NUMERO: 1125

DATA: 22/09/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Russano

MATERIA: Termodinamica e Trasmissione del Calore

Prof. Ioveno_Chiocchia

FLUIDI

3.3.2017

FLUIDO – SI ADEGUA ALLA FORMA SENZA TENSIONI INTERNE
– NON OPPONE RESISTENZA ALLE DEFORMAZIONI MA AL MOVIMENTO
– FLUISCE FINO A CHE AGISCONO LE AZIONI DINAMICHE

Il mezzo principale per scambiare calore è il FLUIDO.
Può essere liquido o gassoso: un gas occupa tutto il volume a sua disposizione, il liquido si adegua a qualunque forma senza opporre resistenza, ma si oppone alla VELOCITÀ DI DEFORMAZIONE.
Finché una forza agisce su un fluido, questo resta in movimento.

Proprietà dei fluidi:
- PRESSIONE: sforzo normale alla superficie reale o immaginaria
- ATTRITO: sforzo tangenziale
- CONDUCIBILITÀ TERMICA: possono trasmettere calore
- COMPRESSIBILITÀ: possono cambiare la loro densità

Il fluido si può studiare su:
- SCALA MOLECOLARE: distanza che una molecola deve percorrere per urtarne un'altra: LIBERO CAMMINO MEDIO (ℓ)
- SCALA FENOMENOLOGICA: dimensione dell'oggetto di studio (L)

Il rapporto ℓ/L è il NUMERO DI KNUDSEN.
Un FLUIDO CONTINUO è un fluido in cui il numero di molecole è molto grande rispetto alla dimensione del fenomeno.
La PARTICELLA FLUIDA è un piccolo volume di molecole di fluido con dimensione $d\vec{x}$ molto grande rispetto a ℓ e molto piccolo rispetto a L.
Può assumere le grandezze medie delle molecole.
$d\vec{x}$ è la SCALA DI RISOLUZIONE.

$$\ell \ll d\vec{x} \ll L$$

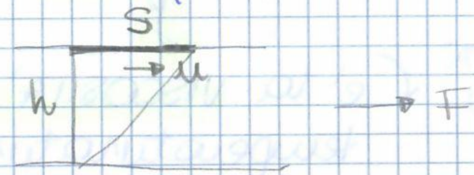
Con quest'ipotesi il fluido è continuo.

PROPRIETÀ FISICHE

Consideriamo due correnti fluide parallele con velocità diverse, che a un certo punto si incontrano. A lungo andare, il profilo delle velocità tende ad appiattirsi a causa dello **SFORZO TANGENZIALE**, causato quindi da differenze di velocità.

Newton fu il primo a supporre che il diagramma delle velocità fosse triangolare (per profondità non troppo elevate):

LEGGE DI NEWTON $$F = \mu S \frac{\vec{u}}{h}$$



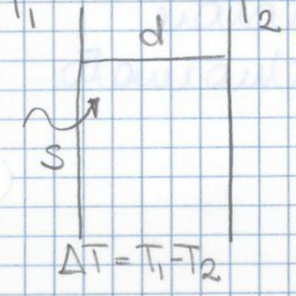
μ è la **VISCOSITÀ DINAMICA**: RAPPRESENTA L'ATTRITO INTERNO DI UN FLUIDO, CIOÈ LA SUA MAGGIORE O MINORE PROPENSIONE A SFUMARE LE DIFFERENZE DI VELOCITÀ

$$[\mu]_{cgs} = \frac{dyne}{cm^2} \cdot \frac{cm}{cm} \cdot s = \text{POISE } (P)$$

$$[\mu]_{SI} = Pa \cdot s \qquad 1\,Pa \cdot s = 10 \text{ Poise}$$

La condizione al contorno è l'aderenza alla parete: la velocità della parete è pari alla velocità del fluido alla parete.

FENOMENO CORRISPONDENTE IN CAMPO TERMICO



LEGGE DI FOURIER $$\dot{Q} = -\lambda S \frac{\Delta T}{d}$$

$$[\dot{Q}] = \frac{cal}{s} \text{ o } J/s$$

λ è la **CONDUCIBILITÀ**, una caratteristica del fluido e del suo stato fisico

$$[\lambda] = \frac{cal}{msK} = \frac{J}{msK} = \frac{W}{mK}$$

NEI LIQUIDI, μ DIMINUISCE CON LA TEMPERATURA, MENTRE NEI GAS AUMENTA

Queste leggi fisiche derivano dal fatto che due strati continui hanno diverse quantità di moto e energia cinetica (quelli più veloci ne cedono e quelli più lenti) si scambiano quindi **ENERGIA TERMICA** e quindi viscosità dinamica e conducibilità sono funzioni della temperatura.

FORMULA DI SUTHERLAND $$[\mu]_{gas}(T) = S \frac{T^{3/2}}{T + \gamma} \qquad [\mu]_{liq} = A e^{-B/T}$$

TRASFORMAZIONI e PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

6.3.2014

Dal punto di vista meccanico, ci si occupa del moto d'insieme, del moto del baricentro.
Ma per quanto riguarda l'energia cinetica, il moto del baricentro non basta più: bisogna usare il TEOREMA DI KÖNIG che considera anche i moti relativi al baricentro

SISTEMA TERMODINAMICO: QUANTITÀ OMOGENEA DI MATERIA

$$\Sigma \frac{1}{2} m v_G^2 + \Sigma \frac{1}{2} m_k (v_k - v_G)^2$$

Il secondo termine è l'ENERGIA INTERNA, non è dovuto al moto, si misura tramite la temperatura per determinare i moti di agitazione delle molecole.
Il moto delle molecole è definito tramite le VARIABILI DI STATO: DEFINISCONO LO STATO TERMODINAMICO

- MASSA m ⟶ DENSITÀ $\rho = m/V$ ⟶ VOLUME SPECIFICO $v = 1/\rho = V/m$
- QUANTITÀ DI MOTO ρu
- ENERGIA tramite PRESSIONE e TEMPERATURA

Grazie all'EQUAZIONE DI STATO DEI GAS PERFETTI basta conoscere due variabili: è una legge empirica (non sempre soddisfatta.

EQ. DI STATO: RELAZIONI TRA GRANDEZZE CHE INDIVIDUANO UNA CERTA CONFIGURAZIONE DI EQUILIBRIO TERMODINAMICO

* NON DIPENDONO DA COME IL FLUIDO È STATO PORTATO ALLO STATO DESCRITTO

$$pV = NRT$$

$$N = \frac{n}{N_A} = \frac{m_0 n}{m_0 N_A} = \frac{m}{M}$$ massa molare

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

$$p = \frac{m}{V} \frac{R}{M} T$$

$R = 8314 \ J/kmol$

È LA COSTANTE SPECIFICA DEI GAS

$$p = \rho R^* T$$

$$p v = R^* T$$

STATO DI EQUILIBRIO: CONFIGURAZIONE IN CUI LA RIPARTIZIONE DI ENERGIA È BEN ASSESTATA (SISTEMA IN QUIETE)

Il passaggio da uno stato a un altro viene detto TRASFORMAZIONE. Ci si occupa delle trasformazioni energia del sistema $E = N \frac{\ell}{2} RT = \ell \left[n \frac{1}{2} KT \right]$ costante di Boltzmann

ℓ gradi di libertà

$$e = \frac{E}{m} = \frac{\ell}{2} \frac{R}{M} T$$

C_v

$p = cost$ ISOBARA

$$dq - pdv = de$$
$$dq = c_p dT$$
$$de = C_v dT$$
$$C_p dT - \frac{R}{M} dT = C_v dT$$
$$(C_p - C_v - R^*) dT = 0$$
$$C_p - C_v = R^*$$
$$C_p = \frac{\ell}{2}\frac{R}{M} + \frac{R}{M} = \frac{(\ell+2)}{2}\frac{R}{M}$$

$\gamma > 1$ $\quad \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\ell+2}{\ell}$

$\gamma = 1,667$ MONOATOMICI
$\gamma = 1,4$ BIATOMICI
$\gamma = 1,33$ POLIATOMICI

- ISOBARA $\quad C_p \quad v \propto T \quad dq = C_p dT$
- ISOCORA $\quad C_v \quad p \propto T \quad dq = C_v dT$
- ISOTERMA $\quad \not\exists C \quad P/\rho = cost \quad dq = pdv$
- $dq = 0$ ADIABATICA (SISTEMA ISOLATO TERMICAMENTE, NON SCAMBIA CALORE) $\quad dl = de$

$$C_v dT = -pdv$$

$\frac{R}{M} dT = d(pv)$ $\quad \gamma = \frac{\ell+2}{\ell} \quad C_p = \gamma C_v$

$C_v = \ell/2 \, R/M$ $\quad C_v = \frac{1}{\gamma-1}\frac{R}{M}$

$$\frac{1}{\gamma-1}\frac{R}{M} dT = -pdv$$
$$\frac{1}{\gamma-1} d(pv) = -pdv$$
$$pdv + vdp = -(\gamma-1)pdv$$
$$\gamma pdv + vdp = 0$$
$$vdp = -\gamma pdv$$
$$\frac{d}{dv}\log p = -\gamma \frac{d}{dv}\log v = \frac{d}{dv}\log v^{-\gamma}$$

$$= c_v \left(\frac{n-\gamma}{n-1}\right)$$

$$dl = p\,dv$$

$$pv^n = \text{cost}$$

$$dp\,v^n + n v^{n-1} p\,dv = 0$$

$$v\,dp = -np\,dv$$

$$\frac{dp}{dv} = -n\frac{p}{v}$$

$$p v^n = p_0 v_0^n$$

$$p = p_0 v_0^n v^{-n}$$

$$\frac{dp}{dv} = -n\frac{p_0 v_0^n v^{-n}}{v} = -\frac{n p_0 v_0^n}{v^{n+1}}$$

$$l = \int p\,dv = \int p_0 v_0^n v^{-n}\,dv = p_0 v_0^n \left(\frac{1}{1-n} v^{1-n}\right)\Big|_1^2$$

$$= p_0 v_0^n \left(\frac{v_2^{1-n} - v_1}{1-n}\right)^{-n}$$

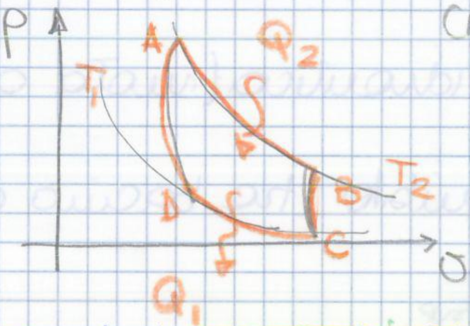
$$l = \frac{p_2 v_2}{1-n}\left(1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{1-n}\right)$$

$$\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n = \frac{p_2}{p_1} \qquad \left(\frac{v_1}{v_2}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1/n}$$

$$l = \frac{p_2 v_2}{1-n}\left(1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-n}{n}}\right)$$

- tutto il calore deve essere conferito al ciclo alla temperatura più alta (ISOTERMA)
- tutto il calore deve essere restituito all'ambiente alla minima temperatura (ISOTERMA)
- i salti di temperatura devono essere minimi, impercettibili
- il passaggio tra le due isoterme devono essere trasformazioni adiabatiche perfette (senza dispersione di calore). Devono essere ISOENTROPICHE.

(ASSENZA DI ATTRITI)



Carnot non sapeva che

$Q_2 \neq Q_1 \rightarrow Q_2 > Q_1$

Questo è il CICLO DI CARNOT, rappresenta il ciclo di massimo rendimento ottenibile in natura tra due temperature fissate. Si hanno condizioni sulle temperature affinché le trasformazioni siano spontanee.

