



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1155

DATA: 22/10/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Prette

MATERIA: Fisica II

Prof. Gozzellino

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

UNITA' DI MISURA

- ϵ $[C^2/N \cdot m^2]$ $[F/m]$
- λ $[C/m]$ σ $[C/m^2]$ ρ $[C/m^3]$
- E $[N/C]$, $\frac{J/m}{C/V} = [V/m]$
- q $[C]$
- V $[V] = J/C$
- p (mom. di dipolo) $[C \cdot m]$
- C (capacità) $[C/V] = [F]$ FARAD
- P (polarizz. elettrico) $[C/m^2]$
- D (ind. dielettrica) $[C/m^2]$
- i $[A] = C/s$ FONDAMENTALE
- S $[A/m^2]$
- ρ $[\Omega \cdot m]$
- R $[\Omega]$ $[V/A]$
- B $[T] = \frac{V \cdot s}{m^2} = \frac{Wb}{m^2}$ Wektor
- H $[(H)/m] \rightarrow \Omega \cdot s$
- M magnetizzazione $[A/m]$

FORMULE UTILI DIELETRICO

$$\chi = K - 1 \quad \text{SUSCETTIVITA' ELETTRICA}$$

$$K = \chi + 1 \quad \text{COSTANTE DIELETRICA RELATIVA DEL MATERIALE (\epsilon_r)}$$

$$\epsilon = \epsilon_0 K = \epsilon_0 \epsilon_r$$

$$V_K = \frac{V_0}{K} \quad \rightarrow \quad \text{POTENZIALE IN PRESENZA DI DIELETRICO}$$

$$E_K = \frac{V_K}{h} = \frac{E_0}{K} = \frac{\epsilon_0 \cdot 1}{\epsilon_0 \cdot K} \quad \rightarrow \quad \text{CAMPO ELETTRICO IN PRESENZA DI DIELETRICO}$$

$$E_K = \frac{\epsilon_0}{\epsilon_0} - \frac{\epsilon_p}{\epsilon_0}$$

$$C_K = \frac{q_0}{V_K} = C_0 K \quad \rightarrow \quad \text{CAPACITA' IN PRESENZA DI DIELETRICO}$$

Per tutte le altre formule basta sostituire ϵ_0 con $\epsilon_0 K$

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} \quad \rightarrow \quad \text{per dielettrici isotropi (\vec{P} risulta \parallel \vec{E})} \quad \left[\frac{C}{m^2} \right]$$

$$P = \sigma_p \quad \rightarrow \quad \vec{P} \text{ cost, } \vec{P} \text{ uniforme, } \vec{P} \perp \text{ dielettrici}$$

$\sigma_p = \text{DENSITA' SUPERFICIALE CARICHE DI POLARIZZAZIONE}$

$$P \cdot \cos\theta = \vec{P} \cdot \vec{u}_m = \sigma_p \quad \rightarrow \quad \vec{P} \text{ cost, uniforme, non } \perp$$

$$\rho_p = -\text{div } \vec{P} \quad \rightarrow \quad \vec{P} \text{ non uniforme}$$

$\rho_p = \text{DENSITA' INTERNA CARICHE DI POLARIZZAZIONE}$
(se sempre una σ_p superficiale)

Sup. di separazione tra 2 dielettrici:

COMPONENTE TANGENZIALE $E_{1t} = E_{2t}$
si conserva

COMPONENTE NORMALE $E_{2n} - E_{1n} = \frac{\sigma_{p1} - \sigma_{p2}}{\epsilon_0}$

$$U_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C_K} = \frac{\sigma^2 \Sigma^2}{2 \epsilon \Sigma / h} = \frac{1}{2} \epsilon E^2 V \rightarrow \text{energia immagazzinata}$$

$$U_p = \frac{1}{2} \cdot \epsilon E^2 = \frac{1}{2} \cdot \vec{E} \cdot \vec{D} \rightarrow \text{per unita' di volume}$$

FORMULE UTILI

CORRENTE ELETTRICA

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N \cdot \delta}{M} = \frac{N_A \cdot \delta}{A} \rightarrow \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \rightarrow \text{no portatori per m}^3$$

δ → massa atomica $\frac{\text{kg}}{\text{mol}}$

$$i = \frac{dq}{dt} \rightarrow \text{INTENSITA' DI CORRENTE} \quad i = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{\Sigma} = \phi_{\vec{j}}$$

$$\vec{j} = n \cdot q \cdot \vec{v}_d \rightarrow \text{DENSITA' DI CORRENTE}$$

caso $\vec{j}_{\text{cost}} \perp \Sigma$ ($\vec{j} \parallel \vec{u}_n$):

$$j = \frac{i}{\Sigma}$$

$$i = j \Sigma$$

1/10/2012

FISICA II: Elettromagnetismo, onde, ottica

Varie tipi di interazione:

• gravitazionale

• elettromagnetica (attr. / repulsiva)

⇒ causa CARICA → grandezza derivata per (S.I.) → [Coulomb] [C]

(massimo solo x cognome (pensione))

Coulomb → valore molto elevato, difficile da trovare in natura

es. necessità di attrazione e repulsione → equilibrio distribuzione di carica su superficie piana: carica di $\sim 10^{-2}$ Coulomb

μ 10^{-6}	→	1 μ C = 10^{-6} C
m 10^{-9}	→	1 mC = 10^{-3} C
pF 10^{-12}	→	1 pC = 10^{-12} C

Mega 10^6	→	1 MC = 10^6 C
Giga 10^9	=	
Tera 10^{12}	=	

meno + meno = meno

2 cariche possono reagire tra loro in modo:

- attrattiva: segno opposto
- repulsiva: stesso segno

fenomeni di attrazione e repulsione tra corpi si spiegano con il HP che i costituenti elementari della materia possiedono carica elettrica

CARICA → grandezza QUANTIZZATA: non può assumere qualsiasi valore, ma valore sempre multiplo di \pm valore:

$$1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

↓
carica di 1 protone (elettrone cambiata di segno) ≠ da carica unitaria

PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE CARICA ELETTRICA: In un sistema elettricamente isolato la Σ cariche elettriche si conserva (somma algebrica)

⇒ vale sempre!

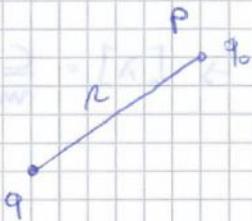
• ATOMO

protoni p → $m_p = m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

neutroni n →

elettrone e → $m_e = 0,91 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$

Possiamo pensare del carica 1 genera campo elettrostatico → influenza su carica 2



$$F_{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q q_0}{r^2} \cdot \vec{u}_r$$

Possiamo pensare al campo elettrostatico generato da q:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

campo presente nel punto in cui si trova carica q_0

carica di prova in P: misura forza e distanza carica ottengo campo in quel punto

misura + precisa → q_0 non altera troppo campo elettrostatico: deve essere + piccolo possibile:

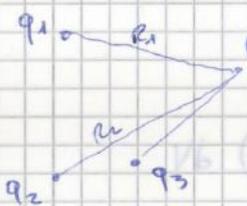
$$\vec{E} = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{q_0}$$

→ di rendere a zero di q_0 tende a zero anche la F se q_0 → il rapporto rimane punto

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \vec{u}_r$$

se q positiva:
 se q negativa:

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE:



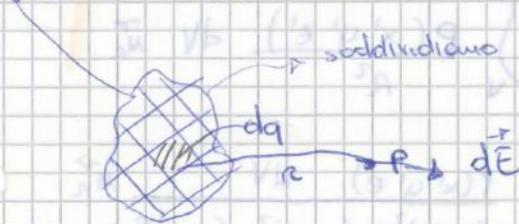
$$\vec{E}(P) = \sum_i \vec{E}_i(P)$$

campo totale per la somma algebrica campi delle singole cariche presenti

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_i$$

La vale anche per $\vec{F} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_i q_0}{r_i^2} \vec{u}_i$

zone dello spazio con cariche vicine e non distinguibili: DISTRIBUZIONE CONTINUA DI CARICHE



sovrapposizione in tante parti

ognuna contiene tante cariche elementari (anche se infinitesime)

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r$$

→ campo infinitesimo in P generato da dq

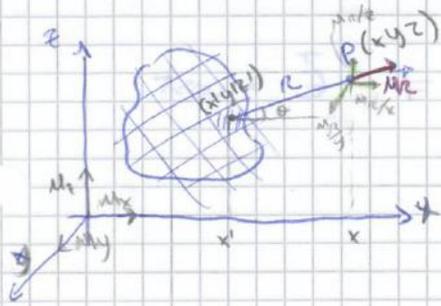
$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r$$

Principio di sovrapp. x distrib. continua

CASO GENERALE

Campo in P generato da tutta la carica

carica generata



$$M_x = M_r \cos \theta = M_r \cdot \frac{x-x'}{r}$$

$$M_x = M_r \cdot \frac{x-x'}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}}$$

Prodotto scalare → proiezione di M_r su MX
 Sono vettori: modulo: $r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$
 componenti di r lungo x → coseno direttore vettore r

$$E_x(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(x', y', z') (x-x') dx' dy' dz'}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{3/2}}$$

→ lungo x

$[E] \rightarrow N/C$

componenti vettore M_r (coseni direttore) vettore r :

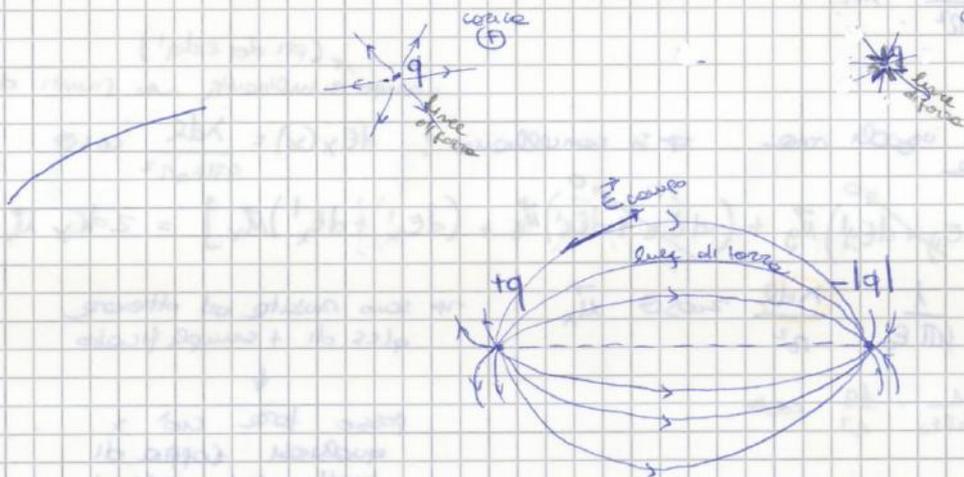
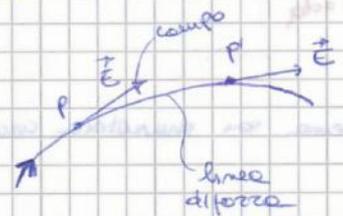
$$M_{rx} = \frac{x-x'}{r} \cos \theta$$

$$M_{ry} = \frac{y-y'}{r}$$

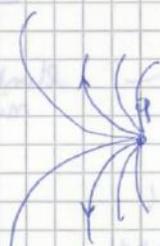
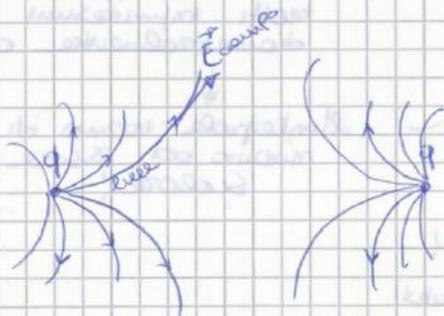
$$M_{rz} = \frac{z-z'}{r}$$

Rappresentazione grafica campo con linee di FORZA + LUSO campo → velle + gliosi campo vettoriale

linee di FORZA : è in ogni punto tg al campo di cui è linea di forza
 Il verso coincide con il verso del campo

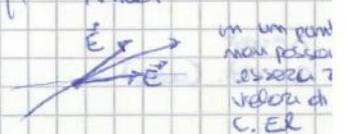


→ 2 cariche di segno opposto



→ 2 cariche stesso segno

2 linee di forza non si intersecano mai



in un punto non possono esserci 2 vettori di $C \cdot E$

si chiuderanno all'∞

linee di forza si addensano dove il campo è maggiore (curve x ogni campo)

quindi: $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{x}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \vec{u}_x$

→ CAMPO TOTALE GENERATO DALL'ANELLO IN P

La forma di E dipende dalla distribuzione di carica e se cambia cambia anche la forma

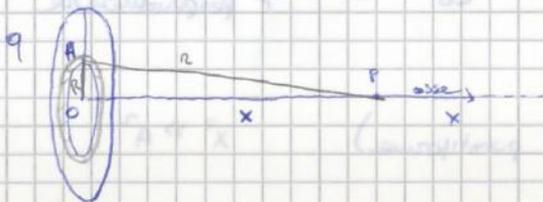
HP $x \gg R$ $x^2 \gg R^2$ trascurabile

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{x^{3/2}} \vec{u}_x = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{x^2} \vec{u}_x \quad (x \gg R)$$

quando siamo a grandissima distanza, perdiamo informazioni sulle distribuzioni di carica; il campo è come verrebbe generato da carica puntiforme

se $x=0$ → il $\vec{E} = 0$
CENTRO ANELLO

2) Disco su cui è distribuita q in modo omogeneo:



$\sigma = \frac{q}{\pi R^2}$ $\vec{E}(P) = ?$

carica infinitesima sulla corona $\sigma d\Sigma$

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \vec{u}_x$$

$d\Sigma = 2\pi R dR$ + area cerchio $R+dR$ - area cerchio R

Sostituire la geometria

↓
sostituendo in carica circolari infinitesime concentriche al disco



$$\pi(R^2 + dR^2 + 2RdR) - \pi R^2$$

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\sigma 2\pi R dR}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \vec{u}_x$$

carica circolare = quello di spessore infinitesimo (carica infinitesima e campo infinitesimo)

