



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

NUMERO: 1134

DATA: 13/10/2014

# **A P P U N T I**

STUDENTE: Marsicovetere

MATERIA: Fondamenti di Macchine e Propulsione + Eserc.

Prof. Casalino

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

PROPULSIONE → capacità di generare una spinta al fine di accelerare / decelerare un velivolo  
↳ consumo di energia

MOTORI → generatori di energia

- MOTOELICA → l'elica svolge la funzione di propulsione mentre il motore alternativo genera energia

- TURBOELICA → TURBOMOTORE + elica

↳ TURBO = TURBINA (no motore alternativo)

- ESOREATTORE → non si può distinguere la parte del propulsore da quella del motore  
↓  
es. TURBOGETO

Predomina il principio di AZIONE - REAZIONE: prendiamo aria che spingiamo indietro al fine di farci spingere in avanti; mediante una reazione uguale e contraria

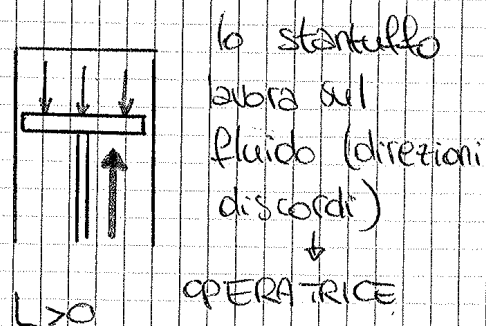
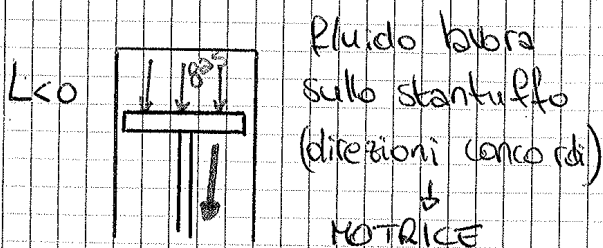
## MACCHINE

Insieme di organi (alcuni mobili) che scambia lavoro es. stantuffo cilindro motore alt. con gas interno al cilindro

- MACCHINA A FLUIDO → si scambia lavoro con un fluido (liquido o gas)

- MACCHINA OPERATRICE → la macchina compie lavoro sul fluido

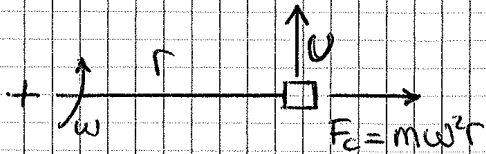
- MACCHINA MOTRICE → il fluido compie lavoro sulla macchina



$$E_c = \frac{1}{2} m c^2 \quad (c = \text{velocità generica})$$

$$E_g = m g z \quad (z = \text{quota})$$

$$E_{ce} = -m \frac{U^2}{2} \quad (U = \text{velocità di trascinamento} \Rightarrow \text{velocità e cui gira la particella} \rightarrow U = \omega r)$$



a seguito di uno spostamento  $\Delta r \rightarrow dE_{ce} = -d\left(\frac{1}{2} m U^2\right) = -F_c \cdot dr$

$$pV = mRT \quad (\rightarrow pV = mR^*T) \rightarrow \text{gas perfetti}$$

$$\Delta U = m C_v \Delta T = m C_v (T_e - T_i) \quad C_v, C_p = \text{cost.} \rightarrow \text{gas ideale}$$

$$[\text{Joule}] = [\text{N}] \cdot [\text{m}]$$

$$Q_e = \frac{Q_{e0}}{m} \quad L_e = \frac{L_{e0}}{m} \quad U = \frac{U_0}{m} \quad E = \frac{E_0}{m}$$

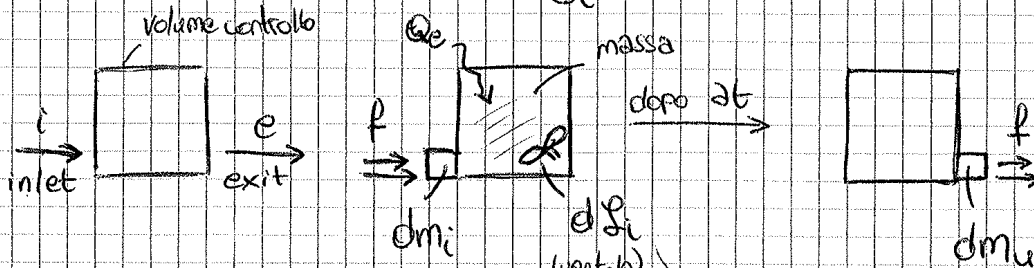
$$Q_e + L_e = \Delta U + \Delta E_{ce} \quad \frac{\text{J}}{\text{kg}} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$p\nu = RT \quad \nu = \frac{1}{\rho} = \text{volume specifico}$$

densità

Forma Euleriana  $\rightarrow$  utilizzo volume di controllo (attraversato dal fluido)  
 $\rightarrow$  fluido tra ingresso e uscita

flusso stazionario  $\rightarrow \frac{d}{dt} = 0$



piccola massa  
iniziale in  
entrata

variazione lavoro  
interno generata  
da organi mobili



## ENTROPIA

$$Tds = du + pdv = di - vdp$$

## SECONDO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

$$Tds = dQ_e + dL_w$$

↳ lavoro delle resistenze passive,  $\geq 0$

FORMA MISTA  $dQ_e + dL_e = du + dE_{egcf}$

$$dL_e = -pdv + dE_{egcf} + dL_w$$

$$dL_i = vdp + dE_{egcf} + dL_w$$

domanda da esame

## ISOENTROPICA

$$s = \text{cost} \rightarrow ds = 0$$

$$di - vdp = Tds$$

$$c_p \frac{dT}{T} - \frac{v}{T} dp = ds = 0$$

$$c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p} = 0$$

$$c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} = 0$$

$$\left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{c_p}{R}} = \frac{p_2}{p_1}$$

$$\frac{c_p}{c_v} = \gamma$$

$$c_p - c_v = R$$

$$\Rightarrow c_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}$$

$$c_v = \frac{R}{\gamma - 1}$$

$$p_2 v_2^\gamma = p_1 v_1^\gamma$$

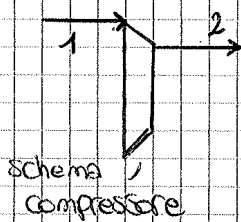
$$\frac{v_1}{v_2} = \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}$$

$$\boxed{\Delta E_c = 0}$$

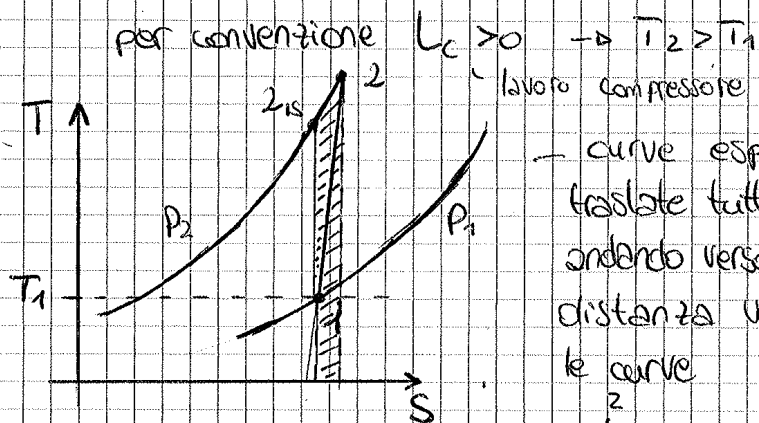
## COMPRESSORE ADIABATICO

$$Q_e + L_i = \Delta i + \Delta E_{cgf} = 0$$

$$L_i = \Delta i \quad \text{per gas ideale} \quad L_i = C_p (T_2 - T_1)$$



(1)



curve esponenziali  
traslate tutte verso dx,  
andando verso dx cresce la  
distanza verticale tra  
le curve

$$L_w = \int_1^2 T ds$$

$$T ds = dL_w > 0 \quad (Q_e = 0)$$

$\hookrightarrow ds > 0 \rightarrow S_2 > S_1 \rightarrow$  punto 2 più a dx dell'1

se la trasformazione è isentropica trovo 2<sub>is</sub> sulla verticale di 1  
lavoro compressore isentropico

$$L_{c_{is}} = C_p (T_{2_{is}} - T_1) < L_c = C_p (T_2 - T_1) \rightarrow T_2 > T_{2_{is}}$$

$$T_{2_{is}} = T_1 \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$L_{c_{is}} = C_p T_1 \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] = C_p T_1 \left( \beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)$$

$$\beta_c = \frac{P_2}{P_1} = \text{rapporto di compressione}$$

$$\eta_c = \frac{L_{c_{is}}}{L_c} = \text{rendimento adiabatico}$$

$$\frac{L_{cis} + L_{cr}}{L_c} > \frac{L_{cis}}{L_c} \rightarrow \mu_{yc} > \mu_c$$

$$L_c = L_c = \int_1^2 v dp + \Delta E_c + L_w \quad p v^m = p_1 v_1^m$$

$$v = p_1^{\frac{1}{m}} \cdot v_1 \cdot p^{-\frac{1}{m}}$$

$$\int_1^2 v dp = p_1^{\frac{1}{m}} v_1 \int_1^2 p^{-\frac{1}{m}} dp = \frac{m}{m-1} p_1^{\frac{1}{m}} v_1 \left[ p_2^{\frac{m-1}{m}} - p_1^{\frac{m-1}{m}} \right] =$$

$$= \frac{m}{m-1} p_1 v_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right] = \frac{m}{m-1} R T_1 \left[ \beta_c^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right] = L_c - L_w$$

$$C_p = \frac{\alpha}{\alpha - 1} R$$

$$\mu_{yc} = \frac{\frac{m}{m-1} R T_1 \left[ \beta_c^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right]}{\frac{\alpha}{\alpha - 1} R T_1 \left[ \beta_c^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right]} = \frac{m}{m-1} \cdot \frac{\alpha - 1}{\alpha}$$

$$\frac{m}{m-1} = \frac{\alpha}{\alpha - 1} \cdot \mu_{yc} \Rightarrow \frac{m-1}{m} = \frac{\alpha - 1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\mu_{yc}}$$

$$L_c = C_p T_1 \left( \beta_c^{\frac{\alpha - 1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\mu_{yc}}} - 1 \right)$$

$$T_2 = T_1 + \frac{L_c}{C_p} \quad L_c = \int_1^2 v dp + L_w$$

$$L_{cis} = \int_1^{2is} v dp + 0 \leftarrow L_w$$

$$L_c = L_{cis} + L_w + \underbrace{\int_1^2 v dp - \int_1^{2is} v dp}_{L_{cr}}$$

$$L_t = m_t c_p T_3 \left( 1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right)$$

$$T_4 = T_3 - \frac{L_t}{c_p}$$

### TRASFORMAZIONE POLITROPICA

$$T_4 = \frac{T_3}{\beta_t^{\frac{m-1}{m}}} \quad m < \gamma \rightarrow \Delta S > 0$$

$$L_t = c_p T_3 \left( 1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{m-1}{m}}} \right)$$

$$m_{yt} = \frac{L_t}{L_t + L_w} \quad (m_{yc} = \frac{L_c - L_w}{L_c})$$

$$L_t = - \int_3^4 v dp - L_w$$

$$L_t + L_w = - \int_3^4 v dp = \int_4^3 v dp = \frac{m}{m-1} R T_3 \left( 1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{m-1}{m}}} \right)$$

$$p v^m = p_3 v_3^m \quad m_{yt} = \frac{\frac{\gamma-1}{m}}{\frac{m-1}{m-1}} \quad \frac{m-1}{m} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot m_{yt}$$

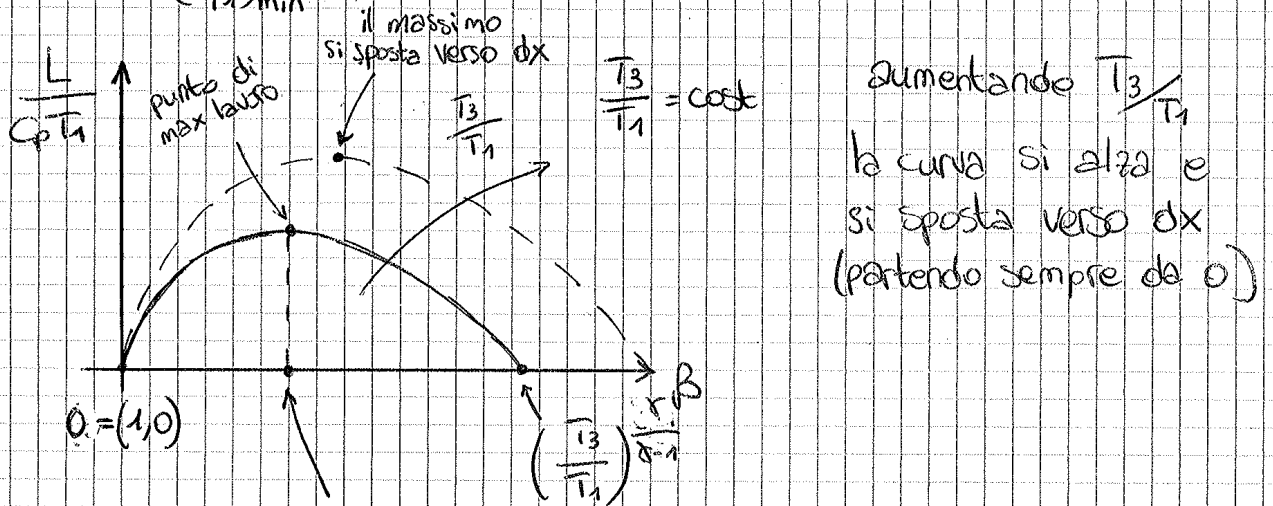
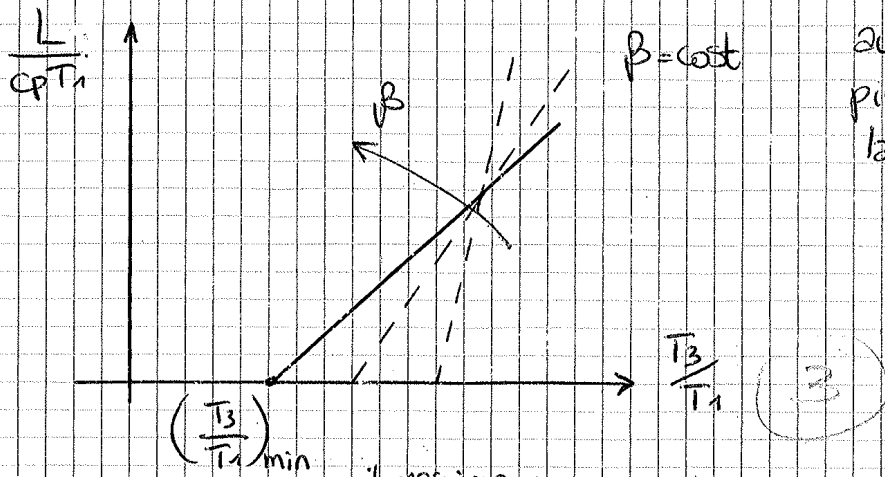
$$L_t = c_p T_3 \left( 1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma} m_{yt}}} \right) \quad T_4 = T_3 - \frac{L_t}{c_p}$$

