NUMERO: 1186 DATA: 22/10/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Pitruzzella

MATERIA: Meccanica delle Macchine Automatiche + Eserc.
Prof. Quaglia

1ª LEZIONE

COPPIE CINEMATICHE

• Si definisce meccanismo un insieme di corpi collegati in modo da poter trasmettere o comunque presentare un moto relativo, una catena cinematica in cui un membro è fisso (detto telaio), un sistema atto a trasmettere e trasformare il moto.

• Si definisce elemento cinematico una zona di corpo sagomata in modo da consentire il collegamento ad un altro, consentendo un moto relativo.

• Si definisce coppia cinematica l'insieme di due corpi, collegati attraverso elementi cinematici, che definiscono il tipo di moto relativo. Possiamo utilizzare una classificazione delle coppie secondo Reuleaux in cui si hanno:

→ coppie cinematiche inferiori in cui il contatto è superficiale:
- coppie prismatiche
- coppie rotoidali o cerniere
- coppie elicoidali
- coppie cilindriche
- coppie sferiche
- coppie piane.

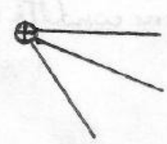
→ coppie cinematiche superiori in cui il contatto è puntiforme o lineare:
- a camme
- a ingranaggi
- a puleggia.

• I gradi di libertà di una coppia cinematica rappresentano il numero di parametri indipendenti atti a definire la posizione relativa tra i due corpi che la costituiscono. Ad esempio una coppia sferica presenta 3 gradi di libertà che sono le tre rotazioni indicate con gli angoli di Eulero α, φ, β.

→ una coppia cinematica si dirà chiusa se sempre gli stessi elementi cinematici si mantengono a contatto (es. cerniera)

→ una coppia cinematica si dirà aperta se nel funzionamento si alterna il contatto tra diversi elementi cinematici (es. meccanismo a croce di Malta).

• Si definisce molteplicità di una coppia cinematica il numero di membri meno uno che collega.



Ad esempio la cerniera in figura collega tre membri, essa ed ha quindi molteplicità pari a due.

• Si definisce membro di un meccanismo un corpo che presenta almeno un elemento cinematico.

- l' analisi o sintesi dinamica in cui corrispondentemente all'analisi e sintesi cinematica si analizzano le forze e le coppie sviluppate nel funzionamento del meccanismo. Possono essere tenuti in conto:
  - → attriti ~ che danno problemi di dissipazione di energia
  - → rigidezze ~ che danno problemi di vibrazioni.

□

FORMULA DI GRÜBLER

La configurazione assunta da un sistema può essere definita griezie delle coordinate del sistema. Ad esempio la posizione di un corpo rigido nel piano può essere definita conoscendo la posizione di un qualsiasi punto (x_p e y_p rispetto ad un sistema di riferimento arbitrario x, y) e l'inclinazione di una qualsiasi retta solidale ad esso rispetto ad una direzione di riferimento (angolo θ)

E' definito grado di libertà di un sistema il numero di coordinate indipendenti necessarie per specificare la configurazione del sistema.

Per definire il numero di gradi di libertà per un meccanismo piano con telaio compreso possiamo utilizzare la formula di Grübler.

$$\boxed{F = 3(l-1) - \sum_{i=1}^{s}(3-f_i)}$$ MECCANISMO PIANO

dove:

$F \Rightarrow$ numero di gradi di libertà

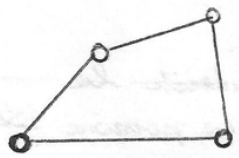
$l \Rightarrow$ numero di membri del cinematismo (telaio compreso)

$s \Rightarrow$ numero di coppie cinematiche

$f_s \Rightarrow$ gradi di libertà della coppia i-esima.

ESEMPIO

Consideriamo un quadrilatero articolato:



Il numero di membri del cinematismo è pari a:

$$l = 4$$

Il numero di coppie cinematiche è pari a:

$$s = 4$$

mentre $f_s = 1 \Rightarrow$ si tratta di cerniere ed hanno solo la rotazione.

quindi

$$F = 3(4-1) - \sum_{i=1}^{4}(3-1) = 3(4-1) - 4(3-1) = 9 - 8 = 1$$

□

CLASSIFICAZIONE DEI MECCANISMI

Vi sono molte possibili classificazioni dei meccanismi, ad esempio attraverso il tipo di contatto, il tipo d'impiego, il tipo di coppie cinematiche.
Ad esempio una classificazione proposta da Reuleaux nel 1875 è la seguente:

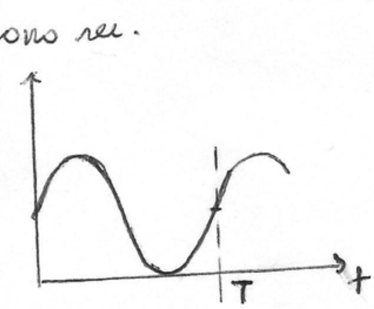
1. Meccanismi a vite
2. Meccanismi a manovelle
3. Meccanismi ad ingranaggi
4. Meccanismi a camme
5. Meccanismi a puleggie
6. Arpionismi

E' facile però rilevare che i meccanismi reali possono rientrare in più categorie, oppure non appartengono in modo esatto ad una delle precedenti classi.

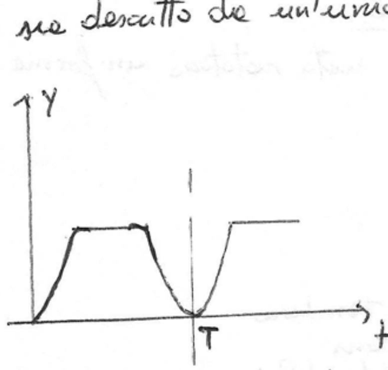
I meccanismi, considerati come sistemi atti a trasformare un dato movimento in un altro, possono in primo luogo classificarsi secondo la natura dei movimenti stessi:
Nelle macchine automatiche, oltre al moto uniforme, in generale intervengono spesso nei moti periodici cioè moti che si ripetono identicamente ad intervalli regolari nel tempo. Tali moti periodici possono essere distinti in:

- MOTO
  - INTERMITTENTE (si hanno intervalli di arresto) →
    - UNIDIREZIONALE
    - PASSO DI PELLEGRINO
    - ⇒ MOTI PROGRESSIVI (al termine del periodo l'organo non riprende la sua posizione iniziale)
    - ALTERNATIVO (al termine del periodo l'organo riprende la sua posizione iniziale)
  - CONTINUATIVI (non si hanno intervalli di arresto)
    - ALTERNATIVO
    - UNIDIREZIONALE
    - A PASSO DI PELLEGRINO

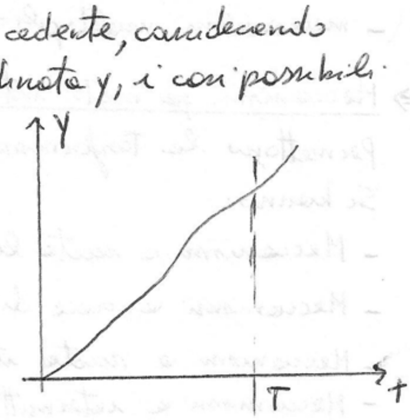
Si vede che i moti progressivi possono essere suddivisi in moti unidirezionali e in moti a passo di pellegrino a seconda che la velocità impiegata mantenga o meno sempre lo stesso verso.
Quindi per quanto riguarda i tipi di moto realizzabili con il cedente, considerando il caso in cui tale moto sia descritto da un'unica coordinata y, i casi possibili sono sei.



Alternato continuativo



Alternato Intermittente



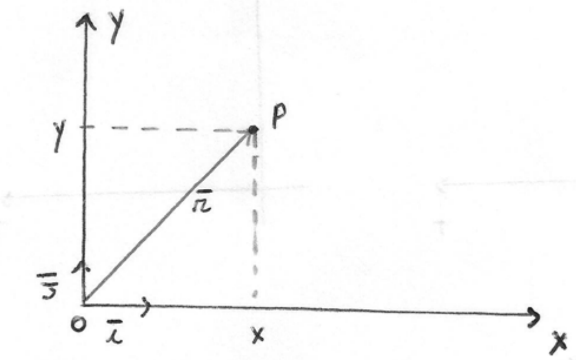
Continuativo unidirezionale

2ª LEZIONE

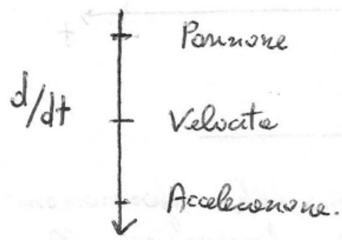
ELEMENTI DI CINEMATICA

CINEMATICA DEL PUNTO

Per definire la posizione di un punto P bisogna definire necessariamente un sistema di riferimento "cartesiano". La scelta del sistema di riferimento è necessaria per poter definire le posizioni, le velocità e l'accelerazione di qualunque punto nello spazio.



Per poter passare dalla posizione alla velocità del punto P e alla sua accelerazione si usa l'operatore di derivata. d/dt



Il punto P è definito dalle coordinate x ed y.
Sul piano cartesiano è possibile quindi definire un vettore $\bar{r}$:

$$\bar{r} = x\bar{i} + y\bar{j}$$

che mi dà la posizione del punto P rispetto all'origine O del sistema di riferimento scelto.
I versori $\bar{i}$ e $\bar{j}$ sono vettori unitari che definiscono l'orientamento degli assi x ed y.
La velocità del punto si trova utilizzando l'operatore di derivata:

$$\bar{v}_P = \dot{x}\,\bar{i} + \dot{y}\,\bar{j} = v_x\bar{i} + v_y\bar{j}$$

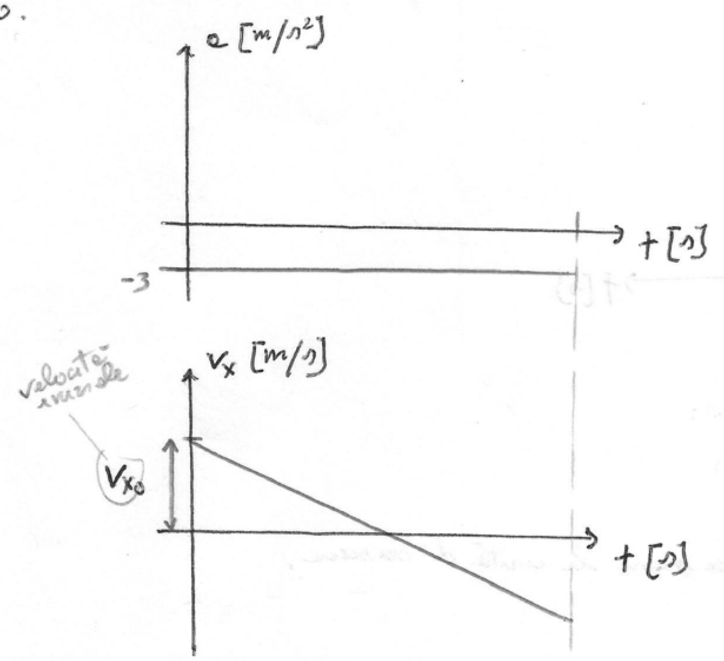
dove v_x e v_y sono le componenti scalari del vettore $\bar{v}_P$ lungo gli assi x ed y del sistema di riferimento scelto.
Solo adesso ha senso dire che $v_x = -3\ m/s$ per cui questa grandezza fisica ha un valore numerico e un'unità di misura ed il segno meno risulta chiaro avendo definito il sistema di riferimento e quindi posso immaginare che il punto P si sta muovendo lungo la componente x da destra a sinistra.
Derivando ulteriormente si ottiene l'accelerazione assoluta del punto P:

$$\bar{a}_P = \ddot{x}\,\bar{i} + \ddot{y}\,\bar{j} = a_x\bar{i} + a_y\bar{j}$$

dove a_x è la componente di accelerazione lungo x e a_y è la componente di accelerazione lungo y.

$$\{v_x\} = -3\{t\} + 2$$

Osserviamo che la scrittura $v_x = -3t + 2$ è vera solo se 3 è espresso in $[m/s^2]$ ed il tempo è dato in secondi $[s]$; questa è la ragione per cui quando si passa alla rappresentazione grafica è necessario esprimere le unità di misura degli assi. Possiamo quindi tracciare i diagrammi di accelerazione e velocità rispetto al tempo.



Si vede che se l'accelerazione è costante la velocità è lineare.

Con un processo analogo della velocità attraverso un processo d'integrazione ricaviamo la posizione.

$$v_x = \frac{dx}{dt}$$

da cui:

$$\underbrace{\int_{x_0}^{x} dx}_{x - x_0} = \int_0^t v_x\, dt = \int_0^t (\overbrace{a_x t + v_{x_0}}^{v_x \Rightarrow \text{ trovato prima}})\, dt = a_x \frac{t^2}{2} + v_{x_0} t$$

il calcolo di tale integrale può essere svolto con leggi di accelerazioni comunque complicate risolvibili anche con metodi di calcolo numerico.

quindi:

$$x - x_0 = a_x \frac{t^2}{2} + v_{x_0} t$$

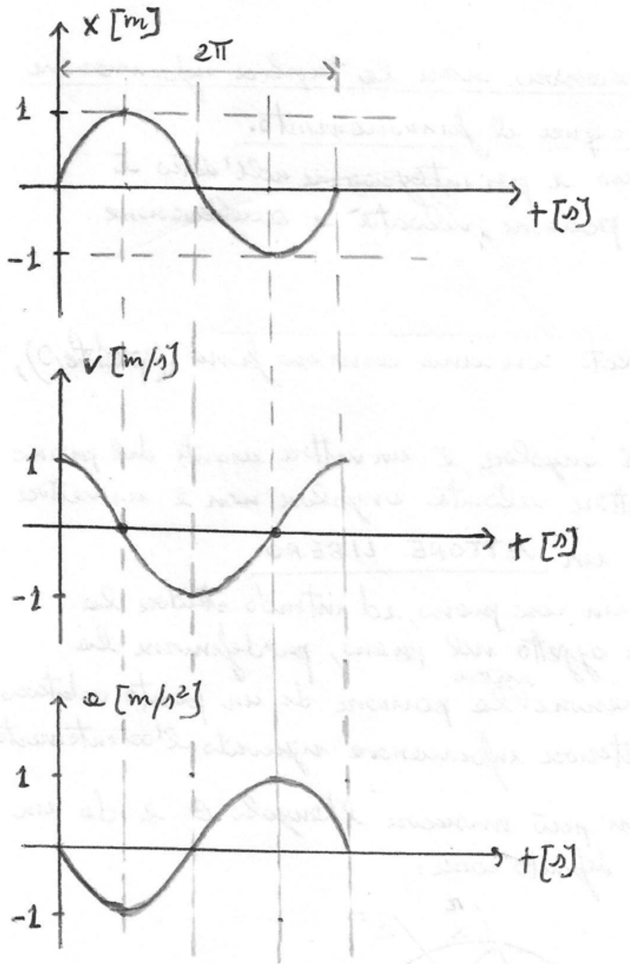
Possiamo quindi tracciare i diagrammi di velocità e spostamento rispetto al tempo.

dove:

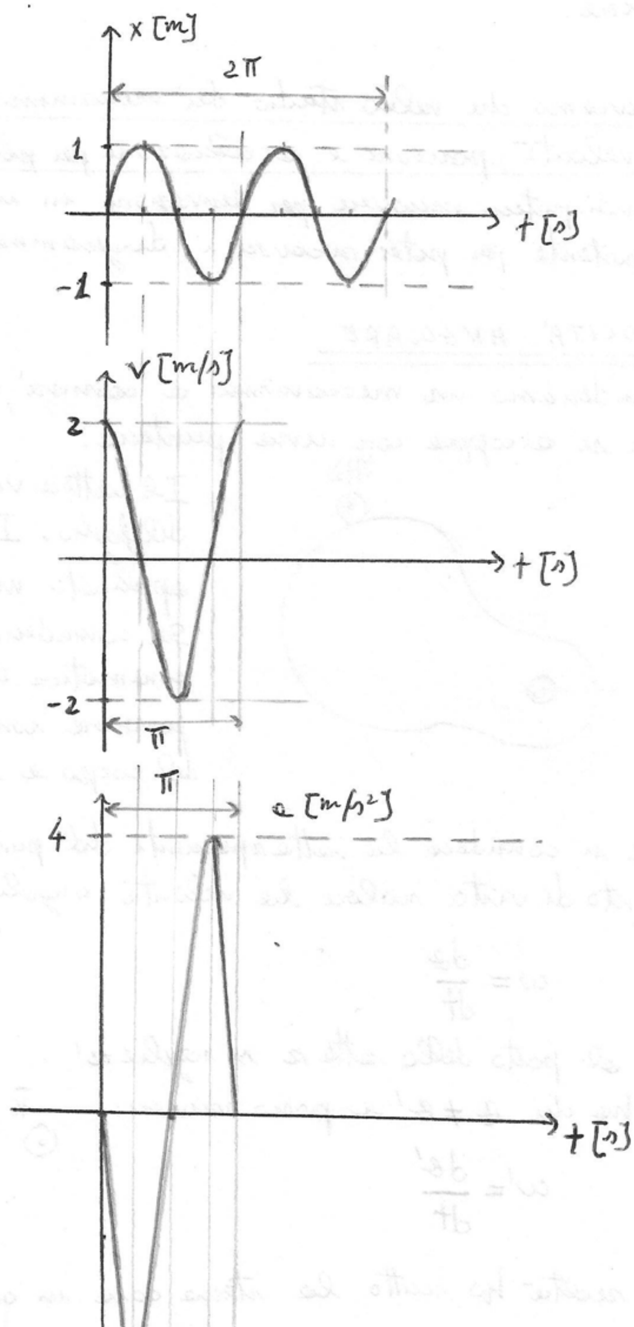
$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 \operatorname{sen}(\omega t)$$

Possiamo quindi diagrammare la posizione, la velocità e l'accelerazione in funzione del tempo per le due diverse pulsazioni.

$\omega = \omega_1 = 1$ rad/s



$\omega = \omega_2 = 2$ rad/s



Osserviamo che per ciò che concerne il diagramma dello spostamento x, aumentando la pulsazione a 2 rad/s l'ampiezza delle oscillazioni rimane sempre tra gli stessi estremi [-1, 1] del caso con $\omega = 1$ rad/s ma raddoppia la frequenza di movimento del sistema.

Per ciò che concerne la velocità passando dal caso di $\omega = 1$ rad/s a $\omega = 2$ rad/s, cioè raddoppiando la pulsazione si ha un raddoppio della frequenza ma anche dell'ampiezza delle oscillazioni. (crescita lineare della velocità massima).

Nel diagramma delle accelerazioni aumentando la pulsazione, nel nostro caso raddoppiandola, si ha che si quadruplica l'ampiezza delle oscillazioni.

In tutti i meccanismi in cui la trasmissione del moto viene fatta con un motore, raddoppiare la velocità del motore vuol dire raddoppiare la frequenza diminuendo i tempi.

Il concetto di velocità angolare ci dice come un oggetto la propria angolazione nello spazio. Le grandezze definite sono quantità scalari, cioè abbiamo definito il modulo della velocità angolare.
Il vettore della velocità angolare sarà dato da:

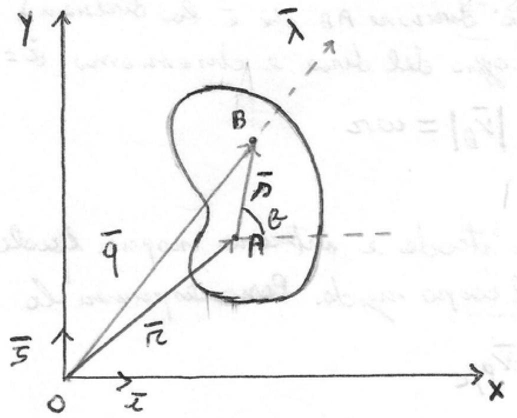
$$\bar{\omega} = \omega \bar{K}$$

dove $\bar{K}$ è il versore uscente dal foglio (cioè dal piano).

