NUMERO: 1184

DATA: 22/10/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Antonacci

MATERIA: Fisica I + Formulario +Soluzioni +Eserc.

Prof. Vadacchino

Cinematica

Moto rettilineo uniforme

- $x = x_0 + v_0 t$

Moto uniformemente accelerato

- $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{1} a t^2$
- $v = v_0 + at$
- $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$

Corpo in caduta da fermo

- $v = \sqrt{2gh}$
- $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Moto del proiettile

- $y = x \tan\theta - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\theta} x^2$
- $h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}$
- $x_{max} = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$

Moto circolare uniforme

- $\theta = \theta_0 + \omega_0 t$

Moto circolare uniformemente accelerato

- $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
- $\omega = \omega_0 + \alpha t$
- $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\theta$

Moto curvilineo

- $\vec{a} = a_T \vec{\theta} + a_R \hat{r} = \frac{d|\vec{v}|}{dt}\hat{\theta} - \frac{v^2}{r}\hat{r}$

Energia

- Cinetica $K = \frac{1}{2}mv^2$
- Rotazione $K = \frac{1}{2}m_T v_{CM}^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega_{CM}^2$
- Forze vive $K_f K_i = L_{TOT}$
- Potenziale $U = L = int_{x_i}^{x_f} \vec{F} \cdot d\vec{l}$
- Meccanica $E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + U$
- Conservazione $E_f E_i = L_{NON-CONS}$
- En potenziale forze fondamentali
  - Forza peso $U(h) = mgh$
  - Forza elastica $U(x) = \frac{1}{2}k(xl0)^2$
  - Gravità $U(r) = G\frac{m_1 m_2}{r}$
  - Elettrostatica $U(r) = \frac{1}{4\pi\ epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$

Quantità di moto e momento angolare

- Quantità di moto $\vec{p} = m\vec{v}$
- Impulso $\vec{I} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt$
- Momento angolare $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
- Mom angolare intorno ad un asse fisso $|\vec{L}| = I_{asse}\omega$

Equazioni cardinali

- $\vec{p}_T = \Sigma\vec{p}_i = m_T\vec{v}_{CM}$
- $\vec{L}_T = \Sigma\vec{L}_i = I_{asse}\vec{\omega}$
- I equazione cardinale $\Sigma\vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}_T}{dt} = m_T \cdot a_{CM}$
- II equazione cardinale $\Sigma\vec{\tau}_{ext} = \frac{d\vec{L}_T}{dt}$

Urti

- Tra due masse isolate $\vec{p}_T = costante$
- Totalmente anelastico $v_f = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$
- Elastico (si conserva anche l'energia)
  - Conservazione quantità di moto $m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$
  - Conservazione energia $m_1 v_{1i}^2 + m_2 v_{2i}^2 = m_1 v_{1f}^2 + m_2 v_{2f}^2$
  - $v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}v_{2i}$
  - $v_{2f} = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}v_{2i} + \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_{1i}$

GRANDEZZA	SIMBOLO	VALORE	UNITÀ DI MISURA
Velocità della luce nel vuoto	c	299 792 458	$m \cdot s^{-1}$
Costante dielettrica del vuoto	ε_0	$8{,}854\ 187\ 817\ldots \times 10^{-12}$	$F \cdot m^{-1}$
Permeabilità del vuoto	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$	$T \cdot m \cdot A^{-1}$
Costante di gravitazione universale	G	$6{,}672\ 59(85) \times 10^{-11}$	$N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$
Costante di Planck	h	$6{,}626\ 068\ 76(52) \times 10^{-34}$	$J \cdot s$
Carica dell'elettrone	e	$1{,}602\ 176\ 462(63) \times 10^{-19}$	C
Massa a riposo dell'elettrone	m_e	$9{,}109\ 381\ 88(72) \times 10^{-31}$	kg
Massa a riposo del protone	m_p	$1{,}672\ 621\ 58(13) \times 10^{-27}$	kg
Massa a riposo del neutrone	m_n	$1{,}674\ 927\ 16(13) \times 10^{-27}$	kg
Unità di massa atomica	1 amu	$1{,}660\ 538\ 73(13) \times 10^{-27}$	kg
Numero di Avogadro	N_A	$6{,}022\ 141\ 99(47) \times 10^{23}$	mol^{-1}
Costante di Boltzmann	k	$1{,}380\ 6503(24) \times 10^{-23}$	$J \cdot K^{-1}$
Costante dei gas	R	8,314 472(15)	$J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$
Costante di Stefan-Boltzmann	σ	$5{,}670\ 400(40) \times 10^{-8}$	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$
Accelerazione di gravità (livello del mare)	g	9,80665	$m \cdot s^{-2}$

ESERCIZI DI **MECCANICA**

1. Determinare la traiettoria di un punto che si muove con la legge del moto data dall'equazione: $\mathbf{r}(t) = x_o \cos\omega t\, \mathbf{i} + y_o \cos\omega t\, \mathbf{j}$.
   Soluzione: La retta $y = \left(\frac{y_o}{x_o}\right) x$ con $|x| \leq x_o$.

2. Determinare la traiettoria di un punto che si muove con la legge del moto data dall'equazione: $\mathbf{r}(t) = x_o \cos\omega t\, \mathbf{i} - y_o \sin\omega t\, \mathbf{j}$.
   Soluzione: L'ellisse di equazione $\frac{x^2}{x_o^2} + \frac{y^2}{y_o^2} = 1$.

3. Determinare la traiettoria di un punto che si muove con la legge dal moto data dall'equazione: $\mathbf{r}(t) = x_o \cos\omega t\, \mathbf{i} + y_o \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})\, \mathbf{j}$.
   Soluzione: L'ellisse di equazione $\frac{x^2}{x_o^2} + \frac{y^2}{y_o^2} = 1$.

4. Determinare la traiettoria di un punto che si muove con la legge dal moto data dall'equazione: $\mathbf{r}(t) = x_o \cos\omega t\, \mathbf{i} + (y_o \sin\omega t + x_o)\, \mathbf{j}$.
   Soluzione. Ellissi con semiassi x_o e y_o e centro in $y = x_o$

5. Una sbarra lunga l si muove nel piano (x, y), con un estremo vincolato a muoversi sull'asse x e l'altro sull'asse y. Quale è la traiettoria del punto medio della sbarra B ?
   Soluzione: Un'arco di circonferenza, con centro nell'origine degli assi e raggio $l/2$.

6. Un punto è sottoposto a tre forze: $\mathbf{F}_1 = -3\,\mathbf{i} + 5\,\mathbf{j} - 2\,\mathbf{k}$, $\mathbf{F}_2 = 4\,\mathbf{i} + 4\,\mathbf{j} + 2\,\mathbf{k}$ e $\mathbf{F}_3 = x\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j}$. È possibile, scegliendo opportunamente x e y, ottenere che il punto sia in equilibrio ? Se è possibile, quanto valgono x e y ?
   Soluzione: $\mathbf{F}_3 = -\,\mathbf{i} - 9\,\mathbf{j}$.

7. Due masse M_1 e M_2, collegate da un filo sono collocate sulla superficie semicircolare di Figura 1 di raggio R. Calcolare la relazione tra gli angoli α e β in condizioni di equilibrio.