$$L_{tis} = \int_4^3 v dp + 0 \leftarrow L_w$$

$$L_t = L_{tis} + L_w + \int_4^3 v dp - \int_{4is}^3 v dp$$

$L_R > 0 \rightarrow$  lavoro di recupero

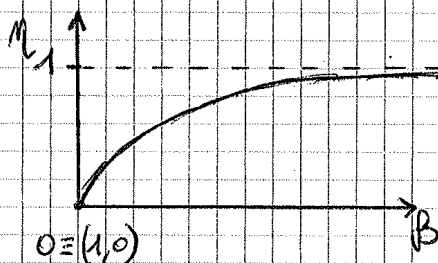
$L_s > L_{tis} > L_t$  e integrali smarcati (sono negativi)



$$\sqrt{\left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$$

$$\eta = \frac{L_s}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{C_p(T_{415} - T_1)}{C_p(T_3 - T_{215})} =$$

$$= 1 - \frac{T_1 \left(\frac{T_{415}}{T_1} - 1\right)}{T_2 \left(\frac{T_3}{T_{215}} - 1\right)} = 1 - \frac{T_1}{T_{215}} = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$



$$S_3 - S_2 = S_4 - S_1 = 0 \text{ isobara}$$

$$\Delta S = \int C_p \frac{dT}{T} - \int R \frac{dP}{P}$$

$$\Delta S = C_p \ln \frac{T_3}{T_{215}} = C_p \ln \frac{T_{415}}{T_1} \rightarrow \frac{T_3}{T_{215}} = \frac{T_{415}}{T_1}$$

$$\eta = \frac{L}{Q_1} = \frac{L}{c_p(T_3 - T_2)} = \frac{\frac{L}{c_p T_1}}{\frac{T_3}{T_1} - \frac{T_2}{T_1}}$$

aumentando  $T$  aumenta la potenza  $\rightarrow$  motore piú piccolo per ottenere la stessa spinta  $\rightarrow$  inoltre aumenta il rendimento!

$(\beta)_{\eta_{\max}} > (\beta)_{L_{\max}}$   $\rightarrow$  anche al crescere di  $\beta$  aumenta  $T_2$ , quindi vale il ragionamento precedente

MOTORE AERONAUTICO  $\rightarrow$  ciclo JOULE-BRAYTON opportunamente modificato a seconda delle diverse esigenze

$$\boxed{\Delta E_c \neq 0}$$

GRANDEZZE TOTALI (o di ARRESTO)

fluido caratterizzato da  $i, T, p, \rho, s, c \neq 0$  e soggetto ad un evoluzione adiabatica ( $Q_e = 0$ ), senza organi mobili ( $L_i = 0$ )

es. corrente d'aria libera

$\rightarrow$  evoluzione fino a velocità nulla ( $c=0$ )  $\rightarrow$  ARRESTO del fluido  
 studiamo  $i^0, T^0 \rightarrow$  entalpia, temperatura TOTALI ( $c=0$ )  
 $\hookrightarrow$  quindi all'arresto

$$\overset{=0}{Q_e} + \overset{=0}{L_i} = \Delta i + \Delta E_c + \overset{=0}{\Delta E_{pot}} \quad \rightarrow \quad \Delta i + \Delta E_c = 0$$

$$i^0 - i + \frac{0^2 - c^2}{2} = 0$$

$$i^0 = i + \frac{c^2}{2}$$

energia cinetica  
 massica ( $\rightarrow$  divisa  
 per la massa)

$$\rightarrow \frac{V_i^2 - V_f^2}{2}$$



2° METODO → MACH

$C_s = \sqrt{\left(\frac{dp}{dp}\right)_{s=const}} = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\gamma R T}$   
 ↑  
 Velocità suono  
 $M = \frac{C}{C_s} = \frac{C}{\sqrt{\gamma R T}}$   
 ↑  
 n° di Mach

$$T^0 = T + \frac{C^2}{2C_p} = T \cdot \left(1 + \frac{C^2}{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} R T}\right) = T \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)$$

$$p^0 = p \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad \leftarrow \quad \frac{p^0}{p} = \left(\frac{T^0}{T}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

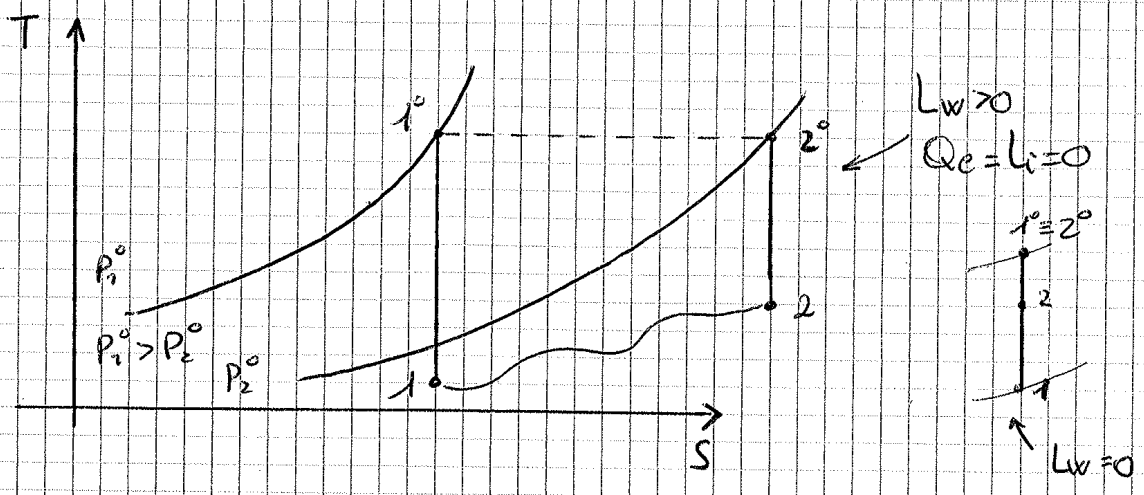
$p_1, T_1, C_1 \xrightarrow{\text{evol. fino a}} p_2, T_2, C_2 \quad (Q_e = L_i = 0)$

$$i_2 - i_1 + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} = 0 \quad \underbrace{i_2 + \frac{C_2^2}{2}}_{i_2^0} = \underbrace{i_1 + \frac{C_1^2}{2}}_{i_1^0}$$

l'entalpia totale è costante per una trasformazione adiabatica ( $Q_e = 0$ ) in assenza di organi mobili ( $L_i = 0$ )

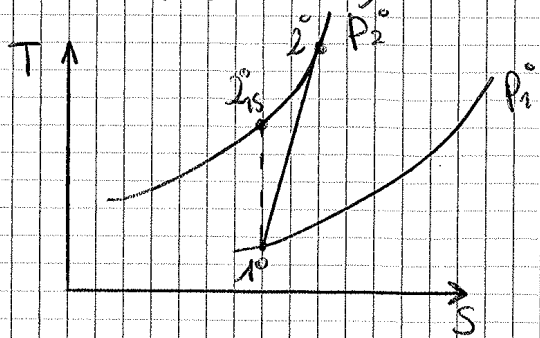
$i^0, T^0 = \text{cost}$

Se  $Q_e = L_i = L_w = 0 \rightarrow$  anche  $p^0, v^0 = \text{cost}$



$$L_c = c_p (T_2^o - T_1^o)$$

$$L_{c, is} = c_p (T_{2, is}^o - T_1^o)$$



→ non segno più i punti statici perché non mi interessano

$$\beta_c = \frac{P_2^o}{P_1^o}$$

NEI COMPRESSORI E NELLE TURBINE SI SCAMBIANO SOLO PRESSIONE E VELOCITÀ → da P maggiore e C minore a P minore e C maggiore (o viceversa)

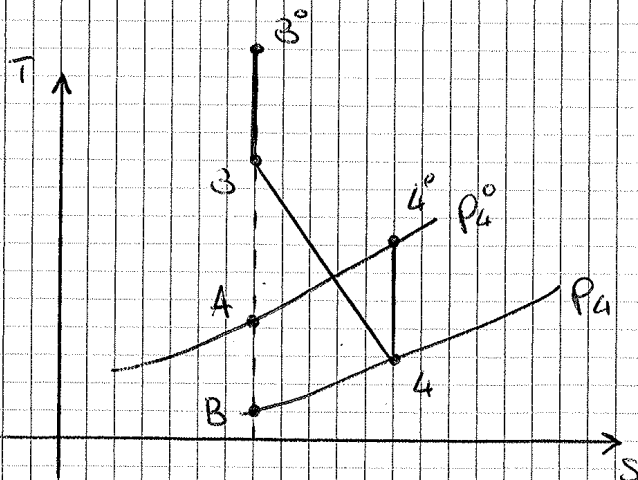
$$L_c = \frac{1}{\eta_c} c_p T_1^o \left( \beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)$$

$$T_2^o = T_1^o + \frac{L_c}{c_p}$$

↓  
per questo studiamo i totali (non cambiano, rimangono costanti)

dato  $\eta_c \rightarrow T_2^o = T_1^o \beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \cdot \frac{1}{\eta_c}$

### TURBINA



PER LE TURBINE POSSO UTILIZZARE SIA IL METODO TOTAL TO STATE CHE TOTAL TO TOTAL (per quanto riguarda l'uscita)

Le condizioni d'ingresso sono sempre le stesse: a prescindere dalle condizioni statiche iniziali, arrivo sempre ad una determinata pressione ed una determinata velocità.

↳ solo i totali contano



TOTAL TO STATIC

$$L_{tis} = C_p (T_3^0 - T_B)$$

$$\beta_t = \frac{P_3^0}{P_4} \leftarrow \text{STATICA!}$$

$$T_B = \frac{T_3^0}{\beta_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

$$L_t = \dot{m}_t C_p T_3^0 \left( 1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right)$$

$$\eta_{tts} < \eta_{tT}$$

→ perché lavoro isentropico maggiore.  
 differenza = salto A-B, all'incirca uguale  
 al salto 4 → 4° =  $\frac{C_4^2}{2}$

salvo che per il lavoro di recupero, che  
 se non ci fosse renderebbe i 2 salti identici

$$L_{isTts} \approx L_{isTt} + \frac{C_4^2}{2}$$

minore perché considera il  $\frac{C_4^2}{2}$  come una perdita, quindi il  
 rendimento si abbassa: nel Tt invece dopo c'è un'altra  
 turbina o un ugello che sfrutta la velocità  $\frac{C_4^2}{2}$  uscita  
 da prima

$$T_4^0 = \frac{T_3^0}{\left( \frac{P_3^0}{P_4} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \eta_{tT}}}$$

STATICA

$$L_t = C_p T_3^0 \left( 1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \eta_{tT}}} \right)$$

$$\frac{P}{P^0} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$$

$$P = \frac{P}{RT} = \frac{P^0}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \cdot \frac{1}{R} \cdot \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{T^0}$$

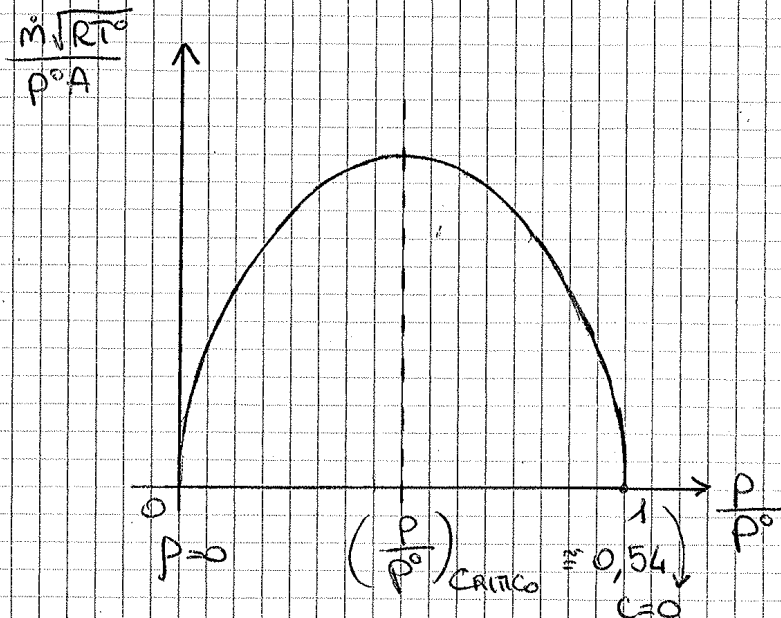
$$C = M C_s = \sqrt{\gamma R T} M = M \sqrt{\frac{\gamma R T^0}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}}$$

$$\dot{m} = \frac{P^0 A}{\sqrt{R T^0}} \cdot \frac{\sqrt{\gamma} M}{\sqrt{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}}$$

$$\frac{M \sqrt{\gamma}}{\sqrt{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[ \left(\frac{P}{P^0}\right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{P}{P^0}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]} \rightarrow f(M)$$