Quindi la velocità angolare è un vettore libero ma abbiamo bisogno di conoscere la posizione di un punto fisso P

CINEMATICA DEI CORPI RIGIDI

Nel campo delle macchine automatiche tutti i meccanismi sono studiati attraverso la cinematica dei corpi rigidi (viene quindi trascurato che abbiano una deformabilità elastica).



Presi due punti A e B qualunque di questo corpo, la cinematica dei corpi rigidi mette in relazione le velocità e le accelerazioni dei due punti.
Si sceglie quindi un sistema di riferimento fisso. Si vanno ad indicare le posizioni dei punti A e B relativi all'origine del sistema di riferimento fisso:
vettore $\bar{q}$ definisce il punto B
vettore $\bar{r}$ definisce il punto A

Si può quindi considerare una relazione che mette in relazione le posizioni A e B: la posizione assoluta del punto B è pari alla posizione assoluta del punto A più un vettore $\bar{s}$ che rappresenta la posizione relativa di B rispetto ad A

$$\bar{q} = \bar{r} + \bar{s}$$

(derivando è possibile ottenere il teorema di Rivals).
Il vettore $\bar{s}$ può essere definito come:

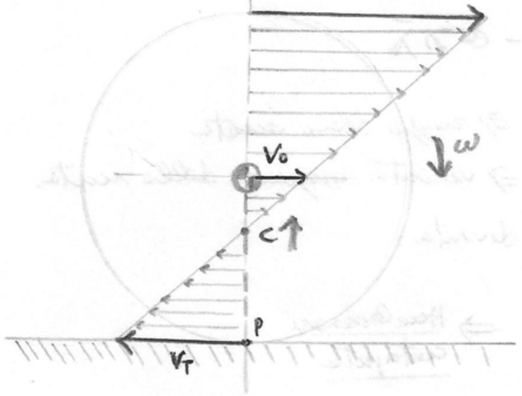
$$\bar{s} = s\bar{\lambda} = \overrightarrow{AB}$$

dove $\bar{\lambda}$ è un vettore mobile che si muove insieme al corpo rigido; s è una distanza tra A e B.
Derivando, per definizione:

$\frac{d\bar{q}}{dt} = \bar{v}_B \Rightarrow$ velocità del punto B

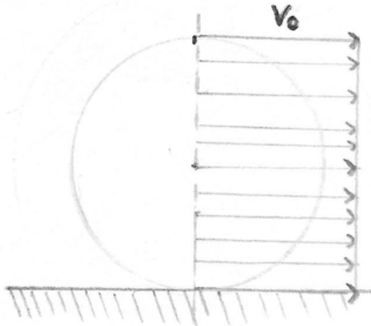
$\frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{v}_A \Rightarrow$ velocità del punto A

Consideriamo la distribuzione delle velocità quando vi è uno slittamento.
Mettiamoci nella condizione in cui il veicolo sia un secondo dopo la partenza.



Il veicolo avanza e la velocità del mozzo della ruota v_0 è orizzontale.: Il punto periferico della ruota P presenta una velocità tangenziale che va da destra verso sinistra e che indichiamo con v_T. Avremo un profilo triangolare delle velocità. Il centro d'istantanea rotazione C, nell'istante considerato, si trova all'interno della superficie del corpo libero. Il centro d'istantanea rotazione si sposta verso il centro della ruota

Consideriamo la condizione particolare in cui il veicolo stia avanzando e che blocchiamo le ruote. La rotazione diventa nulla e tutti i punti della gomma presentano un movimento traslatorio. Il diagramma triangolare delle velocità ha una condizione particolare in cui il centro d'istantanea rotazione va all'infinito ⇒ si ha un movimento di pura traslazione.



Troviamo le accelerazioni derivando ulteriormente l'espressione:

$$\bar v_B = \bar v_A + i\dot\theta\rho\bar\lambda$$

osserviamo che ρ è un valore fisso in quanto il corpo è rigido. Quindi si ha:

$$\bar a_B = \bar a_A + i\ddot\theta\rho\bar\lambda + i\dot\theta\rho i\dot\theta\bar\lambda =$$

$$= \bar a_A + i\ddot\theta\rho\bar\lambda + i^2\rho\dot\theta^2\bar\lambda =$$

$$= \bar a_A + \underbrace{i\ddot\theta\rho\bar\lambda}\underbrace{-\dot\theta^2\rho\bar\lambda} = \bar a_A + \bar a_{B/A_T} + \bar a_{B/A_N}$$

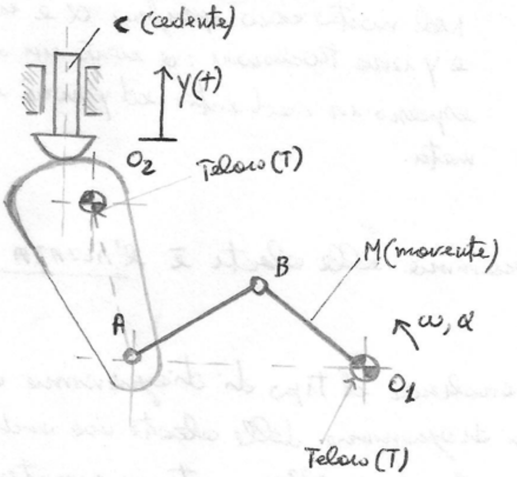
→ vettore diretto da B verso ad A è $\bar a_{B/A_N}$ (accelerazione di B rispetto ad A normale)

→ vettore diretto ortogonalmente rispetto a $\bar\lambda$ viene detto $\bar a_{B/A_T}$ (accelerazione di B rispetto ad A tangenziale)

LA PROGETTAZIONE DEL MOTO

DIAGRAMMA DELLE ALZATE

Consideriamo un generico meccanismo per la trasformazione del moto uniforme in periodico: in esso sono presenti tre membri fondamentali e cioè il movente M che ruota a velocità costante ω, il cedente C che si muove con legge y(t) richiesta, ed il telaio, che funge da organo di reazione che tiene insieme l'intero meccanismo.



In molti casi sono sufficienti questi tre membri per realizzare il meccanismo, in altri casi tra movente e cedente vi è una serie di membri intermedi.

Consideriamo i membri della catena cinematica rigidi.

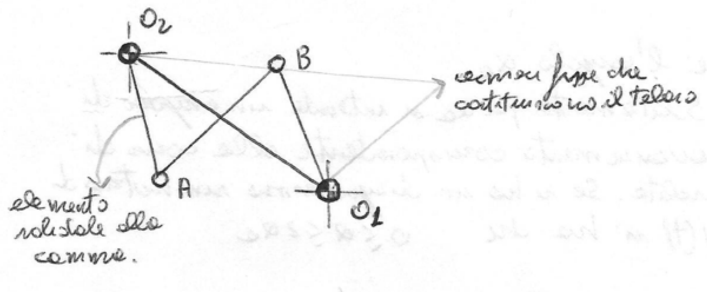
L'insieme dei membri a reciproco contatto costituenti il meccanismo prende il nome di CATENA CINEMATICA

Due membri contigui della catena costituiscono una COPPIA CINEMATICA:

→ si hanno coppie inferiori quando il contatto è mantenuto tramite superfici

→ si hanno coppie superiori quando il contatto è limitato solo da punti e linee

La catena cinematica rappresentata, considerando il sottoinsieme dei membri O_2B, BA e AO_2, presenta delle analogie in termini cinematici con un quadrilatero articolato, cioè l'insieme dei membri O_1B, BA e AO_2 può essere sostituito da un quadrilatero articolato.



Nel nostro esempio il movente ha un movimento rotatorio mentre il cedente è animato da un moto traslatorio.

Possiamo indicare con T il periodo del movimento

La velocità angolare del movente sarà:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow$$ in quanto di solito al periodo T corrisponde una rotazione completa del movente.

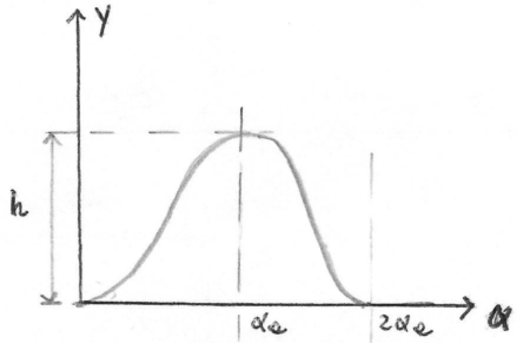
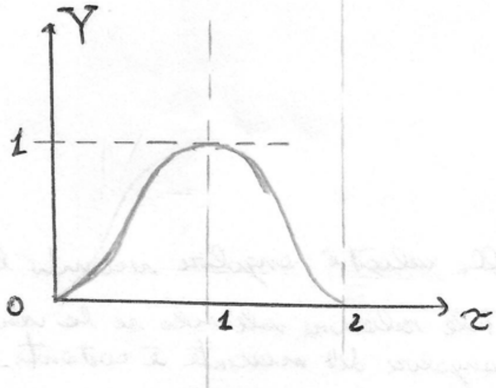


DIAGRAMMA DELLE ALZATE

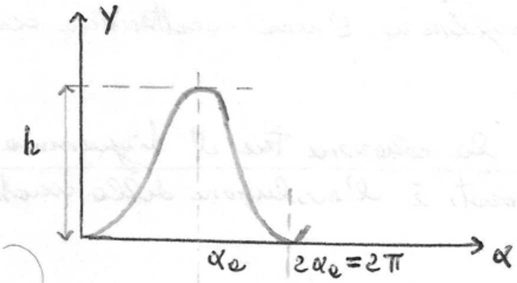
⇒ E' un diagramma specifico e vale per uno specifico meccanismo



⇒ DIAGRAMMA DI FORMA DELLE ALZATE

Permettono di svincolarci da uno specifico meccanismo e di poter fare delle considerazioni di qualità generale.
Cioè analizzare il diagramma di forma permette di effettuare un'analisi che si svincola dal caso particolare e dalle dimensioni del meccanismo. (cioè vale per meccanismi analoghi grandi e piccoli)

Spesso i meccanismi generano una legge del moto periodica.
E' abbastanza comune il caso in cui avente il movente rotante, l'angolo che corrisponde ad un ciclo della legge del moto vale 2π



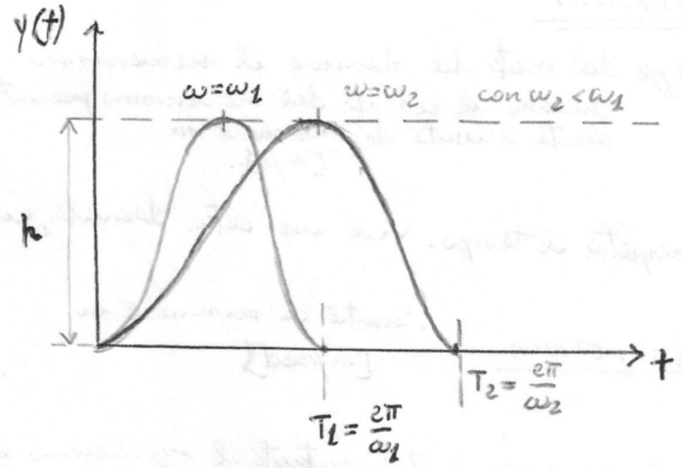
Osserviamo che per chiarezza di linguaggio è sempre necessario identificare il sistema di riferimento usato e la simbologia utilizzata.
Abbiamo che la velocità angolare è data dalla derivata dell'angolo in ingresso α della catena cinematica:

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt}$$

Si ipotizza che la velocità angolare sia all'incirca costante:

ω = costante. (cioè le variazioni possono essere ritenute trascurabili)

questo è vero in quanto quando si progetta un meccanismo si fa riferimento a motori elettrici che tendenzialmente hanno velocità di rotazione che sono all'incirca costanti indipendentemente dal tempo. Da tale considerazioni si possono poi realizzare delle leggi del

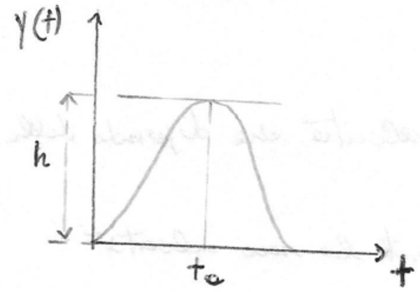


Riprendendo il concetto di diagramma adimensionale e la sua forma, quest'ultima è insensibile alla velocità angolare perché rappresenta la forma adimensionalizzata del diagramma delle alzate.

Riprendendo la definizione della variabile τ si ha:

$$\tau = \frac{t}{t_a}$$

dove t_a è il tempo di avanzamento ossia il tempo che serve per raggiungere l'alzata massima.



Possiamo evidenziare che in qualche modo il tempo adimensionale può essere inteso come angolo adimensionale.

$$\tau = \frac{t}{t_a} = \frac{\frac{\alpha}{\omega}}{\frac{\alpha_a}{\omega}} = \frac{\alpha}{\alpha_a}$$

angolo per raggiungere l'alzata massima.

Cioè nell'ipotesi che ω = costante esiste un legame tra tempi ed angoli.

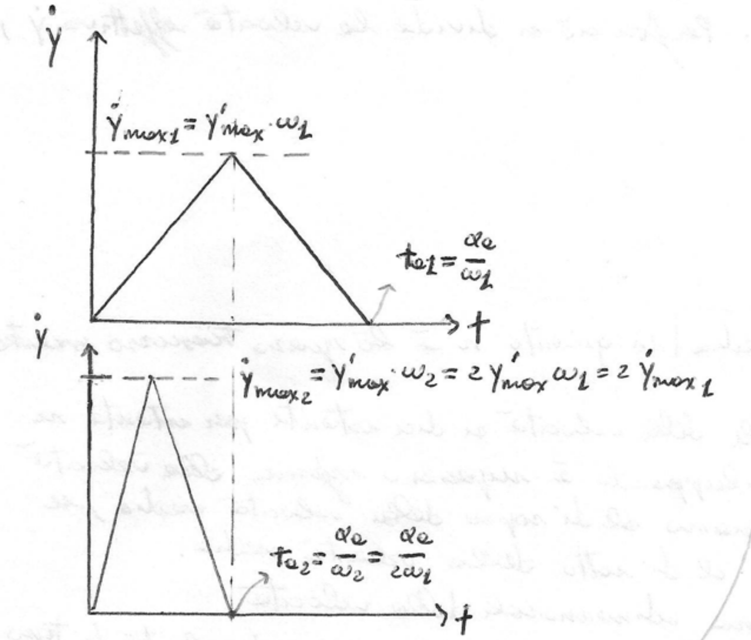
Usando:

$$\left.\begin{aligned} \tau &= \frac{t}{t_a} \\ Y &= \frac{y}{h} \end{aligned}\right\}$$

si ricava dal diagramma delle alzate o dal diagramma del moto $y(t)$ il diagramma di forma che è un diagramma adimensionale che racchiude le proprietà generali del meccanismo.

Una volta che si sono fatte delle considerazioni sul diagramma di forma, quando mi interessa andare su uno specifico meccanismo con una alzata h, per passare dal diagramma di forma a quello delle alzate si sceglie h ed ω ottenendo quindi il diagramma nel tempo, specifico per il meccanismo

Vediamo ciò che succede se si varia la velocità angolare.
Consideriamo una velocità angolare ω_1 ed una velocità angolare $\omega_2 = 2\omega_1$



In questo caso si ottiene un dimezzamento del tempo di azionamento raddoppiando la velocità angolare.

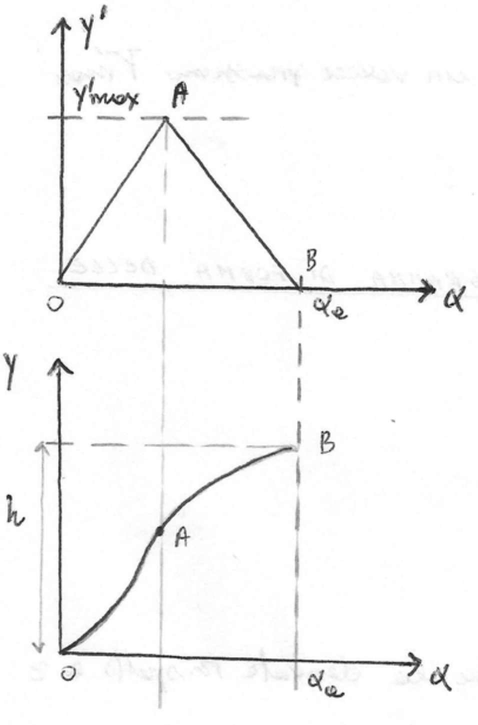
Se consideriamo la legge del moto, variare la velocità angolare nel diagramma delle alzate vuol dire solo variare l'asse tempo.

Se consideriamo la velocità in uscita, variare la velocità angolare non solo produce un fattore di scala nell'asse tempo ma anche un'amplificazione delle velocità massime raggiunte.

Vi è quindi un effetto lineare tra la velocità angolare in ingresso e la velocità ottenuta in uscita dal meccanismo stesso.

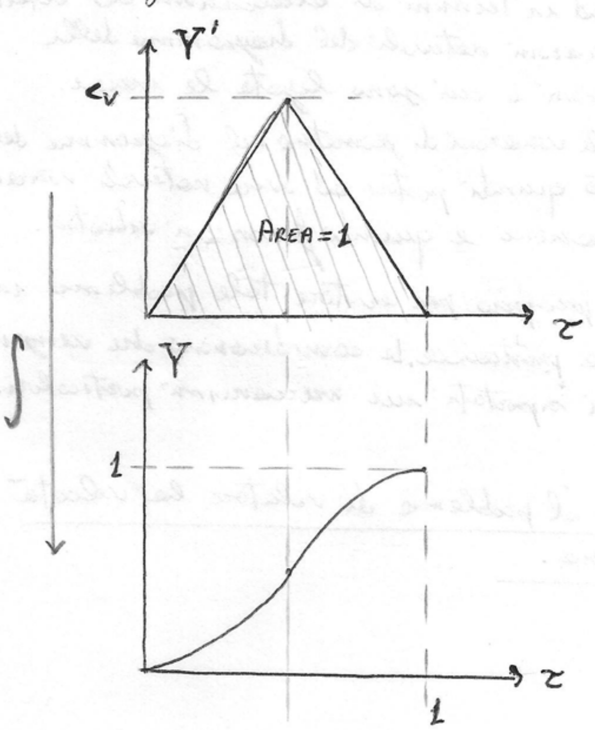
Osserviamo che alcune volte con α_e si intende l'angolo per raggiungere l'alzata massima, altre volte con α_e si intende l'angolo necessario per effettuare tutto il ciclo di movimento. (In questo caso stiamo usando α_e come angolo per raggiungere l'alzata massima).

• Ricaviamo dal diagramma della velocità geometrica il diagramma delle alzate corrispondente.



Avendo la velocità si ricava per integrazione al fine di determinare lo spostamento.
La legge delle alzate parte con derivata nulla e poi la derivata cresce fino a raggiungere il suo valore massimo y'_{max}, quindi nel diagramma delle alzate il tratto OA ha pendenza crescente. Poi la derivata nel tratto AB scende e raggiunge nuovamente tangente orizzontale in B e quindi il diagramma delle alzate nel tratto AB discendente è a pendenza decrescente.