È il RENDIMENTO TERMODINAMICO (vale sempre!)

$$\eta = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} =$$

lavoro meccanico prodotto dal fluido

solo per Carnot $= \frac{L^*}{Q_2}$ lungo tutte le trasformazioni / lungo le isoterme

$L^* = L_2^* - L_1^*$ le isoentropiche non contribuiscono

$de = \delta q + \delta l = \delta q - \delta l^*$

BC & DA $\quad \delta q = 0$

$\delta l^* = -\delta e = -c_v\, dT$ quindi i lavori sono uguali e opposti

AB & CD $\quad de = 0$

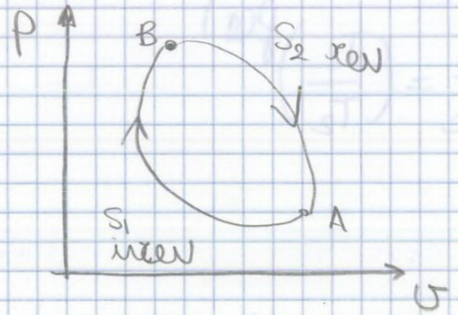
$\delta q = \delta l^*$

$Q_1 = L_1^* \qquad Q_2 = L_2^*$

$$\eta = \frac{L_2^* - L_1^*}{L_2^*}$$

$$dS = \frac{\delta Q_{rev}}{T}$$

Questa quantità è una FUNZIONE DI STATO, perché il suo valore non dipende dal percorso (trasformazione) ma da punto iniziale e punto finale. E' l'ENTROPIA, permette di definire tramite le sue variazioni il tipo di trasformazione (anche lungo una irreversibile, l'entropia non cambia).



$$\eta = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} < \frac{T_2 - T_1}{T_2}$$

$$\cancel{1} - \frac{Q_1}{Q_2} < \cancel{1} - \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1} < 0$$

δQ SCAMBIATO IRREVERSIBILMENTE PRODUCE UN AUMENTO DI ENTROPIA MAGGIORE

$$\oint \frac{\delta Q_{irr}}{T} < 0$$

$$\int_A^B \frac{\delta Q_{irr}}{T} + \int_B^A \frac{\delta Q_{rev}}{T} < 0$$

Si scambia meno calore

$$\int_A^B \frac{\delta Q_{irr}}{T} < S_B - S_A$$

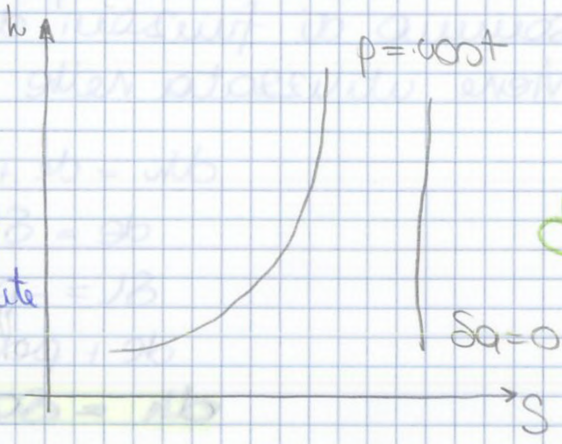
In un sistema isolato, l'entropia aumenta.

(ASSENZA DI SCAMBI DI CALORE CON L'ESTERNO)

$$S_B - S_A > 0$$

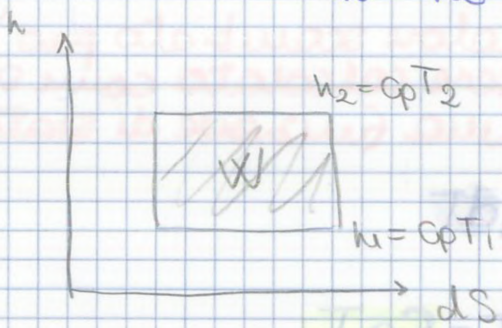
$$dh = \delta q_{rev} + v dp$$
$$dh = TdS + vdp$$
$$TdS = dh - vdp$$ Ho solo differenziali esatti

$dp = 0$ $$TdS = dh$$
$$\frac{dh}{dS} = T$$



E' un DIAGRAMMA ENTALPICO.
la temperatura è il coefficiente angolare locale della curva

$$\frac{dh}{dS} = \frac{h}{c_p}$$
$$h = h_0 e^{\frac{S - S_0}{c_p}}$$



E' il ciclo di carnot sul diagramma entalpico.
L'area rappresenta il lavoro sviluppato dal ciclo. $(Q_2 - Q_1)$

VARIAZIONE DELLA DENSITA' NEI FLUIDI:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = -\frac{\Delta v}{v}$$

la variazione di densità avviene a causa di una variazione di pressione o temperatura.
A causa della pressione:

COEFFICIENTE DI COMPRIMIBILITA' $\beta = \frac{\Delta \rho / \rho}{\Delta p}$
(SOPRATTUTTO NEGLI AERIFORMI)

$K = \frac{1}{\beta}$ BULK MODULUS [Pa]

VELOCITA' DI PROPAGAZIONE delle piccole oscillazioni in un corpo $$c^2 = \frac{\Delta p}{\Delta \rho} = \frac{1}{\rho \beta}$$

$$\beta = \frac{1}{\rho c^2}$$

ESERCITAZIONE 17.3.2014

$$\rho_{H_2O} = 1000 \ kg/m^3$$

$$1 \ in = 2{,}54 \ cm = 2{,}54 \cdot 10^{-2} \ m$$

$$1 \ ft = 12 \ in = 0{,}3048 \ m$$

$$1 \ y = 3 \ ft = 36 \ in = 0{,}9144 \ m$$

$$1 \ lb = 0{,}453 \ kg$$

$$1 \ psi = 6894 \ Pa$$

$$1 \ btu = 1055{,}1 \ J$$

$$0°C = 32° F$$

$$100°C = 212° F$$

$$T = x°C = \left(\frac{9}{5}x + 32\right)° F$$

$$T = y°F = \left(\frac{5}{9}(y - 32)\right)° C$$

#1 Consideriamo il volo di un velivolo con $L = 10 \ m$. Quant'è il numero di Knudsen in funzione della quota? Fino a che quota posso considerare il flusso continuo?

$$K_n = \frac{\ell}{L}$$

$K_n \ll 1$

3% flusso continuo

3-2% flusso continuo se velocità alle pareti = 0

$$\ell = \frac{m_0}{\sigma \cdot \rho}$$

m_0 → massa della molecola

σ → sezione dell'urto

$$\rho(z) = \rho_0 e^{-\alpha z}$$

$$\alpha = 1{,}394 \cdot 10^{-4} \ m^{-1}$$

$$\frac{1}{\alpha} = 7000 \ m$$

$$\mathcal{M}_{NH_3} = 17 \ kg/mol$$

$$l = 6 \longrightarrow \gamma = \frac{4}{3}$$

$$c_V = \frac{l}{2}\frac{R}{\mathcal{M}} = 1467{,}2 \ J/kgK$$

$$m = \rho V$$

$$\frac{p}{\rho} = \frac{R}{\mathcal{M}} T$$ devo usare quello iniziale

$$\rho = \frac{p}{T}\frac{\mathcal{M}}{R} = 3{,}01 \ kg/m^3$$

$$m = 1{,}24 \ kg$$

$$\boxed{Q = 9{,}10 \cdot 10^4 \ J}$$

$$dq - p\,dv = de$$

$$dh = dq + v\,dp$$

$$q = h_{fin} - h_{in} = c_p(T_{fin} - T_{in})$$

$$T_{fin} = T_{in} + \frac{q}{c_p} =$$

$$= T_{in} + \frac{c_V(T_{fin}^* - T_{in})}{c_p} =$$ quello del primo passaggio

$$= T_{in} + \frac{1}{\gamma}(T_{fin}^* - T_{in}) = 360{,}15 \ K$$

$$pv = \frac{R}{\mathcal{M}} T$$

$$\frac{\rho_{in}}{\rho_{fin}} = \frac{T_{fin}}{T_{in}}$$

$$\frac{m v_{fin}}{m v_{in}} = \frac{T_{fin}}{T_{in}}$$

$$V_{fin} = V_{in}\frac{T_{fin}}{T_{in}} = 0{,}44 \ m^3$$

#3 MISCELA:

$C_{N_2} = 75,4\ \%$

$C_{O_2} = 23,2\ \%$ calcolare χ_i

$C_{Ar} = 1,38\ \%$

$$pV_i = N_i RT$$

$$\frac{V_i}{V} = \frac{N_i}{N_t} = \chi_i$$

$$\chi_i = c_i \frac{M_{misc}}{M_i}$$

$$\chi_{N_2} + \chi_{O_2} + \chi_{Ar} = 1$$

$$C_{N_2} \frac{M_{misc}}{M_{N_2}} + C_{O_2} \frac{M_{misc}}{M_{O_2}} + C_{Ar} \frac{M_{misc}}{M_{Ar}} = 1$$

$$M_{misc} \left(\frac{C_{N_2}}{M_{N_2}} + \frac{C_{Ar}}{M_{Ar}} + \frac{C_{O_2}}{M_{O_2}} \right) = 1$$

$$M_{misc} = 28,93\ kg/mol$$

$\chi_{N_2} = 0,78$

$\chi_{O_2} = 0,21$

$\chi_{Ar} = 0,01$

$$p_A v_A = R^* T_A \quad \& \quad p_B v_B = R^* T_B$$

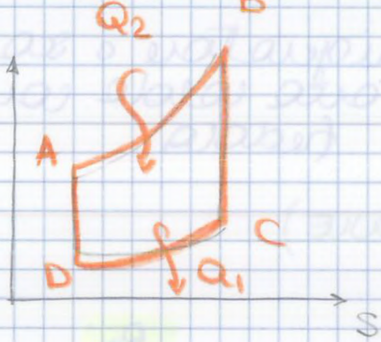
$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{T_A}{T_B}$$

$$\frac{v_D}{v_C} = \frac{T_D}{T_C}$$

(IDEALE) $$\eta_i = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = 1 - \frac{T_C\,\cancel{(1 - T_D/T_C)}}{T_B\,\cancel{(1 - T_A/T_B)}} =$$

$$= 1 - \frac{T_C}{T_B} = 1 - \frac{T_D}{T_A} =$$

$$= 1 - \frac{1}{\rho^{\gamma-1/\gamma}} < 1 - \frac{T_{max}}{T_{min}}$$



AB è più ripida perché la temperatura aumenta, CD è meno ripida perché la temperatura diminuisce

$$h_B - h_A = Q_2 = c_p (T_B - T_A)$$
$$h_C - h_D = Q_1 = c_p (T_C - T_D)$$

$$h_A - h_D = \overline{\mathcal{L}_C}$$
$$h_B - h_C = \overline{\mathcal{L}_t}$$

$$h_A - h_D = h_D\left(1 - \frac{h_A}{h_D}\right) = h_D\left(1 - \frac{T_A}{T_D}\right) =$$
$$= h_D\left(1 - \frac{1}{\rho^{\gamma-1/\gamma}}\right) = \overline{\mathcal{L}_C}$$

$$h_B - h_C = h_B\left(1 - \frac{h_C}{h_B}\right) = h_B\left(1 - \frac{T_C}{T_B}\right) =$$
$$= h_B\left(1 - \frac{1}{\rho^{\gamma-1/\gamma}}\right) = \overline{\mathcal{L}_t}$$

$$\eta_i = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = \frac{h_B - h_A - (h_C - h_D)}{h_B - h_A} = \frac{\overline{\mathcal{L}_t} - \overline{\mathcal{L}_C}}{Q_2}$$

ESERCITAZIONE

\# 1 CICLO DI BREYTON!

$W = 15\ MW$ $\qquad c_p = 1\ KJ/KgK$

$\beta = 3$

$T_D = 288\ K$ $\qquad h_D = c_p T_D = 288\ KJ/Kg$

$p_1 = 10^5\ Pa$ $\qquad \eta_B = 0{,}92$

$\eta_t = 0{,}93$ $\qquad \eta_c = 0{,}88$

potere calorifico $H_i = 418000\ KJ/KgK$

serve un vincolo sulla temperatura $T_{max} = 1050\ K$ $\qquad h_B = 1050\ KJ/Kg$

$$p_2 = \beta p_1 = 3\ bar$$

$$h_A = h_D\, \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

suppongo biatomico $\dfrac{\gamma-1}{\gamma} = 0{,}2857$

$$h_A - h_D = 394 - 288 = 106\ KJ/Kg$$

$$h_A' - h_D = \frac{h_A - h_D}{\eta_c} = 120\ KJ/Kg = \mathcal{L}_C$$

$$h_A' = 408\ KJ/Kg$$

$$h_C = \frac{h_B}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = 767\ KJ/Kg$$

$$T_C = 767\ K$$

$$h_B - h_C = 283\ KJ/Kg$$

$$h_B - h_C' = \eta_t (h_B - h_C) = 263\ KJ/Kg$$

$$h_C' = 787\ KJ/Kg$$

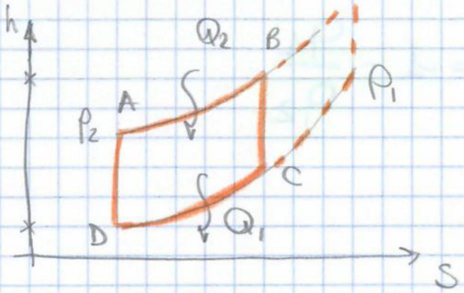
$$T_C' = 787\ K$$

$$W = \dot{M} (\Delta h)_t$$

$$\dot{M} = 57\ Kg/s$$

CICLI RIGENERATIVI e INVERSI e PASSAGGI DI STATO

24.3.2013

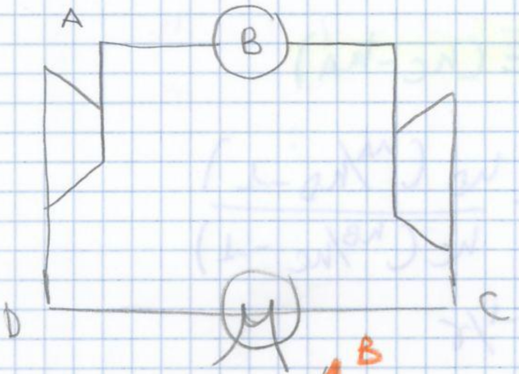


il rapporto di compressione barometrico determina il rendimento $\rho = \frac{p_2}{p_1}$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\rho^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

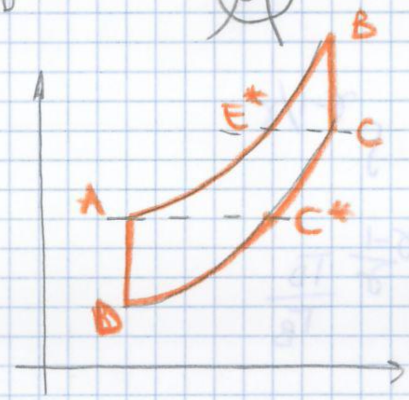
Se io fornisco più calore, il rendimento non cambia, aumenta la temperatura di C:

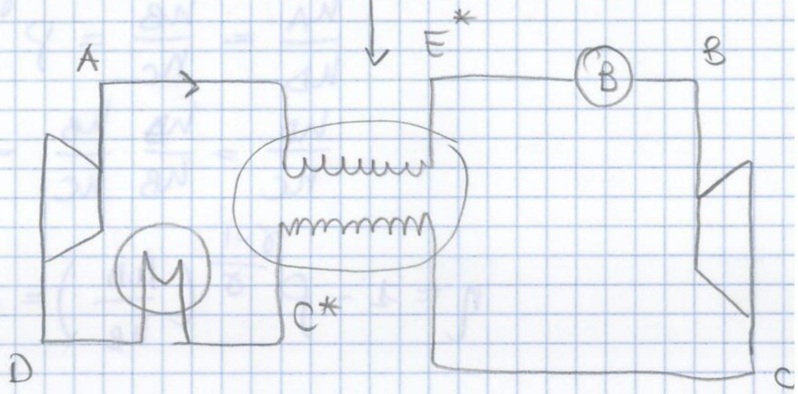
Se $T_C > T_A$, uso il fluido che arriva in C per scaldare il fluido in A



Invece di cedere all'ambiente il calore in eccesso in C, lo metto in uno

SCAMBIATORE DI CALORE





In questo modo, aumenta η

$p = \text{cost} \rightarrow dq = dh$

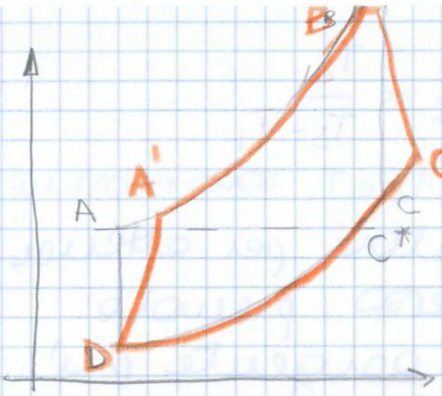
$C \rightarrow C^*$ $\quad h_C - h_{C^*} = h_E - h_A$

condizioni ideali

$$\cancel{\dot{m}}(h_E - h_A) = \cancel{\dot{m}}(h_C - h_A)$$

$$h_E = h_C$$

Nello scambiatore, tutto il calore passa da un punto all'altro

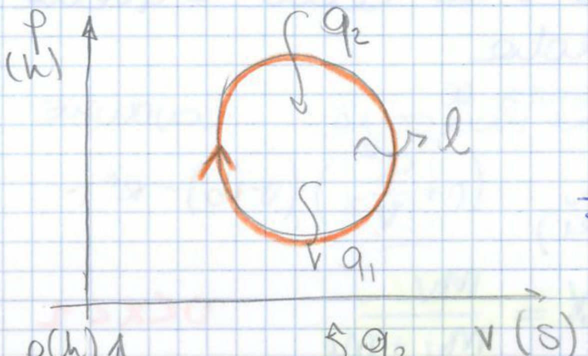


$$\varepsilon = 0,8$$

$$\eta = 1 - \frac{q_1'}{q_2'} = 1 - \frac{h_{C^*} - h_D}{h_B - h_E} = 0,42$$

$$h_E = h_{A'} + \varepsilon (h_{C'} + h_{A'})$$

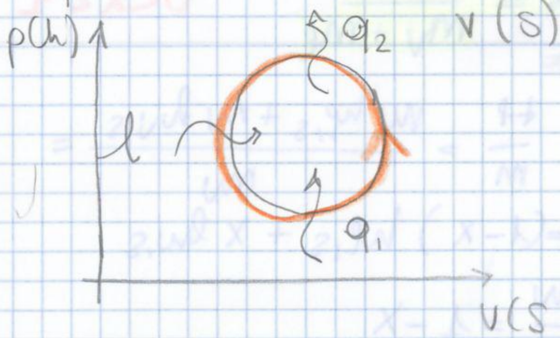
Il rendimento aumenta



INVECE DELLE ISOENTROPICHE, SEGUO DELLE POLITROPICHE

$$\oint (dq + dl) = 0 \qquad \oint dq > 0 \qquad \oint dl < 0$$

Fornisco calore e ottengo da un lato lavoro, dall'altro il calore ceduto



$$\oint dq < 0 \qquad \oint dl > 0$$

$$l = q_2 - q_1 \qquad q_2 = l + q_1$$

NEL CICLO INVERSO ASSORBO LAVORO MECCANICO PER SOTTRARRE UNA QUANTITA' DI CALORE (a T_1) PER CEDERNE ALTRA (a T_2)

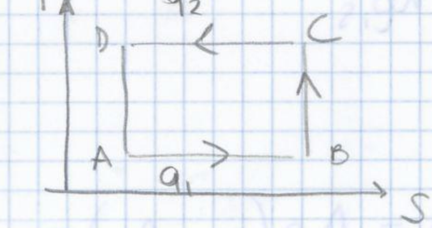
EFFICIENZA FRIGORIFERA $\quad \varepsilon_f = \frac{q_1}{l}$ Tolgo calore all'ambiente freddo

EFFICIENZA POMPA DI CALORE $\quad \varepsilon_{pc} = \frac{q_2}{l}$ Fornisco calore all'ambiente caldo

FATTORE DI MOLTIPLICAZIONE TERMICA

$$q_2 = l + q_1 \rightarrow \varepsilon_{pc} = \frac{l + q_1}{l} = 1 + \frac{q_1}{l} = 1 + \varepsilon_f$$

CARNOT



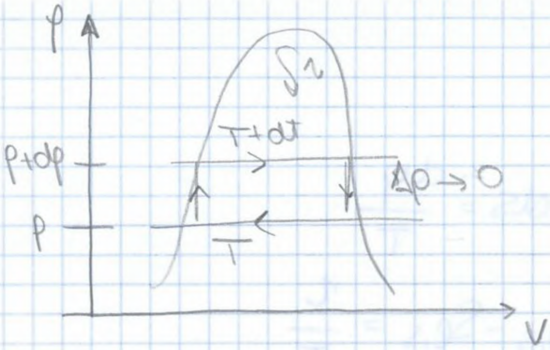
$$dq - p\,dV = 0 \qquad dq = p\,dV$$

$$q_1 = \int_A^B p\,dV$$

$$q_1 = \frac{R}{M} T_1 \int_A^B \frac{1}{V} dV = \frac{R}{M} T_1 \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$q_2 = \frac{R}{M} T_2 \ln \frac{V_C}{V_D}$$

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D} \Longrightarrow l = q_2 - q_1 = \ln \frac{V_C}{V_D} \frac{R}{M} (T_2 - T_1)$$



$$q_2 \to r$$

$$l = \oint p\,dv = dp\,(v_{vs} - v_{ls})$$

$$\eta = \frac{l}{q_2} = \frac{(v_{vs} - v_{ls})\,dp}{r}$$

$$\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = \frac{dT}{T}$$

EQUAZIONE DI CLAPEYRON

$$\frac{dp}{dT} = \frac{r}{T(v_{v,s} - v_{l,s})}$$

semplificaz.
1) $r = \text{cost}$
2) $v_{l,s} \ll v_{v,s} \to v_{v,s} - v_{l,s} \sim v_{v,s}$
3) $v_{v,s} \approx$ gas perfetto $\to p v_{v,s} = \frac{R}{\mu} T$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{r}{T v_{v,s}} \longrightarrow v_{v,s} = \frac{R}{\mu}\frac{T}{p}$$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{r}{T \frac{R}{\mu}\frac{T}{p}} = \frac{r p}{\frac{R}{\mu} T^2}$$

$$\frac{1}{p}\frac{dp}{dT} = \frac{r}{R/\mu}\frac{1}{T^2}$$

$$\int_{T_{RIF}}^{T} \left(\frac{1}{p}\frac{dp}{dT}\right) dT = \frac{r}{R/\mu}\int_{T_{RIF}}^{T} \frac{1}{T^2}\,dT$$

$$\ln \frac{p(T)}{p(T_{RIF})} = \frac{r}{R/\mu}\left(-\frac{1}{T} + \frac{1}{T_{RIF}}\right)$$

$$p(T) = p(T_{RIF})\, e^{\frac{r}{R/\mu}\left(\frac{1}{T_{RIF}} - \frac{1}{T}\right)}$$

ESERCITAZIONE 27.3.2014

#1 2 moli di gas monoatomico a $T = 300K$ subiscono un'espansione adiabatica con $V_f = 3V_i$. Quanto vale il lavoro? E la variazione di energia interna?

$$dl = -p\,dv$$

$$l = -\int_i^f p\,dv$$

$$pv^\gamma = cost$$

$$pv^\gamma = p_0 v_0^\gamma$$

$$l = -\int_i^f \frac{p_0 v_0^\gamma}{v^\gamma}\,dv =$$

$$= -p_0 v_0^\gamma \left.\frac{v^{1-\gamma}}{1-\gamma}\right|_{v_0}^{v_f} =$$

$$= -\frac{p_0 v_0^\gamma}{\gamma - 1}\left(\frac{1}{v_0^{\gamma-1}} - \frac{1}{v_f^{\gamma-1}}\right) =$$

$$= -\frac{p_0 v_0^\gamma}{\gamma-1}\left(\frac{1}{v_0^{\gamma-1}}\right)\left(1 - \left(\frac{v_0}{v_f}\right)^{\gamma-1}\right) =$$

$$= -\frac{1}{\gamma-1}\,p_0 v_0\left(1 - \left(\frac{v_0}{v_f}\right)^{\gamma-1}\right) =$$

$$= -\frac{1}{\gamma-1}\frac{R}{\mu}T_0\left(1 - \left(\frac{v_0}{v_f}\right)^{\gamma-1}\right)$$

$$L = ml = 2\cancel{\mu}\left(-\frac{1}{\gamma-1}\frac{R}{\cancel{\mu}}T_0\left(1 - \left(\frac{v_0}{v_f}\right)^{\gamma-1}\right)\right)$$

$$\gamma = 5/3$$

$$dl = de$$

$$l = e_f - e_i = c_v(T_f - T_0)$$

$$c_v = \frac{1}{\gamma-1}\frac{R}{\mu}$$

$$pv^\gamma = cost$$

$$T v^{\gamma-1} = cost$$

#3 FERRO!

$$m_{Fe} = 1 \text{ g} \qquad T = 18°C$$

$$\rho_{Fe} = 7{,}8 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3 \qquad p = 1{,}015 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$c_p = 448 \text{ J/KgK} \qquad \alpha = 1{,}1 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$$

$$L(T) = L(T_0)(1 + \alpha(T - T_0))$$

$$V(T) = V(T_0)(1 + 3\alpha(T - T_0))$$

$$T_f = 20°C$$

Quanto vale Δe?

io suppongo come un gas, ma per un solido

$c_p = c_v$ (variano di $10^{-6} \to$ trascurabile)

$$dq - p\,dv = de$$

$$c_p\,dT - p\,dv = de$$

$$v = v(t_0)(1 + 3\alpha(T - T_0))$$

$$\int p\,dv = p \int dv = p(v_f - v_i) =$$

$$= p(v_i(1 + 3\alpha(T_f - T_i)) - v_i) =$$

$$= p\,3\alpha(T_f - T_i)v_i$$

$$mc_p(T_f - T_i) - m\,p\,v_i\,3\alpha(T_f - T_i) = E_f - E_i$$

$$m = \rho V \qquad v_i = \frac{1}{\rho_i}$$

$$p_{vs} V_{vs} = \frac{R}{M} T_{vs}$$

$$M = 18\ kg/mol$$

$$m_{vs} = \frac{V - m_{ls} V_{ls}}{V_{vs}} = 0{,}74\ kg$$

$$x \approx 7{,}4 \cdot 10^{-3}$$

Quanto vale l'entalpia?

$$h = x h_{vs} + (1-x) h_{ls} =$$

$$= x \underbrace{(h_{vs} - h_{ls})}_{\text{calore latente per evaporazione}} + h_{ls} \sim c(T - T_0)$$

$$h = x r + h_{ls}$$

$$r \sim 2254\ kJ/kg$$

E l'entropia?

$$s = x s_{vs} + (1-x) s_{ls} =$$

$$= x \underbrace{(s_{vs} - s_{ls})}_{r/T} + s_{ls}$$

$$W_{int} = n\, \mathcal{L}_{int}$$

$$W = \eta_m W_{int} = \frac{2e}{t} \eta_m \cdot n \cdot p_{mi}\, V$$

rendimento meccanico (TIENE CONTO DELLE PERDITE DI ATTRITO)

$1\,KW = 0{,}75\,CV$

$$\underset{[CV]}{W} = \eta_m \cdot \underset{[\text{giri al minuto}]}{n} \cdot \underset{[bar]}{p_{mi}} \cdot \underset{[l]}{V} \cdot \frac{2e}{450\,t}$$

PRESSIONE MEDIA EFFETTIVA

$$p_{me} = \eta_m\, p_{mi}$$

Termodinamicamente: $\mathcal{L}^* = \eta\, Q_2 = \eta\, M_c H_i$

rendimento termodinamico (CONVERSIONE POTENZA TERMICA - POTENZA MECCANICA)

RAPPORTO DI MISCELATURA

$$\alpha^* = \frac{M}{M_c}$$

Nel ciclo di Otto, nella testa del motore c'è già miscela:

$$M + M_c = \rho_M\, V\, \eta_v$$

RENDIMENTO VOLUMETRICO (non si ha mai il vuoto dopo lo scarico)

$$1 + \alpha^* = \frac{\eta_v\, \rho_M\, V}{M_c}$$

$$M_c = \frac{\eta_v\, \rho_M\, V}{1 + \alpha^*}$$

Nel ciclo Diesel, si aspira aria e solo dopo la compressione si inietta il combustibile:

$$M = \eta_v\, \rho\, V$$

$$\alpha^* = \frac{\eta_v\, \rho\, V}{M_c}$$

$$M_c = \frac{\eta_v\, \rho\, V}{\alpha^*}$$

potenza termica

$$W = \frac{2e}{t}\, n \cdot \eta_m\, \mathcal{L}^* = \frac{2e}{t} \eta_m \eta\, n \cdot H_i \cdot \begin{cases} \dfrac{\eta_v\, \rho_m\, V}{1+\alpha^*} & \text{Otto} \\[2ex] \dfrac{\eta_v\, \rho\, V}{\alpha^*} & \text{Diesel} \end{cases}$$

$$\frac{T_B}{T_A} = \frac{p_B}{p_A}$$

$$\frac{p_C}{p_B} = \frac{1}{\rho^{\gamma}}$$

$$\frac{T_C}{T_B} = \frac{1}{\rho^{\gamma-1}}$$

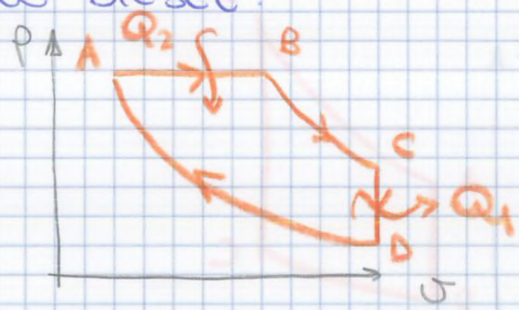
$$\eta_{otto} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = 1 - \frac{\cancel{c_V}(T_C - T_D)}{\cancel{c_V}(T_B - T_A)} = 1 - \frac{T_C\left(1 - \cancel{T_D/T_C}\right)}{T_B\left(1 - \cancel{T_A/T_B}\right)} =$$

$\eta_1 = 0,54$

$$= 1 - \frac{T_C}{T_B} = 1 - \frac{T_D}{T_A} = 1 - \frac{1}{\rho^{\gamma-1}}$$

maggiore ρ maggiore η

CICLO DIESEL:



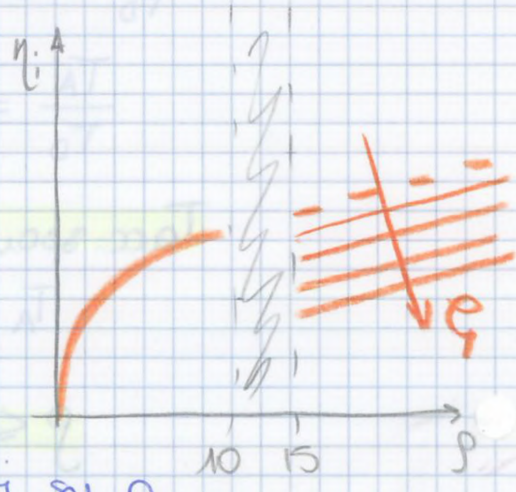
$T_A \geq 743$ K 50 K in più!

$\rho \geq 15$ motori molto più grandi

$$\eta = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = \frac{c_p(T_B - T_A) - c_V(T_C - T_D)}{c_p(T_B - T_A)}$$

RAPPORTO DI COMBUSTIONE $\quad \tau = \frac{T_B}{T_A} = \frac{v_B}{v_A}$

$$\eta_{diesel} = 1 - \frac{C_1}{\rho^{\gamma-1}}$$



E' UNA FUNZIONE CRESCENTE DI τ $\quad C_1 = \frac{\tau^{\gamma} - 1}{\gamma(\tau - 1)} > 1$

η_{otto} sarebbe maggiore, ma ha limiti su ρ.

η_{diesel} ha rendimenti superiori solo perchè ρ è maggiore

ESERCITAZIONE (3.4.2014)

#1

$p_4 = p_1 = p_{ev} = 30$ bar

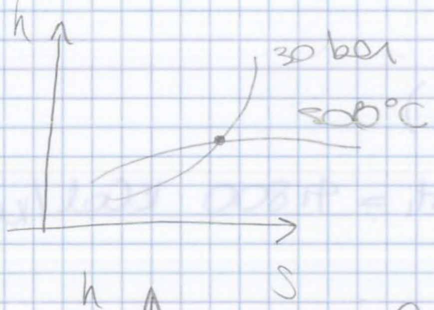
$T_1 = 500°C$

$p_2 = 0{,}05$ bar $= p_3$

$T_2 = T_3 = 32°C$

$X_2 = 0{,}92$

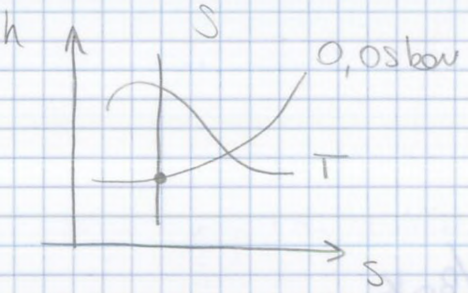
$P = 100$ MW



$h_1 = 3456$ kJ/kg

$v_1 \approx 0{,}113$ m³/kg

$s_2 = s_1$



$h_2 = 2208$ kJ/kg

$v_2 \approx 25$ m³/kg

$X_2' = 0{,}854$

$l_t = h_1 - h_2 = 1248$ kJ/kg

$h_2' > h_2$

$h_2' = 2368$ kJ/kg

$l_t' = h_1 - h_2' = 1088$ kJ/kg

$$\eta_t = \frac{l_t'}{l_t} = 0{,}87$$

$$\eta_t = \frac{h_1 - h_2'}{h_1 - h_2}$$

$h_2' = h_1 - \eta(h_1 - h_2) = h_{vs} x_2' + h_{ls}(1 - x_s')$

$h_3 = h_{ls}$

$h_3 = x_2'(h_{vs} - h_{ls}) + h_{ls} = 134$ kJ/kg

$h_4 - h_3 = v\int dp = 2800$ J/kg

$l = l_t - l_c = 1085$ kJ/kg

$q_2 = h_1 - h_4 = 3320$ kJ/kg

$\eta = l/q_2 = 0{,}328$

$P = \dot{m}_v \, l$

$\dot{m}_v = \frac{P}{l} = 91{,}9 \; kg/s$

$\dot{Q}_2 = \dot{m}_v \, q_2 = \dot{m}_v \, l \, q_2 / l = \frac{P}{\eta}$

$\eta_b \, \dot{m}_c \, H_i = \dot{m}_v \, q_2$

$\eta_b = \frac{\dot{Q}_2}{\dot{m}_c H_i} = \frac{Q_2}{m H_i}$

$\dot{m}_c = \frac{(\dot{m}_v Q_2)}{\eta_b H_i} \sim 8 \; kg/s$

$\dot{Q}_1 = \dot{m}_v \, q_1 = Q_2 - P = 200 \, MW$

$T_i = 18°C$

$T_u = 30°C$

$\dot{Q}_1 = \dot{m}_r \, C_{H_2} (T_u - T_1)$?

$\dot{m}_r = 4200 \; kg/s$

Una MISCELA DI GAS è caratterizzata dalle proporzioni tra i componenti.

CONCENTRAZIONE PONDERALE $$c_i = \frac{m_i}{m}$$

$$m = \sum_i m_i$$

FRAZIONE MOLARE

CONCENTRAZIONE VOLUMETRICA $$\chi_i = \frac{N_i}{N_{tot}}$$

le molecole di ogni gas occupano tutto il volume, hanno stesso energia cinetica e stanno alla stesso temperatura.

$\rho_i = \frac{M_i}{V}$ CONCENTRAZIONE ASSOLUTA

$$p_i V = N_i R T$$

$$\left(\sum p_i\right) V = \sum N_i R T$$

pressione totale $$p V = N_{tot} R T$$

$$pV/m = \frac{N_{tot}}{m} R T$$

$$\mathcal{M}_{misc} = \frac{m}{N_{tot}}$$

$$p v = \frac{R}{\mathcal{M}_{misc}} T$$

media pesata delle frazioni molari $$\mathcal{M}_{misc} = \frac{m}{N_{tot}} = \frac{\sum m_i}{N_{tot}} = \frac{\sum N_i \mathcal{M}_i}{N_{tot}} =$$

$$= \sum_i \frac{N_i}{N_{tot}} \mathcal{M}_i = \sum_i \chi_i \mathcal{M}_i$$

$$c_v = \left(\frac{dq}{dT}\right)_{v=cost} = \frac{1}{m}\left(\frac{dQ}{dT}\right)_{v=cost}$$

$$dQ = \sum_i dQ_i = \sum_i m_i c_{v_i} dT$$

$$c_v = \frac{1}{m} \sum_i m_i c_{v_i} \frac{dT}{dT} = \frac{1}{m} \sum_i c_{v_i} m_i =$$

$$= \sum_i c_i c_{v_i}$$

$$\gamma_{misc} = \frac{c_p}{c_v} = \frac{\sum_i c_i c_{p_i}}{\sum_i c_i c_{v_i}}$$

ESERCITAZIONE

#1 Un frigorifero funziona con il ciclo a vapore inverso con fluido R-134 a. $p_4 = p_1 = 0,14\ MPa = 1,4\ bar$
$p_2 = p_3 = 0,3\ MPa = 8\ bar$. $\dot{m} = 0,05\ kg/s$
Calcolare $\dot{Q}_1$ e P.

Prendo tutto dalle tabelle!

$$h_1 = 238,04\ kJ/kg$$
$$s_2 = s_1 = 0,9322\ kJ/kgK$$
$$h_2 = 272\ kJ/kg$$
$$h_3 = h_4 = 92,75\ kJ/kg$$
$$q_1 = h_1 - h_4 = 145\ kJ/kg$$
$$l = h_2 - h_1 = 34\ kJ/kg$$
$$\dot{Q}_1 = \dot{m}\, q_1 = 7130\ W$$
$$P = \dot{m}\, l = 1800\ W$$
$$\varepsilon_f = \frac{q_1}{l} = \frac{\dot{Q}_1}{P} \simeq 4$$

#2 Un ciclo frigorifero opera tra 0,12 MPa e 0,7 MPa con fluido R-134 a. $\dot{Q}_1 = 100\ kW$
Calcolare $\dot{m}$ e P.

$$h_1 = 234,1\ kJ/kg$$
$$s_1 = 0,935\ kJ/kgK$$
$$h_2 = 275,9\ kJ/kg$$
$$h_3 = h_4 = 86,8\ kJ/kg$$
$$l = h_2 - h_1 = 41,8\ kJ/kg$$
$$q_1 = h_1 - h_4 = 147,3\ kJ/kg$$
$$q_2 = h_2 - h_3 = 189,1\ kJ/kg$$
$$\dot{Q}_1 = \dot{m}\, q_1$$
$$\dot{m} = 0,68\ kg/s$$
$$\varepsilon_f = \frac{\dot{Q}_1}{P} = 3,52$$
$$\varepsilon_{PC} = 4,52$$

$$C_V = C_{He}\,\chi_{He} + C_{NH_3}\,\chi_{NH_3}$$

$$C_V = \frac{1}{N}\left(\frac{dQ}{dT}\right)_{V=cost} =$$

$$= \frac{1}{N}\left(\sum_i N_i C_i \cancel{\frac{dT}{dT}}\right)$$

$$C_{V,He} = \frac{3}{2}R$$

$$C_{V,NH_3} = 3R$$

$$\chi_{He} + \chi_{NH_3} = 1$$

$$C_V = \frac{3}{2}R\,\chi_{He} + 3R\,\chi_{NH_3} = \frac{3}{2}R\,\chi_{He} + 3R(1-\chi_{He}) =$$

$$= -\frac{3}{2}R\,\chi_{He} + 3R$$

$$\chi_{He} = \frac{3R - C_V}{\frac{3}{2}R} = 0,468$$

$$\chi_{NH_3} = 0,532$$

#3 Miscela di He e Ar con calore molare $C_V = \frac{3}{2}R$. Sono alla $T = 30°C$. La velocità del suono della miscela è $c = 710$ m/s. Trovare la composizione molare della miscela.

He e Ar hanno c diverse, perché hanno masse molari diverse, ma γ uguale

$$c^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho}(\rho, s) = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_{s=cost} =$$

$$= \gamma\frac{p}{\rho} = \gamma\frac{R}{M}T$$

$$c^2_{misc} = \gamma_{misc}\frac{R}{M_{misc}}T$$

$$\gamma_{He} = \gamma_{Ar} = \frac{5}{3} = \gamma_{misc}$$

#5 ARIA UMIDA!

$$\text{Aria umida} = \underbrace{O_2 + N_2 + Ar + CO_2 + CH_4}_{\text{Aria secca}} + H_2O$$

Titolo dell'aria umida (RAPPORTO DI MISCELA) $X = \frac{m_v}{m_{as}}$ $\quad$ $c_{vap} = \frac{m_v}{m_{au}}$ UMIDITA' SPECIFICA

$$p_v \le p_{vs}(T)$$

UMIDITA' ASSOLUTA $\frac{M_{vap}}{V} = \rho_v \le \rho_{vs}(T, p_{vs}(T))$

umidità relativa $\varphi = \frac{\rho_v}{\rho_{vs}(T)}$

A $\varphi = 1$ INIZIA LA CONDENSAZIONE DEL VAPORE

$$p_v = \frac{R}{\mathcal{M}_v} \rho_v T$$

$$p_{vs} = \frac{R}{\mathcal{M}_v} \rho_{vs} T$$

$$\rho_v = \frac{p_v}{T} \frac{\mathcal{M}_v}{R}$$

$$\rho_{vs} = \frac{p_{vs}}{T} \frac{\mathcal{M}_v}{R}$$

$$\varphi = \frac{\rho_v}{\rho_{vs}} = \frac{p_v}{p_{vs}(T)}$$

$$h = \frac{H}{m_{au}}$$

riferita all'aria secca

$$h_{1+x} = \frac{H}{m_{as}} = \frac{m_{as} h_{as} + m_v h_v}{m_{as}} = h_{as} + X h_v$$

$$h_{as} = c_{pas}(T - T_0)$$

$$h_v = r_0 + c_p (T - T_0)$$

$$h_{1+x} = c_{pas}(T - T_0) + X(r_0 + c_{pv}(T - T_0))$$

$$r_0 \gg c_{pv}(T - T_0)$$

TEMPERATURA DI RUGIADA: temperatura che ho dopo una trasformazione isobara che mi porta alla curva limite superiore (T_R)

RIDUCO LA TEMPERATURA MANTENENDO COSTANTE LA p

#7 Una stanza di 100 m^3 contiene aria umida. T = 20°C, $p = 1{,}013 \cdot 10^5$ Pa e $\varphi = 0{,}75$. Calcolare la massa del vapor d'acqua.

$$m_v = \rho_v V = \frac{V}{v_s}$$

$$\rho_v = \frac{p_v \mathcal{M}_v}{TR} = \frac{\varphi p_{vs}(T)}{T} \frac{\mathcal{M}_v}{R}$$

$$m_v = \frac{\varphi p_{vs}(T)}{T} \frac{\mathcal{M}_v}{R} V = 0{,}78 \text{ kg}$$

$$p_{vs} \sim 2300 \text{ Pa}$$

#8 Calcolare la massa di vapore presente in 50 kg di aria umida a $p = 101385$ Pa a T = 30°C e $T_R = 20°C$.

$$\varphi = \frac{\rho_v}{\rho_{vs}} = \frac{p_v(T_R)}{p_{vs}(T)} = 0{,}55$$

$$X = \frac{\varphi p_{vs}(T)}{p - \varphi p_{vs}(T)} \cdot \frac{\mathcal{M}_v}{\underbrace{\mathcal{M}_{as}}_{\sim 29}} = 0{,}015$$

$$X = \frac{m_v}{m_{as}} = \frac{m_v}{m_{au} - m_v}$$

$$m_v = \frac{X m_{au}}{1 + X} = 0{,}74 \text{ kg}$$

$$\dot{Q} = h_{1+x}\big|_{2S}\,\dot{m}_{as} - h_{1+x}\big|_{1S}\,\dot{m}_{as} =$$

$$= \dot{m}_{as}\left(h_{1+x}\big|_{2S} - h_{1+x}\big|_{1S}\right) = 1{,}28 \text{ kW}$$

$$\dot{m}_{v,\,1S\to 2S} = \dot{m}_{as}\,x_{1S} - \dot{m}_{as}\,x_{2S} = \dot{m}_{as}\left(x_{1S} - x_{2S}\right) = 3{,}28\cdot 10^{-4} \text{ kg/s}$$

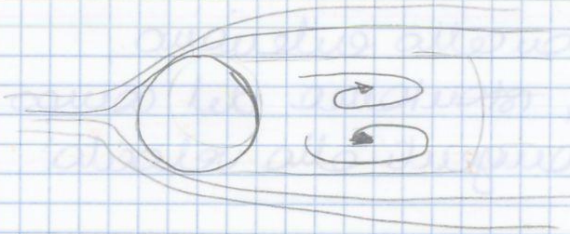
$$3{,}28\cdot 10^{-4} \text{ kg/s} = 0{,}965 \text{ kg/h}$$

$$\dot{Q}_{2S,2} = \dot{m}_{as}\left(h_{1+x}\big|_{2} - h_{1+x}\big|_{1}\right) = 840 \text{ W}$$

$$\varepsilon_f = \frac{Q_{1S,2S}}{P}$$

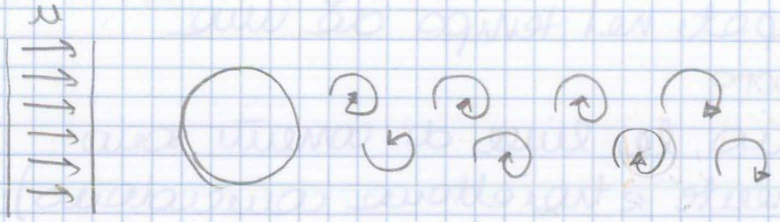
$$P = \frac{Q_{1S,2S}}{\varepsilon_f} \simeq 400 \text{ W}$$

Per $1 \lesssim Re \lesssim 40$:



Si formano due **VORTICI STAZIONARI** CONTROROTANTI.
→ SI FORMA LA SCIA

Per $40 \lesssim Re \lesssim 150$:

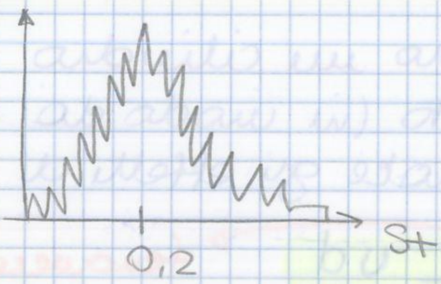


i due vortici si sganciano, non sono più in regime stazionario.

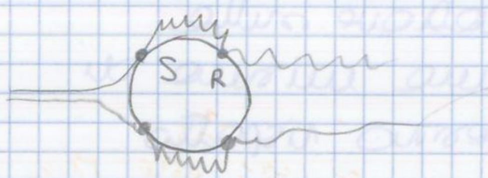
Ci sono due schiere di vortici (**SCIA DI VON KARMAN**): è una configurazione periodica.

NUMERO DI STROUHAL $St = \frac{fd}{U} = 0,2$

Per $Re \gtrsim 150$:



Per $Re \to 3 \cdot 10^5$:



NELLO STRATO LIMITE SI CONCENTRANO I FENOMENI VISCOSI

Gli effetti viscosi sono sempre più limitati alle pareti. Si ha una zona in cui la velocità si raccorda alla parete con valore nullo. E' lo **STRATO LIMITE** (BOUNDARY LAYER).

Il **FLUSSO LAMINARE** è un flusso ordinato e fortemente indesiderabile.

LA SEPARAZIONE LAMINARE PRODUCE UNA SCIA TURBOLENTA MOLTO AMPIA

lo strato limite resiste finché ~~non~~ raggiunge il punto S dove si stacca. Poi si ha un punto di riattacco turbolento in R e infine la **SEPARAZIONE TURBOLENTA** (più a valle di quella laminare).

E' UNA SCIA MOLTO PIÙ STRETTA

FLUSSO IN CAMPO GRAVITAZIONALE

Fluido fermo in un campo gravitazionale con pareti indefinite.

Se: $T_i < T_S$ IL FLUIDO RIMANE IN QUIETE

$$\dot{q} = \lambda \frac{T_S - T_i}{d}$$

Se: $T_S < T_i$ si ha la CONVEZIONE NATURALE con una certa differenza di temperatura

Fattori che generano il moto:
- $T_i - T_S$
- d
- α
- g

Il movimento è dato dall'accelerazione perchè il fluido si dilata e diventa più leggero se posto a temperatura maggiore

Fattori che si oppongono:
- ν
- k diffusività termica

NUMERO DI RAYLEIGH $$Ra = \frac{g \alpha d^3 (T_i - T_S)}{\nu K} \gtrsim 1700$$

Al di sotto seguo la legge di Fourier

Si ha la CONVEZIONE LIBERA DI BÉNARD.

I MOTI SI ORGANIZZANO SECONDO UNO SCHEMA ORDINATO E REGOLARE DI CORPI FLUIDI CONTROROTANTI (CELLE DI BÉNARD)

$$Nu = \frac{\dot{q}}{\dot{q}_{cond}} = \frac{hd}{\lambda}$$

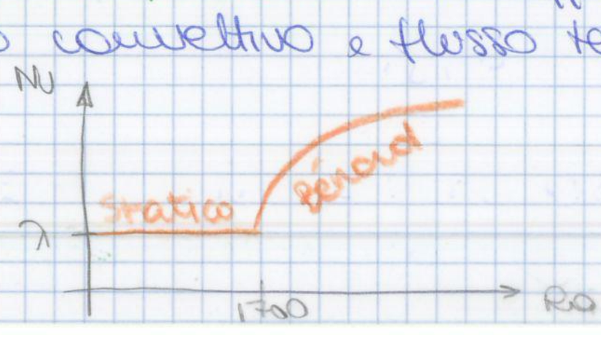
coefficiente di scambio termico

$$\dot{q}_{cond} = -\lambda \frac{T_S - T_1}{d}$$

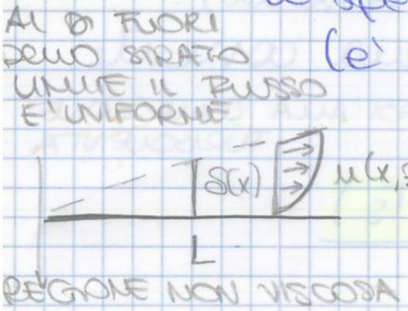
$h = \frac{\lambda}{d}$ SE È IN CONDUZIONE

$$\dot{q} = -h (T_S - T_1)$$

Il NUMERO DI NUSSELT è il rapporto tra il flusso termico convettivo e flusso termico di Fourier.



$Re = 10^4$: prevalgono gli effetti inerziali.
lo spessore dello strato limite è 1% L
(è massimo sul bordo di fuga)



E' un FENOMENO DIFFUSIVO: diffonde da molecola a molecola.
Si estende all'infinito ma da un certo punto in avanti non si vede più

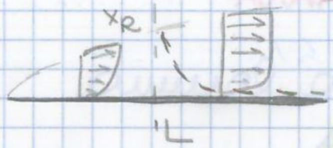
Si definisce lo spessore dello strato limite:

$$\delta : z_u = 0{,}99\, u$$ la velocità è il 99% di quella iniziale

In prima approssimazione, le traiettorie fluide sono ancora orizzontali (le linee di flusso attraversano lo strato limite).

$$\delta(x) \propto \sqrt{x}$$ è una parabola!

$Re > 5 \cdot 10^5$: lo strato limite laminare si ferma e diventa turbolento



Cambiano i profili delle velocità: sul turbolento si hanno velocità medie nel tempo (è stazionario in media!)

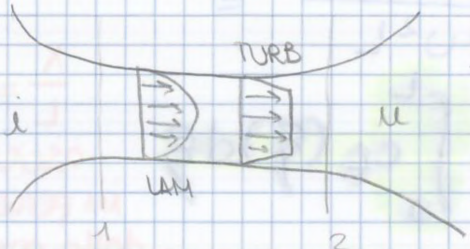
Si ha un sottostrato laminare dove la velocità è circa u.
Nello strato limite, la velocità istantanea ha un profilo non compatto: si hanno quindi SFORZI DI TAGLIO.
lo sforzo di taglio a parete è il TAGLIO D'ATTRITO:

$$\tau_{(z=0)} = \tau_w(x) = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_{z=0}$$

COEFFICIENTE DI ATTRITO
$$c_f = \frac{\tau_w(x)}{\frac{1}{2}\rho U^2}$$ pressione dinamica

RESISTENZA D'ATTRITO
$$D_f = \int_0^L \tau_w(x)\, dx$$

FLUSSO IN UN CONDOTTO



Si ha un flusso uniforme, parallelo e stazionario (non accelera).

$p_1 > p_2$

Il flusso nel condotto o è laminare o è turbolento: non possono esserci entrambi.
La velocità è massima in $r = 0$ (centro) e nulla in $r = R$ (pareti).

IL REGIME TURBOLENTE HA PROFILI DI VELOCITÀ PIÙ APPIATTITI

$$u = \frac{1}{S}\int_S u\,dS \quad \text{COSTANTE}$$

$$\dot{V} = uS$$

la portata in massa è costante

$$\dot{M} = \rho\dot{V} = \rho u S$$

Si ha uno sforzo normale, perché si ha una caduta di pressione, che vince gli sforzi di attrito: è la PERDITA DI CARICO.

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{p_1 - p_2}{L}$$

COEFFICIENTE DI PERDITA DI CARICO

$$f = \frac{dp/dx}{\frac{1}{2}\rho u^2} d_i$$

diametro del tubo

$$S = \frac{\pi}{4}d^2 \qquad p = \pi d_i \qquad \frac{4S}{p} = \frac{\cancel{4}\cancel{\pi} d^{\cancel{2}}}{\cancel{4}\cancel{\pi}\cancel{d}} = d$$

il diametro idraulico coincide con il diametro effettivo del tubo

$$S = d^2 \qquad p = 4d \qquad \frac{4S}{p} = \frac{\cancel{4}d^{\cancel{2}}}{\cancel{4}\cancel{d}} = d$$

$$Re = \frac{ud}{\nu}$$

se $Re > 2300$ il flusso è turbolento

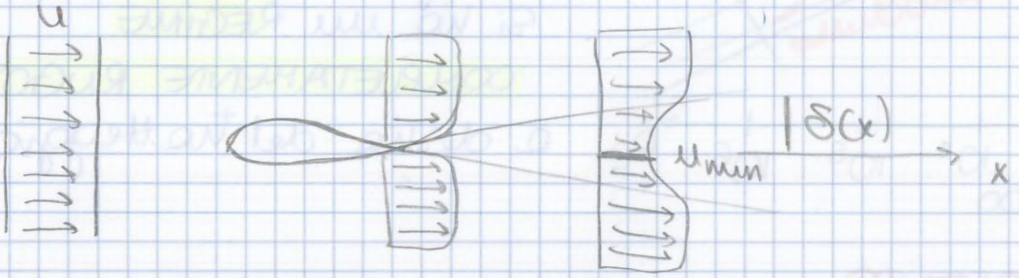
Nel laminare $$f = \frac{64}{Re}$$

Nel turbolento $$f = \frac{0{,}32}{Re^{0{,}25}}$$

$$\frac{d}{dx}\int_0^\infty \frac{1}{2}\rho u^3 2\pi r \, dr < 0$$

la portata di energia cinetica diminuisce per dissipazione

SCIE



Se le grandezze sono normalizzate, abbiamo una self-similarity per il profilo interno delle velocità (buco).

$$\frac{U - U(r,x)}{U - U_{min}(x)} = g\left(\frac{x}{\delta}\right)$$

$$\delta(x) \propto x^m$$

$$U_{min} \propto x^{-n}$$

La portata in massa resta costante. La portata della quantità di moto resta costante (non agiscono forze, ma diminuisce tra bordo di attacco e bordo di fuga). La portata di energia cinetica diminuisce.

Scia e getto sono chiamati CORRENTI DI MESCOLAMENTO.

$\rho = \rho_0$

ATMOSFERA BAROCORA GASSOSA

$$p = p_0 - \rho_0 g (z - z_0)$$

$$p = \frac{R}{\mathcal{M}} \rho T$$

$$T = \frac{p}{\rho} \frac{\mathcal{M}}{R} = \frac{p_0 - \rho_0 g (z - z_0)}{\rho_0 R/\mathcal{M}} =$$

$$= \frac{p_0}{\rho_0 R/\mathcal{M}} - \frac{g}{R/\mathcal{M}} (z - z_0)$$

$$T = T_0 - \frac{g}{R/\mathcal{M}} (z - z_0)$$

$$\frac{dT}{dz} = - \frac{g}{R/\mathcal{M}} = - \Gamma_0$$

gradiente della temperatura in funzione della quota

$$\Gamma_0 = 34 \cdot 10^{-3} \ K/m$$

$T \equiv T_0$

ATMOSFERA ISOTERMA

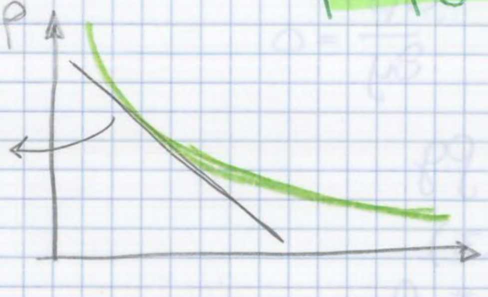
È LA CONDIZIONE TIPICA DELLA STRATOSFERA (10,77 Km - 32 Km) $T = -55°C$

$$\frac{dp}{dz} = - \rho g$$

$$p = \frac{R}{\mathcal{M}} \rho T_0 \qquad \rho = \frac{p}{R/\mathcal{M} T_0}$$

$$\frac{dp}{dz} = - p \frac{g}{R/\mathcal{M} T_0}$$

$$p = p_0 e^{-g/R/\mathcal{M} T_0 (z - z_0)}$$



$\frac{p}{\rho^\gamma} = \text{cost}$

ATMOSFERA ADIABATICA

$$\frac{dp}{dz} = - \rho g$$

$$p \propto \rho T \qquad \rho \propto \frac{p}{T}$$

$$\frac{p}{(p/T)^\gamma} = \text{cost}$$

$$p^{1-\gamma} T^\gamma = \text{cost}$$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\rho g}{\Gamma} = \frac{p}{T}\,\frac{g}{R/\mu}\,\frac{1}{\Gamma}$$

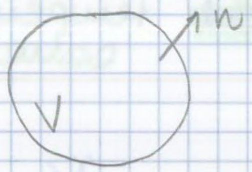
$$\frac{1}{p}\frac{dp}{dT} = \frac{g}{\Gamma\,(R/\mu)}\,\frac{1}{T}$$

$$\int_{T_0}^{T} \frac{1}{p}\frac{dp}{\cancel{dT}}\cancel{dT} = \frac{g}{\Gamma (R/\mu)} \int_{T_0}^{T} \frac{1}{T}\,dT$$

$$\ln\frac{p}{p_0} = \frac{g}{\Gamma R/\mu}\ln\frac{T}{T_0}$$

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{g}{\Gamma (R/\mu)}}$$

SPINTA AERODINAMICA

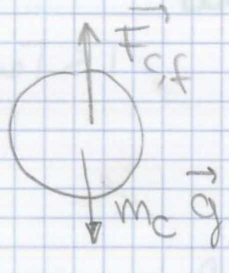


Corpo immerso in un fluido.

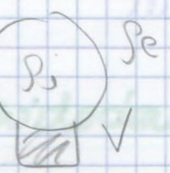
$$F_{c,f} = \int_S -(p\hat{n})\,d\sigma = \int_V -\nabla p\,dV =$$
$$= -\int_V \rho g\,dV$$

FORZA DI ARCHIMEDE

In condizioni statiche, la forza che il fluido applica sul corpo è pari al peso, ma opposto



$$\vec{F}_{c,f} + m_c\vec{g} = 0$$
$$-\int_V \rho g\,dV + m_c g = 0$$
$$m_c = \int_V \rho\,dV$$



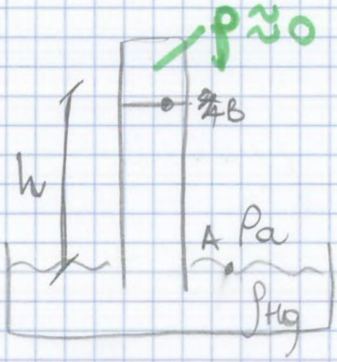
Devo far in modo da poter aggiungere una massa m

$$F_z = \rho_e V g - \rho_i V g = (\rho_e - \rho_i) g V$$

$$\rho_e = \frac{p_e}{T_e}\,\frac{\mu_e}{R}$$

TORRICELLI

Misura della pressione dell'aria



$$p + \rho g z = \text{cost}$$

$$p_A + \rho_{Hg}\, g z_A = p_B + \rho_{Hg}\, g z_B$$

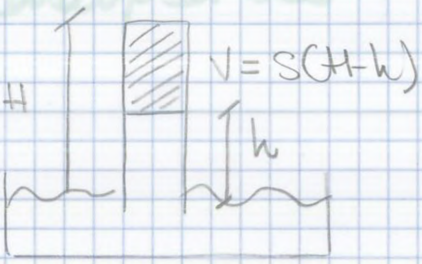
$$p_A = p_a$$ stessa pressione

$$p_a = p_A = \cancel{p_B} + \rho_{Hg}\, g (z_B - z_A)$$

$p_{vs,Hg}(T)$

$$h = \frac{p_a}{\rho g}$$

Non si fa il barometro ad acqua perché servirebbe un tubo molto lungo



Se rimane intrappolata dell'aria, la p_a non è costante

$$p^* = p_B^* + \rho_{Hg}\, g h^*$$

$$p_B^* = p_a - \rho_{Hg}\, g h^*$$

$$p_a = p_B + \rho_{Hg}\, g h$$

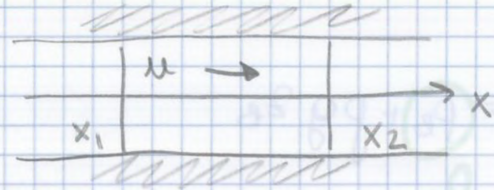
$$p_B S(H-h) = p_B^* S(H-h^*)$$

$$p_B = p_B^* \frac{H-h^*}{H-h}$$

Correzione

$$p_a = (p_a^* - \rho_{Hg}\, g h^*) \frac{H-h^*}{H-h} + \rho_{Hg}\, g h$$

BILANCIO DI MASSA



$$\frac{d}{dt}\int_{x_1}^{x_2} \rho S\,dx = \rho u S\big|_1 - \rho u S\big|_2$$

flusso di massa attraverso le superfici

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial}{\partial t}(\rho S)\,dx = -\int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial}{\partial x}(\rho u S)\,dx$$

$$\int_{x_1}^{x_2} \left[\frac{\partial}{\partial t}(\rho S) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u S)\right] dx = 0$$

$\forall x_1, x_2$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho S) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u S) = 0$$

velocità lungo l'asse del condotto

Se $S = S(x)$, $\rho = \rho_0$: $\quad \frac{\partial}{\partial x}(uS) = 0$

$uS = \text{cost}$

Se $S = S(x)$, moto staz: $\quad \frac{\partial}{\partial x}(\rho u S) = 0$

$\rho u S = \text{cost}$

Se $S = S_0$: $\quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t}(\rho u) = 0$

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho\,dv = -\int_S \rho \vec{u}\,\vec{n}\,d\sigma$$

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t}\,dv = -\int_V \nabla(\rho u)\,dv$$

$$\int_V \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \rho u\right) dv = 0$$

BILANCIO DI MASSA

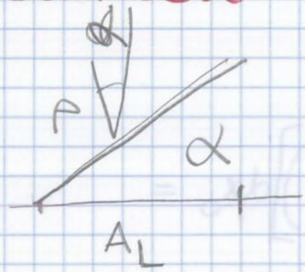
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho u) = 0$$

$$\frac{d}{dt}\int_{x_1(t)}^{x_2(t)} \rho S\,dx = 0$$

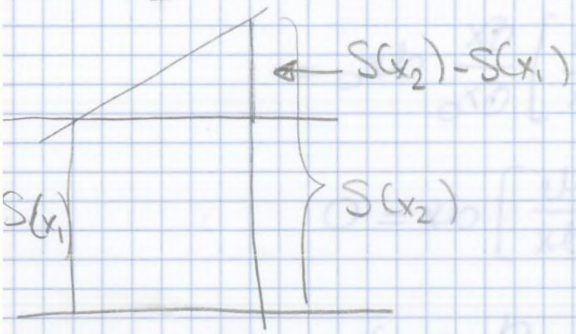
$\frac{dx_1}{dt} = u_1 \qquad \frac{\partial x_2}{dt} = u_2 \qquad x = x(x_0, t)$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial x}{\partial x_0}\right) = \frac{\partial}{\partial x_0}\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial x_0} = \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial x_0} \rightarrow$$

BERNOULLI



$$(p \sin\alpha) A_L = p (A_L \sin\alpha)$$



$$p \frac{(S(x_2)-S(x_1))}{x_2-x_1}(x_2-x_1) \sim p \frac{\partial S}{\partial x} dx = f_x$$

la forza e' dovuta alle pressioni

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t}(\rho u S) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 S) = \cancel{-p \frac{\partial S}{\partial x}} - S \frac{\partial p}{\partial x} + \cancel{p \frac{\partial S}{\partial x}}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} \rho S + u \frac{\partial}{\partial t}(\rho S) + \rho u S \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial}{\partial x}(\rho u S) = -S \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\rho \cancel{S}\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \underbrace{\cancel{u\left(\frac{\partial}{\partial t}(\rho S) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u S)\right)}}_{=0 \text{ per il bilancio di massa}} = -\cancel{S} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\rho\left[\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x}\right] = -\frac{\partial p}{\partial x} - \rho \frac{\partial}{\partial x}(gz)$$

se ρ = cost, moto staz.

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}\rho u^2\right) = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}\rho u^2 + p + \rho g z\right) = 0 \Rightarrow$$

Se considero il peso:

$$\int_V \rho \vec{g}\, dV = \int_{x_1}^{x_2} \rho\left(-\frac{\partial}{\partial x}(gz)\right) S\, dx$$

$$f_x = p \frac{\partial S}{\partial x} - \rho \frac{\partial}{\partial x}(gz) S$$

PRESSIONE CINETICA + PRESSIONE PIEZOMETRICA + PRESSIONE DI GRAVITA'

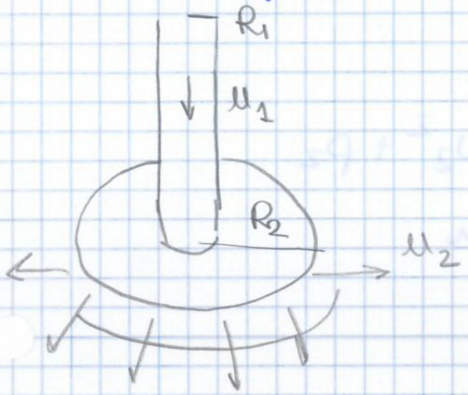
TEOREMA DI BERNOULLI $\Rightarrow$ $\frac{1}{2}\rho u^2 + p + \rho g z = \text{cost}$

CARICO TOTALE

(Essendo $\bar{u}$ un vettore, se il condotto non e' rettilineo, posso fare il bilancio lungo una sola direzione)

ESERCITAZIONE 8.5.2014

#1 Tubo circolare di raggio R_1. Nel tubo passa un fluido con velocità u_1 parallela al tubo. Alla fine esce da due piastre, tra le quali l'altezza è H. Qual è la velocità che il fluido ha all'uscita dalle piastre?



$$\frac{\partial \cancel{\rho}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) = 0$$

$$\cancel{\frac{\partial}{\partial t}(\rho S)} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u S) = 0$$

$$\rho u S = cost$$

$$\cancel{\rho} u_1 S_1 = \cancel{\rho} u_2 S_2$$

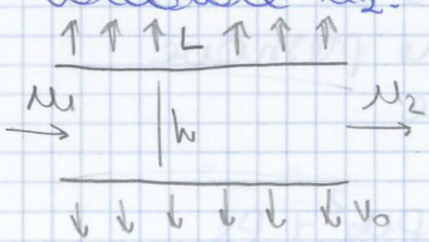
$$S_1 = \pi R_1^2$$

$$S_2 = 2\pi R_2 h$$

$$u_1 \cancel{\pi} R_1^2 = u_2 2 \cancel{\pi} R_2 h$$

$$u_2 = u_1 \frac{R_1^2}{2R_2 h}$$

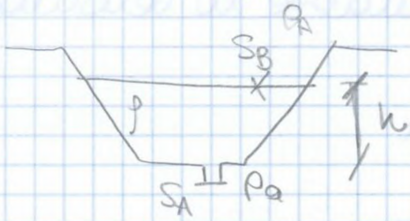
#2 Un fluido scorre tra due pareti parallele lunghe L e distanti h; entra con velocità u_1 e esce con velocità u_2. Le pareti sono porose, quindi il fluido filtra con velocità v_0. ρ è costante. Calcolare u_2.



$$\cancel{\rho} u_1 h = \cancel{\rho} u_2 h + 2 \cancel{\rho} u_0 L$$

$$u_2 = u_1 - 2 v_0 L / h$$

#5 Recipiente pieno d'acqua con densità ρ, con un foro al fondo. Con che velocità esce?



$S_A \ll S_b$

Considero il fluido ideale

trascurabile $\cancel{\frac{1}{2}\rho u_B^2} + \cancel{p_B} + \rho g z_B = \frac{1}{2}\cancel{\rho} u_u^2 + \cancel{p_u} + \cancel{\rho} g z_u$

$$\cancel{\rho} u_B S_B = \cancel{\rho} u_u S_u$$

$$u_B = u_u \frac{S_u}{S_B} \ll u_u$$

$$\rho g z_B = \frac{1}{2}\rho u_u^2 + \rho g z_u$$

$$u_u = \sqrt{2g(z_B - z_u)} = \sqrt{2gh}$$

Quanto ci mette a dimezzarsi?

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho + \nabla\cdot(\rho\vec{u}) = 0$$

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_V \nabla(\rho\vec{u}) dV = 0$$

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho dV + \int_S \rho\vec{u}\cdot\vec{n}\cdot d\sigma = 0$$

$$\frac{d}{dt} m - \rho u_u S_u = 0$$

$$\frac{d}{dt}(\rho V_L) = -\rho u_u S_u$$

$$V_L = \int_0^h S(z) dz$$

$$\cancel{\rho} S(h)\frac{dh}{dt} = -\cancel{\rho}\sqrt{2gh}\, S_u$$

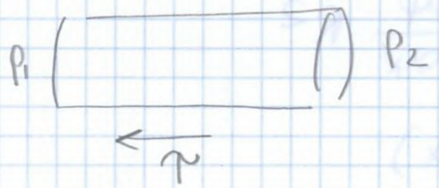
$$\begin{cases} \dfrac{dh}{dt} = \dfrac{\sqrt{2gh}\, S_u}{S(h)} \\ h_0 = h_0 \end{cases}$$

#8 FLUSSO ATTRAVERSO UN CONDOTTO CILINDRICO CON ATTRITO!