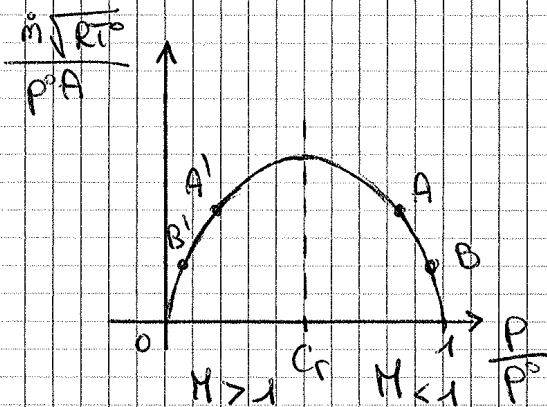
PORTATA CORRETTA

$$\frac{\dot{m} \sqrt{R T^0}}{P^0 A} = f(M) = \sqrt{\dots}$$



Considero come ipotesi:

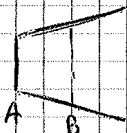
- Flusso stazionario  $\rightarrow \dot{m}$  uguale in tutti i punti
  - Flusso unidimensionale  $\rightarrow$  uniforme su piani  $\perp$  a  $x$   
 $\hookrightarrow c \approx x$  (CLA) in ogni punto
  - Flusso adiabatico  $\rightarrow Q_e = 0$
  - Flusso reversibile  $\rightarrow L_w = 0$
- } flusso isentropico  $\rightarrow s = 0$



$P^0, T^0 = \text{cost}$   
 $\dot{m} = \text{cost}$

$\frac{\dot{m} \sqrt{RT^0}}{P^0 A} \propto \rho c$

$M < 1$   
divergente



$A \uparrow, \rho \uparrow, M \downarrow, c \downarrow, T \uparrow, p \uparrow, \rho c \downarrow$

$\downarrow$  in subsonico prevale  $\Delta c$  su  $\Delta \rho$

convergente



$A \downarrow, \rho \downarrow, M \uparrow, c \uparrow, p \downarrow, T \downarrow, \rho c \uparrow$

$M > 1$

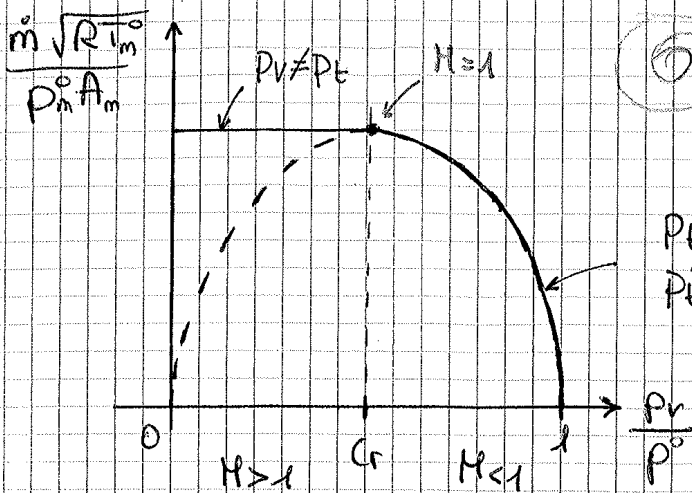
divergente  $\rightarrow$

$A \uparrow, \rho \downarrow, M \uparrow, c \uparrow, p \downarrow, \rho c \downarrow, T \downarrow$

$\downarrow$  in supersonico  $\Delta p$   $\&$  prevale su  $\Delta c$

convergente  $\rightarrow A \downarrow, \rho \uparrow, M \downarrow, c \downarrow, T \uparrow, p \uparrow, \rho c \uparrow$

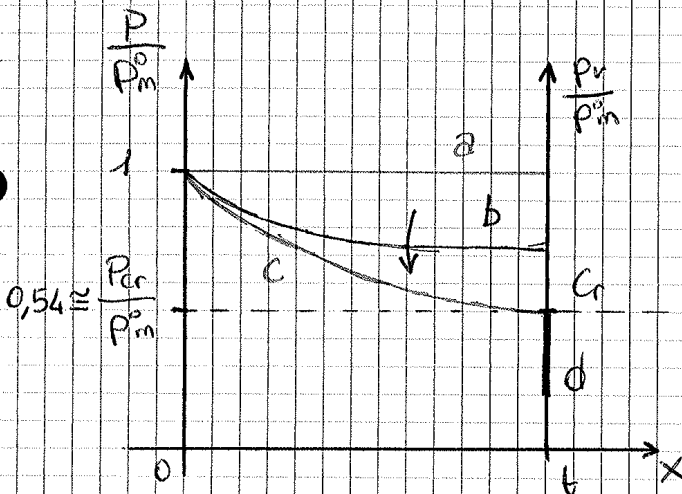
Se  $M = 1$  sono nella sezione MINIMA (ristretta o di gola), che è la minima a garantire la portata



non segue la curva ma  
rimango in regime sonico  

$$P_t = P_{cr} = P^0 \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$
 per  $P_r < P_{cr}$

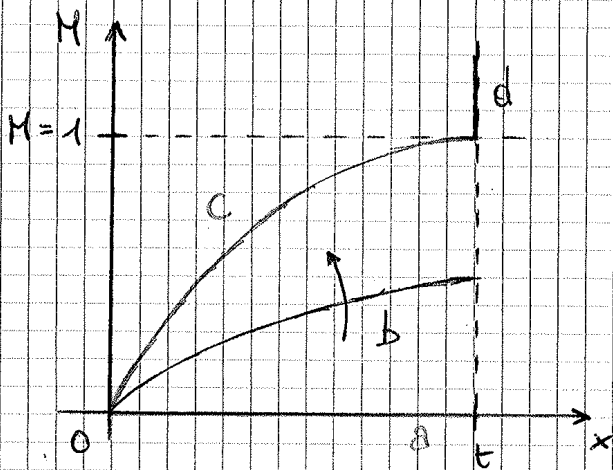
$P_t = P_r$   
 $P_t^0 = P_v^0$



a  $\rightarrow P_v = P_t \rightarrow \frac{P}{P_m^0} = \cos^2, M=0$

b  $\rightarrow P \downarrow$

c  $\rightarrow P_r = P_{cr} \rightarrow$  condizione critica

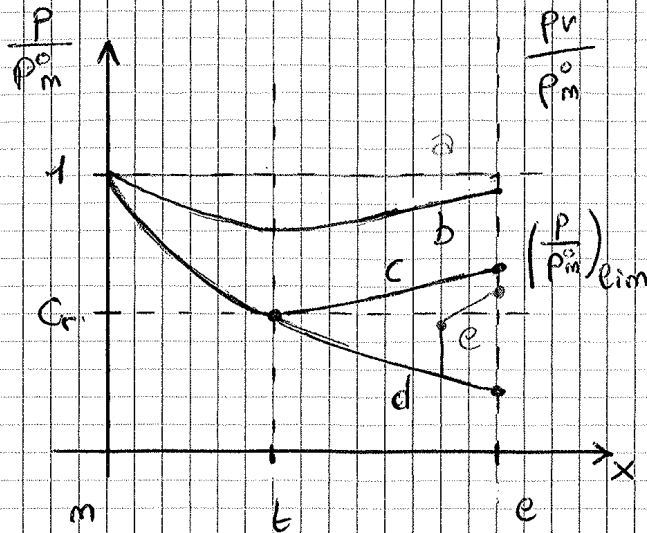


d  $\rightarrow$  un'ulteriore diminuzione di  $p$  non provoca altri effetti (regime perennemente sonico)  $\rightarrow$  il tempo di trasmissione del segnale di variazione di pressione da una particella all'altra

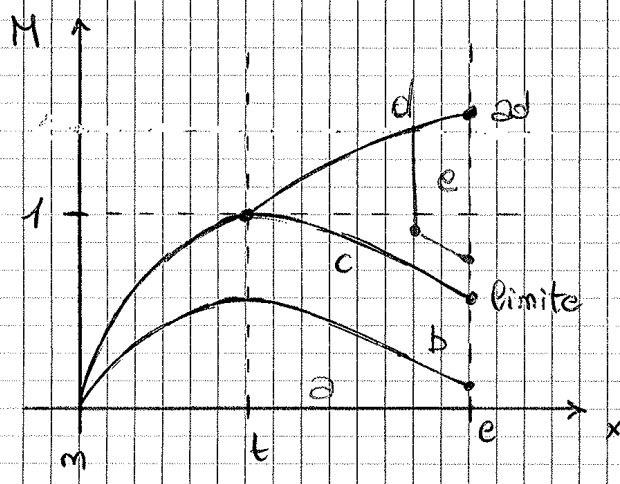
corrisponde al tempo di spostamento della particella che trasmette il segnale  $\rightarrow$  particella che trasmette il segnale e segnale viaggiano alla stessa velocità ( $C=C_s \rightarrow M=1$ )  $\rightarrow$  il segnale si trasmette sempre a  $M=1$ , la particella può avere diverse velocità

l'inclinazione della retta  $t_0$  alla curva dipende dalla variazione dell'area  $\rightarrow$  se  $A \downarrow$  velocemente, la retta scende velocemente

7



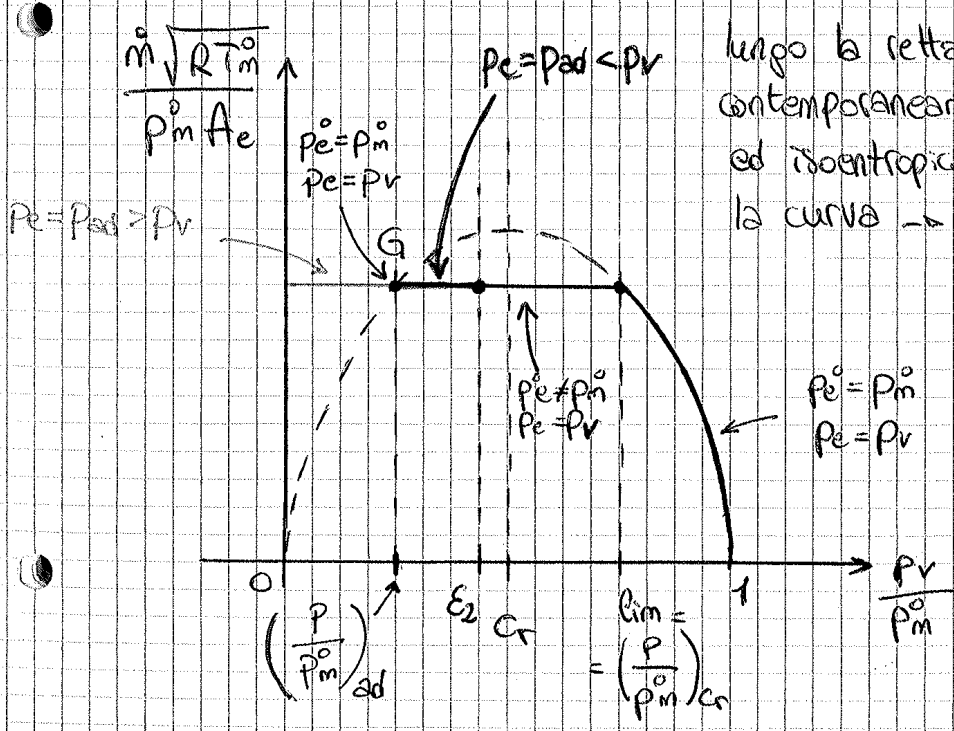
- a)  $p_m = p_v$
- b) al diminuire della pressione
- c) raggiunta la pressione limite (diminuendo) il fluido rimane subsonico
- d) oppure passa in supersonico fino all'adattamento
- e) onda d'urto



dipende dal valore di  $p_v$

$p_e = p_v \rightarrow$  condizione di adattamento

per  $M=1$  il flusso o resta sub o passa supersonico



lungo la retta il flusso non può contemporaneamente essere adattato ed isentropico, altrimenti si richiederebbe la curva  $\rightarrow$  è verificato solo in G

$E_2 \rightarrow$  caso in cui

$$\frac{P_v}{P_m^0} > \left(\frac{P}{P^0}\right)_{lim} \rightarrow M < 1 \quad S = \text{cost} \\ P_e = P_v$$

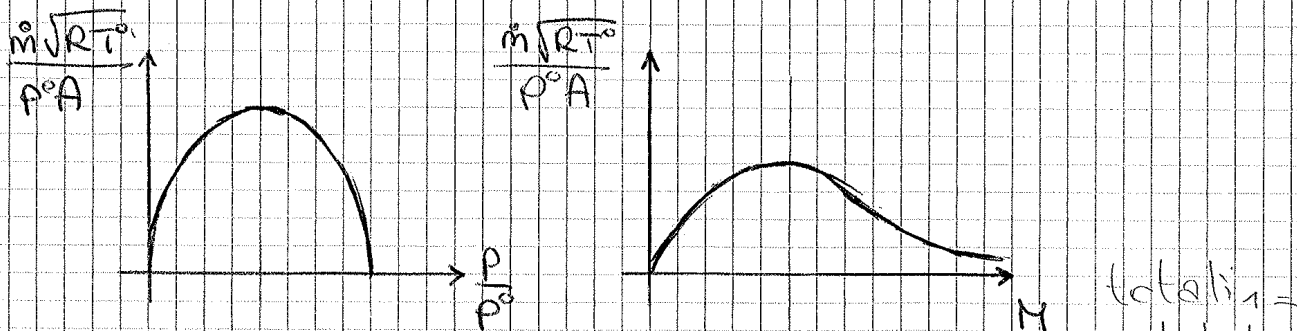
$$\dot{m} = \frac{P_m^0 A_e}{\sqrt{R T_m^0}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[ \left(\frac{P_v}{P_m^0}\right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{P_v}{P_m^0}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}$$

$$\frac{P_v}{P_m^0} < \left(\frac{P}{P^0}\right)_{lim} \rightarrow M_t = 1$$

$$\dot{m} = \frac{P_m^0 A_t}{\sqrt{R T_m^0}} f(\gamma)$$

Se sono sotto  $C_r \approx 0,53$  sono sicuramente nel tratto critico della portata  $\rightarrow$  se sono sopra  $C_r$  non lo so, o sono nel caso di portata critica o no

UGELLO ADIABATICO REVERSIBILE (no urti)  $\rightarrow$  nel caso stazionario l'uguaglianza di due portate in due qualunque punti può essere espressa attraverso la curva della portata corretta