Possiamo quindi passare dal diagramma adimensionale delle velocità Y' al diagramma di forma delle alzate Y attraverso un processo d'integrazione

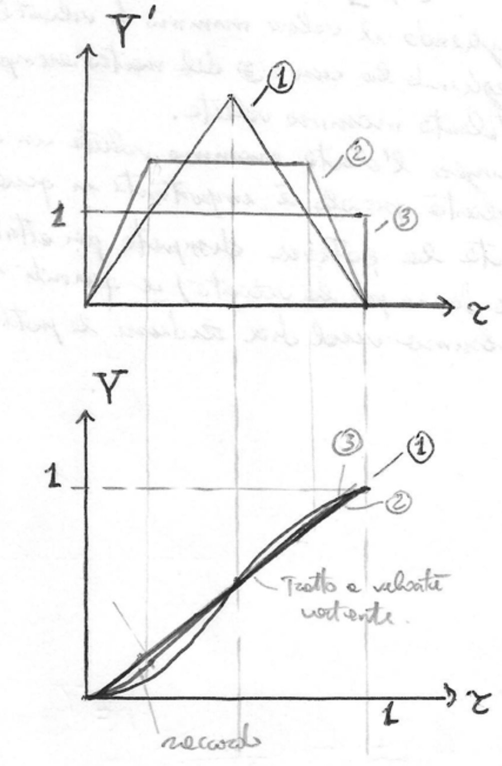


Una proprietà del diagramma di forma delle velocità è che dovendo avere ad un'alzata adimensionale unitaria è che l'area del diagramma di forma delle velocità è unitaria.

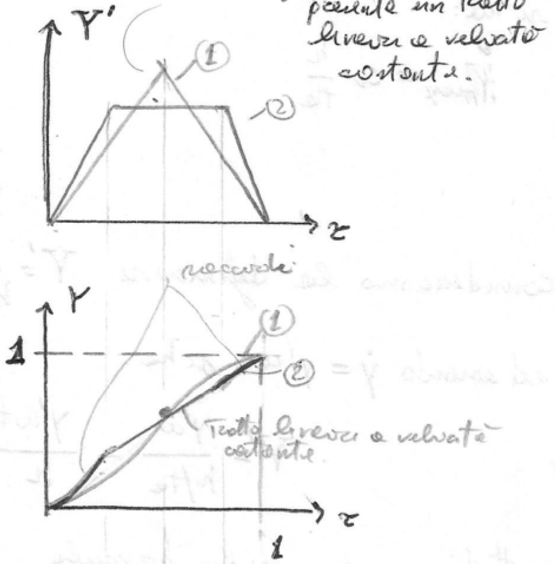
Area = 1

Quindi potremmo progettare un meccanismo dalle forme più varie del diagramma delle velocità adimensionale (ad esempio 1, 2, 3) ma tutti avranno area unitaria. Osserviamo che la ③ è quella che presenta il coefficiente di velocità c_v più piccolo possibile (pari all'unità).

Quindi se voglio arrivare ad una alzata unitaria posso scegliere infinite forme ma deve essere rispettato il vincolo di area del diagramma delle velocità adimensionale pari ad 1.



Osserviamo che la forma ② presenta un tratto lineare e velocità costante.



Le forme 1, 2, 3 dei diagrammi visti evidenziano che diagrammi molto diversi in termini di velocità si traducono in diagrammi di leggi delle alzate più o meno simili.

Se consideriamo, a titolo d'esempio, un meccanismo a camma traslante, la forma della camma rappresenta la forma del diagramma delle alzate.

Consideriamo le accelerazioni.

L'accelerazione risulta essere la derivata seconda della legge del moto.

$$\ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2}$$

Vediamo la relazione che esiste tra accelerazione effettiva e accelerazione geometrica.

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d}{dt}(\dot{y}) = \frac{d}{dt}(y'\omega) = \frac{dy'}{d\alpha}\underbrace{\frac{d\alpha}{dt}}_{\omega}\cdot\omega + y'\cdot\dot{\omega}$$

dove:

$\frac{dy'}{d\alpha} = y'' \Rightarrow$ accelerazione geometrica.

$\omega = \frac{d\alpha}{dt} \Rightarrow$ velocità angolare del movente.

$\dot{\omega} \Rightarrow$ accelerazione angolare in ingresso del meccanismo.

Essendo in generale $\omega =$ costante si ha $\dot{\omega} = 0$, quindi:

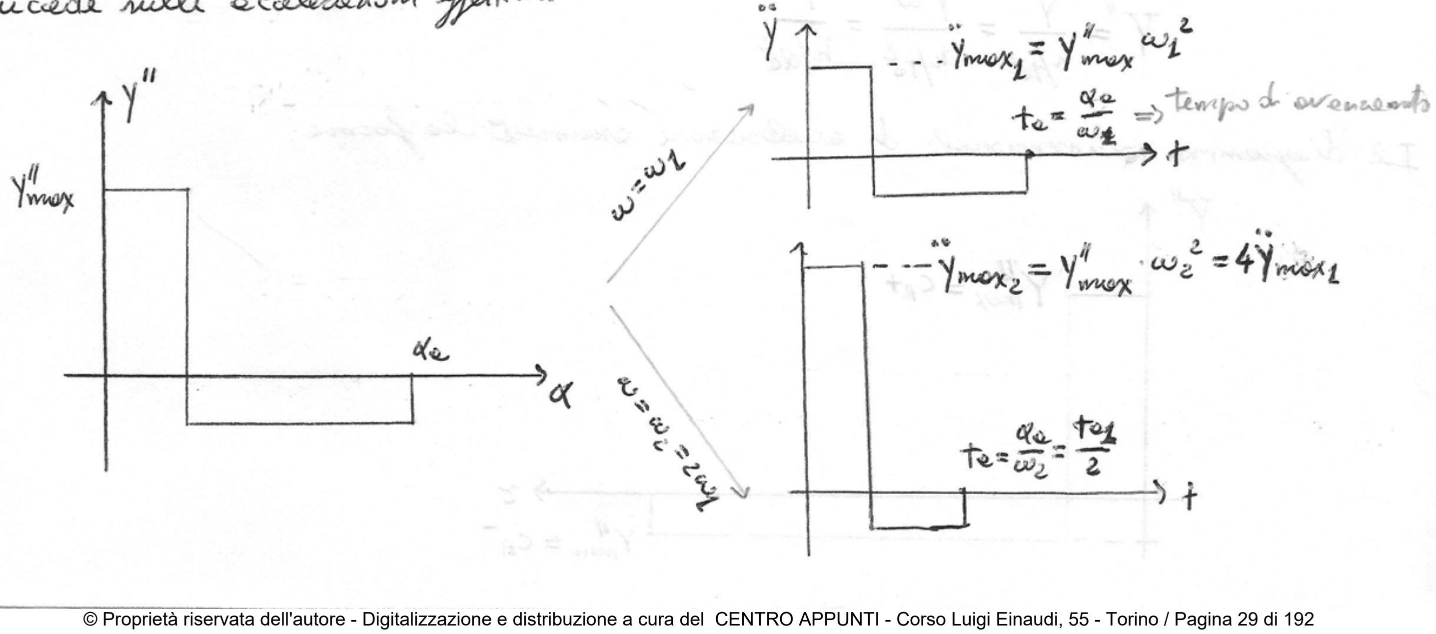
$$\frac{d^2y}{dt^2} = y''\omega^2$$

che possiamo scrivere:

$\boxed{\ddot{y} = y''\omega^2} \rightarrow$ si ha quindi un legame parabolico.
A parità di meccanismo raddoppiare la velocità di funzionamento vuol dire quadruplicare le accelerazioni.

Questo aspetto è particolarmente importante nelle sollecitazioni meccaniche sui meccanismi.

Per i meccanismi veloci (periodo T breve) con ω molto grandi si ha un peso al quadrato di quest'ultima nelle accelerazioni.
consideriamo il seguente esempio: con $\omega = \omega_1$ ed $\omega_2 = 2\omega_1$ e vediamo cosa succede nelle accelerazioni effettive.



Sono importanti in tale diagramma:

- il valore massimo di accelerazione che è indicato con C_A^+

  $C_A^+ \Rightarrow$ coefficiente di accelerazione positivo.

- il valore minimo di accelerazione che è indicato con C_A^-

  $C_A^- \Rightarrow$ coefficiente di accelerazione negativo

Nel caso in esempio abbiamo una situazione non simmetrica $C_A^+ \neq C_A^-$
Si può avere una situazione simmetrica dove $C_A^+ = C_A^-$

Dalle relazioni viste dalla forma adimensionale del diagramma delle accelerazioni (e quindi da due valori C_A^+ e C_A^-) si calcola l'accelerazione massima effettiva del cedente.

La progettazione del meccanismo ha spesso come parametri o specifiche principali di progetto l'alzata h ed il tempo di avanzamento t_a. Quando si progetta una macchina automatica la cosa principale è sapere di quanto si deve spostare il cedente e in che tempo farlo. Tutto il resto è abbastanza libero.

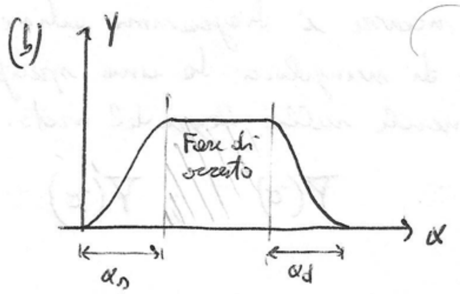
Il progettista conosce h/t_a^2 ed è libero di scegliere la legge del moto, cioè di scegliere i diagrammi di accelerazione, velocità e spostamento adimensionali più opportuni e quindi di rispondere sui coefficienti di accelerazione e velocità nell'ambito di alcuni vincoli.
Dalla forma adimensionale calza il progetto specifico considerando l'alzata ed il tempo di avanzamento.

□

NOTA

Il diagramma delle alzate è la rappresentazione della variabile indipendente α e dipendente y : $y(\alpha)$, dove α_a è l'angolo di avanzamento.

A seconda del meccanismo avremo un diagramma delle alzate che può presentare un tratto con angolo di avanzamento α_a, una fase di arresto e se il moto è periodico un secondo tratto con angolo di avanzamento α_a



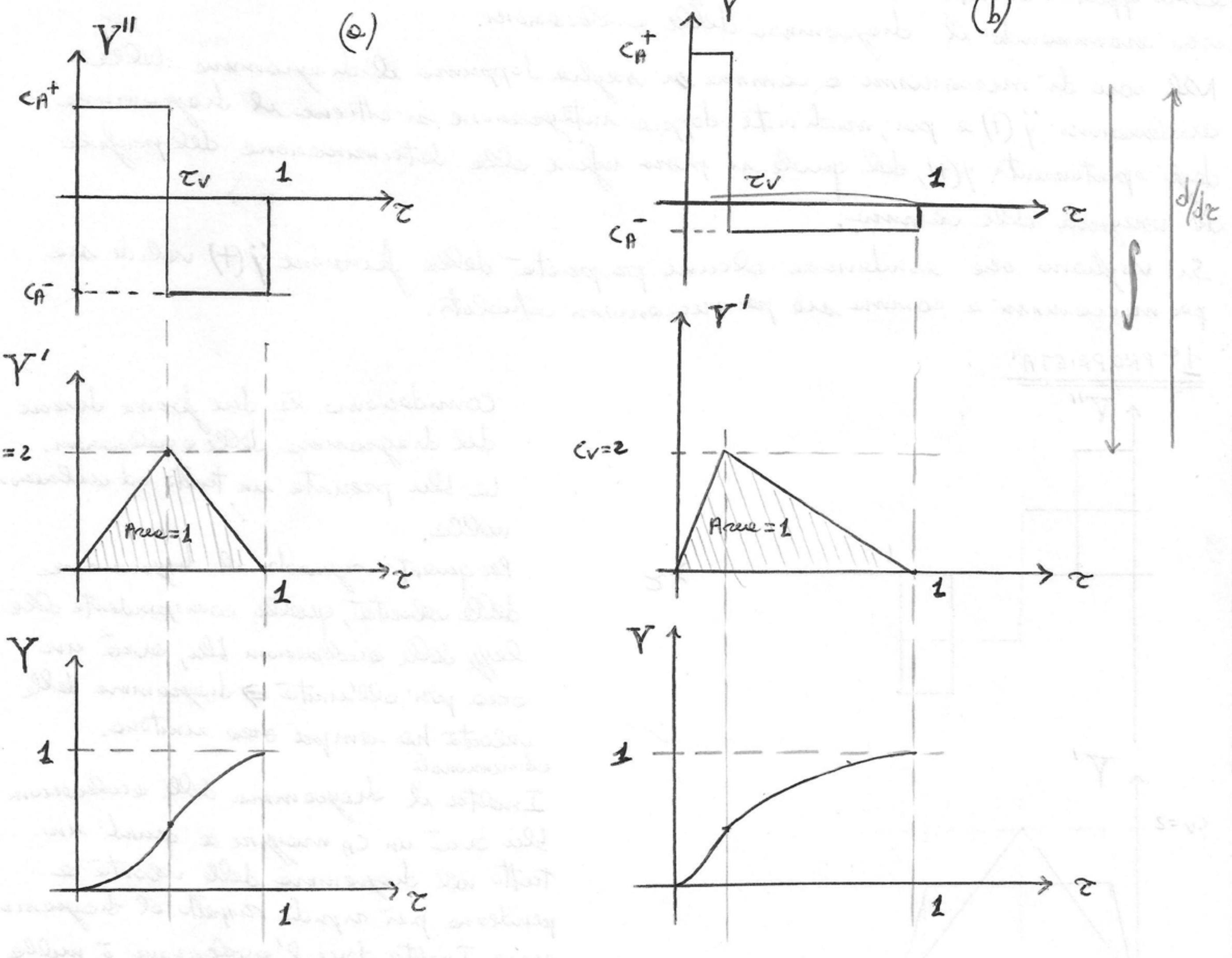
Si può avere anche un diagramma delle alzate che presenta un tratto in salita con angolo di avanzamento α_s, una fase di arresto ed una fase di discesa con α_d. Non è detto che $\alpha_s = \alpha_d$.

Nella progettazione del meccanismo si fa riferimento alle fasi in cui la legge di moto y cambia: si userà quindi uno studio per la fase di salita ed uno studio per la fase di discesa.

□

ESERCIZIO

Dati i due diagrammi adimensionali di accelerazione (a) e (b) ricavare i rispettivi diagrammi adimensionali di velocità e spostamento.
Il diagramma (a) è simmetrico, ed al punto τ_V in cui l'accelerazione è zero corrisponde la velocità massima.
Vedremo che scelta la forma del diagramma C_V non ha un valore a caso ma deve assumere necessariamente un dato valore.



Se si ha un andamento dell'accelerazione costante si avrà un andamento della velocità lineare. L'area del diagramma delle velocità deve valere 1 e quindi se il diagramma di velocità è triangolare, la velocità massima $C_V=2$.
Il diagramma (a) sarà simmetrico, mentre (b) non è più simmetrico ma comunque si può fare la stessa considerazione sull'area del diagramma di velocità che deve essere pari ad 1.
Quindi i diagrammi di forma molto diversi si traducono in coefficienti di velocità uguali.
La scelta dell'simmetria del diagramma di forma delle accelerazioni non ha nessuna implicazione sulla velocità massima.
Osserviamo che il diagramma (b) presenta una C_A^+ più elevata ma si ha anche un C_A^- più piccolo e limitare quest'ultima permettono di limitare il distacco camma-punteria.

Quindi se le specifiche di progetto sono del tipo raggiungi una determinata alzata con determinati tempi, delle variazioni anche piccole della forma delle camme (facendo riferimento a meccanismi con camma) il cui profilo rappresenta la legge del moto, si possono tradurre in variazioni notevoli del diagramma delle accelerazioni con valori diversi dell'accelerazione massima C_A.

Ecco perché conviene sempre partire nell'ambito della progettazione dai diagrammi adimensionali delle accelerazioni e poi andare a risalire alla geometria del pezzo.

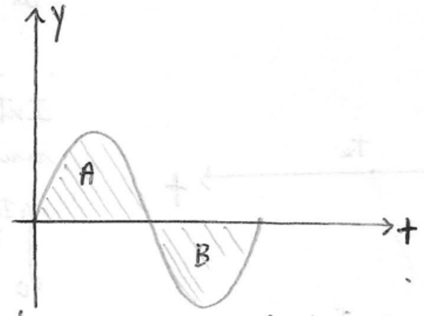
Geometrie molto vicine (leggi adimensionali del moto) hanno in realtà diagrammi di accelerazioni diverse.

Tali diversità si ripercuote sull'accuratezza del componente: un errore di taglio in una camma vuol dire che in quel punto c'è una discontinuità nel diagramma delle accelerazioni e ciò si evidenzia facendo funzionare il meccanismo ad alta velocità.

2° PROPRIETA'

Si considera un tratto di avanzamento con alzata h e tempo di avanzamento t_a; dovendo essere nulle le velocità all'inizio ($t=0$) ed alla fine del tratto ($t=t_a$), considerando il diagramma delle accelerazioni $\ddot{y}$ si ha:

$$\int_0^{t_a} \ddot{y}\,dt = \underset{0}{\underset{\parallel}{\dot{y}(t_a)}} - \underset{0}{\underset{\parallel}{\dot{y}(0)}} = 0$$



Se il diagramma di $\ddot{y}$ ha un andamento con parti negative e parti positive, qualunque sia la forma, l'area sottesa della parte positiva A deve essere uguale all'area negativa B.

$$\text{Area } A = \text{Area } B$$

Posso quindi scegliere qualunque forma del diagramma delle accelerazioni ma deve essere soddisfatto il vincolo suddetto

Trasformiamo l'integrale nella forma adimensionale.

Essendo $\tau = \frac{t}{t_a} = \frac{\alpha}{\alpha_a}$ ed essendo $dt = t_a\,d\tau$ si ha:

$$\int_0^1 \underbrace{\frac{h}{t_a^2} Y''}_{\ddot{y}} \underbrace{t_a\,d\tau}_{dt} = \frac{h}{t_a}\int_0^1 Y''\,d\tau = \frac{h}{t_a}\left(Y'(1) - Y'(0)\right) = 0$$

$$\frac{h}{t_a} Y'(1) = \dot{y}(t_a) = 0$$

Ciò vuol dire che il diagramma adimensionale delle accelerazioni che si estende tra 0 ed 1 avrà la stessa forma di quello rispetto al tempo solo moltiplicato per un coefficiente moltiplicativo

Considerando il diagramma delle accelerazioni $\ddot{y}$ come il diagramma di un carico distribuito lungo la trave di lunghezza t_a, tale carico deve dare un momento risultante uguale all'alzata h. (17)

Cioè qualunque sia la forma del diagramma delle accelerazioni il MORDA deve valere h. Cioè se ho un'alzata h e un tempo in cui raggiungerla posso utilizzare una qualunque forma del diagramma delle accelerazioni ma deve essere tale che il momento risultante rispetto all'origine sia pari ad h.

