



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1200

DATA: 24/10/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Mitrotta

MATERIA: Termodinamica + Eserc.

Prof. Ioveno_Chiocchia

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

PROPRIETÀ GENERALI DEI FLUIDI E DEL LORO MOVIMENTO

Il corpo può essere considerato attraverso i solidi o i fluidi.

Quali sono le differenze tra i solidi e i fluidi?

- Il fluido si adatte a qualunque forma ante ogni resistenza (non vi genera tensioni interne). esso si oppone più di altro alle velocità di deformazione, e vi è il proprio movimento.
- Il solido si oppone invece alla variazione di forma sviluppando delle tensioni (forze) interne.
- Esistono delle situazioni intermedie: fluidi non newtoniani viscosi, solidi amorfi, ...

Inoltre il fluido è capace di trasmettere la pressione, vi è densità normale; può sviluppare al suo interno stress viscosi σ , vi è sforzo tangenziale; è termicamente conduttibile, e, sotto opportune condizioni, può essere la sua densità diversando quindi compressibile.

Come studiamo il movimento di un fluido?

Non posso studiare il moto di ciascuna singola molecola, devo invece prendere un insieme abbastanza grande di molecole. Uno dei parametri di caratterizzazione quest'insieme è il cammino libero molecolare medio l , vi è

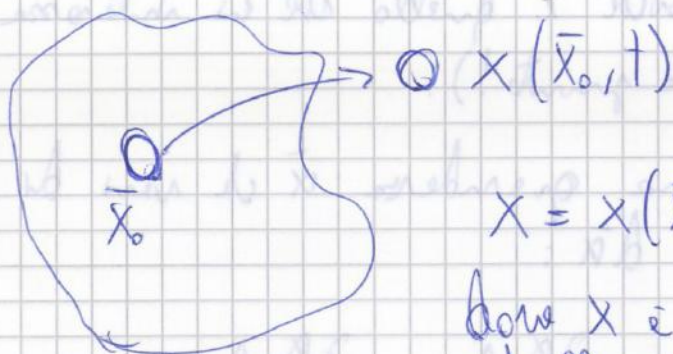
esso e non incappare nelle variazioni presenti a livello macroscopico. La dimensione della particella fluida viene definita come la scala differenziale $d\bar{x}$.

Quando definito la scala, possiamo adesso affermare che un fluido è continuo se:

$$l \ll d\bar{x} \ll L \rightarrow \text{condizione di fluido continuo}$$

cioè se stiamo considerando tante molecole tale da poter assumere la particella fluida come "elemento medio", cioè con caratteristiche valide per tutte le molecole all'interno.

A questo punto viene davanti a due strade per poter descrivere il moto del fluido. Una è il cosiddetto punto di vista lagrangiano. esso consiste nell'applicare le equazioni della meccanica dei corpi alla particella fluida, segue le particelle fluide nel loro moto.



$$X = X(\bar{x}_0, t)$$

dove X è il valore assunto dalla particella fluida all'istante t , mentre \bar{x}_0 è il punto iniziale.

Questo metodo però non ha una gran facilità di applicazione, poiché l'individuazione della particella fluida non è generale come quella dei punti materiali; infatti essa

e prendendo dei dx, dy, dz per ogni spostamento subito della part. fluida nell'intervallo dt , si ha che:

$$dx = u dt; \quad dy = v dt; \quad dz = w dt;$$

$$\Rightarrow d\bar{x} = \frac{\partial x}{\partial t} dt + u \frac{\partial x}{\partial x} dt + v \frac{\partial x}{\partial y} dt + w \frac{\partial x}{\partial z} dt$$

Osservando nel tempo si ha:

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = \frac{\partial x}{\partial t} + u \frac{\partial x}{\partial x} + v \frac{\partial x}{\partial y} + w \frac{\partial x}{\partial z} = \frac{\partial x}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla x$$

↓
derivata lagrangiana / sostanziale

N.B.: stiamo operando entro il punto di vista euleriano quindi stiamo utilizzando grandezze euleriane e non di campo.

Per evitare possibili confusioni si usa la seguente simbologia

$$\frac{D\bar{x}}{Dt}$$

Adesso analizziamo bene il risultato:

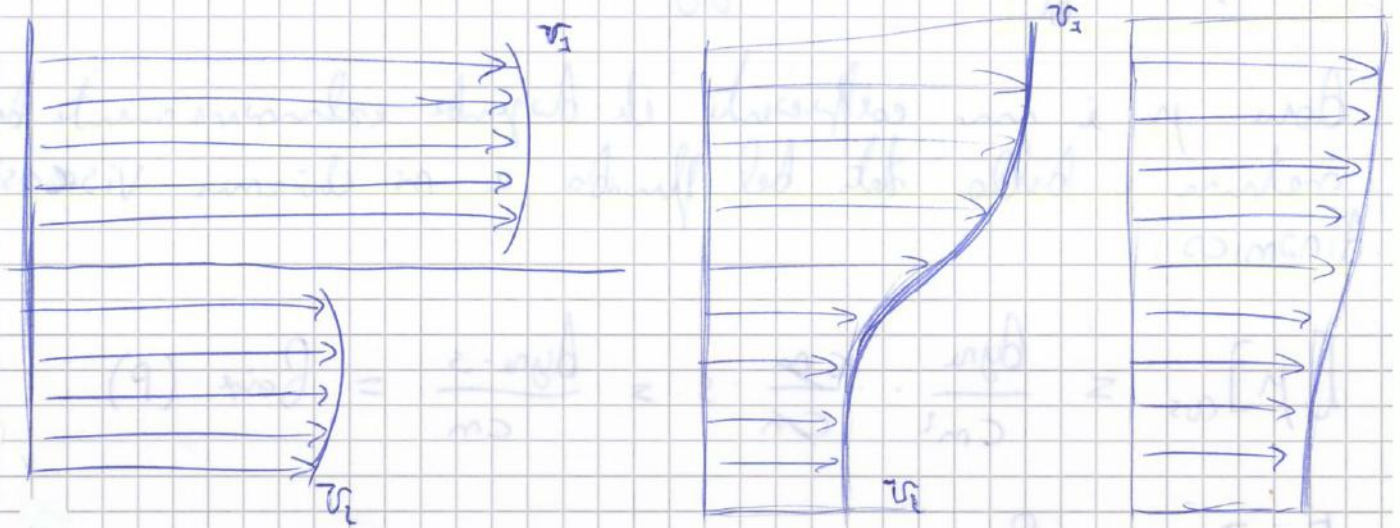
$$\frac{D\bar{x}}{Dt} = \frac{\partial x}{\partial t} + \vec{U} \cdot \text{grad} \bar{x}$$

↓
derivata locale o euleriana

↳ termine convettivo ⇒ dipende dalla vel. di trasporto la part., base xx

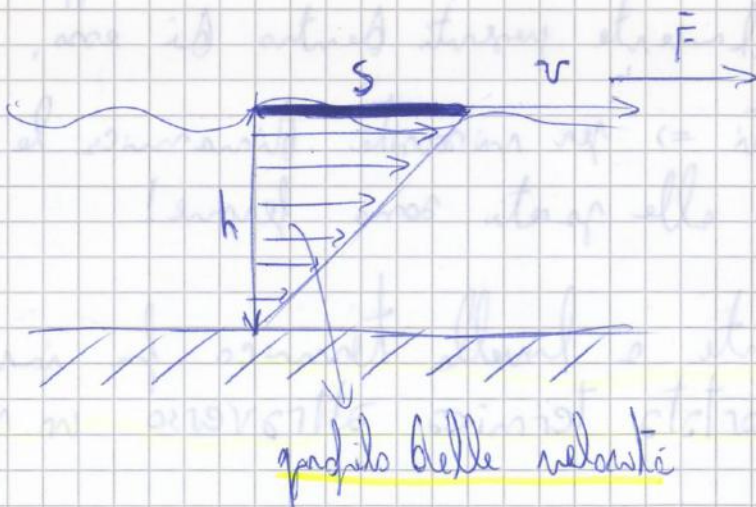
PROPRIETÀ FISICHE DEI FLUIDI

Immaginiamo le correnti di due fluidi inizialmente separate che ad un certo punto si incontrano:



Le due correnti si ricacciano progressivamente facendo "sorgere" il gradiente viscoso. Stessa cosa accade in caso di temperatura diverse o di composizione chimica diverse.

Esperimento di Newton



Zattera trascinata da due cavalli in moto uniforme. Gli strati fluidi superiori, scelti dalle zattera, accelerano a loro volta quelli inferiori che sono frenati dal fondo del canale.

Il flusso complesso \dot{Q} di calore che si trasferisce attraverso la parete è:

$$\dot{Q} = - \lambda S \frac{dT}{dx} \rightarrow \text{legge di Fourier}$$

il calore fluisce in direzione opposta al gradiente di temperatura, e $\dot{Q} > 0$ allora $DT < 0$

Notiamo una certa somiglianza con la formula vista prima; λ è anch'esse caratteristica del fluido e del suo stato.

$$[\lambda]_{SI} = \frac{\text{cal}}{\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{K}} = \frac{\text{J}}{\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{K}} = \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

Le spiegazioni del perché le due formule sono simili sta nella loro origine: l'agitazione molecolare.