$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \quad \frac{P_1^0 A_1}{\sqrt{R T^0}} f(M_1) = \frac{P_2^0 A_2}{\sqrt{R T^0}} f(M_2) \quad \leftarrow \begin{matrix} \text{total } i_1 = \\ \text{total } i_2 \end{matrix}$$

$$A_1 f(M_1) = A_2 f(M_2)$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{f(M_2)}{f(M_1)} \rightarrow \text{dipende da } \gamma \quad \frac{A^*}{A} = \frac{f(M)}{f(1)}$$

area per  $M=1$



ALTERNATIVA → CON MACH

$$\frac{P_t}{P_t^0} \left( = \frac{P_v}{P_M^0} \right) = \frac{1}{\left( \frac{\gamma-1}{2} M^2 + 1 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} = 0,523$$

$$M = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left[ \left( \frac{P_M^0}{P_v} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]} = 0,7836$$

$$F(M) = \frac{\sqrt{\gamma} M}{\left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}} = 0,655$$

$$\dot{m} = \frac{P_M^0 A_t}{\sqrt{R T_M^0}} F(M) = 1,037 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

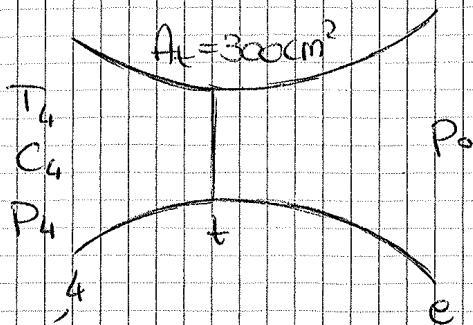
$$T_t = T_M^0 \cdot \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2} = 445,31 \text{ K}$$

$$C_t = M \cdot \sqrt{\gamma R T_t} = 331,46 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ALTERNATIVA → con  $\rho$

$$\dot{m} = \rho C A = \frac{P_t}{R T_t} C_t A_t = 1,037 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

(2)



$$T_4 = 884 \text{ K}$$

$$P_4 = 4,7 \text{ bar}$$

$$C_4 = 178,8 \text{ m/s}$$

$$P_0 = 1 \text{ bar}$$

sezione uscita turbina =  
= sezione ingresso ugello

sicuramente l'ugello è  
critico:  
 $\left(\frac{P_0}{P_4} < C_r\right)$

Determinare l'area del divergente per portare il fluido a pressione ambiente

(se non conosco  $A_t$  posso trovarla da  $\frac{A_t}{A_e} = \frac{f(M_t)}{f(M_e)}$ )

$$\dot{m}_c = \frac{A_t P_4^0}{\sqrt{R T_4^0}} f(M_t)$$

$$\frac{C_p}{C_v} = \gamma \quad C_p - C_v = R$$

$$P_4^0 = P_4 \cdot \left(\frac{T_4^0}{T_4}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 5 \text{ bar}$$

$$C_p = R \frac{\gamma}{\gamma-1}$$

$$T_4^0 = T_4 + \frac{C_4^2}{2C_p} = T_4 \left(\frac{\gamma-1}{2} M^2 + 1\right) = 900 \text{ K}$$

$$M = \frac{C_4}{\sqrt{\gamma R T_4}} = 0,3$$

$$\dot{m}_c = 20,21 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$\dot{m}_t = \dot{m}_e$$

$$f(M_t) = 0,6847$$

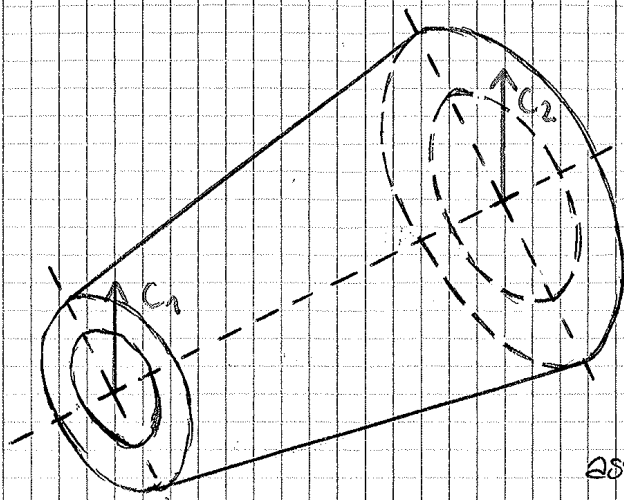
$$\frac{P_t^0 A_t}{\sqrt{R T_t^0}} f(M_t) = \frac{P_e^0 A_e}{\sqrt{R T_e^0}} f(M_e)$$

$$M_e = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left[ \left(\frac{P_e^0}{P_e}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]} = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left[ \left(\frac{P_m^0}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]} = 1,708$$

$$f(M_e) = \frac{\sqrt{\gamma} M_e}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} = 0,5088$$



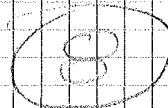
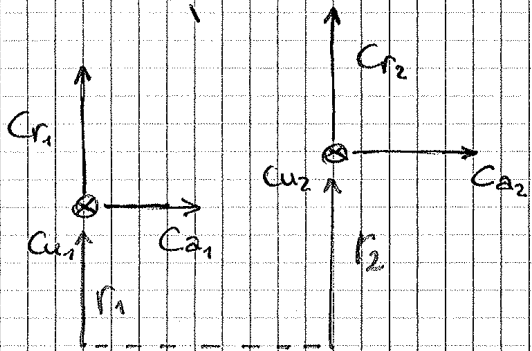
# LAVORO DI TURBOMACCHINE



MOMENTO DELLA  
QUANTITÀ DI MOTO

ipotesi:  $\frac{dD}{dt} = 0$

assiale  
radiale  
tangenziale

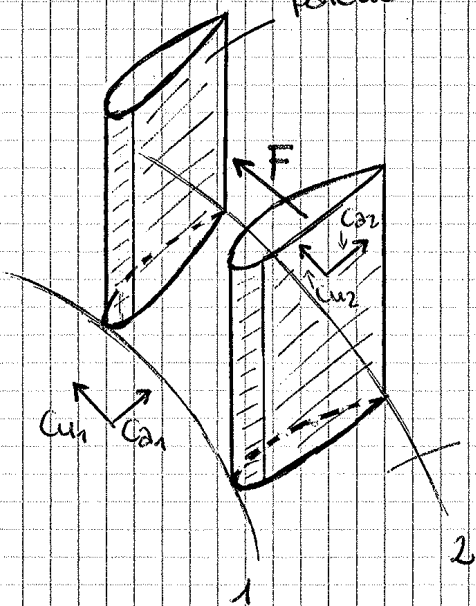


momento del  
volume di controllo

$$M = M_{fin} - M_{in} = M_{ind2} + M_{vc} - (M_{ind1} + M_{vc}) =$$

$$= \dot{m} r_2 C_{u2} - \dot{m} r_1 C_{u1}$$

paletta



$$M = \dot{m}_{paletta} \cdot F_u \cdot r$$

palettatura  
fissa  $\rightarrow L=0$

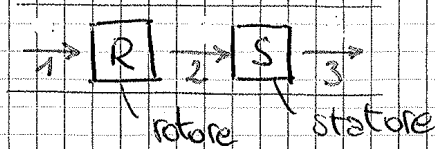
- COMPRESSORE

$$U_2 > U_1 \rightarrow P_2 < P_1$$

$$C_{u2} > C_{u1}$$

$$C_2 > C_1$$

$$W_2 < W_1$$



R: fa lavoro

$$C_2 > C_1$$

$$W_2 < W_1$$

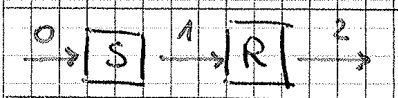
$P_2 > P_1 \rightarrow$  il fluido viene compresso

S: lavoro nullo

$$C_3 < C_1$$

$P_3 > P_2 \rightarrow$  grazie al rallentamento il fluido viene ulteriormente compresso

- TURBINA



S:  $L=0 \rightarrow$  lo statore corrisponde (e solitamente lo è) ad un ugello

$$P_1 < P_0$$

$$C_1 > C_0$$

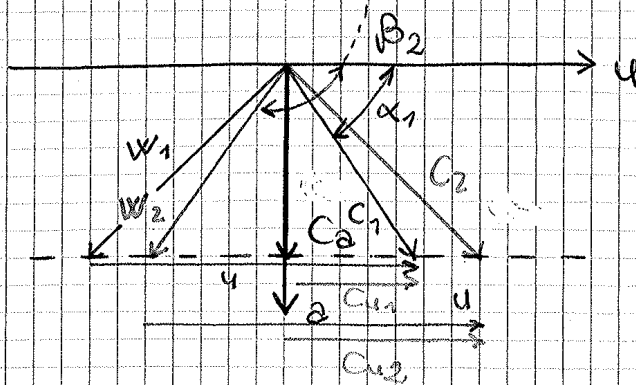
R:  $L < 0$

$$C_2 < C_1$$

$$P_2 \leq P_1$$

incremento di 1,3 volte  
 $\swarrow$  a gruppo

Il salto di pressione è solitamente di meno di mezzo bar  $\rightarrow$  da 1 bar passo a 1,3 bar  $\rightarrow$   
 $\rightarrow$  vengono usati più gruppi rotore-statore in fila



$u_2 = u_1 = u$  perché la macchina è assiale

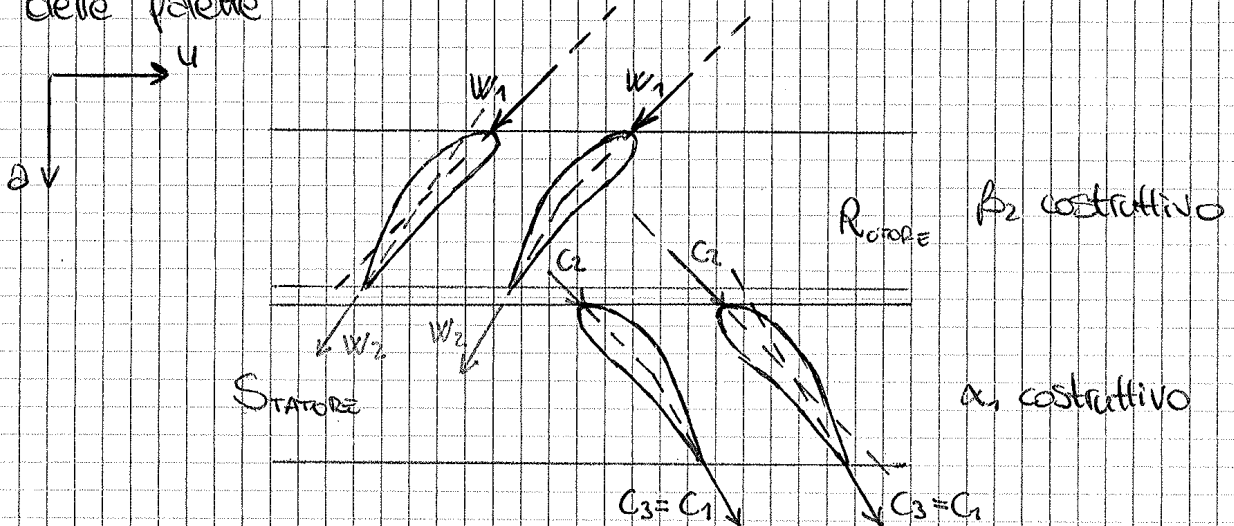
consegue che  $C_{u2} > C_{u1}$

$$(C_{u2}u_2 - C_{u1}u_1 = L > 0)$$

$$W = C - u$$

domanda da esame: ricavare il triangolo di velocità

dal triangolo delle velocità posso determinare il progetto delle palette



$\alpha_1$  e  $\beta_2$  sono angoli costruttivi  $\rightarrow$  non dipendono dal funzionamento della palette ma solo della costruzione della stessa

Le direzioni di arrivo di  $C_1$  e  $W_1$  sono determinate dallo stadio precedente (oppure dall'IGV)

$$L_c = u_2 C_{u2} - u_1 C_{u1} = u(C_{u2} - C_{u1})$$

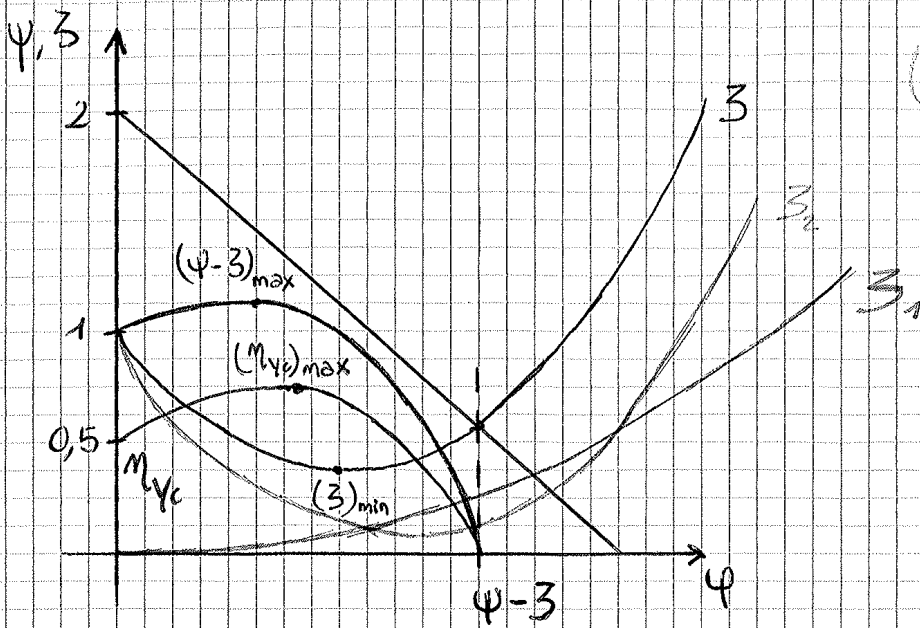
$$C_{u1} = C_1 \cos \alpha_1$$

$$C_{u2} = W_{u2} + u \rightarrow \text{devo esprimerlo in funzione di } \beta_2 \text{ perché } \alpha_2 \text{ non è costruttivo}$$

$$C_{u2} = W_2 \cos \beta_2 + u$$

$$C_a = W_a = C_1 \sin \alpha_1 = W_2 \sin \beta_2$$

ma dipende dal funzionamento della palette  
non posso scrivere  $C_2 \cos \alpha_2$



$$\zeta = \frac{L_w}{U^2/2} = \zeta_1 + \zeta_2 \quad (\psi - \zeta)_{\max} \text{ si trova a sx di } (\zeta)_{\min}$$

$$m_{lyc} = \frac{L_c - L_w}{L_c} = \frac{\psi - \zeta}{\psi} = 1 - \frac{\zeta}{\psi}$$

$(m_{lyc})_{\max}$  si trova a metà tra  $(\psi - \zeta)_{\max}$  e  $(\zeta)_{\min}$

$$L_c - L_w = \int_1^3 v dp + \frac{c_3^2 - c_1^2}{2} = 0 \text{ perché } c_3 = c_1$$

$$\frac{p_3 - p_1}{\rho} = \frac{p_1}{\rho} \left( \frac{p_3}{p_1} - 1 \right) = RT_1 \left( \frac{p_3}{p_1} - 1 \right)$$

$$L_c - L_w = RT_1 \left( \frac{p_3}{p_1} - 1 \right)$$

$M_3 \sim M_1 \Rightarrow \beta_c = \frac{p_3}{p_1} \sim \frac{p_3}{p_1} \rightarrow$  la compressione è piccola (circa 1,3 volte) quindi trascuro il riscaldamento

## NUMERO DI GIRI CORRETTO

$$\frac{nD}{\sqrt{RT_1^0}} \propto \left( \frac{1}{u_1} \right)^{1/2}$$

$$\varphi = \frac{C_2}{u} = \frac{\rho C_2 A}{\rho u A} = \frac{\dot{m}}{\rho u A} = \frac{\dot{m}}{\frac{\rho u A}{RT_1^0}} = \frac{\dot{m} \sqrt{RT_1^0}}{\rho_1 D^2} \cdot \frac{D^2}{A} \cdot \frac{1}{u} \cdot g(M)$$

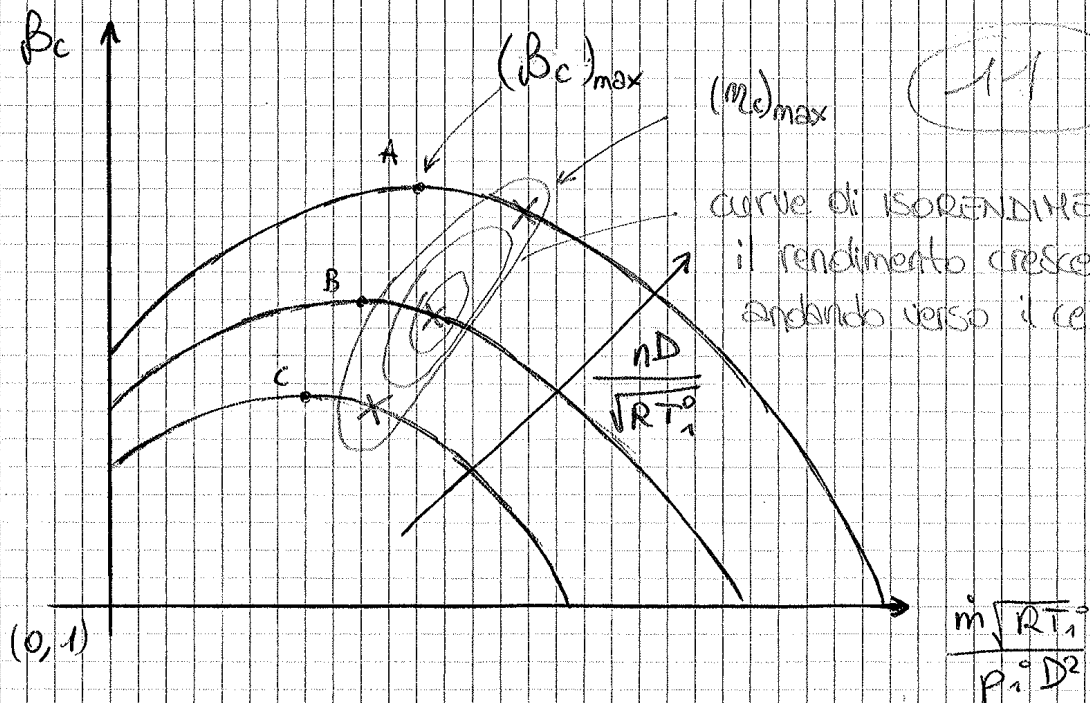
$$M_1 = \frac{C_1}{\sqrt{RT_1}} = \frac{\frac{C_2}{\sin \alpha_1}}{\sqrt{RT_1}} \cdot \frac{u}{u}$$

$$M_1 = f\left(\varphi, \frac{nD}{\sqrt{RT_1^0}}\right)$$

contiene tutti i termini correttivi per il passaggio dalle grandezze statiche a quelle totali

$$\varphi, \tau_1 \overset{\text{correlato}}{\longleftrightarrow} \frac{nD}{\sqrt{RT_1^0}}, \frac{\dot{m} \sqrt{RT_1^0}}{\rho_1 D^2}$$

la cosa importante di questo discorso sono queste correlazioni



curve di ISORENDIMENTO:  
il rendimento cresce andando verso il centro

a sx del massimo, se mi entra una maggiore portata, il  $\beta_c$  aumenta, quindi arrivo fino al punto di stabilità oltre il massimo



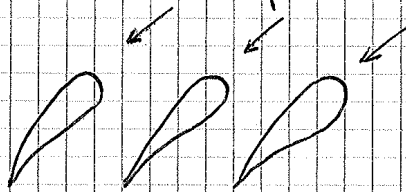
se però mi entra minore portata,  $\beta_c$  decresce e la portata diventa negativa quindi prendo aria da dietro e la butto davanti

→ FENOMENO DEL POMPAGGIO



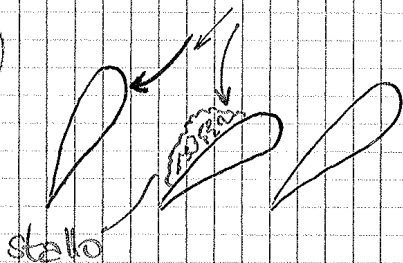
un pò spingo l'aria in avanti, poi salto nella stabilità e torno al corretto funzionamento spingendo indietro, ma subito torno nell'instabilità e il ciclo continua

↳ lo stallo rotante si propaga tra gruppi di palette



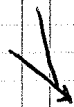
normale funzionamento

(13)



per via dello stallo della palette affianco, l'aria le arriva deviata e vede una maggiore incidenza, quindi entra in stallo

nel funzionamento con stallo: per via dello stallo, l'aria arriva deviata e vede una minore incidenza della palette → lo stallo si elimina e la palette torna al normale funzionamento



propagazione dello stallo



ROTORE  $\rightarrow L_i = 0$

$$L_i = 0 = \int_1^2 v dp + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} \rightarrow \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = 0$$

$\rho = \text{cost}$

$$C_p = 1 - \frac{W_2^2}{W_1^2} \rightarrow \frac{W_2^2}{W_1^2} > 1 - C_{p \max}$$

$\hookrightarrow$  per avere la massima compressione senza lo stallo, le palette sono costruite quasi dritte: angolo tra  $G$  e  $G'$  all'interno dei  $20^\circ$

per quanto riguarda il massimo Mach:

$$M_{1 \text{ rel}} = \frac{W_1}{\sqrt{\gamma T_{1,0}}} < 0,8$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 1 + \frac{1}{2} C_{pR} \frac{W_1^2}{\rho \frac{P_1}{\rho}} \delta = 1 + \frac{1}{2} C_{pR} \delta M_{1 \text{ rel}}^2$$

del rotore

$$\frac{P_3}{P_2} = 1 + \frac{1}{2} C_{pS} \delta M_{2 \text{ rel}}^2$$

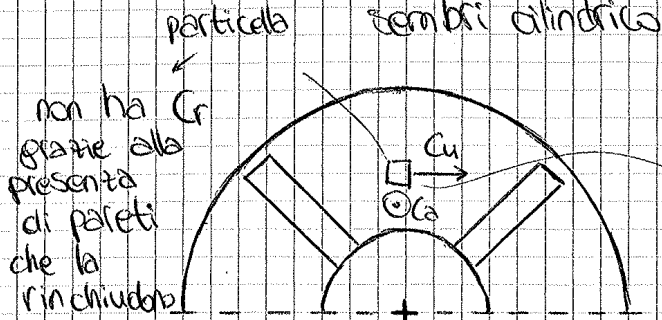
dello statore

$$\frac{P_3^0}{P_1^0} \approx \frac{P_3}{P_1} \leq \left( 1 + \frac{\delta}{2} C_{p \max} M_{\max}^2 \right)^2 \rightarrow$$

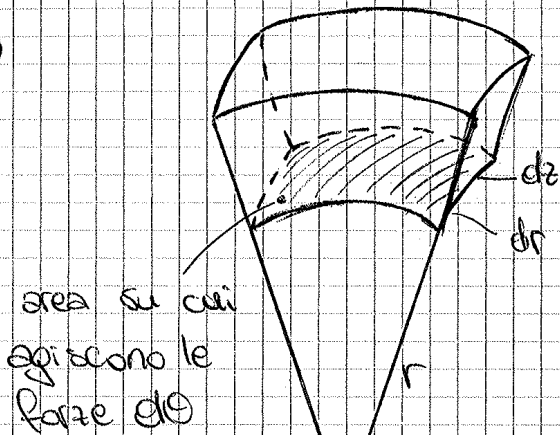
per  $M = 1$  ho il  $\max \sim 1,7$   
per  $M < 1$  ho il  $\max \sim 1,3 / 1,4$

# EQUILIBRIO RADIALE

$C_r = 0 \rightarrow$  determinato dalla forma del condotto, che è perfettamente cilindrico  $\rightarrow$  in realtà non lo è, ma noi angoliamo le palette in modo che per l'aria sembri cilindrico

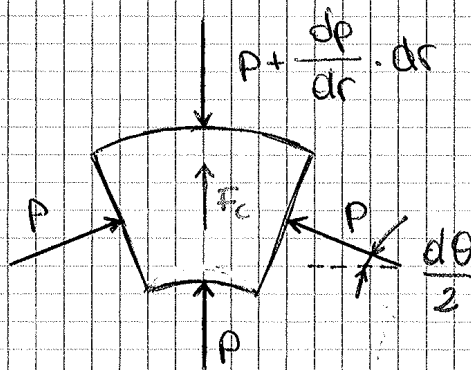


$\omega = \frac{C_u}{r} \rightarrow$  velocità angolare della particella  $\neq \omega$  (velocità angolare delle palette)



forze radiali

$$\sum F_r = 0 = m \cdot \frac{dC_r}{dt}$$



$$p r d\theta dz + 2p \sin \frac{d\theta}{2} dr dz + \underbrace{p r d\theta dr dz}_{\text{volume}} \underbrace{\frac{C_u^2}{r}}_{\text{accelerazione centrifuga}} = \left( p + \frac{dp}{dr} dr \right) (r + dr) d\theta dz$$

per angoli piccoli vale  $\rightarrow \sin \frac{d\theta}{2} \approx \frac{d\theta}{2}$

$$p r dz (p r + p dr + p r dr \frac{C_u^2}{r}) = \left( p + \frac{dp}{dr} dr \right) (r + dr) d\theta dz$$

$$p r + p dr + p dr C_u^2 = p r + p dr + r dp + dp dr$$



$$L_c = u(C_{u2} - C_{u1}) = \omega \cdot r (C_{u2} - C_{u1})$$

$$r \cdot \Delta C_u = \text{cost. con } r$$

$$T_1^0 = \text{cost. } L_c = \text{cost.}$$

$$T_2^0 = T_1^0 + \frac{L_c}{c_p} = \text{cost.}$$

$$T^0 = T + \frac{C_u^2 + C_a^2}{2c_p} \quad (C_r = 0)$$

$$\frac{c_p dT^0}{dr} = 0 = \frac{c_p dT}{dr} + \frac{d}{dr} \cdot \frac{C_u^2 + C_a^2}{2}$$

$$\frac{dL_w}{dr} = 0 = T \frac{ds}{dr} = \frac{c_p dT}{dr} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = \frac{c_p dT}{dr} - \frac{C_u^2}{r}$$

macchina adiabatica ( $dQ=0$ )

$$\frac{C_u^2}{r} + \frac{d}{dr} \left( \frac{C_u^2}{2} \right) + \frac{d}{dr} \left( \frac{C_a^2}{2} \right) = 0$$

$$\frac{dC_a^2}{dr} = - \left[ \frac{dC_u^2}{dr} + 2 \frac{C_u^2}{r} \right] = - \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r C_u^2)^2$$

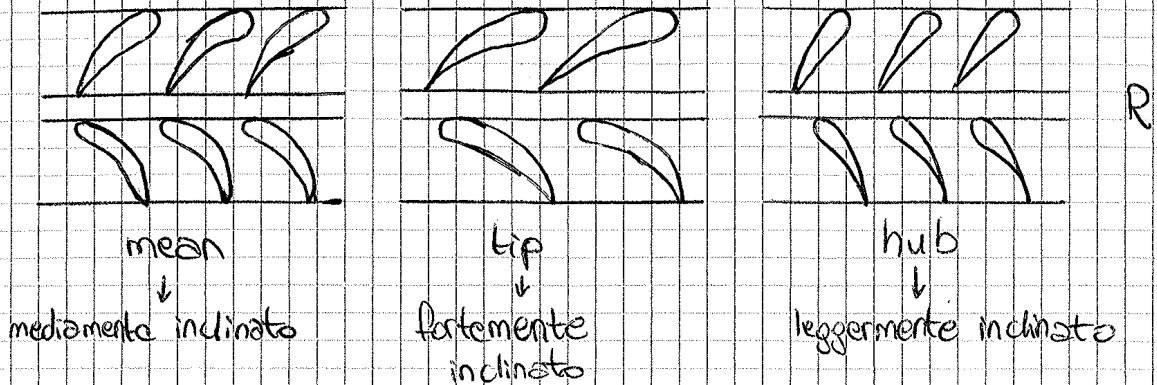
$$\frac{d}{dr} r^2 C_u^2 = 2r C_u^2 + r^2 \frac{dC_u^2}{dr}$$

$$\frac{dC_a^2}{dr} = - \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r C_u^2)$$

una volta soddisfatta questa equazione abbiamo il fluido in uscita uniforme

diversi criteri di progettazione delle palette per soddisfare l'equazione

da i triangoli vedo che le palette hanno alta incidenza in punta al compressore e bassa incidenza al fondo del compressore



lo statore è speculare (palette poco inclinate in punta e molto inclinate all'uscita)

### VORTICE ESPONENZIALE

$$rC_{u1} = a_1 + b_1 r$$

$$rC_{u2} = a_2 + b_2 r$$

$$L_c = \text{cost} \quad r(C_{u2} - C_{u1}) = a_2 - a_1 + (b_2 - b_1)r = \text{cost}$$

$$\frac{dC_a}{dr} < 0$$

→ al tip le  
velocità sono più alte,  
all'hub sono più basse

per essere cost  
pongo  $b_2 = b_1$

$$C_u = a + \frac{b}{r}$$

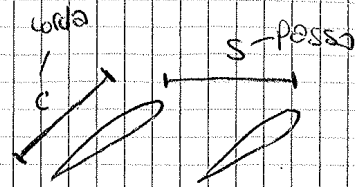
negativo all'ingresso, positivo all'uscita

si tiene  $M \approx 0,8$ , in modo da evitare  $M > 1$  al tip delle palette

# COEFFICIENTE DI DIFFUSIONE

$$D = 1 - \frac{W_2}{W_1} + \frac{|W_{u2} - W_{u1}|}{2 \left(\frac{c}{s}\right) W_1}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{p_2 > p_1}$ 
 $\uparrow$ 
 $\downarrow$



solidità della schiera di palette

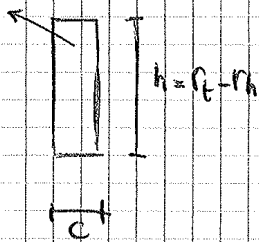
$p_{ventre} - p_{dorso}$

$$W_{u2} - W_{u1} = C_{u2} - C_{u1} \propto M - \text{momento applicato alla palette}$$

$$M = F_i \cdot r \cdot N_{palette} = (p_v - p_d) \frac{c \cdot r}{A} \cdot r \cdot \frac{2\pi r}{s}$$

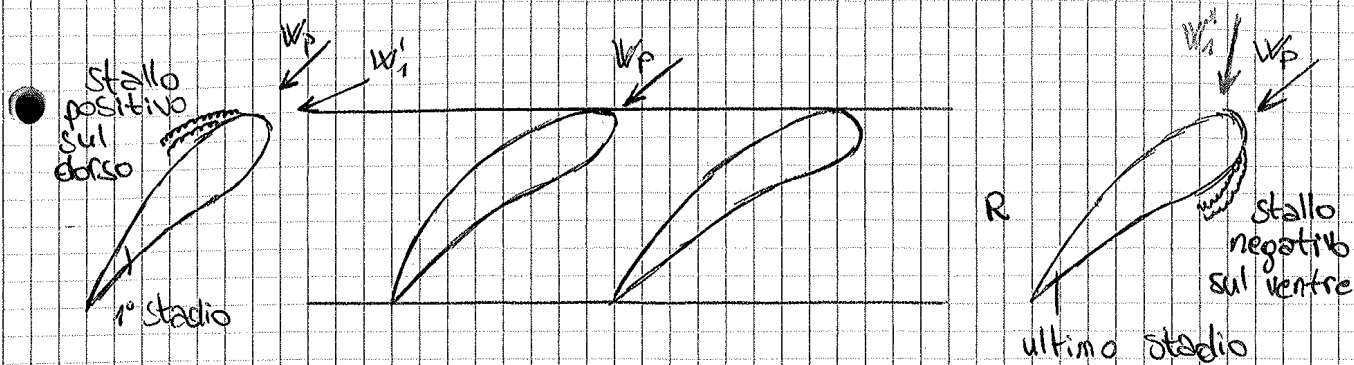
$$D_{max} \sim 0,4 / 0,5$$

palette



all' aumentare di  $c$  posso aumentare  $s$   
 e quindi allontanare le palette  $\rightarrow$   
 più diminuisco  $c$  più le avvicino

più palette molto, minore  $\omega$   
 è la forza agente su ciascuna  
 quindi minore è l'incidenza dello stallo  
 sul funzionamento del compressore



1° STADIO

$$\dot{m} < \dot{m}_p$$

$$\rho C_a A < \rho_p C_{ap} A_p$$

$$A = A_p$$

$\rho = \rho_p = \rho_{amb} \rightarrow$  indipendentemente da quando ho acceso il compressore

$$C_a < C_{ap}$$

ULTIMO STADIO

$$\rho C_a A < \rho_p C_{ap} A_p$$

$$A = A_p$$

minore di quella del 1° stadio

$$\rho = \rho_{amb} \ll \rho_p$$

$\leftarrow$  all'avviamento non comprimiamo ancora, quindi la densità rimane la stessa

$C_a > C_{ap} \rightarrow$  per via di  $\rho$  che non è variata: nel compressore voglio  $C_a$  costante, quindi al fondo faccio  $A_e < A_i$  in quanto  $\rho_e > \rho_i$ , però all'avviamento  $\rho = \rho_{amb}$ , quindi il fluido accelera (come fosse un ugello converg.)

Lo stallo si propaga dal dorso delle prime palette al ventre delle ultime  $\rightarrow$  solo le palette centrali sono quindi prive di stallo e funzionano correttamente

I primi stadi del compressore vedono le palette stallate positivamente (sul dorso)  $\rightarrow$  resistenza della paletta maggiore rispetto al funzionamento di progetto

$$D > D_p \quad C_{\text{prente}} > C_p \quad \omega < \omega_p$$

il fluido mi dà una maggiore resistenza, che implica una maggiore coppia frenante (del fluido sul motore) e quindi una minore velocità di rotazione

$\downarrow$   
u' scende, quindi  $W_1$  si sposta verso dx fino ad arrivare a quella di progetto (mentre  $C_a$  aumenta)

Gli ultimi stadi del compressore vedono le palette stallate negativamente (sul ventre)  $\rightarrow$  resistenza della paletta minore rispetto al funzionamento di progetto

$$D < D_p \quad C_{\text{prente}} < C_p \quad \omega > \omega_p$$

u" sale, quindi  $W_1$  si sposta verso sx fino ad arrivare a quella di progetto (mentre  $C_a$  diminuisce)

Tutti e 3 i metodi vengono usati simultaneamente, in generale, nonostante il colettamento implichi complicazioni (per via di un sistema di leve), quindi costo e peso, ma i benefici sono leggermente superiori agli svantaggi

forma mista, rif. rotante, 1 → 2

$$L_i = 0 = \int_1^2 v dp + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} - \frac{U_2^2 - U_1^2}{2}$$

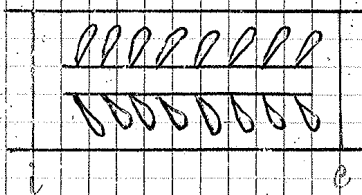
$+ L_w$

In un compressore centrifugo la compressione si ottiene mediante due forze centrifughe. Solitamente si progetta  $W_2 = W_1$ , così ho una grande compressione con assenza di stalli (in quanto non si ha una riduzione di velocità)

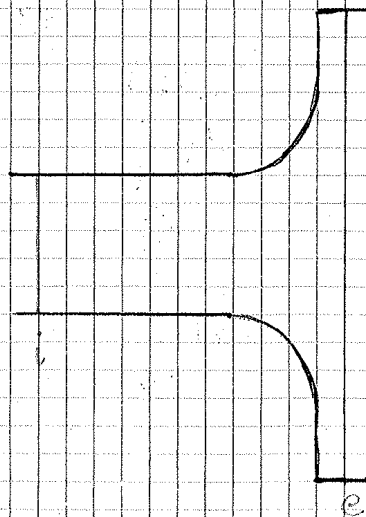
↓  
posso comprimere  
fino a 6/10 volte

→ non ci si spinge fino a 10  
per via di limiti strutturali

I compressori centrifughi comportano un molto maggiore ingombro rispetto a quelli assiali →  
→ stessa area d'ingresso, ma area d'uscita molto maggiore

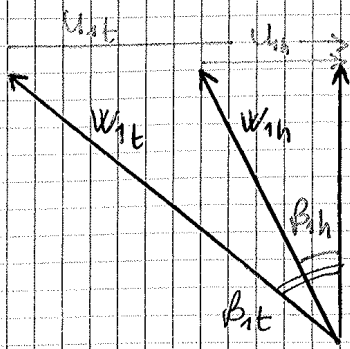


COMPRESSORE  
ASSIALE



COMPRESSORE  
CENTRIFUGO





$$\beta_1 = 135^\circ \rightarrow |C_1| = |u_1|$$

$$W_1 = \sqrt{2} C_1 = M_{\max} \sqrt{\gamma R T_1}$$

(49)

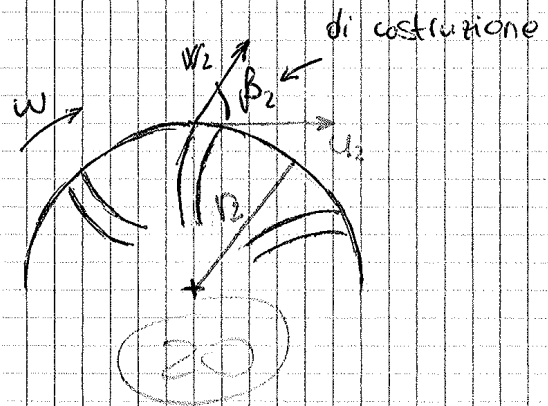
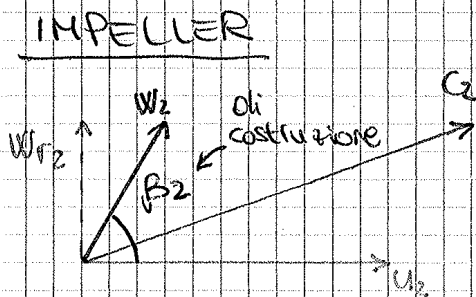
$$\dot{m} = \rho_1 C \pi (r_t^2 - r_h^2)$$

$$u_{1t} = \omega r_{1t}$$

Per ridurre le limitazioni basta mettere un IGV all'ingresso (chiamato PRE-GIRANTE) per far arrivare  $C_1$  non assiale ma inclinata nella direzione di  $u$

↳ a parità di  $W_1$  posso avere  $u$  più grande (rotazione più veloce) e quindi  $A_c$  minore

↳  $C_1$  ha però diversa inclinazione tra hub e tip



$$L_c = u_2 C_{u2} - u_1 C_{u1} \quad u_2 \neq u_1$$

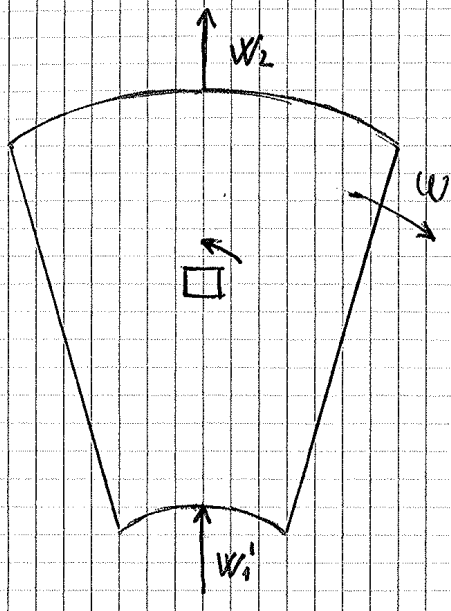
considero un compressore senza pre-girante ( $C_{u1} = 0$  perché  $C_1$  ortogonale ad  $u$ )

$$L_c = u_2 C_{u2} \quad C_{u2} = u_2 + W_{u2} = u_2 + W_2 \cos \beta_2$$

$$W_{r2} = W_2 \cdot \sin \beta_2$$

$$C_{u2} = u_2 + W_{r2} \cdot \cot \beta_2$$

## EQUAZIONE DI EQUILIBRIO RADIALE



$$C_u = u + \cancel{w u} = 0$$

$w_u = 0 \rightarrow$  il fluido è intrappolato tra le palette

$w_a = 0 \rightarrow$  fluido chiuso sia sopra che sotto

$w_r = \text{cost}$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{se rallento stallo} \\ \text{se accelero vuol dire che potremo andare pi\u00f9 veloce anche prima} \end{array} \right.$

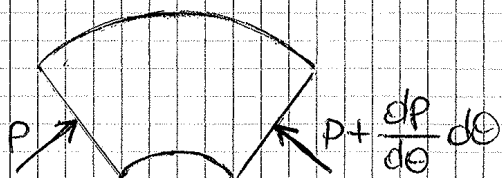
La particella subisce un'accelerazione verso SX (accelerazione di Coriolis, diretta in verso opposto al moto)

$$a = 2 w w \cdot \text{Volume} = 2 w w \rho r d\theta dr dz = - \frac{dp}{d\theta} d\theta dr dz$$

$$\frac{dp}{dr} = \rho \frac{u^2}{r} \rightarrow \text{EQUAZIONE DI EQUILIBRIO RADIALE}$$

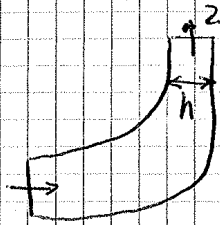
Il gradiente di pressione \u00e8 in direzione radiale

\u2192 aumentiamo la pressione grazie alle forze centrifughe



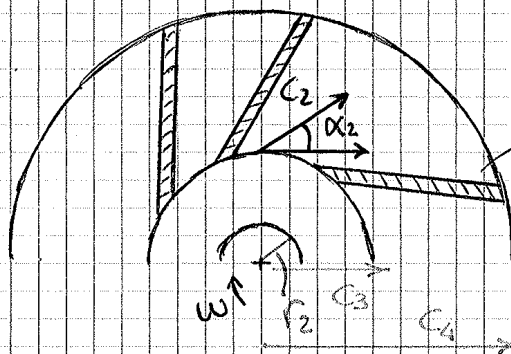


$$\dot{m} = \rho W_r 2\pi r h$$



## DIFFUSORE

Può prendere il flusso e curvarlo oppure lasciarlo assiale (all'entrata del diffusore è assiale)



palette poco curvate

(23)

DIFFUSORE NON PALETTATO → non ci sono forze che generino un momento

$$\dot{m}_3 = \dot{m}_2$$

$$r_3 C_{u3} = r_2 C_{u2}$$

no coppie applicate al fluido

$$\int_0^h c \cdot \sin \alpha \cdot 2\pi r h = \text{cost}$$

$r c \cos \alpha = \text{cost}$  → momento angolare → questa equazione non vale per il diffusore palettato

per semplificazione consideriamo  $ph = \text{cost}$

$\beta_2 = 90^\circ \rightarrow \psi = 2 \rightarrow L_c = u_2^2 \rightarrow$  lavoro di compressore  
centrifugo a palettatura  
radiale

La  $u_2$  non è limitata da nulla, se non dalle forze  
centrifughe agenti  $\rightarrow$  possiamo pensare a  $u_2 \approx 500 \text{ m/s}$

$L_c = 250 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \rightarrow$  nel compressore assiale si aggira  
sui  $30/35 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$  per stadio

$\hookrightarrow$  uno stadio centrifugo può svolgere il lavoro  
di 8/9 stadi assiali

$\hookrightarrow$  se ho bisogno di una maggiore compressione  
posso mettere 2 compressori centrifughi in  
serie, anche se il problema è trasformare  
l'uscita centrifuga del primo compressore in  
entrata assiale al secondo compressore

## REGOLAZIONE DEI TURBOCOMPRESSORI

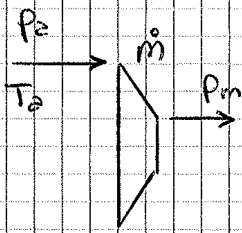
### IMPIEGO INDUSTRIALE

Prendo aria dall'ambiente e la comprimo per uso pneumatico

$$p_{amb} \cdot T_{amb} = \text{cost}$$

$$p_{mandata} = \text{cost}$$

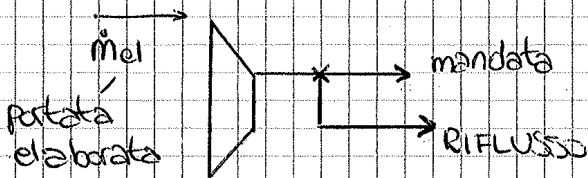
cambia  $\dot{m}$   $\rightarrow$  regolazione di portata (ho un compressore  
per far funzionare 10 macchine, ma non è  
detto che mi servano tutte e 10 accese)



$P_a, T_a, P_m = \text{cost}$   
cambia  $\dot{m}$

## REGOLAZIONE INDUSTRIALE

**[1] RIFLUSSO** → non modifica il punto di funzionamento del compressore



$$P = \dot{m}_{el} \cdot L_c = P^* \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{potenza} \\ \text{di progetto} \end{array} \right.$$

$$\frac{P}{\dot{m}_{mandata}} > L_c$$

**[2] TUTTO O NIENTE** → non modifica il punto di funzionamento, ma lo faccio funzionare per un minore intervallo di tempo

$$\frac{t_{\text{accesso}}}{t} = \frac{\dot{m}_m}{\dot{m}^*}$$

portata di progetto

↓  
Serve un serbatoio per accumulare la portata quando il compressore è acceso e per rilasciarla quando è spento

il funzionamento non è a pressione costante ← perché essa, all'interno del serbatoio, diminuisce gradualmente quando il compressore è spento

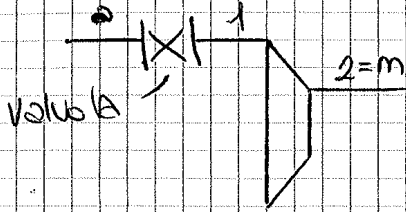
È la regolazione più efficiente

$$\mathcal{L} = P^* \cdot t_{\text{accesso}}$$

$$L_c = \frac{\mathcal{L}}{\dot{m}^* \cdot t_{\text{accesso}}}$$



LAMINAZIONE ALL'ASPIRAZIONE → cambia il punto di funzionamento



$$p_1 < p_0 \quad T_1 = T_0$$

$$\dot{m}_c = \frac{\dot{m} \sqrt{\frac{T_0}{T_{rif}}}}{\frac{p_1}{p_{rif}}} \rightarrow \text{non lo conosco perché } p_1 \neq p_0$$

$$\frac{\beta_{CA}}{\dot{m}_{CA}} = \frac{\frac{p_2}{p_1}}{\frac{\dot{m} \sqrt{\frac{T_1}{T_{rif}}}}{\frac{p_1}{p_{rif}}}} = \frac{\frac{p_2}{p_0}}{\frac{\dot{m} \sqrt{\frac{T_0}{T_{rif}}}}{\frac{p_0}{p_{rif}}}} = \frac{\beta_{CN}}{\dot{m}_{CN}}$$

$\dot{m}_{CA} > \dot{m}_{CN} \rightarrow p_1 < p_0$

$$\text{tg } \beta_A = \text{tg } \beta_N$$

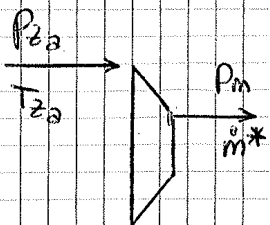
$$\beta_{CA} < \beta_{CN}$$

$$\frac{\beta_{CA}}{\dot{m}_{CA}} = \frac{\beta_{CN}}{\dot{m}_{CN}}$$

$$L_{CN} < L_{CA} < L_{CN}$$

→ la peggiore delle soluzioni

↓  
la migliore delle soluzioni



## REGOLAZIONE AERONAUTICA

Le regolazioni per RIFLUSSO e TUTTO O NIENTE non sono realizzabili

4

$$z < z_a$$

$$\left. \begin{aligned} P_z &> P_{2a} \\ T_z &> T_{2a} \end{aligned} \right\}$$

$$\beta_{cw} = \frac{P_m}{P_z} < \beta_c^*$$

$$\dot{m}_{cw} = \frac{\dot{m} \sqrt{\frac{T_z}{T_{rif}}}}{\frac{P_z}{P_{rif}}} < \dot{m}_c^*$$

è l'angolo che forma la retta passante per O e N con l'asse x

$$\tan \beta_N = \frac{\beta_{cw}}{\dot{m}_{cw}} = \frac{\beta_c^*}{\dot{m}_c^*} \cdot \sqrt{\frac{T_{2a}}{T_z}} = \tan \beta^* \cdot \underbrace{\sqrt{\frac{T_{2a}}{T_z}}}_{< 1 \rightarrow T_z > T_{2a}}$$

→ scendendo con la quota  $T_z$  e  $P_z$  aumentano, ma  $P_z$  aumenta più di  $T_z$

5

$$P_z > P_m$$

$$P_z = P^*$$

$$n_{cw} < n_c^*$$

$$n_{cw} \left[ \frac{n_H}{\sqrt{\frac{T_z}{T_{rif}}}} \right] = \frac{n^*}{\sqrt{\frac{T_z}{T_{rif}}}} \cdot \underbrace{\sqrt{\frac{T_z}{T_{2a}}}}_{n_c^*}$$

$$\beta_{cw}^* = \frac{\dot{m} \sqrt{\frac{T_z}{T_{rif}}}}{\frac{P_z}{P_{rif}}} = \dot{m}_{cw}$$

discorso del tutto analogo alla regolazione industriale

# TURBINE



$$S: \quad p_1 < p_0 \quad c_1 > c_0 \quad l_i = 0$$

$$R: \quad l_t < 0 \quad l_t = -l_i \quad c_2 < c_1$$

$$p_2 = p_1 \quad \rightarrow \quad \text{TURBINA AD AZIONE}$$

$$p_2 < p_1 \quad \rightarrow \quad \text{TURBINA A REAZIONE}$$

La pressione nelle turbine scende, quindi il gradiente si somma. Di conseguenza, non può esserci stallo

## TURBINA ASSIALE AD AZIONE

$$l_t = u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2} = u (c_{u1} - c_{u2}) \quad p_2 = p_1$$

$$\text{FUNZIONAMENTO IDEALE} \rightarrow l_w = 0 \rightarrow |w_2| = |w_1|$$

$$1 \rightarrow 2 \text{ rif. rotante} \Rightarrow 0 = \int_1^2 \rho dp + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} - \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} = 0$$
$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = 0 \rightarrow |w_2| = |w_1|$$



S:  $0 \rightarrow 1 \quad 0 = C_p (T_1^0 - T_0^0)$

$T_1^0 = T_0^0 \rightarrow$  punto  $1^0 \equiv 0^0$

R:  $L_t = C_p (T_1^0 - T_2^0) > 0$

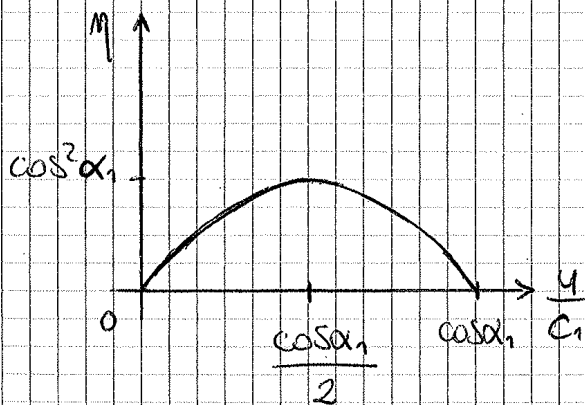
$T_1^0 > T_2^0 \rightarrow 1^0 > 2^0$

$L_{id} = C_p (T_0^0 - T_2^0) = C_p (T_1^0 - T_1) = \frac{C_1^2}{2}$  → energia cinetica generata dallo statore che viene trasformata in lavoro del rotore

l'energia cinetica finale è  $\neq 0$ , ma minore che all'ingresso del rotore

$L_{id} - L_t = \frac{C_2^2}{2}$

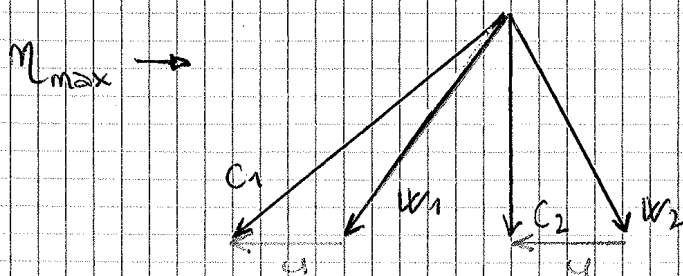
$m = \frac{L_t}{L_{id}} = \frac{2u(C_1 \cos \alpha - u)}{\frac{C_1^2}{2}} = 4 \frac{u}{C_1} \left( \cos \alpha - \frac{u}{C_1} \right)$

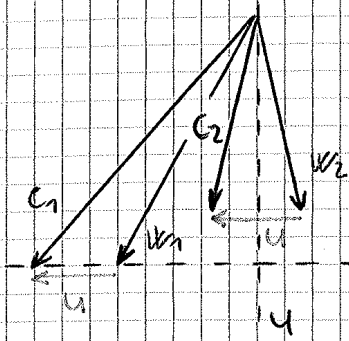


per  $\alpha_1 = 20^\circ$

↓  
 $m \approx 90\%$

↓  
siamo nel caso ideale!





il triangolo ottimale è quello con  $c_2$  positiva (non devo risparmiare troppo sulle perdite di energia cinetica di scarico altrimenti le altre perdite aumentano più di quanto non abbia risparmiato)

TURBINE AD AZIONE  $\rightarrow L_{t \eta_{max}} = 2u^2$

### TURBINE A SALTI DI PRESSIONE

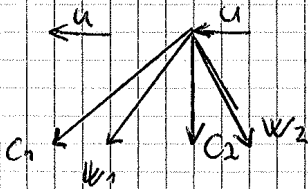
stadi uguali: S ( $\Delta p < 0$ )  $\rightarrow$  nello statore ho un calo di pressione

R ( $L_t$ )  $\rightarrow$  nel rotore genero lavoro

tanti stadi uguali ripetuti  $\rightarrow L_t = n \cdot 2u^2$

### TURBINE A SALTI DI VELOCITÀ

si vuole un lavoro molto grande (espansione grande)



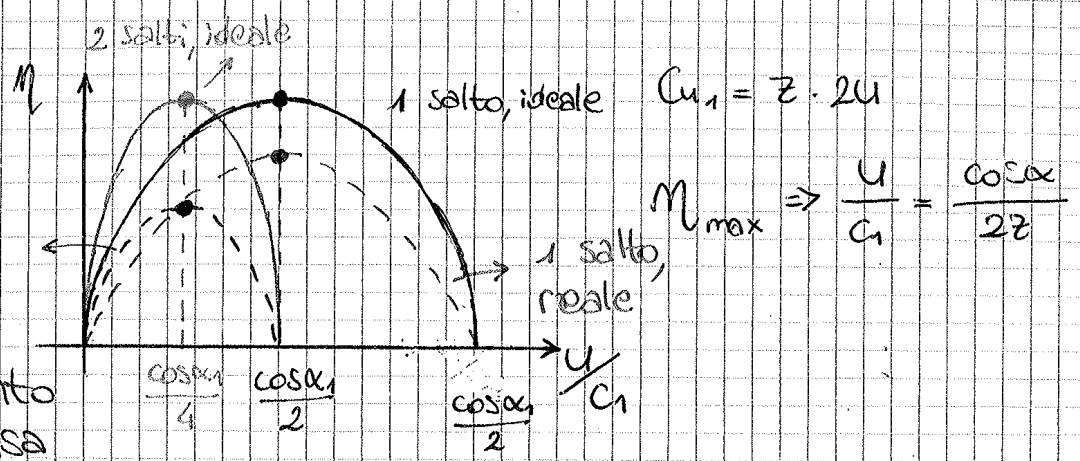
non posso aumentare troppo  $c_1$  nello statore, altrimenti, con la stessa  $u$ , si sposterebbe  $c_2$  troppo a dx

solitamente non si fa, si preferisce usare uno statore che trasformi  $c_2$  in  $c_1''$  per il rotore successivo