C'è un altro modo per calcolare il momento risultante. Consideriamo il diagramma di accelerazione applichiamo la risultante $\dot{y}_{max}$ nel baricentro del primo diagramma positivo, il momento risultante sarà pari a:

$$\int_0^{t_a} \ddot{y}\, t\, dt = \dot{y}_{max}(a) - \dot{y}_{max}(a+d) = -\dot{y}_{max} \cdot d$$

considerando le accelerazioni come carichi distribuiti, il momento da esse prodotto è pari a $\dot{y}_{max} d$, dato che $\dot{y}_{max}$ è il carico risultante per ciascuna delle due aree

Applicando la proprietà MORDA si ottiene che:

$$-\dot{y}_{max} d = -h$$

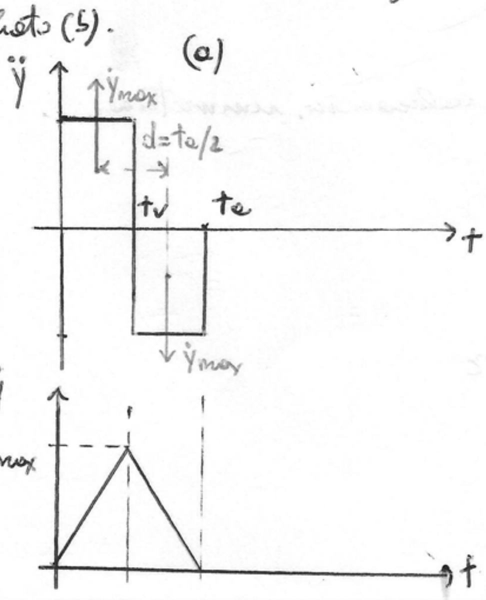
da cui:

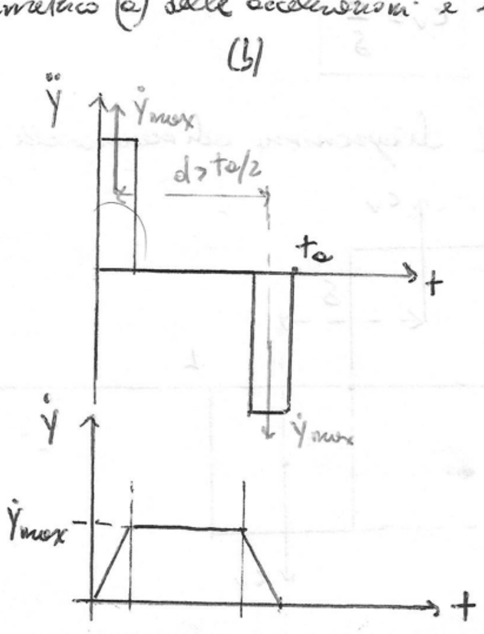
$$\boxed{\dot{y}_{max} d = h}$$

Tale formula è molto utile quando è immediato rilevare il valore di d del diagramma delle accelerazioni:
$d \Rightarrow$ distanza tra i baricentri delle due aree ad accelerazioni positive e negative.
In tal caso si impone che $\dot{y}_{max}$ sia pari all'area sottesa dal tratto di accelerazione positiva (o negativa)

Esiste quindi una relazione tra la velocità massima, la distanza d e l'alzata h che vogliamo ottenere. A parità di h se la distanza tra i baricentri d sale la velocità massima diminuisce. ⇒ ciò giustifica il perché nei diagrammi di accelerazione tagliati si ottiene una diminuzione della velocità massima C_v.

Infatti consideriamo un diagramma simmetrico (a) delle accelerazioni e un diagramma tagliato (b).





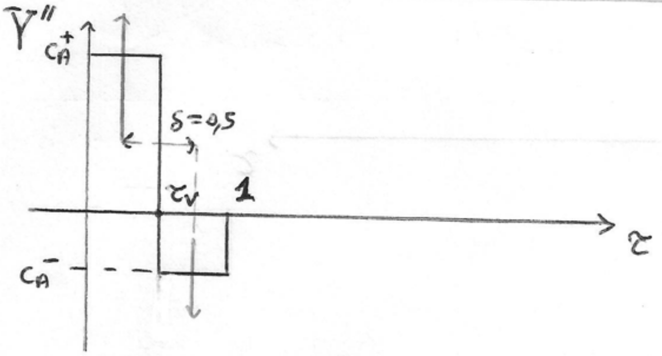
Si vede che nel caso di diagramma simmetrico si ottiene:

$$\delta = 0,5$$

e quindi:

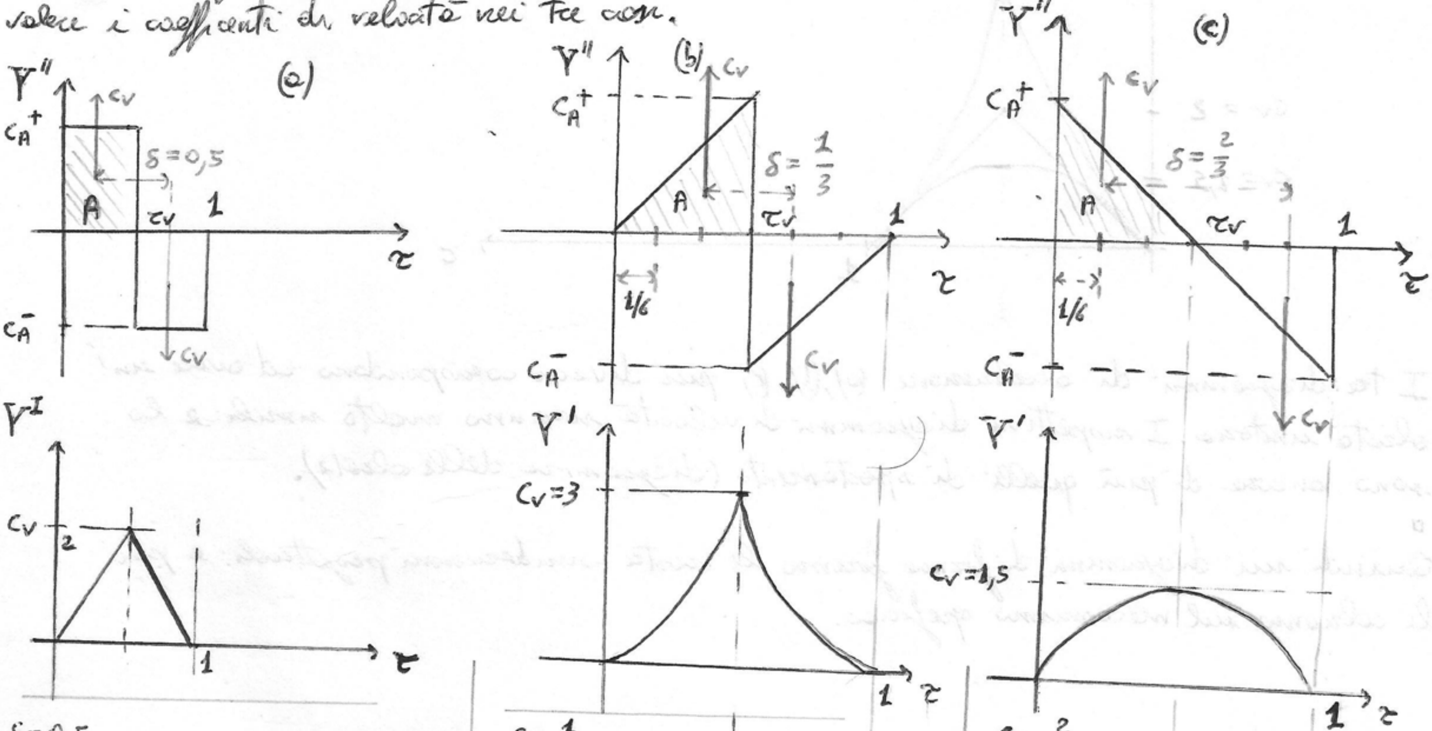
$$C_V = \frac{1}{\delta} = \frac{1}{0,5} = 2$$

Il fatto che il diagramma delle accelerazioni possa essere asimmetrico non produce nessuna variazione sul valore di δ che sarà sempre pari a 0,5.



ESEMPIO

Consideriamo le leggi adimensionali di accelerazione (a), (b) e (c) e ricaviamo i rispettivi diagrammi adimensionali delle velocità e calcoliamo quanto devono valere i coefficienti di velocità nei tre casi.



(a)

$\delta = 0,5$

$C_V \cdot \delta = 1 \Rightarrow C_V = \frac{1}{\delta} = 2$

$C_V =$ area positiva diagramma accelerazioni.

$C_V =$ area $A = C_a \cdot \tau_V$

essendo simmetrica: $C_A^+ = C_A^- = C_A$

$\tau_V = 0,5$

$C_a = \frac{C_V}{\tau_V} = 4$

(b)

$\delta = \frac{1}{3}$

$C_V = \frac{1}{\delta} = 3$

$C_V =$ area $A = \frac{C_A \tau_V}{2}$

essendo simmetrico $C_A^+ = C_A^- = C_A$

$\tau_V = 0,5$

$C_A = C_V 2 / \tau_V = 12$

(c)

$\delta = \frac{2}{3}$

$C_V = \frac{1}{\delta} = \frac{3}{2} = 1,5$

$C_V =$ area $A = \frac{C_A \cdot \tau_V}{2}$

essendo simmetrico $C_A^+ = C_A^- = C_A$

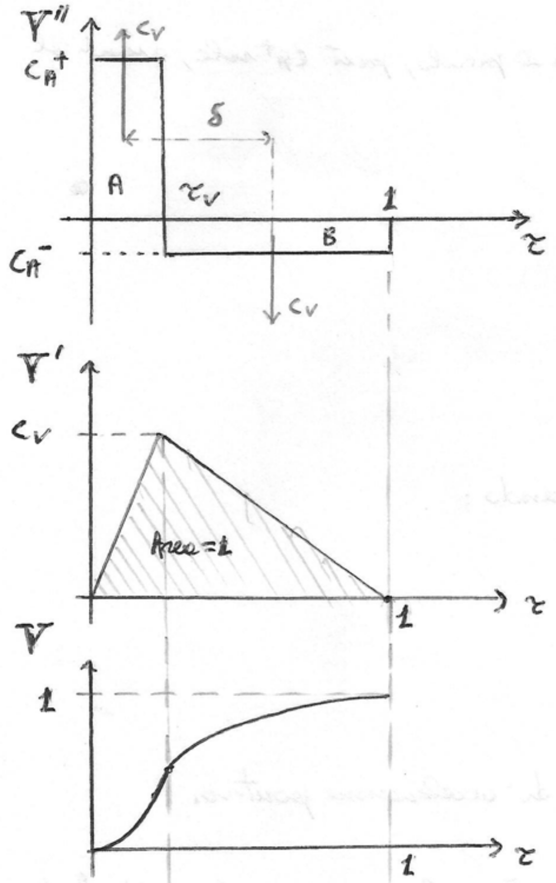
$\tau_V = 0,5$

$C_A = \frac{C_V \cdot 2}{\tau_V} = 6$

5ª LEZIONE

Le tre modalità di ragionare sul meccanismo: $y(t)$, $y(\alpha)$ e $Y(\tau)$ ci permettono di progettare il moto prima ancora di entrare nel merito del meccanismo.

Consideriamo il diagramma di accelerazione adimensionale costante non simmetrica in cui si ha che τ_v non si trova a metà della corsa di solito ed inoltre $C_A^+ \neq C_A^-$



Il diagramma delle velocità adimensionale avrà un andamento lineare con valore massimo C_v.

Secondo la 2ª proprietà del diagramma delle accelerazioni si ha:

$$\int_0^1 Y'' d\tau = \underbrace{Y'(1)}_{\text{velocità finale}} - \underbrace{Y'(0)}_{\text{velocità iniziale}} = 0$$

Ciò vuol dire che nel diagramma delle accelerazioni adimensionale l'area della parte positiva A deve essere uguale all'area della parte negativa B:

$$A = B$$

Nel caso di legge non simmetrica ciò si traduce in coefficienti di accelerazioni diversi:

$$C_A^+ \neq C_A^-$$

Consideriamo la proprietà MORDA (momento risultante del diagramma delle accelerazioni) che dice:

$$\int_0^1 Y'' \tau \, d\tau = [Y' \tau]_0^1 - \int_0^1 Y' d\tau = -(\underbrace{Y(1)}_{\text{Alzata finale}} - \underbrace{Y(0)}_{\text{Alzata iniziale}}) = -1$$

Il momento risultante sarà anche pari a:

$$-C_V \delta = -1$$

quindi:

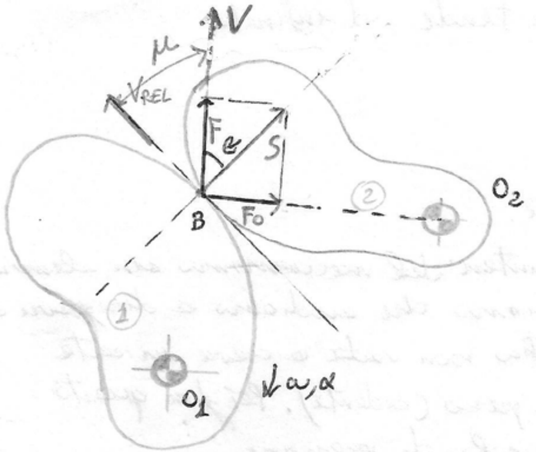
$$C_V \delta = 1$$

Nel caso che stiamo analizzando $\delta = 0{,}5$

quindi:

$$C_V = 2$$

Ciò è visibile anche considerando che solo se $C_V = 2$ l'area sottesa al diagramma adimensionale delle velocità è uguale ad 1.

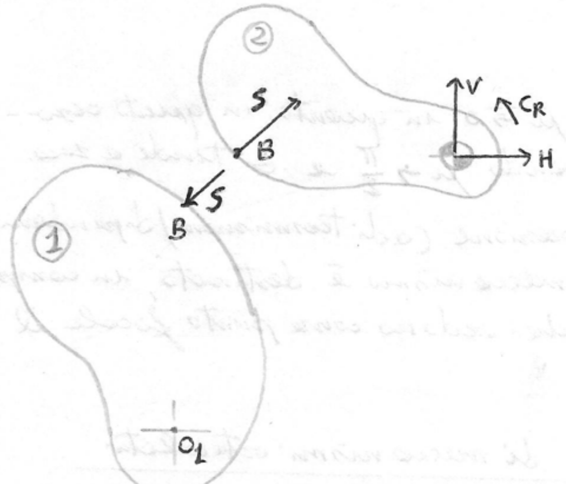


Se facciamo ruotare il movente avremo una rotazione del cedente. La trasmissione del moto si occupa di studiare le forze scambiate tra movente e cedente.

Se siamo nell'ipotesi semplificativa di assenza di attrito si può essere sicuri che la forza S che il movente applica al cedente è diretta lungo la normale comune.

Non sappiamo quanto vale S in quanto dipende dalle azioni preesistenti che si scaricano nel cedente.

E' possibile fare dei diagrammi di corpo libero rappresentando tutte le forze che si scaricano sui sistemi come ad esempio le reazioni vincolari: V ed H e la coppia resistente C_R e le azioni d'inerzia se le masse non sono trascurabili.



Se consideriamo il punto B di contatto considerandolo appartenente al corpo 2 questo punto B percorrerà una traiettoria ortogonale alla direzione BO_2.

Possiamo quindi scomporre la risultante applicata S nelle due componenti F ed F_o.

La componente F_o non interviene alla trasmissione del moto ma sarà quella che si scarica nella cerniera O_2 generando una sollecitazione solo nelle coppie rotoidali che sostengono la puntería.

La componente utile alla trasmissione del moto è F.

Si ha che:

$$F = S\cos\theta$$

L'angolo θ è detto <u>ANGOLO DI PRESSIONE</u>

Possiamo scrivere:

$$S = \frac{F}{\cos\theta}$$

Bassi valori dell'angolo di pressione sono rappresentativi della capacità del meccanismo di compiere il movimento senza inutili sovrasollecitazioni

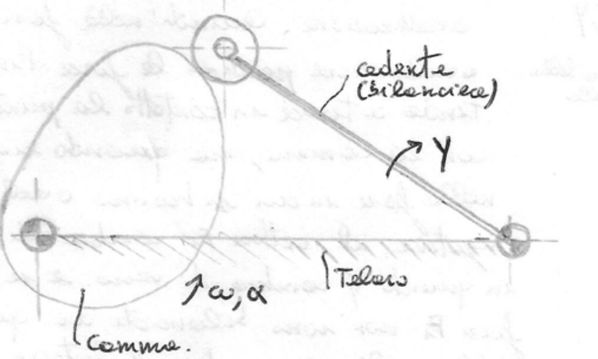
In generale noi non siamo in grado di governare F (di scegliere quale F ci serve), sarà la coppia resistente ~~a~~ determinare il valore di F ed è un dato fisso.

A parità di F la forza S necessaria all'azionamento cresce al crescere dell'angolo di pressione.

MECCANISMI A CAMME

ASPETTI GENERALI

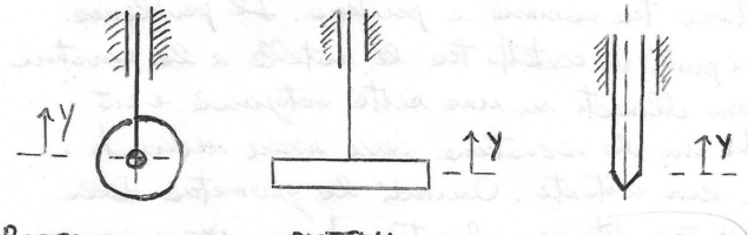
Si dicono a camme quei meccanismi nei quali la trasmissione del moto avviene per contatto di due profili appositamente sagomati per realizzare la trasformazione richiesta dalla legge del moto.



Normalmente essi sono costituiti da un movente animato di moto rotatorio uniforme, da un cedente animato di moto alternativo e da un telaio.

Il cedente è detto anche bilanciere
→ se il bilanciere trasla (punteria) il meccanismo viene detto CAMMA DI 1ª SPECIE
→ se il bilanciere ruota il meccanismo viene detto CAMMA DI 2ª SPECIE

Le camme si dicono piane se il cedente si muove in un piano perpendicolare all'asse di rotazione del movente (in tal caso prendono anche il nome di eccentrici). In caso contrario si dicono spaziali.
Per quanto riguarda le punterie si hanno le tre tipologie principali:

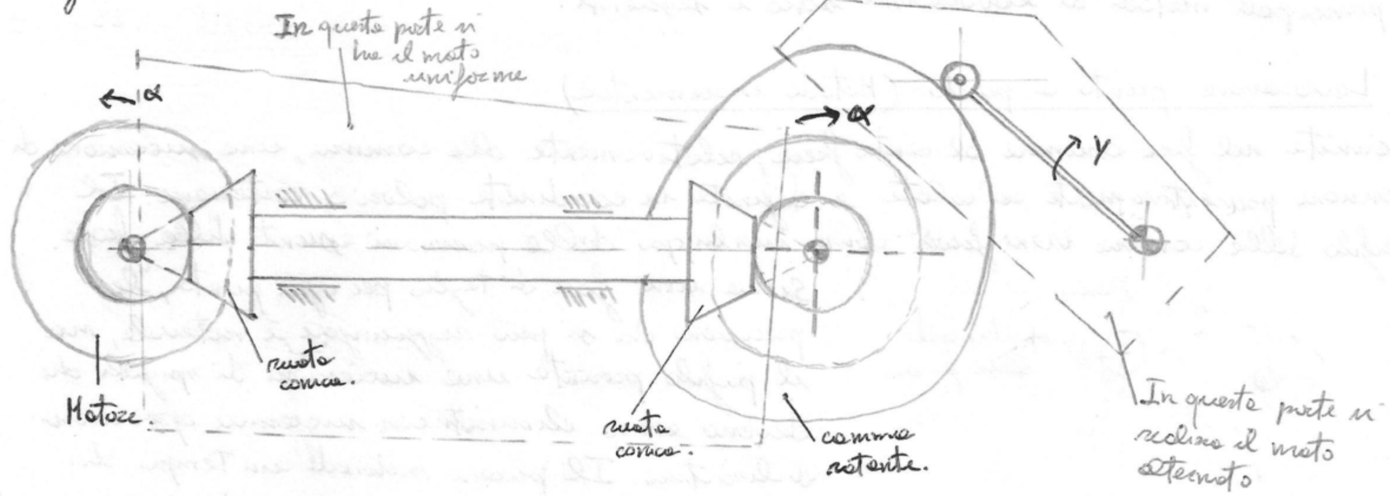


ROTELLA PIATTELLO COLTELLO

→ non ha una utilità pratica ma solo teorica, ma quando si parla di sintesi analitica le superfici primitive di una camma si possono generare con una punteria a coltello e poi con le opportune modifiche si estende a contatti con punteria a rotella.
Quindi nell'ambito della progettazione è comodo partire da ciò che succede con un contatto puntiforme e poi vedere cosa succede con un contatto a rotella o a piattello.

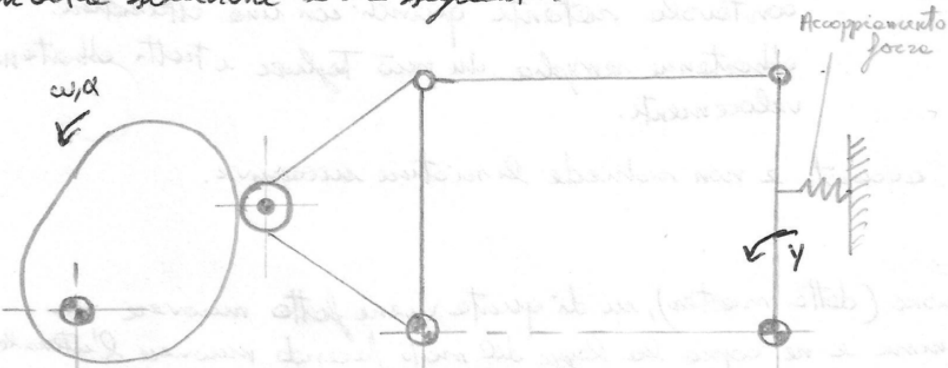
L'accoppiamento fra camma e cedente si dice di forza quando il contatto è assicurato dalle forze agenti sul cedente, in generale si ottiene mediante l'impiego di molle di richiamo.
Si dice di forma quando è l'accoppiamento stesso ad impedire il distacco fra movente e cedente.

Considerando un accoppiamento di forza dove il contatto è garantito da una molla la cui azione permette che non vi sia distacco possiamo analizzare quali sono i fenomeni che provocano il distacco. Il distacco tra la punteria e la camma è probabile cedente tramite una trasmissione per moto uniforme e qui trasformare il moto uniforme nel moto richiesto tramite il dispositivo a camma



Il motore trasmette potenza ad una serie di sistemi e l'utilizzatore sia molto distante.
La soluzione con ruote dentate è vantaggiosa in quanto volendo ottenere alla fine un moto alternativo non si dovrà accelerare o decellerare tutte membri della catena cinematica e quindi le azioni inerziali si concentrano solo su un piccolo insieme.
Lo svantaggio è che essendo una trasmissione con ruote dentate si deve garantire una certa interferenza e quindi tutte le volte che vi sono delle forze inerziali localizzate su un certo insieme queste tendono ad innescare delle azioni di gioco nella trasmissione del moto ⇒ si percepirà quindi una qualche rumorosità dovuta ai giochi. Osserviamo che quest'ultimo aspetto è più evidente quando è il cedente a mettere in moto il movente. I giochi producono una qualche irregolarità della legge del moto

→ Un'altra soluzione è la seguente:



In questo caso si monta direttamente la camma sull'albero motore e poi si trasmette il moto alternato mediante rinvii (cioè attraverso un meccanismo articolato).
Poiché tutti i membri della catena cinematica hanno delle leggi del moto dotate di accelerazione e decelerazioni il motore è chiamato a fornire accelerazioni e decelerazioni di tutto il sistema di trasmissione. Quindi sul motore si scaricano delle sollecitazioni inerziali più consistenti rispetto al caso precedente. La soluzione ha il vantaggio di consentire una facile ripresa dei giochi inserendo un accoppiamento di forza. Si ha cioè una ripresa automatica dei giochi.

Questo sistema è adottato sia per piccole che per grandi produzioni e in particolare è utilizzato per realizzare le camme composte.

Altri processi produttivi sono:

- Stampaggio
- Sinterizzazione
- Pressofusione
- Tranciatura (uno stampo che fa l'azione di taglio)

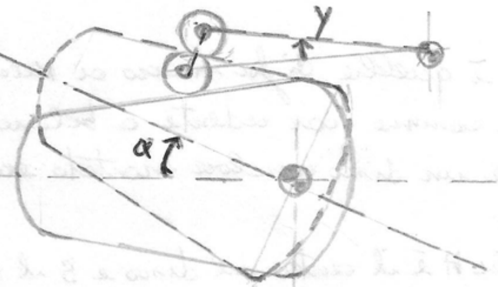
Sono tipici processi per grandi volumi.

L'operazione di taglio delle camme può essere seguita da un'operazione di rettifica, allo scopo di correggere le irregolarità geometriche che si producono nel taglio o nell'eventuale trattamento termico.

ANALISI CINEMATICA

L'analisi cinematica di un meccanismo a camme consiste nel correlare le caratteristiche cinematiche (posizione, velocità, accelerazione) del cedente con quelle del movente. E' nota la geometria del meccanismo, compresa la forma dei profili. Si trascura la deformabilità dei vari organi, che vengono considerati come corpi rigidi, e si suppone che la velocità ω del movente sia costante. La camma viene rilevata per punti e da qui si risale alla legge del moto del cedente.

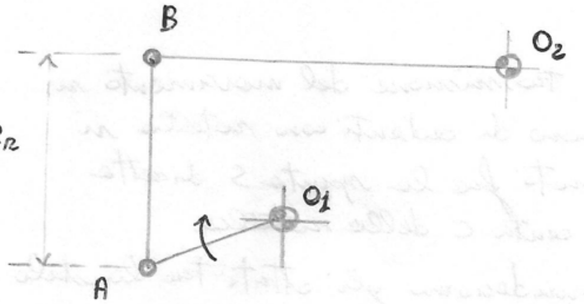
Possiamo far ricorso alle seguenti tecniche di analisi cinematica:



a) INVERSIONE CINEMATICA

Ragionare in termini di analisi cinematica anche solo per una camma piana graficamente è molto complesso. Si usa allora una tecnica detta inversione cinematica.
Nella cinematica effettiva noi ci mettiamo con un'osservatore solidale al telaio e quindi sia la camma che la punteria si muovono. Nell'analisi cinematica invece la rappresentazione avviene rimanendo solidali alla camma che costituisce la geometria più complessa. Se sono solidali alla camma vedo il telaio a ruotare rispetto all'osservatore. ⇒ vedo la camera che supporta il bilanciere in rotazione rispetto alla camma

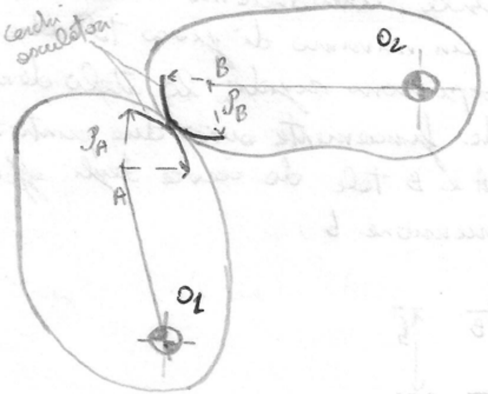
Si può quindi pensare di collegare i punti A e B con una biella ed eliminare i profili del disco e della rotella. Si ottiene il quadrilatero articolato O_1ABO_2 il cui bilanciere si muove esattamente come il bilanciere del meccanismo originario.



Tale quadrilatero costituisce il meccanismo cinematicamente equivalente al meccanismo a camme di partenza. Il meccanismo a camme è equivalente al meccanismo articolato in cui la biella abbia dimensione R_1+R_2.

Perché per i meccanismi articolati che sono una successione di corpi rigidi è molto semplice fare un'analisi cinematica.

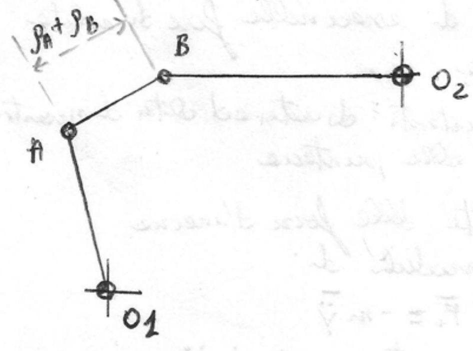
Vediamo cosa cambia quando si ha una camma non policentrica e si hanno più archi di circonferenza, cioè consideriamo il caso generale.



Se il profilo della camma è costituito da più archi di circonferenze, il meccanismo equivalente cambia forma quando il punto di contatto passa da un arco ad un altro, si ottiene cioè un meccanismo equivalente diverso per ogni arco di circonferenza costituente il profilo.

Più in generale per profili comunque complessi si ha un meccanismo equivalente per ogni posizione del punto di contatto.

In tal caso si possono sempre ricavare i cerchi osculatori ossia le circonferenze che hanno localmente nel punto di contatto camma-punteria il medesimo raggio di curvatura. Una volta definiti quali sono i cerchi osculatori e quindi trovati i loro centri posso riconsiderare un meccanismo equivalente dove al posto di R_1+R_2 si avranno i raggi $\rho_A+\rho_B$ dei cerchi osculatori. Vale sempre che la distanza AB è pari alla somma dei raggi osculatori.



Tale quadrilatero è il meccanismo istantaneo equivalente al meccanismo originario.

Il problema è che in un istante successivo si avrà un nuovo punto di contatto camma-punteria e in tale punto si avranno cerchi osculatori con raggio diverso. Quindi tale analisi cinematica può essere fatta da un punto di vista numerico ma non è più conveniente da un punto di vista analitico.

Proprio perchè la punteria ha un moto intermittente possiamo in generale scrivere le forze di attrito come:

$$T_2 = f N_2 \cdot \underbrace{sign(\dot{y})}_{\text{segno di } \dot{y}}$$

ci dice il segno delle forze di attrito tenendo conto che esse sono forze reattive e quindi di segno opposto a quello della velocità $\dot{y}$

Possiamo quindi fare due ipotesi:

IPOTESI 1

Coefficiente di attrito f nullo e massa m_p trascurabile (anche se quest'ultima ipotesi è in contraddizione in quanto dobbiamo considerare le masse inerziali)

$$f = 0 \quad ; \quad m_p = 0$$

L'equazione di equilibrio alla traslazione verticale sarà:

$$1) \qquad S\cos\theta = F_R + F_i$$

da cui:

$$\boxed{S = \frac{F_R + F_i}{\cos\theta}}$$

Quindi la spinta S tende a valori infiniti quando l'angolo di pressione θ tende a $\pi/2$.

Bisogna anche considerare la PRESSIONE DI CONTATTO.
Si deve infatti stare attenti che la legge del moto scelto non generi dei problemi sulla pressione di contatto

La pressione di contatto può essere valutata con la formula di Hertz valida per due corpi a geometria cilindrica.

$$\boxed{p = \sqrt{0{,}175\,\frac{SE}{bR_R}\left(1 + \frac{R_R}{\rho}\right)}}$$

dove:

$b \Rightarrow$ dimensione assiale del contatto camma - punteria

$E \Rightarrow$ modulo di elasticità del materiale

$S \Rightarrow$ forza

$R_R \Rightarrow$ raggio della rotella

$\rho \Rightarrow$ raggio di curvatura della camma nel punto di contatto con la punteria

Dal sistema possiamo ricavare:

$$N_2 = S \operatorname{sen}\theta \frac{a+b}{b}$$

$$N_1 = N_2 - S \operatorname{sen}\theta = S \operatorname{sen}\theta \frac{a}{b}$$

Al crescere della spinta S, linearmente con essa crescono N_1 ed N_2. Più la spinta è forte più le forze N_1 ed N_2 sono forti e conseguentemente aumentano i valori di T_1 e T_2. Quindi maggiore è la spinta S maggiore è l'attrito nelle guide. Ciò può generare dei fenomeni di IMPUNTAMENTO in cui non si riesce più ad ottenere la traslazione della puntería.

Andando a sostituire N_2 ed N_1 nella ② e nella ③ ed i valori T_1 ed T_2 nella ① si ottiene:

$$S\cos\theta = F_R + F_i + f\left(S \operatorname{sen}\theta \left(\frac{a}{b} + \frac{a+b}{b}\right)\right)$$

da cui:

$$\boxed{S = \frac{F_R + F_i}{\cos\theta - f \operatorname{sen}\theta \dfrac{2a+b}{b}}} \quad (6)$$

Si osserva che non è solo la condizione $\theta \to \frac{\pi}{2}$ a generare la condizione $S \to \infty$, in realtà a valori di S infiniti si ci arriva per angoli minori di $\frac{\pi}{2}$.
Ciò avviene quando il denominatore dell'equazione ⑥ va a zero. Esiste quindi un valore θ_0 di θ che annulla il denominatore e rende infinita la spinta S.

$$S \to \infty \quad se \quad \theta = \theta_0$$

la condizione d'impuntamento sarà quindi:

$$\cos\theta_0 - f \operatorname{sen}\theta_0 \frac{2a+b}{b} = 0$$

che può essere scritta come:

$$\boxed{\operatorname{tg}\theta_0 = \frac{b}{f(2a+b)}} \quad (7)$$

L'angolo θ_0 per cui $S \to \infty$ è quindi da evitare.
Ad esempio per $f = 0{,}15$ ⇒ attrito molto basso (attrito secco con un po' di lubrificazione)

$b = 2a$

si ha

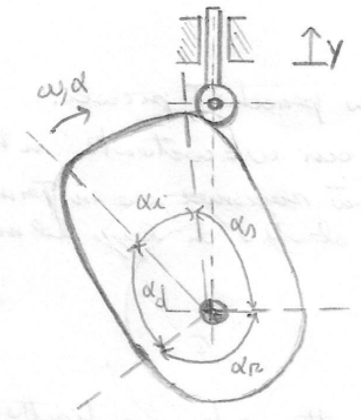
$$\theta_0 = 73°$$

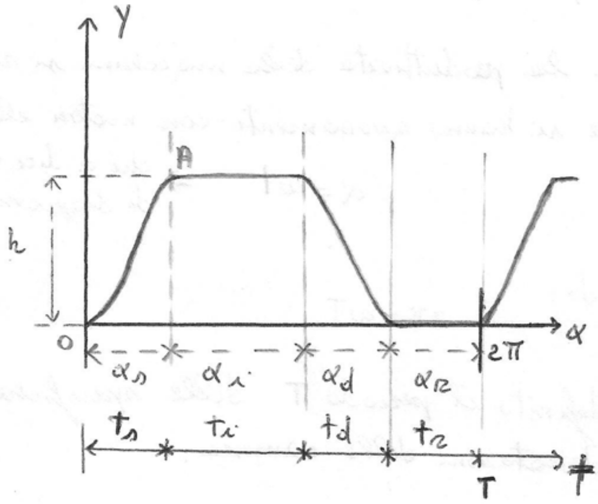
quindi la condizione limite non è per $\theta = 90°$ ma si verifica prima a causa della presenza di attriti.
Se durante il funzionamento risulta $\theta \geq \theta_0$ si ha l'impuntamento e, se la camma non si arresta, il meccanismo si rompe.

6ª LEZIONE

SCELTA DELLA LEGGE DEL MOTO

① DIAGRAMMA DELLE ALZATE





Quando si deve progettare un meccanismo a camma il primo passo è il tracciamento qualitativo del diagramma delle alzate, in modo da stabilire la successione, la durata e l'ampiezza dei movimenti in accordo con la funzione che il meccanismo deve svolgere.
Consideriamo una camma piana con punteria traslante. Quanto diremo può essere esteso a qualunque altro sistema a camma.
Consideriamo alcuni angoli notevoli:

α_r ⇒ angolo di riposo (tratto a raggio costante piccolo, quando la punteria tocca l'arco della camma definito da tale angolo resta ferma perché la distanza tra il centro della punteria ed il centro della camma rimane costante)

α_s ⇒ angolo di salita (in coordinate polari il raggio della camma cambia e se cresce si ha l'angolo di salita).

α_i ⇒ angolo intermedio (il raggio di curvatura della camma è costante e quindi si ha un arresto della punteria ma siamo nella condizione di massima distanza della punteria dal centro della camma, cioè siamo in condizioni di alzata massima h)

α_d ⇒ angolo di discesa (corrisponde alla discesa della punteria)

Questi quattro angoli si ritrovano nel diagramma delle alzate $y(\alpha)$.
Vediamo quali sono normalmente le specifiche di progetto

- Si richiede un moto intermittente, deve essere un moto alternativo e l'alzata deve essere pari ad h
- Specifiche di progetto sono i tempi t_s, t_i, t_d, t_r in cui devono essere eseguite le fasi di salita, intermedia, discesa e riposo

Dalle specifiche di progetto il progettista deve andare a scegliere dei diagrammi delle alzate, e le successive derivate, tenendo conto di questi quattro aspetti fondamentali.

→ Limitazioni dell'accelerazione massima

Generalmente le forze d'inerzia sono una componente importante delle forze complessive agenti nel cedente. Inoltre essendo legate all'accelerazione del cedente, esse variano periodicamente e sono atte a produrre vibrazioni. La tendenza è pertanto quella di limitarle il più possibile. Per fare ciò a parità di ω, occorre limitare l'accelerazione massima del cedente.

Ricordiamo che:

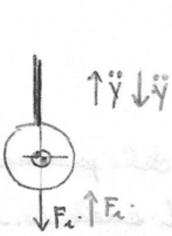
$$\ddot{y}_{max} = y''\omega^2 = Y''_{max}\frac{h}{\alpha_s^2}\omega^2 = c_A\frac{h}{\alpha_s^2}\omega^2$$

osserviamo che h, α_s^2 ed ω sono specifiche di progetto quindi se voglio limitare l'accelerazione massima si deve andare a prendere la legge di accelerazione Y'' che presenta il coefficiente c_A più basso possibile. Ecco perché è importante ragionare in termini di diagrammi adimensionali.

Il progettista può poi discutere alcune specifiche come α_s che se grande provoca un abbattimento dell'accelerazione $\ddot{y}_{max}$ elevato in quanto compare nell'espressione al quadrato.

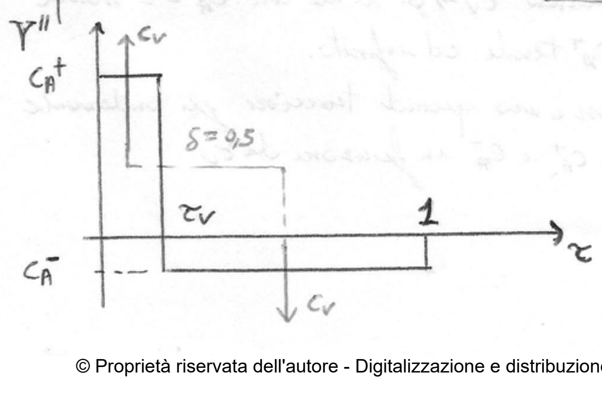
Si può anche richiedere delle grandi produttività con ω elevati ma ciò incide moltissimo nel valore di $\ddot{y}_{max}$ in quanto nella formula compare al quadrato.

Consideriamo che vi sia un'accelerazione massima negativa ⇒ se si considera il diagramma di corpo libero della punteria quando si hanno delle acc. positive le forze d'inerzia tendono a generare il contatto camma-punteria, ma quando il vettore $\vec{\ddot{y}}$ diventa negativo le forze d'inerzia cambiano di segno e tendono a staccare la punteria dalla camma.



Allora il discorso dell'accelerazione massima da un lato si traduce in forze di contatto molto grandi quando le accelerazioni sono positive, dall'altro quando sono negative esse generano un distacco e ciò ci porta a necessità di molle molto robuste in grado di vincere le forze d'inerzia generate dalle massime accelerazione negative.

Da quanto detto sono convenienti le leggi asimmetriche di accelerazione



Caratterizzate da $C_A^+ \neq C_A^-$

osserviamo che diminuendo C_A^- si fa crescere C_A^+ quindi si devono cercare delle condizioni di compromesso.

Quindi il progettista sceglierà delle forme asimmetriche in cui la fase di accelerazione positiva dura meno della fase di accelerazione negativa. Man mano che riduco τ_v si ottiene una diminuzione di C_A^- a scapito di un aumento di C_A^+. Solitamente la soluzione di compromesso è $\tau_v = 0,25$. Andare al di sotto di $\tau_v = 0,25$ non ha senso in quanto per C_A^- otteniamo come limite 2 mentre si rischia di aumentare notevolmente il valore di C_A^+.

Osserviamo che il legame tra C_A^+ e C_A^- del tipo $C_A^+ \tau_v = (1-\tau_v) C_A^-$ è vero solo se le leggi di accelerazione sono costanti a tratti.

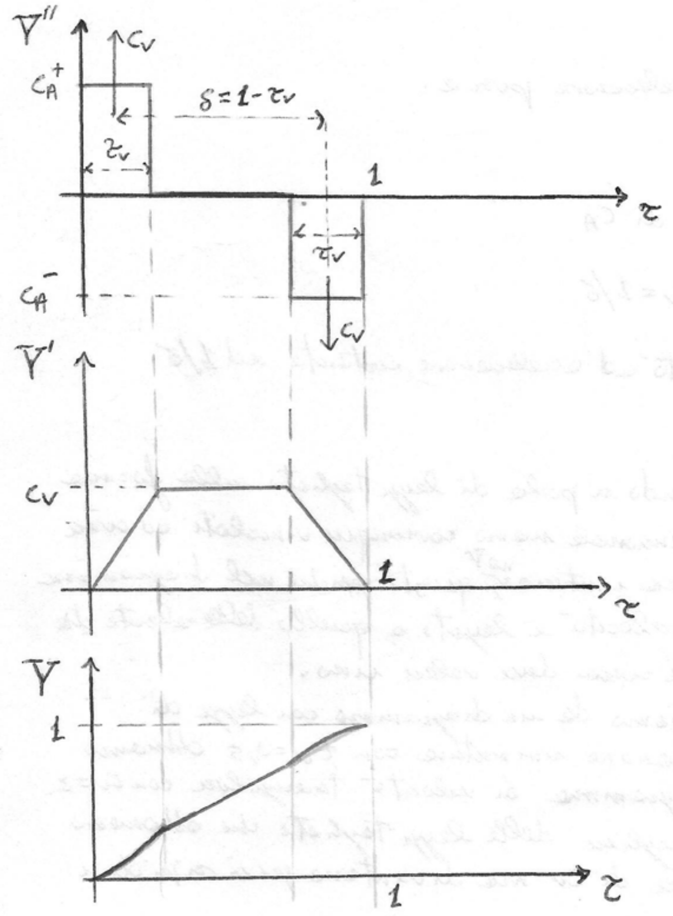
→ Limitazione della velocità massima.

In diverse applicazioni è conveniente ridurre la velocità massima del cedente.

$$\dot{Y}_{max} = Y'_{max} \cdot \omega = Y'_{max} \frac{h}{\alpha_s} \omega = C_V \frac{h}{\alpha_s} \omega$$

A parità di ω, considerando che h e α_s sono delle specifiche di progetto, per limitare la velocità massima si deve diminuire il coefficiente C_v, cioè si deve scegliere la legge di velocità con un C_v più basso possibile.

A questo scopo risultano buone le LEGGI TAGLIATE dove si adotta un diagramma di accelerazione in cui vi ne una fase intermedia nulla. Il diagramma di forma delle accelerazioni e velocità e il rispettivo diagramma di forma delle alzate di una legge tagliata è il seguente:



Il braccio che ci serve per determinare il momento risultante è pari a:

$$\delta = 1-\tau_v$$

Vale la relazione:

$$C_V \cdot \delta = 1$$

e quindi:

$$C_V = \frac{1}{1-\tau_v} \quad (1)$$

le leggi tagliate sono vantaggiose in quanto per τ_v che tende a valori molto piccoli (al limite $\tau_v \to 0$) si ha che $C_v = 1$. Cioè il taglio permette un abbassamento del coefficiente C_V.

Consideriamo la seconda equazione:

$$C_V = C_A \cdot \tau_v \quad (2)$$

Dalla (1) e dalla (2) si ottiene:

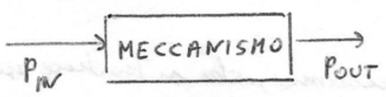
$$C_V \left(1 - \frac{C_V}{C_A}\right) = 1$$

due fianchi. La condizione limite è quella di un rettangolo con altezza e base unitarie con fianchi quindi completamente verticali a cui corrisponde un $C_A \to \infty$. (30)
Cioè C_A è la pendenza dei fianchi e man mano che scendo col valore di C_V aumenta la pendenza dei fianchi fino al limite di rettangolo per cui $C_A \to \infty$. Questa è la spiegazione grafica dell'andamento $C_A = \frac{C_V^2}{C_V - 1}$.

Se voglio limitare la velocità massima devo utilizzare leggi di accelerazione tagliate che mi abbassano il C_V ma alzano il valore di C_A

→ Limitazione della coppia motrice

Un meccanismo ha una potenza in ingresso P_{IN} fornita dal motore ed una potenza in uscita P_{OUT} nel cedente.



La potenza in ingresso sarà pari a:

$P_{IN} = C \cdot \omega$

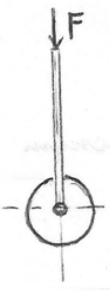
C → coppia applicata all'albero rotante della camme

$P_{OUT} = F \cdot \dot{y}$

$\dot{y}$ → velocità di traslazione della punteria

F → forza applicata alla punteria.

Considerando un cedente a punteria indicheremo quindi con F la forza complessiva agente sul cedente.



Trascurando gli attriti e la massa dello stelo si ha:

$F = F_R + F_i$

dove:

$F_R \Rightarrow$ forze resistenti che dipendono dal "mestiere" che fa la punteria

$F_i \Rightarrow$ aspetti inerziali che si vanno a trasferire nell'estremità della punteria. Forze d'inerzia esterne.

rispetto all'entità delle forze esterne applicate all'estremità dello stelo, le forze d'inerzia e di attrito dello stelo sono trascurabili.

Nell'ipotesi di rendimento unitario del meccanismo ($\eta = 1$) si ha che la potenza d'ingresso viene trasferita completamente all'esterno, cioè:

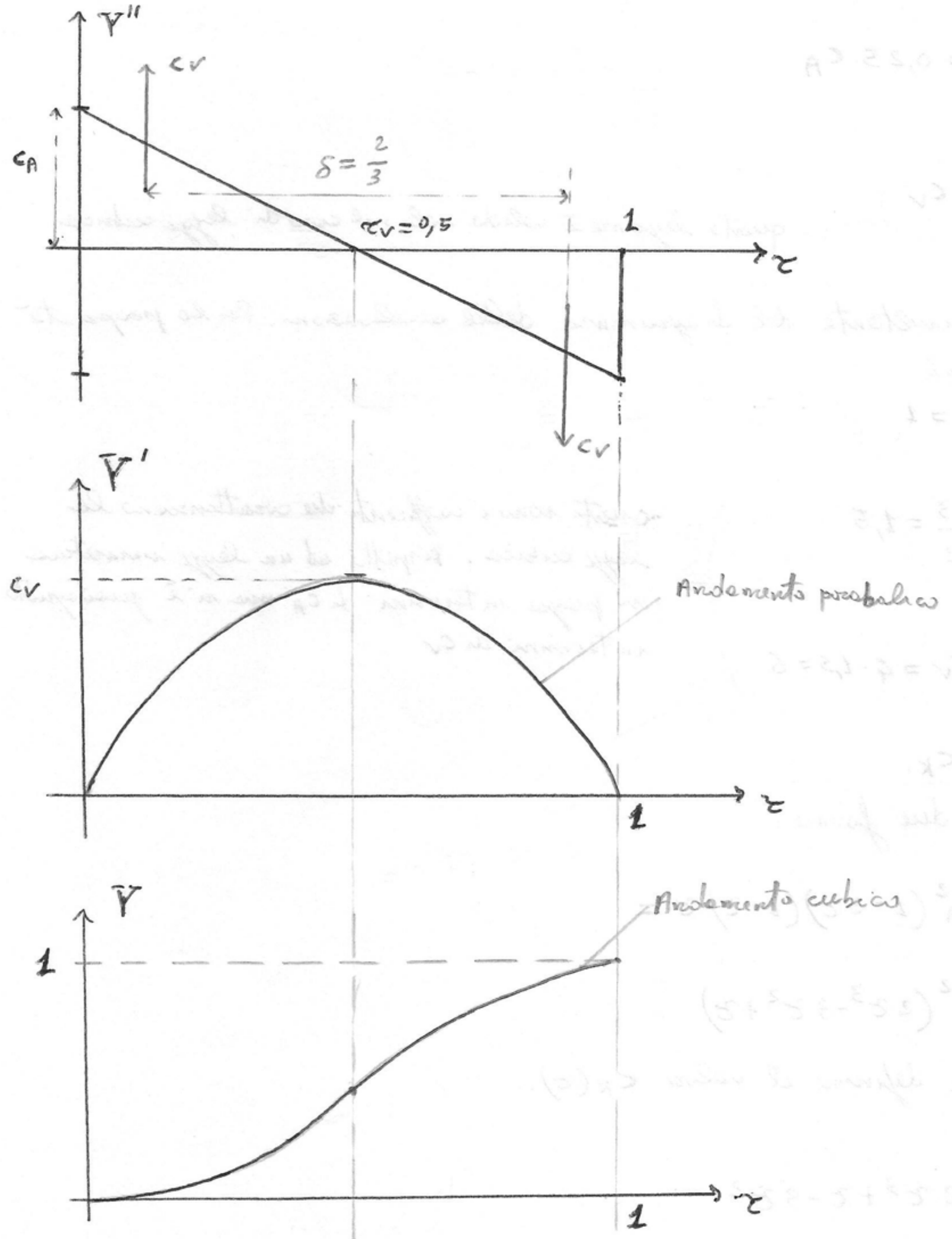
$$C\omega = F \cdot \dot{y}$$

Si può osservare che quando siamo di fronte a velocità elevate (meccanismi veloci) si ha che l'entità delle forze resistenti sia più bassa dell'entità delle forze d'inerzia esterne in gioco:

se $\omega \uparrow\uparrow \Rightarrow F_R << F_i$

ed allora:

$$F \cong F_i = m\ddot{y}$$



Si osserva che il coefficiente c_A e il coefficiente c_V sono al massimo dello sforzamento e quindi quando si va a fare il prodotto delle funzioni Y'' e Y' i massimi non sono tra loro allineati ma col massimo di distanza. L'accelerazione è massima quando la velocità è nulla, e la velocità è massima quando l'accelerazione è nulla ⇒ è una condizione ideale per il coefficiente di coppia c_K che si ottiene dal prodotto delle due funzioni.
Scriviamo l'equazioni delle due funzioni di accelerazione Y'' e di velocità Y':

$$Y'' = c_A(1-2\tau)$$

$$Y' = \int_0^{\tau} Y'' d\tau = c_A \tau - 2 c_A \frac{\tau^2}{2}$$

Il massimo della velocità si ottiene per $\tau = 0,5$ (massimo della parabola), per cui:

Poiché siamo nella ricerca del minimo il valore che interessa è τ_1

$$\tau = \tau_1 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6}$$

quindi il coefficiente di coppia sarà pari a:

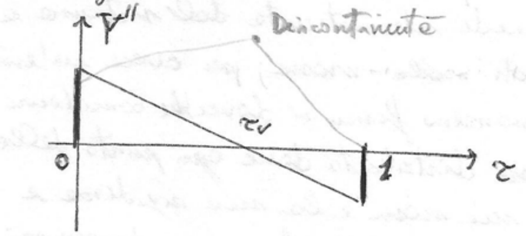
$$C_K = C_A^2 \cdot G(\tau_1) = 2\sqrt{3} = 3{,}4$$

quindi riassumendo:

$$C_K = 3{,}4 \quad ; \quad C_A = 6 \quad ; \quad C_V = 1{,}5$$

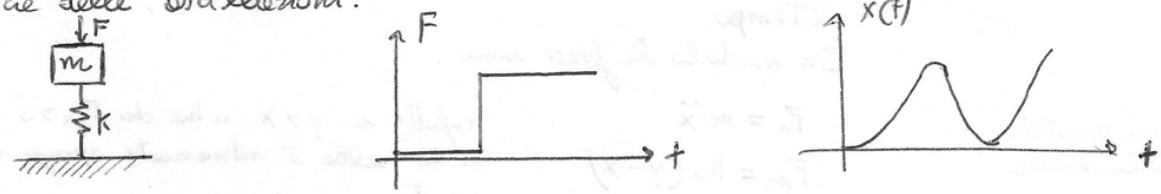
si vede che $\quad C_K < C_A \cdot C_V$

Quindi disallineando i minimi si ottiene un coefficiente di coppia C_K piccolo con coefficienti C_A e C_V comunque ancora accettabili.
Con riferimento al C_K la legge cubica è una delle migliori.
La legge cubica non è comunque buona per ciò che concerne le accelerazioni in quanto nel diagramma delle accelerazioni nell'istante iniziale $\tau=0$ e finale $\tau=1$ vi sono delle forti discontinuità.



→ Limitazione delle vibrazioni

Anche in assenza di urti o di fenomeni di vera e propria risonanza, il funzionamento delle camme veloci è normalmente accompagnato da vibrazioni che, se pur limitate in ampiezza, inducono nel cedente accelerazioni molto più elevate di quelle previste, e che talvolta risultano intollerabili. È da tempo che questo fenomeno è ascrivibile principalmente alle discontinuità delle accelerazione $\ddot{y}$.
Discontinuità dell'accelerazione significano brusche variazioni delle forze d'inerzia. Rilevanti discontinuità di tali forze, agendo su un sistema elastico, come è in definitiva il meccanismo, provoca l'innesco di fenomeni vibratori.
Considerando infatti l'analogia con un sistema massa-molla sollecitato con una forza a gradino ciò che si ottiene è una legge del moto che in generale innesca delle oscillazioni.



L'equazione dinamica diventa:

$$m\ddot{x} - K_0(y-x) = 0 \qquad (1)$$

si tratta di un'eq. differenziale non smorzata.
Introduciamo la variabile:

$$z = y - x \Rightarrow \text{accorciamento della molla.}$$

si ha che $\ddot{z} = \ddot{y} - \ddot{x}$

possiamo riscrivere l'equazione (1) nella forma:

$$\ddot{x} - \frac{k_0}{m}(y-x) = 0$$

dove il termine:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_0}{m}}$$

è detto pulsazione propria del sistema

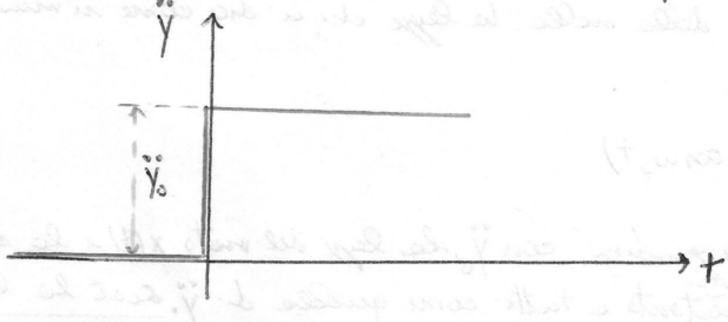
sostituendo la variabile z si ottiene:

$$\ddot{y} - \ddot{z} - \omega_0^2 z = 0$$

cioè

$$\boxed{\ddot{z} + \omega_0^2 z = \ddot{y}}$$

Si consideri il caso in cui l'accelerazione $\ddot{y}$ passa bruscamente da 0 ad un valore costante $\ddot{y}_0$ come avviene sovente nella fase di salita. Si tratta della situazione più sfavorevole di un'accelerazione imposta dalla camma con una discontinuità. Ciò è schematizzabile come una sollecitazione imposta a GRADINO

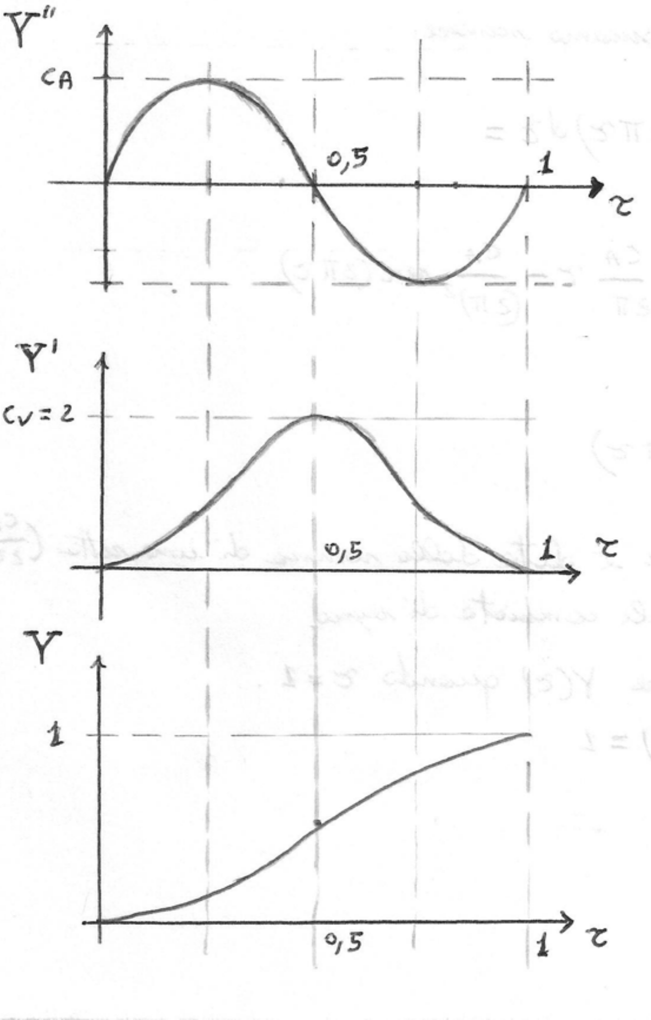


La soluzione dell'eq. del moto e quindi la risposta del sistema sarà:

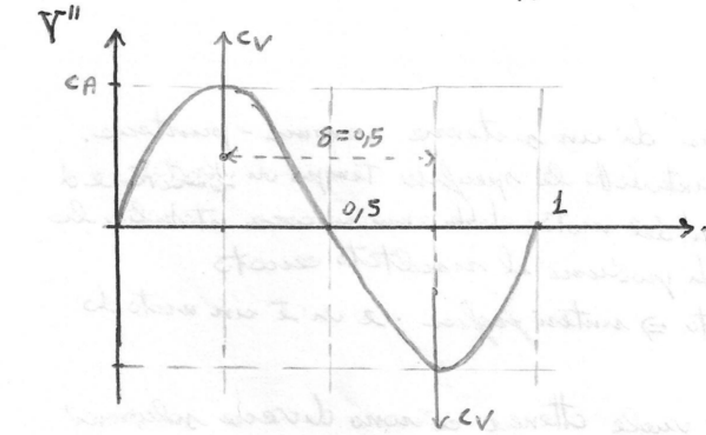
$$z(t) = \underbrace{A\,\mathrm{sen}(\omega_0 t) + B\cos(\omega_0 t)}_{\text{funzione armonica}} + \frac{\ddot{y}_0}{\omega_0^2} \rightarrow \text{termine costante}$$

le costanti A e B si determinano imponendo le condizioni iniziali e quelle al contorno.

Scegliere leggi di accelerazione $\ddot{y}(t)$ costanti a tratti o che comunque presentano delle discontinuità non sono consigliabili ai fini della limitazione dei fenomeni vibratori; in quanto la discontinuità fa sì che la legge di accelerazione $\ddot{x}(t)$ della punteria sia di tipo oscillatorio rispetto a quella $\ddot{y}(t)$ che vorremmo imprimere con la camma.
Nonostante il fenomeno sia attenuato dalla presenza di attriti, si può in generale affermare che ad ogni discontinuità di $\ddot{y}$ corrisponde una sovraccelerazione di entità circa pari alla discontinuità stessa.
Poiché durante il funzionamento queste discontinuità si manifestano a distanze ravvicinate di tempo, le sovrasollecitazioni tendono a sommarsi, e quindi sotto certe condizioni possono raggiungere valori inaccettabili.
Quindi volendo ottenere una sollecitazione a prodino a carico della massa della punteria abbiamo un sistema che vibra ad alta frequenza.
La legge con accelerazioni costanti a tratti non è una buona legge, ne discende la convenienza di utilizzare ove possibile leggi $\ddot{y}(t)$ prive di discontinuità.
Una buona legge delle accelerazioni per ciò che concerne la limitazione delle vibrazioni è la <u>LEGGE CICLOIDALE</u> descritta da una funzione armonica sinusoidale.
Ci poniamo il problema di trovare il valore c_A che ci permette di ottenere nel diagramma delle alzate Y un'alzata unitaria (durante la corsa di salita).



Possiamo trovare il valore di c_A applicando la proprietà MORDA.



Si ha che considerando la parte positiva (o negativa) del diagramma delle accelerazioni:

$$c_V \delta = 1$$

essendo $\delta = 0,5$

si ottiene:

$$c_V = \frac{1}{\delta} = \frac{1}{0,5} = 2$$

Inoltre si ha che:

$$c_V = Y'_{max}$$

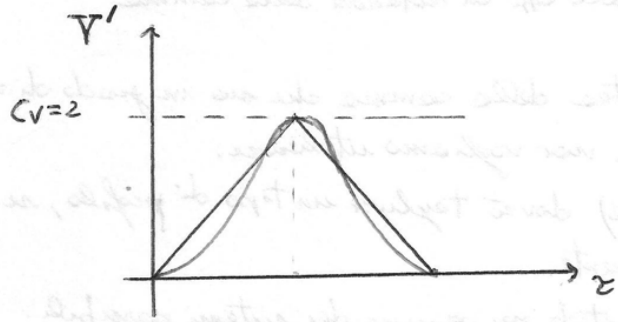
il valore di Y'_{max} si ottiene per $\tau_V = 0,5$, quindi:

$$c_V = Y'(0,5) = \frac{c_A}{2\pi}(2) = \frac{c_A}{\pi}$$

essendo $c_V = 2$ si ottiene:

$$c_A = c_V \pi = 2\pi$$

Il coefficiente di velocità c_V è lo stesso che si raggiunge nella legge ad accelerazione costante a tratti che presenta un diagramma adimensionale delle velocità triangolare. Sostanzialmente la legge cicloidale raggiunge in termini di velocità lo stesso obiettivo della legge costante a tratti "addolcendola", cioè senza avere dei salti di accelerazione



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 73 di 192

La forma della camma risulta determinata dall'inviluppo delle successive posizioni che il cedente assume in tale movimento.

E' ovvio che in corrispondenza dei tratti di arresto o di riposo della camma è circolare

Si parte nella sintesi grafica dal tracciamento di un cerchio detto CERCHIO DI BASE corrispondente al tratto di riposo dove $y=0$.

Il cerchio di base ha raggio R_{b_0}.

Osserviamo che si usa la simbologia:

pedice 0: ⇒ indicheremo il profilo primitivo, che è il profilo che il sistema avrebbe se la punteria avesse una rotella di raggio nullo

senza pedice. ⇒ indicheremo il profilo che il sistema camma - punteria ha se la rotella ha raggio R_r

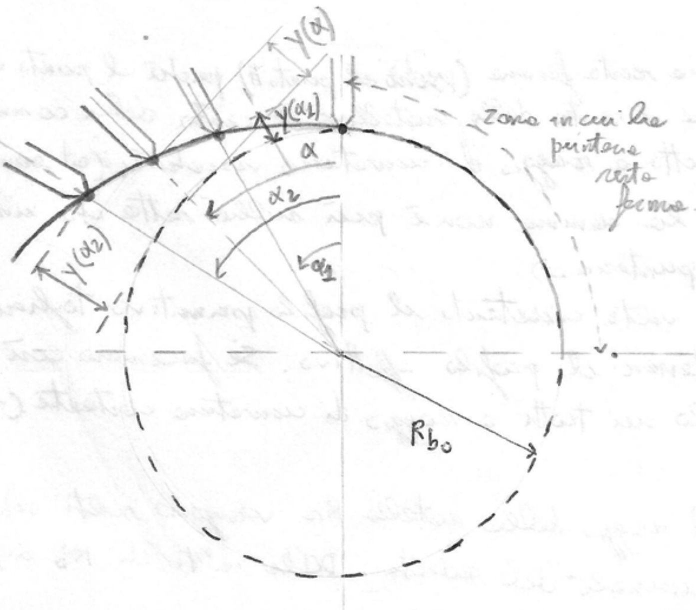
Prima si ragiona sul sistema considerando profili primitivi (cioè si segue il centro della rotella) e poi si introducono le complessità dovute al fatto che la rotella ha un raggio non trascurabile.

Per ottenere il profilo della camma, si disegna dapprima il cerchio di base R_{b_0} di un meccanismo ideale con cedente a punta.

Con riferimento all'inversione cinematica si fa un disegno in cui viene tenuta ferma la camma e faccio ruotare l'asse della punteria attorno alla camma.

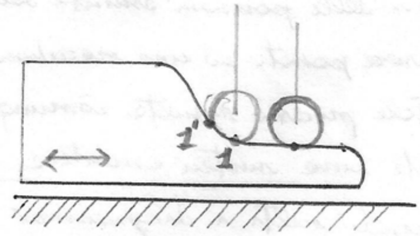
La punteria ad un certo punto abbandona il raggio di base perché inizia a sollevarsi mentre ruota e si solleva di un tratto $y(\alpha)$ rispetto al cerchio di base.

Poiché il diagramma delle alzate lo scegliamo noi ci è sufficiente col metodo dell'inversione cinematica mettere: per ogni valore di α nel profilo e riportare il corrispettivo $y(\alpha)$ e quindi tracciare il profilo primitivo.



Scegliendo R_b, R_{r2} si determinano $\Longrightarrow$
- $\rightarrow \theta(\alpha) \Rightarrow$ Angolo di pressione
- $\rightarrow \rho(\alpha) \Rightarrow$ Raggio di curvatura
- $\rightarrow$ viene valutata l'eventuale presenza di SOTTOTAGLIO

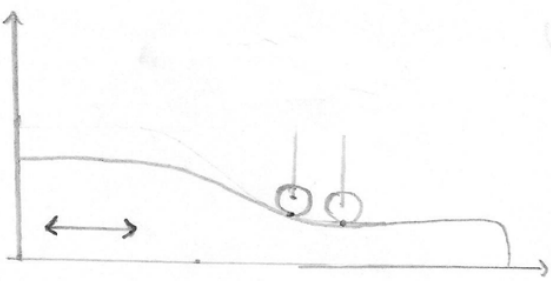
Il sottotaglio è un fenomeno che si vede bene nelle camme piane.



Se considero una camma traslante che abbia un determinato profilo capace di realizzare il diagramma delle alzate voluto può capitare che la rotella in un determinato istante tocchi con la camma non in un solo punto ma in più punti (ad esempio 1 ed 1'). Quindi se da un punto di vista analitico il profilo è esatto in realtà la punteria si fermerà prima.

Il sottotaglio è un problema che deriva dal fatto che la rotella ha un raggio diverso da zero e quando il profilo della camma ha delle concavità particolarmente strette tale fenomeno si può manifestare.

In generale nel caso di camme piane, quando ci si accorge di tale problema, si deforma il profilo allungandolo e per ottenere la stessa legge di spostamento si fa viaggiare più velocemente la camma.



Il sottotaglio in sostanza produce il fatto che la rotella non può raggiungere tutte le porzioni della camma in quanto in alcune zone (ad esempio tratto 1-1') il contatto non si può manifestare a causa di un ingombro troppo elevato della rotella rispetto alla curvatura della camma.

Deformando la camma si "addolcisce" la curvatura rendendo possibile il contatto tra la rotella e tutte le porzioni della camma.

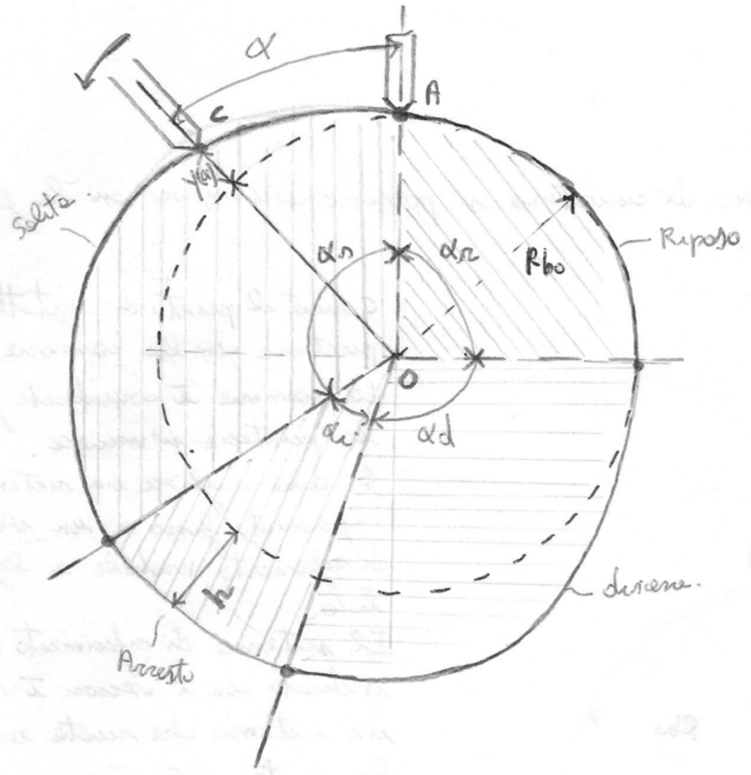
Nel caso di camme rotanti si può fare una cosa simile: per allungare il profilo basta far crescere il raggio di base.

A parità di legge delle alzate $y(\alpha)$ che si vuole realizzare aumentando il raggio di base si addolcisce il profilo della camma evitando d'incorrere nel problema del sottotaglio.

Ciò che si osserva è che se il raggio di base R_{b_0} cresce in generale il raggio di curvatura minimo aumenta (ciò è un bene ai fini delle pressioni di contatto Hertziane) mentre l'angolo di pressione scende.

$$R_{b_0}\uparrow \rightarrow \rho_{min}\uparrow, \quad \theta\downarrow$$

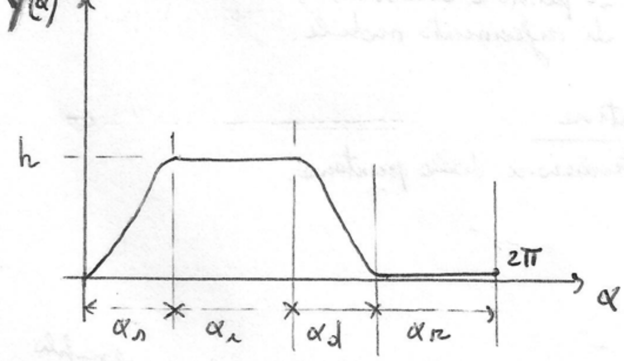
Quindi in generale far crescere R_{b_0} è conveniente solo che aumentano le dimensioni e l'ingombro della camma.



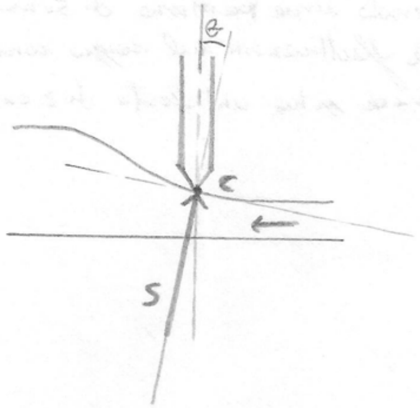
la puntina inizia ad alzarsi iniziando il tratto di salita, tracciare il profilo primitivo della camma (che si ricorda coincidere con quello effettivo se la rotella avesse raggio nullo).

Il profilo primitivo è composto da:

- un tratto di salita (angolo α_s) di forma complessa
- un tratto di arresto (angolo α_a) costituito da un arco di circonferenza di raggio $R_{b_0}+h$
- un tratto di discesa (angolo α_d) di forma complessa
- dal restante tratto di riposo (angolo α_r) costituito da un tratto di circonferenza di raggio R_{b_0}.



In coordinate polari il profilo primitivo della camma è definito dalla generica distanza $\overline{OC}$ e dall'angolo α



Quindi la velocità assoluta v_a starà sulla tangente del profilo nel punto C di contatto.
Quindi l'angolo di pressione θ sarà quello formato dalle direzioni dei vettori $\bar{v}_a$ e $\bar{v}_T$.
Per calcolare θ devo trovare il valore dei vettori $\bar{v}_a$ e $\bar{v}_T$.
La parte di profilo $\widehat{BB'}$ avrà un raggio di curvatura ρ_0 che identifica il centro di curvatura K del profilo.
Si ha che $\rho_0 = \overline{CK}$

La velocità assoluta sarà ortogonale al segmento $\overline{CK}$ in quanto deve essere tangente al profilo della camma.

$$\bar{v}_a \perp \overline{CK}$$

La velocità relativa in modulo sarà pari a:

$$|\bar{v}_r| = \dot{y} = y' \cdot \omega$$

ed è parallela al segmento $\overline{CO} \Rightarrow \bar{v}_r \parallel \overline{CO}$

La velocità di trascinamento è data da:

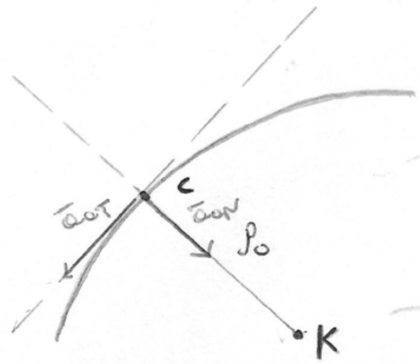
$$|\bar{v}_T| = \overline{CO} \cdot \underbrace{\omega}_{\text{velocità angolare attorno alla camma}} = \overbrace{r_0}^{\text{è un } r_0(\alpha)} \cdot \omega = \omega (R_{b_0} + \overbrace{y}^{\text{dipende da } \alpha \Rightarrow y(\alpha)})$$

ed è perpendicolare a $\overline{CO}$.

Quindi l'angolo di pressione è dato da:

$$\boxed{tg\, \theta = \frac{|\bar{v}_r|}{|\bar{v}_T|} = \frac{\omega y'}{\omega (R_{b_0} + y)} = \frac{y'(\alpha)}{R_{b_0} + y(\alpha)}}$$

Osserviamo che l'angolo di pressione (perché si semplifica ω) non dipende da quanto sta andando veloce la camma ma solo da grandezze geometriche.
Ogni punto del profilo ha il suo valore di θ in quanto y' e y dipendono da α.
Scelta la legge del moto che vogliamo realizzare e scegliendo il raggio di base R_{b_0} determino la funzione che descrive gli angoli di pressione.
Tanto più grande è il raggio di base R_{b_0} tanto più piccolo sarà θ.
Analiticamente al limite se si avessero raggi di base R_{b_0} tendenti ad infinito avremmo degli angoli di pressione che tendono a zero.



Il modulo dell'accelerazione assoluta in direzione normale è data da:

$$|\bar{a}_{aN}| = \frac{V_a^2}{\rho_0} \longrightarrow \text{velocità assoluta}$$

Quindi una volta scelti i parametri di progettazione possiamo calcolare $\bar{a}_a$. Nota questa determiniamo la sua componente normale $|\bar{a}_{aN}|$. Nota la componente normale e la velocità assoluta determiniamo ρ_0

Per ottenere la componente normale $\bar{a}_{aN}$ proiettiamo $\bar{a}_R$, $\bar{a}_T$ ed $\bar{a}_C$ lungo $\overline{CK}$.

Si ottiene:

$$|\bar{a}_{aN}| = |\bar{a}_T| \cos\theta - |\bar{a}_R| \cos\theta + |\bar{a}_C| \operatorname{sen}\theta$$

ricordiamo che:

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{|\bar{V}_R|}{|\bar{V}_a|}$$

$$\cos\theta = \frac{|\bar{V}_T|}{|\bar{V}_a|}$$

sostituendo possiamo scrivere:

$$|\bar{a}_{aN}| = (a_T - a_R)\frac{|\bar{V}_T|}{|\bar{V}_a|} + a_C\frac{|\bar{V}_R|}{|\bar{V}_a|}$$

quindi:

$$\rho_0 = \frac{V_a^2}{|\bar{a}_{aN}|} = \frac{V_a^3}{(a_T - a_R)V_T + a_C V_R}$$

sostituendo i valori delle accelerazioni si ottiene:

$$\rho_0 = \frac{\left(\omega\sqrt{(R_{b_0}+y)^2 + y'^2}\right)^3}{\left(\omega^2\underbrace{(R_{b_0}+y)}_{=r_{c0}} - y''\omega^2\right)\omega(R_{b_0}+y) + 2y'\omega^2\cdot\omega y'}$$

osserviamo che le ω si semplificano e quindi il raggio di curvatura non dipende dalla velocità di rotazione della camma ma solo da grandezze geometriche.

$$\boxed{\rho_0 = \frac{\left[(R_{b_0}+y)^2 + y'^2\right]^{3/2}}{(R_{b_0}+y)^2 - y''(R_{b_0}+y) + 2y'^2}}$$

a causa della presenza di questo meno possono avere raggi di curvatura positivi, nulli o negativi.

$$r = r(\alpha) = \sqrt{R_r^2 + (R_{b_0}+y)^2 - 2R_r\underbrace{(R_{b_0}+y)}_{r_0}\cos\theta}$$

calcoliamo l'angolo ausiliario φ.
Consideriamo il triangolo CPO si ha:

$$R_r \operatorname{sen}\theta = r \operatorname{sen}(\varphi - \alpha)$$

quindi:

$$\varphi = \varphi(\alpha) = \alpha + \operatorname{arcsen}\left(\frac{R_r}{r}\operatorname{sen}\theta\right)$$

$\theta(\alpha)$ è funzione di α

$r(\alpha)$ è funzione di α

le coordinate polari del profilo effettivo sono $r(\alpha)$ ed $\varphi(\alpha)$
Quindi una volta scelti y ed y' possiamo determinare il profilo della camma e ragionare su essa. I parametri da possono essere ancora cambiati saranno il raggio della rotella e il raggio di base $\Rightarrow$ sono gli unici parametri liberi una volta scelto $y(\alpha)$.

