



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1194

DATA: 24/10/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Rubinetto

MATERIA: Fondamenti di Meccanica del Volo

Prof. Gili

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

MECCANICA DEL VOLO

Composizione Atmosfera

COMPONENTE	P.M.	%Volume	%Masse.
N ₂	28	78,09	75,5
O ₂	32	20,15	23,1
Ar.	40	0,93	1,28

Peso molecolare medio Aria: P.M. = 29 kg/Mol

Volume STANDARD: 22,414 $\frac{l}{mol}$
a 0°C e 1 atm

DENSITÀ STANDARD 1,26 $\frac{kg}{m^3}$

DENSITÀ Aria UMIDA < DENSITÀ ARIA

→ dato che a U.R. = 100%, ho pochissime molecole di H₂O, trascuriamo l'umidità.

ATMOSFERA STANDARD

DIMOSTRAZIONE 1: Aria Calma.

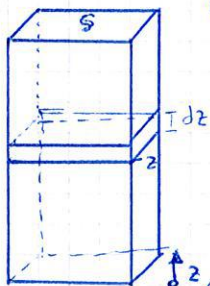
hp: ho un gas Perfetto, quindi valgono:

- BOYLE MARRIOTT (se T = cost, p.v = cost)
- LEGGE di AVOGADRO (A parità di P, V, T, n non cambia)
- EQ. di STATO dei GAS PERFETTI

essendo aria calma, vale STEVINO.

Th: Vogliamo sapere la QUOTA ALLE CONDIZIONI atmosferiche.

dim:



① Considero uno strato d'aria All'altezza z e spessore dz

N.B. γ : Forza-unità di volume
- PESO SPECIFICO
 ρ : massa-unità di volume
- DENSITÀ

② lo strato preso in considerazione pesa (= esercita una forza):

$$P = \gamma S dz$$

③ per Stevino, ho che:

$$dp = -\gamma dz$$

④ giro Stevino per isolarmi il dz ①

$$dz = -\frac{dp}{\gamma}$$

⑤ cerchiamo di isolare γ , partendo dall'equazione di stato dei gas perfetti per poi sostituirlo nell'eq. precedente

$$p \cdot v = \frac{R}{M} \cdot T$$

però $v = \frac{1}{\gamma} \rightarrow \frac{p}{\gamma} = \frac{R}{M} T \rightarrow \frac{1}{\gamma} = \frac{R}{M} T \cdot \frac{1}{p}$

⑥ Sostituiamo $\frac{1}{\gamma}$ nell'eq. di prima

$$dz = \frac{R}{M} T \cdot \frac{dp}{p}$$

⑦ ipotizzando che in un dato DZ , la temperatura si mantenga costante al valore medio

[$T_m = \frac{T_n + T_{n+1}}{2}$ Temp media], posso integrare così

$$\int_1^2 dz = Z_2 - Z_1 = \Delta Z = -\frac{R}{M} T_m \int_1^2 \frac{dp}{p} = -\frac{R}{M} T_m \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = \frac{R}{M} T_m \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$$

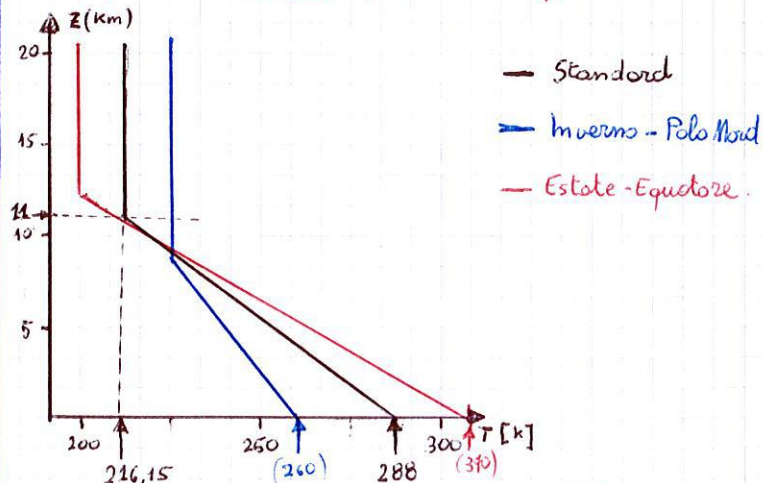
⑧ infine, sommando i vari ΔZ , sono riusciti a legare ad ogni quota il valore di pressione corrispondente

$$Z = Z_0 + \sum_n \Delta Z_n$$

Suddivisione dell'Atmosfera:

BASSA	• TROPOSFERA (= moti convettivi)	0-11 km
	• STRATOPAUSE (limite moti convettivi)	11 km
	• STRATOSFERA	11-20 km
	• MESOSFERA	20-80 km
ALTO	• IONOSFERA	>80 km

Temperatura al suolo ed in Atmosfera.



o Inverno: - Gimocchio + in basso
- Gradiente + basso (= celti + verticale) - grad. + Altol + orizz.
- Stratosfera + calda.
Estate - Gimocchio + Alto
- Stratosfera + fredda

DIMOSTRAZIONE 3: la STRATOSFERA

hp:

a) Stevino $dp = -\rho dz$

b) Gas perfetto $P = \rho \frac{R}{M} T$

c) $T = \text{cost} \Rightarrow$ Boyle MARIOTTE: $\frac{P}{\rho} = \text{cost}$

th:

Travare $p(z)$ e $\rho(z)$

Dim:

① partiamo dall'ipotesi di isoterma: si ha che:

$$\rho = \frac{\rho^*}{P^*} P$$

② sostituiamo la ρ trovata in Stevino:

$$dp = -\rho dz = -\frac{\rho^*}{P^*} P dz$$

③ Separiamo le variabili:

$$\frac{dP}{P} = -\frac{\rho^*}{P^*} dz$$

④ definiamo il numero H^* , ALTEZZA OMOGENEA della STRATOSFERA, che equivale a

$$H^* = \frac{P^*}{\rho^*} = \frac{R}{M} T^* = 6338 \text{ m}$$

[OCCHIO all' UDM Δ]

⑤ sostituiamo a $\frac{\rho^*}{P^*}$ il valore $\frac{1}{H^*}$

$$\frac{dP}{P} = -\frac{1}{H^*} dz$$

⑥ Integriamo da z^* a z

$$\int_{P^*}^P \frac{dP}{P} = -\frac{1}{H^*} \int_{z^*}^z dz$$

⑦ Risolvo l'integrale

$$\ln\left(\frac{P}{P^*}\right) = -\frac{1}{H^*} (z - z^*)$$

⑧ Ci liberiamo del logaritmo

$$\frac{P}{P^*} = e^{-\frac{z-z^*}{H^*}} \leftarrow \text{legge di Holley } P(z)$$

⑨ Sapendo che:

$$\frac{P}{\rho} = \frac{P^*}{\rho^*} \rightarrow \frac{P}{\rho} = \frac{\sigma}{\rho^*} = \sigma^*$$

viene semplicemente che

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{\rho^*} \left(\frac{P}{P^*}\right) = e^{-\frac{z-z^*}{H^*}} \leftarrow \sigma(z)$$

② ALTEZZE OMOGENEE della STRATOSFERA e della TROPOSFERA.

è l'ALTEZZA che avrebbe la colonna d'aria per poter esercitare la PRESSIONE che EFFETTIVAMENTE ESERCITA se il gas fosse TUTTO ALLE CONDIZIONI della Altitudine a cui lo definiamo.

⇒ STRATOSFERA: (= dati della Tropopausa)

$$H^* = \frac{P^*}{\rho^*} = \frac{R}{M} T^* = 6338 \text{ m}$$

⇒ TROPOSFERA (= dati del Livello del mare)

$$H = \frac{P_0}{\rho_0} = \frac{R}{M} T_0 = 8426 \text{ m}$$

③ REYNOLDS: $Re = \frac{\rho V l}{\mu} = \frac{V l}{\nu}$

l : nelle ali la CORDA MEDIA
nelle altre parti la DIMENSIONE CARATTERISTICA.

④ VISCOSITÀ:

dinamica: μ , ovvero proprietà del fluido

cinematica: ν ; proprietà di fluido e Densità

RAFFREGGI: $\frac{H}{H_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{0,75}$ $\frac{V}{V_0} = \frac{P}{P_0} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{1,15}$ $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ la viscosità cin con la QUOTA...

ν : LEGATO alla QUOTA (sia per ρ che per T)

⑤ QUOTE.

partendo da $\frac{P}{P_0} = \left(\frac{T_0 - hz}{T_0}\right)^m$, mi ricevo z :

$$\left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{1}{m}} = \frac{T_0 - hz}{T_0} \rightarrow \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{1}{m}} = 1 - \frac{h}{T_0} z$$

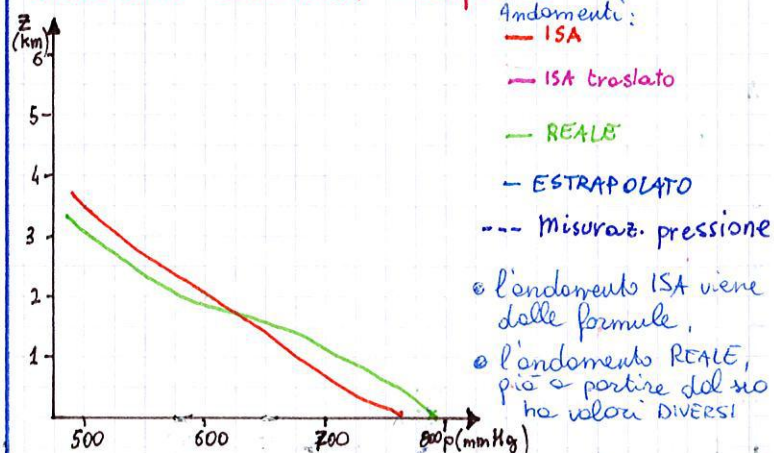
$$\rightarrow z = \left[1 - \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{1}{m}}\right] \cdot \frac{T_0}{h}$$

Se mi base sulla ATMOSFERA ISA, $P_0 = 1013 \text{ mBar}$

la PRESSIONE misurata è quella STATICA.

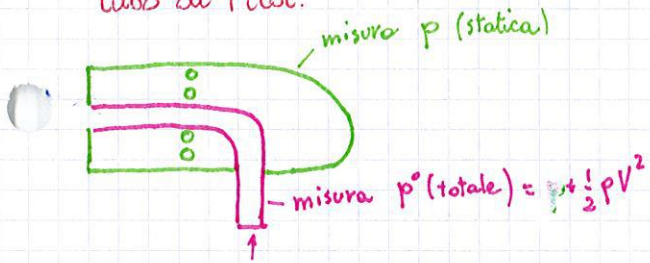
$$P^0 = \underbrace{P^*}_{\text{TOTALE}} + \underbrace{\frac{1}{2} \rho V^2}_{\text{DINAMICA}} \quad \text{N.B.}$$

Andamento reale e ISA a confronto



VELOCITÀ

tubo di Pitot.



1) FLUSSO INCOMPRESSIBILE

Quando: $V < 250 \text{ kts} = 463 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 129 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
 Velocità basse
 $z < 5000 \text{ m}$
 quote basse.
 $\sim 0,3$ di MACH

DIMOSTRAZIONE 4 velocità "incompressibile"

hp:
 flusso incompressibile (= VALE BERNOULLI)
 th:
 Velocità vera?
 dim.

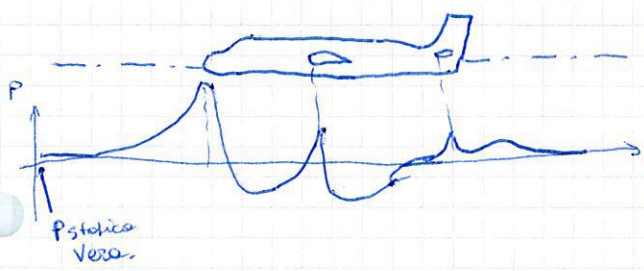
- prendo l'eq. di Bernoulli

$$p + \frac{1}{2} \rho V^2 = p_0$$
- Chiamo q la PRESSIONE DIFFERENZIALE (che, SOLO IN QUESTO CASO è uguale alla pressione dinamica)
 $q = p_0 - p$
- ricavo V :

$$\frac{1}{2} \rho V^2 = p_0 - p = q \rightarrow V = \sqrt{\frac{2q}{\rho}}$$

La VELOCITÀ così misurata è GIUSTA se:

- l'arresto è ISENTROPICO ed ADIABATICO. ✓
- p_0 misurato è GIUSTA (il flusso entra in t_t) ✓
- p_{st} è giusta. ✓



- ρ è vera (solo x l'incompressibile) (✓) (3)
- p è costante o variazione di V (" ") (✓)

in questo caso si parla di TAS o V_t
 (true air speed)
$$V_t = \sqrt{\frac{2q}{\rho}}$$

 ma dato che ρ cambia con la quota, viene comodo DEFINIRE la EAS, o V_e
 (equivalent air speed)

$$V_e = \sqrt{\frac{2q}{\rho_0}}$$

c'è una relazione per lepre le 2:

$$V_e = V_t \cdot \sqrt{\delta}$$

2) FLUSSO COMPRESSIBILE

DIMOSTRAZIONE 5 Velocità "compressibile"

hp
 1) la COMPRESSIONE è ISENTROPICA. $\frac{P}{\rho^k} = \text{cost.}$
 2) Bernoulli nel compressibile

$$\left(\frac{k}{k-1}\right) \cdot \frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} = \text{cost.}$$

 th
 quanto è la velocità vera?
 dim.

- Applichiamo Bernoulli fino ad un arresto totale

$$\left(\frac{k}{k-1}\right) \frac{P_0}{\rho_0} + \frac{V^2}{2} = \frac{P_t}{\rho_t} \left(\frac{k}{k-1}\right)$$

NOTAZIONE:
 $P_a, \rho_a \rightarrow$ pressione e densità STATICHE alla quota z
 $P_t, \rho_t \rightarrow$ pressione e densità TOTALI alla quota z
 $P_0, \rho_0 \rightarrow$ pressione e densità STATICHE a quota 0.

- Applichiamo l'ipotesi 1) alle grandezze totali

$$\frac{P_t}{\rho_t^k} = \frac{P_0}{\rho_0^k}$$

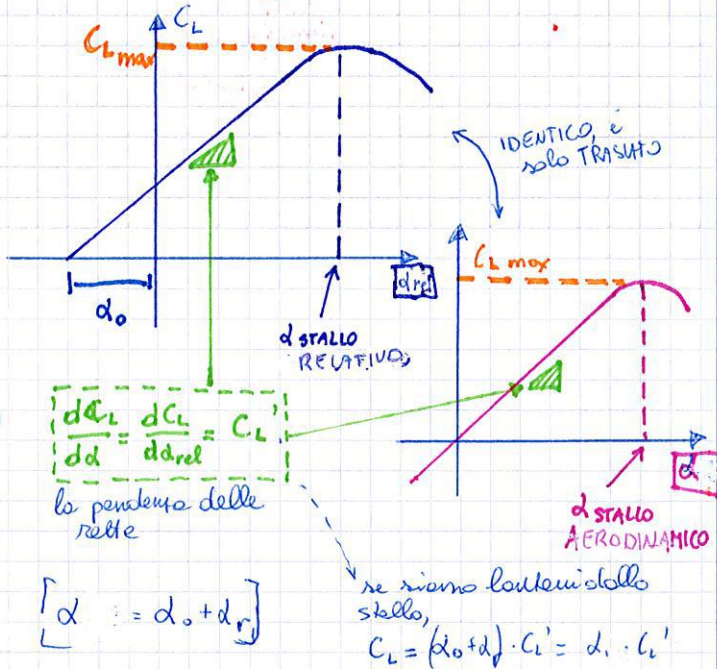
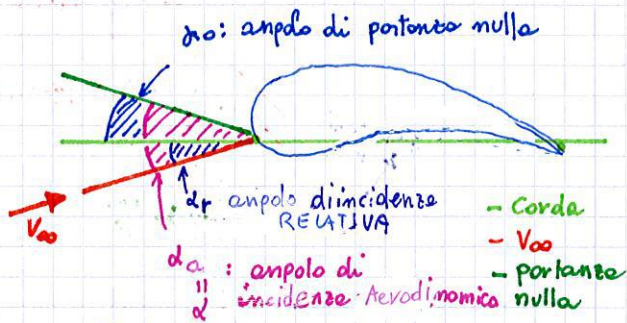
- Caricavamo p_t dalle relazione trovata

$$p_t = \left(\frac{P_t}{P_0}\right)^{\frac{1}{k}} \cdot P_0$$

- Sostituiamo la p_t trovata in Bernoulli

$$\left(\frac{k}{k-1}\right) \frac{P_a}{\rho_a} + \frac{V^2}{2} = \frac{P_t}{\rho_t} \left(\frac{P_a}{P_t}\right)^{\frac{1}{k}} \cdot \left(\frac{k}{k-1}\right)$$

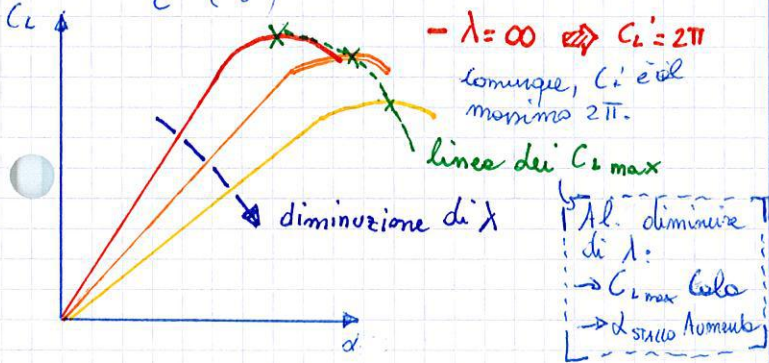
• Angolo di Incidenza:



• Allungamento d'ala.

