\left(1+\frac{s}{p_1}\right)\cdots}$$

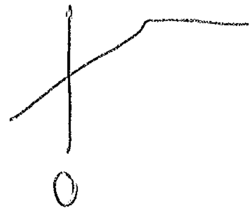
Passa basso



zero nell'origine — retta 20dB/dec

polo nell'origine — retta -20dB/dec

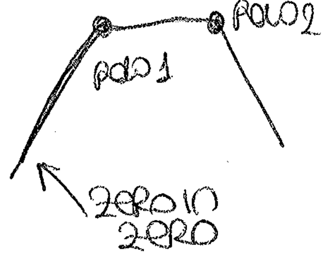
Passa alto



zero non nell'origine
$\left(1+\frac{s}{z_1}\right)$

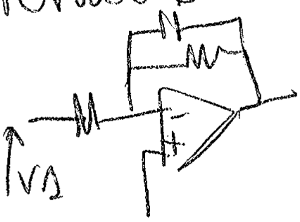
polo non nell'origine
$\left(1+\frac{s}{p_1}\right)$

Passa banda



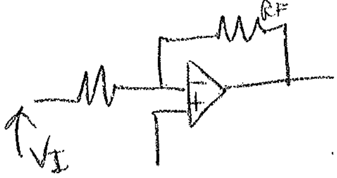
FORMULE FINALI

Passa basso

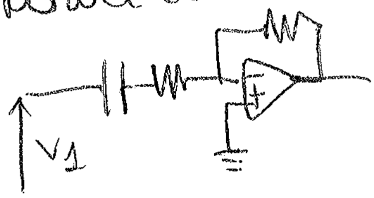


Invertente

$$\frac{V_u}{V_I} = -\frac{R}{R_F}$$

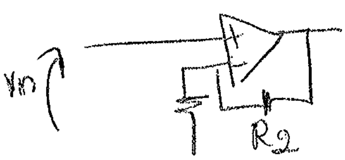


Passa alto

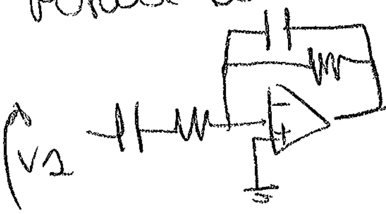


Non invertente

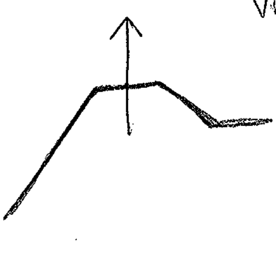
$$\frac{V_u}{V_I} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$



Passa banda

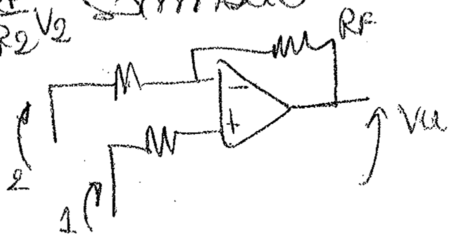


Guadagno?

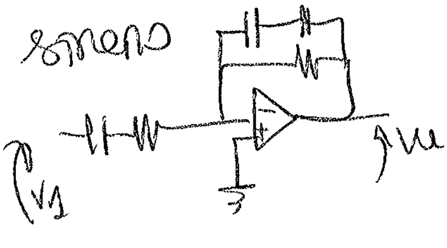


Sommatore

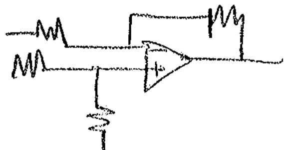
$$V_u = -\frac{R_F}{R_1}V_1 - \frac{R_F}{R_2}V_2$$



smorzo



Diff.



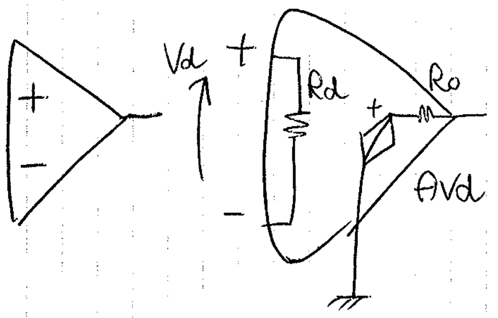
Voltage follower

RAPPORTO TRA TENSIONI

$$K_{dB} = 20 \log_{10} K$$

RAPPORTO TRA POTENZE

$$K_{dB} = 10 \log_{10} K$$

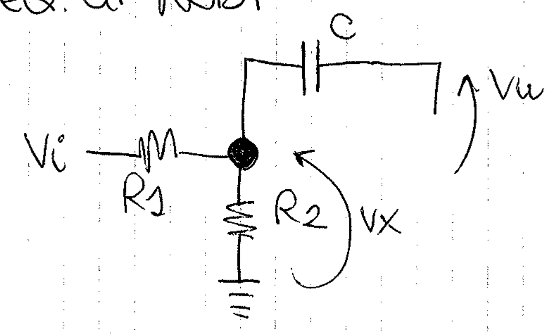


FORMULA PENDENZA

$$dB(|F(w_2)|) - dB(|F(w_1)|) = 20\,p \log_{10} \frac{w_2}{w_1}$$

$$f_2 = f_1\, 10^{\frac{\ldots}{20\,p}}$$ pendenza

EQ. AI NODI



$$\frac{\text{TENS NODO} - \text{TENS FUORI}}{\text{CARICO}}$$

① $$\frac{Vx - Vi}{R1} + \frac{Vx - 0}{R2} + \frac{Vx - Vu}{\frac{1}{SC}} = 0$$

$$Vx\left(\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + SC\right) + Vi\left(-\frac{1}{R1}\right) + Vu(-SC) = 0$$

① $$\begin{pmatrix} \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + SC & -\frac{1}{R1} & -SC \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Vx \\ Vi \\ Vu \end{pmatrix} = 0$$

② … $-\frac{1}{R1}$

$R \to R \quad L \to SL \quad C \to \frac{1}{SC}$

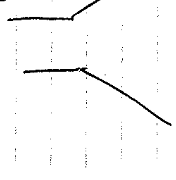
$\omega = 2\pi f$

$S = j\omega$

(MAT)(INC) = INGR (COEFF)

$$Vu = \frac{\text{DET CON COLON COEFF}}{\text{DET MATRICE}}$$ (CRAMER)