Sono forze difficili da definire a priori e dipendono dal contesto d'impiego a cui il meccanismo è destinato.

$F_p \Rightarrow$ Forze peso

Date dalla legge $F_p = mg$

Hanno un peso trascurabile rispetto alle altre forze.

$F_A \Rightarrow$ Forze di attrito

Le forze di attrito possono essere abbastanza complesse da descrivere e la loro rappresentazione dipende dal modello matematico scelto per descriverle (l'attrito può essere descritto da un modello viscoso o di attrito radente, ecc). In termini semplificati il termine delle forze di attrito è dato da:

$$F_A = \underbrace{F_{AK}}_{\text{coefficiente costante}} \cdot \underbrace{\text{segn}(\dot{y})}_{\text{segno della velocità della punteria}}$$

Quindi le forze di attrito assumono un certo valore e sono positive quando spingono verso il basso ($\dot{y}>0$) e spingono verso l'alto quando $\dot{y}<0$. Le forze di attrito con tale modello agiscono dal basso verso l'alto e sono negative, rispetto al diagramma di corpo libero convenzionalmente usato per rappresentare le forze, quando $\dot{y}<0$.

$F_m \Rightarrow$ Forze della molla.

Essa sarà pari a:

$$F_m = K\overbrace{(y+\delta)}^{\text{deformazione}}$$

dove K è la rigidezza della molla.

y è la quantità di deformazione che deriva dalla legge del moto imposta dalla camme ⇒ è la legge del moto

$K\delta$ è il precarico.

Seguiamo l'andamento delle forze durante il movimento del meccanismo camme-punteria.

Consideriamo che la camme definisce una legge di accelerazione geometrica y'' a cui corrisponde un diagramma delle alzate y che permetterà di raggiungere un'alzata h. Consideriamo un'accelerazione costante a tratti. Vediamo come cambiano le forze precedentemente definite.

Assumendo le forze col segno + se dirette nel senso a favorire il contatto, con un semplice cambiamento della scala il diagramma $\ddot{y}$ rappresenta il diagramma delle forze d'inerzia $m\ddot{y}$ agenti sulla punteria. Viene riportato, nella stessa scala un possibile andamento dei carichi resistenti utili F_u agenti sulla punteria in cui si prevede un picco di forza in corrispondenza del raggiungimento dell'alzata massima. Viene riportato l'andamento della forza peso F_p che è costante, e l'andamento delle forze di attrito F_A

Le forze di contatto camma-punteria sono date da:

$$F = \underbrace{F_i + F_u + F_p + F_A}_{R} + F_m = R + F_m$$

chiamiamo con $R = F_i + F_u + F_p + F_A$; una volta definite le condizioni di progetto le forze che compongono R non vengono più modificate. Lasciamo la forza F_m della molla su cui possiamo agire.

Definite le 4 forze F_i, F_u, F_p ed F_A possiamo determinare, sommando per punti, l'andamento della risultante R.

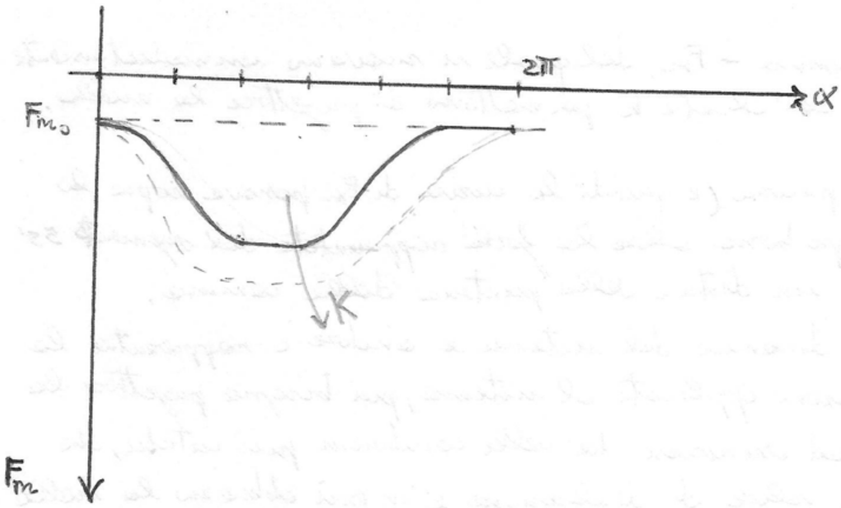
Al variare dell'angolo α la risultante R ha un andamento complesso.

La forza della molla F_m la disegno in un semipiano ribaltando l'asse verticale.

Osserviamo che la forza della molla è data da:

$$F_m = Ky + K\delta = Ky + F_{m0}$$

condizione della molla nella situazione iniziale, situazione di precarico.



Il diagramma della forza della molla ha lo stesso andamento del diagramma di spostamento della punteria y. Quindi i parametri su cui possiamo giocare sono la forza di precarico F_{m0} (facendo traslare la curva verso l'alto o verso il basso) e la rigidezza K (che amplifica il diagramma). Tanto più K è grande tanto più si hanno diagrammi grandi, facendo crescere δ si ha una pura traslazione del diagramma della forza della molla;

E' chiaro che la differenza tra i due diagrammi rappresenta la forza verticale totale $F = R + T$ che si scambiano camma e punteria.

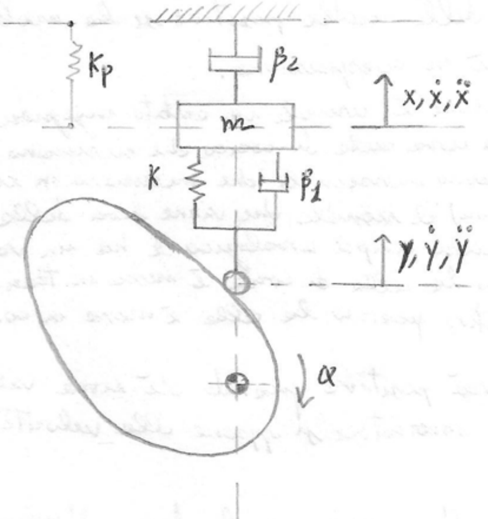
Per ovvie ragioni di sicurezza, fissato un carico F_{min} minimo ammissibile, occorre fare in modo che sia sempre verificata la relazione $R + F > F_{min}$ durante le fasi di azionamento. Fissato anche il carico F_{m0} nella fase di riposo si traccia il diagramma $-y$ cambiando l'origine e la scala in modo che passi per i punti 1' e 5'; letto nella scala della

PROBLEMA DELLE VIBRAZIONI

Il problema più importante che si deve affrontare nel progetto di camme destinate a funzionare ad elevate velocità è quello di impedire l'insorgere di vibrazioni intollerabili. Occorre far riferimento a modelli che consentono di tener conto quantitativamente delle caratteristiche elastiche ed inerziali degli organi che compongono il meccanismo. La definizione del modello coinvolge a fondo l'esperienza del progettista, in quanto il livello di complessità del modello deve essere scelto in funzione della precisione che si desidera per il risultato, la quale a sua volta deve essere commisurata ai limiti di tempo e di costo propri di ogni applicazione. Il criterio normalmente per approntare il modello è quello di schematizzare gli organi meccanici, che attualmente sono a parametri distribuiti (massa, elasticità) con elementi a parametri concentrati, ossia elementi di massa privi di elasticità ed elementi elastici privi di massa. I valori di tali parametri devono essere determinati cercando di mantenere al meglio l'equivalenza dell'energia cinetica ed elastica degli elementi del modello con quelli dei corrispondenti organi del meccanismo. Per tener conto delle dissipazioni di energia si ricorre agli smorzatori.

<u>È quindi possibile rappresentare un sistema camma-punteria attraverso un'operazione di modellazione funzionale</u> descrivendolo con un modello a parametri concentrati.

Partendo da tale modello schematico risulta più agevole passare al corrispondente modello matematico costituito da un sistema di eq. differenziale ordinarie. La risoluzione del problema non presenta particolare complessità che vi è invece nella corretta attribuzione dei valori ai parametri che caratterizzano il modello assunto. Tale difficoltà deriva sia dall'incertezza di valutare dei parametri del sistema reale sia nella necessità di non ricorrere a modelli troppo complicati ed aumenta sensibilmente se si vogliono adottare modelli troppo semplici.



Quindi passare da un disegno CAD fisico ad un modello come quello rappresentato significa fare un'operazione di modellazione funzionale e definire ciò che importa da ciò che non importa, ciò che è significativo da ciò che è trascurabile. Ad esempio K non è la rigidezza di una molla esterna collegata alla punteria ma è la rigidezza della punteria stessa che sottoposta a delle sollecitazioni si allunga o si accorcia. Quindi:

K è la rigidezza interna della punteria.

β_1 è lo smorzamento del materiale con cui è fatta la punteria

β_2 è uno smorzatore che rappresenta in modo diverso di trattare l'attrito.

Se avessi voluto rappresentare una molla di precarico del sistema allo schema si doveva aggiungere una rigidezza K_p con estremi vincolati da un lato al telaio e dall'altro alla massa traslante.

$$F_i = m\ddot{x}$$

Per ciò che riguarda la forza della molla si hanno due possibilità di scriverne delle quali una è esatta:

$$F_m = \begin{cases} K(x-y) \Rightarrow \text{Si considera } x=0 \text{ in condizioni di puntone indeformato (origine del sistema di riferimento).} \\ K(y-x) \Rightarrow \text{assurdo fisico} \Rightarrow \text{sbagliato.} \end{cases}$$

La molla, cioè la rigidezza della puntone, è proporzionale a quanto si deforma. La scelta di come definire la deformazione [scegliere $(x-y)$ o $(y-x)$] deve essere coerente col modello che si vuole schematizzare. La forza F_m, esercitata dalla puntone, sarà positiva e quindi diretta come nello schema di corpo libero quando si sta allungando e $x>y$. Quindi il modello matematico $F_m = K(x-y)$ genera delle forze positive quando $x>y$, il che è ragionevole. Se prendessimo il modello $F_m = K(y-x)$ quando $x>y$ (cioè quando la molla si allunga) il modello ci dà delle forze negative e si ha un assurdo fisico: una molla che viene allungata sta spingendo. Quindi il modello matematico giusto è:

$$F_m = K(x-y)$$

Per lo smorzatore assumiamo un modello lineare. La forza sarà proporzionale attraverso un coefficiente β alla velocità di deformazione $(\dot{x}-\dot{y})$. Quando i due estremi della puntone vanno alla stessa velocità lo smorzatore non si deforma.

$$F_{s1} = \beta_1(\dot{x}-\dot{y})$$

$$F_{s2} = \beta_2(\underbrace{0}_{\text{velocità del telaio}} - \dot{x}) = -\beta_2\dot{x}$$

La forza dello smorzatore è positiva e quindi tira verso il basso quando la puntone si sta allungando, cioè quando $\dot{x}>\dot{y}$. Quando si ha un accorciamento della puntone $\dot{x}<\dot{y}$ si ha una forza negativa. Quando la puntone si accorcia spinge sulla massa.

Osserviamo che $F_{s2} = \beta_2\dot{x}$ è un assurdo fisico: la forza è positiva quando l'oggetto (massa) sta salendo ed il modello descrive uno smorzatore che in fase di compressione sta tirando la massa, cosa che non capita in quanto lo smorzatore è un elemento dissipativo.

Notiamo che i modelli matematici descritti hanno senso se affiancati dal disegno di corpo libero (e si riferiscono ad essi) dove definisco i versi positivi delle forze e dove definisco i sistemi di riferimento per gli spostamenti.

Scriviamo l'equazione di equilibrio alla traslazione

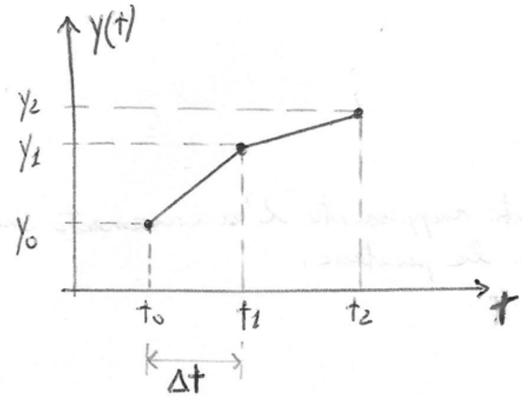
$$\downarrow)\quad F_i + F_{s1} + F_m - F_{s2} = 0$$

sostituendo i modelli delle forze considerate:

$$m\ddot{x} + \beta_1(\dot{x}-\dot{y}) + K(x-y) + \beta_2\dot{x} = 0$$

⇒ questo è il modello matematico che essendo il modello a parametri concentrati è un'eq. differenziale ordinaria alle derivate seconde

Quindi il metodo numerico permette partendo da una funzione iniziale y_0 e conoscendo il comando iniziale v_0, di calcolare la derivata di ordine massimo e quest'ultima mi permette di prevedere quale sia l'uscita y_1 dopo un tempo Δt.



Mi trovo quindi dopo un passo d'integrazione al livello y_1 e riutilizzo le medesime equazioni per calcolare y_2 e così via ⇒ ricostruisco per punti l'andamento $y(t)$ cioè l'uscita in funzione dell'ingresso.

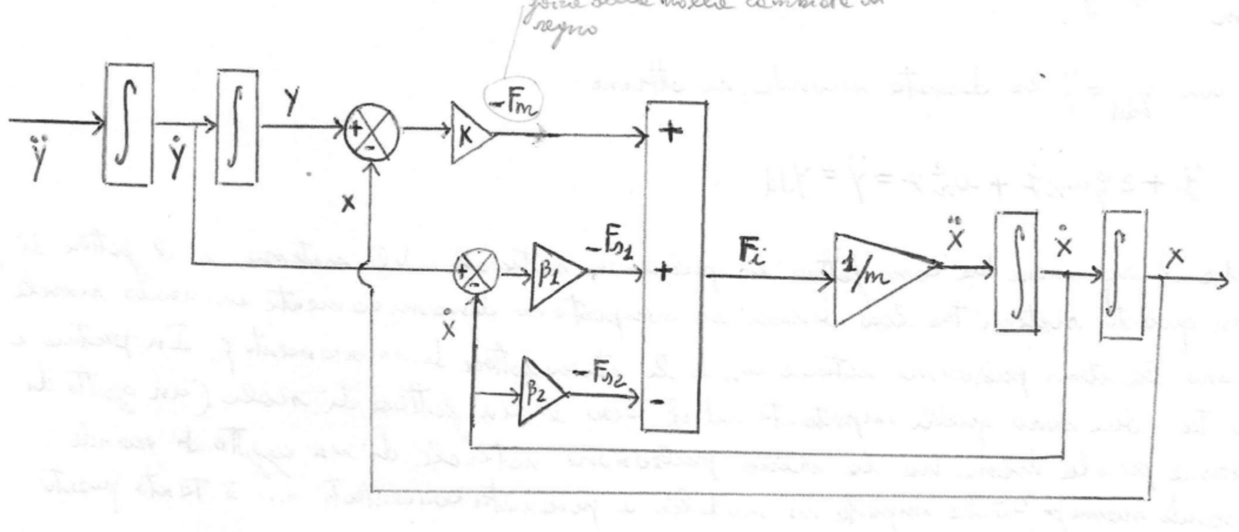
Naturalmente dietro questo vi sono delle leggi d'integrazione implementate da degli algoritmi di calcolo.

Questo schematizzato è un esempio di **ALGORITMO DI EULERO**

Consideriamo la rappresentazione grafica dell'equazione:

$$\ddot{x}=\frac{1}{m}\left(\beta_1(\dot{y}-\dot{x})-\beta_2\dot{x}+K(y-x)\right)$$

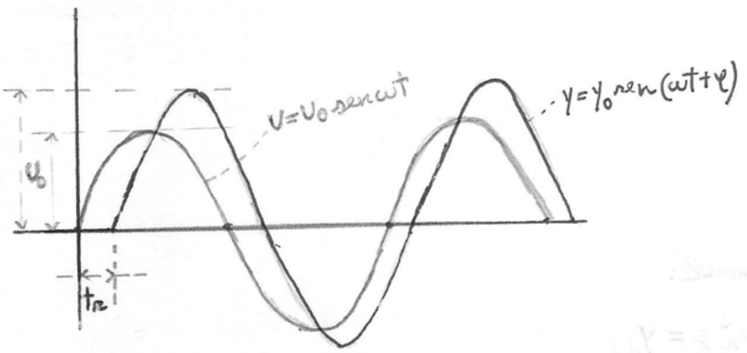
Per impostazione dei sistemi è comune la prima scelta che viene fatta è quella del diagramma delle accelerazioni ed è quindi più facile ed usuale utilizzare come ingresso la legge di accelerazione.



Con questo schema non solo permette di analizzare come evolve la variabile x ma come nel tempo si evolvono anche delle variabili d'interesse F_m, $F_{\eta 1}$ ed $F_{\eta 2}$. Quindi si possono visualizzare anche gli andamenti delle variabili intermedie che hanno un preciso significato fisico come la rigidezza della molla o gli andamenti dell'attrito viscoso del materiale. Ciò ci permette di evidenziare ad esempio se un certo pezzo di modello sia significativo o meno: ad esempio se otteniamo l'andamento delle tre forze F_m, $F_{\eta 1}$ ed $F_{\eta 2}$ si potrà scoprire che delle di esse

$$y = y_0 \, sen(\omega t + \varphi)$$

dove y_0 è l'ampiezza dell'uscita. L'uscita sarà sfasata di un angolo φ rispetto all'ingresso e tale angolo è legato al tempo di ritardo t_r. In generale l'uscita è sempre in ritardo rispetto all'ingresso.



Oggetto dello studio della risposta in frequenza è quanto vale il rapporto tra le ampiezze in funzione della pulsazione del sistema.

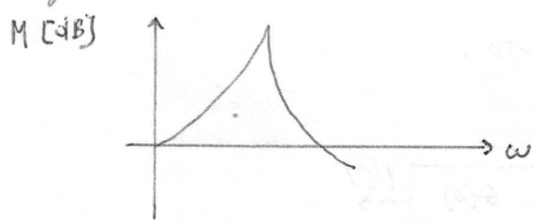
$$A(\omega) = \frac{y_0}{V_0}$$

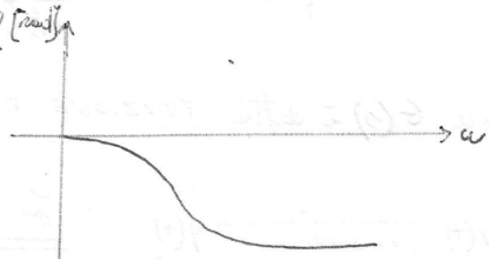
si vuole capire man mano che varia ω cioè il periodo dell'ingresso (al crescere della frequenza il periodo si riduce) cosa succede al rapporto tra le ampiezze e soprattutto quanto vale l'ampiezza dell'uscita.

e quanto vale l'angolo φ al variare di $\omega \Rightarrow \varphi(\omega)$.
Lo studio viene fatto a regime del sistema.
Il rapporto $A(\omega)$ viene spesso rappresentato non in scala lineare ma in dB:

$$M(\omega) = 20 \log_{10} (A(\omega))$$

Si ottengono andamenti del tipo:





Nel caso del modello in studio:

$$\ddot{z} + 2\xi\omega_n \dot{z} + \omega_n^2 z = y_{dd}$$

si ha:

ingresso armonico $\quad y_{dd} = y_{dd0} \, sen\omega t$

uscita armonica $\quad z = z_0 \, sen(\omega t + \varphi)$

Nel nostro caso il rapporto tra le ampiezze sarà:

$$A = \frac{z_0}{y_{dd0}}$$