• definiamo l'Allungamento:

$$\lambda = \frac{b}{c} = \left(\frac{b^2}{s}\right)$$



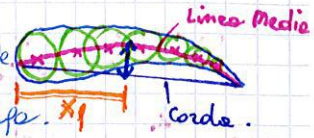
- il C_L ($\lambda = \infty$) è di $5,7$, e non di 2π , perché c'è un fattore di correzione
- Comunque, per legare C_L all'allungamento, c'è la pendenza del C_L , c'è una formula

$$C_L' = \frac{C_{L,\infty}}{1 + \frac{C_{L,\infty}}{\pi \lambda}} \quad \text{dove } C_{L,\infty} = 5,7$$

• Inarcamento:

- la linea media: prendendo il dorso ed il ventre del profilo, tracciamo circonferenze tangenti interne al profilo al dorso ed al ventre, il luogo di centro è la LINEA MEDIA.

- la corda, invece, è semplicemente un segmento che unisce bordo d'attacco e bordo di fuga.



- l'inarcamento Assoluto (f): è la massima distanza fra linea media e corda
- l'inarcamento relativo è $\frac{f}{c}$

- x_f : Ascisse max inarcamento
- $\frac{x_f}{c}$: Ascisse % max inarcamento

• Spessore

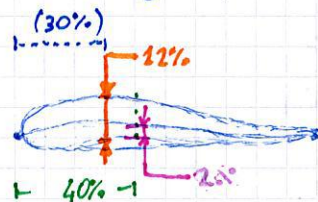
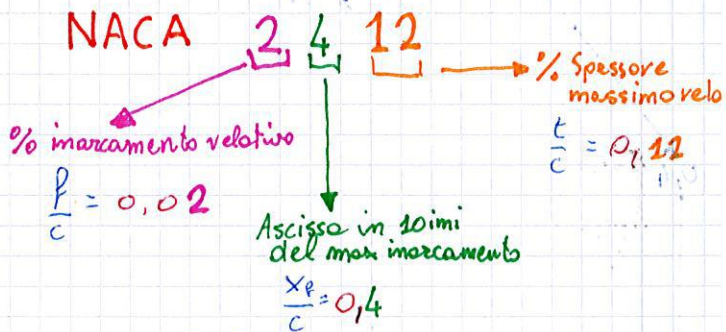
• lo spessore t è il diametro più grande di queste circonferenze

• l'ascisse di spessore massimo è x_t/c e l'ascisse % di spessore minimo è $x_{t,c}$

• Profili NACA

① 4 CIFRE

GEOMETRIA: • 2 Archi di parabola raccordati $U + \cap$
della Linea media • 1 Arco di cerchio + un segmento $O + \leftarrow$
• 2 Archi di cerchio $O + O$



N.B: non si dice dove si trova x_t/c , però è SEMPRE al 30%.

testi:

scrivere la polare dell'ala, C_L e C_D

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \lambda}$$

dimostrazione:

1) Scriviamo la relazione fra α e C_L

$$C_L = \alpha C_L'$$

in modo da ragionare solo sul C_L' , e da dimenticarsi di α ...

2) la TEORIA di GLOWERT lega C_D ad α , però ora, con il paragrafo 1), abbiamo relazione C_D e C_L !

3) Dato che abbiamo tutto sotto forma di C_L , possiamo unificare le teorie di Prandtl e Glowert

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \lambda} + k C_L^2$$



4) Raccogliamo $\frac{C_L^2}{\pi \lambda}$:

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \lambda} (i + k \pi \lambda)$$

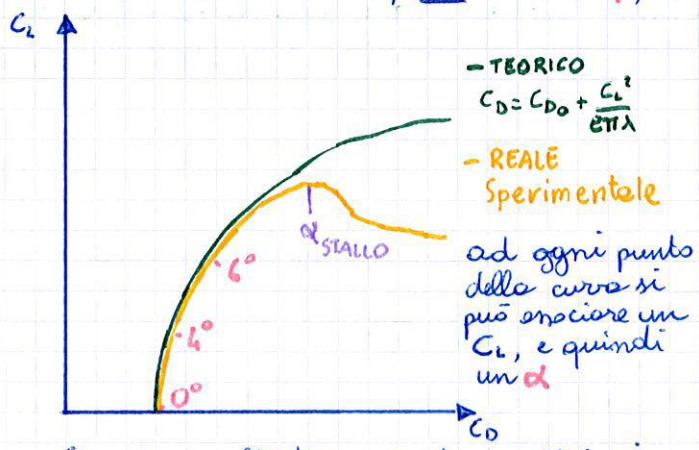
5) Definiamo il FATTORE di OSTWALD,

$$e = \frac{1}{i + k \pi \lambda}$$

6) Abbiamo la formula finale

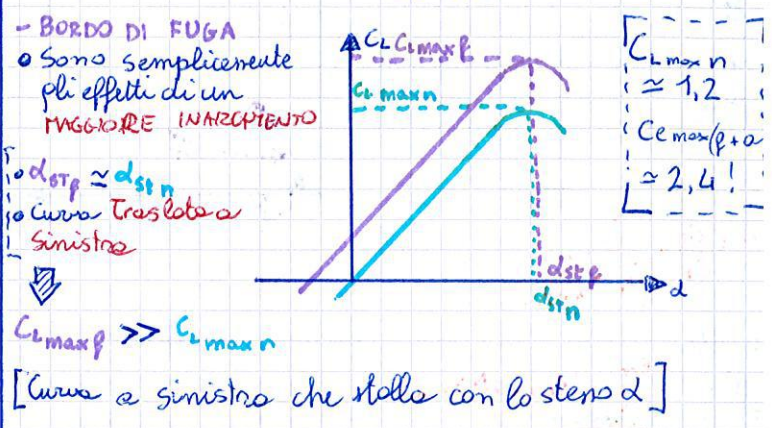
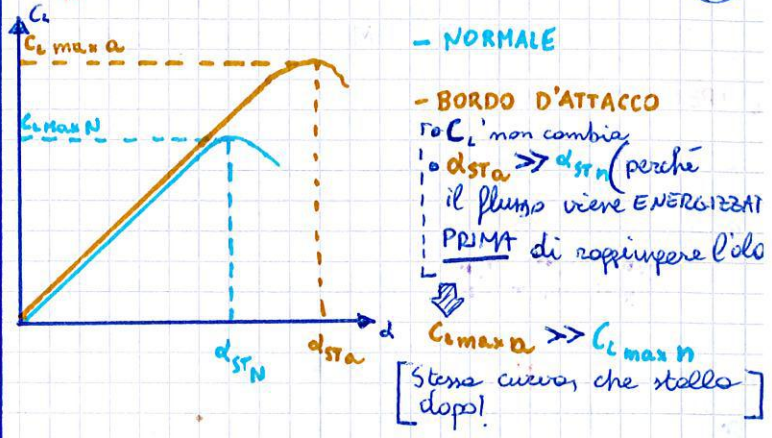
$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \lambda}$$

ora che siamo riusciti a legare C_L e C_D , grafichiamo la loro relazione: POLARE del VELIVOLO (nota! VELIVOLO, non SOLO ALA!)



Si nota molto bene in che condizioni avviene lo STALLO

Effetto dell'IPERSOSTENTAZIONE

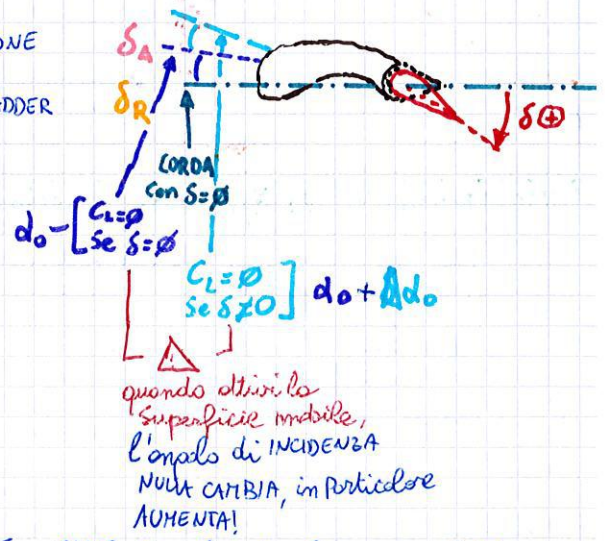


7) SUPERFICI MOBILI

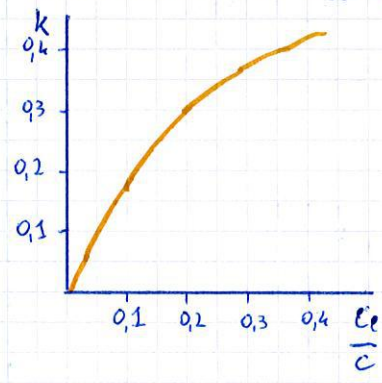
CODA = { EQUIBRATORE, STABILIZZATORE, IMPENNAGGIO ORIZZONTALE } δ_E

ALA = ALETTONE

TIMONE = RADER



in realtà, l'effetto che ha la superficie mobile non è direttamente proporzionale alla sua corda relativa ($\frac{C_e}{c}$): è stato proficuo la sua influenza mediante il profilo, in general



$$k = 0,4 (1 + e^{0,5})$$

$$e \Delta do = k \sin \delta \quad (0,5)$$

K MODULA il CAMBIAMENTO di do o di variabili di S!

in realtà, ad una data efficienza, ho 2 possibili γ ! una piccola ed una grande! in base all'angolo, decido qual è la migliore!

DIMOSTRAZIONE 9: Velocità e Record di DURATA!

h.p.: ① Valgono le equazioni di equilibrio scritte prima

② γ è piccolo! per cui

$$\cos \gamma \approx 1$$

$$\sin \gamma \approx \tan \gamma \approx \gamma$$

th: ho w_{\min} per $(E\sqrt{C_L})_{\max}$

DIM:

① Scrivo le 2 equazioni che portano ad L:

②: $L = W \cos \gamma$

③: $L = \frac{1}{2} \rho V^2 C_L S = \frac{1}{2} \rho_0 S V C_L^2 S$

ora dal momento che ci interessa evidenziare la influenza della QUOTA, citeremo $\rho_0 \cdot S$ anziché ρ !

② eguagliando ② e ③, ci ricaviamo V!

$$\frac{1}{2} \rho_0 S V^2 C_L^2 S = W \cos \gamma$$

$$\Rightarrow V = \sqrt{\frac{W}{S} \cdot \cos \gamma \cdot \frac{2}{\rho C_L} \cdot \frac{1}{S}}$$

notare come si distinguono **Carico Alare**, **Assetto di Volo** e **Quota**.

③: Vediamo come si scompone V in 2 componenti:

$$U = V \cos \gamma \quad w = V \sin \gamma$$

④ Dal momento che a noi interessa w , moltiplichiamo V per il $\sin \gamma$.

$$w = V \sin \gamma = \sin \gamma \cdot \sqrt{\frac{W}{S} \cdot \frac{2}{\rho C_L} \cdot \frac{1}{S} \cdot \cos \gamma}$$

⑤ ci ricordiamo che $\cos \gamma \approx 1$ e che $\sin \gamma \approx \tan \gamma = \frac{1}{E}$ e quindi, arriviamo al nostro obiettivo!

$$w = \sqrt{\frac{W}{S}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho_0}} \cdot \frac{1}{E\sqrt{C_L}} \cdot \frac{1}{\sqrt{S}}$$

cioè: $w_{\min} \iff (E\sqrt{C_L})_{\max}$

⑥ Che vuol dire $(E\sqrt{C_L})_{\max}$:

C_L $(E\sqrt{C_L})_{\max}$: basta derivare $E\sqrt{C_L}$ e porre uguale a 0:

$$E\sqrt{C_L} = \frac{C_L^{3/2}}{C_D} = \frac{C_L^{3/2}}{\left(\frac{C_{D0} + C_L^2}{e\pi\lambda}\right)}$$

pure qui, mi vien più comodo l'inverso!

$$Y = \frac{1}{E\sqrt{C_L}} = \frac{C_{D0}}{C_L^{3/2}} + \frac{C_L^{1/2}}{e\pi\lambda}$$

ora deriviamo, e mandiamo via un $\frac{1}{\sqrt{C_L}}$! ed anche $\frac{1}{2}$

$$-\frac{3}{2} \frac{C_{D0}}{C_L^{5/2}} + \frac{1}{2} \frac{1}{e\pi\lambda \sqrt{C_L}} = 0$$

$$\text{viene che: } C_L = \sqrt{3 C_{D0} e\pi\lambda} = \sqrt{3} C_{L \text{ max}}$$

↑ + imballato nella plore!

analogamente

$$C_D = C_{D0} + \frac{(\sqrt{3} \sqrt{C_{D0} e\pi\lambda})^2}{e\pi\lambda} = 4 C_{D0}$$

↑ + a destra!

$$E = \frac{C_L}{C_D} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sqrt{e\pi\lambda}}{\sqrt{C_{D0}}} = \frac{\sqrt{3}}{2} E_{\max}$$

⑦ L'odoprofo del moto:

⇒ Vediamo stabilire l'effettiva cinematica del volo libero - cioè vuol dire che vogliono legare w ed U , per capire come scende l'elante.

COME SI FA? Per ogni assetto di volo ho un α → quindi un C_L ed un C_D

Sostituisco nell'equazione di V tutti i vari C_L → facendo con $\sin \gamma$ e $\cos \gamma$, troverò U e w.

Oppure mi accorgo di una cosa: se prendo queste due equazioni, ovvero l'equilibrio delle forze

$$\begin{cases} L = W \cos \gamma = \frac{1}{2} \rho_0 S V^2 C_L S \\ D = W \sin \gamma = \frac{1}{2} \rho_0 S V^2 C_D S \end{cases}$$

elevo al quadrato ambo i membri e li sommo (così mi libera di $\cos^2 \gamma + \sin^2 \gamma$), ed infine ne faccio la radice:

$$W = \frac{1}{2} \rho_0 S V^2 S \cdot \sqrt{C_L^2 + C_D^2}$$

ora, noto che $\sqrt{C_L^2 + C_D^2}$ è il COEFFICIENTE di FORZA CF. cosa significa?