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sigma \int_0^R \frac{2\pi R dR}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \vec{u}_x$$

INTEGRALE

$$= \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \left(-\frac{1}{(x^2 + R^2)^{1/2}} \right) \Big|_0^R \vec{u}_x$$

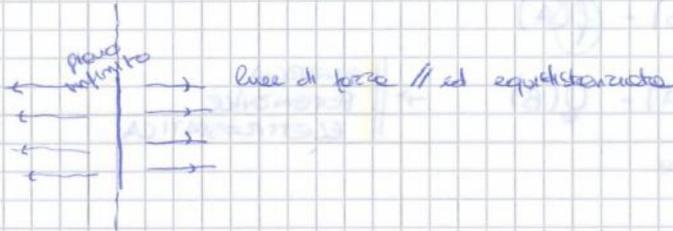
$$= \frac{1}{2} \left(\frac{2R}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \right) dR = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{x^2 + R^2} \right) dx = \frac{1}{x^2 + R^2} dx$$

- Se $A \rightarrow \infty$
(il disco diventa un piano)

$$\vec{E}(P) = \pm \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{M}_n$$

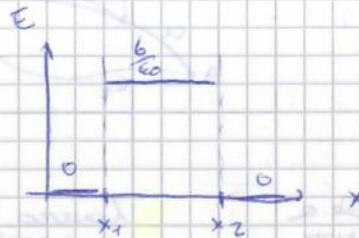
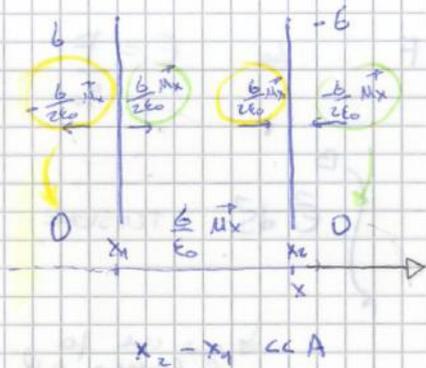
(costante nello spazio)

Il valore di disco infinito significa che $x \ll A$ e distanza piccola come disco ∞



se carica \ominus campo entrante

2 piani ∞ :



condensatore piano \rightarrow distanza fra i piati piccola, come questi piani ∞

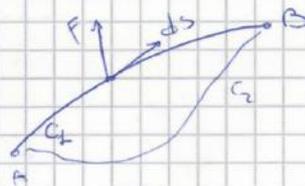
5/10/2012

PROVA SETT. 10 ottobre 9-11,30 ANALISI II
12 ottobre 10-11,30 ANALISI I
11,30-13 FISICA II

ESERCITAZIONI:
22 ott.
29 ottobre

POTENZIALE ELETTROSTATICO

Lavoro infinitesimo: $dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$

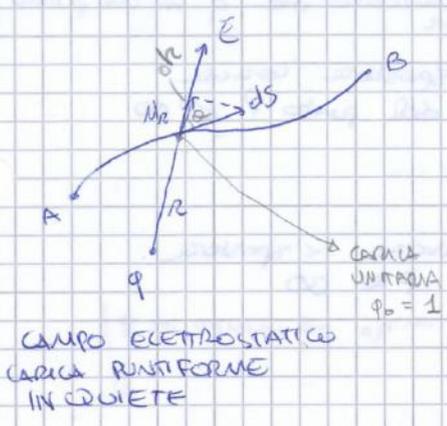


Lavoro AB: $\int \vec{F} \cdot d\vec{s}$

Lavoro dipende da traiettoria Lavoro $C_1 \neq$ lavoro C_2

Forze conservative \rightarrow il lavoro non dip. dalla traiettoria scelta ma solo dagli estremi

Anche forze di tipo elettrostatico derivano da un potenziale

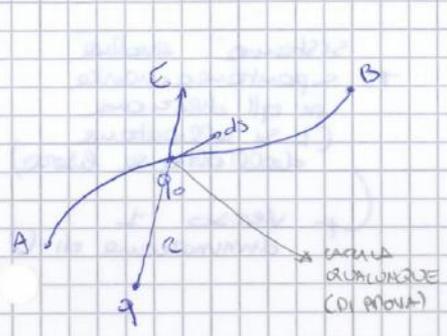


prod. scalare: $(\vec{M}_r \cdot d\vec{S}) \cdot \cos \theta$

$$\int_A^B \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{M}_r \cdot d\vec{S} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

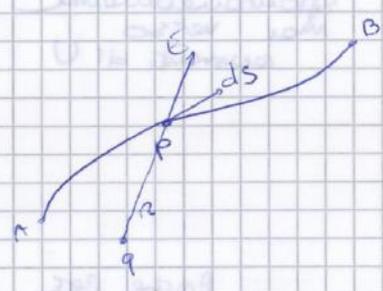
$d\vec{r} = \frac{dr}{r^2} = -\frac{1}{r^3}$

rappresenta quanto varia la distanza r tra q e q_0 e è uguale dello spostamento ds



$$\int_A^B \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_0 q}{r^2} dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q q_0 \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) = U_A - U_B$$

diff. tra U_e e V sono nella carica q_0 in cui andiamo e voltaggio em. potenziale



$$V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r} + \text{cost}$$

di integrazione se si considera l'integrale indefinito

$$U(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_0}{r} + \text{cost}$$

cost \rightarrow posso det. se so cond. di contorno

oppure HP:

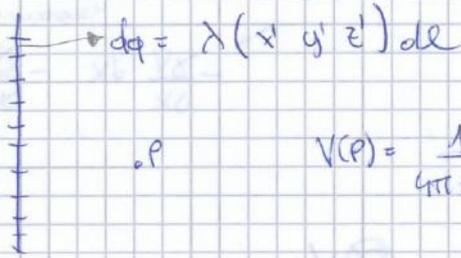
- se potenziale generato da distribuzione di cariche q che occupano 1 posizione limitata spazio, per $r \rightarrow \infty$ si annulla $V \rightarrow 0 \Rightarrow \text{cost} = 0$
- potenziale elettrostatico V è 1 funzione CONTINUA, UNIVALENTE \rightarrow in ogni punto P e un solo valore DERIVABILE \rightarrow derivata = campo elettrostatico

$$V(P) \rightarrow [V] = \frac{J}{C} = \underline{\underline{\text{Volt}}}$$

$$[E] \Rightarrow \frac{N}{C} = \frac{V}{m}$$

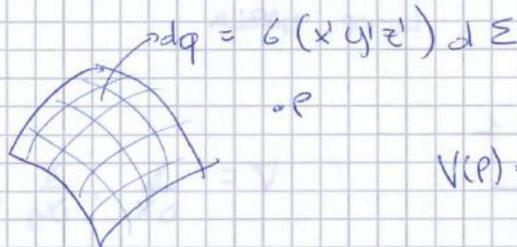
$f \cdot s = 1 \rightarrow H \cdot m = S$
 $N = S/m$
 $C = S/V$
 $\frac{S/m}{S/V} = \frac{V}{m}$

Filo



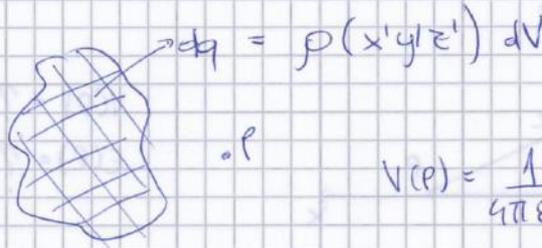
$$V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda dl}{r}$$

Superficie



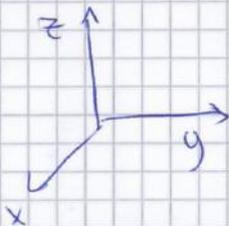
$$V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\sigma d\Sigma}{r}$$

Volume



$$V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho dV}{r}$$

↳ si possono parametrizzare e scrivere in 1 sist. di riferimento



$P(x, y, z)$ → punto qualunque dello spazio esterno

$P(x, y, z')$ → punto q.lm della distribuzione interna

$$V(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(x', y', z') dx' dy' dz'}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}}$$

↳ distanza tra $P(x, y, z)$ e $P(x', y', z')$

$$\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{S} = V_A - V_B$$

se conosco C.E.S. in ogni punto della curva che unisce A e B

→ posso calcolare diff. di pot. tra 2 punti

Relazione integrale, interessa a porzione macroscopica dello spazio

↓
 sarebbe bello avere la relazione puntuale

posso oggi infinitesimali:

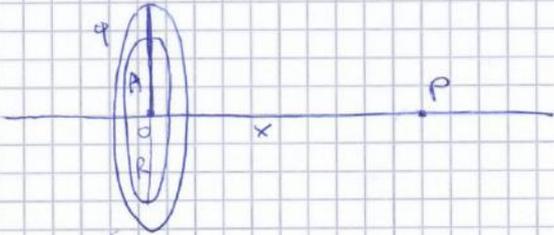
$$\vec{E} \cdot d\vec{S} = -dV$$

se conosco P.E.S. in ogni punto di una certa regione

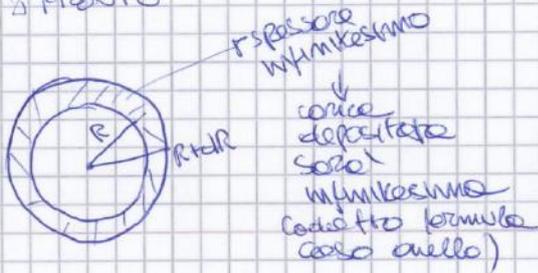
→ posso calcolare il C.E.S. in ogni punto della stessa regione

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{x}\right) \cdot \frac{2x}{(R^2+x^2)^{3/2}} \hat{M}_x = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 (R^2+x^2)^{3/2}} \quad \rightarrow \text{q.e. malto m.e. precedente}$$

2) DISCO



Δ FRONTE



$$dV(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dq}{\sqrt{R^2+x^2}} \quad \rightarrow \delta \cdot 2\pi R dR$$

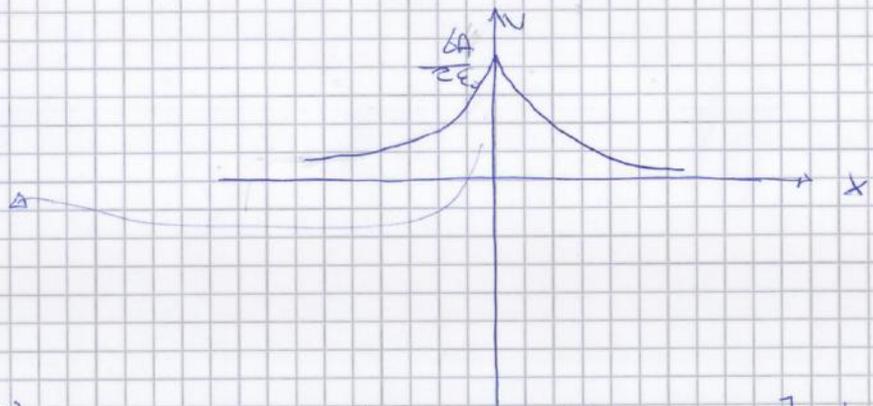
$$V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} 2\pi \delta \int_0^A \frac{R dR}{\sqrt{R^2+x^2}}$$

$$\delta = \frac{q}{\pi A^2}$$

$$V(P) = \frac{\delta}{2\epsilon_0} \left(\sqrt{R^2+x^2} \right) \Big|_0^A$$

$$= \frac{\delta}{2\epsilon_0} \left(\sqrt{A^2+x^2} - |x| \right)$$

Il POTENZIALE NON ha nessuna DISCONTINUITA'



- $A \rightarrow \infty$

$$V(P) = \infty$$

→ non ha senso che non] distribuz. di carica che tende ad ∞

non ha + senso def. il potenziale con cost. = 0 → la cost. non è più zero

- $x \gg A$

$$\Rightarrow V(P) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x}$$

no carica se carica nel centro del disco

- $x \ll A$

$$V(P) = \frac{q \cdot A}{2\epsilon_0}$$

SUPERFICIE EQUIPOTENZIALI

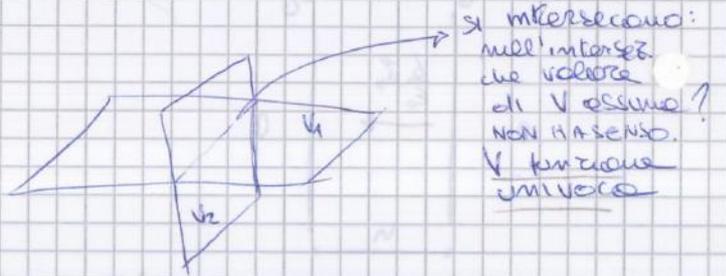
Isopse \rightarrow racchiudono linee di livello) \rightarrow superficie di livello \rightarrow superficie su cui campo scalare altezza mantiene \pm valore cost.

Potenziale \rightarrow CAMPO SCALARE \rightarrow esistono superficie in cui il potenziale assume \pm valore cost.
 \downarrow
 $V(x, y, z) = \text{cost}$ SUP. EQUIPOTENZIALE

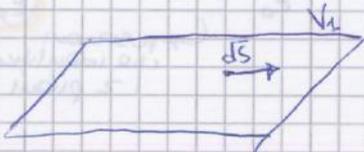
Amble EN. POTENZIALE ELETTROSTATICA \rightarrow superficie ad energia cost.