Nei gas possiamo brevemente dire che in due strati contigui di fluido vi sono insieme le molecole con agitazione molecolare (quantità di moto e temperatura) differenti. Dunque c'è un continuo scambio di quantità di moto e di energia termica fra i due strati (ovvero scambio di posizione delle molecole o ad un'alta fra di loro) che tende a far uniformare il fluido. Un procedimento analogo avviene in presenza di composizioni chimiche differenti fra gli strati. Nei liquidi invece il discorso è un po' più complicato, a causa della presenza delle energie di legame.

LEGGE DI NEWTON

Oltre che nella formula precedentemente vista, la legge di Newton viene solitamente espressa come:

$$\tau = \mu \frac{dU}{dz}$$

dove τ è lo sforzo di taglio, $\tau = \frac{F}{S}$, tra due strati di fluido distanti dz con velocità che differiscono di dU .

Definiamo la viscosità cinematica ν come:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \rightarrow \text{diffusività viscosa}$$

Già diciamo questa grandezza viscosità cinematica
 Adimensioniamo la dimensione:

$$[\nu]_{SI} = \frac{m^2}{s}$$

$$[\nu]_{CGS} = St \text{ (Stokes)}$$

Inoltre ν è una funzione della pressione e della temperatura $\rightarrow \nu = \nu(p, T)$

La ν dell'aria in condizioni standard è:

$$\nu_{\text{aria}} = 14,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

LEGGE DI FOURIER

Analogoamente a prima vista:

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{S} \rightarrow \text{flusso termico} \quad \text{portato del calore diviso superficie}$$

$$[\dot{q}] = \frac{\text{cal}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} = \frac{\text{KW}}{\text{m}^2}$$

$$\dot{q} = -\lambda \frac{dT}{dz}$$

flusso termico proporzionale all'opposto del gradiente della temperatura

$$K = \frac{\lambda}{\rho c_s}$$

→ diffusività termica →

corrispondente alla viscosità cinematica nei fluidi

↳ calore specifico per unità di massa

$$[c_s]_{SI} = \frac{\text{cal}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$[K]_{SI} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

energia termica per unità di volume

$$\Rightarrow \dot{q} = -K \frac{d(\rho c_s T)}{dz} \quad (\text{in sistemi di } \rho = \text{cost.})$$

flusso termico proporzionale all'opposto del gradiente dell'energia termica

- Olii → più viscosi che termicamente conduttibili.
- Metalli liquidi → più conduttibili che viscosi.

regione di estensione da quando si ragiona e approssimazione delle
alterazioni variabili per descrivere il sistema a livello globale
 senza fermarsi all'oggetto macroscopico meccanico.

Le variabili di stato che si introducono sono:

<u>massa</u>		M
<u>q. moto</u>		
<u>(energia)</u>		

Queste sono grandezze estensive, cioè dipendono dal numero
 di molecole prese in considerazione. Si introducono quindi delle
grandezze intensive:

•) $\rho = \frac{m}{V}$ densità; $\nu = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho}$ vol. specifico

•) HP: sistema omogeneo $\rightarrow \rho \underline{u}$ quant. moto per unità di volume
 $\frac{u}{V}$ quant. moto per unità di volume e di massa

Nell'ipotesi di molecole molto lontane fra di loro, l'energia
 del sistema è solo quella cinetica. Come rappresentare il
 sistema a livello macroscopico?

Si definisce la variabile pressione p come $\left[\frac{\text{forza}}{\text{mq.}} \right] \rightarrow \frac{N}{m^2}$.

Ma il nostro gas non rimane sempre nello stesso stato. Il passaggio da uno stato ad un altro viene chiamato trasformazione.

Le termodinamiche classiche si occupano delle trasformazioni d'equilibrio, ovvero di quelle trasformazioni in cui il sistema ha sempre la possibilità di rimanere, nel gas, uno stato d'equilibrio.

All'evoluzione da uno stato all'altro il sistema ha bisogno di tempo per adattarsi, tempo durante il quale non vi sono condizioni d'equilibrio. Se il tempo di adattamento è molto piccolo rispetto al tempo macroscopico della trasformazione possiamo supporre che vi sia equilibrio in ogni istante della trasformazione.

Dunque sotto queste ipotesi è possibile avere l'equazione di stato in ogni punto della trasformazione. \rightarrow l'equazione del gas perfetto $pV = nRT$

Se comodità possiamo rappresentare la trasformazione su di un piano:



\rightarrow per far cambiare stato il sistema ha un costo energetico dato dal calore o dal lavoro

Il sistema ha cambiato il suo stato, e quindi durante la trasf. ha scambiato calore e lavoro. Si parla di lavoro di deformazione perché esso è il lavoro utilizzato per

$\Delta e: \Delta q + \Delta l = \Delta e \rightarrow 1^{\circ}$ principio della termodinamica

Questa relazione nasconde il fatto che sia calore che lavoro scambiati non sono mai altro che energia. Infatti fornire calore vuol dire aumentare l'energia di agitazione molecolare!

Prendiamo ad un gas in un cilindro che viene compresso attraverso una forza esterna che sposta la parete superiore. Possiamo esprimere Δl come:

$\Delta l = -p \Delta v$ \rightarrow lavoro di trasformazione

dove il "-" rappresenta che quando il volume specifico diminuisce, cioè $\Delta v < 0$, il lavoro Δl è fornito dall'esterno, viceversa se $\Delta v > 0$ ha un lavoro fornito dal sistema.

Quando il calore meno facile da misurare rispetto alla temperatura, si è introdotta il calore specifico c di una trasformazione:

$c = \frac{\Delta q}{\Delta T}$

dove c può essere diverso punto per punto della trasformazione. Si ha quindi la necessità di prendere come riferimento delle trasformazioni semplici, cioè quelle che mantengono costante una variabile di stato:

• $p = \text{cost.} \rightarrow c_p = \left(\frac{\Delta q}{\Delta T} \right)_{p=\text{cost.}}$ isobara

$$E = N \frac{l}{2} R T = l \left[n \frac{1}{2} R T \right]$$

\downarrow $\frac{k_B}{N_A}$ \downarrow num. molecole \downarrow cost. Boltzmann

Del punto di vista microscopico l'energia interna è l'energia di agitazione molecolare.

$$c = \frac{E}{m} = \frac{N \frac{l}{2} R T}{m} \quad \text{dove } N = \frac{m}{M}$$

$$\Rightarrow c = \frac{l}{2} \frac{R}{M} T$$

Confrontando con $de = C_v dT$ si ha che

$$C_v = \frac{l}{2} \frac{R}{M}$$

Ma c è una funzione di stato, dunque $de = C_v dT$ è valida sempre.

Adesso consideriamo una trasformazione isobara:

$$p = \text{cost.} \Rightarrow dq - p dr = de$$

$$dq = C_p dT, \quad de = C_v dT$$

$$\Rightarrow C_p dT - p dr = C_v dT \Rightarrow C_p \text{ è legato a } C_v$$

• $l = 0 \rightarrow \rho = \frac{h}{3}$

Altre trasformazioni semplici sono quelle isoterme. Ricordando:

1) $p = \text{cost.}$ \rightarrow C_p $N \propto T$
 $pT = \text{cost.}$

2) $N = \text{cost.}$ \rightarrow C_N $p \propto T$ $\left\{ \begin{array}{l} \underline{dq = C_N dT} \\ \underline{dl = 0} \end{array} \right.$

3) $T = \text{cost.}$ \rightarrow $\bar{A}C$ $\frac{p}{\rho} = \text{cost.}$

$pV = \text{cost.}$

$dq + dl = 0 \Rightarrow dq = p dV$

Un'altra trasformazione importante è quella in cui $dq = 0$ cioè la trasformazione adiabatica. Non è una traf. molto semplice, perché tutte le variabili cambiano.

h) $dq = 0$

$dl = de$ \Rightarrow $C_V dT = -p dV$

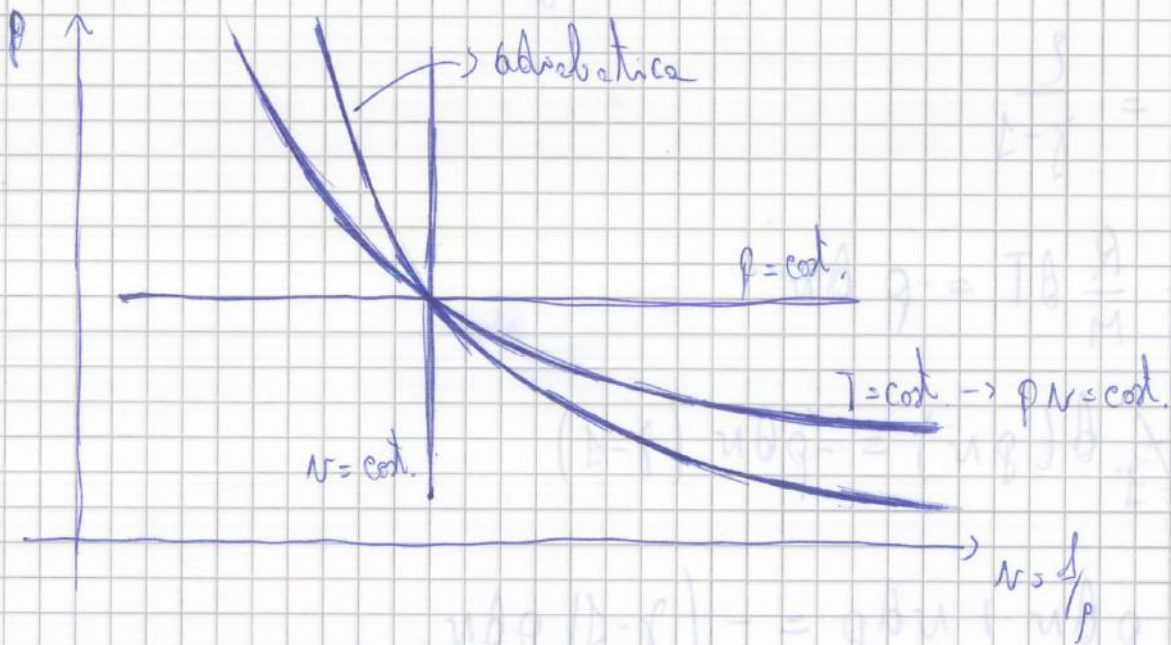
Quanto vale dT ?