$H(S) = H(\omega)$ FUNZ. TRAS < MOD $20 \log |H(\omega)|$ dB ; FASE

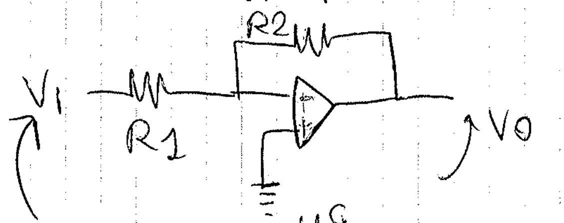


ZERO — RETTA 20dB/dec

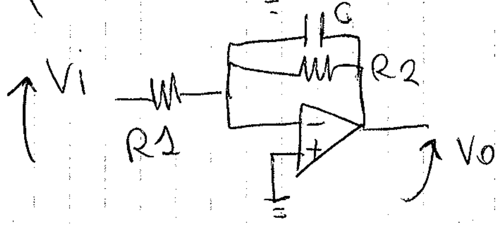
POLO — RETTA −20dB/dec

DEVO AVERE POLI NEGATIVI (S+…)

CIRCUITI CON OPERAZIONALI

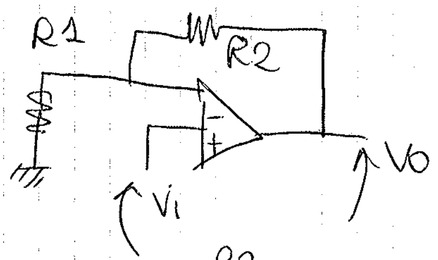


$$V_O = -V_I \frac{R_2}{R_1}$$ INVERTENTE



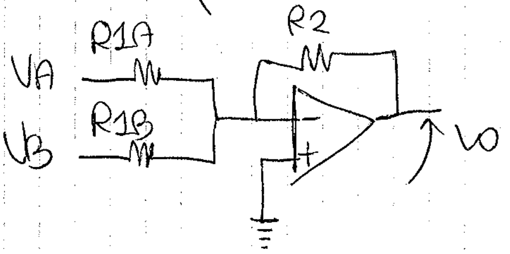
$$V_O = -V_1 \frac{(R_2 // C)}{R_1}$$ INVERTENTE

RETE INTEGRATIVA



$$V_O = V_I \left(\frac{R_2}{R_1} + 1\right)$$ NON INVERTENTE

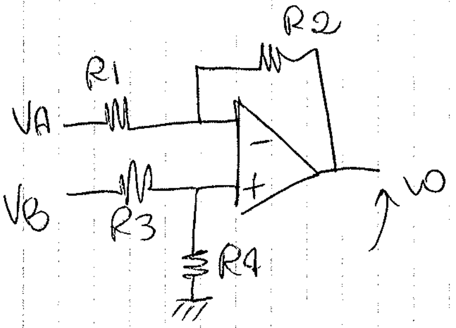
SOMMATORE INVERTENTE



$$V_O = -R_2 \left(\frac{V_A}{R_{1A}} + \frac{V_B}{R_{1B}}\right)$$ SOVRAPP. EFFETTI

$$V_O = -\frac{R_2}{R_1}(V_A + V_B) \text{ se } R_{1A} = R_{1B} = R_1$$

DIFF A 4 RESISTORI



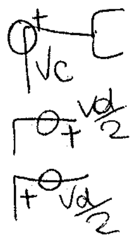
$$V_O = (V_B - V_A)\frac{R_4}{R_3}$$

$R_4 = R_2$

$R_3 = R_1$

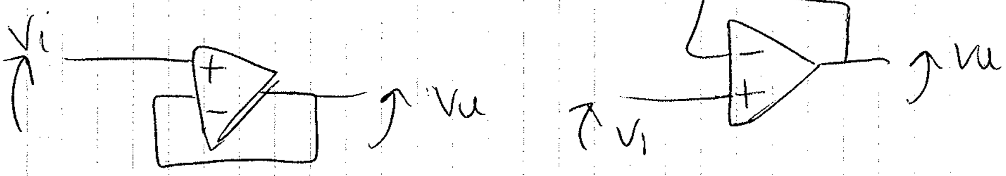
↳ MODO COMUNE

MODO DIFF



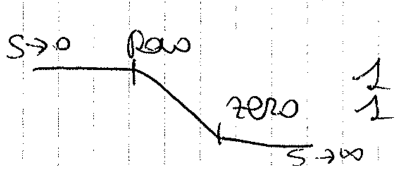
AMPL. X STRUMENTAZIONE pg 46

FOLLOWER



GUADAGNO = 1

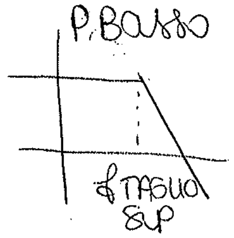
C < CORTO	(POLO PREC)	f ALTE X P. ALTO	f. BASSE X P. BASSO
C. APERTO	(POLO SUCC)	f BASSE X P. ~~BASSO~~ ALTO	f. ALTE X P. BASSO	f = 0