Proprietà:

2 superficie equipotenziali non si intersecano MAI



ci spostiamo lungo V_i (Sup.):



$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{S}$$

se sup. equipotenziale $dV = 0$ quindi:

$$-\vec{E} \cdot d\vec{S} = 0 \rightarrow \vec{E} \text{ generica } \neq 0 \text{ e } d\vec{S} \neq 0$$

$$E \cdot dS \cdot \cos\theta = 0$$

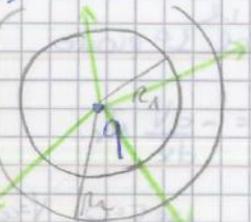
Se so che sup. è equipotenziale \rightarrow so qual'è la direzione del campo (verso indica il verso di diminuz. del potenziale)

è quindi necessario che $\vec{E} \perp d\vec{S}$ affinché il prodotto sia 0

Sup. equipot. \perp linee di campo

Esempi:

1) CARICA PUNTIFORME:



$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$$

cost \rightarrow unica grandezza costante

\rightarrow i punti ad uguale distanza dalla carica su sup. sferica con centro in q

\rightarrow tante sup. equipot. se varia il raggio

CAMPO A RAGGERA \rightarrow raggi di sfera

campo $E \perp$ sup equip \perp

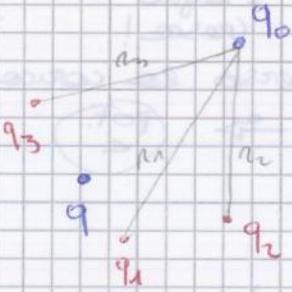
potenziale decresce come $\frac{1}{r}$

⊕ campo uscente potenziale \uparrow se $r \uparrow$

$$E_{kB} + U_B = E_{kA} + U_A$$

→ principio di conservazione energia (costo risp. a qll en. meccanico vale anche a forze elettriche) en. elettrostatico

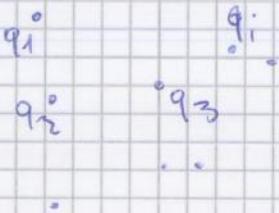
↳ se ci sono altre forme di energia in gioco bisogna introdurre nel bilancio



$$U_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r} \cdot q_0$$

se ho **tracce** → tenere conto del loro contributo

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1 q_0}{r_1} + \frac{q_2 q_0}{r_2} + \frac{q_3 q_0}{r_3} \right)$$



→ Sistema di N CARICHE:

en. potenziale elettrostat. del sistema → ci mettiamo in q1 e vediamo energia da q2 q3 ecc... e così via

$$U_{sist} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}}^N \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

↳ 2 cariche generiche
↳ loro distanza

però se tutte cost considero 2 volte l'interazione tra le cariche di $q_1 q_2$ e $q_2 q_1$

per evitare qst:

$$U_{est} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \sum \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

Campo elettrostatico è conservativo

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

→ vale anche il viceversa. NECESSARIA e SUFFICIENTE

$$E = -\text{grad } V$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int \rho \vec{E} \cdot \vec{n} d\Omega$$

= 0

se campo è conservativo: $\text{rot } \vec{E} = 0$

↓
campo IRROTAZIONALE

se in def. rotore sostituiamo:

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

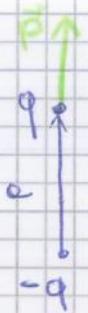
troviamo stesso risultato (vedi libro) → localizzato

DIPOLO

+ semplice sistema neutro di cariche.

Dipolo elettrostatico → cariche fisse

// oscillante → cariche che si muovono → alle base di carica radio



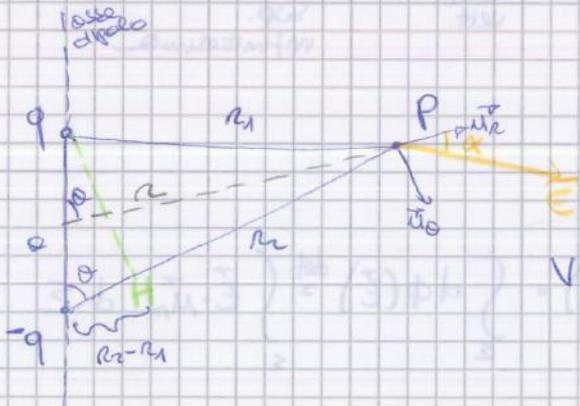
$$p = q a$$

→ momento di dipolo (grandezza vettoriale)

$$[p] = C \cdot m$$

$$\vec{p} = q \vec{a}$$

↓
modulo verso: da -q a +q
direz: congiungente



HP: $r_1, r_2 \gg a$

$$V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r_2} \quad \rightarrow \text{principio sovrapp.}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \right)$$

→ per qst vale per qualunque P → modulo di mezzo

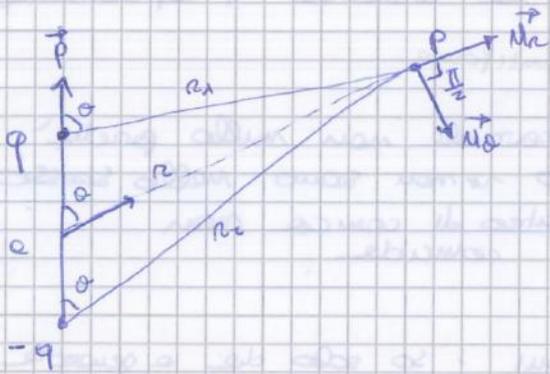
se sono a grande distanza da cariche ($r \gg a$):

a trascurabile → $r_1 \cong r_2 \cong r$

→ r_1 e r_2 possono anche essere cons. //

$$V(P) \cong \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \left(\frac{a \cos \alpha}{r^2} \right) = \frac{p \cos \alpha}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$p \cdot \cos \alpha = p \cdot \vec{n}$$



momento dipolo in componenti polari:

$$\vec{p} = p \cos \theta \vec{n}_r - p \sin \theta \vec{n}_\theta$$

$$p \sin \theta \vec{n}_\theta = p \cos \theta \vec{n}_r - \vec{p}$$

$$\vec{E} = \frac{p \cos \theta}{4\pi \epsilon_0 r^3} \vec{n}_r + \frac{p \sin \theta}{4\pi \epsilon_0 r^3} \vec{n}_\theta$$

$$\vec{E} = \frac{p \cos \theta}{4\pi \epsilon_0 r^3} \vec{n}_r + \frac{p \cos \theta}{4\pi \epsilon_0 r^3} \vec{n}_r - \frac{\vec{p}}{4\pi \epsilon_0 r^3}$$

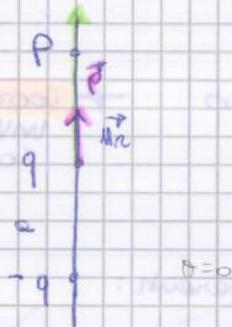
$$= \frac{1}{4\pi \epsilon_0 r^3} (3p \cos \theta \vec{n}_r - \vec{p})$$

$$= \frac{1}{4\pi \epsilon_0 r^3} (3(\vec{p} \cdot \vec{n}_r) \vec{n}_r - \vec{p})$$

$$= p \cos \theta \left(3 \frac{\vec{p} \cdot \vec{n}_r}{p} \vec{n}_r - \frac{\vec{p}}{p} \right)$$

esercizi particolari:

• SU ASSE DIPOLO
 $\theta = 0$

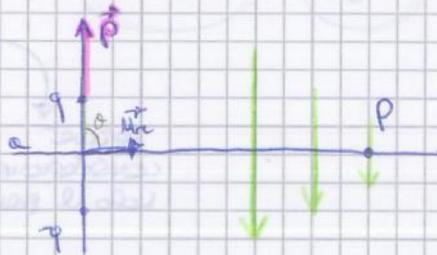


$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 r^3} (3p \vec{n}_r - \vec{p})$$

$$= \frac{1}{4\pi \epsilon_0 r^3} 2\vec{p} \rightarrow \text{campo } E \text{ diretto // e concorde al momento di dipolo } p$$

• SU PIANO MEDIANO

↓ l'asse del dipolo è perpendicolare a questa x il suo punto di mezzo



$\theta = 90^\circ$

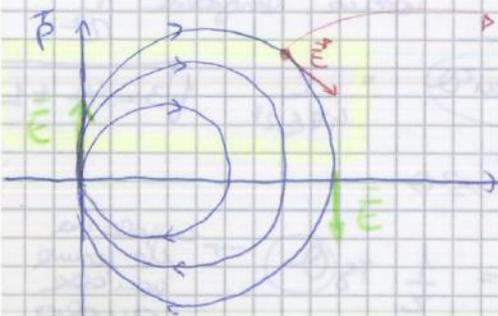
$$\vec{E} = -\frac{\vec{p}}{4\pi \epsilon_0 r^3}$$

↳ campo E è antiparallelo al momento di dipolo

↳ stesso direz. verso opposto

• in ALTRE posizioni

→ situazioni INTERMEDIE

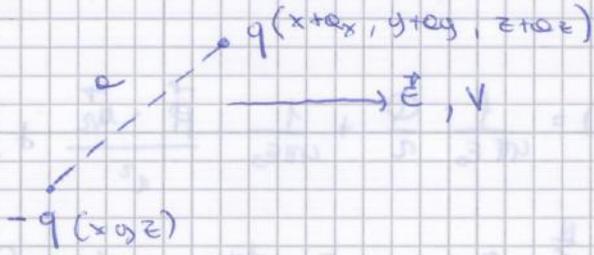


sempre: se ruotiamo l'angolo del dipolo

→ distri. in spazio

Dipolo : FORZA SU 1 DIPOLO

se campo E è elettrostatico $\rightarrow V$



$$U_p = qV(x+a, y, z) - qV(x, y, z)$$

svilup. in serie di Taylor
terminando al 1° ordine

$$U_e = q \left[V(x, y, z) + \frac{\partial V}{\partial x} a_x + \frac{\partial V}{\partial y} a_y + \frac{\partial V}{\partial z} a_z \right] - qV(x, y, z)$$

dipolo immerso in
1 campo elettrostatico

influenza del campo
elettrostatico esterno
sulle cariche del dipolo
(non imp. del loro
generato)

$$\vec{p} = q \cdot \vec{a}$$

$$= q a_x \frac{\partial V}{\partial x} + q a_y \frac{\partial V}{\partial y} + q a_z \frac{\partial V}{\partial z}$$

\downarrow \downarrow \downarrow
 P_x P_y P_z
 \downarrow \downarrow \downarrow
 $-E_x$ $-E_y$ $-E_z$

$$= -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

$$= -p \cos \theta \cdot E$$

ENERGIA
ELETTROSTATICA
DEL DIPOLO

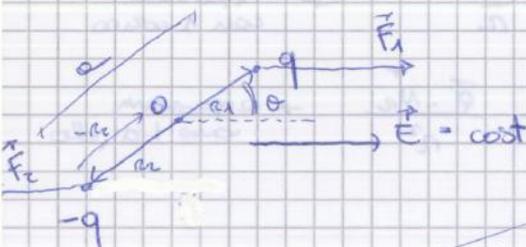
$P \parallel E$ $\cos \phi = 1$
angolo
minimo

$$U_p = -pE$$

\rightarrow valore
minimo

il libero
dipolo tende
a orientarsi parallelamente
al campo elettrostatico

Campo elettrico omogeneo:
L'angolo di rotazione è di ROTAZIONE



$$F = qE$$

$\leftarrow -qC = -F$
 $\rightarrow +qC = F$

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \rightarrow$$

sommano
1 coppia

$$\vec{M} = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$$

$$= \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 - \vec{r}_2 \times \vec{F}_1$$

$$= \underbrace{(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}_{\vec{a}} \times \vec{F}_1 = q \cdot \vec{a} \times \vec{E}$$

$$= \vec{p} \times \vec{E}$$

agisce sul dipolo
per qualunque
campo elettrico
(non x forze
elettrostatiche)

\rightarrow momento meccanico
che agisce
sul dipolo

\rightarrow Equilibrio
stabile

$\rightarrow P \parallel E$

angolo di minimo U_e

$\rightarrow \vec{p}$ anti $\parallel \vec{E}$

\rightarrow equilibrio
INSTABILE

12/10/2012

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E} = -\vec{E} \times \vec{p}$$

→ prod. vettoriale
anticommutativa
(cambia segno se
inverte fattori)

$$M = \ominus p E \sin \theta$$

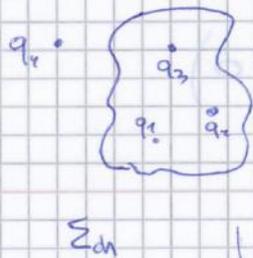
→ meno il modulo
ma lo sviluppo

meno che
normalmente
è il modulo
di richiamo

$$\vec{M} = -p E \sin \theta \vec{u}_\perp$$

LEGGE DI GAUSS (vedi la dimostrazione)

Valore x c.e.
in generale



→ superficie chiusa qualsiasi

$$\Phi(\vec{E}) = \int_{\Sigma_{ch}} \vec{E} \cdot \vec{u}_x d\Sigma = \frac{\sum_i q_i}{\epsilon_0}$$

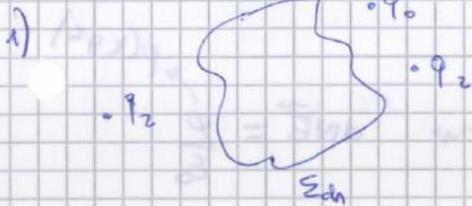
flusso campo elettrico

→ somma
algebraica
cariche
racchiuse
dalla sup.
cost. dielettrica

es. $\sum_i q_i = q_1 + q_2 + q_3$

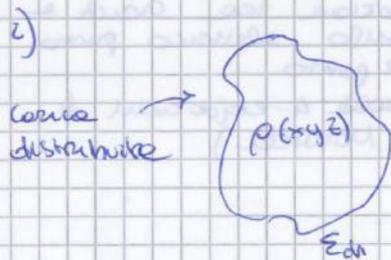
devo tenere conto
dei segni

Casi particolari:



$$\Phi(\vec{E}) = 0$$

→ se non ci
sono cariche
racchiuse



$$\Phi(\vec{E}) = \frac{\int_V \rho(x,y,z) dV}{\epsilon_0}$$

→ volume
racchiuso
dalla superficie

forma
integrale
legge di GAUSS

Legge di Gauss giustifica e perfeziona legge di Coulomb (vedi dim)

EQUAZIONI DI MAXWELL x elettrostatica:

1) $\int_{\Sigma} \vec{E} \cdot \vec{n} d\Sigma = \frac{Q}{\epsilon_0}$
 forma integrale

$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$
 forma differ.