$pV = \frac{R}{M} T$ \Rightarrow $d(pV) = \frac{R}{M} dT$

$$\frac{d}{dx} (\log p + \log v^{\gamma}) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p v^{\gamma} = \text{cost.} \\ \frac{p}{p^{\gamma}} = \text{cost.} \end{cases}$$

Graphicando nel piano v ha:



La trasp. adiabatica è anche detta isentrópica se avviene reversibilmente.

osserviamo che quando nel piano $p-v$ una curva è legata fra di loro due variabili e se rimane indipendente solo una.

Trasformazioni politropiche

Trasformazioni che si avvicinano molto all'adiabatica e che si ottengono tramite interpolazione tra stati variabili e

Quale è il calore specifico della trasformazione politropica?

Se $n = \gamma \rightarrow$ trasf. adiabatica $\rightarrow C_v = 0$

Se $n = 1 \rightarrow$ trasf. isoterma $\rightarrow \bar{A} = C$

$$pV^n = \text{cost.}$$

$$pV = nRT$$

$$dq - p dV = C_v dT$$

$$\Rightarrow C_n dT - p dV = C_v dT$$

$$pV^n = \text{cost.} \rightarrow TV^{n-1} = \text{cost.}$$

derivata

$$dT \cdot V^{n-1} + (n-1)TV^{n-2} dV = 0$$

$$\frac{dV}{dT} = - \frac{V}{(n-1)T}$$

$$\Rightarrow dV = - \frac{V}{(n-1)T} dT$$

$$\Rightarrow C_n dT + \frac{pV}{(n-1)T} dT = C_v dT \quad \text{dove} \quad \frac{pV}{T} = \frac{R}{M}$$

$$C_n dT + \frac{1}{n-1} \frac{R}{M} dT = C_v dT$$

$$C_n + \frac{1}{n-1} \frac{R}{M} = C_v \Rightarrow C_n = C_v - \frac{1}{n-1} \frac{R}{M}$$

$$p N^n = p_0 N_0^n$$

$$p = p_0 N_0^n N^{-n}$$

$$\frac{dp}{dN} = -n \frac{p_0 N_0^n N^{-n}}{N} = - \frac{n p_0 N_0^n}{N^{n+1}}$$

$$L = - \int p dN = - \int p_0 N_0^n N^{-n} dN = - p_0 N_0^n \left(\frac{1}{1-n} N^{1-n} \right) \Big|_1^L$$

$$= - p N^n \frac{N^{1-n}}{1-n} \Big|_1^L$$

↓
 ha uno stato 1
 e uno stato 2

Quindi il lavoro in una polistropica è:

$$L = - \frac{p_0 N_0^n}{1-n} \left(N_2^{1-n} - N_1^{1-n} \right) =$$

$$= - \frac{p_0 N_0^n}{1-n} N_2^{1-n} \left(1 - \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^{1-n} \right)$$

$$p N^n = p_1 N_1^n = p_2 N_2^n$$

$$\Rightarrow L = - \frac{p_2 N_2}{1-n} \left(1 - \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^{1-n} \right) \quad \text{valido se } n \neq 1$$

Ed in funzione della pressione?

$$p N^n = \text{cost.} \Rightarrow p_1 N_1^n = p_2 N_2^n$$

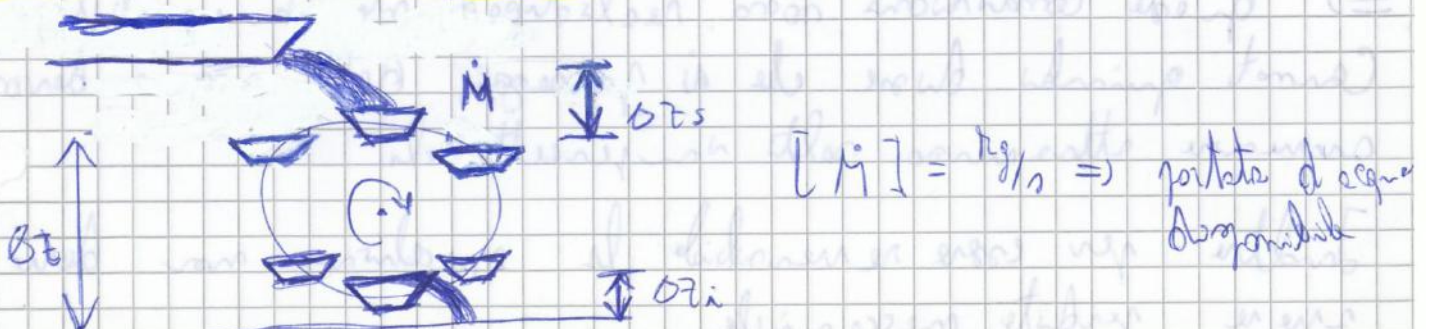
2° PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

Le basi del II principio della termodinamica le pose l'ingegnere Carnot.

Nel '700 l'ingegnere inglese Newcomen si pose il problema di come ottimizzare l'estrazione del carbone. Per portare carbone e acqua in superficie all'epoca si utilizzavano i cavalli. Avendo notato l'effetto sollevante del vapore acqueo nella pentola, Newcomen pensò bene di utilizzare il carbone per azionare delle macchine che estrassero il vapore e dei pistoni potesse eseguire il compito dei cavalli. Ne seguirono così le macchine di Newcomen che furono poi perfezionate da Watt.

L'ingegner Carnot fu incuriosito da queste macchine e si chiese come ottimizzare il rendimento. Prima di tutto bisognava capire come definire il rendimento, quindi bisognava definirlo per una macchina ideale che avesse rendimento massimo. L'idea in voga all'epoca era di calare fosse un fluido fu la base sbagliata del ragionamento di Carnot.

Macchine idrauliche ideali



Se macchina reale effettua dunque un ciclo ideale e produce un lavoro pos. a 0 costi tutta l'energia viene utilizzata per riportare il corpo in alto.

macchina idraulica ideale \rightarrow bilancio 0

macchina idraulica reale \rightarrow bilancio negativo

Come si potranno applicare le teorie di Carnot alle macchine termiche?

Macchina termica ideale

Secondo l'idea dell'epoca di il calore fosse un fluido, Carnot ripropose per gas le condizioni della macchina idraulica:

- tutto il calore fornito dev' essere dato alla massima temperatura (costante) e tutto il calore ceduto dev' essere "scaricato" alla temperatura minima (costante);
- la \dots = cessione di calore dalla temperatura alta e quella bassa deve avvenire per salti infinitesimali di temperatura \Rightarrow condizione realisticamente impossibile \rightarrow macchina impossibile.

P. B. se tutto il calore dev' essere ceduto alla max temp. e sottratto alla min. temp. allora nulla dev' essere il calore scambiato nel tratto intermedio!

che è la definizione più generale per il rendimento di un ciclo.

Definiamo la quantità $Q_2 - Q_1$ come il lavoro prodotto dal fluido, L^* .

Il calore Q_1 nel ciclo di Carnot viene scambiato solo lungo le isoterme, mentre il lavoro è scambiato lungo tutti e quattro i lati del ciclo.

In realtà essendo le adiabatiche anche isentropiche, esse non danno contributo al lavoro. Equivocamente quindi il lavoro come:

$$L^* = L_2 - L_1$$

Deriviamo che l'equazione dell'energia interna è:

$$de = \delta Q + \delta L = \delta Q - \delta L^*$$

$$\hookrightarrow c_v dT$$

• DA e BC \rightarrow adiabatiche \rightarrow $\delta Q = 0$

$$\Rightarrow \delta L^* = -de = -c_v dT$$

dove il dT è lo stesso per DA e BC.

\Rightarrow il contributo al lavoro complessivo delle isentropiche è 0 (le variazioni di temp. sono vice l'opposto dell'altre).