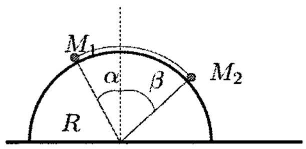


Figura 1: Problema 7

   Soluzione: $M_1\ \sin\alpha = M_2\ \sin\beta$

8. Le tre forze $\mathbf{F}_1 = -5\,\mathbf{i}$, $\mathbf{F}_2 = 10\,\mathbf{j}$ e $\mathbf{F}_3 = 15\,\mathbf{i}$ sono applicata ad un punto posto nell'origine. Quanto vale la forza $\mathbf{F}$ che si deve applicare affinchè il punto sia in equilibrio ?
   Soluzione: $\mathbf{F} = -10\mathbf{i} - 10\mathbf{j}$

9. Un cilindro avente massa di 55 kg poggia su due piani che formano tra di loro un angolo di 90°. Se l'angolo fatto da uno dei piani con l'orizzontale

16. La sbarra di Figura 3 ha massa M; di quanto si deformano le due molle aventi costanti di elasticità k_1 e k_2, tenendo conto che il baricentro della sbarra G è nella posizione indicata nella figura ?
Soluzione: $x_1 = \frac{Mg}{k_1}\left(1 - \frac{l}{L}\right)$; $x_2 = \frac{Mgl}{k_2 L}$

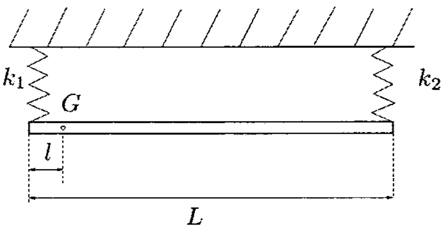


Figura 3: Problema 16

17. La massa m scorre sulla sbarra prismatica e omogenea avente massa M di Figura 4. La sbarra è collegata a sinistra al perno A ed è tenuta in posizione orizzontale dalla molla di rigidità k. Esprimere la relazione tra la deformazione della molla x e la posizione della massa l.
Soluzione.: $x = \frac{mgl}{kL} + \frac{Mg}{2k}$

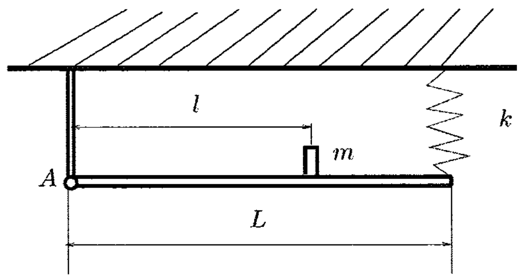


Figura 4: Problema 17

18. Un punto si muove di moto rettilineo con la velocità $v(t) = pt^2 - qt$, essendo $p = 2\,ms^{-3}$ e $q = 3\,ms^{-2}$. All'istante $t = 3\,s$ il punto si trova in $x = 6,5\,m$; calcolare la posizione iniziale e lo spazio percorso fino all'inversione di moto.
Soluzione: $x(o) = 2\,m$; $s = 0,875\,m$.

19. L'angolo di rotazione di un corpo dipende dal tempo con legge $\theta(t) = \theta_0 + bt + ct^2$. Calcolare le espressioni generali della velocità angolare e dell'accelerazione angolare. Se la velocità iniziale è $\pi\ s^{-1}$ e dopo $3\ s$ è divenuta $4\ \pi s^{-1}$, quanto valgono le costanti b e c ?
Soluzione: $b = \pi$, $c = \frac{\pi}{2}$.

20. La manovella di Figura 5 ruota con velocità angolare ω e trasmette, attraverso il glifo, il suo moto al pistone; quanto vale la massima velocità e

distanza dalla stazione A i due treni si incontrano ?
Soluzione: $4,765\ km$

25. Una palla di gomma, avente massa di $0,1\ kg$ viene fatta cadere, partendo da ferma, dall'altezza di $4\ m$; se in ogni urto con il terreno perde $0,8\ J$, quale altezza raggiunge dopo il primo urto ?
Soluzione: $3,18\ m$

26. Una massa parte da ferma dall'origine con una accelerazione data dalla $a = 3e^{-2t}$. Calcolare la legge del moto.
Soluzione.: $x = \frac{3}{2}\left[t + \frac{1}{2}(e^{-2t} - 1)\right]$

27. Una particella di massa m parte da ferma dal punto di coordinata x_0, sotto l'azione di una forza parallela all'asse x, data dalla $F = F_0 e^{-bt}$. Trovare la legge del moto, la velocità e l'accelerazione.
Soluzione: $x = x_o + \frac{F_o}{mb}\left[t + \frac{1}{b}\left(e^{-bt} - 1\right)\right]$; $v = \frac{F_o}{mb}\left(1 - e^{-bt}\right)$; $a = \frac{F_o}{m}e^{-bt}$.

28. Un'automobile in moto con velocità v_0 comincia a frenare e si ferma nello spazio L. Quanto vale l'accelerazione media a_m di frenata nell'ipotesi che la frenata avvenga con le seguenti modalità: 1. con $a = cost$; 2. con $a = \gamma t$?
Soluzione: 1: $a_m = -\frac{v_o^2}{2L}$; 2: $a_m = -\frac{4v_0^2}{3L}$.

29. Delle gocce cadono da un rubinetto non ben chiuso al ritmo di n al secondo. Se le gocce sono sottoposte sola alla forza di gravità, che relazione esiste tra la loro distanza d ed il tempo ?
Soluzione: $d = \left(\frac{g}{n}\right)\left(\frac{1}{2n} + t\right)$

30. Un sasso è gettato in un pozzo. Se si sente il suono dell'impatto sul fondo dopo $4\,s$ quanto è profondo il pozzo ? (N.B.: Si assuma per la velocità del suono è in aria il valore di $350\,m/s$).
Soluzione: $71,15\,m$.

31. Un pendolo avente lunghezza $l = 1\ m$ e massa $m = 1\ kg$ parte da fermo quando l'angolo con la normale vale θ. Se la sua velocità, quando raggiunge la normale, è di $3,13\ \frac{m}{s}$, quanto vale θ ?
Soluzione: $\theta = 60°$.

32. Un corpo avente una massa di $4\ kg$ si muove lungo l'asse x sotto l'azione di una forza dipendente dal tempo secondo la legge $F = ht^3$; se parte da fermo e dall'origine degli assi quanto vale h se dopo $4\ s$ la massa ha percorso $16\,m$?
Soluzione: $h = 0,3125\ \frac{N}{s^3}$

33. Una pietra lanciata verso l'alto raggiunge la quota h all'istante t_1 e ripassa per la stessa quota all'istante t_2. Dimostrare che $t_1 t_2 = 2h/g$.

applicata al filo in funzione dell'angolo di oscillazione α nel caso di piccole oscillazioni ?
Soluzione: $p(\alpha) = mg\left(\cos\alpha + \alpha_0^2 - \alpha^2\right)$.

40. Una palla di gomma avente massa di $0,35\,kg$ viene fatta cadere dall'altezza di $1,5\,m$. Se dopo 5 rimbalzi raggiunge la quota di $0,95\,m$, quanto vale l'energia persa in media ad ogni rimbalzo ?
Soluzione: $0,377\,J$.

41. Una massa m è sospesa con un cavo al volano di massa M, come in Figura 8. Quanto deve valere il rapporto $\frac{M}{m}$ affinchè la massa m scenda con un'accelerazione metà di quella di gravità ? N. B. Il momento d'inerzia del volano è $\frac{1}{2}MR^2$

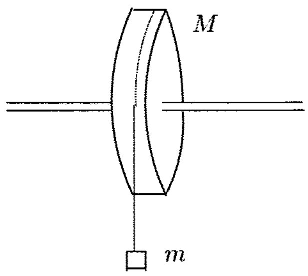


Figura 8: Problema 41

Soluzione: 2.

42. La forza che agisce su di una particella ferma di massa m ha, all'istante $t = 0$, il valore F_0 e decresce linearmente con il tempo, passando, all'istante $t = t_0$ per il valore 0. Se la particella si muove lungo l'asse x dopo quanto tempo la particella ripassa nel punto dal quale è partita ?
Soluzione: $3t_0$

43. All'interno di un vagone ferroviario è montato un pendolo di massa m e di lunghezza l. Il vagone, partendo da fermo, accelera per un tempo τ; durante questa fase il pendolo si sposta dalla posizione verticale di un angolo α. Quanto spazio ha percorso il vagone in questo tempo τ ?
Soluzione: $s = \frac{g\tau^2}{2}\tan\alpha$

44. Un corpo di massa m viene lanciato verso il basso con velocità v_o dall'altezza h e raggiunge il suolo dopo il tempo t_o. Quanto vale la forza media dovuta alla resistenza aerodinamica ?
Soluzione: $m[g - 2(h - v_o t_o)/t_o^2]$.