NON SI APPLICA BERNOULLI

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{\Delta p}{L}$$

$$u(r) = \frac{|dp/dx|}{4\mu}(R^2 - r^2)$$



$$f_x = -\tau \tilde{p} \quad \text{perimetro}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 S + pS) = f_x = -\tau \tilde{p}$$

$$S\frac{\partial p}{dx} = -\tau \tilde{p}$$

$$\frac{dp}{dx} = -\tau \frac{\tilde{p}}{S}$$

$$\tilde{p} = \pi D$$

$$S = \frac{\pi}{4}D^2$$

$$\frac{\tilde{p}}{S} = \frac{4}{D}$$

$$p_1 S - p_2 S = \tau \tilde{p} L$$

$$(p_1 - p_2)S = \tau \tilde{p} L$$

$$\frac{p_1 - p_2}{L} = \tau \frac{\tilde{p}}{S} = -\frac{dp}{dx}$$

$$f = \frac{dp}{dx}(D)\left(\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}\rho u^2}\right) = \frac{\tau \, 4/\cancel{D} \cdot \cancel{D}}{\frac{1}{2}\rho u^2}$$

Sforzo a parete $\quad \tau_p = \mu \frac{\partial u}{\partial r}$

$$\cancel{\pi} r^{\cancel{2}}(p(x_1) - p(x_2)) = \tau 2\cancel{\pi r}(x_2 - x_1)$$

$$p(x_1) - p(x_2) = -\frac{\partial p}{\partial x}(x_2 - x_1)$$

$$r\left(-\frac{\partial p}{\partial x}\right)(x_2 - x_1) = \mu \frac{\partial u}{\partial r} 2 (x_2 - x_1)$$

$$\frac{du}{dr} = r\left[-\frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}\right]$$

$$u = \frac{r^2}{2}\left(-\frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}\right) + C$$

velocità alle pareti nulla

$$\int_0^L \left(-\frac{dp}{dx}\right) dx = \frac{1}{2}\rho u^2 \frac{f}{d} L$$

$$p_f - p_i = \frac{1}{2}\rho u^2 \frac{L}{d} f$$

$$P = \dot{V}(p_i - p_f) = US(p_i - p_s)$$

$$p_f = p_i - \frac{1}{2}\rho u^2 \frac{L}{d} f$$

$$P = SU\left(\cancel{p_i} - \cancel{p_i} + \frac{1}{2}\rho u^2 \frac{L}{d} f\right)$$

$$P_{in} = p_i US$$

$$P_{res} = p_f US = \left(p_i - \frac{1}{2}\rho u^2 \frac{L}{d} f\right) SU$$

$$\frac{\delta P_{res}}{\delta U} = S\left(p_i - \frac{1}{2}\rho \frac{L}{d} f 3U^2\right) = 0$$

$$p_i = \frac{3}{2}\rho U^2 \frac{L}{d} f = 3(p_i - p_f)$$

$$-2p_i = -3p_f$$

CONDIZIONE PER IL TRASPORTO MASSIMO DI POTENZA

$$p_f = \frac{2}{3} p_i$$

$$\frac{dE_{tot}}{dt} = -\int_S \rho h_{tot} \vec{u}\cdot\vec{n}\, dS + \dot{\mathcal{L}}_t + \dot{\mathcal{L}}_\mu + \dot{Q}_{cond} + \dot{Q}_{endo}$$

Se $\dot{\mathcal{L}}_t = \dot{Q}_{cond} = 0$:

- $\frac{d}{dt} = 0$

$$\int_S \rho h_{tot} \vec{u}\cdot\vec{n}\, dS = \dot{Q}_{endo} + \dot{\mathcal{L}}_\mu$$

- $\dot{Q}_{endo} = \dot{\mathcal{L}}_\mu = 0$

$$-\int_S \rho h_{tot} \vec{u}\cdot\vec{n}\cdot dS = \frac{dE_{tot}}{dt}$$

- $\frac{d}{dt} = 0$ il flusso di entalpia è nullo (si registra solo in entrata o in uscita)

$$h_1 + \frac{u_1^2}{2} + gz_1 = h_2 + \frac{u_2^2}{2} + gz_2$$

#2 APPLICAZIONE: TURBINA ESPANSIONE CICLO A VAPORE!

$h_1 = 3456 \ kJ/kg$

$h_2 = 2368 \ kJ/kg$

$(\Delta h)_t = 1088 \ kJ/kg$

$0{,}006 \, (\Delta h)_t = \frac{u_2^2}{2}$ energia che scarico

$u_2 = 114{,}3 \ m/s$

$$h_{tot,1} = h_1 + \frac{u_1^2}{2} + g z_1 = e_1 + \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{u_1^2}{2} + g z_1$$

$$H_{tot} = \underbrace{e/g + \frac{p_1}{g\rho_1}}_{z \text{ termica}} + \underbrace{\frac{u^2}{2g}}_{z \text{ cinetica}} + z \text{ quota}$$

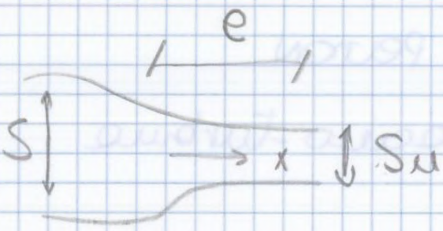
$$= \frac{h}{g} + \frac{u^2}{2g} + z$$

$\left(\frac{\Delta h}{g}\right) = 110'907 \ m$

$\frac{u_2^2}{2g} = 666 \ m$

$$S = \frac{\dot{M}}{\rho u} = 0,5\, m^2$$

$$D = 0,8\ m$$



$$a = \frac{d}{dt}(u(x(t))) = \frac{du}{dx}\frac{dx}{dt} =$$

$$= u\frac{du}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{v^2}{2}\right)$$

$$\dot{M} = \rho u S$$

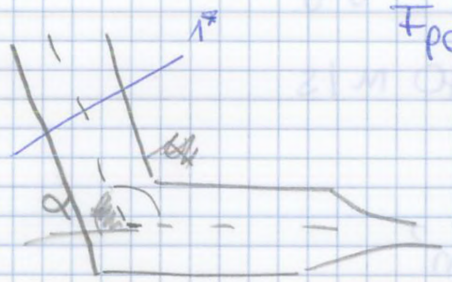
$$u(x) = \frac{M}{\rho S(x)}$$

$$a_{medio} = \frac{1}{e}\int_0^e a(x)\,dx = \frac{u_u^2 - u^2}{2e} = 4875\ m/s^2$$

$$F_{1,2} = (\rho u^2 + p^*)S\big|_2 - (\rho u^2 + p^*)S\big|_1 = -4,231 \cdot 10^6\ N$$

$$p^* = p - p_a$$

$$F_{pareti} = -F_{1,2} = 4,231 \cdot 10^6\ N$$

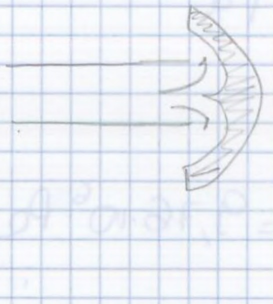


$$F_{1^*,2(x)} = (\rho v^2 + p)S\big|_2 - (\rho v^2\cos\alpha + p\cos\alpha)S\big|_1$$

$$F_{1^*,2(x)} = (\rho v^2 + p)S\big|_2 - (\rho v^2 + p)S\cos\alpha\big|_{1^*} =$$

$$= 2,70 \cdot 10^5\ N$$

$$\alpha \sim 81,8°$$



$$\cancel{\rho}(\cancel{u_u - u_p})S_u = 2\cancel{\rho}(\cancel{v_u - u_p})S_{ug}$$

$$S_{ug} = 1/2\, S_u$$

$$u_p = \Omega R$$

$$F_{acqua} = (\rho(v_u - u_p)^2 + p^*)S_u =$$

$$= -2(\rho(v_u - u_p)^2(-\cos\theta) + p^*\cos\theta)S_{gu}$$

$$= \rho(u_u - u_p)^2(1 + \cos\theta)S_u =$$

$$= \rho S_u(u_u - u_p)(u_u - u_p)(1 + \cos\theta)$$

$$= \dot{M}(u_u - u_p)(1 + \cos\theta)$$

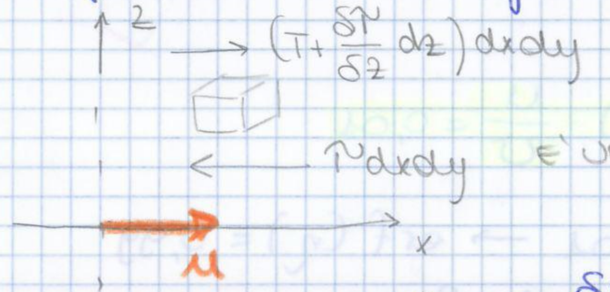
CONVEZIONE FORZATA e PROBLEMA DI STOKES

19.5.2014

Il moto è imposto e favorisce lo scambio di calore, che avviene allo STRATO LIMITE.
Il passaggio del valore della velocità da 0 a un valore alto, in uno spazio molto piccolo, implica un elevato gradiente e quindi un elevato sforzo di taglio.
Gli strati limite termici (Pr) e quelli cinetici (Re) sono comparabili.

PRIMO PROBLEMA DI STOKES

Stokes immaginò un pavimento su un piano infinito su xy, sottostante a un semispazio infinito pieno di fluido (ρ, ν).
A $t=0$, viene conferita al pavimento una certa velocità u.
Il fluido viene gradatamente trascinato.



u è solo nella direzione x

È UN MOTO INSTAZIONARIO!

equilibrio dinamico
$$-\rho \cancel{dx}\,\cancel{dy}\,\cancel{dz} \frac{\partial u}{\partial t} - \cancel{\tau}\,\cancel{dx}\,\cancel{dy} + \left(\cancel{\tau} + \frac{\partial \tau}{\partial z} \cancel{dz}\right)\cancel{dx}\,\cancel{dy} = 0$$

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \cancel{u \frac{\partial u}{\partial x}} + \cancel{v \frac{\partial u}{\partial y}} + \cancel{w \frac{\partial u}{\partial z}}$$

$$-\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \tau}{\partial z} = 0$$

EQUAZIONE DELLA DIFFUSIONE O DEL CALORE
equazione parabolica (non stazionaria)
$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = \rho \frac{\partial u}{\partial t}$$

$$\tau = \mu \frac{du}{dz}$$

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

PRIMO PROBLEMA TERMICO DI STOKES

Semispazio ripieno di fluido sopra a un pavimento a T_p, mentre il fluido è a T_f.
Il fenomeno avviene a p cost.

$$\dot{q}\,\cancel{dx\,dy} - \left(\dot{q} + \frac{\delta \dot{q}}{\delta z}\,\cancel{dz}\right)\cancel{dx\,dy} = \rho\,\cancel{dx\,dy\,dz}\,c_p\,\frac{\delta T}{\delta t}$$

$$-\frac{\delta \dot{q}}{\delta z} = \rho\, c_p \frac{dT}{\delta t}$$

l'incremento di entalpia è pari al flusso termico netto

$$\dot{Q} = -\lambda \frac{dT}{dz}$$

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} = \lambda \frac{d^2 T}{\delta z^2}$$

$$K = \frac{\lambda}{\rho c_p}$$

$$\frac{dT}{dt} = K \frac{d^2 T}{dt}$$

$$T(0,t) = T_p \qquad T^*(0,t) = T_p - T_f$$
$$T(z,0) = T_f \qquad T^*(z;0) = 0$$
$$\Big\} \longrightarrow T^* = T - T_f$$

stesso risultato, stessi grafici

$$T^*(z,t) = (T_p - T_f)(1 - \operatorname{erf}\eta_t)$$

$$\eta_t = \frac{z}{2\sqrt{Kt}} \qquad \operatorname{erf}\eta_t = \frac{2}{\sqrt{2}}\int_0^{\eta_t} e^{\eta_t^2}\, d\eta$$

$$\delta_t(T) = \frac{T - T_f}{T_p - T_f} = 0{,}01$$

IL SUO ORDINE DI GRANDEZZA È PARAGONABILE A $\delta(t)$ E QUINDI SI PARLA DI STRATO LIMITE TERMICO

$$\delta_t = 4\sqrt{Kt}$$

$$\frac{\delta}{\delta_t} = \sqrt{\frac{\nu}{K}} = \sqrt{Pr} \sim 1$$

propagazione cinematica / propagazione termica