• AB e CD \rightarrow isoterme \rightarrow $de = 0$

$$\frac{N_A}{N_B} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$\frac{N_B}{N_C} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

isentrope fra le stesse temperature

$$\Rightarrow \frac{N_A}{N_B} = \frac{N_B}{N_C} \Rightarrow \frac{N_B}{N_A} = \frac{N_C}{N_B}$$

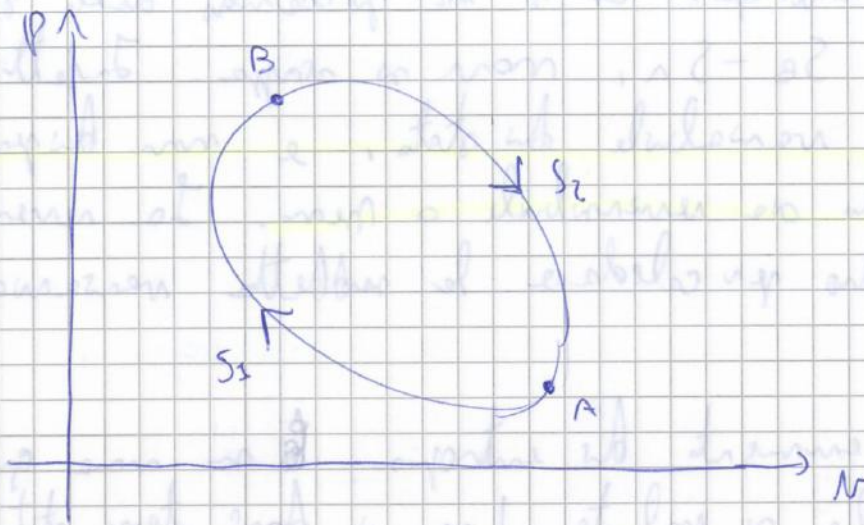
$$\Rightarrow \eta_{max} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} \rightarrow \text{teorema di Carnot}$$

→ limite di rendimento: il 66,6% sarebbe il rendimento massimo che un ciclo ideale di Carnot potrebbe produrre sulla Terra.

no nel bilancio, e quindi non c'è bisogno che esso sia rigoroso:

$$\lim_{dT \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \left(\oint \frac{\delta Q_{rev}}{T} \right)_i = 0$$

Senza volerlo, abbiamo "macché" le cicliche con una prima:

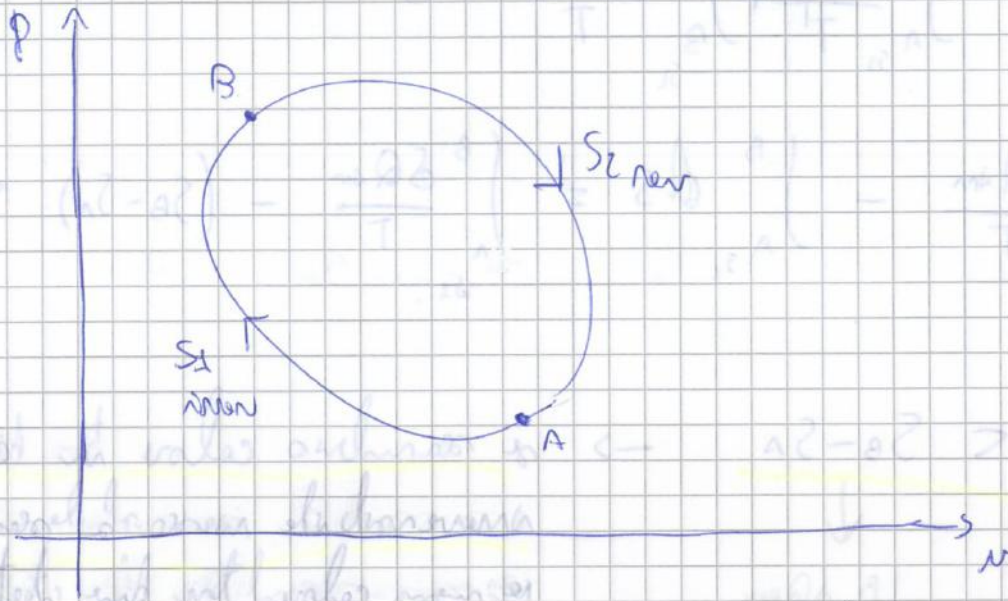


$$\oint \frac{\delta Q_{rev}}{T} = \int_A^B \frac{\delta Q_{rev}}{T} + \int_B^A \frac{\delta Q_{rev}}{T} = 0$$

$$\Rightarrow \int_{A_{S_1}}^B \frac{\delta Q_{rev}}{T} = \int_{A_{S_2}}^B \frac{\delta Q_{rev}}{T}$$

Da ciò si evince come l'integrale di linea della quantità
 $\frac{\delta Q_{rev}}{T}$ non dipende dal cammino considerato. Dunque
 essa non dipende dalla trasformazione ed è quindi
una variabile di stato. Essa viene definita entropia.

Cominciamo ora alla tratt. di prima supponendo S_1 irreversibile e S_2 reversibile:



$$\eta = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} < \frac{T_2 - T_1}{T_2}$$

poiché il rendimento del ciclo reversibile è il max possibile

$$1 - \frac{Q_1}{Q_2} < 1 - \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} > \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1} < 0$$

Cominciamo ad avere:

$$\oint \frac{\delta Q_{int}}{T} < 0 \Rightarrow \text{per un ciclo non reversibile il teorema di Clausius si trasforma in una disuguaglianza.}$$

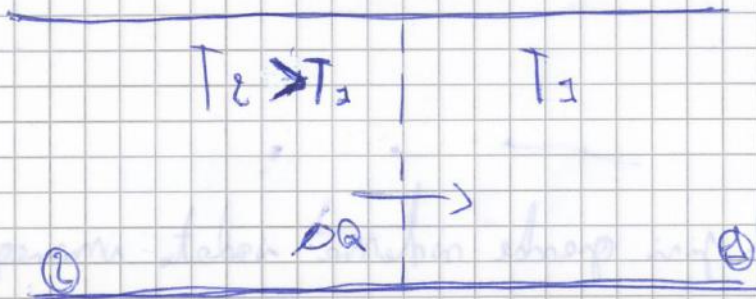
Ciò è dimostrabile attraverso il ragionamento dei cicli infinitesimi di Carnot.

L' aumento dell' entropia.

Per un sistema isolato risulta effettivamente che per qualsiasi trasformazione $S_B > S_A$. Ma ciò non vuol dire che per qualsiasi sistema l'entropia non possa diminuire. Infatti noi possiamo essere delle zone in cui localmente l'entropia diminuisce (il sistema considerato non è isolato e scambia calore con l'esterno).

Esempio scambio di calore - entropia.

Immaginiamo una conduttiva termicamente isolata con un setto nel mezzo. Ad un certo istante il setto scompare.



Facciamo il bilancio dell' entropia:

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T_1} - \frac{\Delta Q}{T_c} > 0$$

\downarrow \downarrow
 aumento diminuzione
 locale locale
 ───────────────────
 aumento complessivo

ENTALPIA

L'entalpia è definita come

$$h = e + p v$$

Somma di funzioni di stato \rightarrow entalpia funzione di stato

N.B: h è entalpia per unità di massa

$$[h] = \text{J/kg}$$

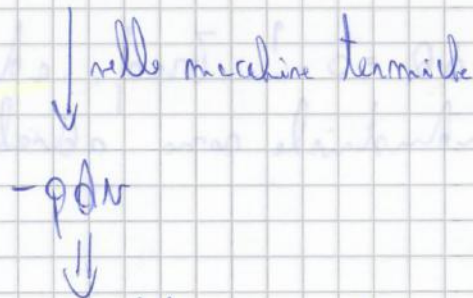
In linea di principio bastano due variabili di stato per descrivere uno stato. Perché si introduce l'entalpia?

È utile per le macchine termiche e i cicli termodinamici. (Anche macchine, cicli e reattori, ...).

Differenziando l'entalpia:

$$dh = de + p dv + v dp$$

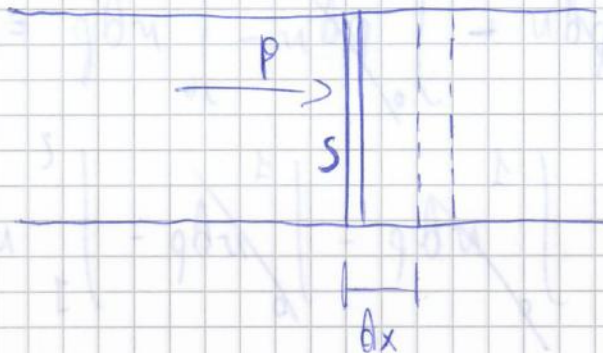
1° principio $\rightarrow de = \delta Q + \delta W$



lavoro reversibile e meno dei piccoli perdite

$$\Rightarrow de + p dv = \delta Q$$

Nelle turbine dei reattori aeronautici bisogna tener conto oltre al lavoro di espansione dell'aria anche del lavoro di spostamento (l'aria viene spinta verso della turbina).



Il pistoncino spinge il fluido e quindi lo "sposta" \Rightarrow c'è lavoro!

$$L = \frac{P s dx}{s dx} = \frac{P}{s} = P v$$

lavoro per unità di massa

A livello infinitesimo:

$$d(Pv) = P dv + v dp$$

C'è solo v se il fluido è comprimibile!

Immaginiamo a questo punto di considerare cosa succede nella turbina a gas.

3 passaggi \rightarrow da 0 e 1 \Rightarrow da fuori a dentro la turbina
lavoro spostamento

da 1 e 2 \Rightarrow dall'inizio alla fine della turbina
lavoro di espansione

da 2 e 0 \Rightarrow da dentro a fuori la turbina
lavoro spostamento.

DIAGRAMMI h-s

b → funzione di stato ⇒ sono definite una transf. rev. per le sue variazioni:

$$\begin{aligned} dh &= \underbrace{de + p dv + v dp}_{\delta Q_{rev}} = T ds + v dp \\ &= \delta Q_{rev} + v dp = T ds + v dp \end{aligned}$$

$$\Rightarrow T ds = dh - v dp$$

N.B. siamo in HP di transf. reversibile ma la relazione vale per qualsiasi transf.