45. Ad un certo istante molte particelle partono da A, sotto l'azione della forza di gravità, seguendo diversi piani inclinati con angolo α (si veda la Figura 9). Dimostrare che, in assenza di attrito, all'istante t_0 nel quale la particella che cade lungo la verticale raggiunge B, tutte la particelle sono su di una circonferenza con diametro AB.

corpo scende con accelerazione a. Calcolare a nell'ipotesi che $\eta_d \approx \eta_s = \eta$.
Soluzione: $a = \frac{\sin \Delta\alpha}{\cos \alpha_o} g$.

51. Una massa m, sottoposta alla forza proporzionale al tempo $F = ct$, si muove partendo da ferma su di un piano; tra la massa ed il piano esiste attrito con un coefficiente dinamico μ. Che velocità raggiunge la massa dopo il tempo τ ?
Soluzione: $v = \tau \left(\frac{c\tau}{2m} - \mu g\right)$

52. Agli estremi della fune inestensibile di lunghezza l e massa m sono applicate le forze F_A e F_B indicate in Figura 11. Quanto vale la forza $p(x)$ applicata alla sezione che dista x dall'estremo sinistro ?
Soluzione: $p(x) = F_A(1 - x/l) + F_B(x/l)$

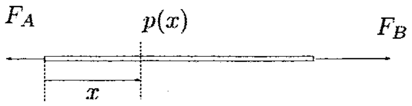


Figura 11: Problema 57

53. La sbarra di massa m della Figura 12 è collocata sui due dischi uguali che ruotano in verso opposto alla stessa velocità angolare ω. Tra la sbarra ed i dischi esiste un coefficiente d'attrito dinamico μ. Quando il punto medio della sbarra si sposta dal punto centrale tra gli assi di rotazione la sbarra esegue un moto di oscillazione armonica intorno al punto medio; calcolare il periodo di tale moto.
Soluzione: $2\pi\sqrt{(a)/(\mu g)}$

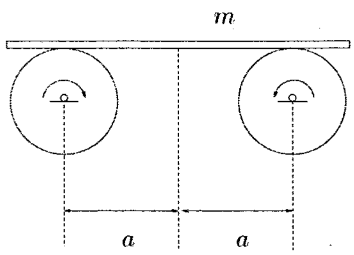


Figura 12: Problema 53

54. Dimostrare che un pendolo avente massa m e lunghezza l che oscilla tra gli angoli $\alpha = -\frac{\pi}{2}$ e $\alpha = \frac{\pi}{2}$ esercita sul filo, quando è $\alpha = 0$, la forza $T = 3mg$

55. Un corpo di massa m, che si può muovere lungo l'asse x, è sottoposto alla forza $F_x = a - bt$. Se parte da fermo dal punto $x = 0$, quali valori debbono avere a e b affinchè ripassi per l'origine dopo il tempo t_0 con la velocità $v = v_0$?
Soluzione: $a = -(2mv_0)/t_0$; $b = -(6mv_0)/t_0^2$

M rispetto ad un'asse passante per il centro del quadrato e parallela ad un lato è $\frac{ML^2}{12}$
Soluzione: $a = 0,92\ m$.

59. Due corpi sono lanciati verso l'alto con eguale velocità V_0, ma con un intervallo di tempo τ. Dopo quanto tempo essi si incontrano ?
Soluzione: $\frac{v_0}{g} - \frac{\tau}{2}$

60. Un pendolo semplice di massa $m_1 = 0,1\ kg$ e lunghezza $l = 1\ m$, soggetto ad una forza orizzontale $\mathbf{F} = 1N$, come indicato nella Figura 15, si trova in equilibrio statico. Si calcoli l'angolo $\theta = \theta_o$ di equilibrio statico. All'istante t_o la forza $\mathbf{F}$ viene rimossa ed il pendolo è lasciato libero di oscillare. Quando $\theta = 0$ la massa m_1 urta la massa $m_2 = 0,3\ kg$ inizialmente ferma sul piano orizzontale. Dopo l'urto, parzialmente anelastico, il pendolo ritorna indietro e raggiunge l'angolo $\theta = \theta_{max} = 30°$, mentre la massa m_2 viene spinta in avanti. Si calcolino le velocità delle due masse dopo l'urto.

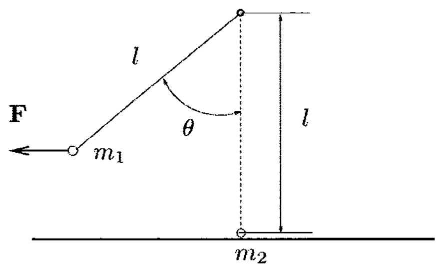


Figura 15: Problema 60

Soluzione: $\theta_o = 45°\ 34'$; $v_{1f} = 1,62\ \frac{m}{s}$; $v_{2f} = 0,26\ \frac{m}{s}$.

61. Le due masse $m_1 = 1\ kg$ e $m_2 = 0,6\ kg$ di Figura 16 sono collegate da una fune inestensibile e di massa trascurabile che passa, senza strisciare, sulla carrucola di raggio $R = 5\ cm$ e momento d'inerzia $I = 2 \times 10^{-4}\ kgm^2$. La massa m_1 scorre su di un piano ruvido con attrito statico μ_s e dinamico $\mu_d = 0,2$. Calcolare quale è il massimo valore di μ_s, tale che la massa m_2 riesce a muovere la massa m_1. Calcolare inoltre, nel caso la massa m_2 si muova quanto vale la sua accelerazione.

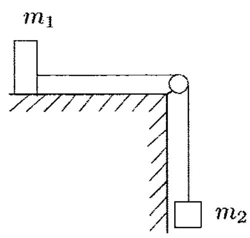


Figura 16: Problema 61

quando esse si incontrano ?
Soluzione: $v = \sqrt{\dfrac{gh(M_1 - M_2)}{(M_1 + M_2 + I/R^2)}}$

67. La sbarra di massa m e lunghezza l della Figura 18 è tenuta in posizione orizzontale dalla molla avente coefficiente di elasticità k. Calcolare la frequenza di oscillazione per piccole rotazioni intorno al perno C.
Soluzione: $\sqrt{(3k)/m}$

Figura 18: Problema 67

68. Un treno può acquisire un'accelerazione con valore assoluto massimo a e velocità massima v; quanto vale il tempo minimo necessario a fermarsi dopo avere percorso, partendo da fermo, lo spazio s ? Per quale rapporto tra s ed a il tempo è minimo ?
Soluzione: $t = s/v + v/a$; $v = (sa)^{1/2}$.

69. Una carrucola è costituita da due dischi omogenei aventi raggi rispettivamente $r_1 = 0,3\ m$ e $r_2 = 0,2\ m$ saldati tra loro come mostrato nella Figura 19 e può ruotare senza attrito intorno ad un asse che passa per il suo centro di massa C; il momento d'inerzia rispetto a questo asse è $I = 12,5\ kgm^2$. Due masse $m_1 = 12\ kg$ e m_2 sono collegate alla carrucola mediante due funi inestensibili e di massa trascurabile. Quanto deve valere la massa m_2 affinchè la carrucola non abbia un'accelerazione angolare ? Se sopra m_1 viene posta una massa $m_3 = 10\ kg$ quanto vale l'accelerazione angolare della carrucola ?

