



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1180

DATA: 22/10/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Raviglione

MATERIA: Idrologia + Eserc.

Prof. Laio

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

IDROLOGIA

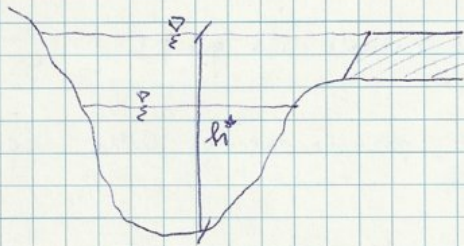
LEZIONI

Prof. Loio

Metodi di qualificazione delle portate:

- 1) disponibilità di dati storici di portata nella sezione di interesse
 → si possono utilizzare metodi a base statistica
- 2) mancata disponibilità di dati di portata
 → si devono ricostruire: trasformazione afflusso - deflusso ovvero trasformazione precipitazione in portata. precipitazione è più facile da misurare (pluviometro).

DATI DISPONIBILI



costruzione arginatura per la protezione del territorio
 → serve per passare un maggior quantitativo di acqua senza che ci siano effetti alluvionali
 → dimensionamento.

- Primo variabile da tenere in considerazione: h^* = altezza del rilevato arginale rispetto a fondo alveo
- Ci sono o non ci sono dati della zona? Sì, esistono dati in una sezione limitrofa (variabile di interesse è la portata).
 Quale portata? MASSIMA o FONDO PIENA

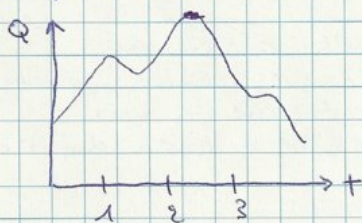
Essendo la portata un dato continuo nel tempo, massimo rispetto al periodo di un anno.



- andamento portate nel tempo: IROGEGRAFIA
- posso avere più dati per più anni, mi interessa il massimo annuo delle portate.

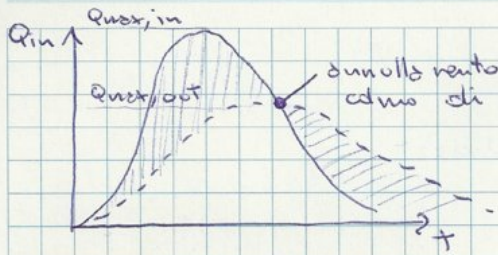
Perché massimo annuale? Perché si lavora su un'unica popolazione e non su due diverse (semestrale), serve ai fini di un'analisi statistica.

ingrandimento del massimo:



calmo di piena: valore stagionale massimo che è stato raggiunto. Non è relativo a un giorno, ma ad un istante temporale.

Supponiamo di avere Q_{max} per 20 anni (1989-2010) è una disponibilità ridotta perché si utilizza solo un dato all'anno. [Le prime misure delle portate sono state fatte nel 1920, il problema è che queste misure non esistono in tutti i punti]



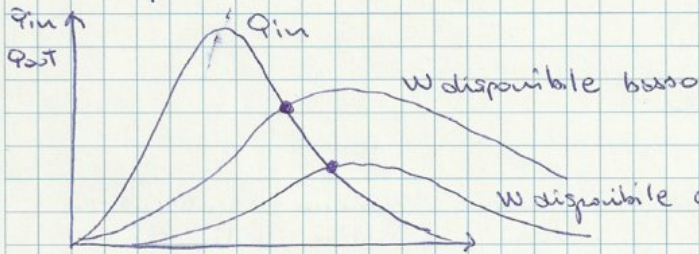
$Q_{out} = k \cdot W$ funzione lineare dei valori investiti
 Condizioni ingresso lineare

inserendo nell'equazione: $\frac{1}{k} \frac{dQ_{out}}{dt} = Q_{in} - Q_{out}$

le portate in uscita crescono fino a che le portate in ingresso sono maggiori di quelle in uscita.

EFFETTO LAMINAZIONE PIENA: serve per abbassare colmo di uscita

W disponibile ingresso:



onda di piena ha un livello basso e quindi disponibile - Effetto laminazione alto

→ piena prevista e quindi svuotato l'ingresso.

→ livello nel serbatoio alto [gestione energia elettrica] non oltre quota massima regolazione (per legge). In realtà diga può tenere più acqua fino alla quota di massimo ingresso (oltre la quale va in crisi) che è sempre maggiore di 1 metro di quella di regolazione.

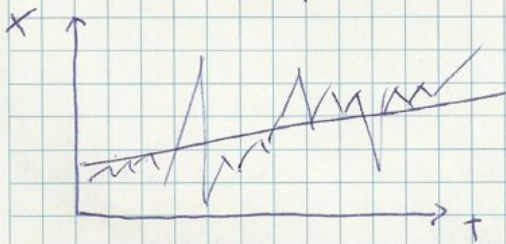
- laminazione attiva: quando è costruita per scopi di laminazione
- laminazione passiva: quando è costruita per altri motivi (es per uso agricolo) e interviene nelle piene.



corso di espansione: zona in cui vengono fatte confluire le acque nei fenomeni di piena. viene successivamente restituita al corso d'acqua successivamente per effetto della laminazione

in essa si ha il problema della manutenzione arborea crescita piante.

Tornando ai problemi sui diagrammi della serie storica



Tendenza a crescere dei valori della variabile che sto considerando

3) $\frac{dP(x)}{dx} \geq 0$ $P(x)$ funzione monotona crescente
 ← derivata prima della funzione maggiore di zero

Una variabile che rispetti le 3 condizioni può essere utilizzata per fare inferenza statistica.

Funzioni matematiche che possono essere usate per descrivere i fenomeni:

A) DISTRIBUZIONE ESPONENZIALE

$$P(x) = 1 - e^{-x/\theta}$$

θ = parametro della distribuzione (numero) serve per migliorare l'adattamento della funzione per rappresentare il campione

$\lim_{x \rightarrow x_{inf}} P(x) = 0$ $x \in [0, +\infty[$ dominio appartenente > 0

$$\frac{dP(x)}{dx} = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} \quad \theta > 0$$

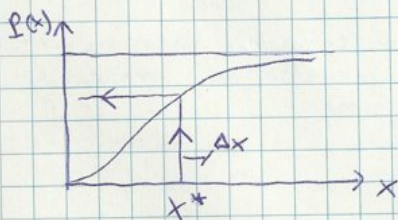
ne segue che l'esponenziale RISPETTA le 3 condizioni.

Come è fatta la funzione esponenziale:



più si sposta verso il basso più θ cresce

$$P(x) = \frac{dP(x)}{dx} \text{ densità di probabilità}$$



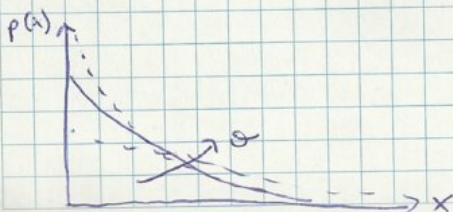
probabilità che il valore non venga superato

$$P(x) = \frac{P(x^* + \Delta x) - P(x^*)}{\Delta x}$$

quanto è probabile trovarsi all'interno di x^*

si divide per Δx per evitare che la $P(x)$ sia funzione dell'ampiezza dell'intervallo

Se $\Delta x \rightarrow 0$ si ottiene la definizione di derivata



densità di probabilità

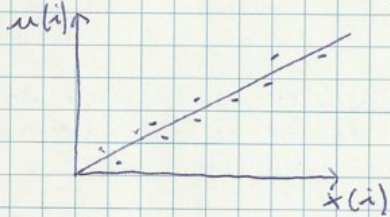
↳ far capire come i valori sono più probabili al variare di θ

4) imponiamo $q_i = F(u(i))$

La uguaglianza frequenza di non superamento dei valori campionari e probabilità di non superamento della variabile ridotta

$$\frac{i}{n+1} = 1 - e^{-u(i)} \rightarrow u(i) = -\ln\left(1 - \frac{i}{n+1}\right)$$

5) rappresentazione grafica di $u(i)$ vs $x(i)$

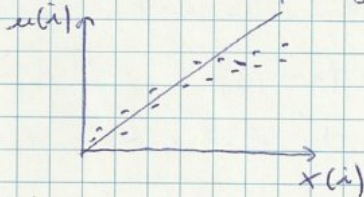


CARTA PROBABILISTICA ESPONENZIALE

se il campione è stato tratto da una funzione di tipo esponenziale i punti sulla carta tenderanno ad allinearsi

Se avviene si può procedere con il punto successivo, altrimenti modello probabilistico può essere scartato a priori motivo per cui i punti dovrebbero allinearsi:
eq. variabile ridotta $u = \frac{x}{\theta}$ eq. retta passante per l'origine

quindi verificare l'allineamento è come verificare la validità di tutti i passaggi precedenti



parte di punti non rappresentati con un andamento di tipo rettilineo → deviazioni

i punti non sono nei allineati perfettamente → interpolazione

ⓑ DISTRIBUZIONE DI GUMBEL

viene utilizzata per un'analisi di frequenza degli eventi estremi

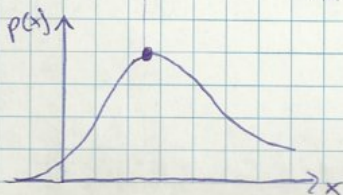
$$P(x) = e - e^{-\frac{x-\theta_1}{\theta_2}} \quad x \in]-\infty, +\infty[$$

θ_1 (posizione), θ_2 (scala) sono parametri della distribuzione

La parte della distribuzione < 0 ha poca influenza quindi dal punto di vista pratico si può trascurare

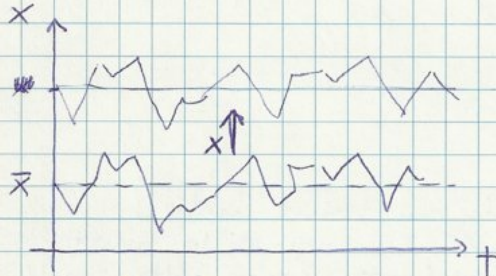


Cambio di concavità, "curva ad S"



$$m_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$$

momento centrale di ordine 1, non ci dà informazioni in più ed è sempre nullo.



variazione della media comporta spostamento rispetto della serie verso valori più alti o più bassi.

momenti della distribuzione = $M_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2 p(x) dx$

$dx \rightarrow$ tutti i valori ottenibili x

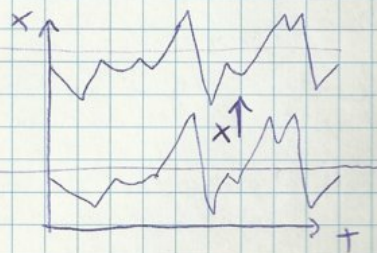
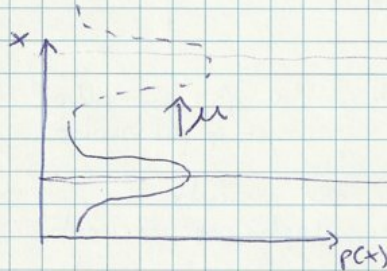
questo era il momento centrale della distribuzione di ordine 2.

μ = media delle distribuzioni

$p(x)$ = densità di probabilità (per dare un peso a seconda della probabilità di accadimento).

$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x p(x) dx = M_1'$$

$$M_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu) p(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x p(x) dx - \mu \int_{-\infty}^{+\infty} p(x) dx = \mu - \mu \cdot 1 = 0$$

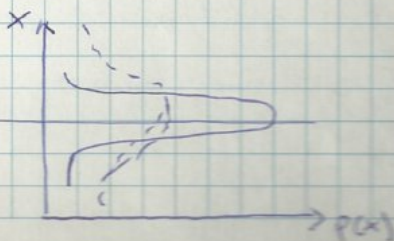
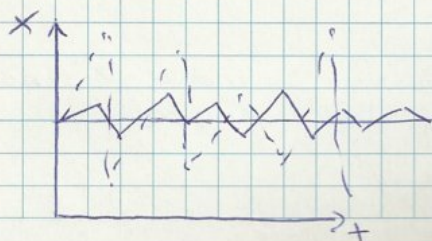


valore + probabile è intorno al valore centrale

Spostando rigidamente la distribuzione non varia la propria forma

$$m_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = S^2 \text{ scarto quadratico medio}$$

$$M_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2 p(x) dx = \sigma^2 \text{ varianza}$$



1 solo parametro $\theta \rightarrow \theta = \mu$

numero $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

$$\mu = \int_0^{+\infty} x \underbrace{\frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}}_{f(x)} dx = \theta$$

quindi $\hat{\theta} = \bar{x}$ ← valore da dover prendere per rendere simile il modello matematico al campione
valore stimato

quindi impone scegliere fra tutte le distribuzioni esponenziali quella che ha per media la media del campione stesso.

→ Gumbel: $f(x) = e^{-e^{-\frac{x-\theta_1}{\theta_2}}}$

$\begin{cases} \bar{x} = \mu \\ s^2 = \sigma^2 \end{cases}$ sistema con 2 incognite in 2 equazioni per risolvere θ_1 e θ_2

$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x p(x) dx = \theta_1 + \gamma_E \theta_2$ $\gamma_E = \text{gamma di Eulero} : 0,5772$

la media della distribuzione dipende dai parametri:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2 p(x) dx = \frac{\pi^2}{6} \theta_2^2$$

$\begin{cases} \theta_1 + \gamma_E \theta_2 = \bar{x} \\ \frac{\pi^2}{6} \theta_2^2 = s^2 \end{cases} \rightarrow \hat{\theta}_2 = \frac{\sqrt{6}}{\pi} s \rightarrow \hat{\theta}_1 = \bar{x} - \gamma_E \frac{\sqrt{6}}{\pi} s$

sono 2 incognite e quindi risolve i valori $\hat{\theta}_1$ e $\hat{\theta}_2$

Difficoltà:

- Bis' capire che integralmente μ e σ^2 non hanno analiticamente risolvibili, ma solo per via numerica

Problemi metodo dei momenti:

- momenti ordine elevato: molto sensibili alla presenza degli outlier ovvero a valori che stanno al di fuori dell'andamento tipico della serie



in x i valori che si scostano dall'andamento tipico

Bisogna capire se è un errore oppure è un dato da considerare in quel caso corrisponderebbero a degli eventi esterni.

Cosa c'entrano outliers con i momenti?

momento campionario $m_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad z \geq 2$

Sono proprio gli outliers che hanno maggior influenza nella determinazione di m_2 o m_3

$\bar{x} = 1 \rightarrow x_i = 3 \rightarrow \text{peso } 8 \leftarrow (3-1)^2$
 $\rightarrow x_i = 11 \rightarrow \text{peso } 100 \leftarrow (11-1)^2 \downarrow 100 \text{ volte maggiore}$

Si attribuiscono dei pesi più elevati ai valori incerti e quindi outliers \rightarrow distorciamo in modo rilevante le stime dei parametri
 \rightarrow il problema è tanto più importante più sono i parametri che si vuole utilizzare

\rightarrow l'exp non ha questo problema: $z=1$

METODO degli l-momenti nasce per evitare il sorgere di questo problema [l-momenti = lineari momenti]

momenti di distribuzione:

$C_1 = B_0$
 $C_2 = 2B_1 - B_0$
 $C_3 = 6B_2 - 6B_1 + B_0$

Combinazione lineare dei momenti pesati di probabilità *

$$B_2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 [P(x)]^2 p(x) dx$$

* si chiamano così perché è la probabilità che viene elevata a 2

$B_0 = (z=0) = \int_{-\infty}^{\infty} x p(x) dx = \mu$ media! lineare in x!

$B_1 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx = \text{boh!}$ ha linearità fra B e x !
 è proprio per questo che è più sensibile rispetto agli outliers dei momenti normali.

Sono stati creati l-momenti perché sono facili da interpretare:

$C_1 \rightarrow$ posizione
 $C_2 \rightarrow$ dispersione
 $C_3 \rightarrow$ simmetria

per la determinazione dei parametri usare i momenti o gli l-momenti è del tutto analogo

es) due distribuzioni che hanno C_2 diversi se da subito che uno è più disperso dell'altro. Non posso dire la stessa cosa per B_1 perché non significa nulla.

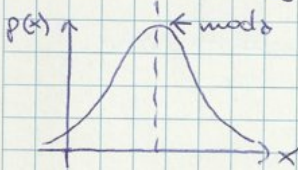
$C_2 \uparrow$ dispersione $\uparrow \quad C_3 = 0 \rightarrow$ simmetrico

Scelta del modello probabilistico

- 1) exp
 - 2) gumbel
 - 3) gaussiana
 - 4) log-normale
 - 5) gev
- } già usate

Distribuzione gaussiana

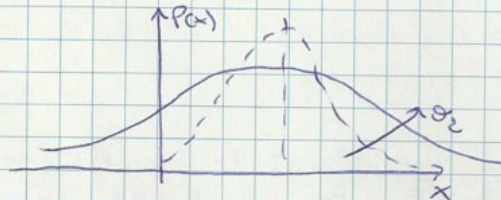
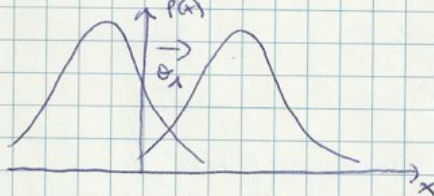
$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_2} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \theta_1}{\sigma_2} \right)^2}$$



$x \in] -\infty, +\infty [$
 $CA = 0$

La distribuzione non è adatta a descrivere eventi estremi perché la coda de vs è -∞ disturba (le portate sono solo positive). inoltre gli eventi estremi sono generalmente asimmetrici

In realtà non serve a nulla se non come base per la log-normale



θ_1 = parametro di posizione (spostamento rigido)

θ_2 = parametro di scala (allungando la distribuzione tende ad essere più estesa sull'asse delle ascisse)

momenti $\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x p(x) dx = \theta_1$

$$\sigma_{\theta}^2 = \theta_2^2$$

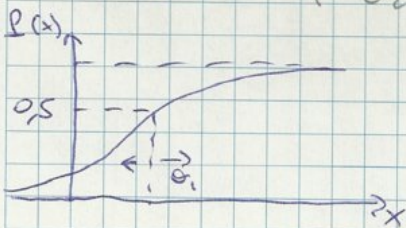
l-momenti $C_1 = \theta_1$

$$C_2 = \frac{\theta_2^2}{\sqrt{\pi}}$$

funzione probabilità cumulata $P(x) = \int_{-\infty}^x p(x') dx'$

vale per qualsiasi distribuzione di probabilità

= DISTRIB. NORM. ST $\left(\frac{x - \theta_1}{\theta_2} \right)$ [excel] $P(x) = \Phi \left(\frac{x - \theta_1}{\theta_2} \right)$



$\theta_1 \rightarrow$ si sposta a dx o sx

$\theta_2 \rightarrow$ più rigido o meno rigido

operativamente:

- fare logaritmo (ln) dei dati e successivamente applicare regole della gaussiane (per la definizione stessa).

Per la coda di probabilità si seguono tutti i punti fino a:

$$3) \frac{\ln x - \theta_1}{\theta_2} = u(i)$$

5) plot $u(i)$ vs $\log(x_{ci})$

Stima dei parametri: trasformo campione facendo logaritmo

- media campione θ_1
- deviazione standard dei logaritmi θ_2

$$\log(x_q) = \theta_1 + \theta_2 \cdot u_q \rightarrow x_q = e^{(\theta_1 + \theta_2 u_q)}$$

↳ quantile inferito ad una certa certa probabilistica

DISTRIBUZIONE GEN (GENERALIZED EXTREME VALUE)

↳ unico ad avere 3 parametri

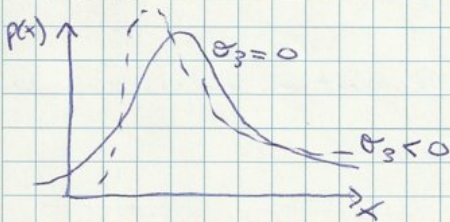
$$P(x) = \exp \left[- \left(1 - \frac{\theta_3}{\theta_2} (x - \theta_1) \right)^{\frac{1}{\theta_3}} \right]$$

θ_1 = posizione

θ_2 = scala

θ_3 = forma → cambia la forma della distribuzione di probabilità

Comportamento della distribuzione quando si va verso la coda destra della stessa:



$\theta_3 = 0 \rightarrow$ Gumbel converge GEN

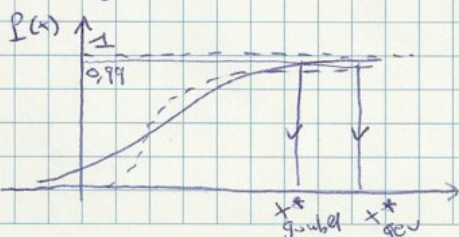
$\theta_3 < 0 \rightarrow$ dominio $x \in \left[\theta_1 + \frac{\theta_2}{\theta_3}, \infty \right)$

$CA > 1,14$
diventa + simmetrica

↳ valore minimo

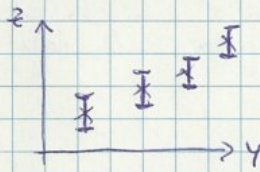
maggiore asimmetria: coda destra più alta e quindi più probabili valori elevati quando $\theta_3 < 0$
→ quello che ci interessa sono le probabilità elevate (0,99)

$\theta_3 > 0 \quad CA < 1,14$

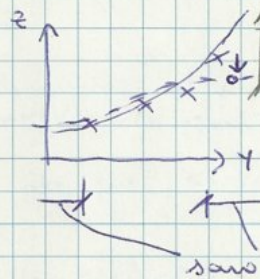


piccola differenza sulle curve corrisponde grande differenza dei valori di progetto

Robustezza : i dati che abbiamo sono soggetti a delle incertezze

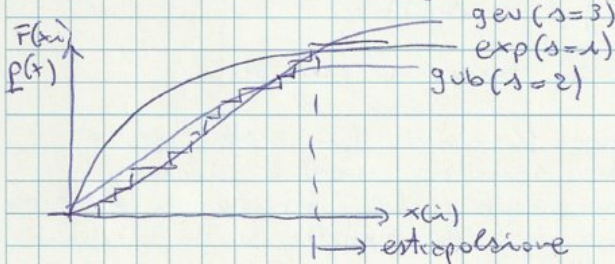


Sono bande di incertezza : quindi avvicinarsi molto ai dati comporta il rischio che il modello diventi inattendibile in estrapolazione



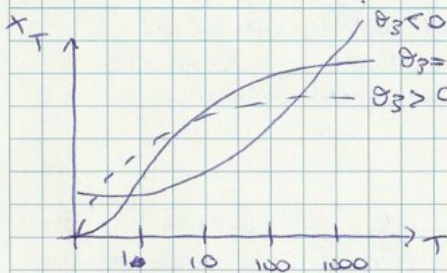
sono zone di estrapolazione

- $z = 0$ non si adatta
- $z = 2$ inattendibile per estrapolazione \rightarrow si adatta troppo bene
- $z = 1$ quello che voglio \rightarrow approssima considerando la robustezza



la geu è quella che si adatta meglio per variazioni θ_3 producono variazioni dati $x(i)$ molto importanti.

Le portate ricadono sempre all'interno di questa fascia perché si lavora su intervalli di non superamento dati.



variazione importante di dati ad un certo tempo di ritorno

\rightarrow se si hanno meno di 40/50 anni di dati : geu da usare con cautela quindi da analisi della robustezza (esempio : si toglie 5 anni di dati e si stima θ_3 con 25 anni, vale i 5 anni che toglie e ristimo θ_3 . Crea un fascio di curve e vedo quanto vale l'incertezza del parametro \rightarrow capisco se si può utilizzare oppure no).

\rightarrow se si hanno più dati si può usare tranquillamente

oppure 3 parametri solo : $\frac{\text{tempo ritorno } (T)}{\text{dimensione capicorno } (M)} < z$ perché

diverrei andare poco in estrapolazione

\rightarrow il parametro solo quando dati presenti per 40/50 anni

$$P(CA_{sup}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

$$P(CA_{inf}) = \frac{\alpha}{2}$$

$CA_{sup}, CA_{inf} \rightarrow$ sono QUANTILI

$$CA_{sup} = P_{CA}^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$$

$$CA_{inf} = P_{CA}^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$\rightarrow H_0$ è verificata se $CA_{inf} < CA^* < CA_{sup}$

viceversa H_0 rigettata se $CA^* < CA_{inf} \vee CA_{sup} < CA^*$

\rightarrow Anche quando la distribuzione è simmetrica possono venire coefficienti di simmetria che vengono rigettati dall'ipotesi H_0 (cosa la variabilità campionaria).

α = probabilità di essere rigettato due quando è vero
 - il valore è del tenere basso
 - se lo rischio molto? CA_{inf} e CA_{sup} si allargano e il test diventa meno significativo (poco segue)



Quindi

Allargando cometto errore tipo I ma anche tipo II (non trascurabile) ovvero accetto H_0 quando è falsa.

β = probabilità errore tipo 2

Se $\alpha \downarrow$, $\beta \uparrow$

La scelta del livello di significatività deve essere fatta ponderatamente fra errore tipo 1 e 2

$\alpha = 0,01 \neq 0,1$ test sovra-eccessivo (limiti aperti - errore 1 basso)

si fa quando si è tranquilli del valore e ipotesi significativo

Tutto questo vale per i test a due code



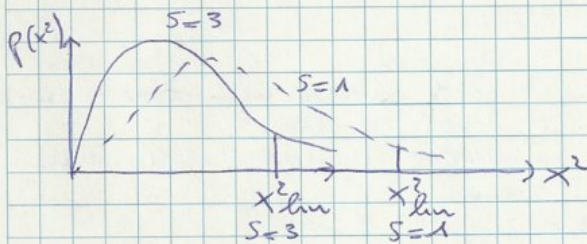
t è la variabile test

\hookrightarrow 1 solo valore limite \rightarrow vale α e non $\alpha/2$

$$t_{1-\alpha} = P_t^{-1}(1 - \alpha) \text{ test a 1 code}$$

considerazioni:

- considerando distribuzioni diverse cambia solo la definizione di limiti diversi delle classi e quindi variando n_i
 Test cambia quindi i parametri sono \neq nonostante ho la stessa distribuzione (momenti / elementi)
- P_{x^2} dipende dai parametri (1)



il test è più restrittivo quando ho tanti parametri quindi un valore di x^2 minore perché ho più parametri quindi modello più vicino a quello del campione e quindi devo accettare valori x^2 più bassi

Pearson è relativamente insufficiente:

- il test uscirà per un valore di dati disponibili importante e in più si riduce in classi quindi induce una perdita di informazioni
- il test non si concentra sulla parte di informazioni che in ambito idrologico è più importante (coda destra della distribuzione) ma su quella centrale, la più probabile. Non evidenzia ~~le~~ in numeri sufficienti le differenze fra campione e distribuzione ipotetica sulla parte finale della distribuzione.

Ne deriva che Pearson è un test poco significativo

TEST ANDERSON - DARLING

$$A^2 = n \int_{a}^b \frac{(P(x) - F(x))^2}{P(x)(1 - P(x))} P(x) dx$$

$P(x)$ = prob. cumulata ipotetica ho
 $F(x)$ = funzione frequenz empirica



il numeratore dice la distanza media fra le due curve \rightarrow + piccola \uparrow sottostante

sulle in questo test \rightarrow la coda perché sono solo le discrepanze grandi che ci interessano

\rightarrow ma c'è bisogno di suddividere in classi

$$W = \frac{1}{P(x)(1 - P(x))}$$

rappresenta il fattore di peso delle discrepanze

$P(x) = 0,5 \rightarrow w = 4$ parte centrale
 $P(x) = 0,99 \rightarrow w = 100$ coda dx

la parte finale ha un peso 25 volte superiore

A^2 è sensibile alle differenze fra funzione di frequenz empirica e teorica sulla coda dx della distribuzione

Remonte = no stazioni → pochi dati ma orizzonte in punti strategici. Se non ho coincidenza fra punti in cui voglio sapere la Q e punti in cui ho la misura della portata → propagazione verso monte e verso valle delle stime



- opera di progetto in S
- dati disponibili in D

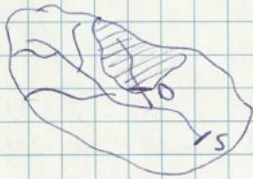
posso usare dati in D per la stima in S?
si propagano le stime ma condizioni limite fra vicinanza e limitative delle due sezioni

$$Q_S^* = Q_D^* \left(\frac{A_S}{A_D} \right)$$

↳ bacino idrografico in D \subset di S e quindi va ad incrementare valore della portata di progetto (perché > 1)

Condizioni:

- 1) $0,5 < \frac{A_S}{A_D} < 2$ sono numeri di buon senso
- effetto del numero di dati in D (lo piuttosto 20)
la propagazione è a forte rischio
- 2) $L_{SD} < 10 \text{ km}$ distanza fra le due sezioni calcolata lungo il retinale



non basta giocare sulle minus distanze perché D ha un bacino piccolissimo rispetto a S e dalla prima condizione non posso propagare



piuttosto: corso H₂O grande
area chiusa in D simile a quella in S (I condizione passata) ma L_{SD} molto lungo 50 km → no II condizione

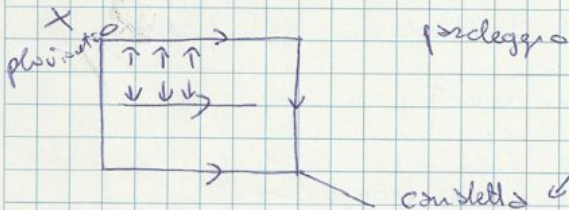
Possibilità di propagare le stime consente molto di estendere le stime fatte in punti ottimi di quali si hanno pochi dati

PRECIPITAZIONI

→ acqua come rischio

→ come utilizzare informazione pluviometrica per il dimensionamento delle opere idrauliche precipitazioni di progetto / di verifica
 ↳ fonte di dati di fine del dimensionamento

problema pratico



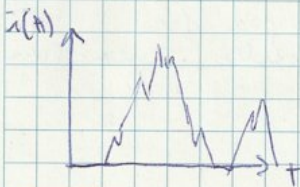
cassetta ↳ dimensione cassetta di scala che convogliano le acque di raccolta

→ variabile di progetto da considerare: portata Q che defluisce dalla cassetta

→ Si ragiona in termini di tempo di ritorno $T = 5$ anni

→ Non esistono dati giusti si utilizzano precipitazioni per risalire alla portata

→ Supponiamo di avere un pluviometro a nido [20 anni dati]
 il pluviometro è uno strumento che misura precipitazioni in continuo



$i(t)$ intensità di precipitazioni [mm/h]

variabilità molto elevata

grafico si chiama: IETOGRAMMA o PLUVIogramma

1 dato ogni 5 minuti → 20 anni

→ Non serve prendere il massimo, è importante anche la DURATA della precipitazione



Evento 1: scioccio intenso di brevissima durata

Evento 2: scioccio più lungo ma di intensità minore

Quale il più dannoso? Non è detto che l'evento 1 vada in crisi l'opera perde è molto breve e non tutta l'acqua raggiunge istantaneamente la sezione di chiusura di progetto perché, deve passare diverse cassette intermedie.

→ l'idea di prendere il massimo anno non è quella corretta.

→ DURATA CRITICA: durata della precipitazione che produce il maggior impatto sul bacino idrografico considerato (dipende dalle dimensioni del bacino)

$t_{crit} = t_{CB}$ tempo convulsione del bacino
 La tempo necessario alla goccia d'acqua che esiste nel punto idraulicamente più lontano a raggiungere la sezione di chiusura



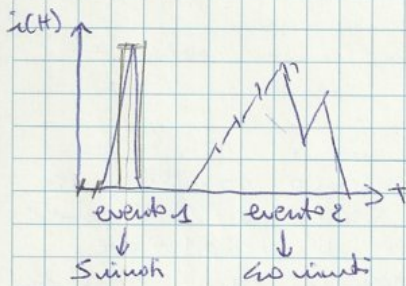
non corrisponde per forza al punto geograficamente più lontano
 → percorso più lungo possibile

t_c dipende dalle dimensioni del bacino → minuto per piccolo
 → ore per bacino po

Perché si fa l'assunzione $t_{crit} = t_{CB}$?

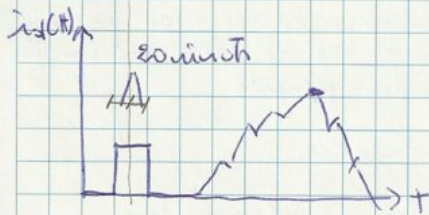
→ le considerazioni fatte devono essere estere a un qualsiasi evento durante l'anno o di durata inferiore.

Supponiamo un posto esodo con 2 eventi in un anno:



$t_{CB} = 20$ minuti

↓ finestra di 20 minuti → qual'è l'intensità media di precipitazioni



- intensità media con durata 20 minuti si muove la finestra lungo t il diagramma

→ posso prefissare una durata e costruire il grafico della precipitazione media per quella durata

In questo modo posso vedere il massimo anno (quello che ha prodotto il maggior impatto) di interesse per un tempo critico di 20 minuti.

Posso costruire diverse finestre e il massimo sarà diverso

da → dipende dalle dimensioni del bacino idrografico



dimensionamento dell'opera in S in cui sono disponibili solo le precipitazioni.

1/3h

Che tipo di dati si possono recuperare?

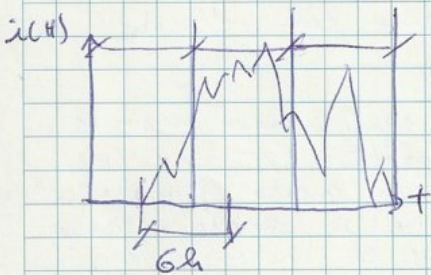
pioggie annuali: dati idrologici pubblicati annualmente
 ↳ tabelle relative ai versini annui di precipitazione per durate pari a 1h, 3h, 6h, 12h, 24h

	1h	3h	6h	12h	24h
1935	70	50	40	25	15
1936	120	55	38	22	13

per ogni anno si riporta l'intensità media (su una finestra) versina annua.

70 → intensità media in mm/h

L'intensità media è decrescente con la durata?



- evento originale
- finestra 6h
- nuovo fino a quando non trovo il punto a valore minimo
- calcolo intensità media relativa sulle 6h

Se si fa lo stesso ragionamento: una finestra di ampiezza più piccola avrà valore medio maggiore o al più uguale a quello di una finestra più grande → ecco perché decresce.
 - i valori coincidono se precipitazione è costante ma non è così con perché hanno sempre delle fluttuazioni.

Tornando ai dati precedenti: 1935: durata medio lunga di una precipitazione (3h e 6h simili)
 1936: durata elevata di un evento molto breve

l'evento delle 3h non può essere più piccolo di 1/3 di quello di 1h perché $\frac{120}{3} = 40$ $55 > 40$ altrimenti ci sarebbero degli errori.

→ caso fortunato: se coincide con una delle 5 durate disponibili [es 2,7 ore → 3 ore!] in questo caso prendo i dati relativi alle 3 ore e ne faccio l'analisi statistica (punto successivo)

→ si utilizza la distribuzione di Gumbel (l'esperienza dice che essa è quasi sempre adeguata a rappresentare i versini delle precipitazioni)

→ si può utilizzare direttamente il metodo dei momenti (le stime tenderebbero a convergere se utilizzassi il metodo degli L-momenti)

→ si dovrebbe fare anche la parte dei test (per avere un minimo di verifiche di ciò che si fa)

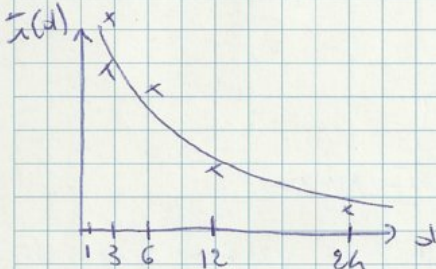
$$\overline{CV} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 CV_i$$

calcolato come valore medio dei CV delle 5 stazioni

CV_i si calcola con la precedente formula

Precipitazione indice: $\bar{i}(d) = a \cdot d^{u-1}$ formula nomogramica

Coefficienti $\left\{ \begin{array}{l} a \sim 15 \div 70 \text{ [mm/h}^u\text{]} \\ u \sim 0,2 \div 0,7 \text{ [deve essere range } 0 < u < 1] \end{array} \right.$



con stime i coefficienti a, u

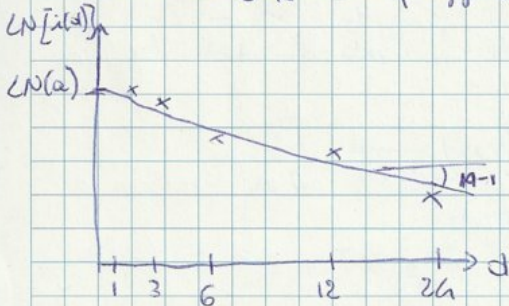
→ si ricorre per i 5 valori di durata al valore campionario (ricordo in grado di posizionare il punto)

→ si interpola tramite la funzione $\bar{i}(d)$

→ ci si ricorre a una formula esponenziale perché facendo il logaritmo si ottengono i restanti

$$\ln[i(d)] = \ln[a] + (u-1) \ln[d]$$

rappresento l'eq. di una retta nel campo bi-logaritmico con tenere conto $\ln[a]$ e posso scegliere $(u-1)$



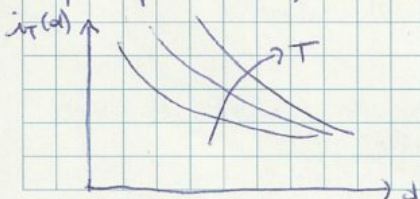
retta interpolatrice per stime coeff a, u decresce con la durata della precipitazione

Il metodo consente in maniera molto semplice di definire la precipitazione di progetto:

$$i_T(d) = a k_T d^{u-1}$$

Lo per qualsiasi durata si può calcolare la precipitazione di progetto graficamente entriamo con il valore della durata e leggiamo il valore (logaritmico) di precipitazione

Si stimano i coefficienti a e u solo con 5 misure (sembrerebbero pochi dati) ma l'allineamento delle misure fa sì che la stima dei due coefficienti sia piuttosto buona (questo vale solo per le precipitazioni)



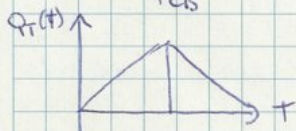
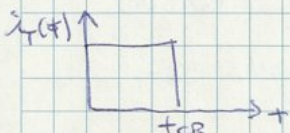
curve di possibilità o probabilità pluviometrica → curve IDF

relazioni a relazione precipitazione e probabilità di accadimento

Caso 1) Le portate crescono perché aumentano le aree contribuenti, dopo di che l'area si sposta verso monte e le portate risalgono circa costanti. Quando la finestra esce dal bacino → punto di commissario del bacino stesso.
 Cerco una portata alta per massimizzare il bacino, per questo $T_{CB} = d$ ovvero distanza più bassa per la quale tutto il bacino contribuisce al deflusso.

Caso 2) Le portate crescono con pendenze minore (intensità di precipitazione minore) cresce fino a quando non raggiunge T_{CB} (tutto il bacino idrografico contribuisce) e la portata pure circa costante ed è la massima possibile fino alla fine della precipitazione → la portata diminuisce.
 In questo caso si vogliono portate basse.

Se facessi diagramma con $d = T_{CB}$



$$i_T(d) = e \cdot K_T \cdot d^{n-1}$$

Per bacini molto piccoli $d \rightarrow 0$ $i_T(d) \rightarrow \infty$ [non corretto]

Per distanze molto brevi bisogna ricorrere a formule di altro tipo:

$$\bar{I}(d) = d' \cdot (1 + b \cdot d)^{n-1}$$

consente di evitare il problema $d=0$
 e $i_T(d)$ non scoppia a ∞

- Ci sono più problemi:
- 3 parametri invece che 2 (stius + complessa)
 - non si può scrivere l'eq. della utta tramite i CU
 - distate brevi quindi cercare dati inferiori all'ora, non facile reperibilità specie per gli anni passati.

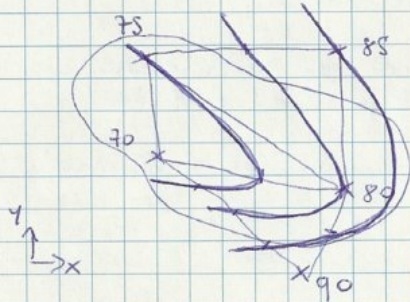
Finché si registra in tempi di $> 20 \approx 30$ minuti formula usabile e più realista.

Viceversa formula precedente è se usata in questi casi la formula non può soddisfare l'opera

Defetti metodo dei topografi:

- solido di pioggia idealistico = nella zona di confine esiste una brusca discontinuità

2) **ISOIETE** : linee di eguale precipitazione



ipotesi di variazioni lineari della pioggia nello spazio

- vicini pluviometri vicini
- stabilisce il passo (es 5 mm)

Si costruisce in questo modo l'altitudine di precipitazione del bacino in ciascun punto

$$h_B = \frac{1}{A} \iint h(x, y) \, dx \, dy$$

↑ precipitazione in un determinato punto integrale doppio

Progi del metodo:

- si costruisce solido di pioggia più ragionevole senza discontinuità

Defetti del metodo:

- utilizzando strumenti informatici c'è effetto soggettività delle isoiete quindi i valori possono scostarsi
- le linee devono essere tracciate ogni volta che si considera un evento perché la precipitazione cambia

3) **DISTANZE INVERSE** : si determina direttamente il valore della precipitazione in un punto del bacino

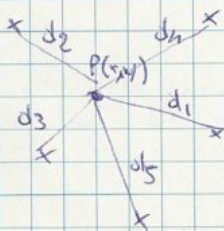
ipotesi: tale valore è media pesata dei valori misurati dai vari pluviometri dove i fattori di peso sono inversamente proporzionali alle distanze fra i punti-pluviometri

$$P(x, y) = \frac{\sum_{s=1}^{n_p} \frac{P_s}{d_s^2}}{\sum_{s=1}^{n_p} \frac{1}{d_s^2}}$$

P_s = precipitazione del s-esimo pluviometro

d_s^2 = distanza fra punto (x, y) e il pluviometro

α = esponente può valere 1 o 2 e secondo che si utilizzi distanze semplici o quadratiche



è un'operazione di media pesata dove il fattore di peso $\frac{1}{d_s^2}$ è al denominatore.

→ Si può vedere il metodo come una generalizzazione del metodo dei topografi dove non si guarda solo il più vicino ma anche gli altri (peso minore)

→ coalescenza: le particelle devono incrementare la loro dimensione e quindi perdere la facoltà di galleggiamento e cadere a terra

da discesa verso il suolo può convivere solo nel vuoto in cui le spinte di galleggiamento sono superate da quelle gravitazionali.

- galleggiamento \propto alla superficie delle gocce d^2
- gravitazionali \propto al volume delle gocce d^3

Formazione del diametro critico oltre il quale può avvenire coalescenza avviene mediante una serie di urti fra le particelle, agitazione intrinseca diametro BROWNIAN MOTION

→ CADUTA = non è detto che una goccia che inizia il processo di caduta arrivi al suolo: interne coesioni particelle sopra perdono massa (per attrito) sia perché scendendo verso il basso incontrano strati più caldi e quindi rievaporazione dell'acqua liquida.

Tutto inizia quando la massa d'aria diminuisce la temperatura, quando questo avviene?

- È relativa a un innalzamento della massa d'aria cioè l'atmosfera decresce con l'altezza al suolo gradiente di 6° ogni 1000 metri (mediale).

- Per avere la diminuzione deve verificarsi che la massa d'aria salga verso l'alto

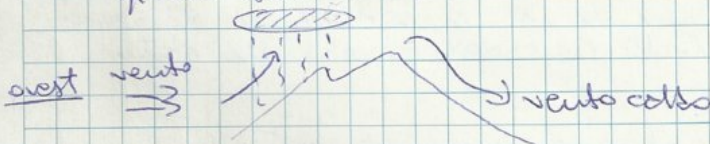
→ processi di risalita della massa d'aria:

A) Precipitazioni Orografiche

- innalzamento della massa d'aria legato alla presenza di un rilievo montuoso

Se avviene vento sulla catena montuosa, massa d'aria sopra vento la catena incrementa quota e la T diminuisce e prosegue come descritto sopra.

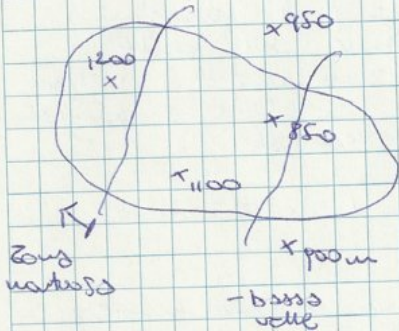
Se la massa è elevata si formano sul versante sopra vento delle nuvole con precipitazioni mentre vento caldo su quello sottovento.



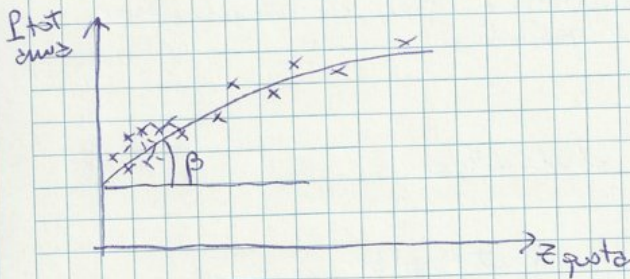
Se il vento arriva dalla parte opposta è tutto invertito. Ecco perché su un versante può esserci tanto neve e sull'altro meno.

- $\Delta p \sim 12 \div 48 \text{ h}$
- $i \sim 10 \text{ mm/h}$
- $L \sim$ catena alpina (lunghezze caratteristiche)

→ Metodi di interpolazione spaziale delle precipitazioni



Supponiamo che la variabile da interpolare - precipitazioni totali annue
 La problema: il bacino idrografico è caratterizzato da differenze di quota fra punti dei pluviometri e questo incide sulle precipitazioni



Le precipitazioni aumentano fino a quota 2000 m poi si stabiliscono questo è causato dalle precipitazioni orografiche.
 In presenza avvengono le stratificazioni + le convezioni

Se interpolassi senza conoscere la quota avrei una SOTTOSTIMA delle precipitazioni totali.

→ Come si procede:

- 1) stimare i parametri (β) della relazione fra precipitazione e quota fatto considerando un congruo numero di pluviometri

$$P(x, y, z) = P_0(x, y) + \beta \cdot z$$

\uparrow quanto varia la precipitazione con la quota
 \uparrow inclinazione della retta

- 2) riportare le precipitazioni misurate alla quota zero

$$P_{0,s} = P_s - \beta z_s$$

$P_{0,s}$ = precipitazione che avrebbe misurato quel pluviometro se fosse stato messo a quota zero.

P_s = precipitazione effettivamente misurata dal pluviometro

z_s = quota del pluviometro

- 3) interpolare $P_{0,s} \rightarrow P_0(x, y)$ con uno qualsiasi dei metodi visti precedentemente

- 4) riportare in quota: applicare $P(x, y, z) = P_0(x, y) + \beta z$

Questo consente di ottenere una stima consistente della precipitazione del bacino.

• contenuto idrico : $\theta = \frac{V_w}{V_t}$ $[0 \leq n]$

θ varia nel tempo in modo rapido
 $\theta = 0$ suolo asciutto, condizione limite: l'acqua sopra il minimo parte esiste, è quella assorbita dalla matrice solida.
 $\theta = n$ suolo saturo, non è più in grado di ospitare ulteriore acqua e saturo al di sotto della linea piezometrica del terreno

• grado di saturazione : $S = \frac{V_w}{V_v} = \frac{\theta}{n}$ $[0 \leq 1]$ 0 suolo asciutto
 1 suolo saturo

→ movimento dell'acqua nel suolo (quello verticale)

Eq di Darcy generalizzata (generalizzata perché deve valere anche all'insatura, K dipende da θ . Darcy standard dipende da θ , vale solo nel saturo)

$$q_z = -K(\theta) \frac{dh}{dz}$$

q_z = flusso verticale di acqua (partita/superficie → la velocità è volta verso, quindi in negativo in termini di $[cm/h]$ care per le precipitazioni)

$K(\theta)$ = conducibilità idraulica insatura. Condizione permeabilità del suolo

h = potenziale idrico

$$h = z + \psi(\theta)$$

z = terne geodetico

$\psi(\theta)$ = tensione capillare

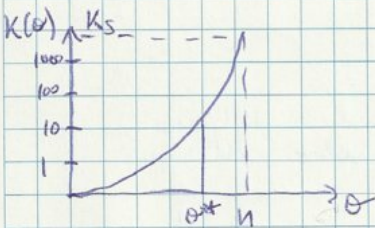
esempio semplificato:

$\theta = n$ in tutto il suolo

$$q_z = -K_s \cdot \frac{d}{dz} (z + \psi(n)) = -K_s$$

\uparrow \downarrow
 $K(\theta=n)$ = condiz. conducibilità saturo non varia lungo z

il flusso verticale è pari alla conducibilità saturo. è negativo perché acqua è rivolta verso il basso verticale e'one z verso l'alto



adesso fortemente crescite e non lineare la conducibilità idraulica aumenta all'aumentare del contenuto idrico $\theta = n \rightarrow K_s$
 si può osservare in scala logaritmica: crescita rapida e violenta

Perché $K(\theta)$ cresce con θ ?

→ Consideriamo la situazione iniziale di suolo completamente saturo (siamo a K_s)
 Smette di piovere: il suolo comincia ad asciugarsi dipende fortemente dall'eterogeneità della matrice solida e dei pori → questi ultimi si svuotano prima i canali più grandi (pori laticci fra i canali). Si inizia a scendere nella zona fino a θ^* con 20% pori 80% pieni. la conducibilità idraulica stenta diminuendo e il flusso che defluisce dal suolo sarà più piccolo.

flusso uscente scritto come:

$$q_{z+\Delta z} = q_z + \Delta z \frac{\partial q_z}{\partial z} \quad [\text{serie Taylor troncata I ordine}]$$

$$\frac{\partial(\Delta z \cdot \theta)}{\partial t} = - \Delta z \frac{\partial q_z}{\partial z}$$

indiviso $\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \frac{\partial q_z}{\partial z}$

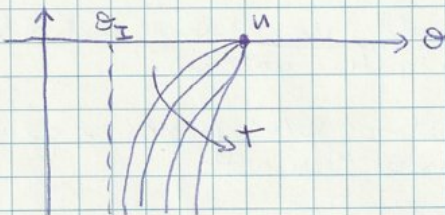
dall'eq. Darcy: $q_z = -k(\theta) \left(\frac{\partial}{\partial z} (z + \psi(\theta)) \right)$

sostituisco: $\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[k(\theta) \left(\frac{\partial}{\partial z} (z + \psi(\theta)) \right) \right]$

ottergo EQUAZIONE DI RICHARDS quella che regola il movimento verticale dell'acqua nel suolo, eq. la cui variabile è $\theta(z)$

però per il bilancio: $q_z = -k(\theta) - k(\theta) \frac{\partial \psi(\theta)}{\partial z} = -k(\theta) - k(\theta) \frac{\partial \psi(\theta)}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z}$

Tensione di profili di bagnatura:



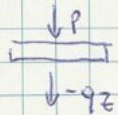
condizione iniziale: $\theta(z) = \theta_I$

condizione al contorno $q_z=0$ = flusso in ingresso di precipitazione
 → supponiamo sia continuo da garantire un costante ingresso nel suolo

istante t_0 in cui arriva acqua al suolo

- n = contenuto massimo del suolo più prossimo (= permeabile)
- le curve del tempo avanzano verso destra.

istante $t=t_0$ si satura molto rapidamente il primo strato di suolo



quanto vale? q_z al valore di θ_I

quindi: $q_z = -k(\theta_I) - k(\theta_I) \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z}$

flusso di acqua che fluisce dalla superficie di controllo, che corrisponde al più basso strato

$P >> q(z)$ ingressi > uscite quindi θ deve crescere

$k(\theta_I) \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z}$ conto poco per il termine $\frac{\partial \theta}{\partial z}$ che alla condizione iniziale = 0



il profilo è piatto nella parte iniziale.

- Consideriamo il flusso di infiltrazione (f) durante la precipitazione
 ↳ componente della precipitazione che effettivamente entra nel suolo, la restante sarà defluisce superficialmente.

$f = q_{z=0}$

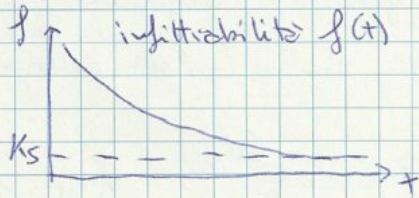
f = quantità di acqua che è in grado di penetrare in un dato istante

$q_{z=0}$ quantità di acqua calcolato sulla superficie del suolo

↳ perché nello stato spondo il contenuto idrico va a portarsi ad un valore di saturazione appena comincia a piovere

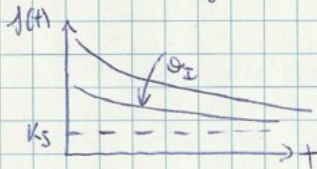
$$f = q_{z=0} = -K_s - K_s \left. \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right|_{z=0} = -K_s \left. \frac{\partial \theta}{\partial z} \right|_{z=0}$$

come varia f nel tempo



capacità di richiedere acqua da parte del suolo, va riducendo al proseguire con la precipitazione fino a quando non è più in grado di assorbire

↳ come varia $f(t)$ dipende dallo stato iniziale θ_z (inibimento del suolo)



se terreno è saturo → curva piatta

↳ tutto ciò che non entra diventa defluisce

superficie e quindi le piene sono più importanti e vicinosa

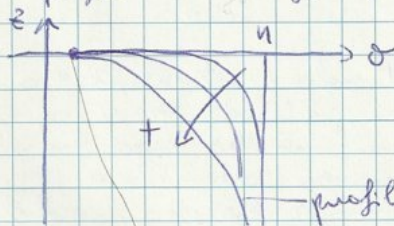
Le precipitazioni più dannose avvengono dopo un lungo periodo di continue piogge (il terreno è saturo o quasi, e non è più in grado di ricevere acqua) → ne segue che tutto l'acqua è in deflusso

→ PROFILI DI ASCIUGATURA

- condizione iniziale: suolo saturo $\theta_z = n$

- condizione al contorno: flusso nullo $z=0$ [ha smesso di piovere]

↳ profili di asciugatura



più stato → più ad asciugare

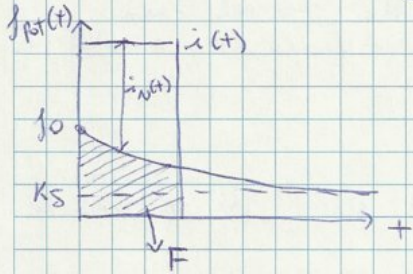
profilo θ va crescendo verso il basso

profilo di equilibrio $\theta_z = 0 \forall z$

non mussi usi a zero!

K_s, f_0, β parametri che dipendono dal tipo di suolo considerato

- CASO I $i(t) > f_{pot}(t)$



$i(t)$ intensità di precipitazione costante

la curva $f_{pot}(t)$ è effettivamente quella che avviene $f(t) = f_{pot}(t)$ perché $i(t) > f_{pot}(t)$ e quindi la pioggia netta istante per istante è uguale a:

$$i_N(t) = i(t) - f_{pot}(t)$$

Tutto quello sotto la curva si infiltrerà, la parte al di sopra è la pioggia netta.

dp = durata della pioggia

$$F = \int_0^{dp} f(t) dt = \int_0^{dp} (K_s + (f_0 - K_s)e^{-\beta t}) dt = K_s dp + \frac{f_0 - K_s}{\beta} (1 - e^{-\beta dp})$$

$$P_N = P - F = i^* dp - F$$

intensità di pioggia restituita

- CASO II $i(t) < f_{pot}(t)$



la curva è stata costruita come se entrasse sempre una quantità massima di acqua.

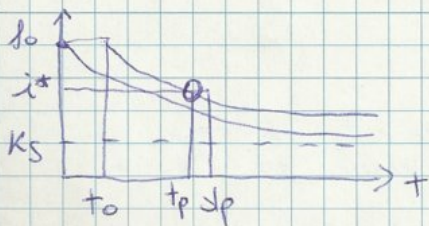
Intensità di acqua è per una porzione di tempo inferiore all'infiltrabilità.

- prima fase dove la pioggia è non sufficiente a soddisfare la capacità che ha il suolo di infiltrare l'acqua e quindi non può entrare nel suolo.



c'è questa zona perché il suolo ha lasciato spazi vuoti visto che prima entrava una acqua [ha consumato la quantità di infiltrazione]

- Traslazione verso destra della curva di una quantità di t_0 , questo viene fatto per far notare la conversione della quantità di infiltrazione.



$$f_{pot}(t) = K_s + (f_0 - K_s)e^{-\beta(t-t_0)} = 0 \text{ se } t < t_0$$

t_p = tempo di panning

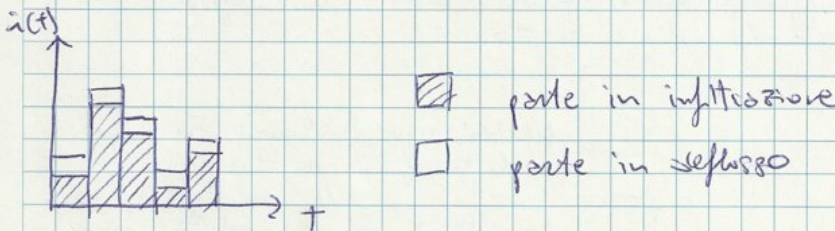
1/5h

infiltrazione: $f(t) = (1-C) \cdot i(t)$

viene trascurata la decrescita della capacità di infiltrazione nel tempo

Se $i(t)$ è costante $\rightarrow f(t)$ costante **DIFETTO DEL METODO**

$P_u = C \cdot I$ è la stessa relazione, vale per le altezze di precipitazione



linearità del metodo: proprietà del metodo stesso
 ↳ se raddoppio gli ingressi (precipitazioni) raddoppiano le uscite (precipitazioni nette).

→ nella realtà i processi sono non lineari.

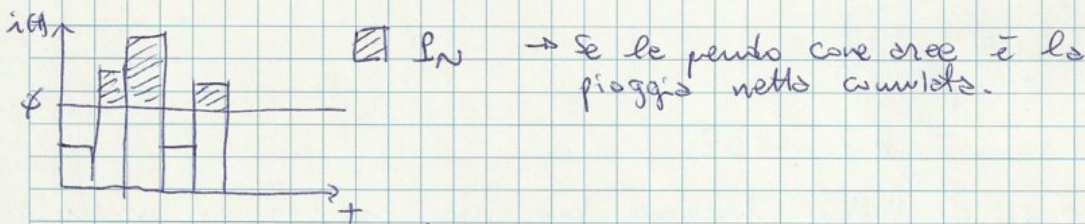
vantaggi: facilità e intuitività del metodo

Svantaggi: poca inerente alla realtà perché si parte da un livello di incertezza (fino al 50%) iterante in quanto C è solo un coefficiente.

→ METODO A SOGLIA ϕ rappresenta la soglia

$i_n(t) = 0$ se $i(t) < \phi$ → solo infiltrazione NO P_u

$i_n(t) = i(t) - \phi$ se $i(t) > \phi$ → ha P_u nella misura di $i(t) - \phi$



Svantaggi: 1 parametro

vantaggi: realismo: si ripete quello che si trova sopra da tutto quindi maggior attinenza alla realtà.

: metodo non lineare se raddoppio p → P_u non raddoppia

la non linearità complica la rappresentazione matematica dei processi

ϕ è la capacità massima di infiltrazione nel suolo → è come se facessimo il valore medio delle curve di infiltrabilità viste con Horton

oss empirica: " Se il suolo ha maggiore capacità di acqua possono crescere piante più grosse che quindi intercettano più acqua".

Sono considerazioni basate su dati di più corrispondono a un territorio diverso del nostro.

$$P_N = \frac{(P - 0,2 - S)^2}{P + 0,8 - S} \quad [\text{eq con 1 solo parametro}]$$

relazione vale se $P > 0,2 - S$ dove S molto con CN .

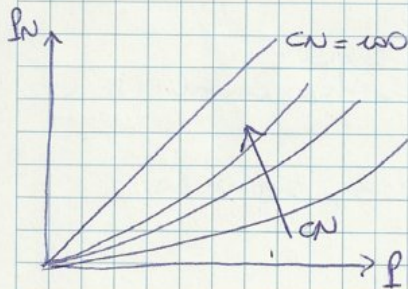
→ Relazione non lineare fra P e P_N .

CN coeff che dipende dalla condizione di permeabilità dei suoli

$CN = 100$ suoli completamente impermeabili
 → No infiltrazione → tutta la pioggia in P_N

$CN = 10$ suolo molto permeabile (S molto elevata)
 il suolo ha una profondità di circa 0,5 m quindi vorrebbe dire una capacità di infiltrazione totale elevatissima).

10 \leq CN \leq 100 lo limite buon senso → no casi velle rechte
 no limite fisico



$$CN = 100 \rightarrow P_N = P$$

per precipitazioni basse → poca P_N

per piogge grandi tanto al mare un andamento parallelo a quello della bisettrice

$P \uparrow$ S trascurabile → aumento 45°

$$P_N = 0 \text{ se } P < 0,2 - S$$

CN → dipende tipo idrologico di suolo (se permeabile o no)
 basta sapere macroscopicamente le caratteristiche del suolo.

A → D
 Scarsa deflusso → Alto deflusso

quindi da A → D $CN \uparrow$
 [righe]

tipologia di uso del suolo [colture]
 La capacità di deflusso

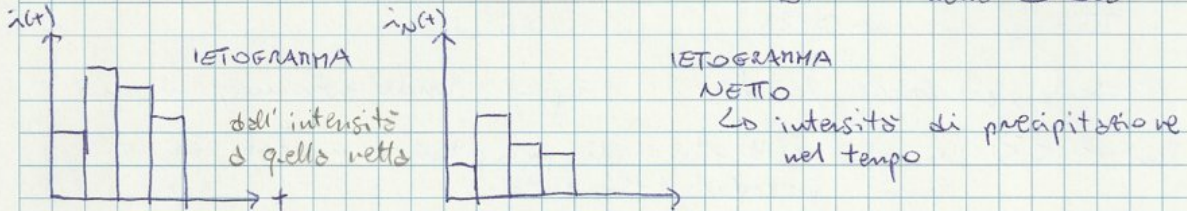
Vengono definite 3 classi: classi AMC = antecedent moisture condition → condizioni umidità suolo ante evento

→ non sono nei misurete queste condizioni

Considero l'evento pezzo per pezzo: prima solo il primo poi solo II...

$$\Delta t = 2$$

$$P_2 = i_1 \cdot \Delta t + i_2 \cdot \Delta t \rightarrow P_{N2} \rightarrow i_{N2} = \frac{P_{N2} - P_{N1}}{\Delta t} \quad \text{intensità netta nello II ms}$$

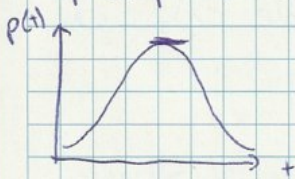


Come uso questo ietogramma?

Quello che mi interessa sono le portate nella sezione di chiusura, richiedendo la formula razionale:

$$Q_T = \frac{1}{3,6} A_b \cdot C \cdot \frac{i_T(tcb)}{i_{NT}(tcb)}$$

quando si usa la formula razionale si sta implicitamente dicendo di utilizzare il retardo percentuale per trovare l'intensità di precipitazione netta



è il solo valore massimo che mi interessa per calcolare la formula razionale Q_{max}

→ TRASFORMAZIONE AFFLUSSI / DEFLESSI

$$i_N(t) \rightarrow Q_{def}(t)$$

IETOGRAMMA NETTO → IETOGRAMMA



come trasformare la precipitazione netta in portata di deflusso nella sezione di chiusura. Come il sovrappiù di precipitazione si sposta nel bacino idrografico e come arriva alla sezione di chiusura.

Metodo della convoluzione:

$$Q(t) = \int_0^t i_N(\tau) u(t-\tau) d\tau$$

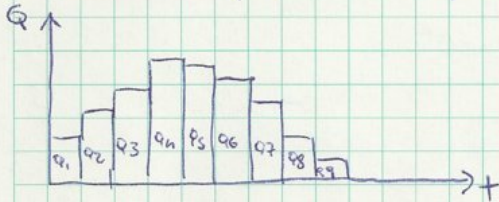
integrale di convoluzione fra la pioggia netta $i_N(\tau)$ e la funzione di risposta del bacino $u(t)$
 convoluzione perché si moltiplicano fra loro due funzioni spostate una in τ e l'altra in $(t-\tau)$

Connettente l'integrale serve per collegare le portate alle precipitazioni.

$$Q_8 = \cancel{i_{w1} \cdot U_8} + \cancel{i_{w2} \cdot U_7} + i_{w3} \cdot U_6 + i_{w4} \cdot U_5$$

nulli

d'ultima portata che posso calcolare è Q_9

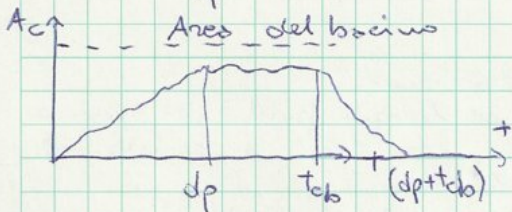


Risultato:



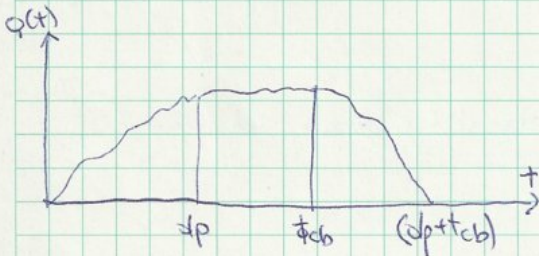
$$dp < tcb$$

durata pioggia

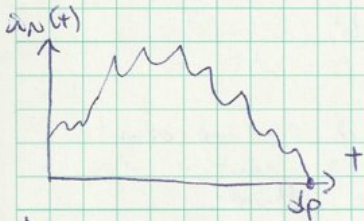


le aree contribuenti crescono fino a dp , poi restano fino a tcb e infine decrescono

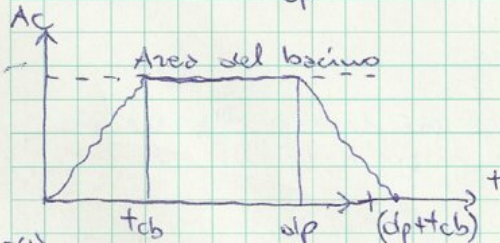
$(dp+tcb)$ durata complessiva idrogramma



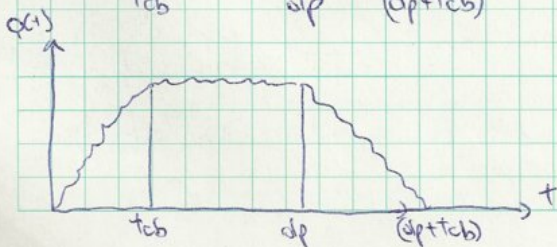
Ne segue:



$$dp > tcb$$

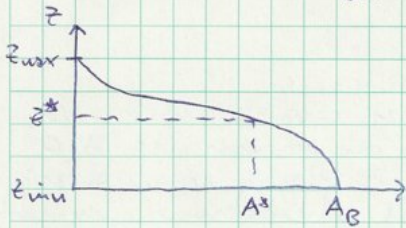


$(dp-tcb)$ area contribuyente invar costante sino a quando non cessa di piovere



Metodi per determinare la curva area-tempi:

→ le linee isocroniche corrispondono alle isoipse (= quota) quindi T_c proporzionali alla differenza di quota fra punto considerato e sezione di chiusura (è un'ipotesi)

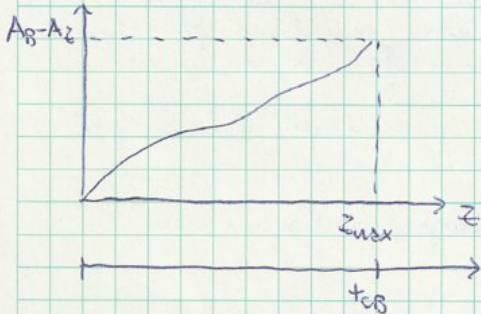


curva ipsonetica

representazione delle diverse quote del bacino idrografico considerato

Sulle ascisse legge l'area del bacino avente area maggiore della quota considerata. Infatti $z_{min} \rightarrow A_B$!

Ribaltano la curva area-tempi:



$(A_B - A_z)$ porzioni di aree aventi quote inferiori a quella de legge in ascisse

possò sostituire area z con quello dei tempi

$$T_c = t_{CB} \cdot \frac{z - z_{min}}{z_{max} - z_{min}}$$

proporzionalità diretta

z_{min} = quota della sezione di chiusura
 z = quota punto considerato

Questo dipende dal fatto che $z_{max} \rightarrow t_{CB}$ ipotesi dominante

Il problema è che non si conosce il t_{CB} . Bisogna stivarlo da stima ovvioe per il tramite di formule empiriche (determinate in funzione di alcune caratteristiche del bacino idrografico stesso).

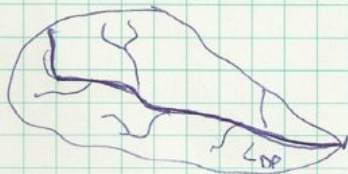
Formula di Giambelli [1935]

$$t_{CB} = \frac{4\sqrt{A_B} + 1,5 C_{OP}}{0,8 \sqrt{\bar{z} - z_{min}}}$$

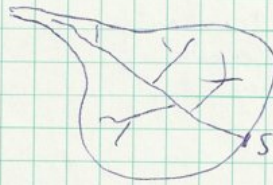
$A_B = [km^2]$
 C_{OP} = lunghezza asta principale o lunghezza del longest - distance path [km]

\bar{z} = quota media
 z_{min} = quota minima del bacino

$t_{CB} = [h]$ i coeff non sono adimensionati



Numeratore: dice generalmente quanto è grande il bacino $A \uparrow t_{CB} \uparrow$
 Denominatore: dice l'altitudine del bacino (piatto e elevato), grandi differenze di quota $\uparrow (\bar{z} - z_{min}) \downarrow T_{CB}$ e viceversa



[esempio limite]

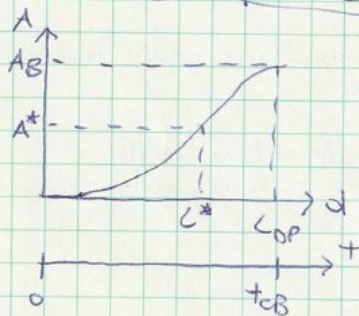
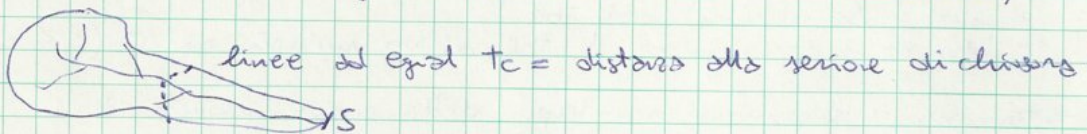
U_i non dipende dal tempo di ritardo \rightarrow è dentro la formula della precipitazione netta.

Esiste un secondo metodo per la determinazione della funzione di risposta:

\rightarrow stima del t_{CB}

\rightarrow scelta del Δt

\rightarrow creazione come area tempi della curva area-distanze
 ipotesi: isocronie coincidono a linee ad equal distanze
 (calcolata lungo il reticolo in senso idraulico)



come area-distanze

fissato $C^* \rightarrow A^*$ area $\Delta d < C^*$

include tutto il bacino idrografico per cui $C_{OP} = A_B$

Area-tempi sostituisce area distanze con quello dei tempi con questa relazione ipotesica:

$$t_c = t_{CB} \cdot \frac{d}{C_{OP}}$$

\rightarrow infine si determina la funzione di risposta in modo analogo al precedente solo che lavorano con una funzione differente.

Entrambi i metodi funzionano.

tempi \Rightarrow quota va in crisi quando ho bacini con valli e pendii acclivi, magari i punti sono anche vicini alla sezione di misura stessa.

Tornando alla formula di partenza:

$$Q_S = \frac{1}{3,6} \left[\sum_{i=1}^S i_{p,i} U_{S-i+1} \right]$$

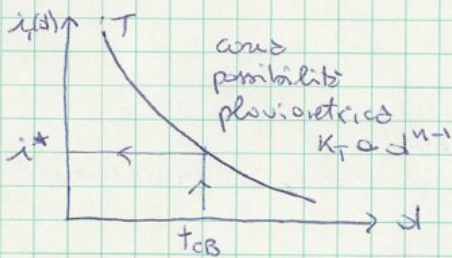
$\left[\frac{m^3}{s} \right]$ fattore correttivo $\left[\frac{mm}{h} \right]$ $[km^2]$

Quindi fase di verifica:
 ↓ ietogrammi relativi
 ↓ ietogrammi netti
 idrogrammi

→ fase di progetto: progettare un opera su un corso d'acqua dove non ci sono misure disponibili. Fissare un T di ritorno e determinare l'evento di precipitazione per quel tempo e il relativo idrogramma di progetto.

- ietogrammi di progetto trasformati in ietogrammi netti
- idrogrammi a prefisso T ritorno.

Determinare lo ietogramma di progetto: sollecitazione meteorologica compatibile con un certo tempo di ritorno. Come fare?

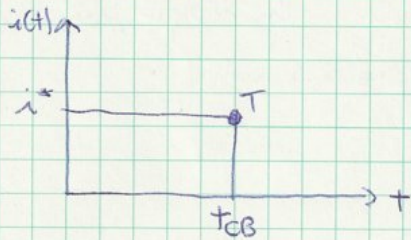


I passi:

- come intensità pluviometrica per il punto di interesse
- determinare lo ietogramma per questo tempo di ritorno

1) IETOGRAMMA RETTANGOLARE

è consistente alla CPP solo per la durata t_{CB}



Quanto dura la precipitazione press a t_{CB} perché la durata critica del bacino si possa rappresentare proprio a quel tempo

Intensità di precipitazione sarà quella che si legge dalla CPP al valore di durata considerato

$i^* = K_T \cdot a \cdot t_{CB}^{n-1}$ metodo della precipitazione indice

2) IETOGRAMMA CHICAGO

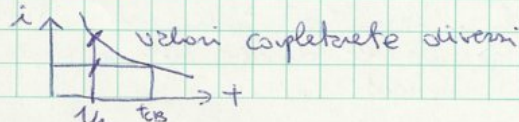
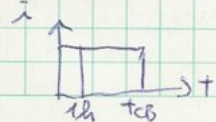


funzione di risposta

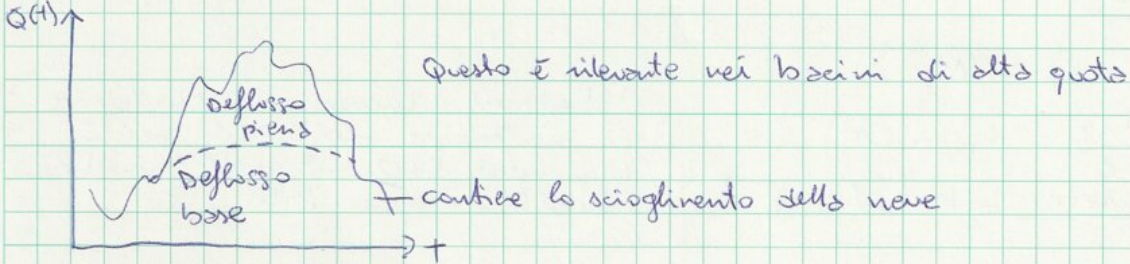
lo ietogramma rettangolare fornirebbe dei valori graficamente esatti perché quei dei valori del 95% di contributo delle aree alle 3 ore e il 100% di t_{CB} . Ma è come se avessi la durata critica alle 3 ore.

Questo ietogramma è consistente (si scosta) dalla CPP su tutte le durate.

il rettangolo non è consistente perché se si prende $t < t_{CB}$ avrei intensità diversa dalla CPP

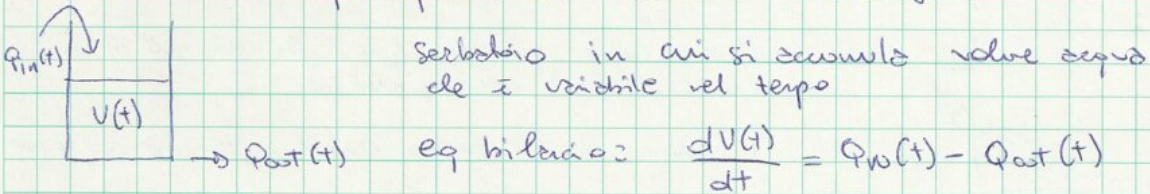


- In realtà è non stazionario nella trasformazione afflusso - deflusso ?
- stato di inibimento del suolo: si può in parte tenere in considerazione con Horton o CN
 - presenza di precipitazioni in forma solida,
 - temperatura variabile che bisogna tenere in considerazione e scandalo de l'evento capitò in estate o inverno.



Effetto di laminazione

- > se pieno non avviene
- > se vuoto può portare danni > valle della diga



inverso lineare = $Q_{out}(t) = K \cdot V(t)$
 (portata in uscita \propto alla costante inverso K e al volume)

$$\frac{1}{K} \frac{dQ_{out}(t)}{dt} = Q_{in}(t) - Q_{out}(t)$$

$$Q_{out}(t) = \int_0^t Q_{in}(\tau) K e^{-k(t-\tau)} d\tau$$

formole per far variare la portata in uscita con quella in ingresso



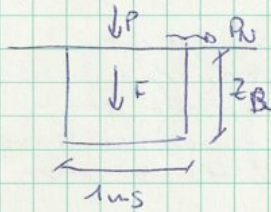
Metodo delle curve in D:

$$Q_D(t) \rightarrow Q_{Din}(t)$$

laminazione con inverso lineare $Q_{D,out}$ (es. spz) ma possiamo anche calcolare non solo la portata di picco, ma l'intero idrogramma

ACQUA COME RISORSA

eq di bilancio in un punto:



Z_r = profondità di radicazione
 P = precipitazione
 F = infiltrazione
 P_n = pioggia netta / deflusso superficiale

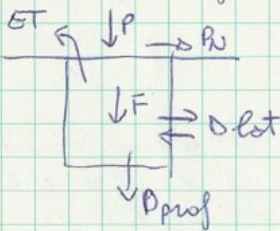
Quando parliamo di risorsa idrica non basta vedere la P_n ma bisogna vedere la quantità di acqua che si infiltra nel suolo.

Sono scale temporali diverse:

- acqua come rischio: scala temporale breve: giorni/ore
 si può trascinare l'infiltrazione nello strato della pianta.
- acqua come risorsa: per gli scopi agricoli/energetici siccome gli eventi di pioggia sono rari, ci interessano le portate a lungo termine: voglio avere una Q piccola ma continua.

Ecco che le scale temporali sono mesi/anni. Viene considerato il processo di infiltrazione perché la F può diventare acqua come risorsa.

Viene modificato lo schema precedente:



D_{lat} = deflusso laterale: componente di deflusso che attraversa le superfici laterali del volume di controllo, si esplica con i suoli inclinati (30°)
 D_{prof} = deflusso profondo: componente che si infila in profondità ed è la componente di flusso che attraversa la superficie inferiore del volume di controllo

$$Z_r \frac{d\theta}{dt} = F - D_{lat} - D_{prof} - ET \quad \theta = \text{contenuto idrico}$$

$Z_r \frac{d\theta}{dt} \left[\frac{m^3}{s} \right]$ è la variazione del contenuto idrico nel tempo

D_{lat} : flusso entrante o uscente dal volume di controllo
 D_{prof} non sempre esce per gravità. Quando ho una falda acquifera posso avere una risalita di acqua.

ET = evapotraspirazione: è il flusso di acqua che esce dal volume di controllo a seguito di un passaggio di stato dell'acqua dallo stato liquido a gassoso.

E = evaporazione per riscaldamento del suolo

T = traspirazione la ~~vegetazione~~ vegetazione prende acqua liquida dalle radici e la restituisce sotto forma gassosa dalle foglie

$$ET_{pot} = \frac{R_N}{\rho \lambda} \left[\frac{m^3}{s} \right] \left[\frac{mm}{day} \right]$$

ET_{pot} = evapotraspirazione potenziale è quello che potenzialmente avviene se non ci sono delle condizioni limitanti (se nel suolo non abbiamo acqua, questo flusso non si genera)

R_N = radiazione netta $[W/m^2]$ energia disponibile del sole che raggiunge il suolo

ρ = densità dell'acqua $[kg/m^3]$

λ = calore latente di evaporazione $[J/kg]$

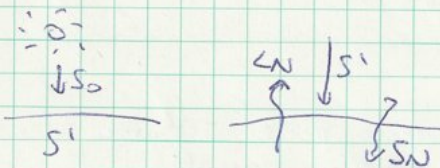
Se moltiplica ET_{pot} per l'area unitaria ottergo $ET_{pot} [m^3/s]$

Questa equazione deriva da una condizione semplice: voglio quantificare quanta energia permette il passaggio da acqua liquida a gassosa.

$\lambda = 2,5 \frac{kJ}{m^3}$ energia che serve per evaporare 1kg di acqua

$\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}$ energia che serve per evaporare 1 m³ di acqua

BILANCIO RADIAATIVO: → guarda eq * pag 18 dispendio evapotraspirazione



flussi di energia:

$$R_N = S_N - C_N$$

S_N = Short wave = onde corte

C_N = Long-wave = onde lunghe

S_0 = costante solare = $1367 W/m^2$

Lo è la radiazione a onde corte che raggiunge gli strati esterni dell'atmosfera terrestre.



Il sole è un corpo sferico che emette energia e la terra intercetta parte di tale energia.

$$S_1 = S_0 \sin(d)$$

I raggi del sole non sono sempre ortogonali alla superficie atmosferica.

d = solar angle = inclinazione fra la direzione dei raggi solari e la tangente alla superficie terrestre.

$d = 90^\circ$ tutta la S_0 attraverso l'atmosfera

$d = 0$ solo una piccola parte di S_0 attraverso penetra

Inoltre non ho sempre i dati su (u, A) : N è noto ma A è stato misurato su larga scala e si fa riferimento a delle tabelle ma con forti incertezze.

Il sistema climatico terrestre è molto complesso e spesso non definito come sistema con grande facilità perché:

- feedback positivi: quando i ghiacci si sciolgono $Al \downarrow$, $S_N \uparrow$ aumenta la capacità di energia disponibile: $T_{cloud} \uparrow$, $T_{air} \uparrow$ ed aumenta la velocità di scioglimento. Rischio di avere un sistema dinamico che entri in un circolo vizioso dove non può essere fermato né controllato.
- feedback negativo: se $ET \uparrow$ ha più vapore d'acqua in atmosfera, aumenta la probabilità di avere corpi nuvolosi in atmosfera che riducono la quantità di energia che arriva in atmosfera. $S_N \downarrow$, $T_{cloud} \downarrow$, $T_{air} \downarrow$. Tutto sommato si bilanciano.

Radiazione a onde lunghe: $L_N = L_T - L_A$

L_T radiazione di onde lunghe emessa dalla terra, flusso uscente

L_A radiazione emessa dall'atmosfera

La Terra è un corpo a $T > 0^\circ K$ che emette energia, ma anche l'atmosfera è un corpo radiante che restituisce energia ad onde lunghe.

Bilancio complessivo $\begin{matrix} \downarrow S \\ \downarrow S' \end{matrix}$

Equazione di Boltzmann

$$L_T = \sigma \cdot \epsilon_T \cdot T_T^4 \quad \text{per la terra e per ogni corpo radiante}$$

σ = costante di Planck

ϵ = emissività $0 \leq \epsilon \leq 1$ che rappresenta la differenza di comportamento fra corpo bianco, nero, grigio

T_T = temperatura della terra [K]

l'energia emessa è $\propto T^4$

$$L_A = \sigma \cdot \epsilon_A \cdot T_A^4 \quad \text{per l'atmosfera}$$

T_A = temperatura dell'aria nella degli strati atmosferici

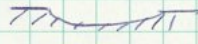

con $T_A < T_T$ ho che L_T è un flusso uscente

Combinando le varie equazioni determino la radiazione netta R_N .

d'acqua è prelevato dalle radici ed arriva in forma liquida all'interno di queste cavità. Qui si ha il passaggio di stato da liquido a gassoso.

A cosa servono gli stomi? Perché l'acqua non traspira direttamente dalla superficie della foglia?

Con gli stomi la pianta riesce a controllare il processo di traspirazione.

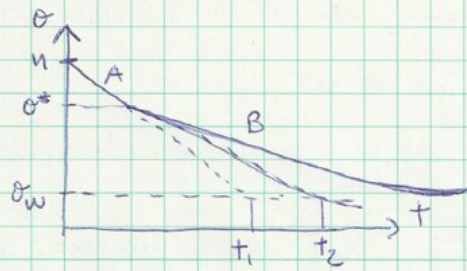
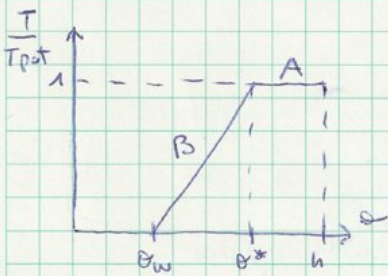
- $\theta > \theta^*$ stomi completamente aperti 
- $\theta_w < \theta < \theta^*$ stomi parzialmente chiusi 

In queste aree l'umidità dell'aria (RH) tende a crescere molto rapidamente e la traspirazione diminuisce quasi linearmente.

$$\theta < \theta_w \rightarrow \text{Traspirazione} = 0$$

Perché funzionano così? La vegetazione bilancia due esigenze:

- minimizzare la traspirazione perché per crescere, la quantità di carbonio è funzione della quantità di traspirazione (più traspira e più cresce).
- la vegetazione non riesce a resistere alla mancanza di acqua pericolo di appassimento permanente.

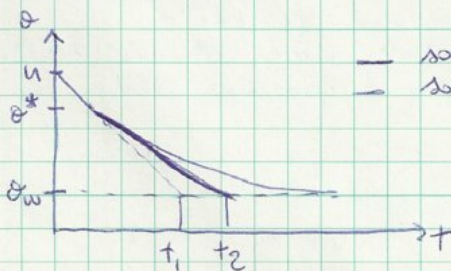


$$z_R \frac{d\theta}{dt} = -ET$$

Se non piove scendo in modo lineare fino a t_1 (θ_w)

B) Variazione lineare di θ , $d\theta/dt$ ha un comportamento esponenziale e raggiunge solo asintoticamente il punto di θ_w .

La pianta agisce sulla traspirazione, ma l'evaporazione è un processo continuo.



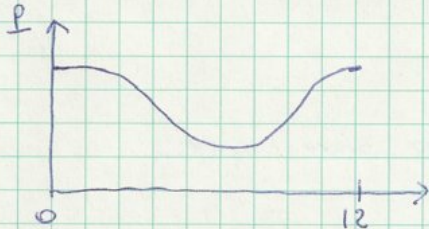
- solo evapotraspirazione
- solo traspirazione

$$T \sim 85 \div 90 \% ET$$

Trascurando all'eq. del bilancio idrico puntuale

$$Z_R \frac{d\theta}{dt} = P - P_N - ET - D_{prof} \pm D_{lat}$$

Considerando una variazione stagionale della P :



regime mediterraneo
minimo estivo - massimo invernale

equazione risultata per approssimazioni successive:

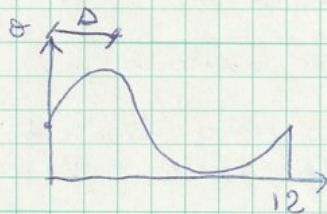
$$Z_R \frac{\theta_{i+1} - \theta_i}{\Delta t} = P_i - P_{N,i} - ET - D_{prof,i}$$

θ_i contenuto idrico al mese i -esimo
 $\Delta t = 1$ mese

$$\theta_{i+1} = \theta_i + \frac{\Delta t}{Z_R} [P_i - P_{N,i} - ET_i - D_{prof,i}]$$



$\frac{d\theta}{dt} = 0$ lo trascuriamo se lo posso approssimare
d un valore costante
(precipitazione uniforme nei diversi mesi)



regime simile alle precipitazioni ma sfasato
in avanti di Δ
Lo legato all'umidità del suolo (contenuto
idrico) ha un inerzia tale da rispondere
alle portate del sistema \rightarrow precipitazioni

d'inerzia del sistema al suolo è caratterizzato da Z_R

Z_R basso \rightarrow inerzia basso e viceversa

\rightarrow profondità del suolo 40 cm \rightarrow servono 400 mm/H₂O

$$ET_i = ET_{P,i} - f(\theta_i)$$

$$P_{N,i} = g(\theta_i)$$

$$D_{prof,i} = h(\theta_i)$$

} tutti gli altri termini all'interno dell'
equazioni sono funzioni di θ .

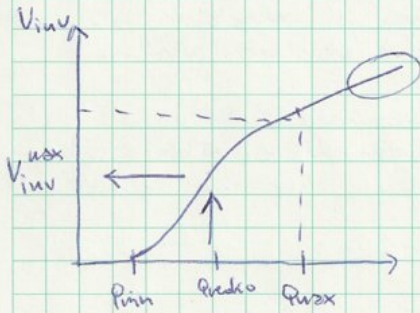
Soluzione =

\rightarrow si fissa la condizione iniziale e tramite la risoluzione dell'eq
si vede come procede negli istanti successivi con la condizione
che il valore finale = valore iniziale. Perchè il sistema è STAZIONARIO.

Ma, che volume mi serve nel serbatoio?
 questo valore è pari alla differenza fra la quantità di vapore erogare e quella disponibile nel corso d' H₂O (parte tralasciata)

integro quell'area:
$$V_{inv} = \int_{0}^{t_{fin}} [Q^* - Q(t)] dt$$

Vergano mesi i termini solo quando sono > 0 (Q* > Q(t)).



Zona senza rilevanza:

$Q^* = Q_{max}$

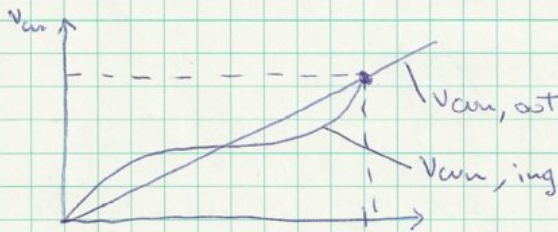
eq. continuità: $\frac{dW}{dt} = Q(t) - Q^*$

il secondo termine sarebbe sempre negativo (in modo sempre?) No! l'opera riesce sempre vuota.

Devo avere un valore sufficiente per erogare Q* ma anche valore tale da riempirsi.

Posso considerare \bar{Q} (medio) dove se sono sopra si riempie se sotto si svuota. \bar{Q} è il livello massimo ottenibile.

Dimensionamento di un serbatoio:



Coincidenza punto finale se $\bar{Q} = Q^*$

$V_{inv} =$ valore costante in/out

$$V_{inv,out} = \int_0^T Q^* dt = Q^* \cdot T \quad (\text{se portata uscita costante})$$

$$V_{inv,ing} = \int_0^T Q(t') dt'$$

Caso 1 $Q^* = \bar{Q}$

$$V_{inv,out}(t_{fin}) = \bar{Q} \cdot t_{fin}$$

$$V_{inv,ing}(t_{fin}) = \int_0^{t_{fin}} Q(t') dt' = \bar{Q} \cdot t_{fin}$$

← all'istante finale le due curve vanno a coincidere

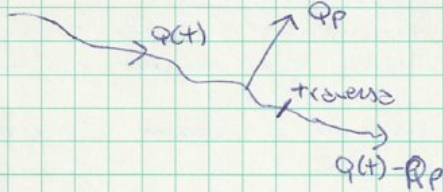
Caso 2 $Q^* < \bar{Q}$

$$V_{inv,out}(t_{fin}) = Q^* \cdot t_{fin}$$

$$V_{inv,ing}(t_{fin}) = \bar{Q} \cdot t_{fin}$$

Invaso → capacità di compenso quando non c'è H₂O.
 Qual'è l'alternativa?

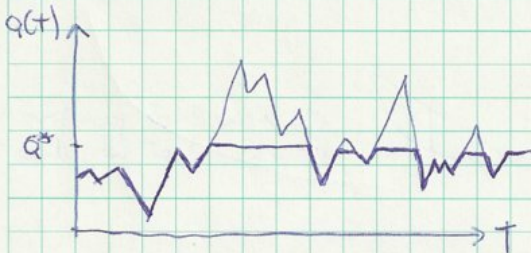
IMPIANTI AD ACQUA FUENTE.



- traverso: unico scopo di garantire livelli a monte costanti e garantire una presa di una parte di acqua ai fini dell' utilizzo dove serve.

Si prende l'H₂O solo quando c'è.
 Non c'è la possibilità di compenso: non si può spostare l'acqua da un periodo dell'anno ad uno successivo.

Presa a trappola: quando il canale è piccolo →
 → griglia, quando arriva acqua cade e c'è un canale al di sotto della platea con le griglie.

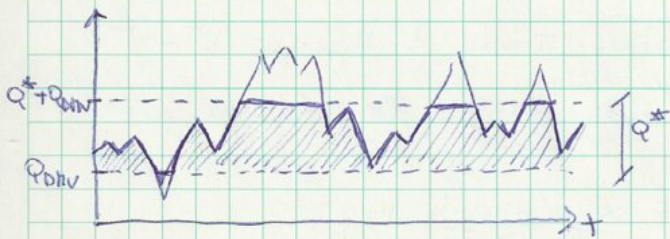


- $Q_p(t)$
 Q^* portata di progetto è quella evapabile tramite il canale dell'opera di min.

La linea spessa è la portata prelevabile nel tempo se c'è una portata di Q^* prelevata quella de l'e!

Se lo scemi, a valle della traverso scesi portata = 0 per lunghi periodi → non rispetta le condizioni abitabili (accostamento dell'ecosistema fluviale).

Portata minima da lasciare al corso d'acqua: DEFUSSO MINIMO UTACE
 DMV → strutture eguali della unaliva.



parte tratteggiata è il volume prelevato.

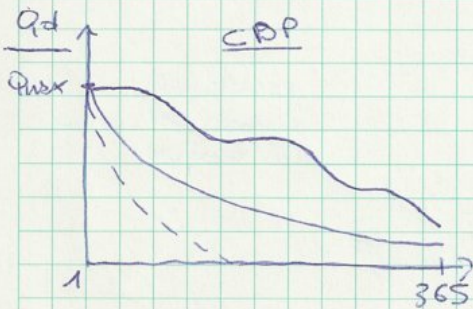
Ne derivano

Negli anni bisestili?

il 366 valore diventa il 365 e si fa un'interpolazione di tutti i valori all'interno.

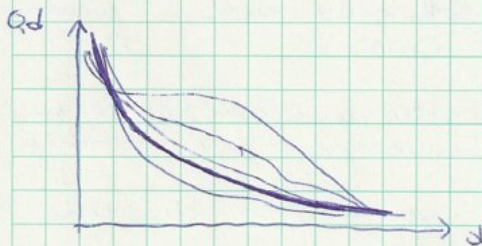


nella pratica si guarda come il 29 febbraio e si decide se prenderlo in considerazione oppure no.



Qd/Q_{max} operazione di scalatura delle portate affinché le Q_{max} non abbiano le stesse.

- regime fluviale con bacino idrografico ampio
- regime torrentizio misto bacino piccolo
- fonte variabilità delle portate
- regime torrentizio effettivo: ha periodo lungo dell'anno con secca (non ha portate).



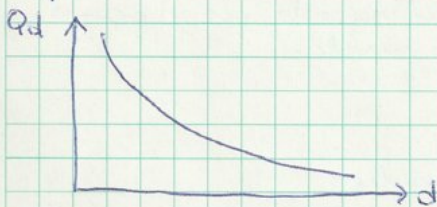
variabilità interannuale
→ ripeto l'operazione anno per anno.

CDP annuali: il motivo per cui sono diverse è l'intrinseca imprevedibilità dei processi idrogeologici.

linee spesse: significativo evento di piena
no, portata semipermanente e la piena ordinaria sono state piuttosto basse.

Anno idrogeologico: 1 ottobre = 30 settembre

le portate di novembre - dicembre sono quelle di carattere nevoso che si attergono in primavera. Se considerassi l'anno solare 1 gen - 31 dic non avrei una conseguenza diretta di questi fenomeni perché sarebbero a cavallo di due anni.



CDP medio

- si costruiscono quelle annuali
- per ogni anno si fa le medie dello stesso giorno
- si usa per il dimensionamento e la verifica delle opere di presa.



tratteggiato: val. H_2O prelevabile medio

↓
ha già tenuto conto della variabilità annuale dei processi idrogeologici.

IDROLOGIA

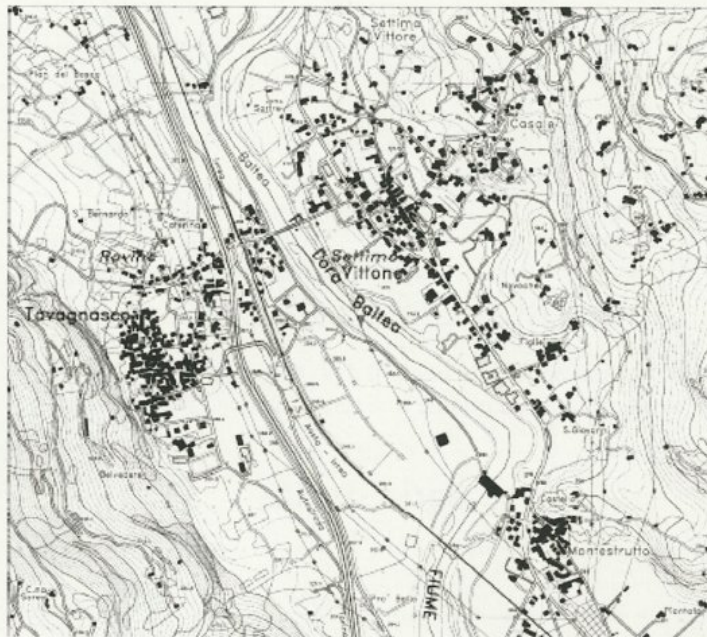
ESERCITAZIONI

Prof. Leio

ESERCITAZIONE 1

Determinazione di massima dell'altezza dei rilevati arginali in una generica sezione di un corso d'acqua

Si devono dimensionare dei rilevati arginali atti a proteggere dalle piene una zona industriale sita nelle vicinanze del fiume Dora Baltea, in corrispondenza della sezione di misura di Tavagnasco. In particolare, si vuole determinare l'altezza dei rilevati arginali atta ad impedire che le piene associate a tempi di ritorno uguali od inferiori a 100 anni producano esondazioni nella zona di interesse.



E' disponibile la serie storica delle portate massime annue (in m³/s) misurate sulla Dora Baltea a Tavagnasco; si supponga inoltre di aver ricostruito, per il tramite di un software di simulazione idraulica, la relazione tra portate ed altezze idrometriche in presenza del rilevato arginale, nella forma

$$Q = 142 * (h + 0.05)^{1.81}$$

dove Q è la portata in m³/s ed h è l'altezza in m misurata a partire dallo zero idrometrico.

Si effettuino le seguenti operazioni:

1. Diagrammare la serie storica di dati disponibili per identificare eventuali non-stazionarietà.
2. Riportare i dati empirici su carta probabilistica esponenziale, normale, lognormale e di Gumbel, e verificare l'allineamento dei punti.
3. Stimare i parametri delle distribuzioni che passano la verifica preliminare e della distribuzione GEV con il metodo dei momenti ed il metodo degli L-momenti. Quando possibile, riportare sulla carta probabilistica le rette relative alle distribuzioni con i parametri stimati.
4. Sottoporre le quattro distribuzioni ai test di adattamento di Pearson e di Anderson-Darling con un livello di significatività del 5%.
5. In base alle risultanze dei precedenti punti, stimare il valore della portata di progetto corrispondente al tempo di ritorno $T = 100$ anni, e determinare la corrispondente altezza dei rilevati arginali.

Ora si riportano i dati empirici su carta probabilistica.

Per carta probabilistica si intende una verifica preliminare per valutare se il campione considerato possa essere rappresentato da uno o più dei seguenti modelli.

Distribuzione esponenziale

La distribuzione esponenziale ha la seguente forma:

$$P(x) = 1 - e^{-x/\theta}$$

Con θ parametro della distribuzione, ovvero è un numero che sarà stimato nei punti successivi al fine di migliorare l'adattamento della distribuzione.

I passi da seguire per creare una carta probabilistica sono i seguenti:

- Ordinare il campione in senso crescente $x_i \rightarrow x_{(i)}$;
- Attribuire una frequenza di non superamento dei valori $x_{(i)}$:

$$q_i = F(x_{(i)}) = \frac{i}{M+1}$$

Con M dimensione del campione.

Viene messo a denominatore il fattore M+1 perché al valore più grande del campione corrisponderebbe al valore di probabilità più alta, ed è una cosa non corretta. Ciò si chiama PLOTTING POSITION di WEIBULL;

- Definizione della variabile ridotta u in modo tale da eliminare la dipendenza dai parametri:

$$u = \frac{x}{\theta} \qquad P(x) = 1 - e^{-x/\theta} \qquad P(u) = 1 - e^{-u}$$

Questa in realtà è un'operazione concettuale, non viene fatta nella pratica.

- Si impone $q_i = P(u_{(i)})$ ovvero l'uguaglianza della frequenza di non superamento dei valori campionari a probabilità di non superamento della variabile ridotta:

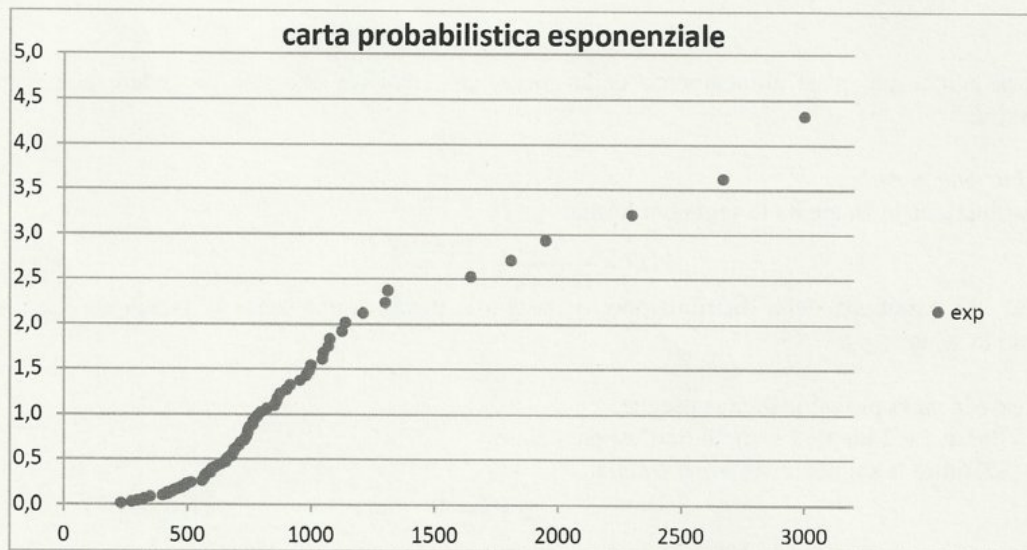
$$\frac{i}{M+1} = 1 - e^{-u_{(i)}} \qquad u_{(i)} = -\ln\left(1 - \frac{i}{M+1}\right)$$

- Rappresentazione grafica di $u_{(i)}$ vs $x_{(i)}$

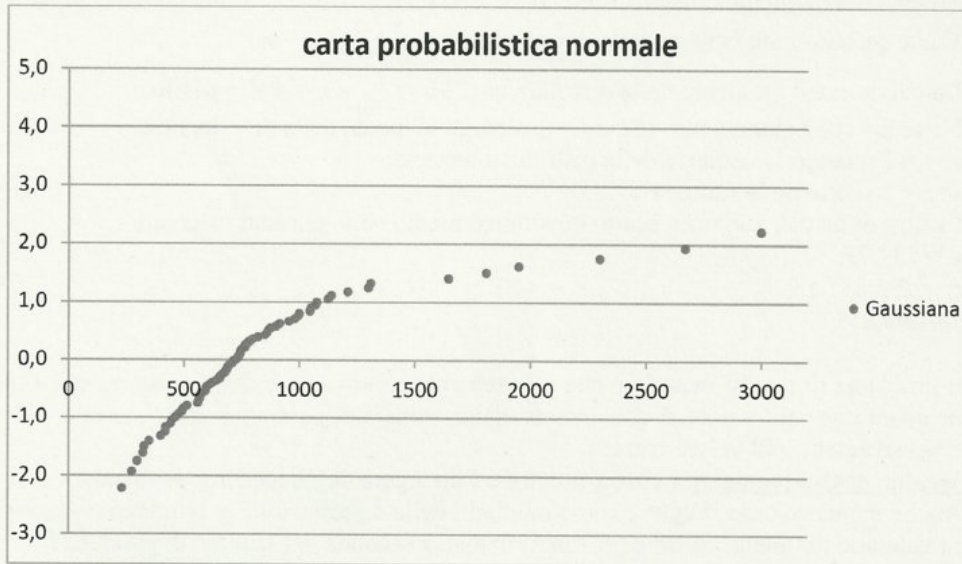
Se il campione è stato detratto da una funzione che può essere rappresentata da una distribuzione esponenziale i punti sulla carta tenderanno ad allinearsi. Se ciò avviene, si può procedere con i punti successivi dell'inferenza statistica, altrimenti questa distribuzione può essere scartata a priori.

Si nota come $u = \frac{x}{\theta}$ rappresenta l'equazione di una retta passante per l'origine e ciò spiega il motivo dell'allineamento dei punti.

Si procede con i punti precedentemente illustrati e si ottiene la seguente carta probabilistica.



- $P(u(i)) = \frac{i}{M+1} \rightarrow u(i) = P^{-1}\left(\frac{i}{M+1}\right)$; excel [inv.norm.st(q)]
- Rappresentazione grafica di $u(i)$ vs $x(i)$.
Essa rappresenta una retta con un certo termine noto θ_1 e coefficiente angolare $1/\theta_2$.



Come si può notare la distribuzione viene scartata in quanto non rispetta le condizioni imposte.

Distribuzione log-normale

La distribuzione log-normale ha la seguente forma:

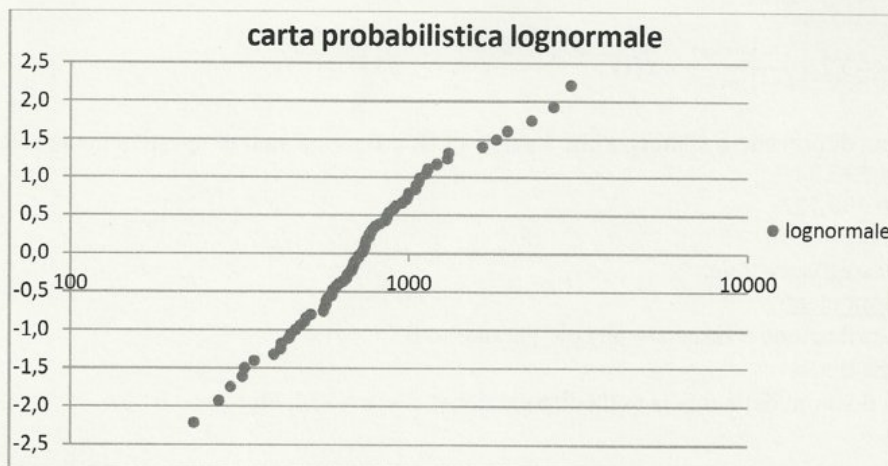
$$y = \ln(x) \quad P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \theta_2 \cdot x} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(x) - \theta_1}{\theta_2} \right)^2}$$

Per creare la carta probabilistica si esegue:

- Passo 1 e 2 identici a quelli dell'esponenziale;
- Definire la seguente variabile ridotta:

$$u = \frac{\ln x - \theta_1}{\theta_2}$$

- $P(u(i)) = \frac{i}{M+1} \rightarrow u(i) = P^{-1}\left(\frac{i}{M+1}\right)$; excel [inv.norm.st(q)]
- Rappresentazione grafica di $u(i)$ vs $x(i)$.



Metodo degli l-momenti:

Essendo associato un solo valore ne deriva: $\theta = L_1 = 834.74$.

Ne deriva che la distribuzione esponenziale viene scartata.

Distribuzione Gumbel:

Metodo dei momenti:

$$\theta_1 = \bar{x} - 0.5772 * s * \frac{\sqrt{6}}{\pi} = 610.20$$

$$\theta_2 = s * \frac{\sqrt{6}}{\pi} = 389.76$$

Metodo degli l-momenti:

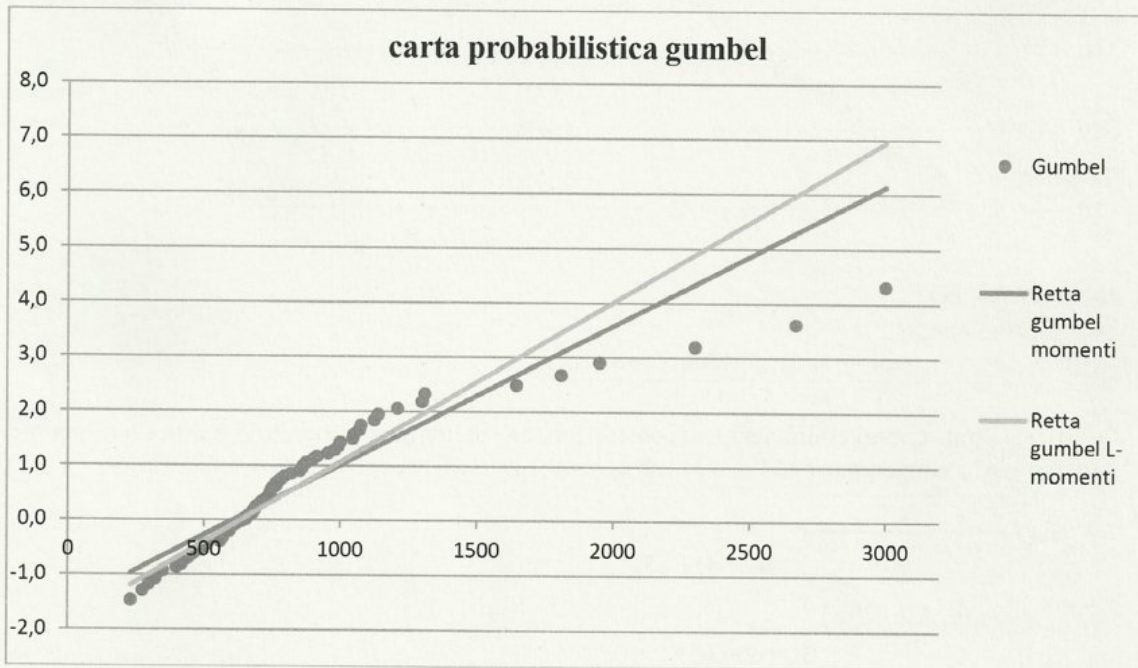
$$L_1 = 834.74$$

$$L_2 = 235.74$$

$$\theta_1 = L_1 - 0.5772 * \theta_2 = 639.06$$

$$\theta_2 = \frac{L_2}{\ln 2} = 339.76$$

Viene riportata la carta probabilistica di gumbel cui sono stati inseriti le rette relative ai momenti e agli l-momenti.



Distribuzione log-normale:

Metodo dei momenti:

$$\theta_1 = \ln \bar{x} - \frac{1}{2} \ln\left(1 + \frac{s^2}{\bar{x}^2}\right) = 6.57$$

$$\theta_2 = \sqrt{\ln\left(1 + \frac{s^2}{\bar{x}^2}\right)} = 0.553$$

Metodo degli l-momenti:

$$L_1 = 6.60$$

$$L_2 = 3.43$$