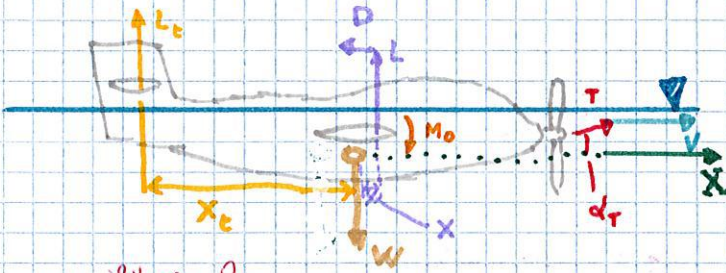
$$V = \sqrt{\frac{W}{S}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{C_F}} \cdot \frac{1}{\sqrt{S}}$$

ora, dato che nelle condizioni interessanti, il $C_F \approx C_L$ perché $C_D \approx 0$, in buone approssimate motioni, più il C_L è ALTO, + siamo Lenti!

$$\left(V \propto \frac{1}{\sqrt{C_F}} \right)$$

VOLO RETTILINEO UNIFORME ORIZZONTALE.

il Pitch Angle θ , ovvero l'angolo fra x e V , è $\theta!$ questo per motivi costruttivi!



equilibrio forze:

$$L + L_T + T \sin \delta = W$$

$$D = T \cos \delta \quad \text{* la DRAG è la TOTALE: quindi Tutti i pezzi + le interferenze!}$$

$$L \cdot x - L_t \cdot x_t - M_0 = 0$$

DIMOSTRAZIONE 10: % SPINTE NECESSARIE

h_p : Vale la polare dell'ala, ovvero

$$C_D = C_{D_0} + \frac{C_L^2}{\pi \lambda}$$

th : Averne una relazione fra T_N e V

DIM

1) Prendiamo l'equazione della polare, e, per passare da C_D a D , moltiplichiamo per $\frac{1}{2} \rho V^2 S$.

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S \cdot C_D = \frac{1}{2} \rho V^2 S \left(C_{D_0} + \frac{C_L^2}{\pi \lambda} \right)$$

2) ricordiamo che, a partire da $L=W$, posso trovare l'equazione del C_L a partire dal PESO

$$L = W = \frac{1}{2} \rho V^2 C_L S \rightarrow C_L = \frac{2W/S}{\rho V^2}$$

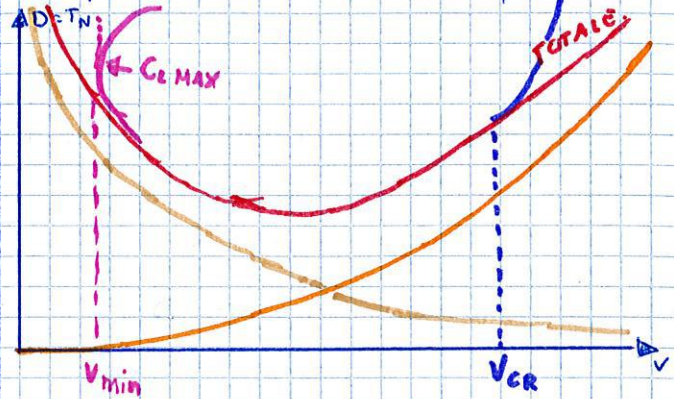
3) sostituisco il C_L trovato.

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S \left\{ C_{D_0} + \left(\frac{2W/S}{\rho V^2} \right)^2 \cdot \frac{1}{\pi \lambda} \cdot \frac{1}{(\rho V^2)^2} \right\}$$

4) Svolpendo le semplificazioni necessarie, ottengo che

$$D = \underbrace{\frac{1}{2} \rho V^2 S C_{D_0}}_{\text{Parabola}} + \underbrace{\frac{2(W/S)^2}{\rho V^2} \cdot \frac{1}{\pi \lambda} \cdot \frac{S}{\rho V^2}}_{\text{iperbole}}$$

graficamente, vuol dire questo:



in realtà, Bisogna APPORTARE delle Correzioni:

- A V_{min} ho C_L particolarmente ALTI, siamo nella ZONA DELLO STALLO

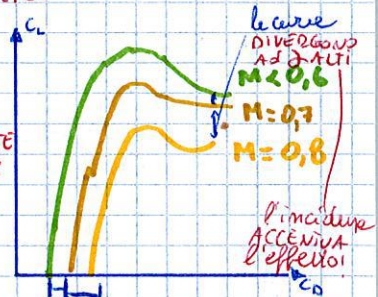
$C_{L,max} \Rightarrow V_{min}$ al di sotto della quale mi è fisicamente impossibile andare!

- A V_{CR} , inizia a sentire l'EFFETTO DEL MACH, che Aumenta la DRAG. ciò avviene a partire da V_{CR} , ovvero la VELOCITÀ CRITICA.

RESISTENZA da ONDE D'URTO.

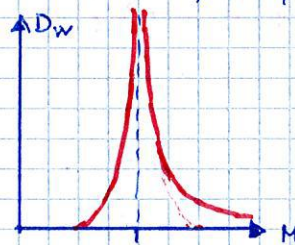
la polare si comporta così:

il MACH Critico, è quel MACH per il quale LOQUENTE potrei superare $M=1$ in particolare sul Dorso, dove V_e è alta!

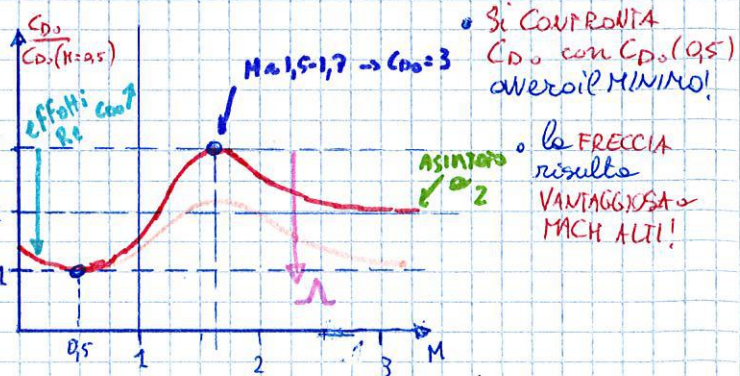


nota: Quanto + mi avvicino a $M=1$, quanto + Velocemente Aumento $D!$

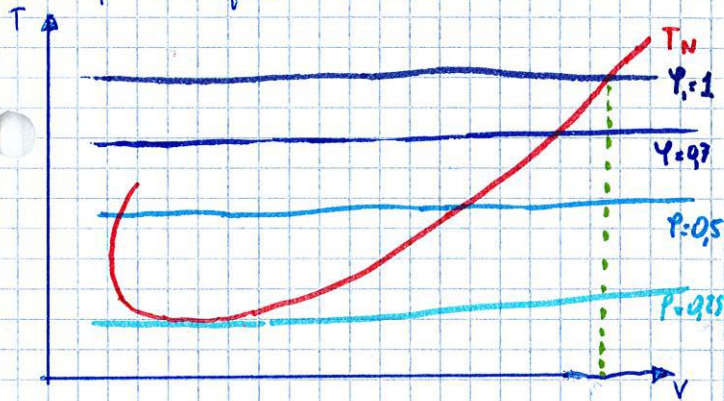
la RESISTENZA PARZIALE, ovvero solo l'effetto delle onde d'urto, ha questo andamento!



C_{D_0} , ovvero la RESISTENZA nel suo COMPLESSO



Confronto fra T_u e T_o .



in pratica, per tenere una data velocità ad una data quota, devo decidere la manetta più appropriata!

VOLO IN SALITA, TURBOGETTO.

alcune "sepe mentali" sugli angoli, prima di cominciare.

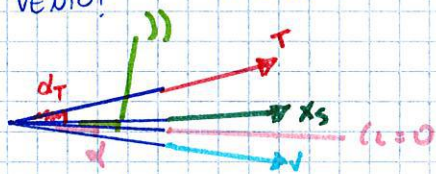
dato che noi vogliamo fare l'equilibrio per gli assi vento, occorrerà che tutte le forze siano "ridotte" a questo S.R.

L e D lo sono già, per definizione.

L_c pure. è per definizione L a V .

W va scomposto con δ in quanto pensiamo dell'S.R. **WERTIALE** dell'**ORIZZONTE** o quello delle **VELOCITÀ**

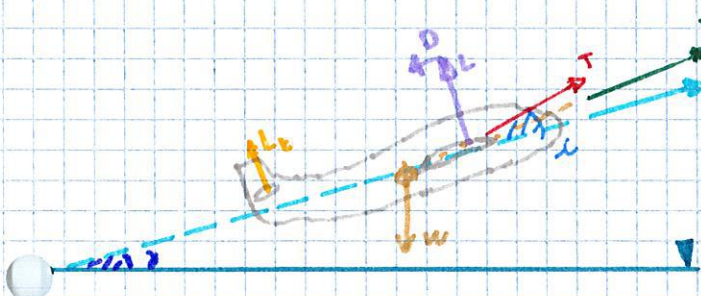
T , invece, è collettato con α_T rispetto all'ore **X BODY**: vediamo di arrivare agli ASSI VENTO!



δ è un angolo **COSTANTE** fra 2 DIREZIONI BODY. chiamiamo L l'angolo fra T e V .

$$L = \alpha_T + \delta + \alpha$$

Ora, possiamo fare lo schema e l'equilibrio



$$\begin{cases} L + L_c + T \sin \alpha - W \cos \delta = 0 \\ D + W \sin \delta - T \cos \alpha = 0 \\ M_{CG} = 0 \end{cases}$$

equazioni che analizzeremo con la stabilità!

Ora: L_c trascurabile, L molto piccolo mentre δ , è difficile da ignorare:

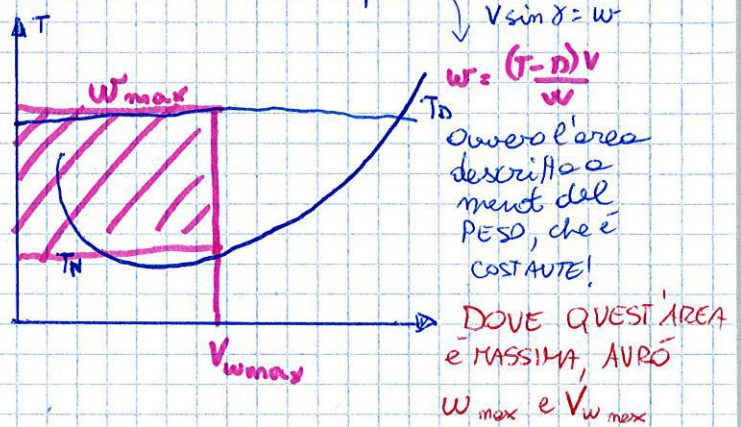
$$\begin{cases} L = W \cos \delta \\ W \sin \delta = T - D \end{cases}$$

equazioni semplificate.

PRENDO la SECONDA EQUAZIONE, e moltiplico a sinistra e destra per V :

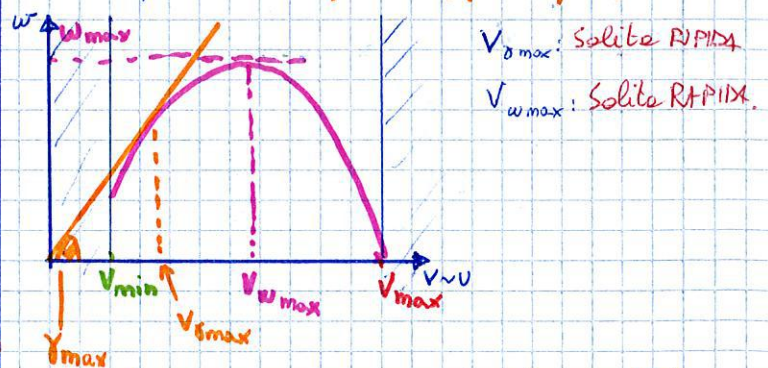
$$W \cdot V \sin \delta = (T - D) V$$

da qui **VEDO GRAFICAMENTE** quanto è la velocità di salita: infatti



NOTA: V_{wmax} è **TOTALMENTE SINDONATA** da **QUALSIASI** "configurazione" Vista!

discorso analogo vale per $V_{\delta max}$: infatti: **GRAFICHIAMO** l'andamento di w_{conv} . (in pratica le aree) **ASSUMIAMO**, dati: δ piccoli, che $V \ll U$



ora, le "canoniche" E_{max} , $(\frac{E}{V})_{max}$ e $(\frac{E}{V L_c})_{max}$ non sono niente in questo caso!

Con la "Solite" dimostrazione, troviamo che

$$C_L \left(\frac{E}{V L_c} \right)_{max} = \sqrt{C_D \cdot \frac{\pi \lambda}{3}}$$

$$C_D \left(\frac{E}{V L_c} \right)_{max} = \frac{1}{3} C_{D0}$$

$$E \left(\frac{E}{V L_c} \right)_{max} = \dots$$

VELIVOLO AD ELICA

POTENZE NECESSARIE

• Dato che si usano Motori alternativi o turbolico, "l'Output" che ci è comodo usare sono le **POTENZE**.

in generale, $\pi_N = D \cdot V$.

DIMOSTRAZIONE 12: LA POTENZE NECESSARIE

hp: $\pi_N = D \cdot V$
 $D = \frac{1}{2} \rho V^2 C_D S$

th: diagramma $\pi_N - V$.

DIM:

① prendiamo la formula di π_N , e sostituiamo la Drag.

$$\pi_N = \frac{1}{2} \rho V^3 C_D S$$

② Sappiamo che $C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{e\pi\lambda}$, sostituiamo.

$$\pi_N = \frac{1}{2} \rho V^3 S \left(C_{D0} + \frac{C_L^2}{e\pi\lambda} \right)$$

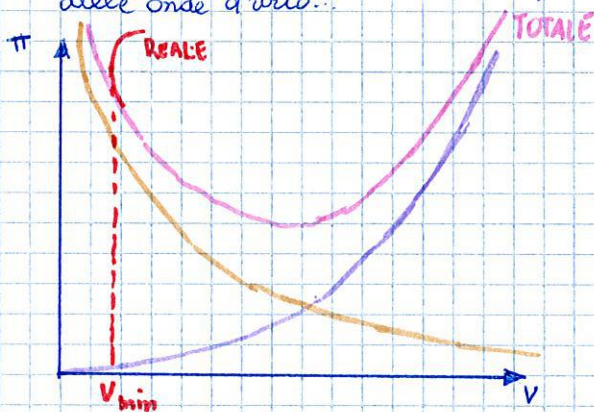
③ sappiamo che $C_L = \frac{2W/S}{\rho V^2}$, sostituiamo.

$$\pi_N = \frac{1}{2} \rho V^3 S \left(C_{D0} + \frac{4W^2/S^2}{e\pi\lambda \cdot \rho^2 V^4} \right)$$

④ Semplifichiamo il semplificabile, e separiamo i due effetti:

$$\pi_N = \underbrace{\frac{1}{2} \rho V^3 S C_{D0}}_{\text{Parabola Cubica}} + \underbrace{\frac{2W^2/S}{e\pi\lambda \rho V}}_{\text{iperbole}}$$

• Dal momento che i velivoli ad elica son lenti, non ci interessa la D_w , quella delle onde d'urto.



punti caratteristici delle potenze necessarie. (9)

② Il $\pi_{N \min}$:

- prendiamo la generica formula della π_N

$$\pi_N = D \cdot V = C_D \cdot V^3 \cdot (\dots) = (\text{cost}) \cdot \frac{C_D}{C_L^{3/2}}$$

$D = C_D \cdot V^2 \cdot (\dots)$

$$V^3 = \frac{(\dots)^3}{(\dots)^3 C_L^3} = (\dots) \cdot \frac{1}{\sqrt{C_L^3}}$$

$$= (\text{cost}) \cdot \frac{1}{C_D \cdot \sqrt{C_L}} = \frac{1}{E \sqrt{C_L}}$$

se ne ricava che, affinché π_N sia MINIMO, dev'essere $(E \sqrt{C_L}) \text{ max}$.

③ la tangente passante per l'origine:

chiamiamo E l'angolo generico che forma un punto della curva con l'origine.

$$\text{avremo che } \tan E = \frac{\pi_N}{V}$$

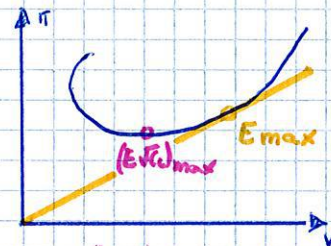
rielaboriamo la formula, e vediamo che ne esce:

$$\tan E = \frac{\pi_N}{V} = \frac{D \cdot V}{V} = \frac{1}{2} C_D V^2 S \rho = \frac{W \cdot C_D}{\rho C_L} = \frac{W}{E}$$

posit. $V^2 = \frac{2W/S}{\rho C_L}$

si nota come, $E \text{ min}$ corrisponde all' $E \text{ max}$

Riassumendo,



POTENZE NECESSARIE e QUOTA.