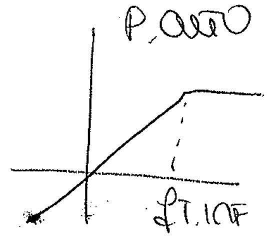
1 POLO
1 ZERO

FILTRI

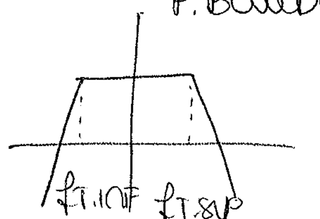
P. BASSO



P. ALTO

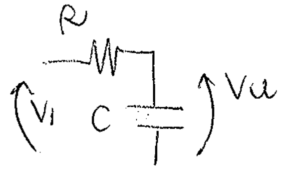


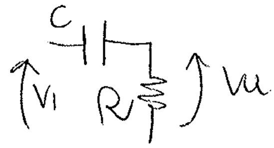
P. BANDA



↓ SING a SX ↓ SING a DX

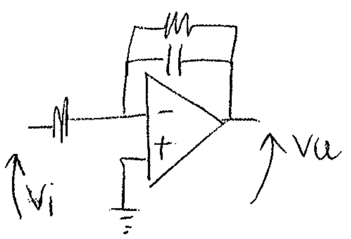
non sono def i limiti a zero e a ∞

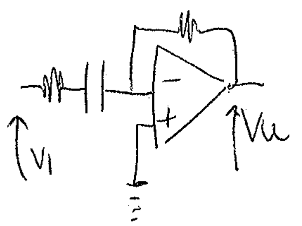


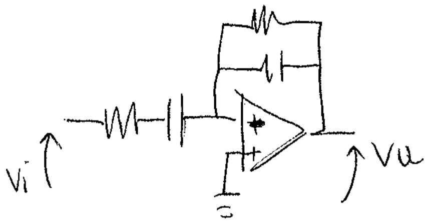


$$f_{inf} = \frac{\min(|p_1|, |p_2|)}{2\pi}$$

$$f_{sup} = \frac{\max(|p_1|, |p_2|)}{2\pi}$$







GUADAGNO $S \to 0$

2 POLI

$$\frac{1}{S^2 + S + C}$$

GUADAGNO $S \to \infty$

2 ZERI IN ZERO

$$\frac{S(S)}{S^2 + S + q}$$

GUADAGNO RISONO → SCRIVO I POLI a SX $S + 10T$ e I POLI a DX $\frac{S}{10T} + 1$

ZERO IN ZERO

$$\frac{S}{S^2 + S + q}$$

POI

$$\frac{10S}{(S+1)(S+20)}$$

$$\frac{10S}{20(S+1)(\frac{S}{20}+1)}$$

$$\frac{10S}{20S(1)} = \frac{1}{2}$$

SING. a SX → ∞
SING. a DX → 0

IN dB OTTENGO IL LIVELLO DEL RISON.

RIGETTA BANDA $\frac{S^2 + d}{S^2 + aS + b}$ Q GRANDE

CONTROFASE

LA COMPONENTE CONTINUA
- TENSIONE CONTINUA
- VALOR MEDIO O.Q.
- VALOR MEDIO SINUSOIDE

SI INDICA a $f = 0$!
- PASSA IN UN FILTRO P. BASSO ($= 0 +$)
- NON PASSA IN UN FILTRO P. ALTO (0)
- NON PASSA SE ABBIAMO UNO ZERO IN ZERO

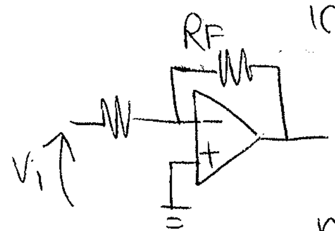
LA COMPONENTE SINUSOIDALE
- NON PASSA FUORI BANDA
- PASSA SE LA CONTINUA ANCHE

SERIE $R + \frac{1}{SC} = \frac{RSC + 1}{SC}$

PARALL $\frac{R \frac{1}{SC}}{R + \frac{1}{SC}} = \frac{\frac{R}{SC}}{\frac{RSC+1}{SC}} = \frac{R}{RSC+1}$

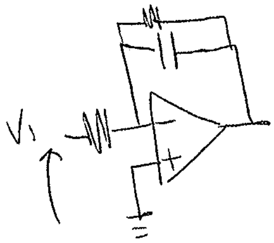
			IN BANDA		PASSA BANDA
C	CORTO	$f \to \infty$	$f \to \infty$ ALTO	$f \to 0$ BASSO	POLO PREC
	C. APERTO	$f \to 0$	$f \to 0$ ALTO	$f \to \infty$ BASSO	POLO SUCC

INVERTENTE



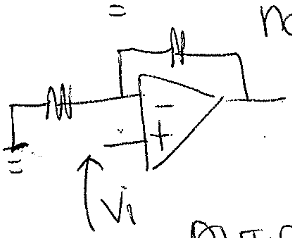
$$\frac{V_O}{V_I} = -\frac{R_F}{R_1}$$

INV./RETE INTEGRATIVA



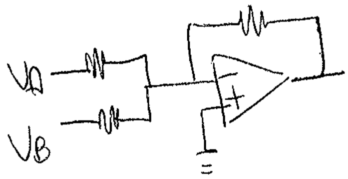
$$\frac{V_O}{V_I} = -\frac{(R_F // C)}{R_1}$$

NON INVERT.



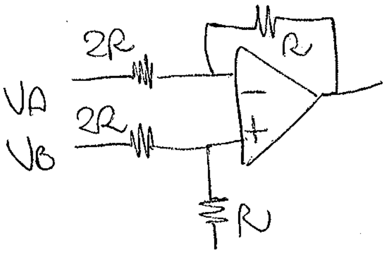
$$\frac{V_O}{V_I} = \left(1 + \frac{R_F}{R_1}\right)$$

SOMM. INV.



$$V_O = -R_F\left(\frac{V_A}{R_{1A}} + \frac{V_B}{R_{1B}}\right)$$

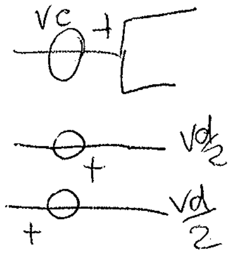
DIFF AMPS



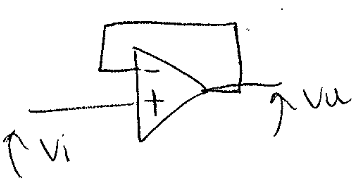
$$V_O = (V_B - V_A)\frac{R}{2R}$$

MODO COM

MODO DIFF



FOLLOWER



$$\frac{V_u}{V_i} = 1$$

POLI $[s^{-1}]$

$f = \frac{p}{2\pi}$ [Hz]

2 CONDENSATORI INDIPENDENTI = 2 POLI

È un sistema di 4 equazioni in 5 incognite (V_{n1}, V^+, V^-, V_U, V_I). Si possono trovare 4 incognite in funzione di una a scelta come parametro, nel nostro caso scegliamo V_I.

$$\begin{pmatrix} pC_2+2G_1 & -G_1 & 0 & -G_1 \\ -G_1 & G_1+pC_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_2+G_3 & -G_3 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{n1} \\ V^+ \\ V^- \\ V_U \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} pC_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} V_I$$

Risolvendo, per esempio con la tecnica dei determinanti troviamo V_U in funzione V_I cioè la funzione di trasferimento ingresso uscita cercata.

Cominciamo con il calcolare il determinante della matrice del sistema:

$$\det M = (pC_2+2G_1)(G_1+pC_1)G_3 - G_1^2G_3 - G_1^2(G_2+G_3) =$$
$$= p^2C_1C_2G_3 + pG_1G_3(2C_1+C_2) - G_1^2G_2 = \frac{p^2C_1C_2R_1^2R_2 + pR_1R_2(2C_1+C_2) - R_3}{R_3R_2R_1^2}$$

Calcoliamo poi il determinante della matrice N ottenuta sostituendo la colonna corrispondente alla incognita V_U (cioè la quarta colonna) con il vettore del termine noto. In altre parole N è

$$N = \begin{pmatrix} 2pC_2+G_1 & -G_1 & 0 & pC_2V_I \\ -G_1 & G_1+pC_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_2+G_3 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

E troviamo:

Cominciamo con il calcolare il determinante della matrice del sistema:

$$\det N = pC_2G_1(G_2+G_3)V_I = \frac{pC_2(R_2+R_3)}{R_1R_2R_3}V_I$$

Troviamo quindi:

$$V_U = \frac{\det N}{\det M} = \frac{pC_2R_1(R_2+R_3)}{p^2C_1C_2R_1^2R_2 + pR_1R_2(2C_1+C_2) - R_3}V_I$$

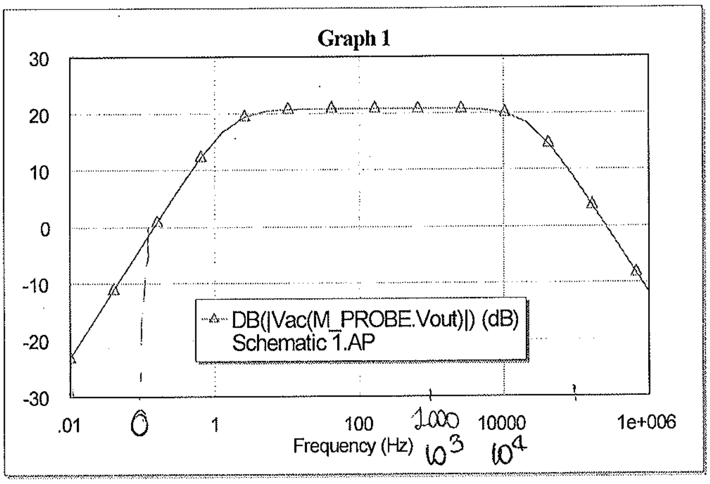
$$\frac{V_U}{V_I} = \frac{pC_2R_1(R_2+R_3)}{p^2C_1C_2R_1^2R_2 + pR_1R_2(2C_1+C_2) - R_3}$$

Guadagno per frequenza 0 e infinita nullo. Notare che essendo il termine di grado 0 in *p* del denominatore negativo, almeno una delle soluzioni, e quindi un polo, avrà parte reale positiva e

$p \to \infty \quad H(p) = \frac{1}{p} = 0$

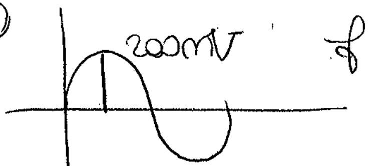
$p \to 0 \quad H(p) = \frac{0}{-R_3} = 0$

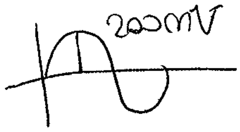
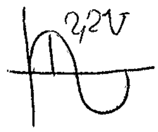
FACCIO SUBITO I LIMITI



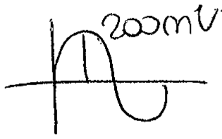
Stimare con motivazione la forma e l'ampiezza di V_{OUT}, se V_{INP} è :

1. sinusoide con valore medio nullo, ampiezza picco 200 mV e frequenza 0.1 Hz;
   frequenza fuori banda → uscita nulla;
2. sinusoide con valore medio nullo, ampiezza picco 200 mV e frequenza 1 kHz;
   a centro banda → uscita amplificata di un fattore 11;
3. sinusoide con valore medio nullo, ampiezza picco 200 mV e frequenza e 1 MHz;
4. tensione continua di 1 V; $f = 0 \rightarrow dB = \infty$ LIMITE!! $A = 0$
   frequenza fuori banda → uscita nulla;
5. onda quadra simmetrica con frequenza 20 kHz, valore picco 200 mV.
   Segnale composto da tante armoniche, delle quali solo la fondamentale in banda → uscita sinusoide a 20 KHz.

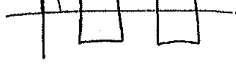
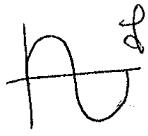
①  200mV $f = 0{,}1$ Hz FUORI BANDA → USCITA = VALOR MEDIO → 0

②  200mV $f = 1$ KHz IN BANDA →  2,2V $200mV \cdot 11 = 2{,}2V$

LO ZERO IN ZERO CI TAGLIA LA CONTINUA!!

③  200mV $f = 1$ MHz FUORI BANDA → " "

④  1V $f = 0$ a $f = 0$ dB=0/A=1 → FUORI BANDA → 0

⑤  200mV $f = 20$ KHz SEGNALE COMPOSTO DA TANTE ARMONICHE  $f = 20$ KHz ARMONICA FONDAMENTALE IN BANDA

ZERO IN ZERO → LA CONTINUA NON PASSA

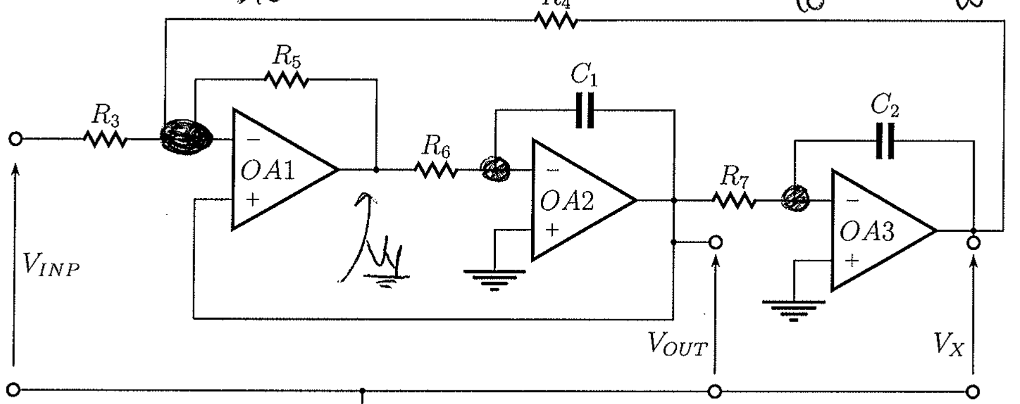
Correzione scritto 18 luglio 2012

Esercizio 1 (22 pts)

È dato il circuito in figura, in cui gli amplificatori operazionali sono ideali, con:

$$R_3 = R_6 = 1\,\mathrm{k\Omega},\ R_4 = R_7 = 10\,\mathrm{k\Omega},\ R_5 = 100\,\mathrm{k\Omega},\ C_1 = 470\,\mathrm{nF},\ C_2 = 4.7\,\mu\mathrm{F}$$

10^3 10^4 10^5 10^{-9} 10^{-6}



1. Calcolare le funzioni di trasferimento simboliche $V_{OUT}(p)/V_{INP}(p)$ e $V_X(p)/V_{INP}(p)$; (10pts)
2. calcolare $V_{OUT}(p)/V_{INP}(p)$ numericamente per i valori di resistenze e condensatori sopra riportati, specificando poli e zeri della funzione di trasferimento; (4pts)
3. tracciare il diagramma di Bode di modulo di $V_{OUT}(p)/V_{INP}(p)$ con l'asse delle frequenze in Hz: f specificare i valori delle pendenze dei vari tratti, i livelli in dB se la pendenza è nulla, e i valori delle frequenze alle quali la pendenza cambia; (4pts)
4. determinare il tipo di risposta $V_{OUT}(p)/V_{INP}(p)$ (e.g. passa-basso), e le frequenze di taglio inferiore (se passo-alto), superiore (se passa basso), inferiore e superiore specificando anche il livello in dB in banda passante (se passa-banda); (2pts)
5. calcolare la forma d'onda di $V_{OUT}(p)$ se l'ingresso è una sinusoide a 1 kHz, con valore massimo 2 V, e valore picco-picco 1 V. (2pts)

Correzione

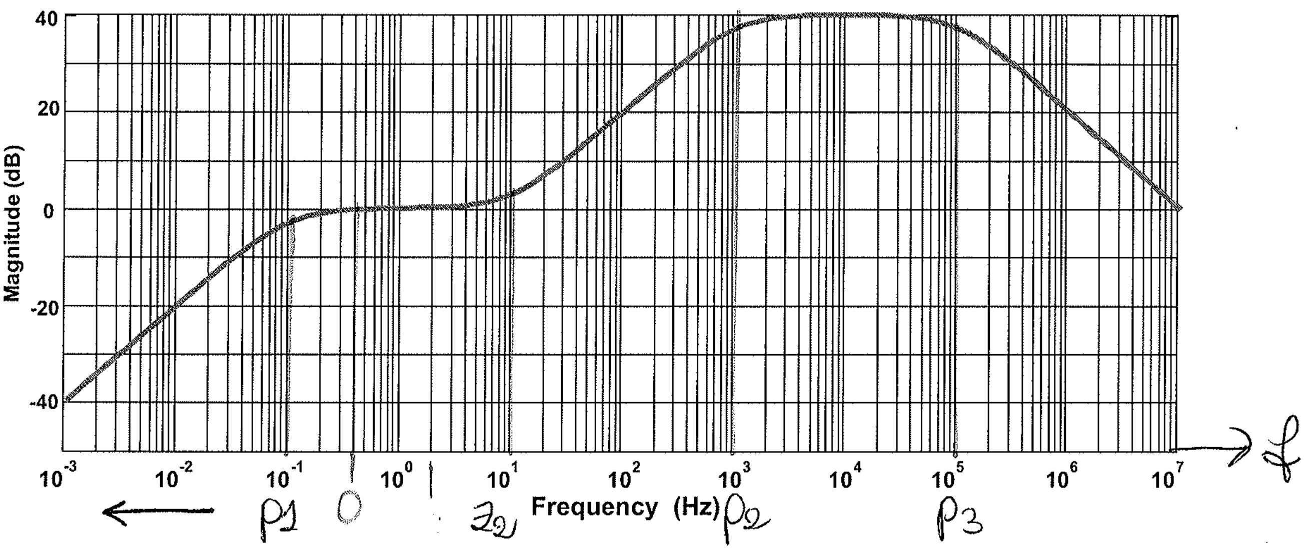
Per trovare $V_{OUT}(p)/V_{INP}(p)$ e $V_X(p)/V_{INP}(p)$ scriviamo l'equazione di bilancio delle correnti ai nodi invertenti dei tre operazionali OA1, OA2 e OA3, in funzione delle rispettive tensioni di uscita V_Y , V_X e V_{OUT}, e della tensione di ingresso V_{INP} che useremo come parametro. Possiamo quindi scrivere il seguente sistema matriciale:

$$\begin{bmatrix} -R_5^{-1} & R_4^{-1} + R_5^{-1} + R_3^{-1} & -R_4^{-1} \\ -R_6^{-1} & -pC_1 & 0 \\ 0 & -R_7^{-1} & -pC_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_y \\ V_x \\ V_{OUT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_3^{-1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

MATRICE SBAGLIATA

Esercizio 2 (8pts)

È dato un sistema la cui funzione di trasferimento ha poli e zeri nel semipiano sinistro, e il cui diagramma di Bode di modulo è riportato nella figura.



1. specificare poli e zeri della funzione di trasferimento; (3pts)
2. determinare una possibile funzione di trasferimento del sistema nel dominio di Laplace; (3pts) $s = \omega$
3. calcolare la tensione di uscita del sistema a regime se l'ingresso è una sinusoide a 1 kHz, con valore massimo 2 V, e valore picco-picco 1 V. (2pts)

Correzione

Dal grafico della funzione di trasferimento, estrapolando il diagramma asintotico da quello reale, si possono dedurre le frequenze d'angolo (frequenze alle quali il diagramma asintotico cambia pendenza). Sapendo poi dal testo che poli e zeri sono nel semipiano sinistro, questi si derivano poi dalle frequenze d'angolo. Otteniamo:

zeri $\rightarrow p_{z_1} = 0$, $p_{z_2} = -2\pi \cdot 10\ s^{-1}$ moltiplico x 2π x passare da f a ω

poli $\rightarrow p_{p_1} = -2\pi \cdot 0.1\ s^{-1}$, $p_{p_2} = -2\pi \cdot 10^3\ s^{-1}$, e $p_{p_3} = -2\pi \cdot 10^5\ s^{-1}$

Possiamo quindi scrivere la funzione di trasferimento desiderata, $H(p)$:

$$H(p) = K \cdot \frac{(p - p_{z_1})(p - p_{z_2})}{(p - p_{p_1})(p - p_{p_2})(p - p_{p_3})} = K \cdot \frac{p(p + 2\pi \cdot 10)}{(p + 2\pi \cdot 0.1)(p + 2\pi \cdot 10^3)(p + 2\pi \cdot 10^5)}$$

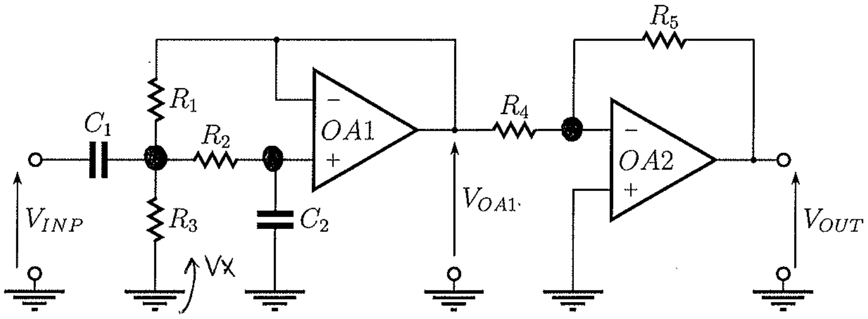
in cui la costante K va scelta per avere il diagramma di Bode correttamente posizionato verticalmente. Per calcolare K, possiamo calcolare $|H(j\omega)|$ per valori di $\omega \ll |p_{p_1}| = 2\pi \cdot 0.1\ s^{-1}$, per esempio

Elettronica per Bioingegneri
Correzione Scritto del 19 settembre 2012

Esercizio 1

È dato il circuito in figura, in cui gli amplificatori operazionali sono ideali, con:

$$R_1 = R_2 = R_5 = 10\,\mathrm{k}\Omega,\ R_3 = 680\,\Omega,\ R_4 = 1\,\mathrm{k}\Omega,\ C_1 = 220\,\mu\mathrm{F},\ C_2 = 150\,\mathrm{pF}.$$



1. calcolare la funzione di trasferimento simbolica $V_{OUT}(p)/V_{INP}(p)$;

   Calcoliamo prima V_{OA1}/V_{INP} con il metodo del potenziale ai nodi. Scriviamo due equazioni di bilancio: al nodo + dell'operazione, e al nodo in cui si incontrano R_1, R_2, R_3, e C_1. Le tensioni incognite sono V_{OUT}, V_{INP} e V_{OA1}. Scegliamo V_{INP} come parametro e troviamo così V_{OA1}. Sapendo che $V_{OUT}/V_{OA1} = -R_5/R_4$ e che $V_{OUT}/V_{INP} = V_{OUT}/V_{OA1} \cdot V_{OA1}/V_{INP}$, si trova:

   $$\frac{V_{OUT}}{V_{INP}} = -\frac{R_5}{R_4}\frac{C_1R_1R_3 \cdot p}{C_1C_2R_1R_2R_3 \cdot p^2 + (C_1R_1R_3 + C_2R_2R_3 + C_2R_1R_2 + C_2R_1R_3)\cdot p + R_1}$$

2. stimare, motivando la risposta, il numero di poli del circuito;

   Ci soni due condensatori *indipendenti*, e quindi avremo due poli. Considerato la presenza di C_1, avremo anche uno zero nell'origine.

3. calcolare $V_{OUT}(p)/V_{INP}(p)$ sostituendo i valori numerici sopra riportati per resistenze e condensatori, e specificare poli e zeri della funzione di trasferimento;

   $$\frac{V_{OUT}}{V_{INP}} = -\frac{14960 \cdot p}{0.002244 \cdot p^2 + 1496.01704 \cdot p + 10000}$$

   Ci sono due poli reali negativi in $p_1 = -6.68\ \mathrm{s}^{-1}$ e $p_2 = -6.67 \cdot 10^5\ \mathrm{s}^{-1}$, ai quali corrispondono rispettivamente due frequenze di taglio in 1.06 Hz, e 106.1 kHz. Mettendo in evidenza zeri e poli abbiamo:

   $$\frac{V_{OUT}}{V_{INP}} = -6.67 \cdot 10^6 \frac{p}{(p+6.68)(p+6.67\cdot 10^5)} = -10\frac{p}{(p+6.68)(p/(6.67\cdot 10^5)+1)}$$

   Nella seconda espressione si è messo in evidenza il guadagno a centro banda (-10) del filtro passa banda.

$$\frac{P1}{2\pi} = f$$

$$H(p) = 5\,\frac{p^2 + 800{,}2\pi p + 160\pi^2}{p^2 + 44\pi p + 160\pi^2} = 5\,\frac{p^2 + 400{,}1\,2\pi p + 80\pi^2 2}{p^2 + 22\cdot 2\pi p + 80\cdot 2\pi^2}$$

$\lim_{p\to 0} : 5$ $\lim_{p\to\infty} : 5$ (14dB)

$p_1 = 20\cdot 2\pi\,(-1)$ $z_1 = -0{,}1\cdot 2\pi$

$p_2 = 2\cdot 2\pi\,(-1)$ $z_2 = -400\cdot 2\pi$

NON ABBIAMO UNO ZERO IN ZERO

Esercizio 2

È data la seguente funzione di trasferimento, relativa a un rapporto di tensioni:

$$H(p) = 10\,\frac{5p^2 + 4001\pi p + 800\pi^2}{10p^2 + 440\pi p + 1600\pi^2}$$

1. determinare poli e zeri di $H(p)$;

   Si hanno due zeri $z_1 = -0.1\cdot 2\pi\ \mathrm{s}^{-1}$, $z_2 = -400\cdot 2\pi\ \mathrm{s}^{-1}$ e due poli $p_1 = -2\cdot 2\pi\ \mathrm{s}^{-1}$, $p_2 = -20\cdot 2\pi\ \mathrm{s}^{-1}$. Si tratta di un filtro passa-banda.

2. disegnare il diagramma di Bode di modulo quotato, mettendo in evidenza i valori in dB degli eventuali tratti a modulo costante, e i valori delle frequenze d'angolo, in cui cioè ci sono cambi di pendenza del diagramma;

   Per il diagramma di Bode vedere la figura 2. Il valore di $H(p)$ per frequenza nulla è pari a 5 cioè 14 dB. Anche il valore di $H(p)$ per frequenza ∞ è pari a 5 cioè 14 dB. Mettiamo in evidenza il valore di $H(p)$ a centro banda, che risulta dalla (1) pari a 100, quindi 40 dB.

$$\begin{aligned} H(p) =& 5\,\frac{(p+0.1\cdot 2\pi)(p+400\cdot 2\pi)}{(p+2\cdot 2\pi)(p+20\cdot 2\pi)} = 5\,\frac{400}{20}\,\frac{(p+0.1\cdot 2\pi)(p/(400\cdot 2\pi)+1)}{(p+2\cdot 2\pi)(p/(20\cdot 2\pi)+1)} = \\ =& 100\,\frac{(p+0.1\cdot 2\pi)(p/(400\cdot 2\pi)+1)}{(p+2\cdot 2\pi)(p/(20\cdot 2\pi)+1)} \end{aligned} \tag{1}$$

$\mathrm{dB} = 20\log x$

$x = 10^{\frac{dB}{20}}$

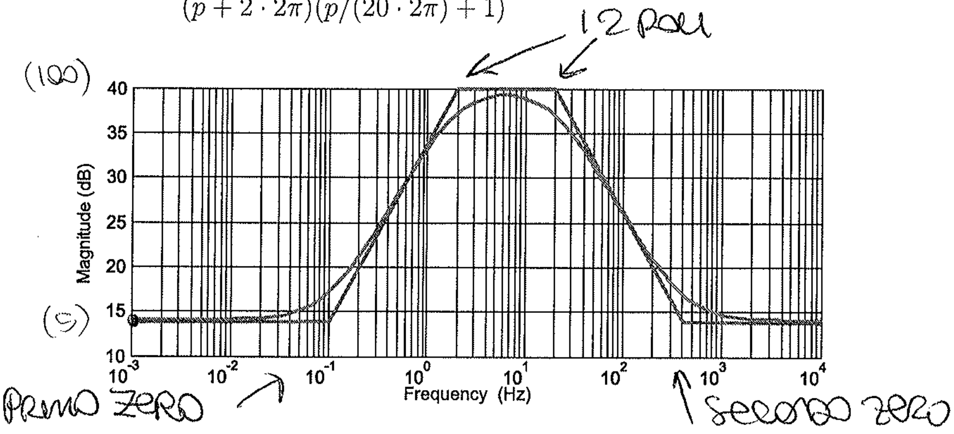


Figura 2. Diagramma di Bode di modulo: rosso curva asintotica, blu andamento reale.

3. stimare l'uscita del sistema nel caso l'ingresso è una tensione continua pari a 1V; $f = 0$ $\lim_{s\to 0}$!

   ?! L'uscita è una tensione continua amplificata di un fattore 5, che corrisponde al valore del diagramma di Bode per $f = 0$. SI ottiene quindi una tensione continua di 2.5 V. $1\cdot 5 = 5$?!!

4. stimare l'uscita del sistema nel caso l'ingresso è una tensione sinusoidale con frequenza 1 mHz, valore massimo 1 V e valore minimo -1 V;

   ?! La sinusoide ha valore medio nullo, e 1 mHz è al di fuori della banda passante. L'uscita è quindi nulla.

   LA SINUSOIDE NON PASSA XK FUORI BANDA
   PASSA IL VALOR MEDIO AMPLIFICATO DI 5 → 0.5 = 0

③ 1V

$f = 0$

④ $f = 10^{-3}$ Hz

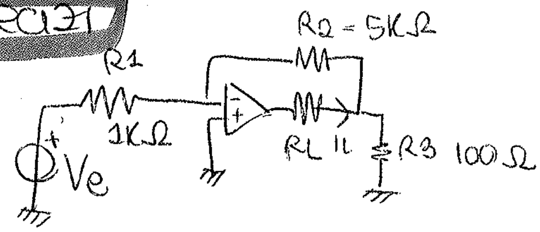
1

-1

ESERCIZI

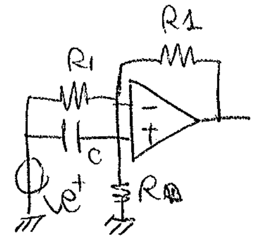
Vecchi temi d'esame

(1)



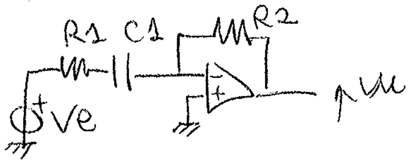
i_L/v_e?

(3)



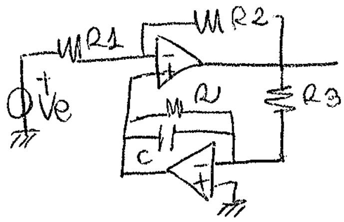
R = 100KΩ
C = 100nF
R1 = 10KΩ

(2)



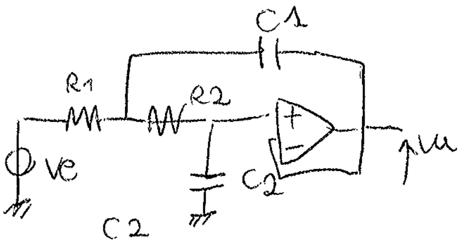
v_u/v_e?

(4)



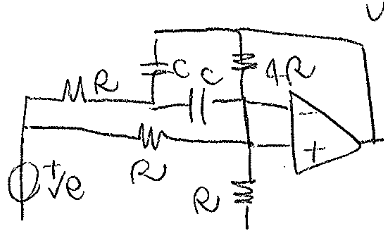
R1 = 1KΩ
R2 = 100KΩ
R = 1MΩ
C = 10μF
R3 = 500Ω

(5)



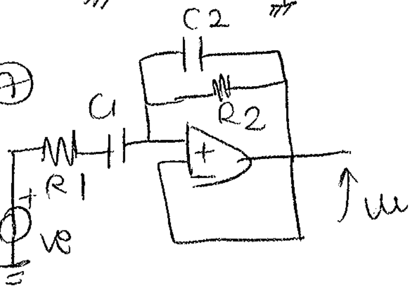
v_u/v_e

(6)

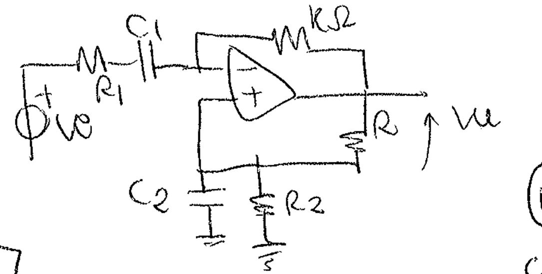


v_u/v_e?

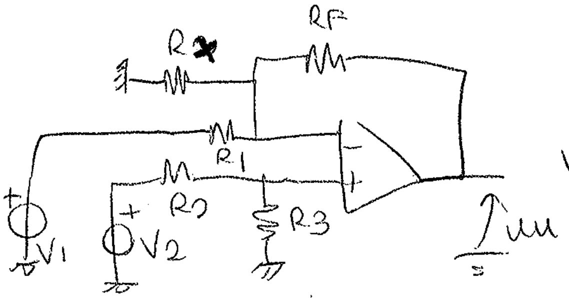
(7)



(8)

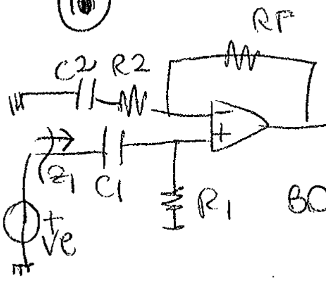


(9)



$v_u = f(V_1, V_2) = ?$

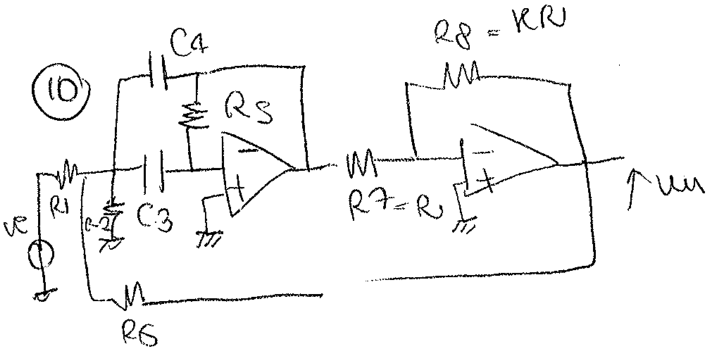
(11)



BODE

$Z_i(s)$ = impedenza vista dal generatore

(10)



(1) $\frac{i_L}{v_e} = -\frac{1}{R_1}\left(1+\frac{R_2}{R_3}\right) = -51\,mS$

(2) $\frac{v_u}{v_e} = -\frac{sR_2C_1}{sR_1C_1+1}$

(3) $= \frac{sR_2C-1}{sR_2C+1}$

(4) $-\frac{R_2R_3}{R_1R_4+R_2R_4+R_1R_3} \cdot \frac{sR_4C+1}{s\frac{R_1R_3R_4C}{R_1R_4+R_2R_4+R_1R_3}+1}$

(5) $\frac{1}{s^2R_1R_2C_1C_2+s(R_1+R_2)C_2+1}$

(6) $\frac{1}{2}\,\frac{4s^2R^2C^2-2sRC+1}{4s^2R^2C^2+2sRC+1}$

(7) $v_u = v_e$

(8) $-K \cdot \frac{sC_1\left(sRR_2C_2+(R+R_2)\right)}{s^2R_1R_2C_1C_2+s(R_1C_1+R_2C_2-KR_2C_1)+1}$

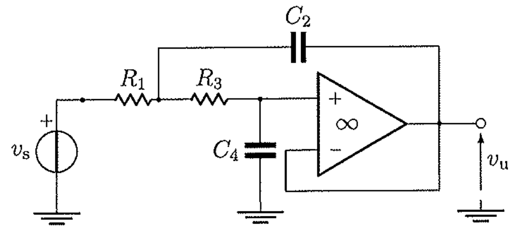
(9) $-\frac{R_F}{V_1}V_1+\frac{R_3}{R_2+R_3}\left(1+\frac{R_F}{R_1/\!/R_x}\right)V_2$

(11) $\frac{sR_1C_1\left(s(R_F+R_2)C_2+1\right)}{(sR_1C_1+1)(sR_2C_2+1)}$

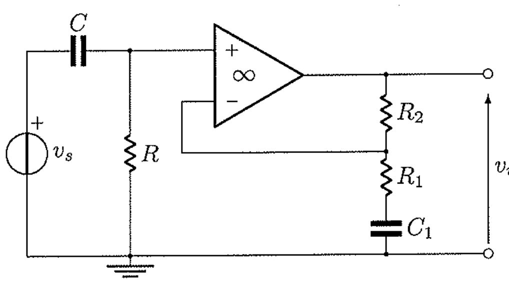
Elettronica I per Ingegneria Biomedica
2 febbraio 2004

Cognome ____________________ Nome ____________________ Matricola ______________

1. Il circuito rappresentato nella figura sottostante consente di realizzare una cella biquadratica. Ricavare l'espressione della funzione di trasferimento v_u/v_s ed indicare il tipo di funzione di trasferimento realizzato (passaalto, passabasso, passabanda, ...).



2. Ricavare la funzione di trasferimento v_u/v_s del circuito rappresentato nella figura sottostante. Sapendo che $R = 100\,\text{k}\Omega$, $R_1 = 1\,\text{k}\Omega$, $R_2 = 9\,\text{k}\Omega$, $C = 100\,\text{nF}$ e $C_1 = 1\,\text{nF}$, disegnare l'andamento del diagramma di Bode del modulo (asintotico) e della fase della funzione di trasferimento ricavata.



3. Disegnare il diagramma di Bode del modulo (asintotico) e della fase della seguente funzione di trasferimento.

$$F(s) = \frac{s(s + 2\pi \cdot 20)(s - 2\pi \cdot 2 \cdot 10^5)}{(s + 2\pi)(s + 2\pi \cdot 500)(s + 2\pi \cdot 10^4)}$$

Elettronica I per Ingegneria Biomedica
2 febbraio 2004

Cognome ______________ Nome ______________ Matricola ______________

1. Un generatore con ammettenza interna pari a 10 mS e corrente di cortocircuito pari a 1,5 A è connesso ad un carico puramente resistivo avente resistenza pari a 200 Ω. Indicare la corrente che scorre nel carico

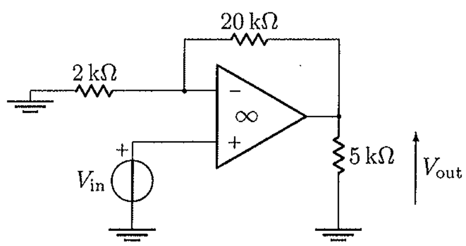
   A. 50 mA
   B. 500 mA
   C. 750 mA
   D. 1 A
   E. 1,5 A

2. Un bipolo è costituito dalla serie di un condensatore di capacità pari a 0,2 μF ed un resistore avente resistenza pari a 50 Ω. Indicare il valore più prossimo a quello dell'impedenza interna del generatore che consente di ottenere il massino trasferimento di potenza dal generatore al carico alla frequenza di 100 kHz

   A. (50 - j80) Ω
   B. (50 + j16) Ω
   C. (50 - j16) Ω
   D. (50 + j8) Ω
   E. (50 - j8) Ω

3. Dato il circuito in figura indicare quale tra i valori riportati è il più prossimo al valore di amplificazione di tensione

   A. $A_V = 5$
   B. $A_V = -10$
   C. $A_V = 10$
   D. $A_V = 11$
   E. $A_V = -11$



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 97 di 106