$\downarrow$   
 posso però usare questa  $c_2$  per far ruotare un secondo rotore controrotante  
 RADDRIZZATORE

$\rightarrow$  faccio espandere tutto nel primo rotore e poi raddrizzo

23



2 salti, reale  
 ↓  
 il rendimento si abbassa per via degli attriti

all' aumentare dei salti la curva si schiaccia e si sposta verso SX

TURBINA A REAZIONE

Presentano un miglior rendimento ma il lavoro è circa la metà delle turbine ad azione

Sono le uniche presenti in campo aeronautico per via della variazione di pressione lungo il raggio della paletta

- TURBINA A VAPORE → grande albero, piccola paletta, alta densità
- TURBINA AERONAUTICA → piccolo albero, grande paletta, bassa densità, grande portata

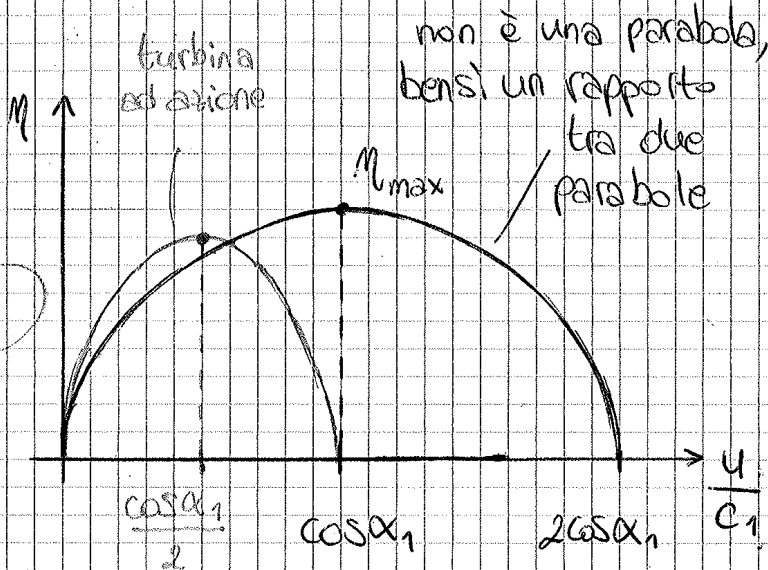
$$L_{id} = \frac{C_1^2}{2} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2}$$

$$\eta = \frac{L_t}{L_{id}} = \frac{u(2C_1 \cos \alpha_1 - u)}{\frac{C_1^2}{2} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2}}$$

$$W_2^2 = C_1^2$$

$$W_1^2 = C_1^2 + u^2 - 2u C_1 \cos \alpha_1$$

← TEOREMA DI APOLONIO applicato al triangolo



$$\eta_{\max \text{ azione}} < \eta_{\max \text{ reazione}}$$

$$\eta_{\max} \leftrightarrow \frac{u}{C_1} = \cos \alpha_1$$

$$\eta_{\max} = \frac{2 \cos^2 \alpha_1}{1 + \cos^2 \alpha_1}$$

$$L_{t \eta_{\max}} = u^2 = L_{\text{azione}} \cdot \frac{1}{2}$$

↳ per uno stadio di turbina ad azione mi servono due stadi di turbina a reazione

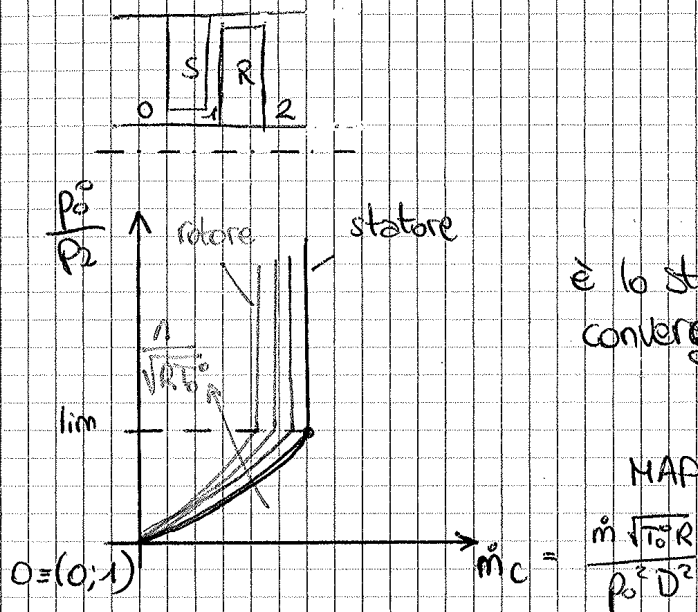
Nelle turbine a reazione, spostandosi un po' dal massimo il rendimento rimane circa costante ↴

nelle turbine ad azione esso cala invece in maniera non trascurabile

$\psi_A > \psi_R \rightarrow$  per via del recupero  
azione      recupero

$\psi_A < \psi_A \rightarrow$  non c'è recupero nel rotore (espansione solo nel rotore)

$\psi_R \approx \psi_A \rightarrow$  c'è espansione sia nel rotore che nello statore



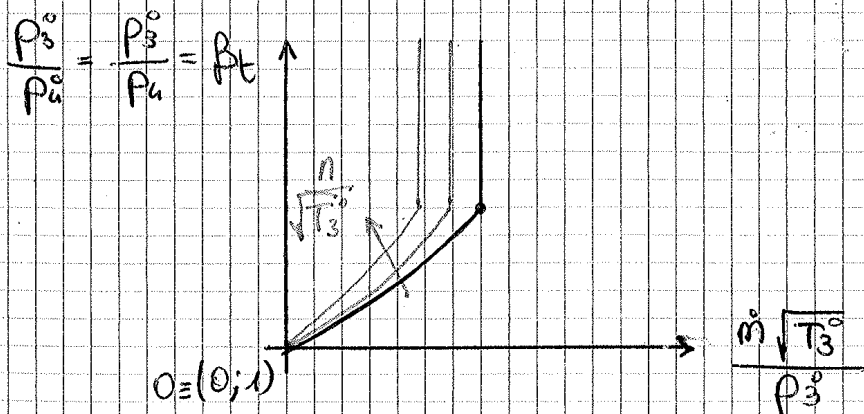
è lo stesso grafico dell'ugello convergente, ma ribaltato

MAPPA DELLO STATORE

$$\dot{m}_{rot} = \frac{P_{1rel} \cdot A_t}{\sqrt{R T_{1rel}}} f\left(\frac{P_2}{P_{1rel}}\right)$$

$\swarrow$   $f(M_{2rel})$

se  $u \uparrow \Rightarrow w_1 \downarrow$ ,  $P_{1rel} \downarrow$ , deve scendere  $p_2$  per garantire  $\dot{m}_{rot}$



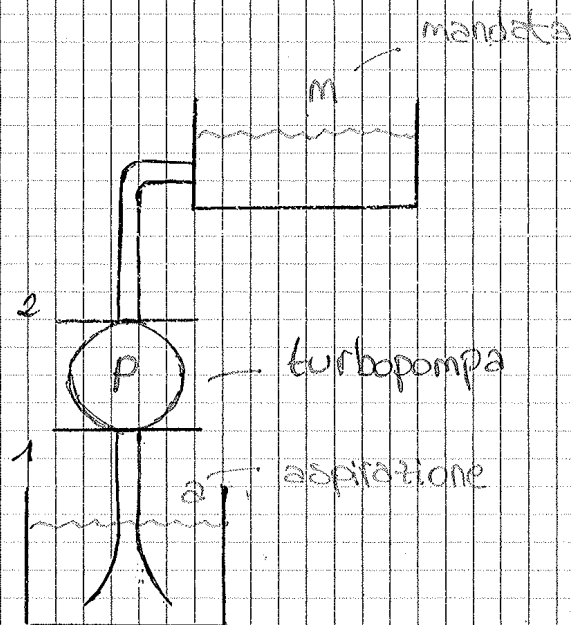
# TURBOPOMPE

compressori per liquidi  $\rightarrow$  non si può trascurare  $E_g$   
 $\hookrightarrow$  diversa entalpia

FORMA MISTA, RIFERIMENTO FISSO

$$L_i = \int v dp + \Delta \bar{E}_c + \Delta \bar{E}_g + \cancel{L_w} = 0 \text{ (trascurato)} \quad v = \frac{1}{\rho} = \text{cost}$$

$$L_i = \frac{\Delta P}{\rho} + \Delta \bar{E}_c + \Delta \bar{E}_g$$



$$1 \rightarrow 2 \Rightarrow L_i = L_p = \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + L_{wp}$$

$$a \rightarrow m \Rightarrow L_p = \frac{P_m - P_a}{\rho} + \frac{C_m^2 - C_a^2}{2} + g(z_m - z_a) + L_{wp} + L_{wc}$$

perdite  
nel condotto



$$L_p - L_w = \frac{\psi - \beta}{\psi} \cdot u^2$$

$$\psi, \beta \rightarrow P(\psi)$$

$$\dot{m} = \rho C_0 A \times \psi \cdot u$$

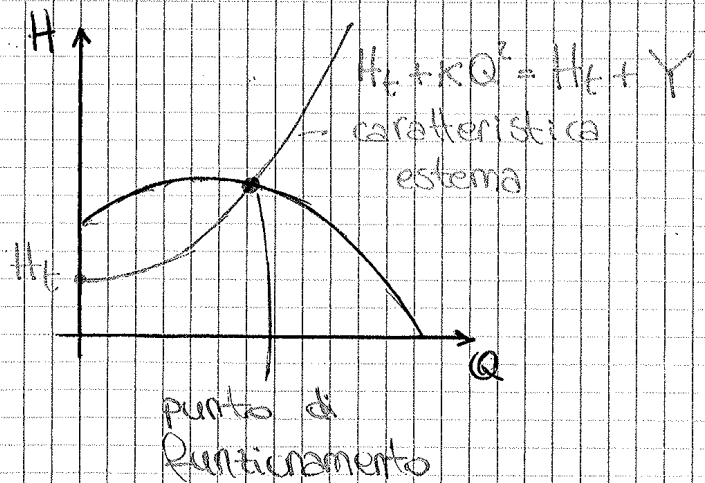
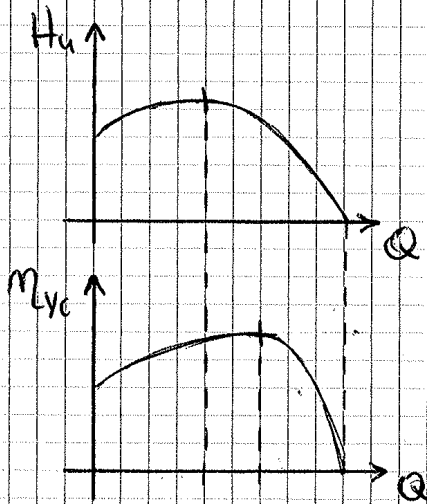
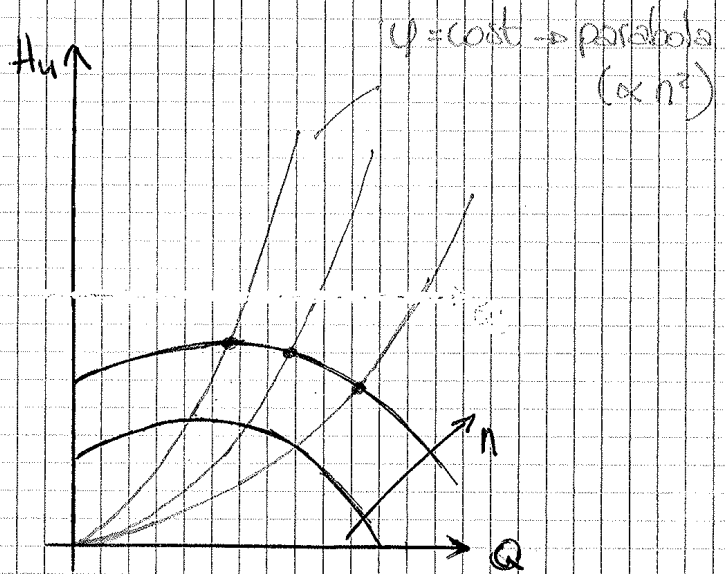
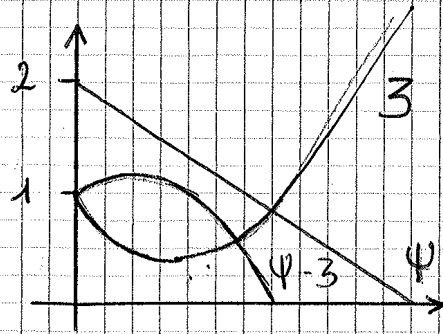
$$Q = \frac{\beta^3}{\psi} = C_0 \cdot A \times \psi \cdot u$$

$$\psi = \text{cost} \rightarrow H_u \propto n^2$$

$$Q \propto n$$

$$m_{lvc} = \frac{L_p - L_{wp}}{L_p} = \frac{\psi - \beta}{\psi}$$

$$Y \propto Q^2$$



$$a \rightarrow 1$$

= 0 perché inizialmente fermo

$$0 = \frac{P_1 - P_a}{\rho} + \frac{C_1^2 - C_a^2}{2} + g(z_1 - z_a) + L W_{ca}$$

condotto di aspirazione

$$\frac{P_a - P_{vap}}{\rho g} - (z_1 - z_a) - \frac{L W_{ca}}{g} \geq \frac{C_1^2}{2g} + \lambda \frac{W_1^2}{2g}$$

NPSH<sub>circuito</sub>

≥ NPSH<sub>pompa</sub>

NET POSITIVE  
SUCTION HEAD

→ battente netto  
positivo all'aspirazione

↓  
quanto sopra siamo rispetto  
al "consumo" (all'abbattimento)  
della pompa

↓  
dipende dalla T,  
da come e dove è  
messa la pompa,  
ma non da come e  
è fatta

NUMERO DI THOMA

$$\sigma = \frac{NPSH_{pompa}}{H_u} = f(\varphi)$$

←  
dipende solo dal punto di  
funzionamento della pompa  
(dal numero di giri e da  $\varphi$ )