① prendere un punto generico della curva, e la LEGO all'ORIGINE.

② DATO che SIAMO LENTI, possiamo dire che $V_{IAS} = V_{EAS}$

③ Cosa cambia, nel grafico, cambiando la quota?

$$V_i = \text{COSTANTE} \Rightarrow V_{IAS} \cdot \sqrt{\delta} = \text{cost.},$$

quindi: $V = V_i \cdot \frac{1}{\sqrt{\delta}}$: mi sposto a destra del fattore $\frac{1}{\sqrt{\delta}}$.

④ La drag: C_D NON CAMBIA con la quota, e ponendo $D = \frac{1}{2} \rho \cdot V_{IAS}^2 \cdot C_D \cdot S$, la DRAG NON CAMBIA.

TUTTAVIA ho $\pi_N = D \cdot V$, quindi, mi sposterò verso l'alto di $\frac{1}{\sqrt{\delta}}$.

DIMOSTRAZIONE 13: Renard I specie

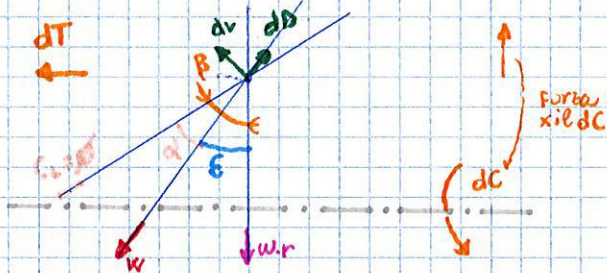
hp

- 1) Lo scalo è un elemento isolato, quindi trascurerò INDUZIONI (Dind), EFFETTI di ESTREMITÀ e EFFETTI 3D.
- 2) Conosco alla perfezione:
 - CONDIZIONI di FUNZIONAMENTO (w, E, v e quindi w', c, v')
 - ALTITUDINE (ρ è legata alle Forze Aerodinamiche)
 - GEOMETRIA (α, C_L, C_D ad ogni r , oltre che L , la corda)
 - DIMENSIONI (r_c e Z , il m° di pale)

Th: - COPPIA INSERITA
- SPINTA OTTENUTA
- RENDIMENTO dell'ELICA.

DIM.

- 1) Partiamo dallo Schema degli angoli:



- Per come conosciamo noi C_L e C_D , essi GENERERANNO FORZE L e D a w , che saranno dL e dD .
- la dT che ci serve sarà, invece, LUNGO L'ASSE
- la dC che serve a far girare le pale sarà, invece, RUOTANTE ATTORNO ALL'ASSE e consisterà nella COMPONENTE verticale della forza moltiplicata per il raggio

- 2) Operiamo il CAMBIO di COORDINATE per orientare dL lungo l'ASSE

$$dT = dL \cos E - dD \sin E$$

$$dC = r (dL \sin E + dD \cos E)$$

- 3) per scrivere dL e dD , ci serve una SUPERFICIE questa sarà

$$S = L \cdot dr$$

- 4) ESPlicitIAMO dL e dD nell'equazione

$$dT = \frac{1}{2} \rho \delta w^2 c dr (C_L \cos E - C_D \sin E)$$

il δ indica che varia lungo la corda...

$$dC = \frac{1}{2} r \cdot dr \rho \delta w^2 c (C_L \sin E + C_D \cos E)$$

- 5) Ci è scomodo tenere w , preferiamo avere w' quindi trasformiamo:

$$w' = \frac{w r}{\cos E}$$

lo ricavi dalla definizione.

- 6) INTEGRA, MOLTIPLICANDO per il Z

$$T = Z \int_0^{r_{ext}} dT$$

$$C = Z \int_0^{r_{ext}} dC$$

- 7) per For sù che VALGA per FATIGUE DI PALE, mi raccolpo Z e dagli integrali considerati: gli estremi di INTEGRAZIONE saranno 0 ed 1, e mi libera dalle dipendenze delle DIMENSIONI.

$$T = \frac{1}{2} \rho Z w'^2 Z c \int_0^1 \frac{C_L \cos E - C_D \sin E}{\cos^2 E} \cdot \frac{c r^2 dr}{r_{ext}^3 r_{ext}}$$

perché alle 4? quando sostituisco w^2 con un r^2 , che interpretato farà r^3 , se Adimensiono ne devo tener conto inoltre, Adimensiono la corda con

$$C = \frac{1}{2} \rho Z w'^2 r_c^5 \int_0^1 \frac{C_L \sin E + C_D \cos E}{\cos^2 E} \cdot \frac{c r^5 dr}{r_c^5 r_c}$$

alle 5, per le stesse ragioni, solo che ho in r impie il doppio il braccio.

C.V. d (1)

gli integraloni, li chiamo Z e $\frac{1}{2}$ insieme...

T : coeff. di spinta

K : coeff. di coppia

e dipendono sia in primis, dalla GEOMETRIA sia da E , cioè da come sta funzionando l'elica!

- 8) Infine, il RENDIMENTO dell'ELICA, lo otterremo facendo il RAPPORTO fra POTENZE

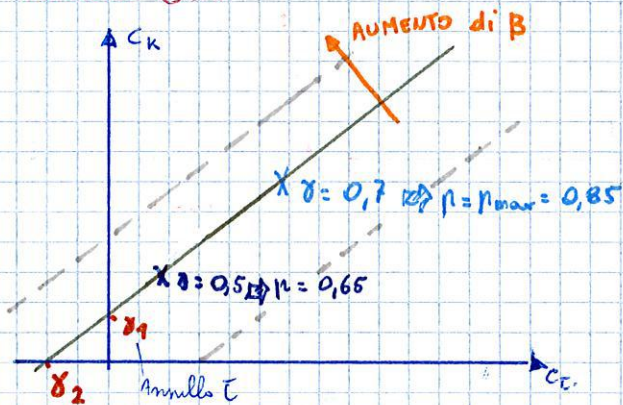
$$\eta_c = \frac{T \cdot v}{C \cdot w} = \frac{Z \cdot w^2 v r^4 T}{\rho \cdot w^2 r_c^5 w K} = \frac{T}{K} \cdot \frac{v}{r_c w}$$

- 9) DEFINISCO δ , RAPPORTO di FUNZIONAMENTO indica la VELOCITÀ in rapporto alla VELOCITÀ ANGOLORE.

$$\eta_c = \frac{T}{K} \delta \quad \text{c.v. d (2)}$$

Polare dell'elica

Lehiamo C_k e C_T in un grafico: in pratica, se nelle normali polari (C_L, C_D) facessimo variare α , qui facciamo variare δ ...



Annulla k .

Sono delle "mappe", utili per scegliere il B giusto per le nostre eliche!

TEORIA di RANKINE-FROUDE.

- Serve per descrivere l'AUMENTO delle VELOCITA' attraverso l'elica, al fine di definire il RENDIMENTO PROPULSIVO.

DIMOSTRAZIONE 15: Rankine-FROUDE

hp:

- Consideriamo l'equazione $T = \dot{m}(W_2 - V)$
- Ipotesiamo che U_0 sia UGUALE ad OGNI raggio del disco d'elica (non sarà così!)

th

- Trovare U_0 , l'incremento del disco d'elica!

DIM.

- 1) Scriviamo l'equazione della Thrust in modo sensato:

$$T = \rho(U_0 + V) \cdot A [V + U_{\infty} - V] = \rho(U_0 + V) A \cdot U_{\infty}$$

- 2) Abbiamo 2 incognite, U_0 e U_{∞} . Le altre sono CONDIZIONI di VOLO, GEOMETRIE e FORZE a noi Note! per cui CI SERVE un'altra equazione!

per tirare fuori, scriviamo:

- a) Variazione di Energia cinetica nel tempo

$$\frac{\Delta E}{t} = \frac{1}{2} \dot{m} (V_2^2 - V_1^2) = \frac{1}{2} A \cdot (V + U_0) \rho (V + U_{\infty})^2 - V^2$$

- b) Potenza dell'elica

$$\Pi = \frac{\Delta E}{t} = T \cdot V_{elica} = T \cdot (V + U_0) \quad [mW, > \Pi_u = TV]$$

$$\textcircled{3} \text{ equogliamo } \frac{\Delta E}{t} = \frac{\Delta E}{t}$$

$$\frac{1}{2} A (V + U_0) \cdot \rho \cdot (2V U_{\infty} + U_{\infty}^2) = T (V + U_0)$$

- 4) Sostituendo T , sarà facile trovare una relazione fra U_0 e U_{∞} , poiché varia molto.

$$\frac{1}{2} A (V + U_0) \rho (2V U_{\infty} + U_{\infty}^2) = \rho (U_0 + V) A \cdot (U_{\infty}) (V + U_0)$$

Conti:

$$\frac{1}{2} (2V + U_{\infty}) = V + U_0$$

$$U_{\infty} = 2U_0$$

- 5) a questo punto, inseriamo il dato nell'equazione della Thrust e TROVIAMO U_0

$$T = \rho(U_0 + V) A \cdot U_{\infty} = \rho(U_0 + V) \cdot A \cdot 2U_0$$

$$2\rho U_0^2 A + 2\rho V U_0 A = T = 0$$

- 6) per comodità semplifichiamo il coeff. dell'I grado, e risolviamo

$$U_0^2 + V U_0 - \frac{T}{2\rho A} = 0$$

$$U_0 = \frac{-V}{2} + \sqrt{\frac{V^2}{4} + \frac{T}{2\rho A}} \quad \text{c.v.d.}$$

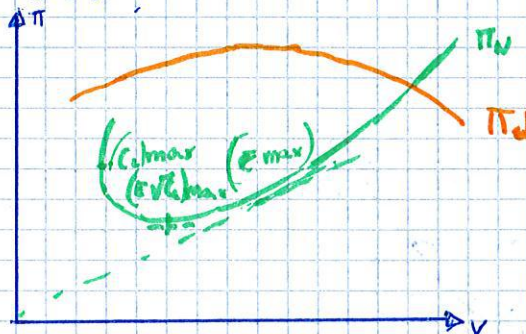
soluzione con il +!
La Velocità Aumenta, non diminuisce!

VOLO INSALITA - VELIVOLO ad ELICA.

anzitutto, vediamo la forma di Π_D nel profilo delle potenze

$$\Pi_D = \Pi_{m0} \cdot \psi(z) \cdot f(\theta) \cdot \rho e^{-i} \quad \text{a parità di altri fattori, HA LA FORMA di } \rho e^{-i}$$

inoltre, consideriamo che δ e V sono "parenti stretti"!



④ a questa equazione ($\frac{\pi_0}{W} = \frac{V}{E}$), sostituiamo π e V !

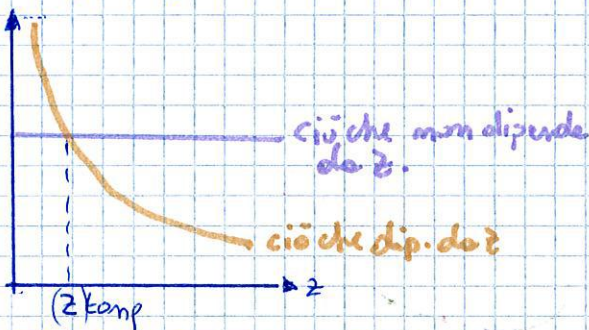
$$\frac{\pi_{mo} \cdot \psi(z) \cdot \rho_e \cdot p_e}{W} = \frac{\sqrt{\frac{W}{S}}}{\sqrt{C_L}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho_0}} \cdot \sqrt{\frac{1}{S}} \cdot \frac{1}{E}$$

⑤ infine mi porta da un lato, tutto ciò che dipende da z cioè $\psi(z)$ e S !

$$\psi \sqrt{S} = \frac{W^{3/2}}{\sqrt{\pi_{mo}} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\rho_0}} \cdot \frac{1}{\rho_e} \cdot \frac{1}{\pi_{mo}} \cdot \frac{1}{\psi_{N_0}} \cdot \frac{1}{E \sqrt{C_L}}$$

se noi ipotizzassimo π ad orizzontale, POSSIAMO dire che la TANGENZA si ha per $(E \sqrt{C_L})_{max}$

* ρ_e dipende poco dalla quota...



AUTONOMIE in CROCIERA

distinguiamo 4 casi

A VELIVOLO A GETTO - AUTONOMIA (chilom.)

dal momento che siamo in CROCIERA, siamo in VRUO.

"Prepariamo l'equazione da analizzare":

SO CHE:

- ① $T = D = \frac{1}{2} \rho_0 V^2 S C_D \delta$ → usiamo ρ_0, δ , così dopo vedere
- ② $L = W = \frac{1}{2} \rho_0 V^2 S C_L$ → gli EFFETTI della QUOTA è facile.

$$\frac{1}{E} = \frac{D}{L} = \frac{T}{W}$$

il consumo specifico di spinta, ovvero k , indica

$\frac{N_{combustibile}}{N_{spinta} \cdot Sec.}$ ovvero QUANTO COMBUSTIBILE USO per SANGERETOT, in ogni SECONDO!

ricordiamo che

$$k = k_{so} \cdot \psi_2(z) \cdot \rho_2(h) \cdot \chi_2(V)$$

Ora: la perdita di manovra del velivolo è: (12)

$$T \cdot k \cdot dt = -dW \quad (\text{se non ricordi, usa UDM})$$

⇒ Moltiplico a Destra e Sinistra per $Vk dt$, così da far uscire fuori alcune grandezze:

$$\frac{1}{E} = \frac{T}{W} \rightarrow \frac{Vk dt}{E} = \frac{T \cdot Vk dt}{W}$$

note: $V dt = dS$, è importante farlo apparire! così integrando siamo a posto.

inoltre facciamo comparire dW .

$$\frac{dS \cdot k}{E} = V \left(-\frac{dW}{W} \right)$$

isoliamo il dS , per integrare

$$dS = \frac{VE}{k} \left(-\frac{dW}{W} \right)$$

Possiamo cambiare diversi parametri:

- ① C_L (⇒ E, C_D)
- ② V
- ③ $\rho_2(h)$
- ④ z .

dobbiamo tenerne 2 fissi, e cambiarne 2: questo perché abbiamo solo 2 equazioni!

Soluzione 1: E costante
 V costante

così da SEMPLIFICARE l'INTEGRALE!

z e ρ_2 non saranno costanti, quindi k variare. per comodità, usiamo k_m ovvero dividiamo in intervalli il tempo e integriamo.

$$S = \int_{W_i}^{W_f} -\frac{VE}{k} \frac{dW}{W} = -\frac{VE}{k_m} \ln \left(\frac{W_f}{W_i} \right) = \frac{VE}{k_m} \ln \left(\frac{W_i}{W_f} \right)$$

Il Pesì dell'aereo:

W_{ew} = peso Empty weight

J = Payload

G = peso carburante → G_{max} TEORICO: massimo carburante che ci potrebbe stare
→ G_{max} EFFETTIVO: A toniche piene!

W_i, W_f : pesi e WIZIO-FINE CROCIERA

W_{TO} : peso al DECOLLO, $W_{TO} = W_{ew} + G + J$.

W_{max} : peso massimo ammissibile del velivolo.

Iter da ripetere per consumi in solita
 sappiamo che $\frac{T}{W} = \frac{1}{E}$, e che $T = T_{so} \cdot \rho_1 \psi_1 X_1$
 dato che la Thrust ρ_1 è scomoda, sostituiamo

$$\frac{T_{so} \rho_1 X_1 \psi_1}{W} = \frac{1}{E}$$

Terminio da un lato tutto ciò che dipende da Z

$$X_1 \psi_1 = \frac{W}{T_{so} \rho_1 E}$$

Con un calcolo iterativo, ipotizzo una **manetta** \Rightarrow calcolo la Z da X_1 e ψ_1 \Rightarrow vediamo se cambiando ρ_1 , ad una Z superiore, che succede.