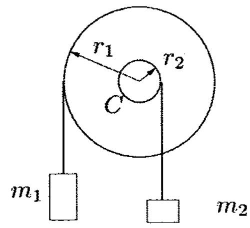


Figura 19: Problema 69

Soluzione: $m_2 = 18\ kg$; $\alpha = 0,56\ s^{-1}$

70. Una macchina avente massa $m_1 = 1,4\ t$ che si muove alla velocità costante $v_1 = 80\ \dfrac{km}{h}$ è seguita da un'altra macchina, di massa $m_2 = 0,9\ t$, che si muove anch'essa alla velocità costante $v_2 = 110\ \dfrac{km}{h}$. Se ad un certo istante le due macchine distano $d = 950\ m$ calcolare dopo quanto tempo la macchina più veloce tampona la più lenta. Dopo il tamponamento le

73. La massa m si trova ad un'altezza h sopra una molla di rigidità k secondo la schema di Figura 22. Se viene lasciata cadere sulla molla, quanto vale la deformazione massima δ della molla ?

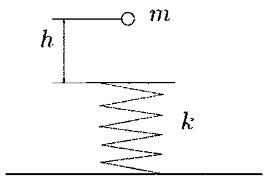


Figura 22: Problema 73

Soluzione: $\delta = \dfrac{mg}{k}\left(1+\sqrt{1+\dfrac{2kh}{mg}}\right)$.

74. Due punti che si muovono lungo l'asse x hanno diverse leggi del moto: per uno la legge è $x = 3t - 5t^2$ e per l'altro è $x = 2t + 7t^2 + 3$. Dire se i punti si incontrono ed in caso positivo calcolare il momento nel quali si ha tale incontro.

Soluzione: Le particelle non si incontrano mai.

75. Il cuneo di Figura 23 può muoversi lungo un piano orizzontale.

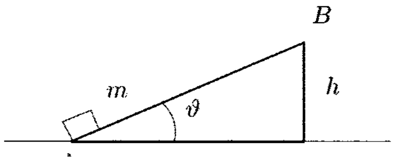


Figura 23: Problema 75

Sul piano inclinato del cuneo è poggiato un oggetto di massa m e dimensioni trascurabili, inizialmente fermo rispetto al cuneo stesso. Trascurando la resistenza dell'aria e supponendo che l'attrito sul piano inclinato sia nullo, determinare quale deve essere l'accelerazione a_0 del cuneo affinchè l'oggetto rimanga fermo rispetto al cuneo. Se l'accelerazione del cuneo è $2a_0$ e l'oggetto si trova in A alla base del cuneo, quanto tempo impiega l'oggetto per raggiungere il punto B in cima al piano inclinato ?

Soluzione: $a_0 = g\tan\vartheta$; $t = \dfrac{1}{\sin\vartheta}\sqrt{\dfrac{2h}{(2a_0 - g)}}$.

76. Il pendolo avente massa m e lunghezza l della Figura 24 è lasciato andare dalla posizione orizzontale $\vartheta = 0$ e urta, quando è $\vartheta = \dfrac{\pi}{2}$, la molla di costante di elasticità k.

Esprimere la relazione tra la velocità v e l'angolo ϑ e calcolare la deformazione subita dalla molla.

Soluzione: $v = \sqrt{2gl\sin\vartheta}$; $x = \sqrt{\dfrac{2mgl}{k}}$

80. Una sbarra di massa trascurabile e lunghezza l è tenuta in posizione orizzontale da una molla di costante di elasticità k e da un perno C, come mostrato in Figura 27. Se vengono appoggiate due masse m_1 e m_2 alle distanze dal perno indicate in figura quanto valgono la forza applicata al perno e la deformazione della molla ?

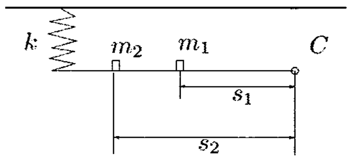


Figura 27: Problema 80

Soluzione. $x = \frac{g(m_2 s_2 + m_1 s_1)}{kl}$; $F = (m_1 + m_2)g - \frac{m_2 s_2 + m_1 s_1}{l} g$

81. La massa m parte dal suolo e viene lanciato verso l'alto con velocità v_0. Essa è sottoposta, oltre che alla forza di gravità, anche ad una forza diretta verso il basso che varia nel tempo con la legge $F = -2t^{1/2}$. Se ricada al suolo dopo il tempo t_0 quanto vale la massa m ?

Soluzione. $m = \frac{16}{15} \frac{t_0^{3/2}}{(2v_0 - gt_0)}$.

82. Un trampolino lungo $5\,m$ è formato da una tavola avente massa $80\,kg$, appoggiata a due plinti come mostrato in Figura 28. Quanto deve essere la distanza d per evitare che un tuffatore avente massa di $110\,kg$ faccia ribaltare il trampolino ?

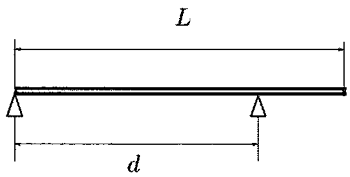


Figura 28: Problema 82

Soluzione. $d = 3,947\,m$

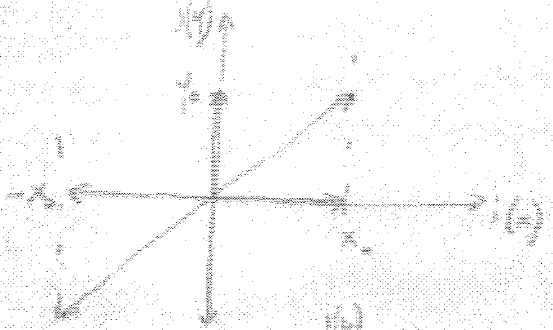
83. Una massa $m = 1\,kg$, ferma all'origine dell'asse x, si muove sotto l'azione della forza $F = ht - kt^2$ parallela all'asse x. Se dopo $1\,s$ ha coordinata $x = 5\,m$ e dopo $3\,s$ è $x = -8\,m$ quanto valgono h e k ?

Soluzione. $k = 31,78\,\frac{N}{s^2}$ e $h = 45,89\,\frac{N}{s}$

84. L'albero AB di Figura 29 ruota con velocità angolare ω. All'albero è attaccata la sbarra DC sulla quale può scorrere, senza attrito, la massa m che è tenuta in posizione dalla molla di costante k. Quando $\omega = 0$ la distanza della massa dal punto D è x_0. Quando la sbarra ruota la distanza diventa x; esprimere ω in funzione di x.

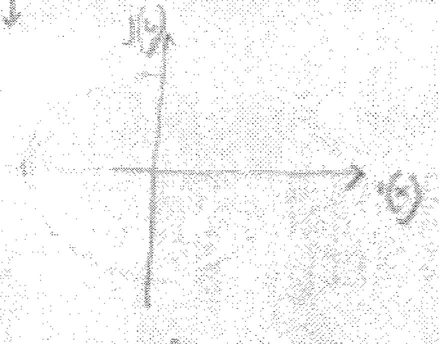
1) $r(t) = x_0 \cos\omega t\, i + y_0 \cos\omega t\, j$

$y = \frac{y_0}{x_0} x \qquad -x_0 \le x \le x_0$



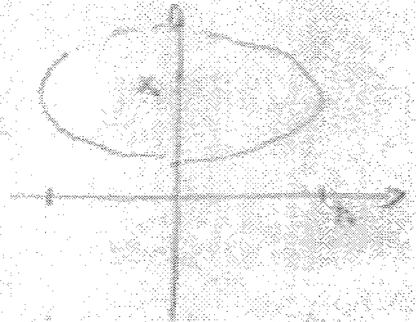
2) $r(t) = x_0 \cos\omega t\, i - y_0 \sin\omega t\, j$

$\left(\frac{x}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{y}{y_0}\right)^2 = 1$

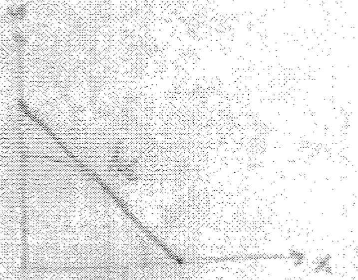


4) $r(t) = x_0 \cos\omega t\, i + (y_0 \sin\omega t + x_0)\, j$

$\left(\frac{x}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{y - x_0}{y_0}\right)^2 = 1$



5)



$r(t) = \frac{l}{2}\cos\omega t\, i + \frac{l}{2}\sin\omega t\, j$

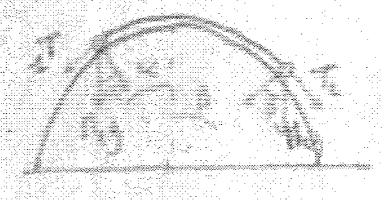
$x^2 + y^2 = \frac{l^2}{4} \qquad 0 \le x \le l/2$

$0 \le y \le l/2$

6) $F_1 = -3i + 5j - 2k$
$F_2 = 6i + 4j + 2k$
$F_3 = x i + y j$

a) $-3 + 6 + x = 0 \qquad x = -3$
b) $+5 + 4 + y = 0 \qquad y = -9$
c) $-2 + 2 = 0$

7)



Equilibrium: $T_1 = T_2$
$T_1 = m_1 g \sin\alpha \qquad m_1 g \sin\alpha = m_2 g \sin\beta$
$T_2 = m_2 g \sin\beta$

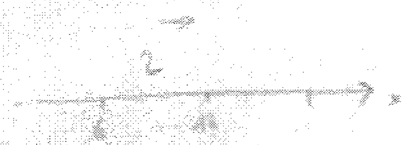
8) $F_1 = -5i$
$F_2 = 10j$
$F_3 = 15i$
$F = x i + y j$

a) $-5 + 15 + x = 0$
b) $10 + y = 0$
$F = -10i - 10j$

14) x_0 ; $v_0 = 3\,m/s$ $\qquad a = const$ $\qquad x_0 = ?$

$x_1 = 12\,m$ $\quad t_1 = 1\,s$ $\qquad a = ?$

$x_2 = 6\,m$ $\quad t_2 = 2\,s$



$$\begin{cases} x_1 = x_0 + v_0 t_1 + \frac{1}{2} a_0 t_1^2 \\ x_2 = x_1 + v_1 t_2 + \frac{1}{2} a_0 t_2^2 \end{cases} \qquad v_1 = v_0 + a_0 t_1$$

$$x_2 = x_1 + (v_0 + a_0 t_1) t_2 + \frac{1}{2} a_0 t_2^2$$

$$x_2 = x_1 + v_0 t_2 + a_0 t_1 t_2 + \frac{1}{2} a_0 t_2^2$$

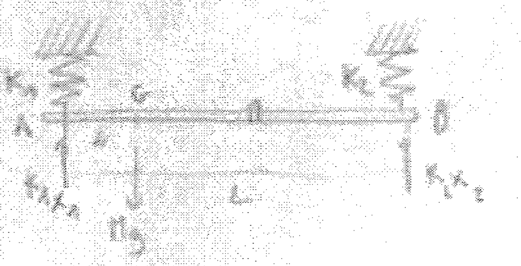
$$a_0 = \frac{x_2 - x_1 - v_0 t_2}{t_1 t_2 + \frac{1}{2} t_2^2} = -3\,m/s^2$$

$$x_0 = x_1 - v_0 t_1 - \frac{1}{2} a_0 t_1^2 = 10{,}5\,m$$

15) $F = 2 - b t_0^2 = 0$ $\qquad t = t_0$

$$a = \frac{2 - b t_0^2}{m} \qquad v = \frac{2 t_0}{m} - \frac{b t_0^3}{3m} \qquad s = \frac{t_0^2}{m} - \frac{b t_0^4}{12\,m} = 0 \rightarrow b = \frac{12}{t_0^2}$$

16)

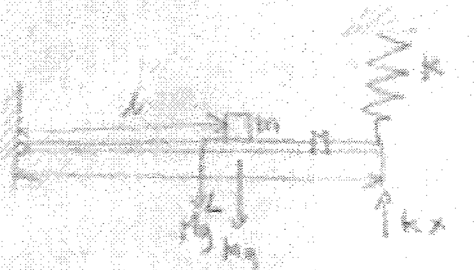


EQUILIBRI DI MOMENTI

$$M_A = Mg\,l - K_2 x_2 L = 0 \qquad x_2 = \frac{Mg\,l}{K_2 L}$$

$$M_B = Mg(L - l) - K_1 x_1 L = 0 \qquad x_1 = \frac{Mg(L - l)}{K_1 L}$$

17)



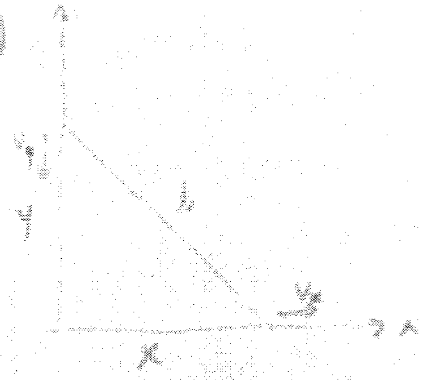
$x = ?$

EQUILIBRIO DI MOMENTI

$$M_A = Mg\frac{L}{2} + mg\,l - KxL = 0$$

$$x = \frac{Mg}{2K} + \frac{mg\,l}{KL}$$

21)



a) v_x , a_x = ?

$x = v_0 t$ $\qquad a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{x}{t}\right) = -\frac{x}{t^2}$

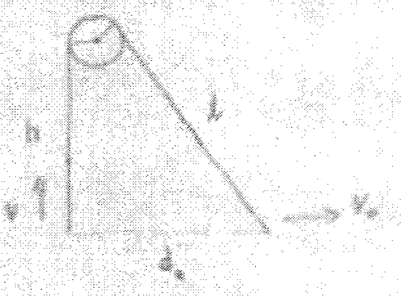
$y = \sqrt{l^2 - x^2} = \sqrt{l^2 - v_0^2 t^2}$

$l = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{v_0^2 t^2 + v_y^2 t^2}$

$v_y = \sqrt{\frac{l^2 - v_0^2 t^2}{t^2}} = -\frac{y}{t}$

$a_y = -\frac{y}{t^2}$

22)



$v = ?$

$l^2 = d^2 + h^2$

$d(t) = d_0 + v_0 t$

$l = \sqrt{d(t)^2 + h^2}$

$y(t) = l(t) - h$

$v(t) = \dot{l}(t) = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{d(t)^2 + h^2}} 2\, d(t)\, v_0$

23) $v_0, a = ?$

$t_1 = 2s$; $x_1 = 8m$

$t_2 = 4s$; $x_2 = 24m$ $\qquad v(t) = v_0 + at$

$x_0 = 0\,m$

$$\begin{cases} x_1 = \cancel{x_0} + v_0 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2 \\ x_2 = \cancel{x_0} + v_0 t_2 + \frac{1}{2} a t_2^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_0 = \frac{x_1 - \frac{1}{2} a t_1^2}{t_1} \\ v_0 = \frac{x_2 - \frac{1}{2} a t_2^2}{t_2} \end{cases} \quad t_2\left(x_1 - \frac{1}{2} a t_1^2\right) = t_1\left(x_2 - \frac{1}{2} a t_2^2\right)$$

$a = \frac{t_2 x_1 - t_1 x_2}{\frac{1}{2}\left(t_2 t_1^2 - t_1 t_2^2\right)} = 2\, m/s^2$

$v_0 = 2\, m/s$

27) $F = F_0 e^{-bt}$ $\quad x_0 \quad a, v, x$

$F = ma \qquad a = \frac{F}{m} = \frac{F_0}{m} e^{-bt}$

$$v = \int a\,dt = \frac{F_0}{m}\frac{e^{-bt}}{-b} + c \qquad c = \frac{F_0}{mb}$$

$$v = \frac{F_0}{mb}\left(1 - e^{-bt}\right)$$

$$x = x_0 + \int v\,dt = x_0 + \frac{F_0}{mb}t - \frac{F_0}{mb}\frac{e^{-bt}}{-b} + c$$

$$c = \frac{F_0}{mb^2}$$

$$x = x_0 + \frac{F_0}{mb}\left(t + \frac{e^{-bt}}{b} + \frac{1}{b}\right)$$

28) $V_0 \qquad V_f = 0$

L

1) $a = \text{cost}$

2) $a = \gamma t$

$1 - \; L = V_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \qquad a_m = \frac{\cancel{V t_2} - V t_1}{t_2 - \cancel{t_1}} = \frac{-V_0^2}{2L}$

$V_f = V_0 - at \qquad a = \frac{V_0}{t}$

$L = \frac{1}{2} V_0 t \qquad t = \frac{2L}{V_0}$

$2 - \; V_0 = \int \gamma t\,dt = +\gamma \frac{t^2}{2} \qquad a_m = \frac{\cancel{V t_2} - V t_1}{t_2 - \cancel{t_1}} = -\frac{4 V_0^2}{3L}$

$\gamma = \frac{2V_0}{t^2}$

$L = V_0 t - \iint \gamma t\,dt = V_0 t + \gamma \frac{t^3}{6} = V_0 t + \frac{V_0 t}{3}$

$L = +\frac{4}{3} V_0 t \rightarrow t = \frac{3L}{4V_0}$

32) $m = 4\,kg$ $\qquad h = ?$

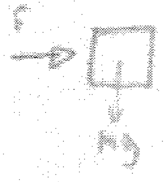
$F = h t^3$

$v_0 = 0$

$x_0 = 0$

$t_1 = 4\,s$

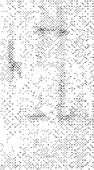
$x_1 = 16\,m$



$$a = \frac{F}{m} = \frac{h t^3}{m}$$

$$x = \frac{h}{m}\frac{t^5}{20} \qquad h = \frac{20\,x\,m}{t^5} = 1{,}25\ N/s^3$$

33) $h \quad t_1 \quad t_2$ $\qquad t_1 t_2 = 2h/g$



$$h = \frac{1}{2} g t^2 \qquad t_{1,2} = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad t_1 t_2 = \frac{2h}{g}$$

34) 

$$x_B : x_3 + x_0 = d \rightarrow (v_3 + v_0)t = d \rightarrow t = \frac{d}{v_3 + v_0} \rightarrow x_B = -\frac{v_0 d}{v_3 + v_0}$$

$$x_A : -2a_A x_A = v_f^2 - v_i^2 = (v_0 - a_A t)^2 - v_0^2 = a_A^2 t^2 - 2v_0 a_A t \rightarrow x_A = \frac{-a_A d^2}{2(v_3+v_0)^2} + \frac{v_0 d}{v_3 + v_0}$$

$$d' = d - x_A - |x_B| = d + \frac{a_A d^2}{2(v_3+v_0)^2} - \frac{2v_0 d}{v_3+v_0}$$

$$x'_B : \quad x'_B = \frac{v_0^2}{2a_B} \qquad\qquad d' = x'_A + |x'_B|$$

$$x'_A : \quad 2a_A x'_A = (v_0 - a_A t)^2 = \frac{v_0^2}{2a_A} - \frac{v_0 d}{v_3+v_0} + \frac{a_A d^2}{2(v_3+v_0)^2}$$

$$d' = d - x_A - |x_B| \rightarrow \frac{v_0^2}{2a_A} - \frac{v_0 d}{v_3+v_0} + \cancel{\frac{a_A d^2}{2(v_3+v_0)^2}} + \frac{v_0^2}{2a_B} = d + \cancel{\frac{a_A d^2}{2(v_3+v_0)^2}} - \frac{2v_0 d}{v_3+v_0}$$

$$\frac{v_0^2}{2a_B} = d - \frac{v_0 d}{v_3+v_0} - \frac{v_0^2}{2a_A} \rightarrow a_B = \frac{v_0^2}{\cancel{2}} \frac{2a_A}{2a_A d - \frac{2a_A d v_0}{v_3+v_0} - v_0^2} =$$

$$= \frac{a_A v_0^2}{2a_A\left(\frac{v_3}{v_3+v_0}\right) - v_0^2}$$

40) $m = 0,3 \, kg$ $\quad K = ?$

$h = 1,5 \, m$

5 K

$h = 0,95 \, m$

$v = g t = 5,42 \, m/s$

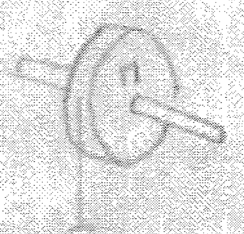
$h = \frac{1}{2} g t^2$

$\frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2} m v_f^2 + 5K$

$v_f^2 = \dfrac{\frac{1}{2} m v_i^2 - 5K}{\frac{1}{2} m} \longrightarrow \quad K = \frac{1}{10} m v_i^2 - \frac{1}{10} m v_f^2 = \boxed{0,377 \, J}$

$\frac{1}{2} \cancel{m} v_f^2 = \cancel{m} g h$

$v_f^2 = 2gh = 18,639$

41) 

$I = \frac{1}{2} M R^2$

$a = \omega^2 R \quad \frac{1}{2} g$

MOMENT ...

$m g R = I \alpha$ $\qquad \alpha = \dfrac{a_T}{R} = \frac{1}{2} g \frac{1}{R}$

$\cancel{\frac{1}{2}} m g R = \frac{1}{\cancel{2}} M R^2 \frac{1}{2} g \frac{1}{R}$

$\dfrac{M}{m} = 2$

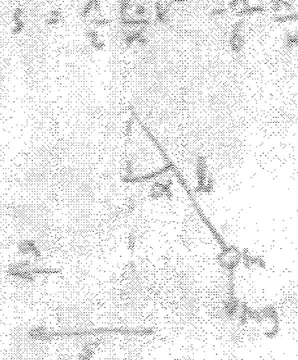
42) $t = 0 \quad F = F_0 - Kt$ $\qquad t = ?$

$t = t_0 \quad 0 = F_0 - K t_0 \quad t_0 = \dfrac{F_0}{K}$

$F = ma \rightarrow a = \dfrac{F_0 - Kt}{m}$ $\qquad \frac{1}{2} F_0 - \frac{1}{6} K t = 0$

$v = \dfrac{F_0}{m} t - \dfrac{1}{2} \dfrac{K t^2}{m}$ $\qquad t = \frac{1}{2} \dfrac{F_0 \, 6}{K} = 3 \dfrac{F_0}{K} = 3 t_0$

$s = \frac{1}{2} \dfrac{F_0}{m} t^2 - \frac{1}{6} \dfrac{K t^3}{m} = 0$

43) 

$t =$

$T_\perp = mg = T \cos \alpha$ $\qquad T = \dfrac{mg}{\cos \alpha}$

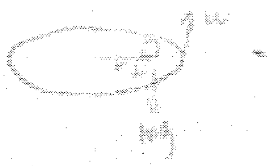
$T_\parallel = ma = T \sin \alpha$ $\qquad T = \dfrac{ma}{\sin \alpha}$

$\dfrac{mg}{\cos \alpha} = \dfrac{ma}{\sin \alpha}$ $\qquad a = g \, tg \, \alpha$

$v = \int g \, tg \, \alpha \, dt = g \, tg \, \alpha \, t$

$s = \frac{1}{2} g \, tg \, \alpha \, t^2 = \frac{1}{2} g \, tg \, \alpha \, t^2$

48)



ω_{max}

$\mu mg = m\omega^2 r$

$\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{r}}$

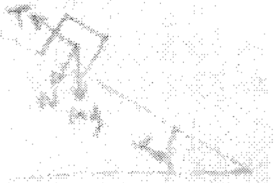
49) $m = 0{,}5\ kg$ $\qquad$ $F = ?$ $t = 2s$

$x = 3 + \frac{5}{t}$ $\qquad$ $F = m\,a(t)$

$V = -\frac{5}{t^2}$ $\qquad$ $= m\,2\frac{5}{t_0^3} = 1{,}25\ N$

$a = 2\frac{5}{t^3}$

50)



$\alpha_0 + \Delta\alpha$

a $\quad$ $\eta d \sin\eta_3 = g$

$mg \sin\alpha_0 = F_s \leq \mu\, mg\cos\alpha_0$

$\mu = \frac{\sin\alpha_0}{\cos\alpha_0}$ $\quad$ in movimento

$ma = mg\sin(\alpha_0 + \Delta\alpha) - \mu mg\cos(\alpha_0 + \Delta\alpha) = \sin(\alpha_0 + \Delta\alpha) - \frac{\sin\alpha_0}{\cos\alpha_0}\cos(\alpha_0 + \Delta\alpha)$

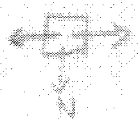
$a = g\sin\Delta\alpha\left(\frac{\cos\alpha_0^2 + \sin\alpha_0^2}{\cos\alpha_0}\right) \Rightarrow a = g\frac{\sin\Delta\alpha}{\cos\alpha_0}$

51) m $\qquad$ μ $\qquad$ τ

$F = ct$ $\qquad$ $T = ct = \mu mg$

$N = mg$

$T = mct$ $\qquad$ $a = \frac{ct}{m} - \mu g$



$V = \frac{ct^2}{2m} - \mu g t$

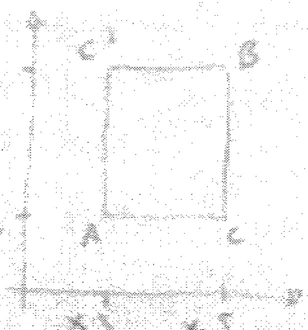
$\frac{ct}{m} = a$ $\qquad$ $= \frac{c\tau^2}{2m} - \mu g\tau$

$\frac{ct^2}{2m} = v$

$\frac{ct^3}{6m} = x$

56) $F = 3y\,i + 2(x+y)\,j$

FORZA CONSERVATIVA SE INDIPENDENTE DA PERCORSO



NON È CONSERVATIVA

$W_{AC} + W_{CB} = 51\,J$ $\quad W_{AC'} + W_{C'B} = 57\,J$

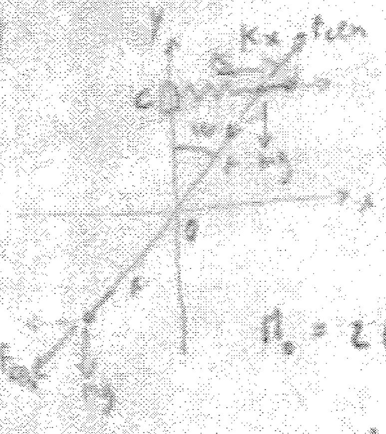
$$W_{AC} = \int_3^5 3y_A\,dx + \underbrace{2(x+y)\,dy}_{0} = 3y_A x\Big|_3^5 = 3y_A x_B - 3y_A x_A = 6\,J$$

$$W_{CB} = \int_1^4 \underbrace{3y\,dx}_{0} + 2(x+y)\,dy = 2x_B y\Big|_1^4 + y^2\Big|_1^4 = 2x_B y_B - 2x_B y_A + y_B^2 - y_A^2 = 45\,J$$

$$W_{AC'} = \int_1^4 \underbrace{3y\,dx}_{0} + 2(x+y)\,dy = 2x_A y\Big|_1^4 + y^2\Big|_1^4 = 2x_A y_B - 2x_A y_A + y_B^2 - y_A^2 = 33\,J$$

$$W_{C'B} = \int_3^5 3y\,dx + \underbrace{2(x+y)\,dy}_{0} = 3y_B x\Big|_3^5 = 3y_B x_B - 3y_B x_A = 24\,J$$

57)



$\omega = 0 \Rightarrow \theta = \theta_0$

$\omega = f(\theta)$

$F_{el} = -Kx$ $\quad a_n = \omega^2 r$

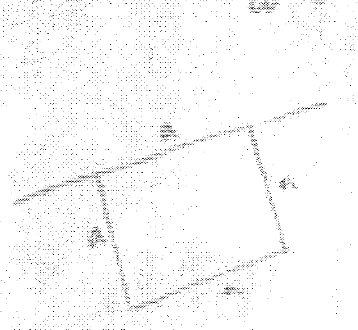
$F_{cf} = m a_n = m\omega^2 r$

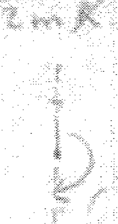
$$M_0 = 2m\omega^2 R^2 \sin\theta - KR^2(\sin\theta - \sin\theta_0) = 0$$

$$2m\omega^2 R \sin\theta = KR(\sin\theta - \sin\theta_0)$$

$$\omega^2 = \frac{KR(\sin\theta - \sin\theta_0)}{2mR\sin\theta} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K}{2m}\left(1 - \frac{\sin\theta_0}{\sin\theta}\right)}$$

58)





$\omega = 7\,\frac{r}{s}$ $\quad \frac{a}{L_r} = ?$ $\quad I = \frac{ML^2}{12}$

BILANCIO DI ENERGIA

$$-mgh - \frac{1}{2}m\omega^2\frac{a^2}{4} - \frac{1}{2}I\omega^2 = 0$$

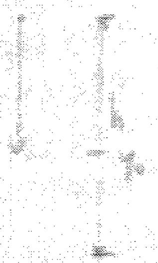
$$-\cancel{m}ga - \frac{1}{2}m\omega^2\frac{a^2}{4} - \frac{1}{2}\frac{ma^2}{12}\omega^2 = 0$$

$$a\left(2g - \frac{1}{3}a\omega^2\right) = 0$$

$a_1 = 0$ IMPOSSIBILE

$$a_2 = \frac{6g}{\omega^2} = 0{,}92\ m$$

62)



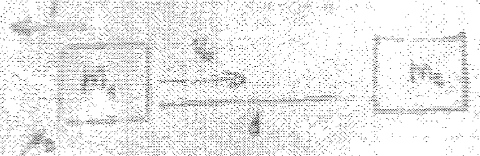
$g = ?$

$$y_0 = h - \frac{1}{2} g t_0^2$$

$$g = \frac{2(h - y_0)}{t_0^2}$$

63)

64)



a) $v_{1i} = ?$
b) $s = ?$
c) $\mu_D = ?$, v_0
d) $v_0 = ?$ μ_D

a) $\begin{cases} d = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \\ v_{1i} = v_0 - a t \end{cases}$ dove $\boxed{\begin{array}{l} T = \mu_D N = \mu_D m_1 g \\ a = \mu_D g \end{array}}$

$$t_{1,2} = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2 \mu_D g d}}{\mu_D g} \begin{cases} \nearrow 25,03\ s \\ \searrow 6,10\ s \end{cases}$$

$$v_{1i} = v_0 - a t \begin{cases} \nearrow -17,35\ m/s \quad \text{NON VALIDA} \\ \searrow 18,58\ m/s \end{cases}$$

b) URTO ANELASTICO

$$v_f = \frac{m_1 v_{1i}}{m_1 + m_2} = 10,62\ m/s$$

$\begin{cases} s = v_f t - \frac{1}{2} \mu_D g t^2 \\ v = v_f - \mu_D g t = 0 \end{cases}$

$t = \frac{v_f}{\mu_D g}$

$s = \frac{1}{2} \mu_D g \frac{v_f^2}{\mu_D^2 g^2} = \frac{v_f^2}{2 \mu_D g} = 28,74\ m$

$\begin{cases} v_f = \mu_D g t \\ s = \mu_D g t^2 - \frac{1}{2} \mu_D g t^2 = \frac{1}{2} \mu_D g t^2 \end{cases}$

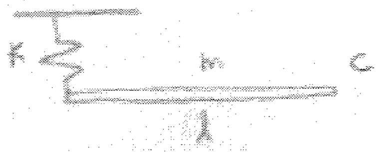
c) $\begin{cases} d = v_0 t - \frac{1}{2} \mu_D g t^2 \\ v = v_0 - \mu_D g t = 0 \end{cases}$

$t = \frac{v_0}{\mu_D g}$

$d = \frac{1}{2} \mu_D g \frac{v_0^2}{\mu_D^2 g^2} = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{\mu_D g}$

$d = \mu_D g t^2 - \frac{1}{2} \mu_D g t^2$

$\mu_D = \frac{v_0^2}{2 g d} = 0,32\ m/s$

67) 

$\omega = ?$

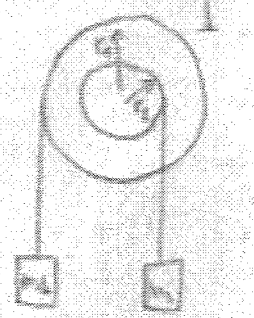
BILANCIO DI MOMENTI

$$I\frac{a}{l} = Kxl \qquad a = \omega^2 x$$

$$a = \frac{Kxl}{I} = \frac{Kxl}{\frac{1}{3}m\frac{l^2}{l}} = \frac{3Kx}{m}$$

$$\omega^2 = \frac{a}{x} = \frac{3K}{m} \qquad \omega = \sqrt{\frac{3K}{m}}$$

68)

69) 

$m_2 = ?$, $\alpha = 0$

$\alpha = ?$ $m_1 + m_3 = 22$ kg

$$m_1 g r_1 - m_2 g r_2 = 0$$

$$m_2 = m_1\frac{r_1}{r_2} = 18 \text{ kg}$$

$$(m_1 + m_3)(a_1 - g)r_1 + m_2(g + a_2)r_2 + I\alpha = 0$$

DOVE

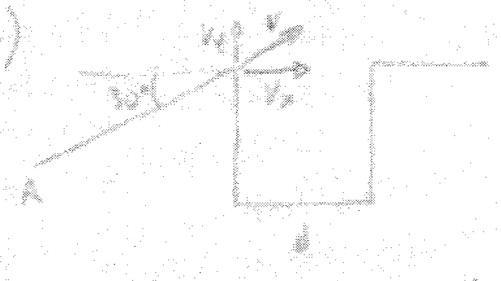
$a_1 = \alpha r_1$

$a_2 = \alpha r_2$

$$(m_1 + m_3)(\alpha r_1 - g)r_1 + m_2(g + \alpha r_2)r_2 + I\alpha = 0$$

$$\alpha = \frac{m_2 g r_2 - (m_1 + m_3) g r_1}{-(m_1 + m_3) r_1^2 - m_2 r_2^2 - I} = 1,93 \text{ rad}/s^2$$

72)



a) $t = ?$
b) $D = ?$
c) $v_0' = ?$ IMPATTO IN C
d) $y_{max} ?$, v_0

a) $v_y = v \sin 30$
$v_x = v \cos 30$

$y = v_y t - \frac{1}{2} g t^2 = 0 \rightarrow t = \frac{2 v_y}{g} = 3{,}06\ s$

b) $x = v_x t - d = 23{,}53\ m$

c) $\begin{cases} d = v_x t \\ v_y t - \frac{1}{2} g t^2 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} d = v \cos 30\, t \\ v \sin 30\, t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$ $\begin{cases} t = \frac{d}{v \cos 30} \\ \operatorname{tg} 30\, d - \frac{1}{2} g \frac{d^2}{v^2 \cos^2 30} = 0 \end{cases}$

$$v_0' = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{g d}{\cos^2 30\, \operatorname{tg} 30}} = 8{,}26\ m/s$$

d) $\begin{cases} y = v \sin 30\, t - \frac{1}{2} g t^2 \\ v_y = v \sin 30 - g t = 0 \end{cases}$ $y = 0{,}865\ m$ $t = \frac{v \sin 30}{g} = 0{,}42\ s$

73)

$-\frac{1}{2} K x^2 - m g x = -\frac{1}{2} m v^2$ DOVE $v = \sqrt{2gh}$

$$x_1 = \frac{-2mg \pm \sqrt{4 m^2 g^2 + 4 m v^2 K}}{2K}$$

$$= \frac{mg + \sqrt{m^2 g^2 + K m v^2}}{K} = \frac{mg}{K} + \sqrt{\frac{m^2 g^2}{K^2} + \frac{m v^2}{K}}$$

$$= \frac{mg}{K} + \sqrt{\frac{m^2 g^2}{K^2} + \frac{2 m g h}{K}} = \frac{mg}{K} + \sqrt{\frac{m^2 g^2}{K^2}\left(1 + \frac{2Kh}{mg}\right)}$$

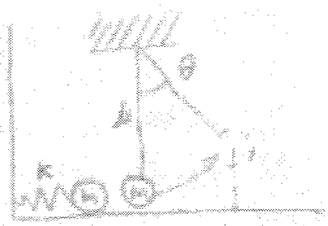
$$= \frac{mg}{K}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2Kh}{g}}\right)$$

74) $X_A = 3t - 5t^2$
$X_B = 2t + 7t^2 + 3$

$X_A = X_B$
$3t - 5t^2 = 2t + 7t^2 + 3$
$12t^2 - t + 3 = 0$

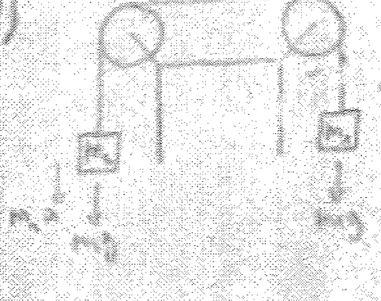
$$t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 144}}{24}$$

$\Delta < 0$ NO SOLUZIONI REALI

78) 

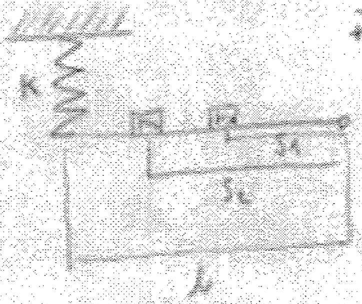
$\theta = ?$

$$\frac{1}{2} k x^2 = m g (l - l\cos\theta) \rightarrow \cos\theta = 1 - \frac{k x^2}{m g l} \rightarrow \theta = \arccos\left(1 - \frac{k x^2}{m g l}\right)$$

79) 

$$m_1 g - m_1 a r - m_2 g - m_2 a r - 2I\frac{a}{r} = 0$$

$$a = \frac{(m_1 - m_2) g r}{(m_1 + m_2) r + \frac{2I}{r}} = 2{,}67 \ m/s^2$$

80) 

$+\circlearrowleft$

$$-m_1 g s_1 - m_2 g s_2 + K x l = 0$$

$$x = \frac{g(m_1 s_1 + m_2 s_2)}{K l}$$

$$F = ma - Kx = (m_1 + m_2) g - \frac{g(m_1 s_1 + m_2 s_2)}{l}$$

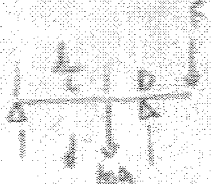
81) $F = -2\sqrt{t} \rightarrow a = \frac{-2\sqrt{t}}{m}$

$$V = \int_0^{t_0} a\, dt = \frac{-2}{m}\frac{2 t_0^{3/2}}{3}$$

$$x = \int_0^{t_0} V\, dt = \frac{-2}{m}\frac{2}{3}\frac{2 t_0^{5/2}}{5}$$

$$x = v_0 t_0 - \frac{1}{2} g t_0^2 - \frac{8 t^{5/2}}{15 m} = 0$$

$$m = \frac{8 t^{5/2}}{15\left(v_0 t_0 - \frac{1}{2} g t_0^2\right)} = \frac{16}{15} \cdot \frac{t^{3/2}}{2 v_0 - g t_0}$$

82) 

$$M_0 = -mg\left(d - \frac{l}{2}\right) + m_2 g (l - d) = 0$$

$$d = \frac{m_1 g \frac{l}{2} + m g l}{(m_1 + m_2) g} = 3{,}947 \ m$$