LEGGE DI GAUSS
 (vale anche al di fuori di elettrostatica)

2) $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$
 forma integrale

$\text{rot } \vec{E} = 0$

(vale solo x elettrostatica)

campo conservativo: $\vec{E} = -\text{grad } V$

→ sostituisco in forma diff. $\Rightarrow -\text{div}(\text{grad } V) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

$-\nabla \cdot \nabla V = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

→ $\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$

laplaciano

EQUAZIONE DI POISSON
 (massime di z) ↓
 vantaggio x calcoli

laplaciano applicabile a $\left. \begin{array}{l} \text{scalari} \\ \text{vettori} \end{array} \right\}$ men ne modifica la natura

se $\nabla^2 V = 0$ LAPLACE (Poisson nello spazio vuoto)

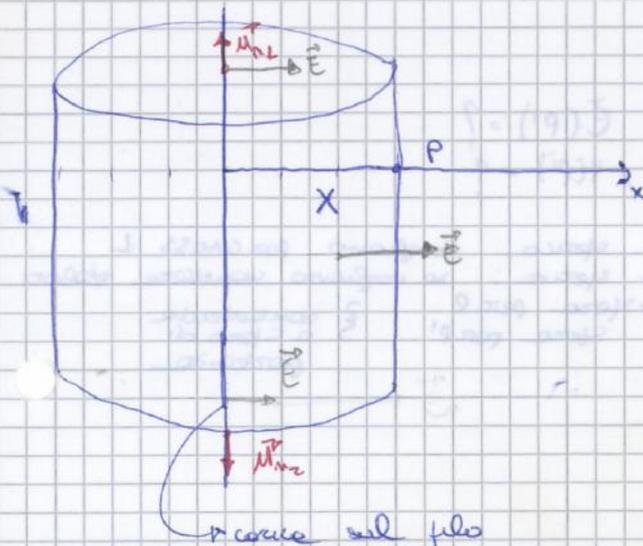
Esempi

1) Filo rett. ∞ : $\lambda = \frac{dq}{dl} = \text{cost}$

$\vec{E} = ?$ $V = ?$

- approccio classico (già visto)
- metodo + veloce (approcc. Gauss)

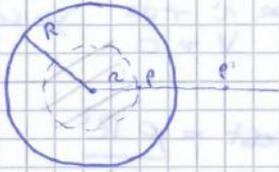
↓
 simmetria cilindrica nella distribuzione di carica: sup. di Gauss ottimale coincide al filo e passante per P



$\Phi(\vec{E}) = \int_{\Sigma} \vec{E} \cdot \vec{n} d\Sigma$

$\int_{\Sigma_1} \vec{E} \cdot \vec{n}_1 d\Sigma_1 + \int_{\Sigma_2} \vec{E} \cdot \vec{n}_2 d\Sigma_2 + \int_{\Sigma} \vec{E} \cdot \vec{n} d\Sigma$

► Per P_i



$$\phi(\vec{E}) = \int_E \vec{E} \cdot \vec{n} d\Sigma$$

campo \vec{E} → diretto a raggiera

normale → diretto secondo i raggi sferici

sono tra loro //

$$0 < r < R$$

$$= \int \vec{E} d\Sigma$$

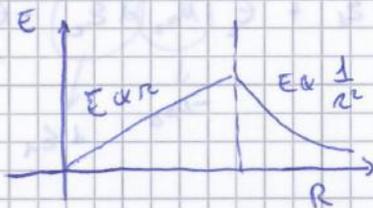
tutti i punti su sfera tratt. hanno stessa distanza r

→ C.E. rimane costante!

$$\vec{E} \cdot 4\pi r^2 = \rho \frac{4\pi R^3}{3}$$

GAUSS

$$\vec{E} = \frac{\rho R}{3\epsilon_0}$$



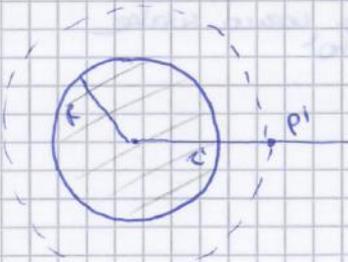
→ campo cresce linearmente con aumento dist. dal centro

$$E = -\frac{dV}{dr} \rightarrow V = -\int E dr = -\frac{\rho}{3\epsilon_0} \cdot \frac{r^2}{2} + \text{cost}$$

cost → non possiamo dire nulla su cost

$0 < r < R$ → non posso dire che per $r \rightarrow 0$ cost = 0 perché a zero fino a R

► Per P_i : $r > R$



$$\phi(\vec{E}) = E 4\pi r^2$$

flusso $\int \vec{E} d\Sigma \rightarrow$ attron. sup. di GAUSS

$r > R$ → della sfera di origine R

La carica è solo nella sfera di partenza!

$$\phi(\vec{E}) = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi R^3}{\epsilon_0} = E 4\pi r^2$$

$$E = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho (4\pi R^3)}{3} \cdot \frac{1}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

già trovato e altre cose ma solo a grandi distanze

→ come situata nel centro della sfera è pari alle E delle cariche distribuite

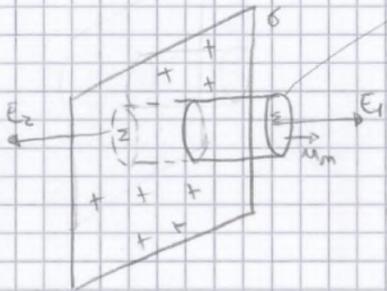
→ campo E generato da carica puntiforme

$$\underbrace{(\vec{E}_{1t} - \vec{E}_{2t})}_{=0} \, dl_1 = 0 \quad \text{comp. di } \vec{E} \parallel \text{ allo strato} \\ \text{(proiezione = prod. scalare)}$$

$$\vec{E}_{1t} = \vec{E}_{2t} \quad \rightarrow \text{comp. tangenziale rimane colt}$$

$$\text{Rassumendo: } \|\vec{E}_1 - \vec{E}_2 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{m}_n\|$$

→ vedere il caso del piano



→ Scelgo 1 sup cilindrica con basi // al piano come sup. su cui applicare GAUSS

flusso attraverso le basi = $2Ez$

flusso attraverso superficie = 0

$$q = \sigma z$$

$$\Phi(E) = 2Ez = \frac{\sigma z}{\epsilon_0} \quad \rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$x \perp \text{ al piano} : E(x > 0) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{m}_y = \vec{E}_1$$

$$E(x < 0) = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{m}_y = \vec{E}_2$$

$$\vec{E}_1 - \vec{E}_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{m}_y - \left(-\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{m}_y\right) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{m}_y$$

→ nel passaggio attraverso la superficie carica il campo è discontinuo

2 solidi che garantiscono densità di carica uniforme:

- SFERA conduttrice
- PIANO \rightarrow punti con stesso raggio di curvatura ∞

Direzione C. Estatico all'esterno del conduttore:

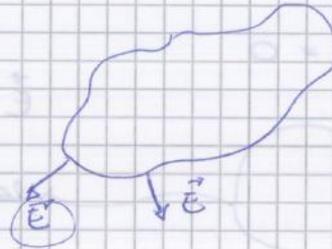
campo interno = 0

campo est. $\neq 0 \rightarrow$ come è diretto?

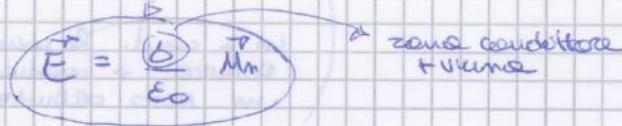
\perp della sup. equipotenziale; sono quindi \perp alla sup. del conduttore stesso

Quando C. E. passa da dentro a fuori delle linee \rightarrow discontinuità

$$\frac{E}{E_0}$$



Se dentro C. E. = 0 allora il campo è fuori del conduttore è:



TEOREMA DI COULOMB: come è diretto il C. Est. nelle vicinanze di un conduttore

CAPACITÀ di accumulatore unico:

$$C = \frac{q}{V}$$

caricamento conduttore

potenziale = in ogni punto

$$[C] = \frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}} = \text{Farad}, F$$

(non valori troppo elevati di Farad)

C non dipende né da q né da V

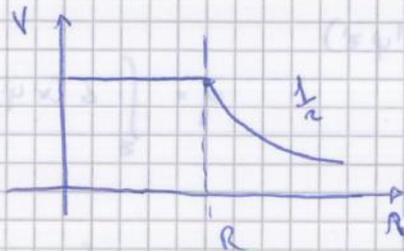
\rightarrow dipende da ϵ geometria conduttore

forma
dimensione

- mezzo in cui il conduttore si trova

Perché? :

Potenziale = f continua



$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

quindi $C = \frac{q}{q/4\pi\epsilon_0 R} = 4\pi\epsilon_0 R$

Potenziale sulla superficie

C dipende da forma (sfera) dimensioni (R), mezzo (ϵ_0)

esempio numerico:

$$R = 0,1 \text{ m}$$

→

$$C = 11,12 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 11,12 \text{ pF}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$$

$4\pi\epsilon_0 R$

↓
11 ordini di grandezza + meno del F

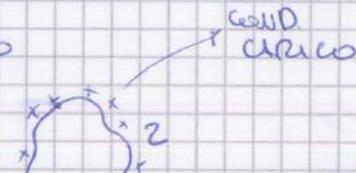
terra: $R = 6,7 \cdot 10^6 \text{ m}$

→ $C = 0,79 \cdot 10^{-3} \text{ F} = 0,79 \text{ mF}$

Unità di misura ϵ_0 si ricava da C → $[\epsilon_0] = \frac{\text{capacità}}{\text{lunghezza}} = \frac{\text{F}}{\text{m}}$

2 CONDUTTORI

CONDUTTORE SEMPLICE



INDUZIONE ELETTROSTATICA

Carica su 1 = CARICA INDOTTA q_i

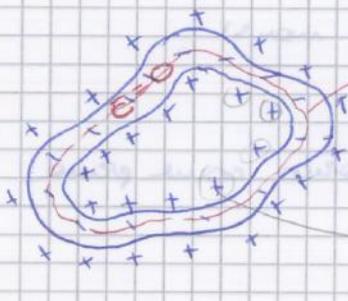
però $\sum_i q_i = 0$ → somma cariche indotte = 0

↓
cariche su 1 rimangono tali, non se ne creano di nuove

2 genera campo all'esterno perché è carico → anche in zona accoppiata da 1; most modo migliore il fatto che su 1 non a sua carica; Disegna invece 1 centrocampo in modo che in ogni punto di 1 in modo che $\sum \vec{E}_2 + \vec{E}_{1i} = 0$

ripartizione la condizione che il campo el. st. è nullo

CONDUTTORE CAVO



superficie di GAUSS: contiene cariche e si è concentrata in conduttore

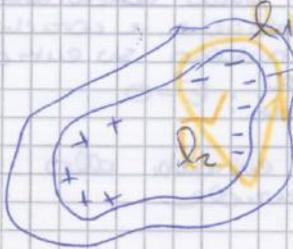
$$\Phi(\vec{E}) = 0$$

$$\sum_i q_i = 0$$

→ cariche su superficie interna non ce ne sono; solo cariche su superficie esterna!

NON CARICHE!

Però:



in qst modo $\sum q_i = 0$

Però modo che c.e. sia conservativo!

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0 = \int_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{e} + \int_{\Sigma'} \vec{E} \cdot d\vec{e}$$

↓ $\rho = 0$
↓ dentro conduttore

↓ se c'è distribuzione di carica non è nulla! ASSURDO

Quindi dentro non ci sono cariche

COND. CAVO + 2° COND. INTERNO

1 involucro esterno scarico

2 ha delle cariche +++



INDUZIONE elettrostat.



cariche indotte di segno opposto

cariche dello stesso segno →

↓ è negativo; lo spostamento di -q sulla sup. int. provoca la comparsa di +q sulla sup. esterna.