Consideriamo ora una isobara ⇒ $dp = 0$

$$\Rightarrow T ds = dh \Rightarrow \boxed{\frac{dh}{ds} = T}$$

Consideriamo le variabili di stato h e s per fare un diagramma il diagramma entalpico:



La temperatura è funta per punto il coefficiente angolare della curva!

(HP: transf. isobara)

Ciclo di Carnot è reversibile \rightarrow le adiabatiche sono anche isentropiche

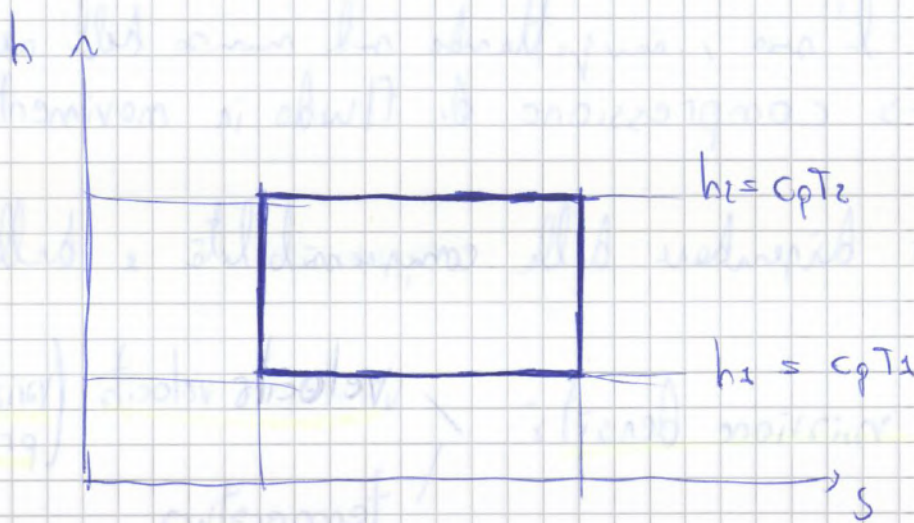


Diagramma p-v \rightarrow ciclo di Carnot è un rettangolo

Qualunque sia il corpo (gasoso, liquido o solido) vale la seguente relazione:

sostanze con leggi di deformazione lineari

$$c^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho} = \frac{1}{\rho \beta}$$

$$[c] = \frac{m}{s}$$

Questa c è la velocità della propagazione delle onde elastiche longitudinali di espansione-compressione.

Nell'aria le onde di espansione-compressione diventano le onde sonore e c la velocità del suono.

Nel gas dobbiamo essere più attenti: quando diciamo che la variazione di pressione produce variazione di densità non siamo completi \rightarrow dobbiamo specificare che trasmissioni (isobara, adiabatica, ...). relazione $p-v$ non univoca

Per quale trasmissione si ottiene c nel del suono?

Fino a prova di legge si presume che le variazioni sono tali da p e ρ fossero sistemi:

$$p = p^* R^* T$$

$$T = \text{cost.} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial p}{\partial \rho} = \frac{\partial p^*}{\partial \rho^*}$$

$$\Rightarrow c^2 = \frac{p}{\rho} = R^* T$$

Avremo così definita il numero di Mach M :

$$\frac{U}{c} = M \Rightarrow \frac{\Delta p}{\rho} \approx M^2$$

Limite di compressibilità dell'aria \rightarrow in fluidodinamica
al di sotto del 10% non si considera la compressibilità
dell'aria ai fini dello studio del campo di moto.

In termini di numero di Mach si dice che esiste
 in regime incompressibile al di sotto di $M = 0,3$.

U.B: parliamo di incompressibilità e livello dinamico,
 non assoluto.

Variazione di temperatura

Ma non parliamo di compressibilità ma di compressione ed
 espansione termica.

In maniera analoga a quanto definiamo i seguenti coeffi-
 cienti:

$$\alpha = \ominus \frac{\Delta \rho / \rho}{\Delta T} = \frac{\Delta U / U}{\Delta T}$$

\rightarrow aumento densità per $\Delta T < 0$

UNITÀ DI MISURA NON SI

Pressione

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$$

$$760 \text{ mmHg} = 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow 1 \text{ mmHg} = \frac{101325}{760} \text{ Pa}$$

Energia

Cal = 4186 J \rightarrow è anche il calore specifico dell'acqua ($\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$).

Lunghezza

$$1 \text{ in} = 2,54 \text{ cm} = 2,54 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$1 \text{ ft} = 12 \text{ in} = 0,3048 \text{ m}$$

$$1 \text{ y} = 3 \text{ ft} = 36 \text{ in} = 0,9144 \text{ m}$$

Massa

$$1 \text{ lb} = 0,453 \text{ kg}$$

Pressione sistema imperiale

$$1 \text{ psi} = 6894 \text{ Pa}$$

\hookrightarrow pound square inch

ESERCITAZIONE 1

Il libero cammino medio l è:

$$l = \frac{m_0}{\sigma p}$$

$m_0 \rightarrow$ massa singola molecola

$\sigma \rightarrow$ superficie d'urto tra le molecole

Esercizio 1

HP

problema aereo



$$L = 10 \text{ m}$$

$$p(z) = p_0 e^{-\alpha z}, \quad \alpha = 1,392 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$$

$$\sigma = 1,075 \cdot 10^{-19} \text{ m}^2$$

TH

kn al variare della quota?

$$p(z) = p_0 e^{-\frac{z}{(1/\alpha)}}$$

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{1,392 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}} \approx 7000 \text{ m}$$

↓
 per z pari a $1/\alpha$
 si ha riduzione
 del 30% della
 densità

Richiami teorici sulle trasformazioni

$$dq + dl = de$$

$$dl = -p dv$$

$$de = c_v dT$$

$$h = e + \frac{p}{\rho} = e + p v = c_v T + \frac{R}{M} T = c_p T$$

$$dh = de + d(pv) = de + p dv + v dp$$

$$\Rightarrow de = dh - p dv - v dp$$

$$dq - p dv = dh - p dv - v dp \Rightarrow dh = dq + v dp$$



primo principio termodinamico
risultato con l'entalpia

Comodità:

- transf. isobara \Rightarrow calore scambiato = salto d'entalpia
- $v dp$ non è lavoro di deformazione ma lavoro di spostamento (sposta un gas a densità costante in una zona a pressione diversa)

$$ds = \frac{dq_{rev}}{T} \rightarrow \text{entropia per unità di massa (s piccolo)}$$

$$m = 3,01 \cdot 0,4 = 1,204 \text{ kg}$$

$$Q = 9,10 \cdot 10^4 \text{ J}$$

$$2) dq - p dv = dc$$

$$dh = dq + v dp \quad (p = \text{cost.})$$

isobara



$$\Rightarrow q = h_{fin} - h_{in} = C_p (T_{fin}^* - T_{in})$$

calore come salto di entalpia

$$T_{fin}^* = T_{in} + \frac{q}{C_p}$$

Quanto è in confronto a prima!

$$q = \frac{Q}{m} = C_v (T_{fin} - T_{in})$$

$$\Rightarrow T_{fin}^* = T_{in} + \frac{C_v (T_{fin} - T_{in})}{C_p} \rightarrow \frac{1}{\gamma}$$

$$= 37,5 \text{ K} + 323,15 \text{ K} = 360,15 \text{ K}$$

Oppure:

$$\frac{p}{p_{fin}} = \frac{R}{M} T_{fin}$$

rapporto
→

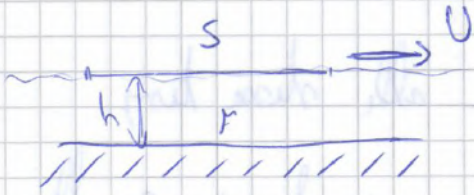
$$\frac{p_{in}}{p_{fin}} = \frac{T_{fin}}{T_{in}} \Rightarrow$$

$$\frac{M_{in}}{M_{fin}} = \frac{T_{fin}}{T_{in}}$$

$$\frac{p}{p_{in}} = \frac{R}{M} T_{in}$$

Esercizio 3

NP



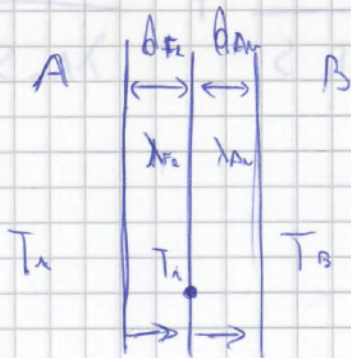
TH

F)

$$F = \tau s = \mu \frac{dU}{dy} s = \mu \frac{U}{h} s$$

Esercizio 4

HP



$$d_{Fe} = d_{Al} = 1 \text{ cm}$$

$$\lambda_{Fe} = 50 \frac{\text{Cal}}{\text{h} \cdot \text{m} \cdot \text{K}}$$

$$\lambda_{Al} = 257 \frac{\text{Cal}}{\text{h} \cdot \text{m} \cdot \text{K}}$$

$$T_A = 300 \text{ K}$$

$$T_B = 250 \text{ K}$$

Garanti le due sono alle temperatura dell'ambiente

$$T_i = T_A - \frac{\dot{Q}}{S} \frac{\Delta r_{Fe}}{\lambda_{Fe}} = T_A - \frac{T_A - T_B}{\frac{\Delta r_{Fe}}{\lambda_{Fe}} + \frac{\Delta r_{Al}}{\lambda_{Al}}} \frac{\Delta r_{Fe}}{\lambda_{Fe}} =$$