(B) VELIVOLO A GETTO - DURATA

Partiamo dalla solita

$$\frac{T}{W} = \frac{1}{E}$$

e moltiplichiamo $a \cdot S \cdot c \cdot dx$ per $k dt$, in modo da avere $-dW$ da un lato e dt dall'altro

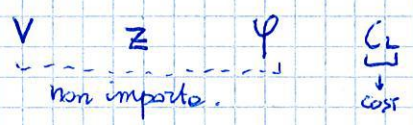
$$k dt \frac{T}{W} = \frac{1}{E} k dt$$

$$- \frac{dW}{W} = \frac{1}{E} k dt$$

\rightarrow isolo il dt ed integro.

$$dt = - \frac{E}{k} \frac{dW}{W} \Rightarrow t = - \int_{W_i}^{W_f} \frac{E}{k} \frac{dW}{W}$$

anche qui, abbiamo 2 variabili e 2 costanti



la cosa importante, è che consideriamo $\left(\frac{E}{k}\right)$ costante. quindi

$$t = - \left(\frac{E}{k}\right) \ln\left(\frac{W_f}{W_i}\right)$$

ipotizzando k COSTANTE (non lo è)
 $E \text{ max} \Rightarrow t \text{ max.}$

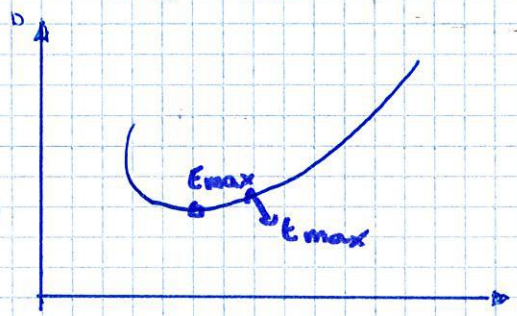


diagramma di utilizzo

- Vogliamo sapere, caricando tot carburante (G) e tot payload (J), quanta AUTONOMIA ABBIAMO
- SUPPONIAMO di CARICARE AL MASSIMO il VELIVOLO ($W_{to} = W_{max}$)

in ogni istante, abbiamo che

$$W = W_{EW} + G + J$$

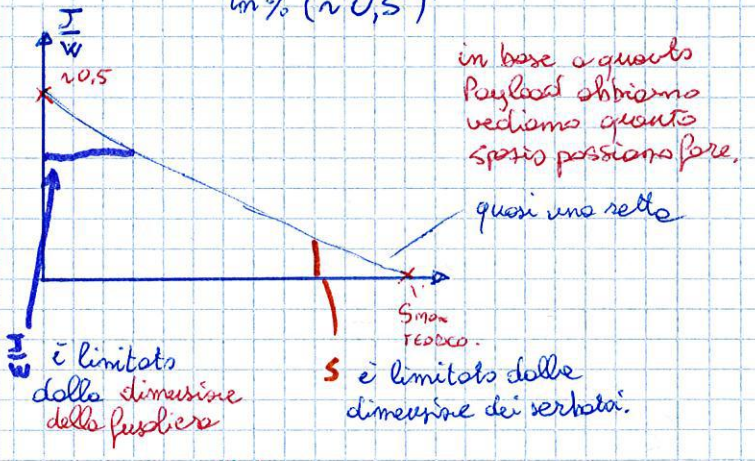
ora, ci è comodo ragionare in PAYLOAD: la portiamo da un lato

$$J = W - W_{EW} - G$$

infine, per rendere il tutto valido per una "famiglia" di velivoli, ragioniamo in "percentuali", ovvero dividiamo tutto per W.

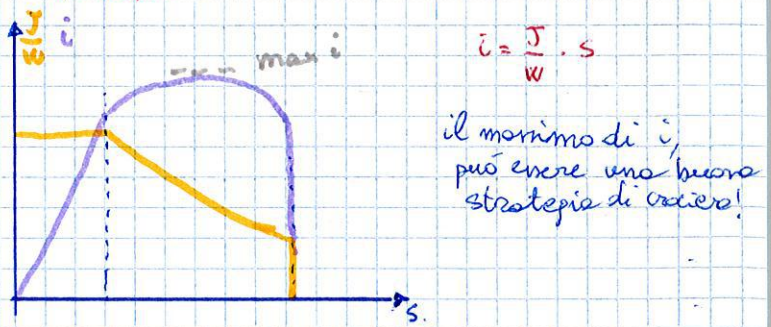
$$\frac{J}{W} = 1 - \frac{W_{EW}}{W} - \frac{G}{W}$$

quanto è il peso del solo velivolo in % (r 0,5)



Momento di trasporto

- moltiplichiamo $\frac{J}{W}$ per S , per OTTENERE il MIGLIOR COMPROMESSO fra AUTONOMIA e PAYLOAD.



STABILITÀ STATICA LONGITUDINALE

- il grande TARGET è che, in caso di VARIAZIONE di INCIDENZA ($\Delta \alpha$), si generi un MOMENTO che si OPPONGA alla variazione, in parole povere

$$C_{M\alpha} < 0$$

notazione: $C_{M\alpha} = \frac{dC_M}{d\alpha}$ tutte le derivate avranno questa notazione.

- TUTTE LE CONSIDERAZIONI CHE FAREMO Si basano su queste 5 IPOTESI

- I** il velivolo ha un piano di simmetria: lo sarà sia per le MASSE, che la GEOMETRIA, che l'AERODINAMICO.



- II** prima del disturbo, VOLO a REGIME

- III** VOLO SIMMETRICO, ovvero che \vec{V} è contenuto nel piano di simmetria (I)

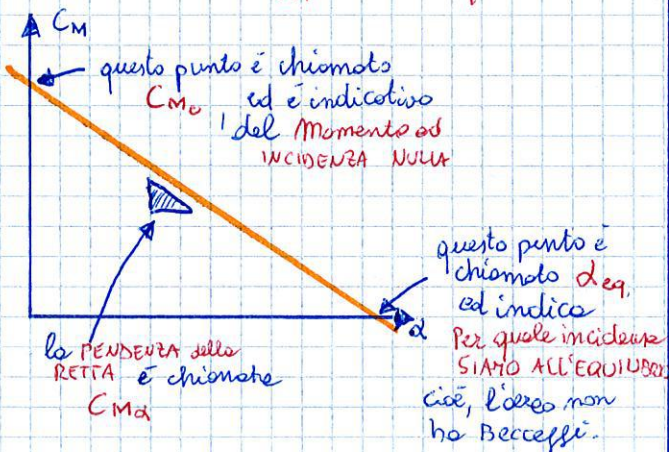
- IV** CONDIZIONE SUBORIZZONTALE, ovvero, se δ non è 0, stiamo comunque salendo o scendendo molto lentamente!

- V** STRUTTURA RIGIDA: qualsiasi cosa succede, l'assetto NON CAMBIA FORMA!

- Se valgono le 5 ipotesi, abbiamo queste 3 EQUAZIONI

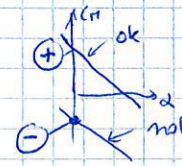
$$\begin{cases} L = W \\ D = T \\ M = \frac{1}{2} \rho V^2 C_M S \end{cases} \quad \bar{C} = \bar{C}_0 \text{ nei momenti NON DIMENSIONALI la CORDA di RIFERIMENTO!}$$

- Come detto, C_M varia con α , la legge è circa lineare, e la vedremo più avanti, PERÒ È IMPORTANTE CAPIRE dove abbiamo Azionare!

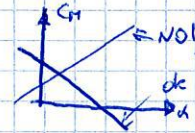


le nostre strutture, perché il velivolo sia STABILE, sono

$$C_{M0} > 0$$



$$C_{M\alpha} < 0$$

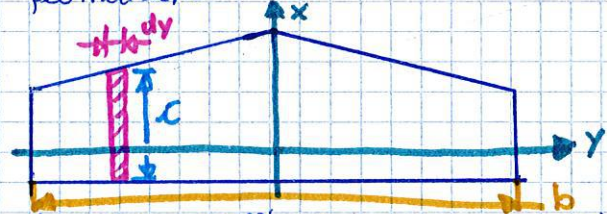


- Andiamo UNA COMPONENTE ALLA VOLTA e poi, dato che vale la sovrapposizione degli effetti, sommeremo i 4 elementi.

- A** ALA
 - B** FUSOLIERA
 - C** CODA
 - D** MOTORE
- Wing-Body

ALA

- Tipicamente, L'ALA è TRAPEZIA. alcune definizioni geometriche.



- la posizione dell'origine, per ora, non ci interessa. Basta che sia sul piano di simmetria

b: Apertura alare

preso un piccolo elemento dy , chiamiamo c la corda di quell'elemento.

- DEFINIAMO 2 grandezze:

⇒ CORDA MEDIA GEOMETRICA: è il risultato dell'integrale

$$C_m = C_{mg} = \frac{S}{b} = \frac{2}{b} \int_0^{b/2} c dy$$

o volte ρ non si mette

⇒ CORDA MEDIA AERODINAMICA:

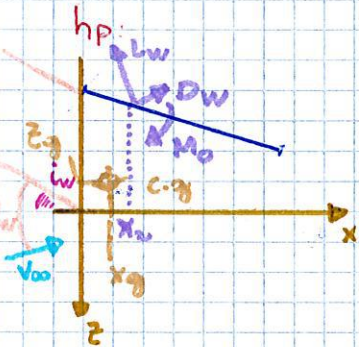
$$C_{ma} = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} c^2 dy$$

più avanti, vedremo perché definire così le 2 corde.

Nota: $C_{ma} = C_{mg} \iff$ ALI RETTANGOLARI! ALI TRAPEZIALI!

- una volta "chiarita" (insomma...) la geometria, possiamo calcolarci il $C_{MGW}(\alpha)$ e quindi iniziare a fare le nostre considerazioni sull'ala.

DIMOSTRAZIONE 17: Momento ed incidenza Alari



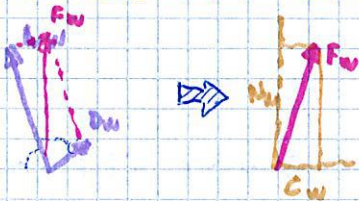
- Conosco la POSIZIONE dell'ala (a.c.: x_g, z_g)
- So che AL FUOCO, ho L_w, D_w, M_{0w}
- Conosco la posizione del **BARICENTRO** x_g, z_g
- Conosco i_w ed d_w

th:

Voglio arrivare ad un'espressione di $C_{MGW}(\alpha)$

DIM.

- Cominciamo con renderci comode le forze: PROIEZIONI lungo x e z di L_w e D_w , le risultanti le chiameremo N_w (normale a x) e C_w (|| a x) (costante)



$$N_w = L_w \cos(\alpha_w - i_w) + D_w \sin(\alpha_w - i_w)$$

$$C_w = -L_w \sin(\alpha_w - i_w) + D_w \cos(\alpha_w - i_w)$$

- Considerato che $(\alpha_w - i_w)$ è un ANGOLO PICCOLO il sin diventa argomento ed il cos. diventa 1

$$N_w \approx L_w + D_w(\alpha_w - i_w)$$

$$C_w \approx -L_w(\alpha_w - i_w) + D_w$$

- dato che $L_w \gg D_w$, nell' N_w trascuriamo D_w (piccolo) - $(\alpha_w - i_w)$ (piccolo)

$$N_w \approx L_w$$

$$C_w \approx D_w - L_w(\alpha_w - i_w)$$

- facciamo il momento rispetto al baricentro.

$$M_{Gw} = N_w(x_g - x_a) - C_w(z_a - z_g) + M_{0w}$$

- Sostituisco:

$$M_{Gw} = L_w(x_g - x_a) - D_w(z_a - z_g) + L_w(\alpha_w - i_w)(d_w - i_w) + M_{0w}$$

- dividendo tutto per $\frac{1}{2} \rho V^2 c S$, si trova il COEFF AEROD.

$$C_{MGW} = C_{Lw} \frac{x_g - x_a}{c} - C_{Dw} \frac{z_a - z_g}{c} - C_{Lw}(\alpha_w - i_w) \frac{z_a - z_g}{c} + \frac{M_{0w}}{c}$$

ma: i coeff. di forza. cioè C_L e C_D , non hanno c nell'esp. motivo cui opporre questa c!

- raccolgo in base a x e z

$$C_{MGW} = C_{Lw} \frac{(x_g - x_a)}{c} - [C_{Dw} + C_{Lw}(\alpha_w - i_w)] \frac{z_a - z_g}{c} + \frac{M_{0w}}{c}$$

Wing drop term, cause la NON LINEARITA' ma ESSENZA PICCOLO lo trascuriamo

normalmente non ho prodotti lungo $z \rightarrow$ trascurati!

- trovo una SEMPLICE formula per C_{MG} .

$$C_{MG} = C_{Lw} \frac{(x_g - x_a)}{c} + C_{M0w}$$

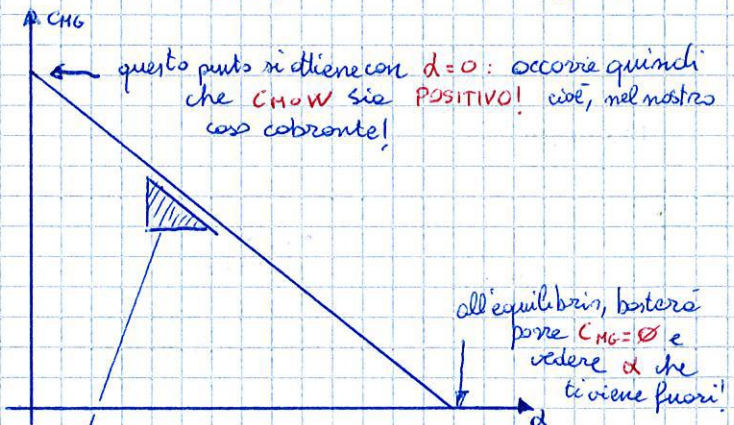
- infine, legando il L_w all'incidenza in questo modo...

$$C_{Lw} = \frac{dC_{Lw}}{d\alpha_w} \cdot d\alpha_w = a_w d\alpha_w$$

... OTTENGO ciò che volevo!

$$C_{MG} = a_w d\alpha_w \frac{(x_g - x_a)}{c} + C_{M0w}$$

Come visto prima, facciamo considerazioni sul velivolo SE FOSSE TUTT'ALTA (quindi $\alpha_k \approx$ gli ultraleggeri)



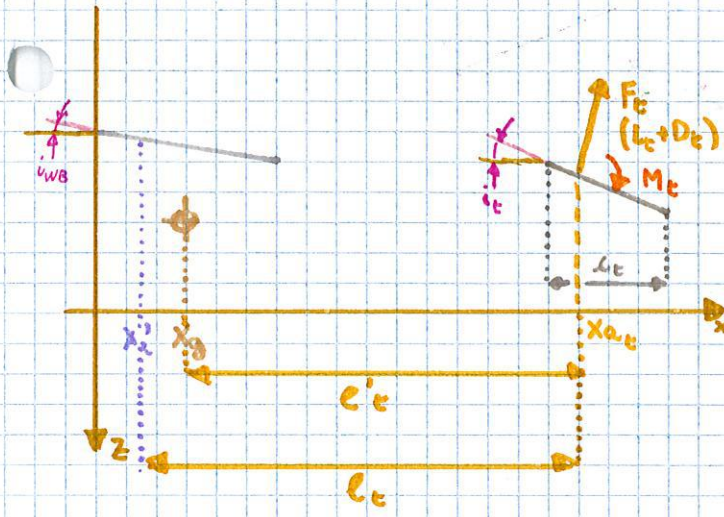
il problema della pendenza.

derivando rispetto ad α , ottengo

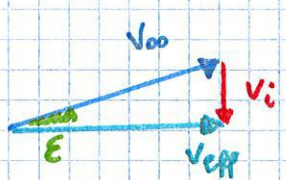
$$C_{MG\alpha} = a_w \frac{(x_g - x_a)}{c} \quad \text{ora, dato che } a_w \text{ è POSITIVO,}$$

serve che $x_g - x_a < 0$, ovvero che $x_g < x_a$ quindi: il **BARICENTRO** del VELIVOLO deve essere più avanti dell'a.c.

SCHEMA delle FORZE.



• VELOCITÀ EFFETTIVA di INVESTIMENTO della CODA



il resto del corpo, in particolare le ali, DEVIANO VERTICAMENTE L'ARIA
chiameremo ϵ l'entità Angolare del cambiamento.

M_t è praticamente nullo, non lo considereremo.

l'_t : distanza fra C.G. e (a.c.)_t

l_t : distanza fra (a.c.)_{wb} e (a.c.)_t

DIMOSTRAZIONE 18: C_{MGt}

hp:
• la geometria è quella di sopra.
• la COMPONENTE LONGOX della FORZA è molto PICCOLA. per giunta ha un braccio piccolo → la trascuriamo!

Hh: Vogliamo una formula comoda per C_{MGt}

DIM.

① Come per l'ala, definiamo N_t e C_t .
solche, per ipotesi, trascureremo C_t .
quindi

$$N_t \approx L_t$$

②: Vediamo il momento baricentrico.

$$M_G = -l'_t L_t$$

l'ordine è, quindi ⊖

③ per tenere conto della differenza in modulo fra V_{∞} e V_{eff} , definiamo μ_t , un "rendimento" della velocità nella coda.

$$\mu_t = \frac{V_{eff}}{V_{\infty}}$$

N.B.: esso può essere $> 0 < 1!$
se il flusso viene ACCELERATO > 1

④ Ora dividerò per $\frac{1}{2} \rho \cdot V^2 \cdot S$, per ottenere i coefficienti.

NOTE IMPORTANTI:
• S è quella dell'ALA! è importante specificarlo, perché se non fosse così NON POTREI SOMMARE i C_{MG} !
• V: idem, è quella dell'ala.
• L: idem;
insomma: occhio che sommare i C_{MG} dei Alimenzione allo stesso modo!

$$C_{MGt} = -\frac{l'_t L_t}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} = -\frac{l'_t \cdot \frac{1}{2} \rho V_{eff}^2 S_t C_{Lt}}{\frac{1}{2} \rho V_{\infty}^2 S}$$

* isolato

quindi

$$C_{MGt} = -\frac{l'_t \mu_t S_t C_{Lt}}{L S}$$

⑤ definisco il RAPPORTO VOLUMETRICO CODA

$$\bar{V}' = \frac{S_t l'_t}{S L} \quad V = \frac{S_t l_t}{S L}$$

praticamente, TENGO SOLO CONTO della GEOMETRIA di Ala e coda e me ne libero.

⑥ l'espressione sarà diventata

$$C_{MGt} = -\bar{V}' \mu_t C_{Lt} \text{ isolato}$$

* C_{Lt} può essere ISOLATO o MENO! dipende se CONSIDERIAMO gli effetti del resto del corpo o meno!
praticamente, stiamo andando a vedere se USARE V_{∞} oppure V_{eff} per dimensionare

fatto sta che

$$C_{Lis} = a_{Lis} \alpha_t$$

$$C_{Lt} = a_L \alpha_t$$

$$C_L = C_{Lis} \mu_t$$

⑦ Sepriamo \bar{V} e \bar{V}' , in modo da avere una formula che valga con entrambe le geometrie.

① so che $l_t = l'_t + (x_G - x_a)$

② moltiplico a dx ed sx per $\frac{S_t}{S L}$

$$\bar{V} = \bar{V}' + \frac{(x_G - x_a) S_t}{S L}$$

⑧ HO COSÌ PROVATO 3 MODI PER ESPRIMERE C_{MGt}

Ⓐ $C_{MGt} = -\bar{V}' \mu_t C_{Ltis}$

Ⓑ $C_{MGt} = -\bar{V}' C_{Lt}$

Ⓒ $C_{MGt} = -\left[\bar{V} - \frac{(x_G - x_a) S_t}{S L} \right] C_{Lt}$ ← la + usata!

partiamo dalla formula trovata:

$$C_L = a_{WB} d_{WB} [1+F] - \frac{S_t}{S} i a_t$$

e confrontiamo il profilo del C_L con il solo WB .

(I) **La pendenza:** basterà fare la derivata su d_{WB} .

$$\frac{\partial C_{LWB}}{\partial d_{WB}} = a_{WB}$$

$$\frac{\partial C_L}{\partial d_{WB}} = a_{WB} (1+F) = \alpha$$

$\alpha > 1$ (dato che $F > 0$)

⇒ Aumento la "sensibilità" all'incidenza!

(II) incrocio con asse d_{WB} : basterà porre $C_L = 0$.

$$C_{LWB} = 0 \Rightarrow d_{WB} = 0 = \text{PASSA X L'ORIGINE}$$

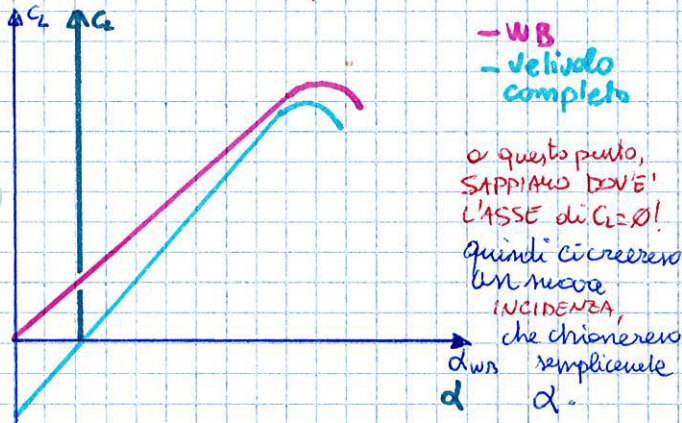
$$C_L = 0 \Rightarrow d_{WB} = \frac{\frac{S_t}{S} i a_t}{a_{WB} [1+F]}$$

è quindi, pone in un altro luogo!

(III) incrocio con ASSE C_L : cioè, che occorre se $d_{WB} = 0$ [inc. nullo?]

$$d_{WB} = 0 \Rightarrow C_{L0} = -\frac{S_t}{S} i a_t \quad \text{quindi, DEPRIMATA}$$

traduciamo il tutto in grafico.



un'altro accorpimento, è chiamare " α "
 $\alpha = a_{WB} (1+F)$. in modo da poter scrivere l'equazione finale

$$C_L = \alpha d$$

$$\text{dove } \alpha = d_{WB} - \frac{S_t}{S} \frac{i a_t}{a} = d_{WB} \frac{S_t}{S} \frac{a_t}{a}$$

ora che abbiamo il C_L di tutto il velivolo (17) possiamo pensare ai momenti.

DIMOSTRAZIONE 20: il C_{MG} del velivolo

hp:

• abbiamo già visto che le pene ci dovrebbe essere fra C_{MG} e C_L :

$$C_{MG} = C_{M0WB} + C_L \frac{x_c - x_a}{c} - C_{L_e} \bar{V} + C_{MP}$$

• e sappiamo che formula ha il C_L

$$C_L = \alpha d \quad \text{*(lo abbiamo già nell' α del VEIVOLO*)}$$

• ed infine, sappiamo il legame fra α ed d_{WB} , ed d_{WB} ed d

$$d_{WB} = d + \frac{S_t}{S} \frac{a_t}{a} i \quad d_e = d_{WB} \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial d_{WB}}\right) - i$$

th

Vogliamo trovarci una formula del C_{MG} del tipo

$$C_{MG} = C_{M0} + C_{M\alpha} \cdot d$$

DIM

(1) iniziamo scrivendo il C_L ed il C_{L_e} come visti prima.

$$C_{MG} = C_{M0WB} + \alpha d \frac{x_c - x_a}{c} - \alpha_e \cdot d_e \bar{V} + C_{MP}$$

(2) ricordiamoci le relazioni geometriche di d_e :

$$d_e = d_{WB} \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial d_{WB}}\right) - i$$

(3) e quindi sostituendolo dentro.

$$C_{MG} = C_{M0WB} + \alpha d \frac{x_c - x_a}{c} - \alpha_e \left[d_{WB} \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial d_{WB}}\right) - i \right] \bar{V} + C_{MP}$$

(4) Sostituamo la relazione fra d_{WB} ed d . lo abbiamo con una formula che consideri α !

$$C_{MG} = C_{M0WB} + \alpha d \frac{x_c - x_a}{c} - \alpha_e \left[\left(d + \frac{S_t}{S} \frac{a_t}{a} i \right) \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial d}\right) - i \right] \bar{V} + C_{MP}$$

(5) Ora, mettiamo la relazione di $C_{MP}(\alpha)$:

$$C_{MG} = C_{M0WB} + \alpha d \frac{x_c - x_a}{c} - \alpha_e \left[\left(d + \frac{S_t}{S} \frac{a_t}{a} i \right) \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial d}\right) - i \right] \bar{V} + C_{MP0} + \frac{\partial C_{MP}}{\partial \alpha} \alpha$$

(6) **RACCOGLIAMO TUTTO CIÒ CHE DIPENDE da α**

$$C_{MG} = \alpha \left[\frac{x_c - x_a}{c} - \alpha_e \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial d}\right) \bar{V} \frac{\partial C_{MP}}{\partial \alpha} \right] + C_{M0WB} - \alpha_e \left[\frac{S_t}{S} \frac{a_t}{a} i \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial d}\right) - i \right] \bar{V} + C_{MP0}$$

(7) Svisceriamo il **TERMINO NOTO**, che poi sarà C_{M0}

$$C_{M0} = C_{M0WB} + \alpha_e \bar{V} i \left[1 - \frac{S_t}{S} \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial d}\right) \right] + C_{MP0}$$

Contributo segno

ho contribuito segno alle parentesi e raccolto!

dozemmo inoltre imporre che $C_{M0} > 0$

ricordiamo che $C_{M0} = C_{M0WB} + C_{M0P} + \frac{a_t \bar{V} i}{1+F}$

C_{M0WB} è NEGATIVO... se no non genererebbe portanza (o la genererebbe in maniera MOLTO INEFFICIENTE)

C_{M0P} è di poco conto... (T he bracci piccoli)

dobiamo imporre che $\frac{a_t \bar{V} i}{1+F} > 0$

e, dato che \bar{V} è (+) (dipende dalla geometria)
 a_t è (+) (è sempre positivo a!)
 $1+F$ è (+)

[BISOGNERÀ dire che i SIA POSITIVO, cioè che la CODA abbia + INCIDENZA DELL'ALFA]

(se l'effetto è abbastanza grande, riusciamo a bilanciare anche C_{M0WB} che è negativo!)

USO di SUPERFICI MOBILI per CONTROLLI momenti!

ricapitolando l'effetto delle superfici mobili

τ indica quanto la dimensione relativa delle superfici mobili, influenti l'incidenza.

$\delta \alpha_{tail} = \tau \delta$

NOTA: τ è misurato dalla CORSA geometrica! non da $C_L = 0!$

ora, $\alpha_t = \alpha_{t(s=0)} + \tau \delta$

quindi, in modo + completo

$\alpha_t = \alpha_{WB} \left(1 - \frac{\partial \alpha}{\partial \alpha}\right) - i + \tau \delta$

effetto sulle portanze della coda:

$C_{L_t} = \dot{Q}_t \alpha_t = a_t \left[\alpha_{WB} \left(1 - \frac{\partial \alpha}{\partial \alpha}\right) - i + \tau \delta \right]$

effetto sulla portanza DEL VELOCIVOLO INTERO:

$C_L = (C_L)_{s=0} + \frac{\partial C_L}{\partial \delta} \delta = C_{L\alpha} \cdot \alpha + C_{L\delta} \cdot \delta$

lineare l'effetto

indica quanto cambia il C_L per ogni radice di δ di Superf. mobile

EFFETTO di PICOCONTRO!

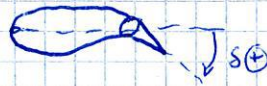
la portanza è in gran parte data dal WB!

MOLTO PIU IMPORTANTE è l'effetto sul MOMENTO! (10)

$C_{MG} = (C_{MG})_{s=0} + \frac{\partial C_{MG}}{\partial \delta} \delta = C_{MG0} + \alpha C_{M\alpha} + \delta C_{M\delta}$
(compie $s=0!$)

$C_{M\delta} = ELEVATOR POWER$: è una grandezza importante! da una idea di QUANTO SONO EFFICACI gli EQUILIBRATORI.

$\rightarrow C_{M\delta}$ ha SEGNO \ominus perché



quando δ AUMENTA L_t AUMENTA, (+ curvatura)

ma avendo L_t BRACCIO NEGATIVO

la DIMINUISCE il MOMENTO rispetto al baricentro!

DIMOSTRAZIONE 21: δ_{eq} ed α_{eq}

hp:

Siamo in una SITUAZIONE di EQUILIBRIO, nella quale

$C_L = C_{Leq}$: (per ora non mi importa che valore abbia. Commenteremo dopo!)

$C_{MG} = 0$

Conosciamo le equazioni che regolano il C_L ed il C_M ... cioè

$C_L = C_{L\alpha} \cdot \alpha + C_{L\delta} \cdot \delta$

$C_M = C_{M\alpha} \cdot \alpha + C_{M\delta} \cdot \delta + C_{M0}$

Th: VOGLIO SAPERE come varia il δ_{eq} , ed in particolare, mi servirà per descrivere che δ devo avere per avere un certo C_{Leq} !

DIM:

① Cominciamo imponendo le condizioni di $C_{MG} = 0$

$\begin{cases} C_{Leq} = C_{L\alpha} \cdot \alpha_{eq} + C_{L\delta} \cdot \delta_{eq} \\ C_{M\alpha} \cdot \alpha_{eq} + C_{M\delta} \cdot \delta_{eq} + C_{M0} = 0 \end{cases}$

② per liberarci di α_{eq} , scriviamo il rapporto

$\frac{C_{L\alpha}}{C_{M\alpha}} = \frac{-C_{L\delta} \cdot \delta_{eq} + C_{Leq}}{-C_{M\delta} \delta_{eq} - C_{M0}}$

③ ricorriamo a δ_{eq} .

$-C_{M\delta} C_{L\alpha} \delta_{eq} - C_{M0} C_{L\alpha} = C_{L\delta} C_{M\delta} \delta_{eq} + C_{L\alpha} C_{M0}$
 raccordo δ_{eq}

$\delta_{eq} \cdot (-C_{M\delta} C_{L\alpha} + C_{L\delta} C_{M\delta}) = C_{M0} C_{L\alpha} + C_{L\alpha} C_{M0}$

È IMPORTANTE NOTARE come Δ NON DIPENDE da dare ho il C.G., anche se C_{Ms} e C_{Md} ne sono dipendenti.

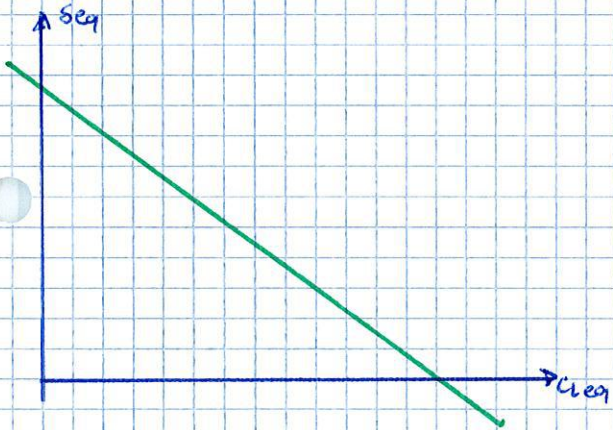
QUINDI:

$\Delta \ominus$, $C_{Ls} \oplus$, $C_{Ms} \ominus$

riprendiamo la relazione

$$\delta_{eq} = -\frac{C_{M0}C_{Ld}}{\Delta} - \frac{C_{Md}}{\Delta} C_{Leq}$$

$\begin{matrix} \oplus \\ \ominus \cdot \oplus \\ \ominus \end{matrix}$
 $\begin{matrix} \ominus \\ \oplus \\ \ominus \end{matrix} \rightarrow \oplus \text{ ed } \ominus \text{ danno } \rightarrow \ominus!$



Ora che abbiamo capito il legame fra δ_{eq} e C_{Leq} , SOSTITUAMO δ_{eq} nell'equazione.

Così capiremo il legame fra δ_{eq} e C_{Leq} !

$$\begin{aligned} C_{Leq} &= C_{Ld} \delta_{eq} + C_{Ls} \delta_{eq} \\ &= C_{Ld} \delta_{eq} + C_{Ls} \left(-\frac{C_{M0}C_{Ld}}{\Delta} - \frac{C_{Md}}{\Delta} C_{Leq} \right) \\ &= C_{Ld} \delta_{eq} - C_{Ls} \left(\frac{C_{M0}C_{Ld}}{\Delta} + \frac{C_{Md}C_{Leq}}{\Delta} \right) \end{aligned}$$

$$C_{Leq} (C_{Ld} C_{Ms} - C_{Md} C_{Ls}) = C_{Ld} (C_{Ld} C_{Ms} - C_{Md} C_{Ls}) - C_{Ls} (C_{M0} C_{Ld} + C_{Md} C_{Leq})$$

$$C_{Leq} (C_{Ld} C_{Ms} - C_{Md} C_{Ls} + C_{Ls} C_{Md}) = \delta_{eq} \left[C_{Ld} (C_{Ld} C_{Ms} - C_{Md} C_{Ls}) \right] - \frac{C_{Ls} C_{M0} C_{Ld}}{C_{Ld} C_{Ms} - C_{Md} C_{Ls}}$$

\leftarrow risolvo C_Leq \leftarrow scelgo delta_eq \leftarrow resto $\frac{C_{Ls} C_{M0} C_{Ld}}{C_{Ld} C_{Ms} - C_{Md} C_{Ls}}$

C_{Ld} varia. Rimane

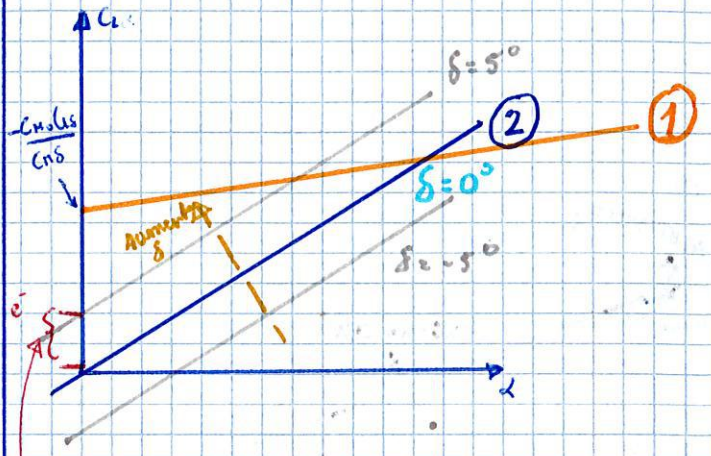
$$C_{Leq} = \delta_{eq} \left[\frac{C_{Md}}{C_{Ms}} - \frac{C_{Md} C_{Ls}}{C_{Ms}} \right] - \frac{C_{Ls} C_{M0}}{C_{Ms}} \quad \textcircled{1}$$

la perdita e RIDOTTA parte in ALTO \oplus

mentre, in generale:

$$C_L = C_{Ld} d + C_{Ls} s \quad \textcircled{2}$$

ma da "q" nelle rette $y = mx + q$! ora metteremo sullo stesso grafico i risultati.



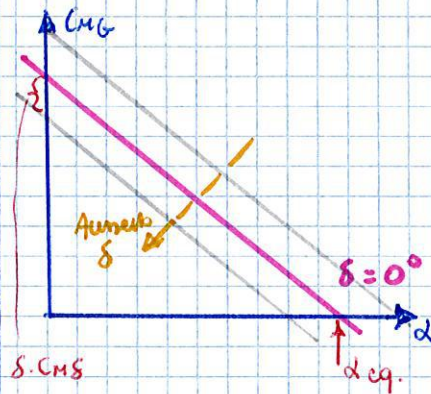
$C_{Ls} \cdot S$ in pratica $\textcircled{1}$ misura le condizioni di EQUILIBRIO, $\textcircled{2}$ quelle in OBNICONDIZIONE, di variazione di S .

L'INCROCIO fra le 2 RETTE sarà L'ASSETTO che avremo al variazione di S !

l'equilibrio per i momenti è più FACILE, dal momento che all'equilibrio abbiamo $C_{MG} = 0$.

L'unico effetto che abbiamo in questo grafico, è, il variazione di S , la posizione della retta.

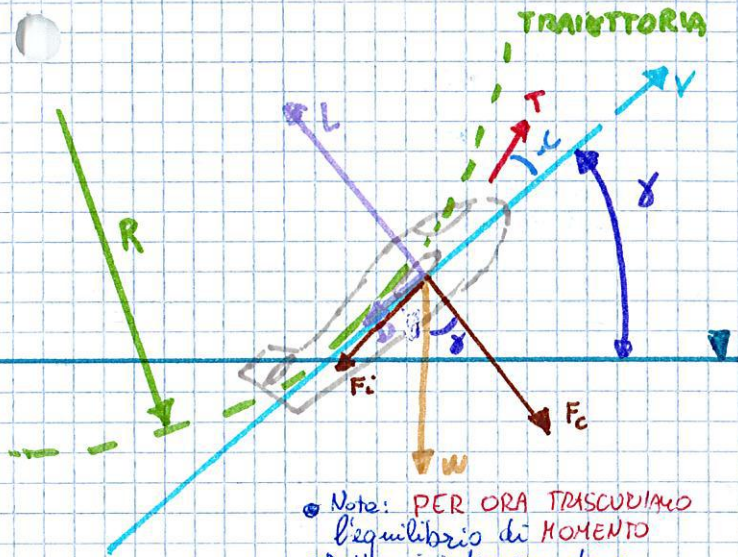
$$C_{MG} = C_{M0} + C_{Md} d + C_{Ms} s.$$



$\delta \cdot C_{Ms}$

VOLO NON UNIFORME,

$V \in$ Piano di simmetria.



• Nota: PER ORA TRASCUVIAMO l'equilibrio di MOMENTO
 ⇒ Non ci interessa dove sono applicate le forze
 L'AEREO è un PUNTO

F_i è la forza di inerzia. in particolare, se ho moti non rettilinei, DIPENDE dall'ACCELERAZIONE ANGOLARE

$$F_i = \frac{W}{g} \cdot \frac{dV}{dt}$$

F_c forza CENTRIFUGA, ha 2 formule

$$F_c = \frac{W}{g} \frac{V^2}{R} = \frac{W}{g} \omega^2 R$$

• equilibrio forze:

$$L + T \sin \alpha = F_c + W \cos \delta$$

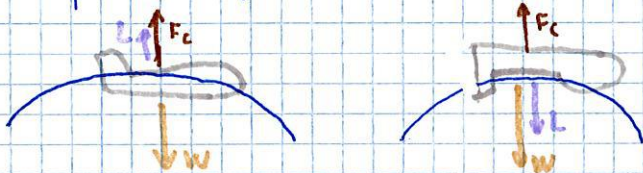
$$T \cos \alpha = D + W \sin \delta + F_i$$

FATTORE di CONTINGENZA

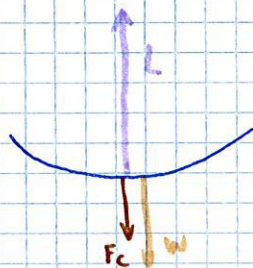
$$n = \frac{L}{W} = \frac{F_c}{W} + \cos \delta = \cos \delta + \frac{V^2}{gR}$$

in generale, è il CONFRONTO FRA PORTANZA e PESO

esempi in cui $n < 1$



Δn può anche ESSERE NEGATIVO!



$n > 1$

RAGGIO DI CURVATURA

• ricaviamo R dall'equazione della contingenza

NOTA consideriamo $\delta = 0$, perché è il caso più critico, ma anche perché gran parte dei velivoli non sorano δ grandi! → $\cos \delta = 1$

$$n = 1 + \frac{V^2}{gR} \rightarrow g(n-1) = \frac{V^2}{R}$$

$$R = \frac{V^2/g}{n-1}$$

• altro modo per ricavare R, è dall'eq. delle Forze

$$L = W + F_c = W + \frac{W}{g} \frac{V^2}{R}$$

$$\rightarrow L - W = \frac{W}{g} \frac{V^2}{R}$$

$$R = \frac{V^2 \cdot (W/g)}{L - W}$$

è lo stesso identico caso...
 basta dividere sopra e sotto per W!

• si nota come, A PARITÀ di ALTRI FATTORI, abbiamo R_{min} quando n è massimo.

ma quando ho n_{max} ?

$$n_{max} = \frac{L_{max}}{W} \rightarrow \text{al peso non cambia...}$$

quindi ho L_{max} quando

$$L_{max} = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{L_{max}}$$

• bisognerebbe avere C_L MASSIMO, quindi il tutto dipende dall'ASSETTO di VOLO

Ricorriamo alla (VELOCITÀ)² corrispondente a questa situazione. La chiameremo $V_{n_{max}}$ e ci servirà per SOSTITUIRLA poi nella Contingenza

• per farlo, anzitutto leghiamo n e C_L :

$$n = \frac{L}{W} = \frac{\frac{1}{2} \rho V^2 C_L}{(W/g)}$$

$$\text{e allora } V^2 = \frac{2n(W/g)}{\rho C_L}$$

• in fine DEFINIAMO k , che è la velocità al quadrato se CON LO STESSO ASSETTO VOLOSSIMO in MROU (cioè $R \rightarrow \infty$)

$$k = \frac{2(W/g)}{\rho C_L} = [V^2]_{R \rightarrow \infty}$$

$$\text{e quindi } V^2 = k n$$

④ abbiamo ottenuto l'effetto sulla **SCIA CODA**, noi lo vogliamo sull'**INTERO VELIVOLO!**

$$\Delta C_{L_t} = \frac{2 a_t l'_t}{c} \hat{q} \quad \text{Cambiamenti sulla sola coda}$$

$$(\Delta C_L)_{tail} = \Delta C_{L_t} \frac{S_t}{S} \quad \text{effetto SU TUTTO IL VELIVOLO dovuto alla coda! (in pratica \Delta S_t)}$$

quindi

$$(\Delta C_L)_{tail} = \frac{2 a_t l'_t}{c} \hat{q} \frac{S_t}{S}$$

⑤ Motiviamo che è compreso $\bar{V}' = \left(\frac{S_t l'_t}{S c} \right)$

quindi

$$(\Delta C_L)_{tail} = 2 a_t \hat{q} \bar{V}'$$

⑥ infine, dal momento che $C_{Lq} = \frac{\partial (\Delta C_L)_{tail}}{\partial \hat{q}}$ possiamo dire che

$$C_{Lq} = 2 a_t \bar{V}'$$

$$\Delta C_L = C_{L\alpha} \Delta \alpha + C_{L\delta} \Delta \delta + C_{Lq} \hat{q} \quad \text{c.v.d.}$$

• Commento:

① $C_{Lq} > 0$, dato che sia a_t sia \bar{V}' lo sono

②: $C_{Lq} \cdot \hat{q}$, è un effetto molto piccolo

⇒ la PORTANZA cambia poco, il grosso del lavoro è sul MOMENTO!

DIMOSTRAZIONE 23: C_{Mq} e beccheggio

hp: conosco l'effetto di portanza sulla sola coda

$$\Delta C_{L_t} = \frac{2 a_t l'_t}{c} \hat{q}$$

th Vogliamo una formula del tipo

$$\Delta C_{M_0} = C_{M\alpha} \Delta \alpha + C_{M\delta} \Delta \delta + C_{Mq} \hat{q}$$

NOTA ②: Anche qui vogliamo usare il \hat{q} e non il q

DIM.

(21)

① Scriviamo l'equilibrio del MOMENTO

$$(\Delta M_G)_{tail} = -\Delta L_t \cdot l'_t$$

il MOM. è dovuto al fatto che se la portanza di coda aumenta, l'aereo PICCHIA!

② DIVIDIAMO Ambo i membri per $\frac{1}{2} \rho V^2 S c$ per far comparire il coefficiente C_{MG} .

$$\Delta C_{MG} = \frac{-\Delta L_t \cdot l'_t}{\frac{1}{2} \rho V^2 S c}$$

← nota L_t non diretto. C_{L_t} sta dividendo per S e non per S_t !

③ MOLTIPLICO sopra e sotto per S_t , e noto che esce fuori ΔC_{L_t} ...

$$\Delta C_{MG} = \frac{\Delta L_t \cdot l'_t \cdot S_t}{\frac{1}{2} \rho V^2 S c \cdot S_t} = - \Delta C_{L_t} \frac{l'_t S_t}{c \cdot S}$$

④ mi appare pure qui \bar{V}' :

$$\Delta C_{MG} = - \Delta C_{L_t} \bar{V}'$$

⑤ esplicito ΔC_{L_t} e derivato, ottenendo $C_{Mq} = \frac{\partial (C_{MG})}{\partial \hat{q}}$

$$(\Delta C_{MG})_{tail} = - \frac{2 a_t l'_t}{c} \hat{q} \bar{V}'$$

↓ $\frac{\partial}{\partial \hat{q}}$

$$C_{Mq} = - \frac{2 a_t l'_t \bar{V}'}{c}$$

• quindi sono riuscito ad arrivare alla forma desiderata!

$$\Delta C_{MG} = C_{M\alpha} \Delta \alpha + C_{M\delta} \Delta \delta + C_{Mq} \hat{q} \quad \text{c.v.d.}$$

• Commenti:

C_{Mq} è negativo ⇒ DERIVATA di SMORZAMENTO, se l'aereo fa un beccheggio, il momento si oppone

da non confondere C_{Mq} con $C_{M\dot{\alpha}}$:

$\dot{\alpha}$ e q non sono per forza legati: q è dovuto alla CINEMATICA del VELIVOLO, $\dot{\alpha}$ alle raffiche!

per far capire:

$\dot{\alpha}$ CAMBIA l' $\dot{\alpha}$ in TUTTO il VELIVOLO

q cambia solo l'incidenza di coda (α_t)

DIMOSTRAZIONE 24: R_c e ρ

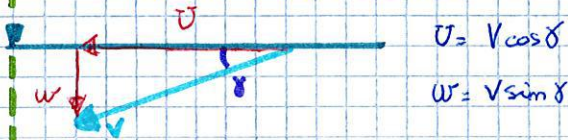
hp
ha un moto di spirale cilindrica con un angolo δ rispetto all'orizzontale.

Th:

trovare una relazione fra R_c , il raggio del cilindro, e ρ raggio di curvatura della traiettoria.

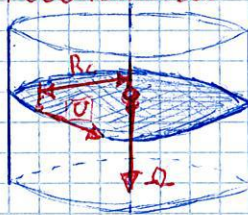
DIM.

- ① Scompongo la velocità V in componente orizzontale U e verticale w



- ② osservo come, PER LA GEOMETRIA DEL CILINDRO, posso trovare il legame fra U ed Ω

$$U = \Omega R_c$$



- ③ VALUTO l'accelerazione centrifuga nei due modi

(a) come ROTAZIONE ATTORNO AL CILINDRO:

$$a_c = \Omega^2 R_c = \frac{U^2}{R_c}$$

(b) come VELOCITÀ LINEARE e CURVATURA

$$a_c = \frac{V^2}{\rho}$$

- ④ prendo il (3b), e anziché V ci sostituisco $U/\cos \delta$

$$a_c = \frac{U^2}{\cos^2 \delta \rho}$$

- ⑤ infine equoquo le 2 a_c e trovo la relazione!

$$\frac{U^2}{R_c} = \frac{U^2}{\cos^2 \delta \rho} \Rightarrow R_c = \rho \cos^2 \delta$$

RAGGI di VIRATA e Ω VIRATA

Δ Probabilmente l'UNICA DIMOSTRAZIONE davvero IMPOSSIBILE →

DIMOSTRAZIONE 25: Ω ed r_c in funz. di n e C_L (22)

hp:

Conosco queste equazioni

- ① $F_c = m \cdot a_c$ - forza centrifuga da cinematica
- ② equilibrio piano n-n
- ③ definizione della contingenza $n = \frac{W}{L}$

Th

Voglio trovare delle equazioni per Ω ed R_c che DIPENDANO SOLO da n e C_L

- n perché vedremo che è legato alla Thrust massimo
- C_L per capire l'angolo di volo da attuare!