→ Campo elettrico generato da 2 è tale che tutte le sue linee di forza entrano e muore sul conduttore 1: INDUZIONE ELETTROSTATICA COMPLETA

$Q_{ind} = ?$
(nella cavità)



sup. di GAUSS

$$\Phi(\vec{E}) = 0 = \int_{\Sigma} \vec{E} \cdot \vec{M}_n \, dS$$

↓ = 0 in ogni punto

$$= \frac{q_2 + q_{ind}}{\epsilon_0} = 0$$

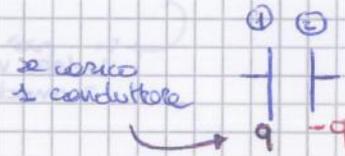
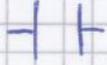
→ $q_{ind} = -q_2$

CONDENSATORI

CONDENSATORI

2 conduttori in condizione di induzione elettrostatica
 completo

2 conduttori = ARMATURE



→ cariche uguali ma di segno opposto

$$C = \frac{q}{V_1 - V_2}$$

C sempre positiva

dipende da: geometria

forma
dimensioni
distanze

$$V_+ - V_-$$

• mezzo in cui è immerso

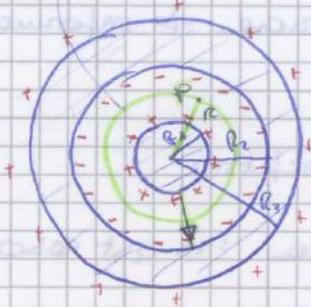
condensatore serve per

accumulare cariche o energia

serve per il circuito elettrico

CONDENSATORE SFERICO

→ raggio di raggio



la dens. di carica è la stessa in ogni punto della sfera

$$\Phi(\vec{E}) = \vec{E} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 r^2} \vec{u}_r$$

$$V_1 - V_2 = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_1^2 \frac{q}{4\pi \epsilon_0 r^2} \vec{u}_r \cdot d\vec{s}$$

$$V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} \frac{q}{4\pi \epsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi \epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_{R_1}^{R_2} = \frac{q}{4\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$C = \frac{q}{\frac{q}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}}$$

$$= \frac{4\pi \epsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

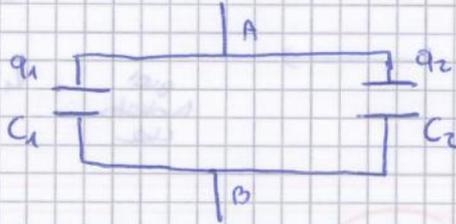
→ C dip. da geometria e mezzo

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

$$C_{eq} < C_i$$

PARALLELO

stessa ΔV
 e i 2 capi nei
 2 condensatori



$$V_A - V_B = \frac{q_1}{C_1}$$

$$q_1 = C_1 (V_A - V_B)$$

$$q_2 = C_2 (V_A - V_B)$$

$$q = q_1 + q_2 = (C_1 + C_2) (V_A - V_B)$$

C_{eq} CAPACITÀ EQUIVALENTE DEL PARALLELO

↓
 1 unico cond. sulle cui armature $q = q_1 + q_2$ e i cui capi ΔV stanno di pertinenza $V_A - V_B$ e in cui $C_{eq} = C_1 + C_2$

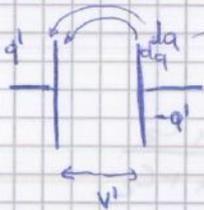
$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

$$C_{eq} > C_i$$

Combinando condensatori in serie e in // si possono ottenere tutte le capacità possibili

Accumulatore Carica = Accumulatore Energia

LAVORO PER CARICARE CONDENSATORE:



lavoro \oplus nel 1 armatura carica \ominus e posizione qit carica \oplus su una traccia qit carica \ominus armatura

lavoro

non dip. del percorso; dipende da q e C

$$dW = dq' \cdot V'$$

$$W = q_0 (V_A - V_B)$$

$$W = \int_0^q dq' (V') = \int_0^q dq' \left(\frac{q'}{C} \right) = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

$$q = CV \Rightarrow W = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} qV$$

$$C = \frac{q}{V}$$

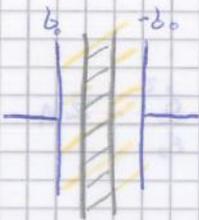
lavoro necessario a caricare il condens. con carica q

17/10/2022

DIELETRICO

→ materiale isolante → materiale in cui la carica media localmente per strappo non è libero di muoversi

→ condensatore immerso in 1 dielettrico:



se siamo nel vuoto:

$$\vec{E}_0 = \frac{Q_0}{\epsilon_0} \vec{u}_n$$

$$V_0 = \frac{Q_0}{\epsilon_0} h$$

ricordi $E = V$ per 2 piatte conduttori //

→ lastra di materiale isolante:

V_K inferiore a quella in vuoto

Se aumenti lo spessore il ΔV diminuisce → valore minimo quando occupa tutto lo spazio → V_K

$$K = \frac{V_0}{V_K}$$

→ fattore che dipende dal dielettrico e basta

$$K = \frac{V_0}{V_K} \Rightarrow \text{costante dielettrica relativa del materiale } (\epsilon_r)$$

adimensionale [-]

$$K > 1$$

$K = 1$ significa che siamo nel vuoto

→ relativa rispetto al vuoto

Cosa succede al campo elettrico?

dielettrico → omogeneo : $K = \text{cost}$ in tutti i punti

isotropo : cost. costanti in tutte le direzioni

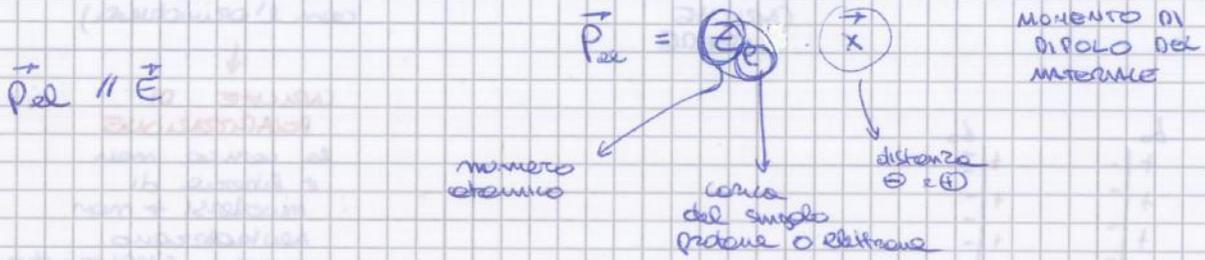
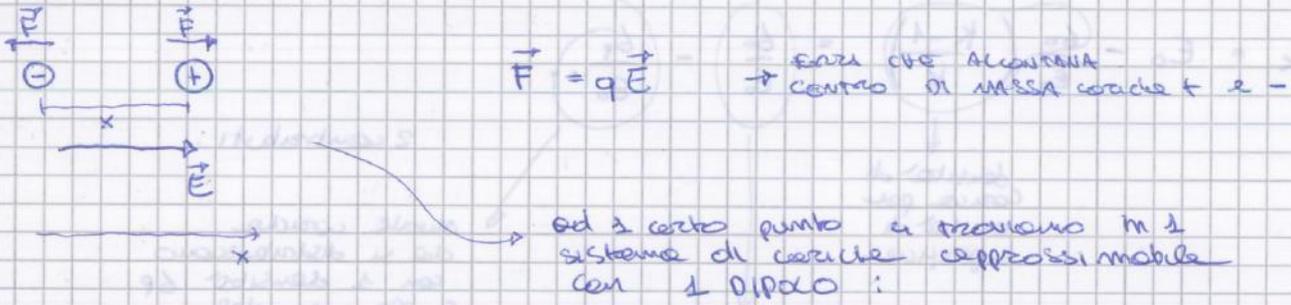
$$E_K = \frac{V_K}{h} = \frac{V_0}{K} \cdot \frac{1}{h} = \frac{E_0}{K} = \frac{Q_0}{\epsilon_0} \cdot \frac{1}{K}$$

Campo EL. in presenza di dielettrico che riempie completamente l'interno

$$E_0 - E_K = \frac{Q_0}{\epsilon_0} - \frac{Q_0}{\epsilon_0} \frac{1}{K} = \frac{Q_0}{\epsilon_0} \left(\frac{K-1}{K} \right)$$

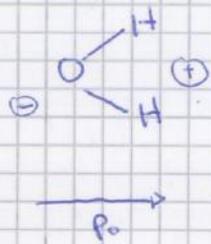
POLARIZZAZIONE ELETTRICA

Comune a tutti i materiali. Se i materiali hanno anche altri fenomeni di polarizzazione qst vale meno.

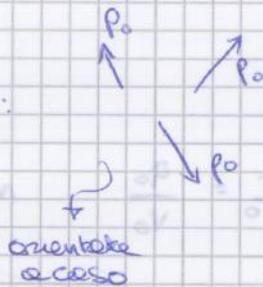


POLARIZZAZIONE PER ORIENTAMENTO

ACQUA:



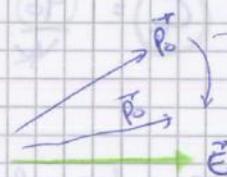
Se a senso tutte molecole:
Assenza di \vec{E}



$\langle \vec{P}_0 \rangle = 0$

↓
MOMENTO DI DIPOLO MEDIO

Se applico il campo elettrico:
 \vec{E}



il dipolo tende a porsi // ad \vec{E}

però c'è fluttuazione termica:

→ tot dipoli allineati con \vec{E}
→ tot dipoli \neq allineati con \vec{E} (x agito. termica)

$\langle \vec{P} \rangle = N \vec{p}_0$

Numero di dipoli

$\langle \vec{P} \rangle = N_1 \vec{p}_0$

↪ // \vec{E}

$N = N_1 + N_2$

↓
n° dipoli orientati

~~$d\vec{p} = dq_e d\vec{n}$~~ $\frac{dq_e}{d\vec{n}} = p = q \cdot e$

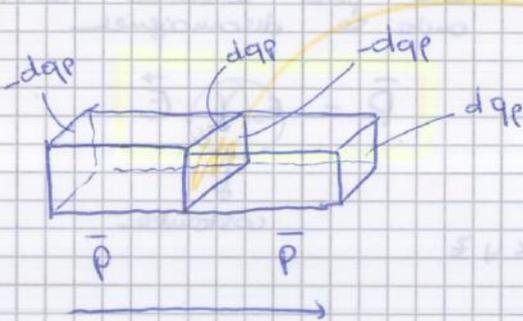
$d\vec{p} = dq_e d\vec{n}$

Quindi: $\vec{P} d\vec{n} = dq_e d\vec{n}$

$P d\vec{n} = dq_e d\vec{n} \rightarrow P = \frac{dq_e}{d\vec{n}} = \sigma_p$

La polarizz. può essere ipotizzata come la distribuzione di cariche sulle 2 facce del parallelepipedo; dal punto di vista macroscopico non cambia nulla, posso fare questa modellizzazione.

Se ho + parallelepipedo:



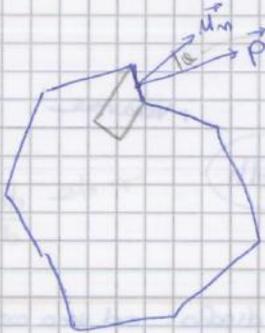
Come se non ci fossero cariche; in generale nelle interfacce tra 2 paralle. e l'altro non ci sono cariche

$\vec{P} = \text{cost}$ uniforme
solo cariche superficiali

$\int \sigma_p d\vec{n} = 0 \rightarrow$ carica totale superficiale nulla
 ϵ dielettrico

Abbiamo però considerato $\vec{P} \perp$ ad 1 delle facce del // pipedo

Se la sup. non è \perp a \vec{P} :



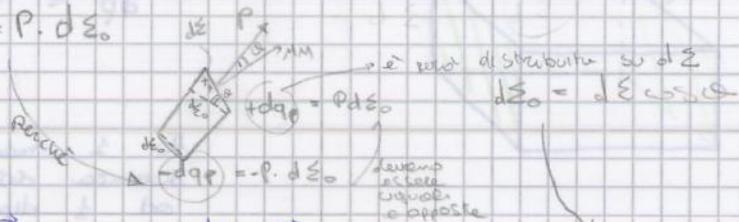
$\sigma_p = \vec{P} \cdot \vec{n}_n$

angolo θ tra la normale alla superficie \vec{n}_n e \vec{P}

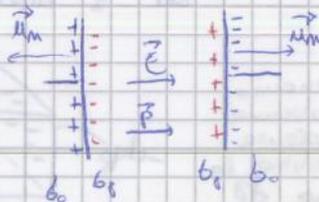
Dimostrazione:

In generale:

$dq_e = P \cdot d\vec{n}_0$



Al senso quello che diciamo forma:

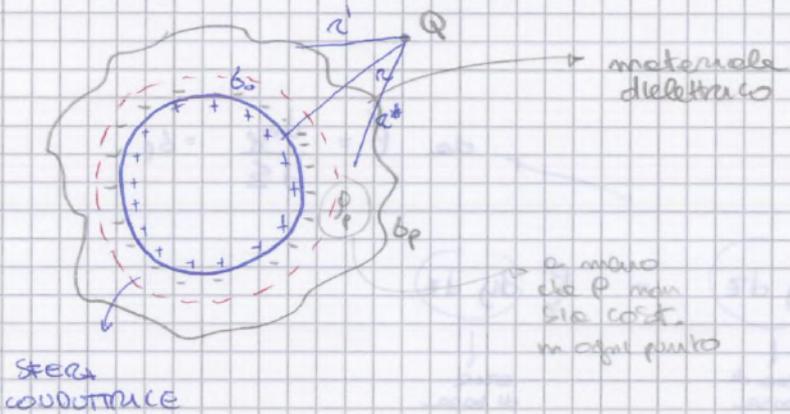


$\sigma_p = \frac{dq_e}{d\vec{n}} = \frac{P \cdot d\vec{n}_0}{d\vec{n}} = P \cdot \cos\theta = \vec{P} \cdot \vec{n}_n$

22/10/2012

$$\begin{cases} \delta p = \vec{P} \cdot \vec{u}_n \\ p_p = -\text{div } \vec{P} \end{cases}$$

curvatura di polarizzazione
 distribuzione (su sup) nel caso uniforme
 distribuzione curvatura di polarizzazione (in minima) nel caso non uniforme



$$V(Q) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\Sigma_{\text{cond}}} \frac{\sigma_0 d\Sigma}{r} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{dielet}} \frac{\sigma_p d\Sigma}{r'} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{dielet}} \frac{\rho_p dV}{r''}$$

per DIELETTICI QUALSIASI

$$\Phi(\vec{E}) = \frac{q + q_p}{\epsilon_0}$$

GAUSS: $\Phi(\vec{E}) = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$

$$\text{div } \vec{P} = \rho_p$$

cariche non di polarizzazione

cariche di polarizzazione

per divergenza: $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ moltiplico per ϵ_0

superficie di GAUSS

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho + \rho_p}{\epsilon_0} \rightarrow \frac{\rho}{\epsilon_0} + \frac{\rho_p}{\epsilon_0} \rightarrow \epsilon_0 \text{div } \vec{E} = \rho + (-\text{div } \vec{P})$$