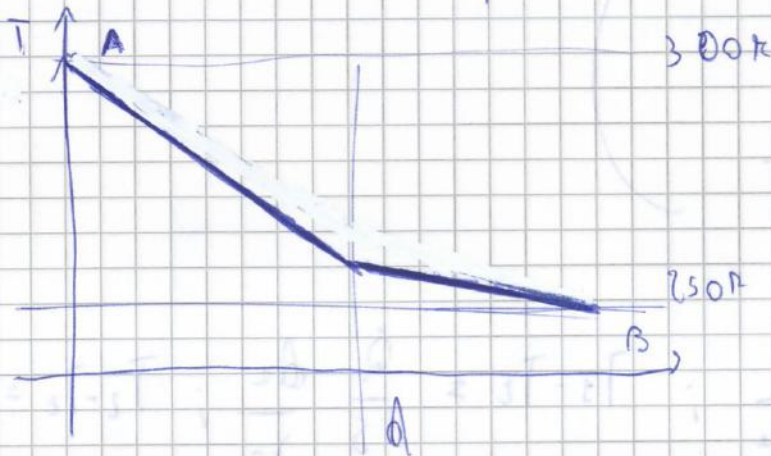
$$= T_A - \frac{T_A - T_B}{1 + \frac{\Delta r_{Al}}{\lambda_{Al}} \cdot \frac{\lambda_{Fe}}{\Delta r_{Fe}}}$$

$\frac{257}{50}$

→ rapporto fra spesse unitarie di materia
ma c'è bisogno di coefficiente

⇒ $T_i = 258,16 K$

Distribuzione della temperatura:

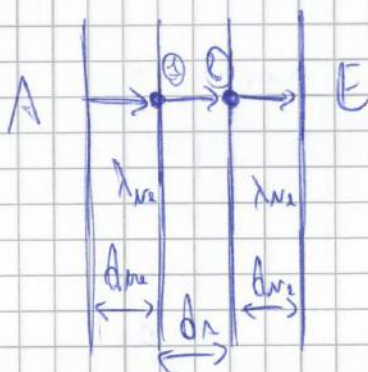


Il ferro conduce peggio, quindi deve avere un salto di temperatura maggiore

↓
stesso potenza termica

Esercizio 5

HP



$\Delta r_1 = 3 \text{ mm} ; \Delta r_2 = 1 \text{ cm}$

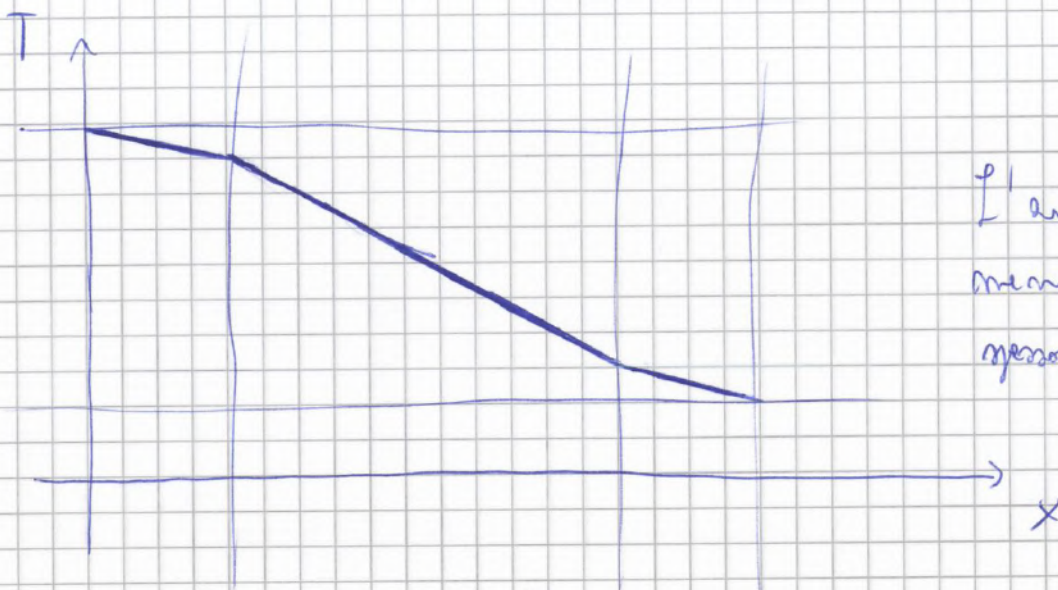
$T_A = 20^\circ \text{C} ; T_E = 2^\circ \text{C}$

$\lambda_1 = 0,6 \frac{\text{Cal}}{\text{h}\cdot\text{m}\cdot\text{K}} ; \lambda_2 = 0,01 \frac{\text{Cal}}{\text{h}\cdot\text{m}\cdot\text{K}}$

$$T_1 = \frac{\dot{Q}}{S} \frac{\Delta x_1}{\lambda_1} + T_A = 292,8 \text{ K}$$

$$T_2 = T_B + \frac{\dot{Q}}{S} \frac{\Delta x_2}{\lambda_2} = 275,2 \text{ K}$$

Distribuzione temperatura:



L'aria condensa la
meno e la
più quando

$$\frac{\dot{Q}}{S} = 60 \frac{\text{Cal}}{\text{h m}^2}$$

Per ogni metro:

$$\frac{\dot{Q}}{S} = \lambda_{me} \frac{(T_A - T_B)}{2 \text{ dm}} = 1800 \frac{\text{Cal}}{\text{h m}^2}$$

La portata di fluido cambia qualitativa e quantitativa-
mente per l'iniezione di combustibile. Vedremo che la
trasmissione quantitativa è in realtà trascurabile.

A questo punto il fluido entra in turbolenza e si espande.
In pratica l'aria entrando nei canali di rotor e stator
fa girare le turbine e genera energia meccanica. Il
punto C è a temperatura superiore di quella ambiente
e ciò è fatto a posto per far defluire il calore.

Da C a D dovremmo raffreddare l'aria attraverso un
refrigeratore, ma in realtà chiudiamo il vallo nell'
ambiente scavando aria fresca e aspirandola di nuovo.

In propulsione aeronautica il compressore è azionato attraverso
la turbina, quindi parte del lavoro prodotto dal turbo è
usato per comprimere il gas \rightarrow generazione overboost.
Ma il turbo e il motore non comprimono il vapore ma
il liquido, e questo lo si ottiene attraverso delle
pompe \rightarrow meno overboost.

Trasformazioni ciclo Joule - Brayton

- Compressione \rightarrow adiabatica: senza compressione meccanica
(idealmente isentropica) senza scambio di calore.
- Combustione \rightarrow isobara: a meno di un piccolo salto
di pressione per far restare
l'aria possiamo ipotizzare
la pressione costante.

In realtà, nella fase AB il cp non è pari al cp solo dell'aria, perché ho sommato il combustibile!

$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{T_c - T_D}{T_B - T_A}$$

Nella isentropica AD si ha:

$$p_A N_A^\gamma = p_D N_D^\gamma \Rightarrow \frac{p_c}{p_1} = \left(\frac{N_D}{N_A} \right)^\gamma = p$$

Nella altra isentropica:

$$p_B N_B^\gamma = p_C N_C^\gamma \Rightarrow \frac{p_c}{p_2} = \left(\frac{N_C}{N_B} \right)^\gamma = p$$

$$\Rightarrow \frac{N_D}{N_A} = \frac{N_C}{N_B} \Rightarrow N_D N_B = N_C N_A \rightarrow$$

proprietà valida per tutte le celle di questo processo quindi si letti opposti

Per questo riguarda le isobore, si ha:

$$p_A N_A = R^* T_A, \quad p_B N_B = R^* T_B$$

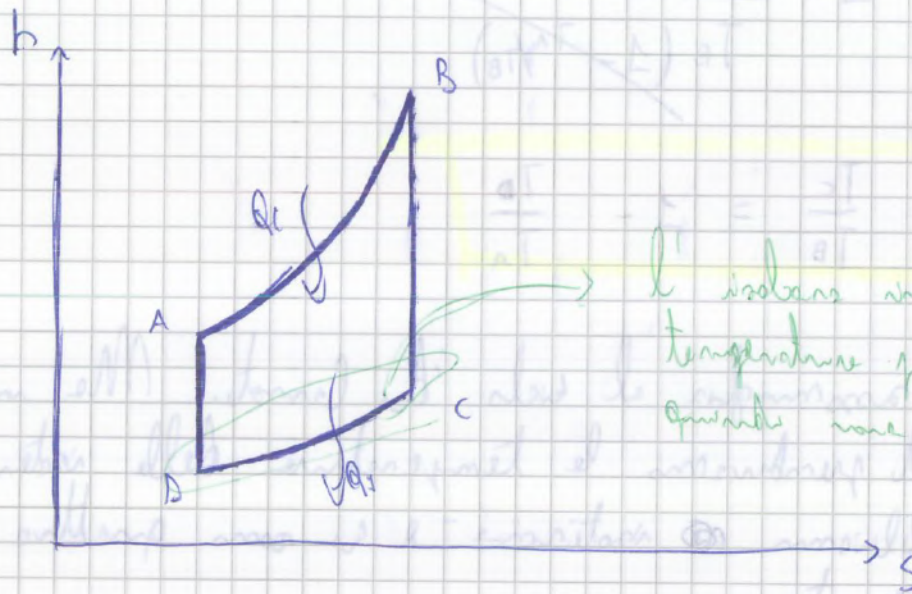
$$p_A = p_B = p_2 \Rightarrow \frac{N_A}{N_B} = \frac{T_A}{T_B}$$

$$p_C = p_D = p_1 \Rightarrow \frac{N_C}{N_D} = \frac{T_D}{T_C}$$

$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{1}{p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

γ tipico del ciclo di Joule/Bregton $\rightarrow 3,5$.

Diagramma $h-s$



l'isobara superiore avviene a temperature più basse e ha quindi una minore pendenza

Joule \rightarrow salto d'entalpia e calore scambiato

$$h_B - h_A = Q_c = c_p (T_B - T_A)$$

$$h_C - h_D = Q_r = c_p (T_C - T_D)$$

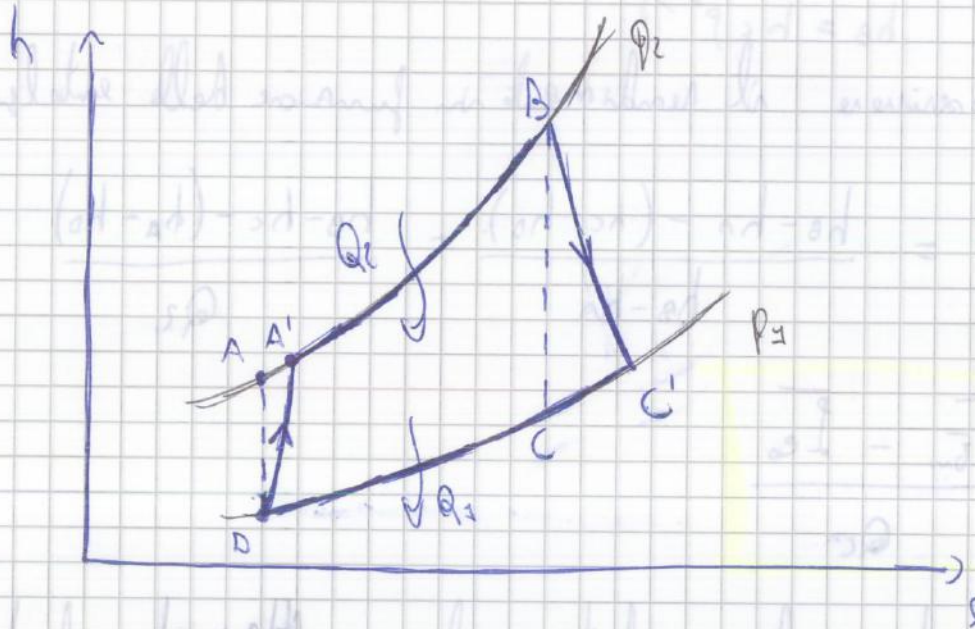
Jacintropiche \rightarrow salto d'entalpia e lavoro tecnico

$$h_A - h_D = \bar{L}_{co}$$

$$h_B - h_C = \bar{L}_{ca}$$

$h_A - h_D$, $h_B - h_C$ sono funzioni del rapporto di compressione.

adumentemente e finisce in un punto ad entropia maggiore. Tanto minore sarà la differenza di entropia $A-A'$ tanto migliore sarà la trasformazione (entropia reversibile di controllo!).



Le valvole si aprono solo, mentre stesse cose vanno per la compressione avviene per l'espansione.

Ne vengono definiti due rendimenti delle turbomacchine:

$$\eta_{co} = \frac{h_A - h_B}{h_{A'} - h_B} \quad ; \quad \eta_{cm} = \frac{h_B - h_{C'}}{h_B - h_C}$$

La parte ideale è al denominatore perché il resto di entalpia sarebbe stato maggiore.

Quale è il rendimento reale?

$$\overline{L}_{co} = h_{A'} - h_D \quad \overline{L}_{cm} = h_B - h_{C'}$$

$$\eta = \frac{h_B - h_{C'} - (h_{A'} - h_D)}{h_B - h_{A'}} \quad \text{ovviamente minore di quello ideale}$$

quadrupiamo! Ottimizzazione - costi che aumentano esponenziale

$$h_D = \text{potere calorifico inferiore} = 41800 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

h_D è il calore prodotto dalla combustione di un'unità di massa. h_D è molto inferiore perché i gas di scarico della combustione vengono raffreddati ad alta temperatura, cedendo così a rendere il calore di evaporazione dei vapori.

$T_B = 1050 \text{ K}$ → non può essere troppo alta altrimenti si fonde tutto! Di solito si mantiene al di sotto dei 700°C .

T.H

$$\begin{matrix} \dot{m}_a? & \dot{m}_f? & \dot{m}_i? & \dot{m}_c? & h_D? & h_B? & h_A? & h_C? & T_A? & T_B? & T_C? & T_D? \\ & & \downarrow & \downarrow & & & & & & & & \\ & & \text{potere} & \text{potere} & & & & & & & & \\ & & \text{d'aria} & \text{combustibile} & & & & & & & & \end{matrix}$$

$$h_D = c_p T_D = 288 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_B = 1050 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$p_2 = p_1 = 3 \text{ bar}$$

$$h_A = h_D \gamma^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\frac{\gamma-1}{\gamma} = \frac{1,4-1}{1,4} = 0,2857$$

$$h_A = 288 \cdot 3^{0,2857} = 394 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \Rightarrow T_A = 394 \text{ K}$$

quindi il ciclo ideale

→ rigenerazione

$h_b - h_{a'}$ è il salto di entalpia da 1 kg di aria nella turbina

$$W = \dot{M} \cdot (\Delta h)_{\text{aria}} \Rightarrow \dot{M} = \frac{15000}{263} = 57 \text{ kg/s}$$

↓
 dato ottenuto con H_b
 di portata di aria cost.
 in tutto il ciclo, in
 realtà c'è una
 leggera variazione per il
 combustibile.

potenza = portata · salto d'entalpia

Ogni kg di combustibile mi produce 41800 KJ.
 Il bruciatore ha un rendimento di η_b , quindi il
 calore assorbito dall'aria è:

$$\eta_b \dot{M}_c H_u = (\dot{M} + \dot{M}_c) (h_b - h_{a'})$$

calore assorbito per
unità di tempo

calore utile prodotto per combustione = calore assorbito nell'isobara
 calore dell'isobara dato dal salto entalpico

$$h_b - h_{a'} = 1050 - 408 = 642 \text{ kJ/kg}$$

La dotazione del combustibile α per ciclo di rigenerazione percentuale è:

$$\alpha = \frac{\dot{M}_c}{\dot{M}}$$

Biccola condensa sul lavoro usato per il compressore:

$$\frac{h_A - h_0}{h_B - h_C} = \frac{(\Delta h)_{co}}{(\Delta h)_{cu}} = \frac{120}{263} = 0,456$$

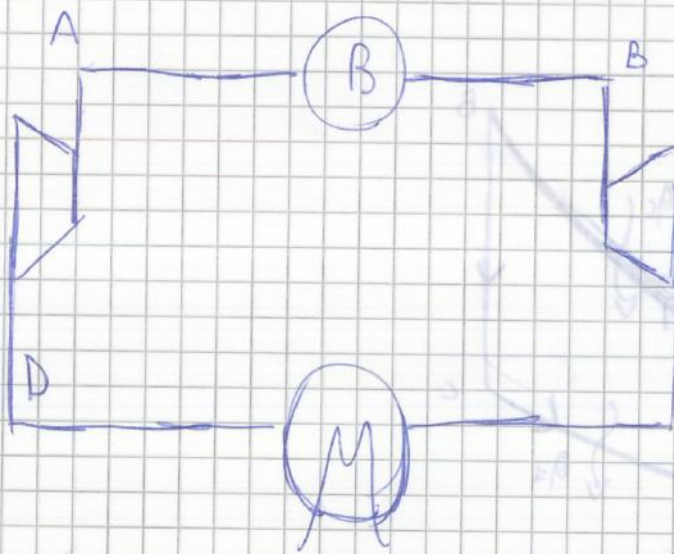
⇒ il 46% del lavoro prodotto dalla turbina è impiegato per il compressore!

L'altra ragione per cui il rendimento è così basso è $T_C \gg T_0$.

N.B: il lavoro di compressione del gas consiste contemporaneamente nello spostare il gas nell'ambiente ad alta pressione e a vincere la forza di regolazione fra le molecole. Mentre per i liquidi (che sono praticamente incompressibili) con piccole variazioni di volume si ottengono grosse variazioni di pressione ⇒ meno oneroso comprimere un liquido che un gas.

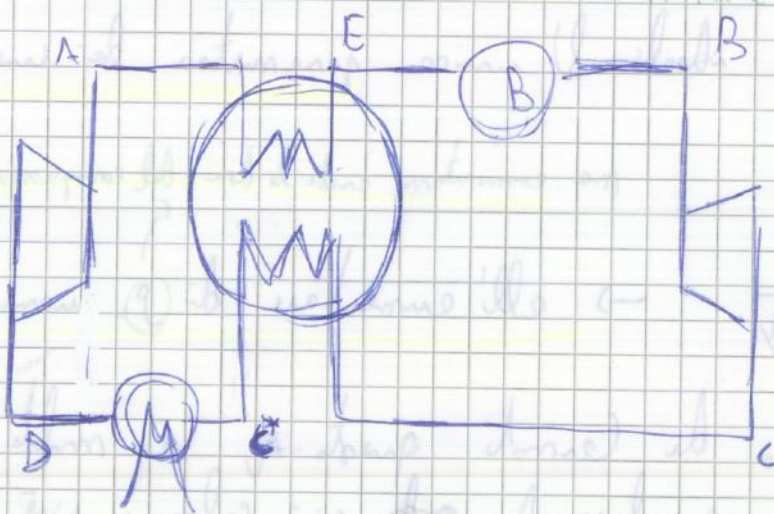
il punto c abbia temp. maggior del punto A. => spreco molta energia

Dato che $\eta = \frac{l}{q_c}$ posso pensare di ridurre q_c . $T_c > T_A$
 posso pensare di inserire uno scambiatore di calore che fa definire parte del calore da C ed A, in modo da rinfrescarsi nelle fase di combustione. Come sarà fatto l'impianto?



con
regenerazione

se la temperatura di fine espansione è maggiore della temperatura di fine compressione posso pensare di trasferire la parte di calore usata all'ambiente con $T_c > T_A$ all'usanza di combustione



con
regenerazione

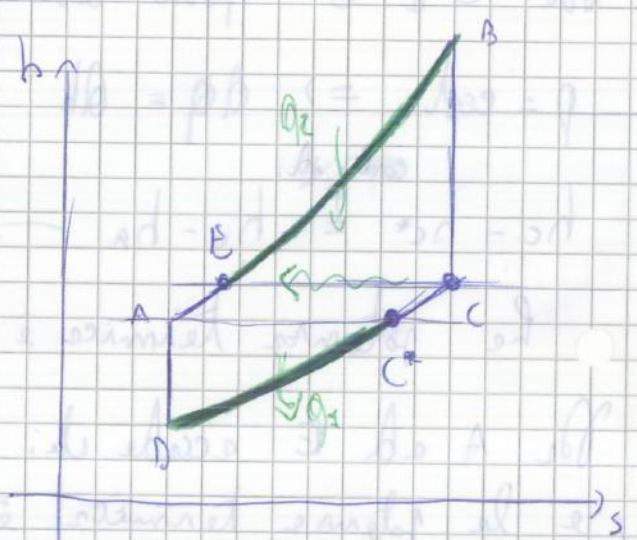
Vantaggio: con la combustione non devo scaldare dalle temperature di A a quella di B, ma da quella di E a quella di B.

Quanto influenza il rigeneratore sul rendimento?

$$\eta = \frac{q_c - q_1}{q_c} = 1 - \frac{q_1}{q_c}$$

Senza rig. : $\begin{cases} q_1 = h_c - h_n \\ q_c = h_B - h_n \end{cases}$

Con rig. : $\left. \begin{matrix} ? \\ ? \end{matrix} \right\}$



In caso di rig. ideale si ha:

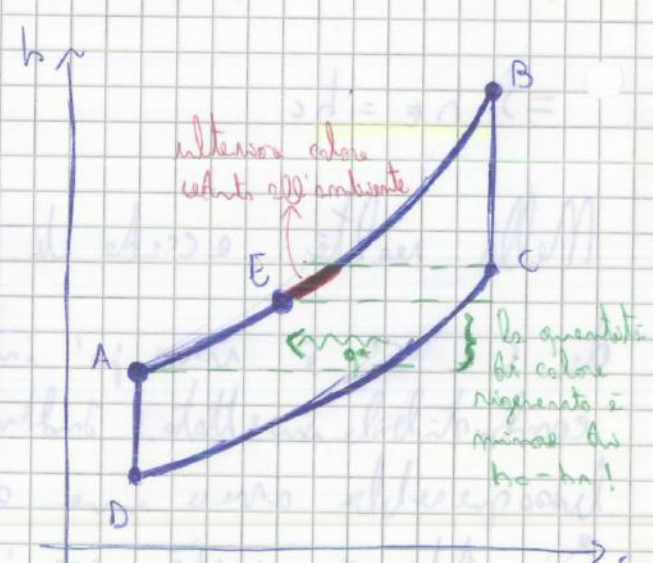
$$h_c = h_e \Rightarrow \begin{cases} q_c = h_B - h_e = h_B - h_c \\ q_1 = h_c - h_n = h_a - h_n \end{cases}$$

Con rig. q_c è solo da E a B e q_1 è solo da C' a D.

$$\eta = 1 - \frac{q_1}{q_c} = 1 - \frac{h_n - h_o}{h_B - h_c}$$

$$= 1 - \frac{T_n - T_o}{T_B - T_c} = 1 - \frac{T_o(T_n/T_o - 1)}{T_c(T_B/T_c - 1)}$$

$$T_n T_c = T_o T_B \Rightarrow \eta = 1 - \frac{T_o}{T_c}$$



Se la rig. non è ideale si ha:

$$\eta = 1 - \frac{q_1'}{q_c'} = 1 - \frac{h_n - h_o + h_c - h_e}{h_B - h_c}$$

Nel caso di rigenerazione non ideale $h_c \neq h_e$! Il calore rigenerato è $h_c - h_n$, mentre $h_c - h_e$ è l'ulteriore calore ceduto all'ambiente oltre a $h_n - h_o$.

Mel ciclo inverso si fa allo stesso modo:

$$l = q_2 - q_1$$

$$\Rightarrow q_2 = l + q_1$$

Ciclo diretto \rightarrow rendimento

Ciclo inverso \rightarrow ? Come risulta la trasformazione? Dipende dal ciclo diretto.

• Macchina frigorifera

Obiettivo: togliere calore all'ambiente freddo, l'obiettivo è q_1

$$E_f = \frac{q_1}{l} \rightarrow \text{efficienza frigorifera}$$

\rightarrow è un'efficienza e non un rendimento, non deve essere ≤ 1 .

• Pompa di calore

Obiettivo: dare calore all'ambiente caldo, l'obiettivo è q_2

$$E_{pc} = \frac{q_2}{l} \rightarrow \text{efficienza pompa di calore}$$

Osservazione

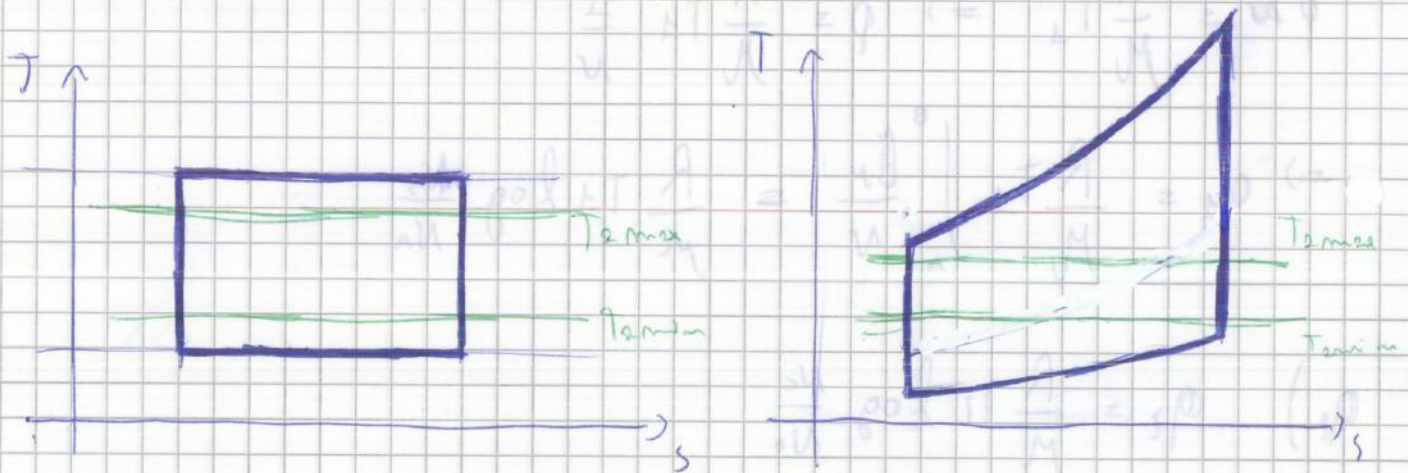
$$q_2 = l + q_1 \Rightarrow E_{pc} = \frac{l + q_1}{l} = 1 + \frac{q_1}{l} = 1 + E_f$$

Quando ΔT tende a 0 la non efficienza di tende ad ∞ , ma
 ci non ha molto significato perché non due sembrano colui
 the temperature molto vicino the low.

In questi casi il vantaggio di un ciclo di Carnot o Rankine-Carnot,
 consiste nella facilità di scambiare calore fra gli ambienti. Infatti
 lo scambio di calore con il fluido termoconduttore si
 svolge in due fasi:

- per acquistare calore dal frigorifero deve essere ad una temperatura
più minima dell'interno di questo;
- per "buttare" calore all'esterno il fluido dovrà essere ad
una temperatura maggiore dell'ambiente.

⇒ ci sono dei vincoli alle temperature degli ambienti:



Carnot

Rankine-Carnot

↓
 ciclo con, almeno
 di molto il range di
 funzionamento