DIM

- ① Prendendo l'equazione di $F_c = m a_c$ e da n-n dato il teorema di pitagora per ricavare F_c stesso. per paragono e trovo Ω

$$a) F_c = m a_c = \frac{W}{g} \Omega^2 R_c = \frac{W}{g} \Omega U$$

↑ nota, voglio avere U di I grado. Scrivo per le sostituzioni successive!

$$b) F_c = \sqrt{L^2 - W^2 \cos^2 \delta}$$

$$\rightarrow \frac{W}{g} \Omega U = \sqrt{L^2 - W^2 \cos^2 \delta} = W \sqrt{\frac{L^2}{W^2} - \cos^2 \delta}$$

$$\rightarrow \Omega = \frac{g}{U} \sqrt{\frac{L^2}{W^2} - \cos^2 \delta}$$

→ infine, V è meglio di U : si lega + facilmente al C_L : quindi raccolgo \cos^2 delle restie

$$\Omega = \frac{g}{V} \sqrt{\frac{n^2}{\cos^2 \delta} - 1} \quad \text{equazione (A): } \Omega(n, V)$$

- ② prendo la definizione della contingenza. mi serve per avere $V(n, C_L)$ e poi sostituire V nella (A)

$$L = nW \rightarrow nW = \frac{1}{2} \rho V^2 C_L S \rightarrow V = \sqrt{\frac{W}{S}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\rho}} \cdot \frac{1}{\sqrt{C_L}} \cdot \sqrt{n}$$

$$(B) V(n, C_L)$$

- ③ Come anticipato, SOSTITUISCO B in A.

$$\Omega = \frac{g \cdot \sqrt{\frac{n^2}{\cos^2 \delta} - 1}}{\sqrt{\frac{W}{S}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\rho}} \cdot \frac{1}{\sqrt{C_L}} \cdot \sqrt{n}}$$

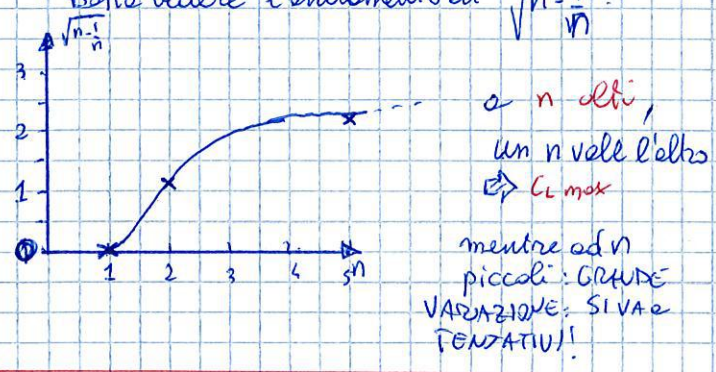
scriviamo la meglio: TUTTE LE COSTANTI PRIMA, n e C_L in equazioni belle in vista!

$$\Omega = g \cdot \sqrt{\frac{S}{2W}} \cdot \sqrt{\rho} \cdot \sqrt{C_L} \cdot \sqrt{\frac{n}{\cos^2 \delta} - \frac{1}{n}}$$

$$\text{C.V.d.1: } \Omega(n, C_L) \quad (C)$$

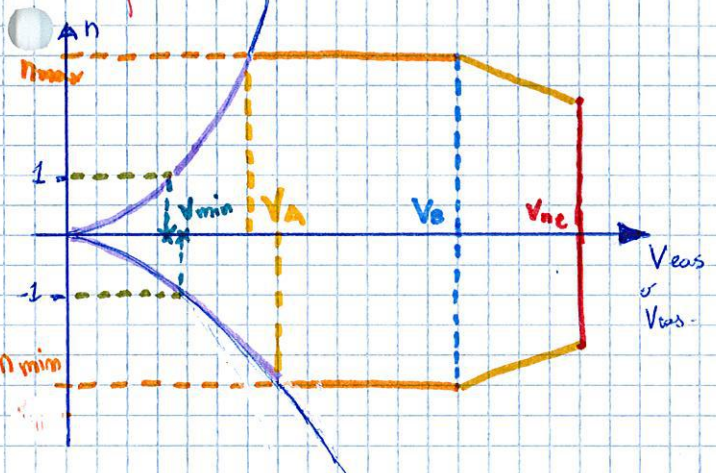
• **VIRATA RAPIDA** quando R_{max}
 ce l'ho con $(C_L \cdot \sqrt{n-1})_{max}$

quando posso dire che $C_L \approx C_{L,max}$?
 basta vedere l'andamento di $\sqrt{n-1}$



INVILUPPO di VOLO

• diagramma di manovra.



• ASSI V_{eas} - devi imporre $W/s = \text{definito}$
 V_{as} - devi imporre W/s e z definiti!
 - limiti **AERODINAMICI**

• Nota: in VOLO ROVERSCIO, $C_{L,max}$ è < di quello in volo diritto
 => la parabola è - concave.

• incrociando $n=1$ o -1 con Aerodinamica, trovo la V_{min} , al di sotto della quale è impossibile volare.

• Si IMPONE la NORMATIVA, n_{max} , da n'è una per il VOLO DIRITTO ed un'altra per il VOLO ROVERSCIO.

• Dall'incrocio **AEROD.** e n_{max} ottengo V_A , che non cambierà molto fra volo diritto e rovescio!

• Il limite è ora n , e lo sarà fino a V_0 , che sarà UGUALE per DIRITTO e ROVERSCIO

• Infine, viene data la V_{ne} (V never exceed), da NON SUPERARE, a cui corrisponde una CONTINGENZA n_{Vne} . V_{ne} è uguale ↑↓, n_{Vne} !

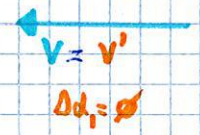
• da n_{max} sei W_g a n_{Vne} sei V_{ne} ,
 LA DISCESA È LINEARE

RAFFICA

• modello **CONSERVATIVO** (non zero mai così, ma è peppo di qualsiasi caso coperti)
 => la **RAFFICA ISTANTANEA VERTICALE**.



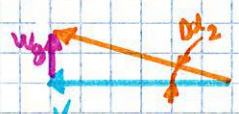
① Pre-Raffica.



V : Velocità ORIZZONTALE VELOVOLO

W_g = Wind gust: Veloc. RAFFICA

② Inizio Raffica

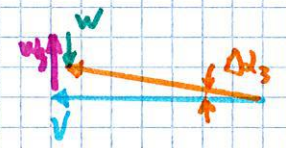


W : Velocità VERTICALE VELOVOLO

V' : Velocità di investimento della corrente, con il suo Δd_1

il velivolo entra d'improvviso nella raffica e la sua incidenza cambia!

③ Adattamento alle nuove condizioni il velivolo inizia a Solare con velocità W



$\Delta d_3 < \Delta d_2$ il Δd si riduce

④ il nuovo equilibrio



$\Delta d_4 = 0$

l'aereo si è "abituato" alla raffica.

⑤ il ritorno al pre raffica.



il velivolo sta ancora salendo a fine raffica!

Δd_5

• Si cerca ora di DESCRIVERE l'ANDAMENTO VERTICALE della RAFFICA.

=> Retro.

DIMOSTRAZIONE 28: $n(t)$ con RAFFICA GRADUALE UBERG.

hp:

• le ipotesi sono le stesse della raffica istantanea

• $w_{gx} = \frac{w_g}{H} x_p$

n

andamento nel tempo sia DURANTE la linearità sia con raffica o "refirge".

Dim

① Con gli stessi passaggi di prima, ottengo questa eq. differenziale per il tratto di aumento di w .

$$\dot{w} + v \frac{w}{n} - \frac{v}{n} w_{gx} = 0$$

② Sostituendo w_{gx} ottengo

$$\dot{w} + v \frac{w}{n} - \frac{w_g x_p v}{n H} = 0$$

③ la soluzione è; poste al contorno $w=0$ per $t=0$

$$w = \frac{H w_g}{H} \left(\frac{v}{n} t + e^{-\frac{vt}{n}} - 1 \right)$$

④ derivandola, otterremo

$$\dot{w} = \frac{-H w_g v}{n H} + \frac{H w_g v}{H n} e^{-\frac{vt}{n}}$$

e, raccogliendo:

$$\dot{w} = \frac{w_g v}{H} \left(e^{-\frac{vt}{n}} - 1 \right)$$

⑤ Sostituisco in $n = 1 + \frac{\dot{w}}{g}$

$$n = 1 + \frac{w_g v}{H g} \left(e^{-\frac{vt}{n}} - 1 \right) \quad \text{① c.v.d. Pianeore}$$

⑥ Il massimo di n a l'ho per t di fine raffica, ovvero $V \cdot t_{\text{fine}} = H$

$$n = 1 + \frac{w_g v}{H g} \left(e^{-1} - 1 \right)$$

⑦ DEFINISCO F , fattore di Attenuazione come

$$F = \frac{n}{H} \left(1 - e^{-\frac{H}{n}} \right)$$

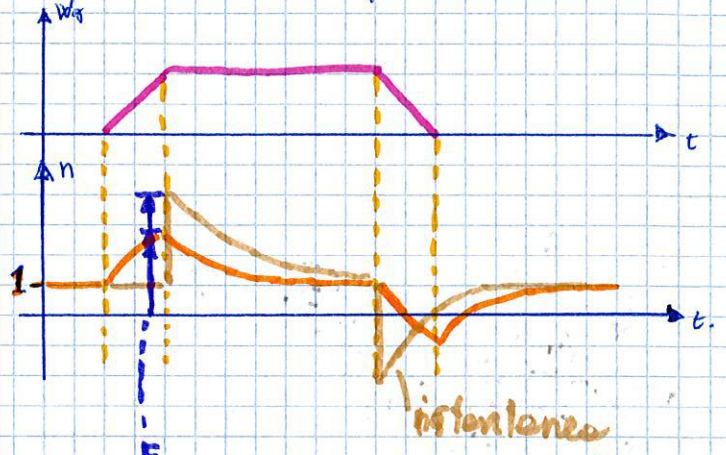
numero che per $H \rightarrow 0$ fa ① e che per $H \rightarrow \infty$ fa ②

⑧ Così facendo, n_{max} viene in una forma simile alle raffice istantanea

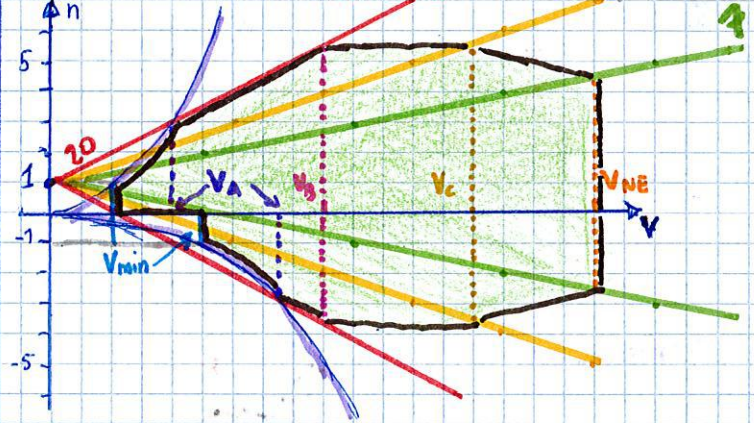
$$n = 1 + \frac{w_g \cdot V}{g h} F$$

in pratica, il massimo della contingenza è ATTENUATO quanto più H è grande!

o Con il tempo, avrà questo andamento:



⑨ INVILUPPO, il volo + RAFFICA.



ricordiamo come, se parlo di raffica, ho queste RETTE iso w_g

$$n = 1 + \frac{w_g \cdot F}{g h} V$$

sono rette che partono da 1 e salgono o scendono al variare di w_g .

Ci sono 3 RAFFICHE CARATTERISTICHE (normate dalle FAR)

$w_g = \pm 20$ m/s

$w_g = \pm 45, 25$ m/s

$w_g = \pm 7,6$ m/s

V_A è date dall'incrocio di $m_{cl, \text{max}}$ (LIMITE AERODINAMICO) e $w_g = 20$ m/s

V_{min} è l'incrocio fra $n=1$ e AERODINAMICO.

V_B, V_C e V_{NE} sono DA NORMATIVA e

il fattore di CONTINGENZA ASSOCIATO è dato RISPETTIVAMENTE dall'incrocio con 20 m/s, 15 m/s e 7 m/s

I PROBLEMI delle VELOCITÀ.

I FLUSSO INDOTTO.

o l'elicottero, facendo ruotare il ROTORE, crea un FLUSSO D'ARIA VERSO IL BASSO.

questo va ad influenzare PESANTEMENTE l'AERODINAMICA della PALE!

o ipotizziamo che questo Vento discenda sia UGUALE sia all'HUB che al TIP.

→ MOTO DOVUTO alla Rotazione (sola ORIZZONTALE)

→ FLUSSO INDOTTO

→ VELOCITÀ TOTALE

HUB

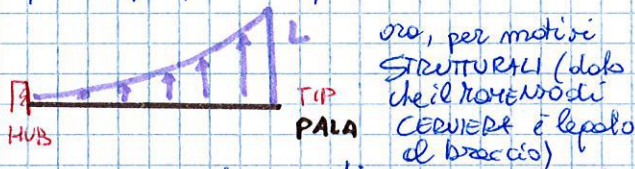
TIP.



si nota come all'Hub, a causa della minore velocità della pala, siamo più sensibili al flusso indotto! ⇒ SVERGOLAMENTO per seguire il Δx che varia lungo la pala!

II DISTRIBUZIONE di PORTANZA.

ricordiamo come L dipenda da V^2 quindi, se seguiamo solo la regola dello svergolamento di I, avremmo questo profilo di portanza.

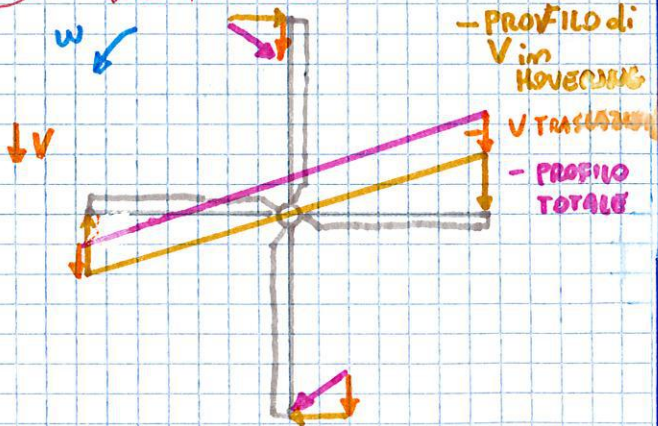


vogliamo evitare di avere così tante portanze al TIP.

⇒ SVERGOLAMENTO, per rendere lineare la portanza!



III il VWO TRASFUSO

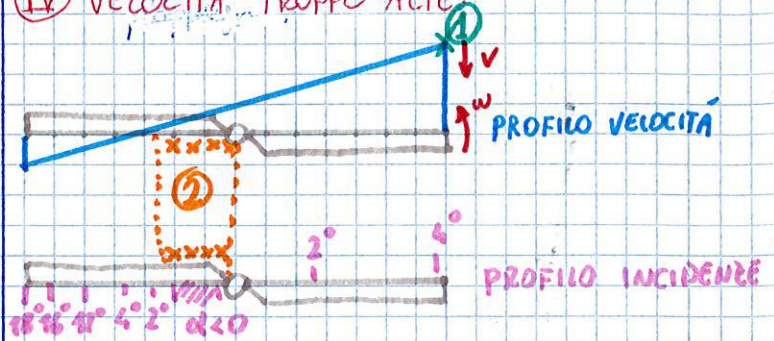


L'ASIMMETRIA delle velocità porterà ad una ASIMMETRIA di PORTANZA! il problema si risolve con il...

...FLAPPEGGIO: cambiando l'angolo d'incidenza delle pale, facendo inclinare in su o in giù, RISTABILISCO la SIMMETRIA di PORTANZA!

⚠ questo Comando NON VIENE ATTIVATO dal pilota o AUTOMATICO!

IV VELOCITÀ TROPPO ALTE



1

1 MACH CRITICO

sommando la velocità del rotore e quella di rotazione, QUI POTREI SUPERARE il MACH CRITICO.

2 FLUSSO INVERSO

quel che succede qui, è che la BASSA VELOCITÀ di ROTAZIONE viene SOTTRATTA dalla VELOCITÀ di TRASLAZIONE, fa sì che il flusso entri sulla pala dal BORDO di FUGA!

3 STALLO

a parità di svergolamento, e tenendo conto del flappeggio, ciò che avviene è che l'INCIDENZA sia MOLTO PIÙ variabile sulla pala che RETROCEDE, questo perché avendo una ROTAZIONE MINORE il FLUSSO INDOTTO agisce in modo + DECISO.

inoltre, a causa della minore velocità, il FLAPPEGGIO mi fa AUMENTARE l'INCIDENZA (per aumentare il C_L) ⇒ forte rischio stallo.

o TUTTI e 3 i problemi si presentano a V ALTE! si potrebbero risolvere, Anche aumentando V e C_L , aumentando S . ma avere pale troppo grandi è un bel problema!

V ROTORE di CODA a V ALTE

problema simile a III le cui conseguenze sarebbero:
 F_t non si sulle pale
 FORTE MOMENTO nella STRUTTURA.