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} = \epsilon_0 (k-1) \vec{E}$$

$$\epsilon_0 \text{div } \vec{E} = \rho - \text{div} [\epsilon_0 (k-1) \vec{E}]$$

$$[\epsilon_0 + \epsilon_0 (k-1)] \text{div } \vec{E} = \rho$$

$$\epsilon_0 k \text{div } \vec{E} = \rho \rightarrow \text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

quindi si può prendere ϵ_0 forma nel vuoto sostituendo ϵ_0 con ϵ

$$\rho_p = -\text{div } P \quad \Rightarrow$$

Se \vec{P} è uniforme $\Rightarrow \sigma_p \neq 0 \quad \rho_p = 0$

solo cariche di polarizzazione su superficie

\vec{P} non è uniforme

se dielettrico omogeneo e isotropo (anche se P non cost.)
 no cariche libere

$$\rho_p = 0 \quad \sigma_p \neq 0$$

NON OM e ANIS e altre cose

$$\rho_p \neq 0 \quad \sigma_p \neq 0$$

Legge elettrostatica x dielettrico:

1) $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \text{rot } \vec{E} = 0$ + sia nel dielettrico
+ sia nel vuoto

2) $\phi(\vec{r}) = \phi + \phi_p \quad \Leftrightarrow \quad \text{div } \vec{E} = \frac{\rho + \rho_p}{\epsilon_0}$

tutte le cariche

cariche di polarizzazione

LEGGI DI GAUSS

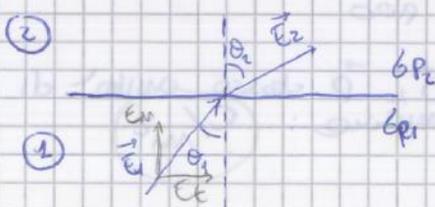
Posso esprimere anche come:

$$\phi(\vec{r}) = q \quad \Leftrightarrow \quad \text{div } \vec{D} = \rho$$

se isotropo $\vec{D} = \epsilon \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$
 se non isotropo \rightarrow tensori (legame + complesso)

* errore bozaldi: per i cristalli non è vero che sono paralleli per \vec{E} ; ϵ_0 matrice semplicemente di diagonalizza

SUPERFICIE DI SEPARAZIONE TRA 2 DIELETTICI:

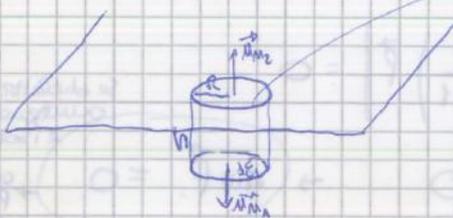


Mi aspetta che ϵ subisca il discontinuo

$$E_{1t} = E_{2t} \quad \rightarrow \text{componenti tangenziali (campanella legge armonica cost.)}$$

$$E_1 \sin \theta_1 = E_2 \sin \theta_2 \quad (2)$$

Cilindro attraversato col calcolo fatto di \vec{D} (superficie cilindro infinitesimale)



$h \ll R$
 h infinitesimo di ordine superiore

mag. dicit. dielettrica → 1 campo

ENERGIA IMMAGAZINATA IN 1 DIELETTICO:



$$U_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C_k} = \frac{1}{2} \epsilon E^2 V$$

isotropo

ε il posto di ε₀

Ho fatto un lavoro > per cercarlo: si aggiunge il lavoro dovuto a carica di polarizzazione, deve fare comporre nel dielettrico; aumento l'energia immagazzinata

$$u_e = \frac{1}{2} \epsilon E^2 \quad \left. \vphantom{u_e} \right\} \text{densità di energia} \times \text{unità di volume}$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$\frac{1}{2} \frac{D^2}{\epsilon} = \frac{1}{2} D E$$

Se dielettrico anisotropo:

$$u_e = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D}$$

prodotto scalare

corche → E e D non sono //

$$\epsilon \rightarrow 10^{-9} \text{ s}$$

↓
campo elettrico che cambia posizione con qst frequenza se aumenta troppo il dipolo non ce la fa +

k 80 → 1,5
calda
bruciante

H₂O + polarizz. & orientamento in non del +, i dipoli non riescono ad allinearsi; solo + polarizz. elettronica

terno a MICROONDE: oscillazione di poli H₂O, riscaldamento e corso dell'acqua, riscaldamento (funzione bene x labi + succhi di H₂O)

dal. mag. e isotropo e \vec{P} è uniforme \rightarrow non ho carica di POLARIZZAZIONE all'interno (è no solo sulla superficie)



$$\sigma_{p1} + \sigma_{p2} = \vec{P}_1 \cdot \vec{u}_{n1} + \vec{P}_2 \cdot \vec{u}_{n2}$$

le mani
all'interno
del dielettrico
 $\sigma_{p1} = |\epsilon_{p2}|$

NORMALE
ALLA
SUPERFICIE

\rightarrow sempre
esterna
alle sup.

$$\vec{P}_1 = \epsilon_0 (K_1 - 1) \vec{E}_1$$

$$\vec{P}_2 = \epsilon_0 (K_2 - 1) \vec{E}_2$$

componente normale $P = P_{\cos\theta}$ ($P_1 = P_{\cos\theta}$)

$$\vec{P} \parallel \vec{E}$$

$$\vec{P} = \epsilon_0 (K-1) \vec{E}$$

$$\sigma_{p1} + \sigma_{p2} = P_1 - P_2$$

\rightarrow perché
 M_{n1} effetto sul M_{n2}

$$= \epsilon_0 (K_1 - 1) E_1 - \epsilon_0 (K_2 - 1) E_2$$

$$\sigma_{p1} + \sigma_{p2} = \frac{\epsilon_0 (K_1 - 1) K_2 V}{K_2 d_1 + K_1 d_2} - \frac{\epsilon_0 (K_2 - 1) K_1 V}{K_2 d_1 + K_1 d_2} = \frac{\epsilon_0 V (K_1 - K_2)}{K_2 d_1 + K_1 d_2}$$

$$\text{se } K_1 > K_2 \quad \sigma_{p1} + \sigma_{p2} > 0$$

$$K_2 > K_1 \quad \sigma_{p1} + \sigma_{p2} < 0$$

$$(\epsilon_0 K_1 - \epsilon_0) \cdot K_2 V - (\epsilon_0 K_2 - \epsilon_0) K_1 V$$

$$= \epsilon_0 K_1 K_2 V - \epsilon_0 K_2 V - \epsilon_0 K_1 V + \epsilon_0 K_1 V$$

Caso PARTICOLARE: $h = 2 \text{ cm}$ $V = 6 \cdot 10^6 \text{ V}$ $d_1 = 1.8 \text{ cm}$ $K_1 = 1 \text{ aria}$
 $d_2 = h - d_1 = 0.2 \text{ cm}$ $K_2 = 4 \text{ cartone}$



Sostituendo
i valori nelle
formule

$$E_1 = 3.24 \cdot 10^6 \text{ V/m}$$

$$E_2 = 8.1 \cdot 10^5 \text{ V/m}$$

sono valori troppo alti?

vedere RIGIDITA' DIELETRICA aria e cartone

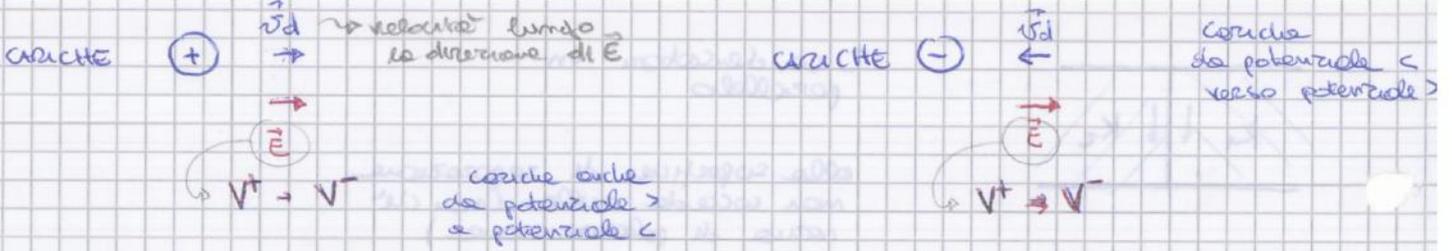
aria $E_{max} = 3.1 \cdot 10^6 \text{ V/m}$ non ci siamo!

cartone $E_{max} = 1.6 \cdot 10^7 \text{ V/m}$ ok!

$$E_2 = \frac{V}{d_2} = 2 \cdot 10^7 \text{ V/m}$$

il cartone viene perforato (non funziona staccand.)

cosa succede? l'aria non riesce a comportarsi come dielettrico, si comporta come conduttore. Come avere spaccato l'isolamento fino al cartone (condensatore di spessore d_2) il campo E non lavora + gli di prima



$\vec{v}_d = \text{vel. deriva}$

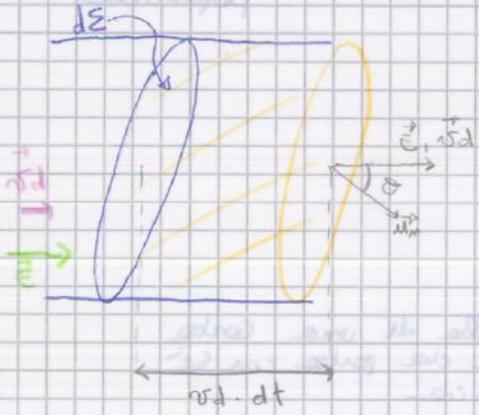
o RAME Cu :

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N \cdot \delta}{M} = \frac{N_A \cdot \delta}{A} = \frac{6.022 \cdot 10^{23} \cdot 8.96 \cdot 10^3}{63.55 \cdot 10^{-3}}$$

N : numero totale di particelle (= atomi) per cm^3
 δ : densità
 M : massa molare in kg/mol
 N_A : no di Avogadro di atomi
 A : moli
 δ : densità in kg/m^3

$n = 8.49 \cdot 10^{22} \text{ e/m}^3$

o ARGENTO Ag : $n = 6,86 \cdot 10^{23} \text{ e/m}^3$



In un intervallo Δt passerà Δq se c'è ΔV

INTENSITA' DI CORRENTE che passa attraverso dS :

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} \text{ che passa attraverso } dS$$

Si preleva il limite :

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

$[i] = C/s = A \rightarrow \text{Amperes}$

UNITA' DI MISURA FONDAMENTALE

$\rightarrow dq = n \cdot q \cdot dV \rightarrow \text{volume cilindrico} \rightarrow \text{corica che passa in } \Delta t \text{ è la corica contenuta in } q \cdot \Delta t \text{ volume}$

$$= n \cdot q \cdot dS \cdot v_d dt \cos \theta$$

$dS \cdot \cos \theta \rightarrow \text{base } + \text{dc}$

$v_d \cdot dt = \text{velocità per tempo} \rightarrow \text{lo spazio per cui lo ossia si muove (il cilindro)}$

20/10/2022

$$i = \frac{dq}{dt}$$

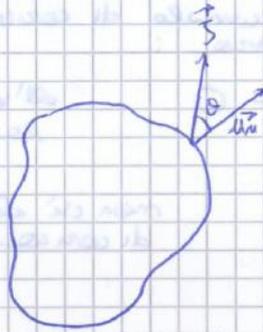
$$\vec{S} = m q \vec{v}_q$$

$$i = \int_{\Sigma} \vec{S} \cdot \vec{u}_n d\Sigma$$

$$\vec{S} \parallel \vec{u}_n \text{ , una porzione}$$

$$i = S \Sigma'$$

Superficie chiusa qualsiasi



$$\vec{S} \cdot \vec{u}_n > 0 \quad -\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

quando l'angolo è acuto

$$< 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} -\pi < \alpha < -\frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \end{array} \right.$$

quando l'angolo è ottuso

$\phi(\vec{S})$ è diverso $\rightarrow > 0 < 0 = 0$
 a seconda che prevalgono essi
 in cui $\vec{S} \cdot \vec{u}_n > 0$
 $\vec{S} \cdot \vec{u}_n < 0$

$$i = \phi(\vec{S}) = \int_{\Sigma} \vec{S} \cdot \vec{u}_n d\Sigma = - \frac{\partial q_{int}}{\partial t}$$

eq. continuità corrente elettrica

in questo caso $\frac{\partial q_{int}}{\partial t} < 0$

con il segno meno davanti però:

$$- \frac{\partial q_{int}}{\partial t} > 0$$

a segno -

HP che i portatori di carica sono \oplus : $q_{int} > 0$

$$\phi(\vec{S}) > 0$$

\rightarrow + carica che esce risp. a qll che entra

se prevale flusso entrante:

$$q_{int} \geq 0$$

$$\phi(\vec{S}) < 0$$

$$\frac{\partial q_{int}}{\partial t} > 0 \quad - \frac{\partial q_{int}}{\partial t} < 0$$

un altro modo di esprimere conservazione carica:

$$\int_{\Sigma} \vec{S} \cdot \vec{u}_n d\Sigma = \int_V \text{div} \vec{S} \cdot dV$$

teorema della divergenza

$$q_{int} = \int_V \rho dV$$

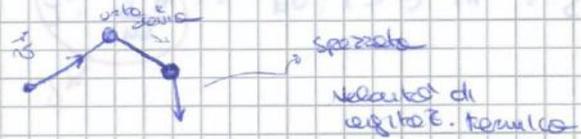
$$\int_V \text{div} \vec{S} dV = - \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = - \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

il volume è esattamente lo stesso; posto sotto il unico segno di

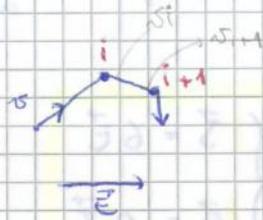
LEGGE DI OHM

Si fa riferimento al modello di Davide Lorentz → modello superato perché prevede che possiamo spiegare la legge di Ohm

Siamo in un metallo dove i portatori di carica sono elettroni e^- → quando e^- urta con ioni del reticolo:



Se immaginiamo un e^- :



$$\vec{F} = -e\vec{E}$$

forza o col. agente elettrone

$$F = ma$$

$$a = -\frac{e\vec{E}}{m}$$

accelerazione scitta da e^-

$i = urti$

$$\vec{v}_{i+1} = \vec{v}_i + \vec{a}t = \vec{v}_i - \frac{e\vec{E}}{m}t$$

velocità subito prima dell'urto $i+1$

IPOTESI:

1) a seguito di ogni urto e^- perde memoria di ciò che è successo prima

2) $\lambda =$ libero cammino medio tra 2 urti successivi non cambia se c'è o non c'è \vec{E} oppure no.

$\tau =$ tempo di libero cammino medio sia lo stesso in presenza o assenza di \vec{E}

vel. di agitazione termica

$$v_{th} \sim 10^5 \div 10^6 \text{ m/s}$$

velocità di e^- anche in assenza di \vec{E}

Medio su tutti gli e^- del reticolo:

$$\langle \vec{v}_{i+1} \rangle = \langle \vec{v}_i \rangle - \langle \frac{e\vec{E}\tau}{m} \rangle$$

$$\langle \vec{v}_i \rangle = 0$$

$$= 0 - \frac{e\vec{E}\tau}{m}$$

velocità media prima dell'urto $i+1$

= velocità di deriva (che equivale a e^- quando c'è \vec{E})

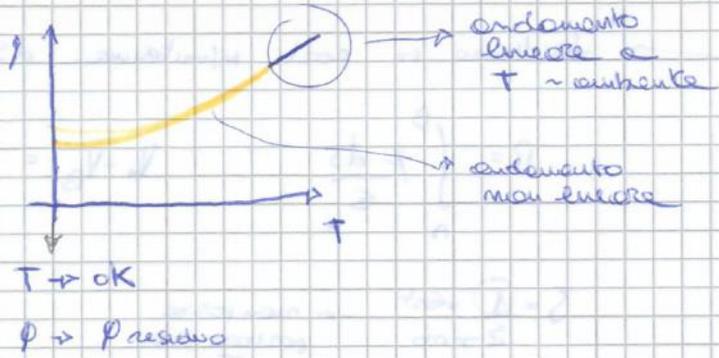
$$v_d \sim 10^3 \div 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

= 0 perché dopo ogni urto la distanza della velocità rimane costante

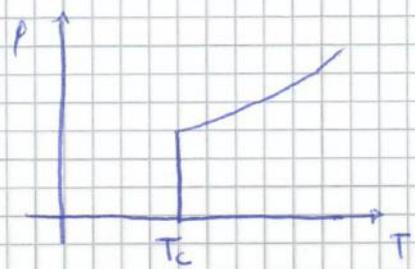
il posto di fine urto τ

unico termine che può contribuire

Nei metalli



Nei superconduttori



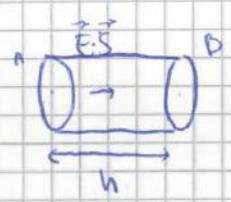
resistività pari a 0 al di sotto di una certa T
 ↳ al di sotto di valore minimo

abbiamo la trasp. di carica anche senza E
 $\vec{E} = \rho \vec{J}$
 $\vec{E} = 0$

legato al fatto che cambiano portatori di carica \Rightarrow coppie di portatori che distruggono portatori

X **LEGGE DI OHM** a livello macroscopico (o integrale) per conduttori metallici

$\vec{E} = \rho \vec{J}$



$\vec{J} \perp \vec{u}_n$
 $\vec{J} = \text{cost}$

$\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_A^B \rho \cdot \vec{J} \cdot d\vec{s}$

$V_A - V_B = \int_A^B \rho \cdot \vec{J} \cdot d\vec{s} = \rho \cdot \vec{J} \cdot h = \left(\frac{\rho \cdot h}{\Sigma} \right) \cdot i$

RESISTENZA R

$\Delta V = R \cdot i$

ρ intrinseca del materiale (dip. solo dalla sua natura)
 R dipende da caract. geometriche (Σ) (natura e dimensioni)

$[R] \Rightarrow \frac{V}{A} = \sqrt{\Omega} \text{ Ohm}$

$\rho = \frac{R \cdot \Sigma}{h} \Rightarrow \frac{\sqrt{\Omega} \cdot m^2}{m}$

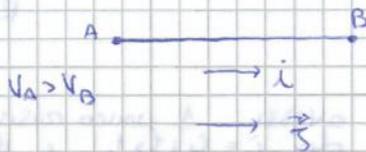
30/10/2012

$\vec{E} = \rho \vec{J}$ → non dipende dal segno dei portatori

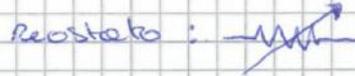
$V_A - V_B = R i$

Non siamo in grado di dare il segno dei portatori: per questo si suppone che i portatori siano positivi; da $V >$ a $V <$, coincide al c.e.:

$\vec{J} = nq \vec{v}_d$



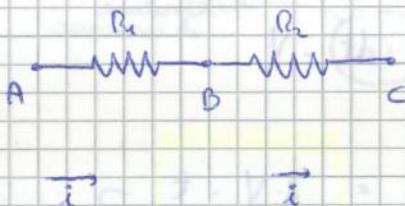
RESISTORI: conduttori con R > 0 che seguono il regime di tipo ohmico (anche detti "resistenti")



x variare la resistenza nel tempo (costoso)

Per realizzare il circuito con la resistenza che vogliamo li mettiamo in serie o in //.

RESISTORI IN SERIE



i è la stessa

$V_A - V_B = R_1 i$

$V_B - V_C = R_2 i$

$(V_A - V_C) = \underbrace{(R_1 + R_2)}_{R_{eq}} \cdot i$

Quando mettiamo in serie 2 resistori il sistema è equivalente a un composto da 1 resistenza R_{eq} e ai 2 capi = diff. potenziale ai 2 capi della serie e la corrente i è sempre la stessa da percorrere i 2 elementi della serie.

n Resistenze in serie: $R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$

$R_{eq} > R_i$

È un tempo (cento kcal) del reticolo → perdono info = perdono qlmq forma di energia acquisite (perdono en. elettrica)

si trasforma in calore

il lavoro viene dissipato sotto forma di calore

→ riscaldamento filo conduttore percorso da corrente a seguito del passaggio stesso di corrente

EFFETTO JOULE

$$P = i^2 \cdot R \rightarrow \frac{Q}{t}$$

→ potenza x for. acceler. costante ed è la stessa che viene dissipata x calore

Rischio di for. passante costante troppo elevata → il filo può fondersi; sempre sempre quanto corrente for. passante nel filo (x prendersela di diametro giusto)

effetto Joule → altre applicazioni: spk elettrica, phon...

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} \rightarrow q \cdot \vec{E}$$

$$P = q \cdot \vec{E} \cdot \vec{v} \rightarrow$$

potenza spesa x for. acceler. la singola carica q

$$P_V = N \cdot q \cdot \vec{E} \cdot \vec{v} = \vec{E} \cdot \vec{S}$$

potenza spesa x unità di volume

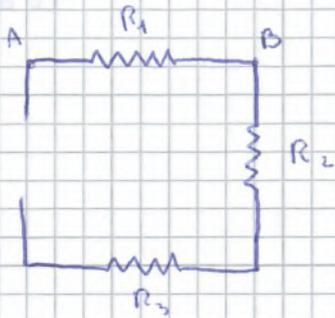
Vale sempre! anche non in regime ottico

Omnico: $E = p \cdot S$
 $P_V = p \cdot S^2 = \frac{E^2}{p} = E \cdot S$

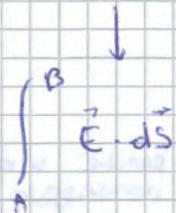
potenza x unità di volume in regime ottico

Nel circuito posso i corrente x voluta di potenziale. Come lo misuro?

Un sistema di n conduttori:



$$V_A - V_B = R_T i$$



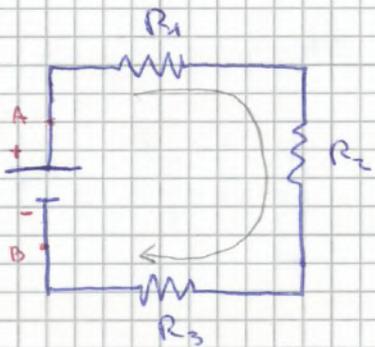
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$

perché il campo elettrostatico è conservativo NON HA SENSO!

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = R_T i$$

mi aspetto qst!

il solo campo elettrostatico non basta! ci deve essere 1' qle entità che mi garantisce il flusso delle cariche:



GENERATORE

- ⊕ → contatto con punto a potenziale >
 - ⊖ → contatto con punto a potenziale <
- } $V_A > V_B$

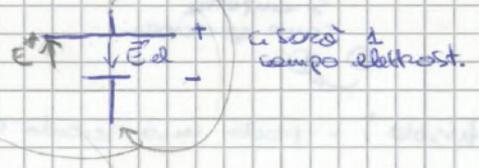
$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = R_T i$$

Forza Elettromotrice

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_A^B \vec{E}_{el} \cdot d\vec{S} + \int_B^A (\vec{E}_{el} + \vec{E}^*) \cdot d\vec{S}$$

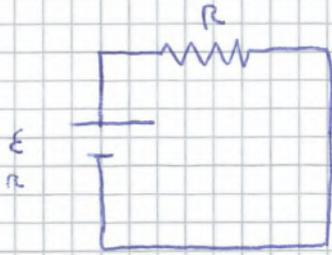
senza contatto generatore
contatto il generatore

ma ci deve essere anche un campo che fa passare le cariche da - a +



\vec{E}^* campo elettromotore (non conservativo)

batteria ⇒ si produce un elettrico x 1 principio chimico (non elettrostatico)



$$\mathcal{E} = (R+r)i$$

$$\mathcal{E} i dt = (R+r) i^2 dt = R i^2 dt + r i^2 dt$$

Lavoro infinitesimo compiuto dal generatore nel tempo dt

→ viene dissipato sulla resistenza per EFFETTO SOULE

(in parte su quella interna, in parte su quella esterna)

$$\mathcal{E} \cdot i = R i^2 + r i^2$$

POTENZA erogata

POTENZA dissipata

scelgo verso orario
 Supponiamo corrente
 (convenzione)

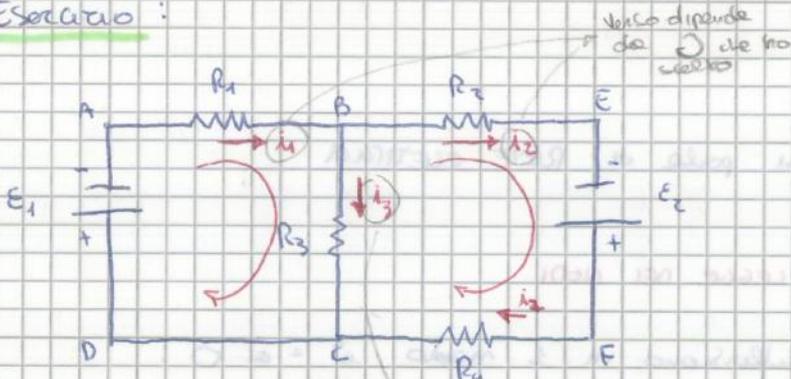
$$E_1 - E_2 - E_3 + E_4 = R_1 i_1 + R_2 i_2 + R_3 i_3 + R_4 i_4$$

in corrente
 a verso +
 che ho scelto

corrente
 variabile
 anche da
 eventuali
 altri
 generatori

si possono scrivere tutte leggi delle maglie
 quante sono le maglie che differenziano
 fra loro di almeno 1 ramo

Esercizio:



- | | |
|-------------------|------------------|
| $E_1 = 18V$ | $R_3 = 6 \Omega$ |
| $E_2 = 12V$ | $R_4 = 4 \Omega$ |
| $R_1 = 12 \Omega$ | $i_1 = ?$ |
| $R_2 = 2 \Omega$ | $i_2 = ?$ |
| | $i_3 = ?$ |

3 Maglie:

2 nodi:

- ABCD
- BEFC
- AEFD

- B
- C

possiamo scrivere
 le equazioni
 indipendenti

Verificare: $P_{orig} = P_{diss}$

eq. per il nodo B: $-i_1 + i_2 + i_3 = 0$ (1)

HP che in entrambe le maglie i circuiti in verso orario

la 3a maglia non differisce di almeno 1 ramo da quella precedente: posso scrivere 2 sole equazioni delle maglie: deve avere almeno 1 ramo che non è parte delle maglie scelte precedentemente

MAGLIA ABCD $\rightarrow -E_1 = R_1 i_1 + R_3 i_3$ (2)

MAGLIA BEFC $\rightarrow E_2 = R_2 i_2 + R_4 i_2 - R_3 i_3$ (3)

non c'è nessuna resistenza o nodo

①
 ②
 ③
 sistema \rightarrow mi bastano 3 equazioni

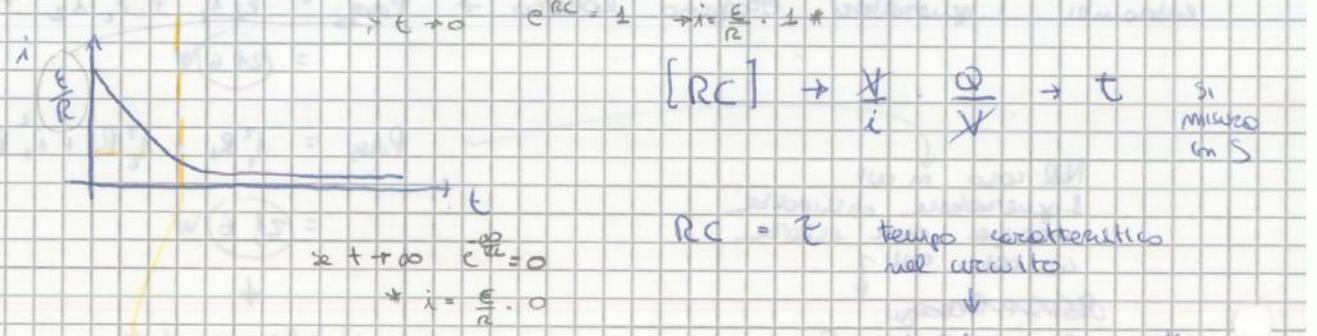
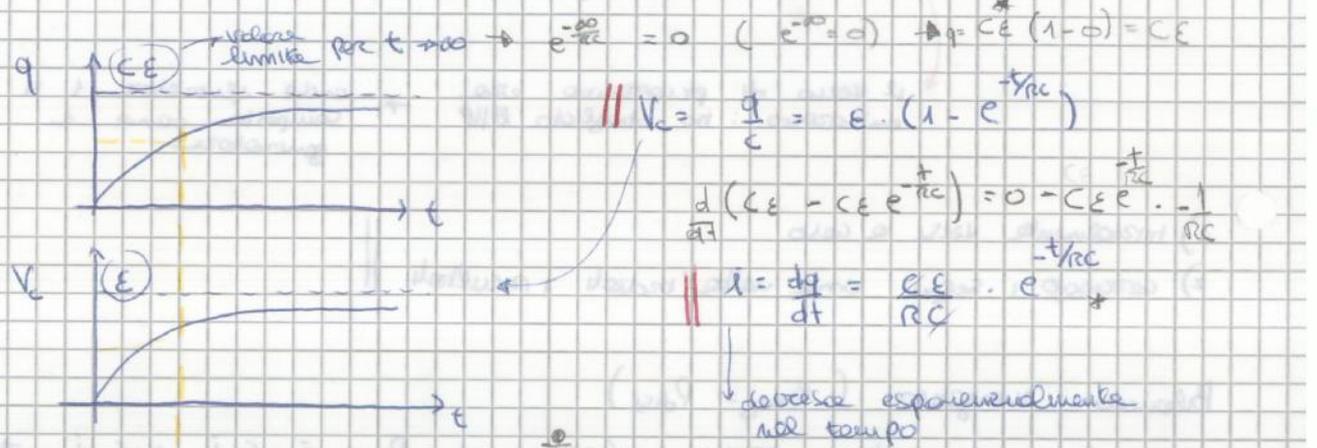
$$\int_0^t \frac{1}{R} dt = \int_0^q \frac{dq}{e - \frac{q}{C}}$$
 Sostituzione: $\left(-\frac{1}{C}\right) \cdot \frac{1}{e - \frac{q}{C}} \cdot (-C) dq$

$$\frac{t}{R} = (-C) \ln \left(e - \frac{q}{C} \right)$$

$$\frac{-t}{RC} = \ln \left(\frac{e - \frac{q}{C}}{e} \right) \Rightarrow e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{e - \frac{q}{C}}{e}$$

$$\ln \left(e - \frac{q}{C} \right) - \ln(e)$$

$$q = CE \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$
 + legge con cui la carica sul condensatore varia nel tempo

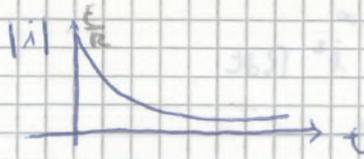


$[RC] \rightarrow \frac{V}{i} \cdot \frac{Q}{V} \rightarrow t$ si misura in s
 $RC = \tau$ tempo caratteristico nel circuito
 quanto tempo ci mette a caricare condensatore

Quando $t = \tau$ gli esponenziali sono negativi $e^{-1} \approx \frac{1}{3}$
 $e^{-\frac{t}{RC}} = e^{-1}$
 la carica è circa pari a 2/3 del valore finale
 $q = CE \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \right) = CE \cdot \left(\frac{2}{3} \right) = \left(\frac{2}{3} CE \right)$
 e la corrente si è ridotta di 1/3 rispetto al valore iniziale
 $i = \frac{E}{R} \cdot \frac{1}{3}$
 Se $t \approx 3\tau \rightarrow$ il transitorio è finito

Bilancio energetico: $i dt E = \frac{q}{C} i dt + i R i dt$
 lavoro generatore = lavoro compiuto per caricare condensatore + energia dissipata x effetto Joule in R dt
 Energia immagazzinata nel condensatore

$$\tau = \frac{dq}{dt} = \frac{\epsilon E}{-RC}$$



indice che
le corrente
circola
nel
verso
opposto



→ alla fine tutto
l'energia
si dissipa
come
calore

HP lotta di stato stazionario \downarrow verifica:

Se $R = 100 \Omega$
 $C = 1 \text{ MF}$

$$\Rightarrow RC = 10^2 \cdot 10^{-6} = \underline{\underline{10^{-4} \text{ s}}}$$

$\ell \approx 1 \text{ m}$

$$\tau = \frac{\ell}{c} = \frac{1}{3 \cdot 10^8} \approx \underline{\underline{0,3 \cdot 10^{-8} \text{ s}}}$$

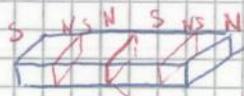
velocità
di prop.
luce

↪ tempo che
impiega il
potenziale
a diffondersi
nel circuito

Perché $\tau \gg \tau$
possiamo HP che
lo stato sia stazionario

\downarrow
regime quasi-stazionario

Qst perché la corrente sorgente del campo elettrico poteva considerarsi anche LOIATA.
 In qst caso non posso separare i 2 poli:



se lo divido
 comparano altri
 poli magnetici
 di intensità =
 ai poli di partenza

non si riesce ad
 ottenere
 il polo magnetico

Il concetto di massa magnetica non ha + tanto senso (non riesce a dividere massa + da massa -)

Campo el. e campo magnetico sono i facce di una stessa medaglia, entrambi prodotti da i cariche elettriche.

Campo \vec{B} è i campo vettoriale, in ogni punto dello spazio avrà i modulo, i direz. e i verso.

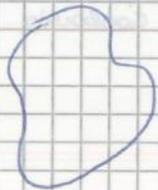
Se vogliamo sapere come è diretto \vec{B} in una regione dello spazio, posso vedere come si orienta i sbarretto.

Il campo magnetico può essere UNIFORME, o COSTANTE NEL TEMPO

$$\vec{B}(x, y, z) = \text{cost}$$

$$\vec{B}(t) = \text{cost}$$

Possiamo enunciare per \vec{B} una legge di Gauss visto la proporzionalità con $\frac{1}{r^2}$



$$\Phi(\vec{B}) = \int_{\Sigma_{\text{ch}}} \vec{B} \cdot \vec{n}_n \, d\Sigma = \frac{\sum q_i^*}{\chi} = 0$$

= 0

per simmetria di rotazione, la \vec{E} della massa magnetica è sempre nulla

$$\int_{\Sigma_{\text{ch}}} \vec{B} \cdot \vec{n}_n \, d\Sigma = \int_V \text{div} \vec{B} \, dV = 0 \Rightarrow \text{div} \vec{B} = 0 \text{ sempre!}$$

$$\Phi(\vec{B}) = \int_{\Sigma_{\text{ch}}} \vec{B} \cdot \vec{n}_n \, d\Sigma = 0 \Leftrightarrow \text{div} \vec{B} = 0$$

condizione in integrale

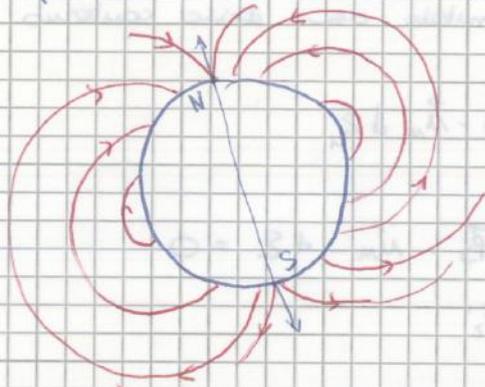
condizione locale

\vec{B} è
SOLE NOIDALE
 ma non conservativo

$[\Phi(B)] \Rightarrow \text{Weber} (= V \cdot s)$

Campo magnetico spesso misurato in "Gauss" $10^{-4} T = 1 G$

La TERRA è un gigantesco magnete anche se produce il campo
abb. piccolo



P. Nord magnetico } spostati
P. Sud magnetico } risp. al
qil geografici
N magnetico vs geografico

I poli si spostano e si sono spostati già in passato

→ Rocce di diverse epoche geologiche orientate. Impossibile ≠ campo magnetico

unico caso in cui le linee entrano in polo N ed escono dal S

est perché in realtà il polo N magn. sarebbe un polo sud (lo chiamano N magnetico ≠ analogo a N geograf.)

Intensità Camp. M.T : $10^{-4} \pm 10^{-5} T$

Bussola indica sempre N magnetico (il suo polo N è attratto dal polo S della Terra → N magnetico)

► CARICA immersa in il CAMPO MAGNETICO :

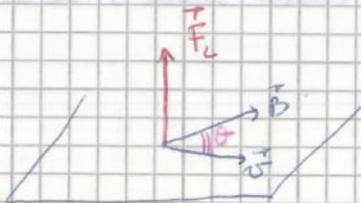
Sistema di riferimento solido con sorgente di \vec{B}

Se q è ferma $\vec{v} = 0 \Rightarrow \vec{F} = 0$

Se q è in movimento $\vec{v} \neq 0 \Rightarrow \vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

forza subito su q



\vec{F}_L sempre \perp al piano contenente \vec{B} e \vec{v}

→ regola mano destra x direzione e verso

$$F_L = q \cdot v \cdot B \sin \theta \quad \vec{v} \parallel \vec{B} \Rightarrow F_L = 0$$

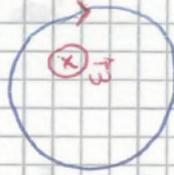
$$\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow F_L \text{ max}$$

Se il cavo in moto agisce sempre \vec{F}_L ? → NO! se $\vec{v} \parallel \vec{B}$ la $F_L = 0$

$$\vec{F}_c = q\vec{v} \times \vec{B} = \overbrace{m\vec{\omega} \times \vec{v}}^{m \cdot \vec{v} \times \vec{\omega}} \quad \vec{a}_c = \vec{\omega} \times \vec{v}$$

$$= \vec{v} \times (q\vec{B}) = \vec{v} \times (-m\vec{\omega})$$

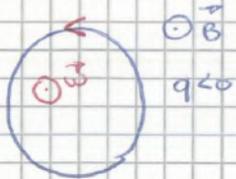
$$\vec{\omega} = \frac{-q\vec{B}}{m}$$



→ l'azione del B su campo uscente

ω avrà verso opposto a B

↓
regola mano destra
OPARIO



se carica ⊖
verso contrario
ω uscente

$$R = \frac{mv}{qB} \quad \rightarrow \quad B = \frac{mv}{qR} \quad : \quad \text{definizione operativa del campo magnetico}$$

ω è molto indipendente da θ (angolo tra B e v)
ed è sempre // a B (cammino il verso a seconda della carica)

* N.B.

$$\vec{a}_c = \vec{\omega} \times \vec{v}$$

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R \quad \text{in modulo}$$

ACCELERAZIONE CENTRIFUGA
Moltiplicazione di v

$$R = \text{raggio}$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\vec{a}_T = \vec{\alpha} \times \vec{R}$$

$$a_T = \alpha R \quad \text{in modulo}$$

ACCELERAZIONE TANGENZIALE
Variaz. modulare

PASSO DELL'ELICA: $P = v_{\parallel} T = v \cos \theta \cdot \frac{2\pi m}{qB}$

Principio BOTTIGLIA MAGNETICA

Quando il moto delle particelle avviene in un campo magnetico non uniforme

fase di Van Allen: il campo magnetico ha la forma e il valore tale che riescono ad intrappolare particelle cariche dall'universo, raggi cosmici

fusione nucleare: necessità di contenere plasma carichi ad alta T (milioni di K) → nessun materiale fisico potrebbe resistere, il campo magnetico si

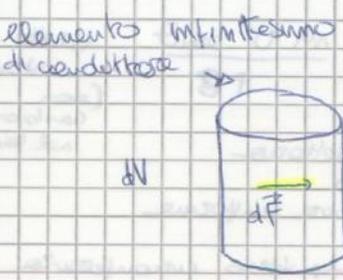
FORZA MAGNETICA SU UN CONDUTTORE PERCORSO DA CORRENTE

Particelle cariche (in campo magnetico) in movimento o anche stessi portatori di carica come elettroni

$$\vec{F}_L = (-e) \cdot (\vec{v}_m + \vec{v}_d) \times \vec{B}$$

tenere conto di vel. di drift e termica
vel. di deriva per 1 e che si muove in il conduttore

Quando il conduttore percorso da corrente è immerso in un campo magnetico si applica la F_L



$$d\vec{F} = n \cdot \vec{F}_L \cdot dV = n \cdot (-e) \cdot (\vec{v}_m \times \vec{B} + \vec{v}_d \times \vec{B}) \cdot dV$$

che agisce su ciascun portatore

= 0 perché velocità di drift termica due e. casuali

$$d\vec{F} = -n e \vec{v}_d \times \vec{B} \cdot dV = \vec{J} \times \vec{B} \cdot dV$$

il elemento non infinitesimo

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = \int \vec{J} \times \vec{B} \cdot dV$$

forza agente per unità di volume

$$\vec{F}_V = \frac{d\vec{F}}{dV} = \vec{J} \times \vec{B}$$

Conduttori filiformi:

