NUMERO: 1123

DATA: 22/09/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Russano

MATERIA: Fisica I

Prof. Daghero

Introduzione 04.03.2013

La FISICA tenta di descrivere ed interpretare i fenomeni naturali, con un METODO SCIENTIFICO SPERIMENTALE (introdotto da Galileo Galilei).

Gli aspetti filosofici della fisica sono:

- Il mondo esiste al di fuori di me; la nostra fonte di conoscenza è la percezione (non tutto è reale).
- Il mondo è essenzialmente razionale.
- Il mondo può essere analizzato localmente, senza alterare la sua struttura essenziale (se lo si studia, non si rende diversa la realtà; non vale in meccanica quantistica).
- I costituenti semplici del mondo non hanno libero arbitrio (la natura è scomponibile).
- La natura ha comportamenti regolari che possono essere predetti.
- Spazio e tempo esistono.
- Il mondo può essere descritto matematicamente.
- Questi postulati sono sempre validi in qualunque tempo e qualunque spazio.

• IL METODO SCIENTIFICO

È essenzialmente basato sulla MISURA.

1. SCHEMATIZZAZIONE, la fisica descrive un modello della realtà, non la realtà.
2. MISURA, consiste nell'associare a grandezze fisiche (non definite) un numero con un'unità di misura.
3. CORRELAZIONI TRA LE MISURE, attraverso dei grafici, su assi cartesiani.
4. LEGGI, equazione che lega le grandezze, attraverso il fit (ricerca della teorica curva che esprime al meglio le correlazioni).
5. PREDIZIONE, calcolare i risultati che ci si aspetta dalle leggi, in differenti condizioni.
6. TEST SPERIMENTALE, verifica.

Dal processo alla legge è l'INDUZIONE (dal particolare al generale); dalla legge al test sperimentale è la DEDUZIONE.

Misure 04.03.2013 - 08.03.2013

La misura può presentare INCERTEZZA, che dipende da diversi fattori. Quindi la grandezza si esprime con:

$$\text{(Grandezza)}\ X = \underset{\text{valore}}{x} \pm \underset{\text{incertezza}}{\Delta x}\ [X] \rightarrow \text{unità}$$

- Δx INCERTEZZA ASSOLUTA, stessa unità di misura
- $\Delta x / x$ INCERTEZZA RELATIVA, adimensionale
- $\Delta x / x \cdot 100$ INCERTEZZA PERCENTUALE, adimensionale

CIFRE SIGNIFICATIVE

Le CIFRE SIGNIFICATIVE sono le cifre del numero che sono certe; spesso le incertezze rimangono implicite, per indicare che si ha sull'ultima cifra.
Se si moltiplicano o dividono due numeri, il risultato ha il numero di cifre significative di quello che ne ha meno.
Se invece si sommano o sottraggono due numeri, il risultato ha i decimali fino ai più certi.
La NOTAZIONE SCIENTIFICA rende chiaro il numero di cifre significative.

ORIGINE DELL'INCERTEZZA

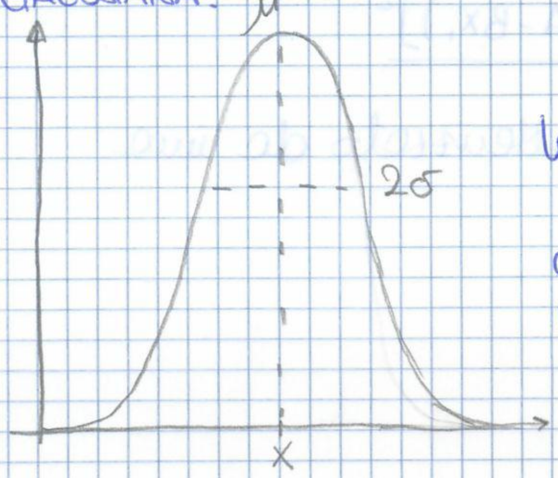
È IMPOSSIBILE RIMUOVERE TUTTE LE FONTI DI INCERTEZZA

- L'ERRORE SISTEMATICO è un errore che avviene sempre nello stesso verso (aumenta o diminuisce sempre!). È dovuto principalmente dallo strumento o dalle condizioni di misura. Si può evitare con una correzione a posteriori.
- l'ERRORE CASUALE è dovuto a fenomeni spesso inspiegabili e non è eliminabile.

La misura è caratterizzata da ACCURATEZZA e PRECISIONE.
L'accuratezza è la conformità della misura al valore reale. È generalmente caratterizzata da errori sistematici.
La precisione è la media alla quale si ottiene lo stesso valore di misura. IN GENERALE, IL VALORE ESATTO NON SI PUÒ CONOSCERE
L'incertezza degli strumenti è la SENSIBILITÀ, la minima variazione nella quantità da misurare, che può essere percepita.

$1/n \; dn/dx$ è la densità di probabilità (SPERIMENTALE)

Per il TEOREMA DEL LIMITE CENTRALE, la somma di un numero grande di variabili indipendenti fra loro e distribuite in modo casuale, sarà sempre distribuito in modo normale, ovvero seguendo una DISTRIBUZIONE GAUSSIANA.



$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

la curva è simmetrica rispetto a $x=\mu$, il punto medio. Tende asintoticamente a 0 a $\mp\infty$. L'altezza massima è $1/\sqrt{2\pi}\sigma$. σ misura la larghezza della gaussiana nei due punti di flesso $x_{1,2} = \mu \pm \sigma$. È la deviazione standard.

Il valor medio della popolazione è

$$\mu \cong \bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\, x \, dx$$ [più n è grande, più il valore è esatto]

$$\sigma \cong s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$ [rappresenta l'incertezza NON DIMINUISCE AUMENTANDO (

$\Delta x = s/\sqrt{n}$ è la deviazione standard della media.

- MISURE INDIRETTE

Nelle misure indirette, la propagazione dell'incertezza avviene in questo modo:

$$Z = X_1 \pm X_2 \qquad \begin{cases} z = x_1 \pm x_2 \\ \Delta z = \Delta x_1 \pm \Delta x_2 \end{cases}$$

$$Z = \frac{X_1 \cdot X_2}{X_3} \qquad \begin{cases} z = x_1 \cdot x_2 / x_3 \\ \dfrac{\Delta z}{|z|} = \dfrac{\Delta x_1}{|x_1|} + \dfrac{\Delta x_2}{|x_2|} + \dfrac{\Delta x_3}{|x_3|} \end{cases}$$

$$Z = a X_1 \qquad \begin{cases} z = a x_1 \\ \Delta z = |a| \Delta x_1 \end{cases}$$

$$Z = X_1^n \qquad \begin{cases} z = x_1^n \\ \dfrac{\Delta z}{|z|} = n \dfrac{\Delta x_1}{|x_1|} \end{cases}$$

La cinematica 08.03.2013 - 11.03.2013 - 15.03.2013

(INDIPENDENTEMENTE DALLE CAUSE)
La CINEMATICA è la descrizione del moto.

(PRIVO DI DIMENSIONI)
Si considera il corpo con l'approssimazione del PUNTO MATERIALE (il punto di massa), così che la sua posizione è definita semplicemente dalle sue coordinate rispetto ad un sistema di riferimento. Il punto materiale può solo TRASLARE, non può né ruotare né vibrare.

Il vettore $\vec{r}$ è il VETTORE POSIZIONE (dall'origine del sistema di riferimento alla posizione del punto). NELLO SPAZIO 3 COORDINATE

$\vec{r} = \vec{r}(t)$ è l'EQUAZIONE VETTORIALE DEL MOTO, espressa in funzione del tempo, e permette di conoscere la posizione esatta del corpo in ogni istante.

La TRAIETTORIA è il percorso che segue un corpo in movimento; è il luogo dei punti occupati successivamente dalle posizioni del corpo. (È UNA CURVA CONTINUA NELLO SPAZIO)

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}$$

Nel moto circolare uniforme: $\vec{r}(t) = R\cos(\omega t)\hat{i} + R\sin(\omega t)\hat{j}$

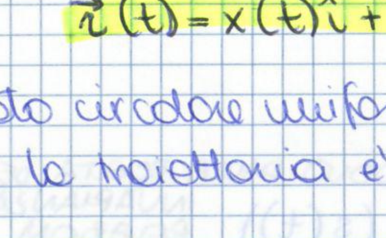
la traiettoria è: $x^2 + y^2 = R$

La RAPPRESENTAZIONE INTRINSECA permette di separare la traiettoria dal moto.

$$\vec{r}(t) = \vec{r}(s(t)) \longrightarrow \vec{r} = \vec{r}(s)$$ ASCISSA CURVILINEA, ESPRIME LA LUNGHEZZA DELLA TRAIETTORIA

$s = s(t)$ è la LEGGE ORARIA, che dice dove si trova il corpo a un dato istante.

Lo SPOSTAMENTO tra t_1 e t_2 è il vettore $\Delta\vec{r} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)$ e non dipende dalla traiettoria.



(*) È TANGENTE ALLA TRAIETTORIA

(RAPIDITÀ CON CUI AVVIENE LO SPOSTAMENTO)
La VELOCITÀ MEDIA di Δt è il vettore $\vec{v}_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}$ NEL MOTO GENERICO NON È COSTANTE

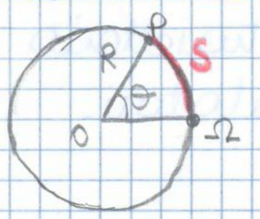
L'unità di misura è il m/s.

(RAPIDITÀ DI VARIAZIONE TEMPORALE DELLA POSIZIONE)
La VELOCITÀ ISTANTANEA è $\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0}(\vec{v}_m) = \dfrac{d\vec{r}(t)}{dt}$ (*)

La velocità media ha lo stesso verso dello spostamento;

IL SEGNO DELLA VELOCITÀ INDICA IL VERSO DELLO SPOSTAMENTO

• Intrinseche:



$$\vec{r}(s) = R\cos\left(\frac{s}{R}\right)\hat{\imath} + R\sin\left(\frac{s}{R}\right)\hat{\jmath}$$

$$s = \omega R t$$

$s = 0 \qquad \hat{\mu}_T = \hat{\jmath}$

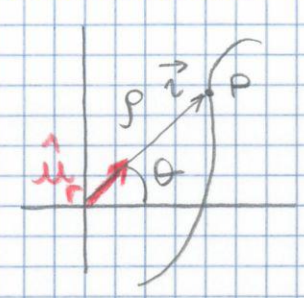
$s = \frac{\pi}{2}R \qquad \hat{\mu}_T = -\hat{\imath}$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \underbrace{\left\{\left[-\cancel{R}\sin\left(\frac{s}{R}\right)\frac{1}{\cancel{R}}\right]\hat{\imath} + \left[\cancel{R}\cos\left(\frac{s}{R}\right)\frac{1}{\cancel{R}}\right]\hat{\jmath}\right\}}_{\hat{u}_T} \cdot \omega R$$

_COORDINATE POLARI:

$x = r\cos\theta \qquad r = \sqrt{x^2+y^2} \qquad tg\,\theta = \frac{y}{x}$

$y = r\sin\theta$



$P-(\rho,\theta)$

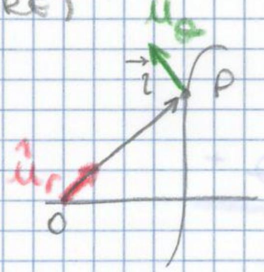
$$\vec{r}(t) = \rho(t)\,\hat{u}_r(t)$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\rho(t)\,\hat{u}_r(t)\right) =$$

$$= \frac{d\rho}{dt}\hat{u}_r + \rho\frac{d\hat{u}_r}{dt} = \frac{d\rho}{dt}\hat{u}_r + \rho\frac{d\theta\,\hat{u}_\theta}{dt}$$

(DIPENDE DALLA VARIAZIONE DEL MODULO DEL RAGGIO VETTORE) velocità radiale

velocità trasversale (DIPENDE DALLA VARIAZIONE DI DIREZIONE)



$$\Delta\hat{u}_r = \hat{u}_r(t+\Delta t) - \hat{u}_r(t)$$

$$du_r \parallel \hat{u}_\theta$$

$$\| du_r \| = 1 \cdot d\theta = d\theta$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{\rho\, d\theta}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2}$$

Si chiama ACCELERAZIONE MEDIA il vettore $\vec{a}_m = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t}$.

(RAPIDITÀ DELLA VARIAZIONE TEMPORALE DELLA VELOCITÀ)

L'ACCELERAZIONE ISTANTANEA è il $\lim_{\Delta t \to 0} \vec{a}_m = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$.

u.m. m/s^2

$a = 0$ LA VELOCITÀ È COSTANTE

$a > 0$ LA VELOCITÀ CRESCE

$a < 0$ LA VELOCITÀ DECRESCE (DECELERAZIONE)

_COORDINATE CARTESIANE:

$$\vec{r}(t) = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$$

$$\vec{v}(t) = v_x\hat{\imath} + v_y\hat{\jmath} + v_z\hat{k}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

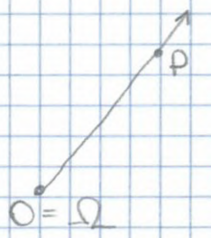
$$\vec{a}(t) = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}$$

LA COMPONENTE ∥ È DOVUTA AL CAMBIO DEL MODULO DELLA VELOCITÀ, LA COMPONENTE ⊥ AL CAMBIO DI DIREZIONE

L'ACCELERAZIONE È LEGATA ALLA SECONDA LEGGE DI NEWTON QUINDI INDICA LA PRESENZA DI UNA FORZA

· MOTO RETTILINEO

SI SVOLGE LUNGO UNA RETTA CON ORIGINE E VERSO (TRAIETTORIA)

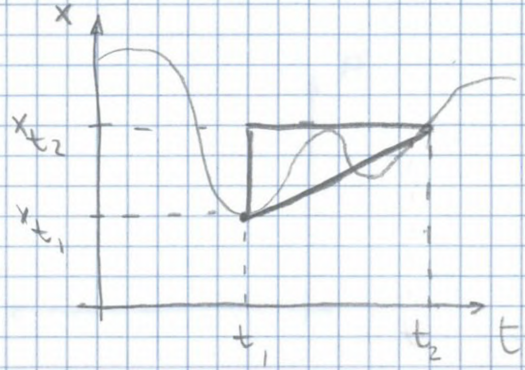


$$s = x$$

$$x = x(t)$$ DESCRITTO TRAMITE UN'UNICA COORDINATA

$$\hat{u}_T = \hat{i}$$

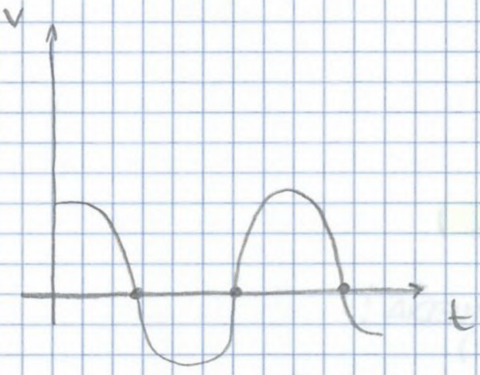
$$\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{i}$$



← DIAGRAMMA ORARIO

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1) = [x(t_2) - x(t_1)]\,\hat{i}$$

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\,\hat{i} = \frac{|\Delta x|}{\Delta t}\,\hat{i}$$



$$a_x = \frac{dv_x}{dt}$$

$$dv_x = a_x\,dt$$

• $$v_x(t) - v_x(t_0) = \int_{t_0}^{t} a_x(t)\,dt$$

$$v_x = \frac{dx}{dt}$$

$$dx = v_x\,dt$$

$$\int_{x(t_0)}^{x(t)} dx = \int_{t_0}^{t} v_x\,dt$$

$x(t_0)$ POSIZIONE INIZIALE DEL PUNTO

$v(t_0)$ VELOCITÀ INIZIALE DEL PUNTO

• $$x(t) - x(t_0) = \int_{t_0}^{t} v_x(t)\,dt$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{dv_x}{dx}\cdot\frac{dx}{dt} = v_x\,\frac{dv_x}{dx}$$

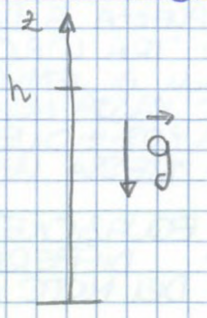
$$a_x\,dx = v_x\,dv_x$$

$$\int_{x_0}^{x} a_x\,dx = \int_{v(x_0)}^{v(x)} v_x\,dv_x$$

• $$\frac{1}{2}v_x^2 - \frac{1}{2}v_{x_0}^2 = \int_{x_0}^{x} a_x\,dx$$

ESSENDO QUADRATICA NON SI HA INFORMAZIONE SUL SEGNO

- MOTO VERTICALE IN CAMPO GRAVITAZIONALE



$$t_0 = 0 \qquad V_0 = 0$$

$$z(t_0) = z_0 = h$$

$$z(t) = h - \frac{1}{2} g t^2$$

ACCELERAZIONE COSTANTE 9,81 m/s

$$V_z(t) = -gt$$

SE C'E' UNA VELOCITA' INIZIALE, IL TEMPO DI CADUTA E' MINORE E LA VELOCITA' DI CADUTA MAGGIORE

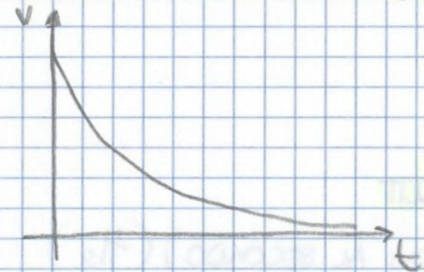
$$z(t^*) = 0 = h - \frac{1}{2} g t^2$$

$$h = \frac{1}{2} g t^{2*} \qquad t^* = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

SE SI LANCIA VERSO L'ALTO AD UN CERTO PUNTO SI FERMA E RICADE CON VELOCITA' INIZIALE NULLA

$$V_z(t^*) = -\sqrt{2gh}$$

- MOTO SMORZATO ESPONENZIALMENTE (moto vario)



$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -b v_x \qquad b > 0$$

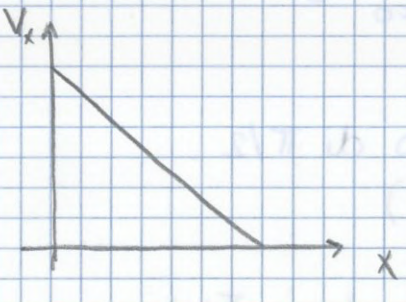
$$\frac{dv_x}{v_x} = -b\,dt = \ln v_x \Big|_{v_x(t-t_0)}^{v_x(t)} = -b(t-t_0)$$

L'ACCELERAZIONE E' SEMPRE CONTRARIA ALLA VELOCITA'.
L'ANDAMENTO DELLA VELOCITA' CON LA POSIZIONE E' LINEARMENTE DECRESCENTE: LA VELOCITA' SI ANNULLA PER $x = V_0/K$ DOVE IL PUNTO SI FERMA.

$$\ln \frac{v_x(t)}{v_x(t-t_0)} = -b(t-t_0)$$

$$\frac{v_x(t)}{v_{x_0}} = e^{-b(t-t_0)}$$

$$v_x(t) = v_{x_0} \cdot e^{-b(t-t_0)}$$



$$\frac{dv_x}{dt} = -b v_x$$

$$\frac{dv_x}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = -b v_x$$

$$\cancel{v_x} \frac{dv_x}{dx} = -b \cancel{v_x}$$

$$dv_x = -b\,dx$$

$$v_x - v_{x_0} = -b(x - x_0)$$

$$x_{MAX} = x_0 + \frac{v_{x_0}}{b}$$

$$\begin{cases} x(t) = A\sin\overbrace{(\omega t + \varphi_0)}^{\text{FASE DEL MOTO}} \quad \text{FASE INIZIALE} \\ v(t) = \omega A\cos(\omega t + \varphi_0) \end{cases}$$

$$\omega^2 x^2 + v^2 = A^2\omega^2\left[\sin^2(\omega t + \varphi_0) + \cos^2(\omega t + \varphi_0)\right]$$

$$v^2 + \omega^2 x^2 = A^2\omega^2$$

$$v^2 = (A^2 - x^2)\omega^2$$

(OPPOSIZIONE DI FASE)

$$a(t) = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x(t)$$

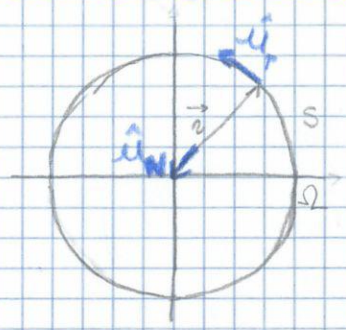
E' PROPORZIONALE E OPPOSTA ALLO SPOSTAMENTO DAL CENTRO DI OSCILLAZIONE

I sistemi che si muovono di moto armonico sono le MOLLE e i PENDOLI (PER PICCOLE OSCILLAZIONI)

LA VELOCITÀ ASSUME IL VALORE MASSIMO NEL CENTRO DELL'OSCILLAZIONE E SI ANNULLA AGLI ESTREMI DOVE SI INVERTE IL SENSO DEL MOTO. L'ACCELERAZIONE SI ANNULLA NEL CENTRO DI OSCILLAZIONE E ASSUME IL VALORE MASSIMO IN MODULO AGLI ESTREMI.

. MOTO CIRCOLARE

LA TRAIETTORIA È UNA CIRCONFERENZA
MOTO PERIODICO DI $T = 2\pi R / v = 2\pi / \omega$



Coordinate intrinseche: $a_N \neq 0$

$$\vec{r} = \vec{r}(s) = \vec{r}(\theta) \rightarrow \begin{cases} x = R\cos\theta \\ y = R\sin\theta \end{cases}$$

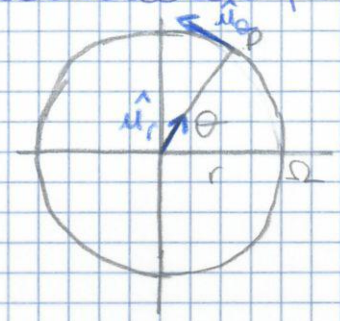
$$s(t) = R\theta$$

$$\vec{v} = v\hat{u}_T$$

$$\vec{a} = dv/dt\ \hat{u}_T + v^2/R\ \hat{u}_N$$

È SEMPRE DIVERSA DA 0 PERCHÉ LA VELOCITÀ CAMBIA DIREZIONE

Coordinate polari:



$$\vec{r}(t) = \rho(t)\hat{u}_r(t) = R\hat{u}_r(t)$$

$$\vec{v}(t) = R\frac{d\hat{u}_r}{dt} = R\frac{d\theta}{dt}\hat{u}_\theta = R\omega\hat{u}_\theta$$

$v = r\omega \longrightarrow \omega =$ VELOCITÀ ANGOLARE $= v/r = \dfrac{d\theta}{dt}$

$$\vec{a}(t) = R\frac{d\omega}{dt}u_\theta - R\underbrace{\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2}_{\omega^2}\hat{u}_r$$

$\vec{a}$ è uguale per entrambe le coordinate:

- $\hat{u}_T = \hat{u}_\theta$
- $\hat{u}_N = -\hat{u}_r$
- $R\omega^2 = v^2/r$
- $\dfrac{dv}{dt} = R\dfrac{d^2\theta}{dt^2} = R\dfrac{d\omega}{dt}$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{R}\frac{ds}{dt} = \frac{v}{R}$$

SE V NON È COSTANTE, NEMMENO ω LO È

$\dfrac{d\omega}{dt} = \alpha \longrightarrow$ ACCELERAZIONE ANGOLARE

	Intrinseche	Angolari	
Posizione	s	θ	$s = R\theta$
Velocità	v	ω	$v = R\omega$
Accelerazione	$a_T = dv/dt$	α	$a_T = \alpha R$
	$a_N = v^2/r$	$a = \omega^2 r$	$a_N = \omega^2 R$

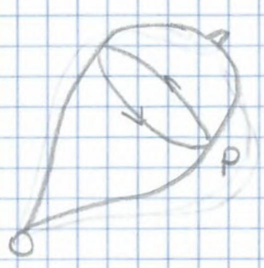
- $v =$ COST.

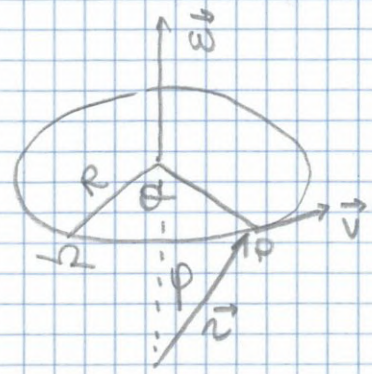
$$s = s_0 + vt$$

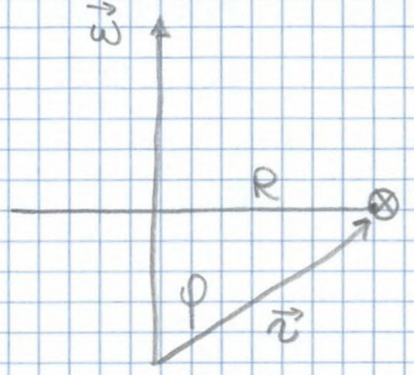
$$x = x_0 + v_{x_0}t$$

$$s/R = s_0/R + v/R\ t \Rightarrow \theta = \theta_0 + \omega t$$

- TROTTOLA







$\|\vec v\| = \|\omega\|\|r\| \sin\varphi = \omega R$

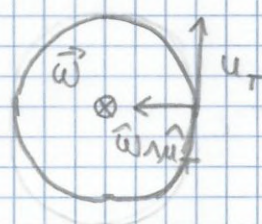
PRECESSIONE: moto di vettore di modulo 1 che ruota intorno ad un asse (ROTAZIONE DI UN ASSE RISPETTO AD UN ALTRO FISSO CON CUI FORMA UN ANGOLO COSTANTE)

$$\frac{d\vec A}{dt} = \frac{d\vec r}{dt} = \vec\omega \wedge \hat r = \vec \omega \wedge \vec A$$

(DERIVAZIONE VERSORI)

FORMULE DI CAUCHY

$$\frac{d\hat u_T}{dt} = \vec\omega\wedge\hat u_T = \omega = \frac{d\theta}{dt}\hat u_N$$



è inerziale).

È UNA LEGGE SPERIMENTALE E VETTORIALE

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

VALE SOLO PER I SRI. E PER CORPI LA CUI VELOCITÀ È MOLTO MINORE DI QUELLA DELLA LUCE

$$\sum \vec{F} = 0 \rightarrow \vec{a} = 0$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$F_x \hat{i} = m a_x \hat{i}$$

$$\frac{d^2 x}{dt} = \frac{F_x}{m}$$

$$m = \frac{\sum \vec{F}}{\vec{a}}$$ è uno scalare

SI DEFINISCE IL SUO SIGNIFICATO FISICO

$$[F] = [M][L][T]^{-2} \qquad kg \cdot m \cdot s^{-2} = N$$

la massa è il rapporto $\|\vec{F}\| / \|\vec{a}\|$.

Due masse sono uguali se $m_A = m_B$ $\begin{cases} F = m_A a_A \\ F = m_B a_B \end{cases} \rightarrow a_A = a_B$

È una grandezza estensiva, una grandezza additiva che dipende dalla grandezza del sistema.

L'EFFETTO DINAMICO È TANTO MAGGIORE, QUANTO È MINORE LA MASSA.

la QUANTITÀ DI MOTO è il prodotto tra massa e velocità. È un vettore parallelo alla velocità.

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

UNA FORZA DETERMINA LA VARIAZIONE DI QUANTITÀ DI MOTO NEL TEMPO

$$[p] = [M][L][T]^{-1} = [J]$$

SI PUÒ UTILIZZARE ANCHE CON MASSA NON COSTANTE

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

la somma delle forze applicate su un corpo è uguale alla variazione della sua quantità di moto nel tempo.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

IN ASSENZA DI FORZA, LA QUANTITÀ DI MOTO SI CONSERVA

$$d\vec{p} = \vec{F} dt$$

$$\int_{p_1}^{p_2} d\vec{p} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$$

FORMA INTEGRALE DELLA SECONDA LEGGE DI NEWTON

$$p_2 - p_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t) dt = \vec{J}$$

l'IMPULSO della forza nel tempo è l'integrale della forza nel tempo, ovvero è uguale alla variazione della quantità di moto. Questo è il teorema dell'impulso.

PROVOCA LA VARIAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO

TIPI DI FORZE

Esistono 4 tipi di forze fondamentali:

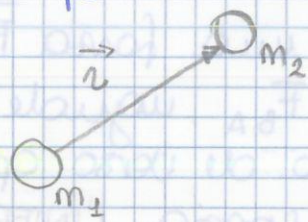
- GRAVITAZIONALE (con masse molto grandi)
- NUCLEARE FORTE
- ELETTROMAGNETICA (particelle cariche)
- NUCLEARE DEBOLE

} (nuclei)

N.B. le forze di contatto sono forze elettromagnetiche.

FORZA GRAVITAZIONALE

E' una forza attrattiva che vale anche per masse sferiche



$$F_{1,2} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{u}_r$$ → MASSA GRAVITAZIONALE

$$\gamma = G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$$

PESO $w = -\gamma \frac{m M_T}{r_T^2} u_r = m \vec{g}$ CAMPO GRAVITAZIONALE

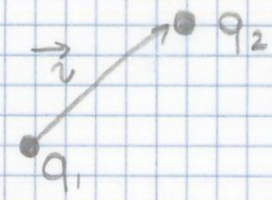
DIRETTA VERSO IL BASSO

PROPORZIONALE A M

$\|\vec{g}\| = 9{,}80\ m/s^2$ cambia lunghezza e direzione

E' UNA FORZA COSTANTE. IL PESO E' LA FORZA GRAVITAZIONALE CHE LA TERRA ESERCITA SU UN CORPO. TUTTI I CORPI LASCIATI CADERE ASSUMONO LA STESSA ACCELERAZIONE (g)

FORZA ELETTROMAGNETICA (o DI COULOMB)



$$F_{1,2} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{u}_r$$

$q_1 q_2 > 0$ REPULSIVA

$q_1 q_2 < 0$ ATTRATTIVA

FORZA ELASTICA

E' UNA FORZA DI RICHIAMO. PRODUCE UN MOTO RETTILINEO.

E' la forza associata a una MOLLA:

- ha direzione costante
- il verso e' rivolto verso O (il centro) (LA POSIZIONE DI EQUILIBRIO)
- il modulo e' proporzionale alla distanza da O

VIENE APPLICATA CON UNA MOLLA CHE PRESENTA UNA LUNGHEZZA A RIPOSO E PUO' ESSERE DEFORMATA (COMPRESSA O ESTESA)

$$\vec{F} = -Kx\,\hat{u}_x$$ LEGGE DI HOOKE

E' PROPORZIONALE ALLA DEFORMAZIONE FINO AL LIMITE DI ELASTICITA'

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$-Kx\,\hat{u}_x = m a_x \hat{u}_x$$

$$-Kx = m a_x = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

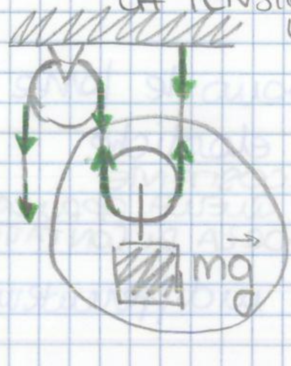
$$\frac{d^2 x}{dt} + \frac{K}{m} x = 0$$ MOTO ARMONICO SEMPLICE

Si chiama TENSIONE $\vec{T}$ la forza che ogni segmento di fune esercita sul segmento adiacente. Se la fune è ferma, la tensione è, in modulo, uguale per ogni segmento.

$$\|\vec{F}\| = \|\vec{T}\|$$

IL VALORE DELLA TENSIONE È LO STESSO LUNGO TUTTO IL FILO

SE LA MASSA NON E' TRASCURABILE, LA TENSIONE NON E' LA STESSA LUNGO IL FILO



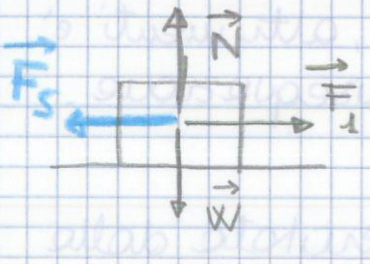
$$m_c = 0$$
$$\Sigma \vec{F} = 0$$
$$2T - mg = 0$$
$$T = \tfrac{1}{2} mg$$

PER UN FILO IDEALE, SI HA UNA TENSIONE MASSIMA CHE DIPENDE DAL MATERIALE E LE DIMENSIONI GEOMETRICHE

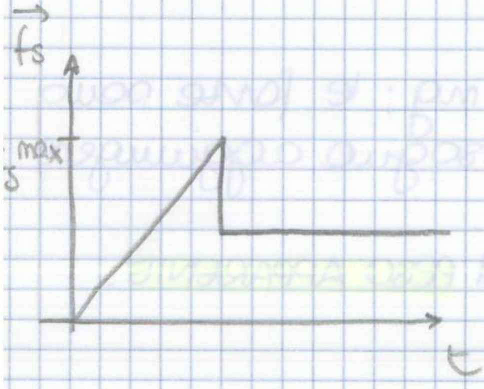
SI POSSONO UTILIZZARE CON GLI STESSI SCOPI ANCHE BACCHETTE RIGIDE (POSSONO ESSERE ANCHE COMPRESSE)

- FORZE DI ATTRITO

NON DIPENDONO DALLA SUPERFICIE DI CONTATTO
HANNO ORIGINE DALLE FORZE DI COESIONE TRA DUE MATERIALI

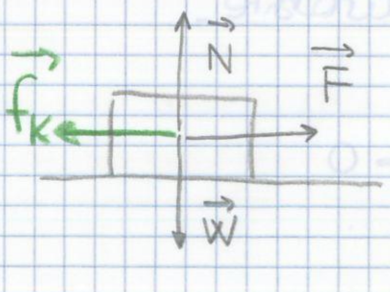


Il corpo è fermo, ma io lo sto tirando da una parte.
$\vec{f_s}$ è la FORZA DI ATTRITO RADENTE STATICO che impedisce al corpo di muoversi.
Se il corpo non si muove $\|\vec{f_s}\| = \|\vec{F_1}\|$.
Quando f_s raggiunge un valore massimo, il corpo comincia a muoversi.



$$\vec{f_s}^{max} = \mu_s \vec{N} \qquad \vec{f_s} \leq \mu_s \vec{N}$$

COEFFICIENTE DI ATTRITO STATICO $(0 < \mu_s < 1)$, che dipende dal tipo di superfici a contatto



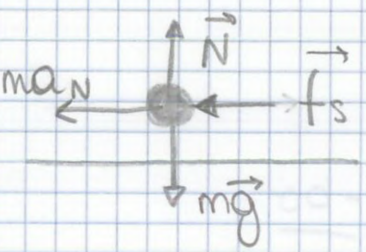
Quando il corpo si sta muovendo, la forza che si oppone alla forza che viene applicata è la FORZA DI ATTRITO RADENTE DINAMICO.

$$\vec{f_k} = \mu_k \vec{N}$$

NON DIPENDE DALLA VELOCITA'

$$0 < \mu_k < \mu_s < 1$$

MACCHINA CHE CURVA



$$\begin{cases} -f_s = -m\,v^2/R \\ N - mg = 0 \end{cases} \rightarrow N = mg$$

$$f_s = \frac{mv^2}{R} \leq \mu_s N$$

$$\frac{\cancel{m}v^2}{R} \leq \mu_s \cancel{m} g$$

$$v^2 \leq \mu_s g R$$

- R, μ_s dati

$$v_{max} = \sqrt{\mu_s g R}$$

- v, μ_s dati

$$R \geq \frac{v^2}{\mu_s g}$$

INDIPENDENZA DALLA MASSA

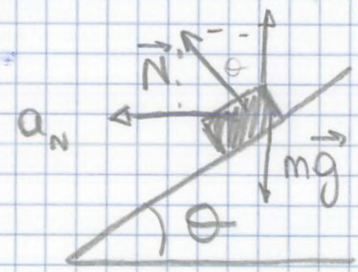
$$r_{min} = \frac{v^2}{\mu_s g}$$

- v, R dati

$$\mu_s \geq \frac{v^2}{gR}$$

$$\mu_{s\,min} = \frac{v^2}{gR}$$

MACCHINA CHE CURVA SU PIANO INCLINATO



$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$\begin{array}{l} \hat{u}_r \\ \hat{k} \end{array} \begin{cases} -N\sin\theta = -m\,v^2/R \\ -mg + N\cos\theta = 0 \end{cases}$$

$$N = \frac{mg}{\cos\theta}$$

$$g\tan\theta = v^2/R$$

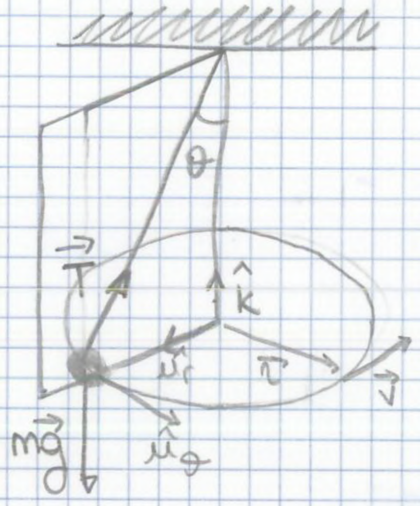
$$\tan\theta = \frac{v^2}{gR}$$

l'effetto dell'attrito e dell'inclinazione della carreggiata è lo stesso!

$$v = \frac{ds}{dt} = L\frac{d\theta}{dt} = \underbrace{S_{max}\,\omega}_{}\cos(\omega t + \cancel{\varphi_0})$$

$$v_{max}\cos(\omega t)$$

PENDOLO CONICO



E' UN MOTO CIRCOLARE UNIFORME SI SVOLGE QUINDI SU UN PIANO ORIZZONTALE

$$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$\begin{cases} \hat{u}_r & +T\sin\theta = +m\,v^2/r \\ \hat{k} & T\cos\theta - mg = 0 \end{cases}$$

$$T = mg/\cos\theta$$

$$\boxed{T = cost \;\; \propto \theta}$$

$$\cancel{m}g\,tg\theta = \cancel{m}\,v^2/r$$

$$r = L\sin\theta$$

$$v = \omega\, r$$

$$g\,tg\theta = \omega^2/r$$

$$g\frac{\cancel{\sin\theta}}{\cos\theta} = \omega^2 L\,\cancel{\sin\theta}$$

$$\cos\theta = g/\omega^2 L$$

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j} + \frac{dv_z}{dt}\hat{k} = \frac{d^2x}{dt^2}\hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\hat{k}$$ ACCELERAZIONE ASSOLUTA

$$\vec{a}' = \frac{d^2x'}{dt^2}\hat{i}' + \frac{d^2y'}{dt^2}\hat{j}' + \frac{d^2z'}{dt^2}\hat{k}'$$ ACCELERAZIONE RELATIVA

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0 + \vec{\omega} \wedge \vec{r}'$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \frac{d\vec{v}_0}{dt} + \frac{d}{dt}(\vec{\omega} \wedge \vec{r}') =$$

$$= \vec{a}' + \vec{\omega} \wedge \vec{v}' + \vec{a}_0 + \vec{\alpha} \wedge \vec{r}' + \vec{\omega} \wedge (\vec{v}' + \vec{\omega} \wedge \vec{r}') =$$

TEOREMA DELLE ACCELERAZIONI RELATIVE: $\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0 + \vec{\alpha} \wedge \vec{r}' + 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}' + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}')$

L'ACCELERAZIONE DI TRASCINAMENTO è l'accelerazione di un corpo fermo in un sistema di riferimento mobile per il sistema di riferimento fisso ($a' = v' = 0$)

$$\vec{a}_t = \vec{a}_0 + \vec{\alpha} \wedge \vec{r}' + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}')$$

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_t + \vec{a}_{co}$$ → ACC CORIOLIS $= 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}'$

DIPENDE DAL MOTO RISPETTO AL SISTEMA MOBILE

$O \to$ S.R.I. $\quad \Sigma\vec{F} = m\vec{a}$ FORZE VERE (INTERAZIONI FONDAMENTALI)

$O' \to$ S.R.N.I. $\quad \Sigma\vec{F} \neq m\vec{a}'$

$$\Sigma\vec{F} = m(\vec{a}' + \vec{a}_t + \vec{a}_{co})$$

$$\Sigma\vec{F} \underbrace{- m\vec{a}_t - m\vec{a}_{co}} = m\vec{a}'$$

(FORZE D'INERZIA) FORZE APPARENTI HANNO ORIGINE CINEMATICA AGISCONO SOLO NEL S.R.N.I. NON SONO APPLICATE DA ALCUN CORPO

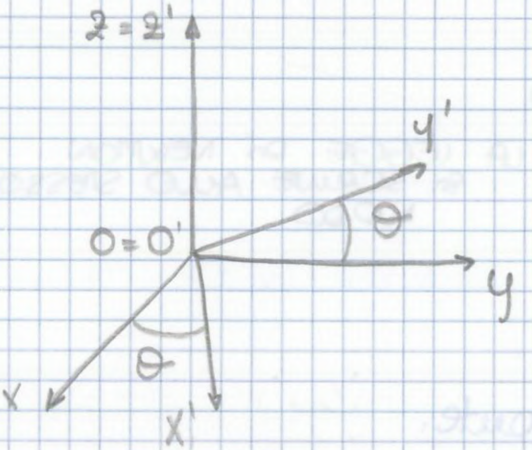
Se O' si muove di moto rettilineo uniforme ($v = cost$) rispetto a O, anche O' è un S.R.I. Questa è la RELATIVITÀ GALILEIANA.

$r = v_0 t + r'$

$v = v_0 + v'$

$a = a'$

· MOTO ROTATORIO

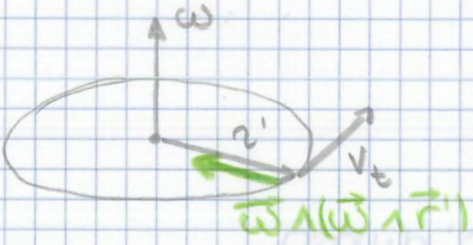


$\omega = cost.$

$\vec{r} = \vec{r}\,'$

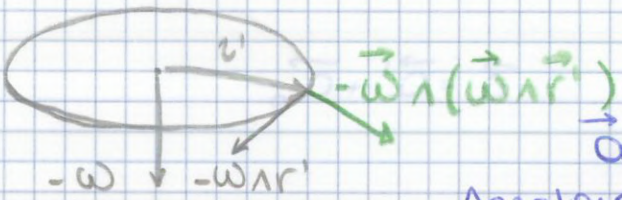
$\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{\omega} \wedge \vec{r}\,'$ VELOC TANG

$\vec{a} = \vec{a}\,' + \underbrace{\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}\,')} + \underbrace{2\vec{\omega} \wedge \vec{v}\,'}$



ACCEL CENTRIPETA

$\| \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}\,') \| = \| \omega \wedge v_t \| = \omega^2 R$

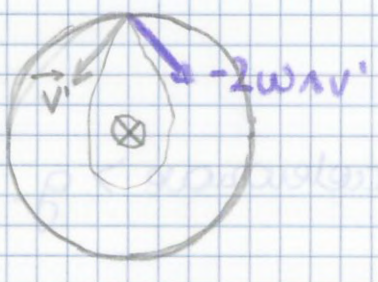


ACCEL CENTRIFUGA

Senso orario $\vec{a} = 0$

$\vec{a}\,' = -\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}\,') - 2\vec{\omega} \wedge \vec{r}\,'$

Accelerazione centrifuga diretta verso l'esterno



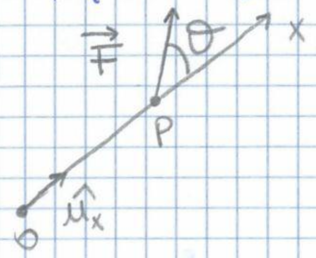
ACCEL DI CORIOLIS

Come l'accelerazione centripeta fa cambiare direzione alla velocita'

Lavoro e Energia

05.04.2013 - 08.04.2013 - 12.04.2013

- 1D, forza costante



$$\vec{r} = x\,\hat{u}_x$$
$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1)\,\hat{u}_x$$

Si chiama LAVORO della forza $\vec{F}$ durante lo spostamento $\Delta\vec{r}$ del punto P:

PRODOTTO SCALARE

$$W_{AB} = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r}$$

IL LAVORO È L'INTEGRALE DI LINEA DELLA FORZA

$$[W] = [M][L]^2[T]^{-2}$$

È LA MANIFESTAZIONE DELL'AZIONE DI UNA FORZA

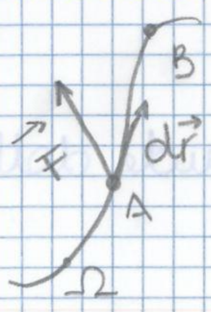
$$W = N\cdot m = J$$

- $W_{AB} > 0$ se $\theta < \pi/2$ LAVORO MOTORE $a_T \cdot v > 0$
- $W_{AB} < 0$ se $\theta > \pi/2$ LAVORO RESISTENTE $a_T \cdot v < 0$
- $W_{AB} = 0$ se $\theta = \pi/2$ LAVORO NULLO F è CENTRIPETA

- forza non costante

$$\Delta\vec{r} = \sum_i \Delta\vec{r}_i$$
$$W_{AB} \cong \sum_i F_i\,\Delta\vec{r}_i$$
$$W_{A,B} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{x_A}^{x_B} \vec{F}_x\,dx$$
$$\vec{F}\cdot d\vec{r} = F_x\,dx\,\hat{u}_x = F_x\,dx$$

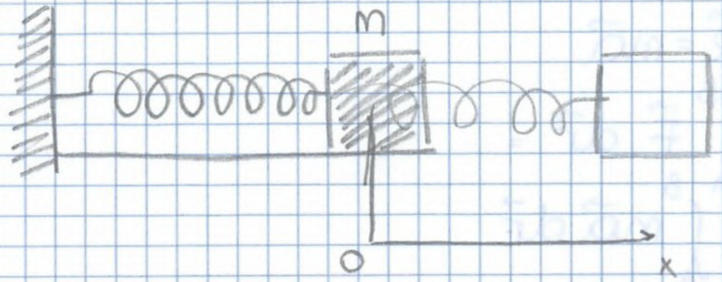
- traiettoria curva



$$W_{AB} = \int \vec{F}\cdot d\vec{r} \longrightarrow \delta W$$
$$d\vec{r} = ds\,\hat{u}_T$$
$$\vec{F}\cdot d\vec{r} = F\,ds\,\hat{u}_T = F_T\,ds$$
$$W_{AB} = \int_{s_A}^{s_B} F_T\,ds$$

In generale, il lavoro dipende dallo spostamento

- lavoro forza elastica



O punto di equilibrio

$\vec{F} \neq cost.$

$\vec{F} = -kx\hat{i}$

$d\vec{r} = dx\,\hat{i}$

$$W_{1,2} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} =$$

$$= \int_A^B -kx\,\hat{i}\,\hat{i}\,dx =$$

$$= -k\int_{x_A}^{x_B} x\,dx =$$

$$= -k\frac{1}{2}x^2\Big|_{x_A}^{x_B} = -\frac{1}{2}(x_B^2 - x_A^2) =$$

$$= \frac{1}{2}kx_A^2 - \frac{1}{2}kx_B^2$$

Non dipende dallo spostamento

la POTENZA è il lavoro compiuto nell'unità di tempo:

È IMPORTANTE PER QUALIFICARE LE PRESTAZIONE DI UNA MACCHINA

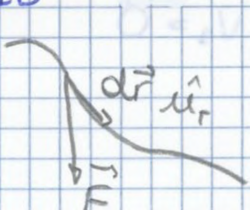
$$P = \frac{\delta W}{dt} = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

CARATTERIZZA LA RAPIDITÀ DI EROGAZIONE DEL LAVORO

$$[P] = \frac{[W]}{[T]} = [M][L]^2[T]^{-3}$$

$$P = 1J/1s = 1W$$

- 1D



$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} =$$

$$= \vec{F} \cdot \frac{ds}{dt}\hat{u}_r = F_T v$$

SE NON C'È SPOSTAMENTO, NON PUÒ ESSERCI LAVORO.

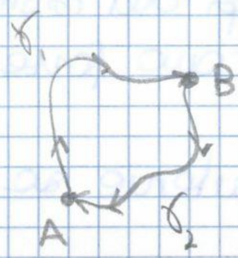
le FORZE CONSERVATIVE sono quelle il cui lavoro non dipende dal percorso, ma solo dal punto di arrivo e partenza.

$$W_{A,B} = \int_{A\,\gamma_1}^{B} \vec{F}\cdot d\vec{r} \neq \int_{A\,\gamma_2}^{B} \vec{F}\, d\vec{r}$$

IL LAVORO È QUINDI ESPRIMIBILE COME DIFFERENZA CHE UNA FUNZIONE DELLE COORDINATE ASSUME NELLO STATO INIZIALE E FINALE

Se F è conservativa:

$$\int_{A\,\gamma_1}^{B} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{A\,\gamma_2}^{B} \vec{F}\cdot d\vec{r}$$



$$W^{TOT} = \int_{A\,\gamma_1}^{B} \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{B\,\gamma_2}^{A} \vec{F}\cdot d\vec{r} =$$

$$= \int_{A\,\gamma_1}^{B} \vec{F}\cdot d\vec{r} - \int_{A\,\gamma_2}^{B} \vec{F}\cdot d\vec{r} = 0$$

DA UNA FORZA CONSERVATIVA NON SI RICAVA LAVORO SE IL PROCESSO È CICLICO

CIRCUITAZIONE DEL VETTORE $\vec{F}$

$$W^{TOT} = \oint_{\Gamma} \vec{F}\cdot d\vec{r} = 0$$

Condizione affinché una forza sia conservativa

$$\oint \vec{F}\cdot d\vec{r} = 0 \iff \text{rot}\,\vec{F} = 0$$ ROTORE

NABLA ← $\nabla = \hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}$

È un vettore che ha per componenti delle derivate

$$\nabla f = \text{grad}\, f = \frac{\partial f}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{k}$$

Applicato a uno scalare

$$\nabla\cdot\vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial v_y}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial v_z}{\partial z}\hat{k} = \text{div}\,\vec{v}$$ → prodotto scalare

$$\nabla\wedge\vec{F} = \hat{\imath}\left(\frac{\partial}{\partial y}F_z - \frac{\partial}{\partial z}F_y\right) - \hat{\jmath}\left(\frac{\partial}{\partial x}F_z - \frac{\partial}{\partial z}F_x\right) + \hat{k}\left(\frac{\partial}{\partial x}F_y - \frac{\partial}{\partial y}F_x\right) = \text{rot}\,\vec{F}$$ → prodotto vettoriale

$\vec{F}$ è conservativa $\iff \nabla\wedge\vec{F} = 0 \iff \vec{F}$ è irrotazionale la SUPERFICIE EQUIPOTENZIALE è il luogo dei punti nello spazio in cui l'energia potenziale è uguale. IL LAVORO È NULLO.

Un SISTEMA CONSERVATIVO è un sistema in cui compiono lavoro solo le forze conservative.

$$W_{A,B} = E_{k_2} - E_{k_1} = \Delta E_k$$

$$W_{A,B} = E_{p_1} - E_{p_2} = -\Delta E_p$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = E_{p_1} - E_{p_2}$$

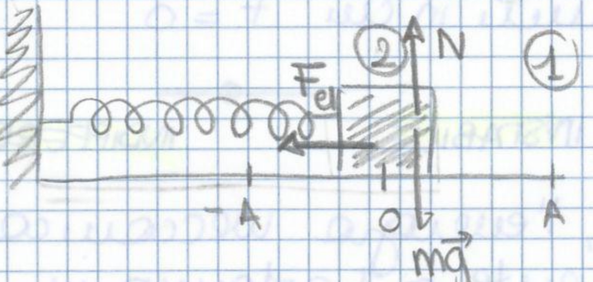
SI HA TRASFORMAZIONE DI ENERGIA

$$E_{k_2} + E_{p_2} = E_{p_1} + E_{k_1}$$

$$E_{m_1} = E_{m_2}$$

$$E_m = E_k + E_p = cost$$

In un sistema conservativo, l'ENERGIA MECCANICA si conserva lungo tutto il moto.

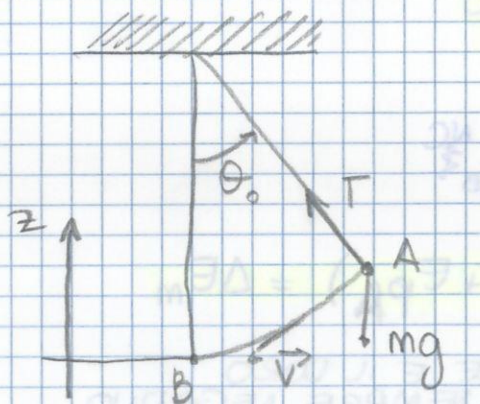


① $E_k = 0 \quad E_p = \frac{1}{2} KA^2$

$E_m = \frac{1}{2} kA^2$

② $E_p = 0 \quad E_k = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} kA^2$

$$v^2 = \frac{kA^2}{m} = \omega^2 A^2$$



θ_0 spostamento angolare massimo

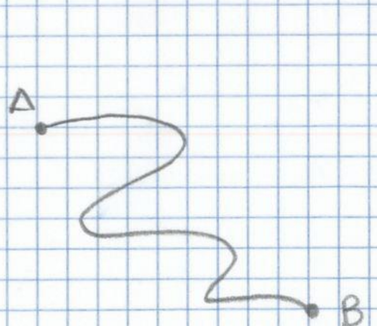
$E_k = \frac{1}{2} mv^2 \quad E_p = mgz + c$

(A) $E_m = \cancel{\frac{1}{2} m v_A^2} + mg z_A$

$z_A = l - l\cos\theta$

(B) $E_m = \frac{1}{2} m v_B^2 + \cancel{mg z_B}$

$$v_B = \sqrt{2gL(1-\cos\theta_0)}$$



$E_m^A = mg z_A$

$E_m^B = mg z_B + \frac{1}{2} m v_B^2$

$v_B^2 = 2g(z_A - z_B)$

$\cancel{m} g z_A = \cancel{m} g z_B + \frac{1}{2} \cancel{m} v_B^2$

Gravitazione ed Elettrostatica

12.04.2013 - 15.04.2013 - 19.04.2013

. MOMENTO DI UNA FORZA E MOMENTO ANGOLARE

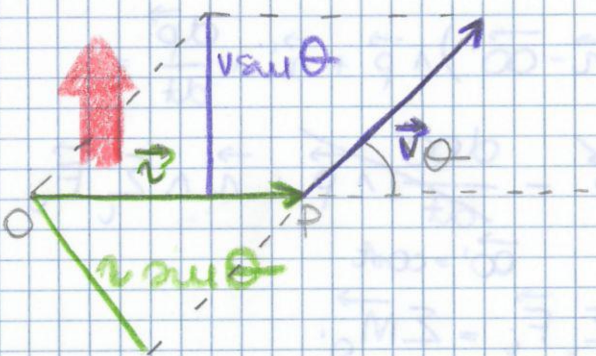
Si considera il VETTORE APPLICATO come vettore $\vec{v}$ e punto P a cui il vettore è applicato.

Sia $\vec{v}$ un vettore applicato e OP un vettore $\vec{r}$. Chiamo MOMENTO DEL VETTORE $\vec{v}$ rispetto al POLO O, la quantità vettoriale

$$\vec{M_o} = \vec{OP} \wedge \vec{v}$$

I due vettori giacciono sullo stesso piano.

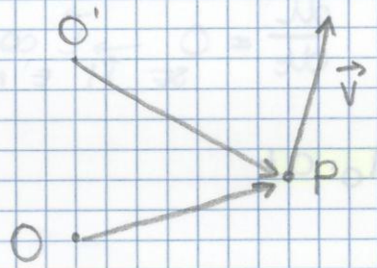
Il momento non è un vettore applicato ed è perpendicolare al piano. IL MODULO È UGUALE ALL'AREA DEL PARALLELOGRAMMA



$$\|\vec{M_o}\| = \|\vec{OP}\| \|\vec{v}\| \sin\theta =$$
$$= rv\sin\theta = rv_\perp$$
$$= vr\sin\theta = vr_\perp = vb$$

Il momento è uguale a 0 se:

- $\vec{v} = 0$
- $\vec{OP} = 0 \qquad O = P$
- $\vec{OP} \parallel \vec{v} \qquad b = 0$



$$\vec{M_o} = \vec{OP} \wedge \vec{v}$$
$$\vec{M_{o'}} = \vec{O'P} \wedge \vec{v}$$
$$\vec{OP} = \vec{OO'} + \vec{O'P}$$

$$\vec{M_o} = (\vec{OO'} + \vec{O'P}) \wedge \vec{v} =$$
$$= \vec{OO'} \wedge \vec{v} + \vec{O'P} \wedge \vec{v} =$$
$$= \vec{OO'} \wedge \vec{v} + \vec{M_{o'}}$$

IL MOMENTO DIPENDE DALLA SCELTA DEL POLO!

Se il vettore $\vec{v}$ è una forza $\vec{F}$, viene definito il MOMENTO DI UNA FORZA (TORQUE)

$$\vec{M_o} = \vec{r} \wedge \vec{F}$$

$$[M_o] = [L][M][L][T]^{-2} = ML^2T^{-2} = N\,m$$

$$\Sigma \vec{M_o} = \sum_i \vec{OP} \wedge \vec{F_i} = \vec{OP} \wedge \sum_i \vec{F_i}$$

· FORZE CENTRALI

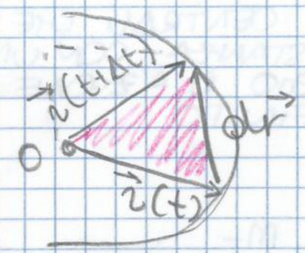
le FORZE CENTRALI sono dirette sempre verso un punto ed il loro modulo dipende solo dalla distanza dal CENTRO ($F(r)$).

$F(r) > 0$ REPULSIVA
$F(r) < 0$ ATTRATTIVA

SI HA UN CAMPO DI FORZA

Hanno momento nullo se si calcola rispetto al centro, quindi il momento angolare è costante.
Quindi il moto di un corpo sottoposto a una forza centrale è piano.
Se la traiettoria è una curva chiusa si definisce la VELOCITA' AREALE che è costante nel tempo

RAPIDITA' CON CUI VIENE SPAZZATA L'AREA DAL RAGGIO

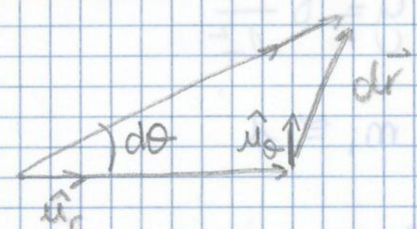


$$dA = \frac{1}{2} |\vec{r} \wedge d\vec{r}| = \frac{L}{2m}$$

(*) QUINDI DEVE ESSERE SOTTOPOSTO AD UNA FORZA CENTRIPETA

$$F = mv^2/r = \frac{4\pi^2}{k}\frac{m}{r^2}$$

LA FORZA ESERCITATA DAL SOLE E' INVERSAMENTE PROPORZIONALE AL QUADRATO DELLA DISTANZA



$$T = \frac{2m}{L} A$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(r\hat{u}_r) = \frac{dr}{dt}\hat{u}_r + r\frac{d\theta}{dt}\hat{u}_\theta$$

$$d\vec{r} = dr\,\hat{u}_r + r\,d\theta\,\hat{u}_\theta$$

$$\vec{r} \wedge d\vec{r} = r\hat{u}_r \wedge (dr\,\hat{u}_r + r\,d\theta\,\hat{u}_\theta) =$$
$$= \cancel{r\,dr\,\hat{u}_r \wedge \hat{u}_r} + r^2\,d\theta\,\hat{u}_r \wedge \hat{u}_\theta =$$
$$= r^2\,d\theta\,\hat{k}$$

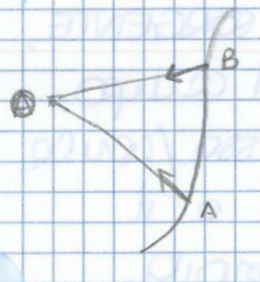
E' COSTANTE IL PRODOTTO, NON r^2 e $d\theta$ SEPARATAMENTE

$$\|\vec{r} \wedge d\vec{r}\| = r^2|d\theta|$$

E' SEMPRE COSTANTE $\vec{L}_O = \vec{r} \wedge m\vec{v} = m\vec{r} \wedge \frac{d\vec{r}}{dt} = mr^2\frac{d\theta}{dt}\hat{k}$

II LEGGE DI KEPLERO Se il momento angolare è costante, anche la velocità areale è costante. (I PIANETI INTORNO AL SOLE) (*)

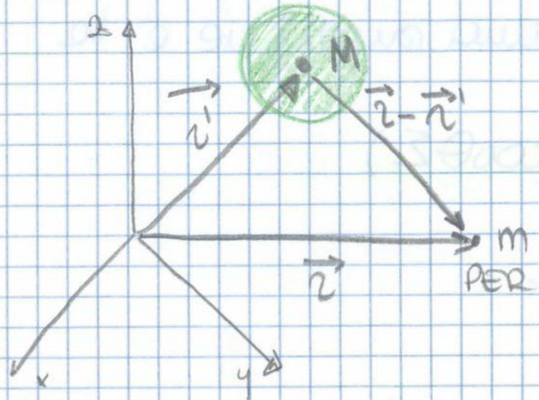
Una forza centrale è conservativa.



$$\text{rot}\,\vec{F} = 0 \iff W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} \text{ non dipende dal percorso}$$

$$W_{A,B} = \int_A^B \vec{F}\,d\vec{r} = \int_A^B F(r)\hat{u}_r\,d\vec{r} = \int_A^B F(r)\,dr = \int_A^B -dE_p =$$
$$= E_{p_A} - E_{p_B}$$

$$-\frac{dE_p}{dr} = F(r)$$



SONO FORMULE VALIDE PER MASSE SFERICHE

$\vec{r}$ = d CARICA/MASSA DI PROVA
$\vec{r}'$ = d SORGENTE

$$\vec{G} = \frac{-\gamma M}{\|\vec{r}-\vec{r}'\|^3}(\vec{r}-\vec{r}')$$

VERSORE USCENTE RADIALMENTE DAL PUNTO

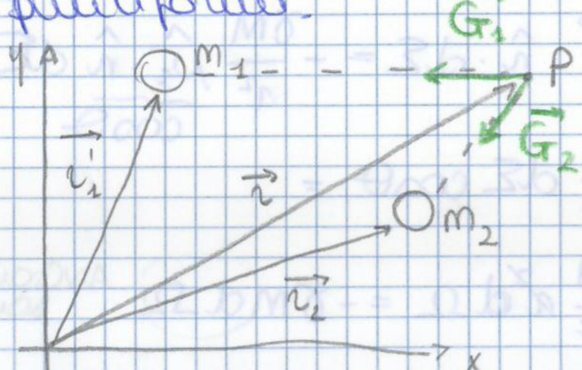
$$\vec{E} = \frac{KQ}{\|\vec{r}-\vec{r}'\|^3}(\vec{r}-\vec{r}')$$

Il campo è numericamente uguale alla forza di di cui una massa in quel punto risentirebbe.

$\vec{G} = N/kg$ $\qquad$ $\vec{E} = N/C$

Le LINEE DEL CAMPO descrivono il campo graficamente, alle quali il campo è tangente in ogni punto. Hanno lo stesso verso del campo e più il modulo del campo è grande, più le linee sono vicine e in numero maggiore.

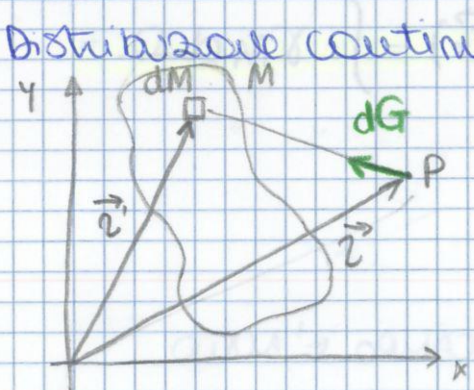
Il PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE permette di calcolare i campi che generano due masse/cariche in uno spazio, senza risentire dell'altra. Permette di calcolare il campo generato da un sistema di cariche/masse puntiformi.



$$\vec{G} = \vec{G}_1 + \vec{G}_2 = -\frac{\gamma m_1}{\|\vec{r}-\vec{r}_1'\|^3}(\vec{r}-\vec{r}_1') - \frac{\gamma m_2}{\|\vec{r}-\vec{r}_2'\|^3}(\vec{r}-\vec{r}_2')$$

$$\vec{G} = \sum_{i=1}^{n} -\frac{\gamma m_i(\vec{r}-\vec{r}_i')}{\|\vec{r}-\vec{r}_i'\|^3}$$

Distribuzione continua di massa:

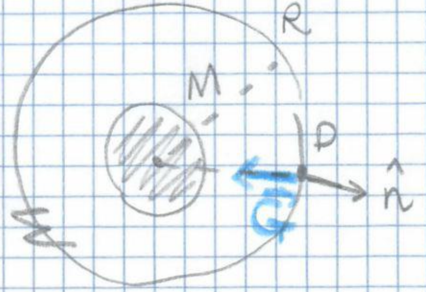


$$\rho = dm/dV$$

$$d\vec{G} = \frac{-\gamma\, dm}{\|\vec{r}-\vec{r}'\|^3}(\vec{r}-\vec{r}')$$

$$\vec{G} = \int -\frac{\gamma\, dm}{\|\vec{r}-\vec{r}'\|^3}(\vec{r}-\vec{r}') = -\gamma \int_V \frac{\rho(\vec{r}')\, dV}{\|\vec{r}-\vec{r}'\|^3}(\vec{r}-\vec{r}')$$

Per $\vec{E}$, si usa $\sigma = \frac{dQ}{dV}$



$$\varphi_\Sigma(\vec{G}) = -4\pi\gamma M$$

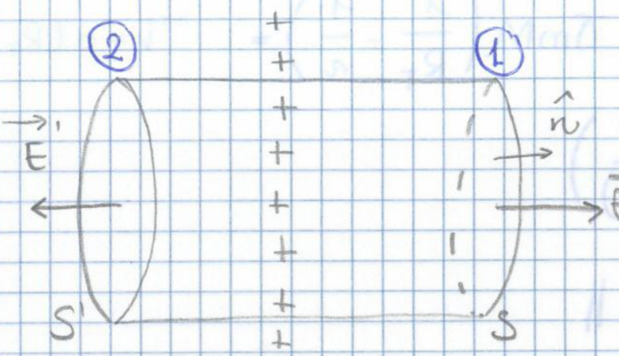
$$d\varphi_\Sigma(\vec{G}) = -G(R)\,d\Sigma$$

$$\varphi_\Sigma(\vec{G}) = -G(R)\int d\Sigma = -G(R)\,4\pi R^2$$

$$-\cancel{4\pi}\gamma M = +G(R)\,\cancel{4\pi}R^2$$

$$G(R) = \frac{\gamma M}{R^2}\,\hat{u}_r$$

E' lo stesso anche per le masse sferiche



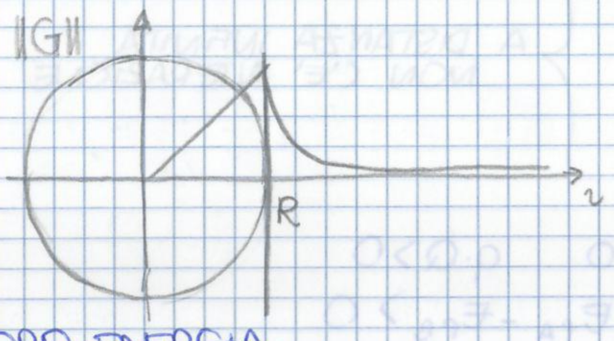
$$\left.\begin{array}{l} (1)\ \varphi_S(\vec{E}) = \vec{E}\cdot S \\ (2)\ \varphi_{S'}(\vec{E}') = \vec{E}'\cdot S \end{array}\right\}\ \varphi_S(\vec{E}) = 2\vec{E}\cdot S$$

Per Gauss: $\varphi = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$

$$\sigma = \frac{dQ}{dS} \longrightarrow \varphi_S(\vec{E}) = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$

$$2\vec{E}\cancel{S} = \frac{\sigma\cancel{S}}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



$$G(r) = -\gamma M\frac{r}{R^3} = -Kr$$ come una Forza elastica

- LAVORO, ENERGIA

SONO FORZE CONSERVATIVE!

$$W_{A,B} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = -\int_A^B dE_p = E_{p_A} - E_{p_B}$$

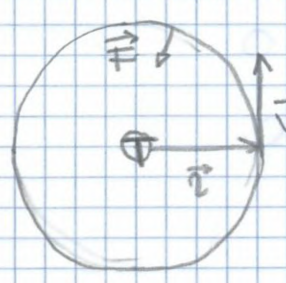
$$\vec{F} = -\gamma\frac{m\,M}{r^2}\,\hat{u}_r$$

$$W_{A,B} = -\gamma m M\int_A^B \frac{1}{r^2}\,\hat{u}_r = -\gamma m M\int_A^B \frac{dr}{r^2} = -\gamma m M\left(-\frac{1}{r}\right|_A^B =$$

$$= \frac{\gamma m M}{r_B} - \frac{\gamma m M}{r_A}$$

$$E_p(\text{gravit.}) = \frac{-\gamma m M}{r} + C$$ (forma più generale)

Orbita circolare:



$$\vec{L}_0 = cost$$

$$\vec{r} \wedge m\vec{v} = cost$$

$$\vec{L}_0 = \|\vec{r} \wedge m\vec{v}\| = rmv$$

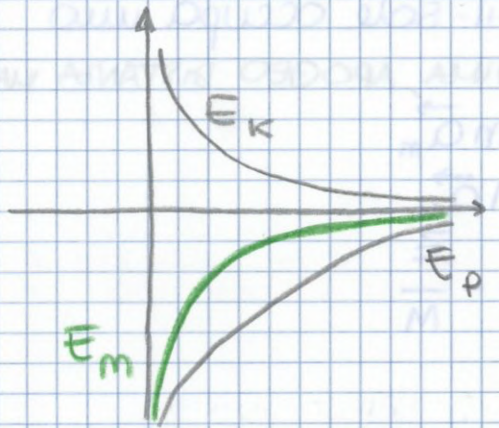
$$E_m = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{\gamma m M}{r}$$

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$+\frac{\gamma \cancel{m} M}{r^{\cancel{2}}}\hat{u}_r = +\cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}}\hat{u}_r$$

$$\frac{\gamma M}{r} = v^2$$

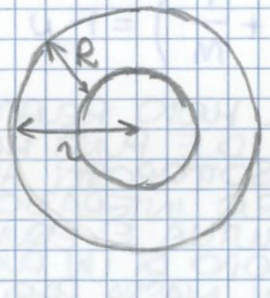
È COSTANTE $E_m = \frac{1}{2}m\frac{\gamma M}{r} - \frac{\gamma m M}{r} = -\frac{1}{2}\gamma\frac{mM}{r} = \frac{1}{2}E_p$



$E>0$ ORBITA IPERBOLICA

$E=0$ ORBITA PARABOLICA

$E<0$ ORBITA ELLITTICA!



$$T = 86400\ s$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$+\frac{\gamma \cancel{m} M}{r^2} = +\frac{\cancel{m} v^2}{r}$$

$$\frac{\gamma M}{r^2} = \frac{4\pi^2 r^{\cancel{2}}}{T^2 \cancel{r}}$$

$$r^3 = \frac{\gamma M}{4\pi^2}T^2$$

III LEGGE DI KEPLERO Per l'orbita circolare, il cubo del raggio è proporzionale al quadrato del periodo. Per l'orbita ellittica il cubo del semiasse maggiore è proporzionale al ~~cubo~~ QUADRATO del periodo.

$$r = \left(\frac{\gamma M}{4\pi^2}\right)^{1/3} T^{2/3} = 42\,300\ km$$

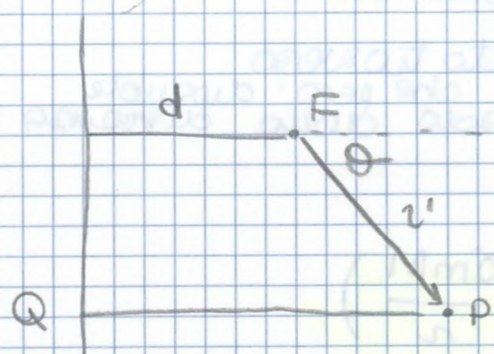
$$\vec{L}_0 = cost = \vec{r}' \wedge \mu \vec{v}'$$

$$\vec{L}_0 = \mu r^2 \frac{d\theta}{dt}$$ non sono indipendenti

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\vec{L}_0}{\mu r^2}$$

$$\frac{d^2}{d\theta^2}\left(\frac{1}{\vec{r}'}\right) + \frac{1}{\vec{r}'} = \frac{\gamma \mu m M}{\vec{L}_0^{\,2}}$$

$$\frac{1}{\vec{r}'} = A\cos\theta + \frac{\gamma \mu m M}{\vec{L}_0^{\,2}}$$ TRAIETTORIA



$$\frac{1}{r} = -\frac{1}{d}\cos\theta + \frac{1}{\varepsilon d}$$

$$\varepsilon = \frac{PF}{PQ} = cost$$ ECCENTRICITÀ

DISTANZA DALLA RETTA DIRETTRICE

$$\frac{1}{\varepsilon d} = \frac{\gamma m \mu M}{\vec{L}_0^{\,2}}$$

LE CONICHE SONO CURVE PIANE DEFINITE COME IL LUOGO DEI PUNTI PER I QUALI IL RAPPORTO TRA LA DISTANZA TRA IL FUOCO E LA DIRETTRICE E' PARI A UNA COSTANTE $\varepsilon > 0$.

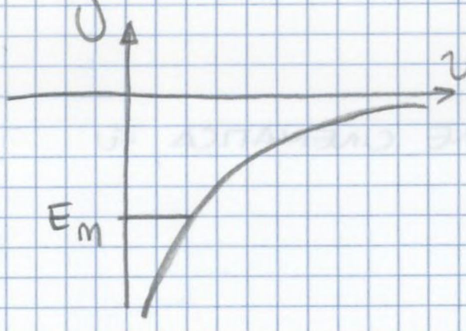
$$\vec{L}_0^{\,2} = \gamma \mu m M \varepsilon d$$

$\varepsilon < 1$ ellisse

$\varepsilon = 1$ parabola

$\varepsilon > 1$ iperbole

$$E_m = \frac{\gamma m M}{2\varepsilon d}(\varepsilon^2 - 1)$$



$$E_m < 0$$

$$\varepsilon^2 - 1 < 0 \rightarrow \varepsilon < 1$$

Dinamica dei Sistemi

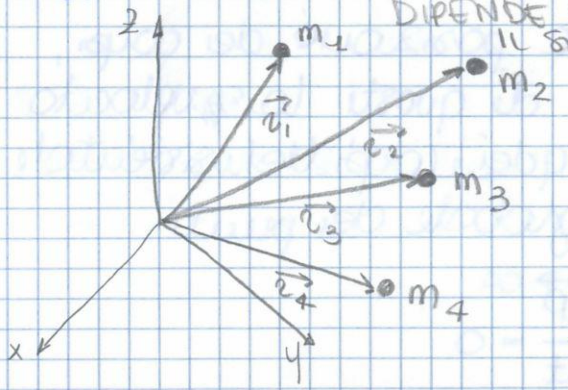
19.04.2013 - 22.04.2013 - 26.04.2013 - 29.04.2013

Un **SISTEMA** è un insieme di corpi. (III LEGGE DI NEWTON)
Definito questo, si definiscono poi le **FORZE INTERNE**, dovute all'interazione tra i corpi e le **FORZE ESTERNE**.

DIPENDE DA COM'E' DEFINITO IL SISTEMA

$\sum F_i^{int} = 0$ (DI QUALSIASI NATURA)

$F_i^{int} \neq 0$



$$\vec{r}_i = x_i\hat{i} + y_i\hat{j} + z_i\hat{k}$$

$$\vec{v}_i = v_{x,i}\hat{i} + v_{y,i}\hat{j} + v_{z,i}\hat{k}$$

$$\vec{a}_i = a_{x,i}\hat{i} + a_{y,i}\hat{j} + a_{z,i}\hat{k}$$

$$\vec{L}_{O_i} = \sum_i \vec{r}_i \wedge m_i\vec{v}_i$$

$$\vec{P} = \sum_i m_i\vec{v}_i$$

$$\vec{E}_k = \sum_i \frac{1}{2} m_i \vec{v}_i^{\,2}$$

CENTRO DI MASSA

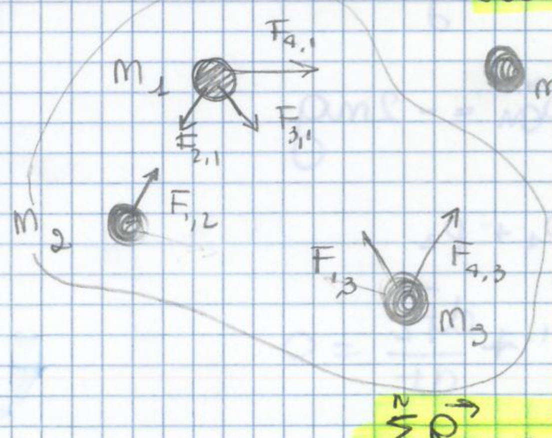
$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_i m_i\vec{r}_i}{\sum m_i} = \frac{\sum_i m_i\vec{r}_i}{M} = \frac{1}{M}\sum_i m_i r_i$$

La posizione del centro di massa non dipende dal sistema di riferimento.

$$\vec{v}_{CM} = \frac{d\vec{r}_{CM}}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{\sum_i m_i\vec{v}_i}{M} = \frac{P}{M}$$

QUANTITÀ DI MOTO TOTALE $P = \vec{v}_{CM} \cdot M$

$$\vec{a}_{CM} = \frac{d\vec{v}_{CM}}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \frac{\sum_i m_i\vec{a}_i}{M} = \frac{F}{M}$$



① $\cancel{\vec{F}_{2,1}} + \cancel{\vec{F}_{3,1}} + \vec{F}_{4,1} = m_1\vec{a}_1$

② $\cancel{\vec{F}_{1,2}} = m_2\vec{a}_2$

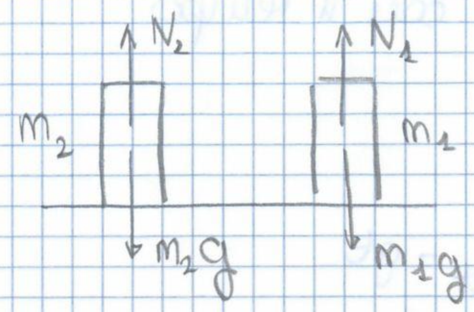
③ $\cancel{\vec{F}_{1,3}} + \vec{F}_{4,3} = m_3\vec{a}_3$

$$\vec{F}_{4,1} + \vec{F}_{4,3} = \sum_i m_i\vec{a}_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{R}_i = \sum_{i=1}^{n}\left(R_i^{int} + R_i^{ext}\right) = \sum_i F^{ext}$$

$$\vec{a}_{CM} = \frac{\sum F^{ext}}{M}$$

_la massa si conserva:



$$\sum \vec{F}^{ext} = N_1 + N_2 + m_1 g + m_2 g = 0$$

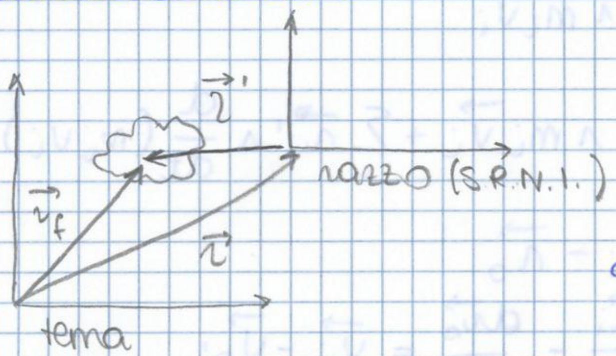
$$P = cost \begin{cases} P_x = cost \rightarrow v_{cm\,x} = cost = 0 \\ P_y = cost \rightarrow v_{cm\,y} = cost = 0 \end{cases}$$

$$P_x^i = m_1 v_{1x}^i + m_2 v_{2x}^i = 0$$

$$P_x^f = m_1 v_{1x}^f + m_2 v_{2x}^f = 0$$

$$v_{2x}^f = \frac{-m_1}{m_2} v_{1x}^f$$

_Massa variabile:



Per il razzo:

t	m	$\vec{v}$
$t+\Delta t$	$m-dm$ $(dm>0)$	$\vec{v}+d\vec{v}$

Suppongo $\sum \vec{F}^{ext} = 0 \rightarrow \vec{P} = cost$

$$\vec{P}(t) = m\vec{v}$$

$$\vec{P}(t+\Delta t) = (m-dm)(\vec{v}+d\vec{v}) + dm\,\vec{v}_f$$

$$\vec{r}_f = \vec{r}\,' + \vec{r}$$

$$\vec{v}_f = \vec{v}\,' + \vec{v}$$

$$m\vec{v} = (m-dm)(\vec{v}+d\vec{v}) + dm(\vec{v}+\vec{v}\,')$$

$$\cancel{m\vec{v}} = \cancel{m\vec{v}} + m\,d\vec{v} - \cancel{\vec{v}\,dm} + \cancel{\vec{v}\,dm} + \vec{v}\,'dm$$

$$m\,d\vec{v} + \vec{v}\,'dm = 0$$

$$d\vec{v} = dv\,\hat{u}_x$$

$$\vec{v}\,' = -v_{ex}\,\hat{u}_x$$

$$0 = m\,dv\,\hat{u}_x - dm\,v_{ex}\,\hat{u}_x$$

$$m\,dv = dm\,v_{ex}$$

$$m\frac{dv}{dt} = \frac{dm}{dt} v_{ex} \qquad \text{SPINTA (u.m. N)}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{m}\frac{dm}{dt} v_{ex}$$

$\frac{dm}{dt} \rightarrow cost. = K$

$$m(t) = m(t_0) - K(t - t_0)$$

se $\Sigma M_{O'}^{ext} = 0 \rightarrow \vec{L}_{O'} = cost$ SI ORIGINE DAL FATTO CHE LO SPAZIO E' ISOTROPO

$M_{O'}^{ext} = 0$ se:

- Non agiscono forze esterne → sistema isolato

  $\Sigma \vec{M}_{O'}^{ext} = 0 \quad \forall O'$ L SI CONSERVA RISPETTO A QUALSIASI POLO

  $\vec{L}_{O'} = cost$

  $\vec{P} = cost$

- Agiscono coppie di forze esterne (uguali e opposte su direzioni diverse)
- Esistono forze esterne però il momento è nullo per un particolare polo e solo per quello, il momento angolare è costante.

PRIMO TEOREMA DI KÖNIG

$$\vec{L}_O = \vec{L}_{CM} + \vec{L}' \rightarrow \text{momento rispetto al polo CM}$$

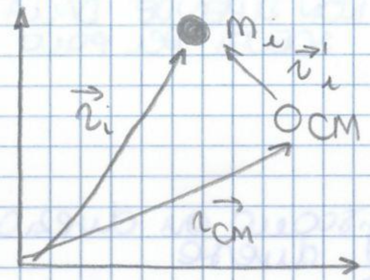
MOTO MEDIO ($\vec{L}_{CM}$) — MOTO INTERNO ($\vec{L}'$)

I TEOREMI DI KÖNIG STABILISCONO LE RELAZIONI TRA SRI E SRCM. SONO ANALOGHI.

$\vec{L}_{CM} = \vec{r}_{CM} \wedge \vec{P}$

Momento angolare "del CM" rispetto al polo O

Il momento angolare rispetto a un polo O, nel sistema di riferimento inerziale è uguale al momento angolare rispetto al centro di massa più il momento angolare del centro di massa.



$$L = \sum_i \vec{r}_i \wedge m_i \vec{v}_i =$$
$$= \sum_i (\vec{r}_i' + \vec{r}_{CM}) \wedge \sum m_i (\vec{v}_i' + \vec{v}_{CM}) =$$
$$= \sum_i \vec{r}_i' \wedge m_i \vec{v}_i' + \cancel{\sum_i \vec{r}_i' \wedge m_i \vec{v}_{CM}} + \cancel{\vec{r}_{CM} \wedge \sum_i m_i \vec{v}_i'} + \vec{r}_{CM} \wedge \sum_i m_i \vec{v}_{CM} =$$
$$\vec{L}_O = \vec{L}' + \vec{L}_{CM}$$

Se $O \equiv CM$ $\quad \vec{L}_{CM} = \vec{L}'$

SECONDO TEOREMA DI KÖNIG

$$E_k = E_{k\,CM} + E_k'$$

$$E_k' = \sum_i \tfrac{1}{2} m_i \vec{v}_i'^2$$
$$E_{k\,CM} = \sum_i \tfrac{1}{2} m_i \vec{v}_{CM}^2$$

$$E_k = \sum_i \tfrac{1}{2} m_i v_i^2 =$$
$$= \sum_i \tfrac{1}{2} m_i (\vec{v}_{CM} + \vec{v}_i')(\vec{v}_{CM} + \vec{v}_i') =$$
$$= \tfrac{1}{2} \sum_i m_i (\vec{v}_{CM}^2 + 2\vec{v}_i'\vec{v}_{CM} + \vec{v}_i'^2) =$$
$$= \tfrac{1}{2} \sum_i m_i \vec{v}_{CM}^2 + \cancel{\tfrac{1}{2} \sum_i 2 m_i \vec{v}_i' \vec{v}_{CM}} + \tfrac{1}{2} \sum_i m_i \vec{v}_i'^2 =$$
$$= E_{k\,CM} + E_k'$$

Punto mat. $\quad \vec{L} = \vec{r} \wedge m\vec{v} = \vec{r} \wedge \vec{p} \rightarrow$ se $\vec{p} = 0 \rightarrow \vec{L} = 0$

Sistema $\quad \vec{L} = \vec{r}_{CM} + M\vec{v}_{CM} + \vec{L}' \rightarrow$ se $\vec{P} = 0 \not\rightarrow \vec{L} = 0$

Punto mat. $\quad E_k = \tfrac{1}{2} m v^2 \rightarrow$ se $\vec{v} = 0 \rightarrow E_k = 0$

Sistema $\quad E_k = E_k' + E_{k\,CM} \rightarrow$ se $\vec{v}_{CM} = 0 \not\rightarrow E_k = 0$

$\searrow E_k = E_k'$

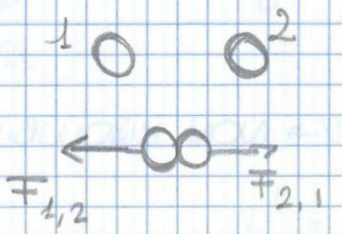
$E_k = 0 \not\rightarrow \vec{v}_{CM} = 0$

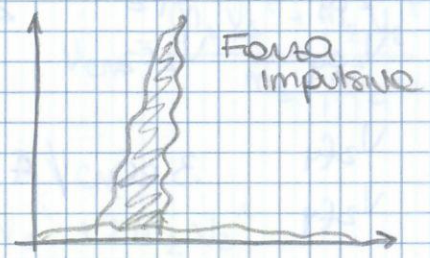
$E_k' + E_{k\,CM} = 0$ sia $E_k' = 0$ sia $E_{k\,CM} = 0$

Allora il sistema è fermo

• URTI

Sono interazioni tra corpi puntiformi, per un tempo molto breve, con una forza impulsiva (CHE MODIFICANO LA QUANTITA' DI MOTO DEL PUNTO)
Se non agiscono forze esterne, la quantità di moto si conserva.





SONO FORZE INTERNE AL SISTEMA

$$\sum \vec{F}^{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} \longrightarrow \text{se } \sum \vec{F}^{ext} = 0 \longrightarrow \vec{P} = \text{cost}$$

$$\vec{J}_1 = \int_{t_0}^{t} \vec{F}_{2,1}\, dt = (m_1 \vec{v}_1)_{fin} - (m_1 \vec{v}_1)_{in} = \vec{p}_{fin} - \vec{p}_{in}$$

$$\vec{J}_2 = \int_{t_0}^{t} F_{1,2}\, dt = (m_2 \vec{v}_2)_{fin} - (m_2 \vec{v}_2)_{in} = \vec{p}_{fin} - \vec{p}_{in}$$

LA QUANTITA' DI MOTO DEL CENTRO DI MASSA RIMANE INVARIATA

$$\vec{J}_1 = -\vec{J}_2$$

$$(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)_{fin} = (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)_{in}$$

$$P_{fin} = P_{in}$$ CONS. QUANTITA' DI MOTO

L'impulso delle forze esterne è trascurabile, quindi si considera il sistema isolato, a meno che le forze esterne non siano impulsive.

$$\left.\begin{aligned} \vec{L}_1 &= \vec{r}_1 \wedge \vec{p}_1 \\ \vec{L}_2 &= \vec{r}_2 \wedge \vec{p}_2 \end{aligned}\right\} \longrightarrow \vec{r}_1 = \vec{r}_2$$

$$\vec{L}^i = \vec{r}_1 \wedge \vec{p}_1^{\,i} + \vec{r}_2 \wedge \vec{p}_2^{\,i} = \vec{r} \wedge (\vec{p}_1^{\,i} + \vec{p}_2^{\,i}) = \vec{r} \wedge \vec{p}^{\,i}$$

$$\vec{L}^f = \vec{r} \wedge \vec{p}^{\,f}$$ CONS. MOMENTO ANGOLARE

$$\langle \vec{F} \rangle = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} F(t)\, dt$$

$$\Delta E_m = \cancel{\Delta E_p} + \Delta E_k$$ (non varia la posizione)

$$E_k = E_{k\,cm} + E_k'$$

$$\frac{1}{2} M v_{cm}^2 = \frac{1}{2} \frac{p^2}{M}$$

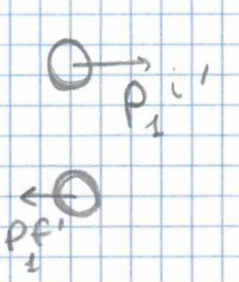
LA CONS. ENERGIA A PRIORI NON VALE
MA SI CONSERVA SEMPRE L'ENERGIA CINETICA DEL CENTRO DI MASSA.

URTO ANELASTICO

È IL CASO PIÙ COMUNE

"Si consuma" un po' di energia cinetica.

SRCM



$\vec{J}_{1,c} = 0 - \vec{p}_1^{\,i'}$ COMPRESSIONE

$\vec{J}_{1,e} = \vec{p}_1^{\,f'} - 0$ ESPANSIONE

$\vec{J}_{1,e} < \vec{J}_{1,c}$ UN IMPULSO È MAGGIORE DELL'ALTRO urto anelastico

COEFFICIENTE DI RESTITUZIONE $e = -\dfrac{p_1^{f'}}{p_1^{i'}} = -\dfrac{v_1^{f'}}{v_1^{i'}} = -\dfrac{p_2^{f'}}{p_2^{i'}} = -\dfrac{v_2^{f'}}{v_2^{i'}}$

$$v_1^{f'} = -e v_1^{i'} \qquad v_2^{f'} = -e v_2^{i'}$$

Per $e=1$ urto elastico
Per $e=0$ urto completamente anelastico $\Big\}\ 0 \le e \le 1$

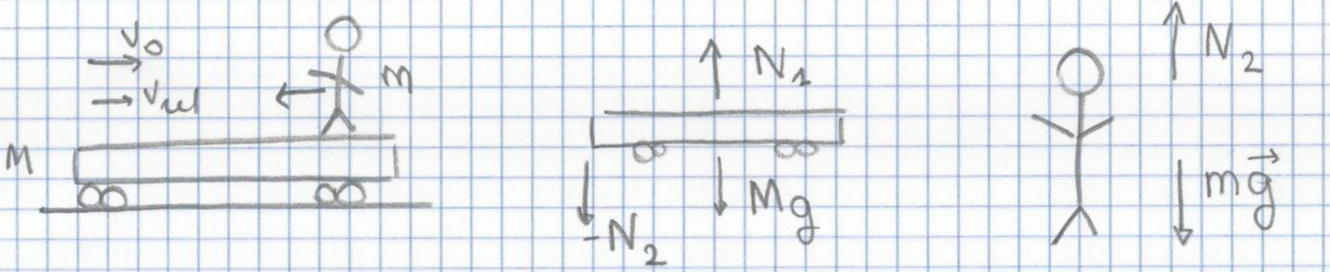
SRCM $\vec{p}\,' = 0 \qquad \vec{p}_1^{\,i'} = -\vec{p}_2^{\,i'} \qquad \vec{p}_1^{\,f'} = -\vec{p}_2^{\,f'}$

$$E_k^{f'} = \frac{1}{2}m_1 v_1^{f'2} + \frac{1}{2}m_2 v_2^{f'2} = \frac{1}{2}m_1\left(-e v_1^{i'}\right)^2 + \frac{1}{2}m_2\left(-e v_2^{i'}\right)^2 =$$

$$= e^2\left(\frac{1}{2}m_1 v_1^{i'2} + \frac{1}{2}m_2 v_2^{i'2}\right) = e^2 E_k^{i'}$$

Urto elastico $e=1 \longrightarrow E_k^{f} = E_k^{i}$
Urto completamente anelastico $e=0 \longrightarrow E_k^{f} = 0$

FRAZIONE DI ENERGIA PERSA $\delta = \dfrac{E_k^{f} - E_k^{i}}{E_k^{i}} = e^2 - 1$ $\quad\begin{cases} e=0 & \delta=-1 \\ e=1 & \delta=0 \end{cases}$



$p_x = \text{cost}$

$p_x^{i} = M v_0 + m v_0$

$p_x^{f} = M v_f + m\left(v_f - v_{rel}\right)$

$$(m+M)v_0 = (M+m)v_f - m v_{rel}$$

$$v_f = v_0 + \frac{m}{m+M} v_{rel}$$

I GRADI DI LIBERTA' sono le grandezze indipendenti necessarie per descrivere il moto di un sistema. Il sistema del corpo rigido ne ha 5 (3 del centro di massa e due della rotazione).
La TRASLAZIONE è definita da $x_{CM}(t)$, $y_{CM}(t)$, $z_{CM}(t)$.
E' definita dalle forze esterne.

$$\Sigma \vec{F}^{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt} = M a_{CM}$$

Il moto di ROTAZIONE è determinato dal momento delle forze.

$$\Sigma \vec{M}^{ext} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

$\Sigma \vec{M}^{ext}$ e $\Sigma \vec{F}^{ext}$ sono indipendenti $\rightarrow \vec{M}_0 \neq \vec{r} \wedge \Sigma \vec{F}$
Quindi anche i due moti sono indipendenti.

• TRASLAZIONE RIGIDA I PUNTI DESCRIVONO TRAIETTORIE UGUALI CON VELOCITA' $\vec{v}$ (CHE PUO' VARIARE NEL TEMPO)

$\vec{r}_{CM}(t)$ $\vec{v}_{CM}(t)$

RISPETTO AL CM NON C'E' MOVIMENTO SOLO ROTAZIONE

$$\vec{P} = M\vec{v}_{CM}$$

$$E_K = \cancel{E_K'} + E_{K\,CM} = \frac{1}{2} M v_{CM}^2 = \frac{P^2}{2M}$$

NOTO IL MOTO DEL CM E' NOTO QUELLO DI TUTTI I PUNTI

$$\vec{L}_0 = \cancel{\vec{L}'} + \vec{L}_{CM} = \vec{r}_{CM} \wedge \vec{P}$$

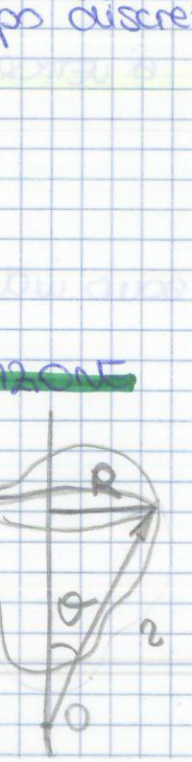
$$\Sigma \vec{F}^{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

$$\Sigma \vec{M}^{ext} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Dimostr. con corpo discreto

$$\Sigma \vec{M}^{ext} = \Sigma_i \vec{r}'_i \wedge \vec{R}_i^{ext} =$$
$$= \Sigma_i \vec{r}'_i \wedge (\vec{R}_i^{int} + \vec{R}_i^{ext}) =$$
$$= \Sigma_i \vec{r}'_i \wedge m_i \vec{a}_i =$$
$$= \Sigma_i m_i \vec{r}'_i \wedge \vec{a}_i =$$
$$= M \vec{r}'_{CM} \wedge M\vec{a}_{CM} =$$
$$= \vec{r}'_{CM} \wedge \Sigma \vec{F}^{ext}$$

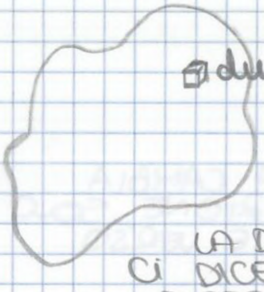
• ROTAZIONE



Ogni punto descrive una circonferenza intorno ad un asse fisso SU PIANI PARALLELI
Però dato che il corpo è rigido, ω è sempre la stessa (cambia la velocità tangenziale)* SECONDA DELLA SCELTA DELL'ASSE

· CORPO ESTESO

E' UN CORPO CONTINUO RISPETTO A QUALSIASI SUDDIVISIONE MICROSCOPICA



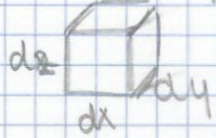
$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$$

UN CORPO RIGIDO PUO' ESSERE FORMATO DA UN INSIEME DISCRETO di PUNTI OPPURE QUESTI POSSONO ESSERE DISTRIBUITI CON CONTINUITA'

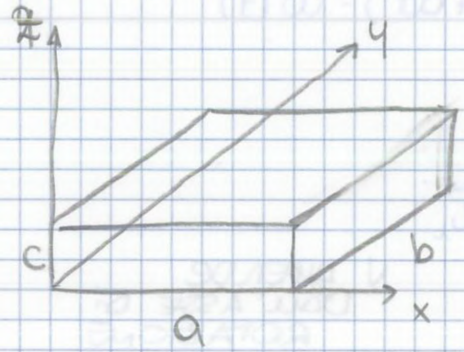
DENSITA' $\rho = \frac{dm}{dV}$ $\qquad dm = \rho\, dV$

LA DENSITA' CI DICE COM'E' DISTRIBUITA LA MASSA IN UN CORPO

$$m = \int_V \rho\, dV$$



$$dV = dx\, dy\, dz$$



$$m = \int \rho(x,y,z)\, dx\, dy\, dz$$

$$= \rho \int_0^a dx \int_0^b dy \int_0^c dz$$

$\rho = cost$ CORPO OMOGENEO

$$m = \rho\, a b c = \rho V \qquad \frac{1}{\rho} = \text{VOLUME SPECIFICO}$$

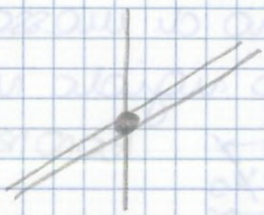
DENSITA' di SUPERFICIE $\sigma = \frac{dm}{dS}$

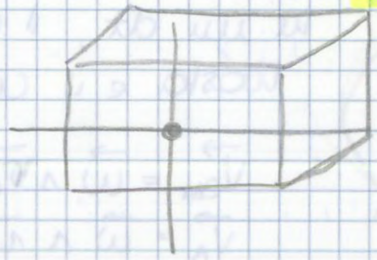
DENSITA' LINEARE $\lambda = \frac{dm}{dl}$

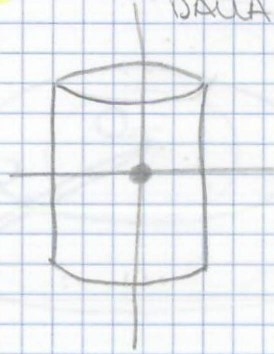
SE IL CORPO E' OMOGENEO E SIMMETRICO RISPETTO AD UN PUNTO, CM COINCIDE CON IL CENTRO di SIMMETRIA

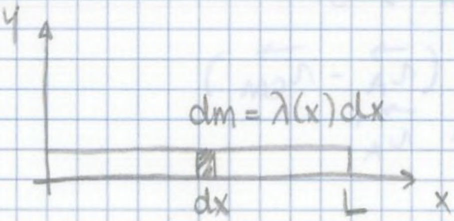
$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{m}\int_V \vec{r}\, dm = \frac{\int_V \rho \vec{r}\, dV}{\int_V \rho\, dV}$$

LA POSIZIONE DEL CM IN UN CORPO OMOGENEO DIPENDE SOLO DALLA FORMA E NON DALLA MASSA









$$\lambda(x) = \lambda_0 x + \lambda_1$$

$$x_{CM} = \frac{1}{M}\int x\, dm = \frac{1}{m}\int_0^L x\, \lambda(x)\, dx$$

$$\int_0^L x\, \lambda(x)\, dx = \int_0^L x(\lambda_0 x + \lambda_1)\, dx =$$

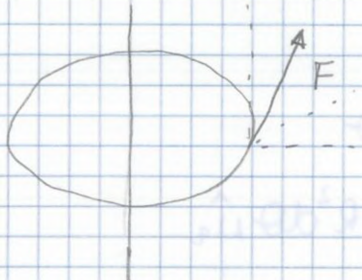
$$= \lambda_0 \frac{L^3}{3} + \lambda_1 \frac{L^2}{2}$$

$$m = \int_0^L \lambda(x)\, dx = \int_0^L (\lambda_0 x + \lambda_1) dx = \lambda_0 \frac{L^2}{2} + \lambda_1 L$$

$$x_{CM} = \frac{\lambda_0 L^3/3 + \lambda_1 L^2/2}{\lambda_0 L^2/2 + \lambda_1 L} = L\, \frac{(\lambda_1/2 + \lambda_0/3\, L)}{(\lambda_1 + L/2\, \lambda_0)}$$

$$x_{CM} = \frac{2}{3} L$$

$$\Sigma \vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} \longrightarrow \Sigma M_z = \frac{dL_z}{dt}$$



$F_\perp$ e $F_\parallel$ all'asse non danno momento
F_{tau} dà momento lungo l'asse z

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma \vec{M}^{ext} - \cancel{v_0 P}$$

L_I VARIA IN DIREZIONE E DIPENDE DALLA SCELTA DEL POLO.

L_z NON DIPENDE DALLA SCELTA DEL POLO, È LEGATO ALL'INTENSITÀ DI ω E DIPENDE DALLA FORMA DEL CORPO E DALLA POSIZIONE DELL'ASSE

$$\Sigma \vec{M}_z^{\,ext} = \frac{dL_z}{dt}$$
$$\vec{L}_z = I_z \vec{\omega}$$
$$I_z = \Sigma m_i R_i^2$$

Forze che cambiano lo stato rotazionale

$$\Sigma M_z^{ext} = I_z \frac{d\omega}{dt} = I_z \vec{\alpha}$$ EQUAZIONE DEL MOTO DI ROTAZIONE

$$\vec{\alpha}(t) = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

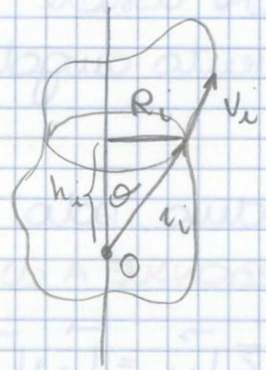
$$d\omega = \alpha(t)\,dt \longrightarrow \int_{t_0}^{t} d\omega = \int_{t_0}^{t} \alpha(t)\,dt$$

$\alpha \parallel \omega$
$$\omega(t) = \omega(t_0) + \int_{t_0}^{t} \alpha(t)\,dt$$
$$\theta(t) = \theta(t_0) + \int_{t_0}^{t} \omega(t)\,dt$$

$\alpha = \text{cost.}$
$$\omega(t) = \omega(t_0) + \alpha(t - t_0)$$
$$\theta(t) = \theta(t_0) + \omega(t - t_0)$$
$$\theta(t) = \theta(t_0) + \omega(t_0)(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2$$

$\alpha = 0 \rightarrow \omega = \text{cost.}$
$$\theta(t) = \theta(t_0) + \omega(t - t_0)$$

$L \parallel \omega$

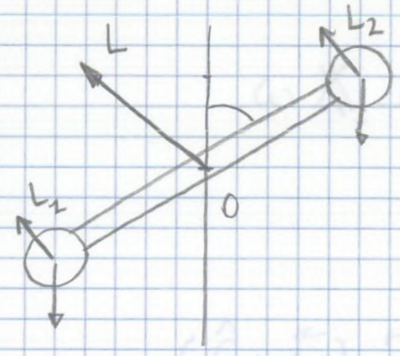


$$\vec{L}_i = \vec{r}_i \wedge m_i \vec{v}_i$$
$$\|\vec{L}_i\| = \|\vec{r}_i\| m_i \|\vec{v}_i\|$$

$$L_{i\perp} = m_i v_i r_i \cos\theta_i = m_i v_i h_i = m_i \omega R_i h_i$$

L_i ruota intorno all'asse

$$\Sigma \vec{L}_i = \vec{L} = \vec{L}_z + \vec{L}_\perp \longrightarrow$$ Può variare in modulo, ma sicuramente ruota



$$\vec{r}_1 \wedge m_1 \vec{g} + \vec{r}_2 \wedge m_2 \vec{g} = 0$$

$$\vec{r}_1 \wedge \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \wedge \vec{F}_2 = \Sigma \vec{M}^{ext} = \Sigma \vec{M}_z^{ext}$$

$$\Sigma \vec{M}_1^{ext} = \frac{d\vec{L}_1}{dt} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{L}$$

Corpo simmetrico:

$$\vec{L} = \vec{L}_z$$

$$\vec{L}_z = I_z \vec{\omega}$$

$$\Sigma M^{ext} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\vec{L}_z}{dt}$$

Seconda legge di Newton!

$$\Sigma M^{ext} = \frac{d}{dt}(I_z \vec{\omega}) = I_z \vec{\alpha}$$

Corpo non simmetrico:

$$\vec{L} = \vec{L}_z + \vec{L}_1$$

$$\vec{L} \neq I_z \vec{\omega}$$

$$\Sigma \vec{M}^{ext} = \frac{d\vec{L}}{dt} \neq I_z \vec{\alpha}$$

$$\Sigma \vec{M}_z^{ext} = \frac{d\vec{L}_z}{dt} = \frac{d}{dt}(I_z \vec{\omega}) = I_z \vec{\alpha}$$

$$E_k = \Sigma_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \Sigma_i \frac{1}{2} m_i (\omega R_i)^2 = $$
$$= \frac{1}{2} \Sigma_i m_i R_i^2 \omega^2 = \frac{1}{2} I_z \omega^2 = \frac{L_z^2}{2 I_z}$$

$$W = \cancel{W^{int}} + W^{ext} = \Delta E_k = \frac{1}{2} I_z \omega_f^2 - \frac{1}{2} I_z \omega_i^2$$

$$\delta W = dE_k = d\left(\frac{1}{2} I_z \omega^2\right) = \frac{1}{\cancel{2}} I_z \cancel{2} \omega \, d\omega =$$
$$= I_z \frac{d\theta}{\cancel{dt}} \vec{\alpha} \, \cancel{dt} = I_z \vec{\alpha} \, d\theta = \Sigma \vec{M}^{ext} d\theta$$

$$W_{1,2} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \Sigma \vec{M}_z^{ext} \, d\theta$$

$$\mathcal{P} = \frac{dW}{dt} = \Sigma M_z^{ext} \frac{d\theta}{dt} = \Sigma M_z^{ext} \cdot \omega$$

IN ACCORDO CON KÖNIG $$E_k = \underbrace{\frac{1}{2} m v^2}_{E_k^{CM}} + \underbrace{\frac{1}{2} I_z \omega^2}_{E_k'}$$

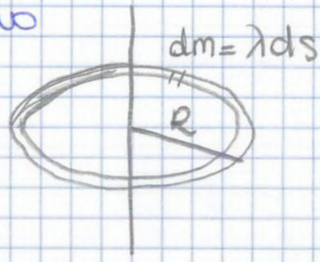
· MOMENTO D'INERZIA

HA LO STESSO RUOLO DELLA MASSA INERZIALE

$$I_z = \sum_i m_i R_i^2$$

$$I_z = \int dm\, R^2 = \int_V R^2 \rho\, dV$$

· Anello

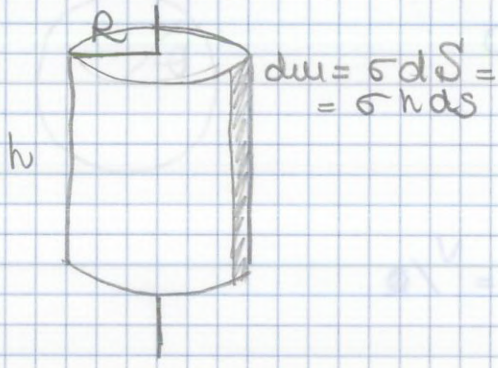


$$I_z = \int R^2 dm = \int R^2 \lambda ds = R^2 \lambda 2\pi R \qquad \lambda = cost$$

$$m = \lambda 2\pi R$$

$$I_z = mR^2$$

· Cilindro cavo

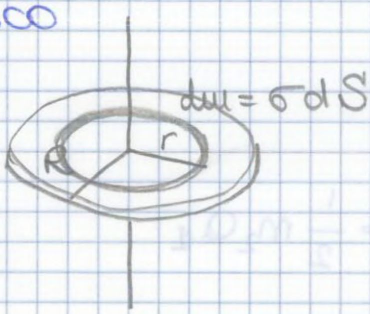


$$I_z = \int R^2 dm = \int R^2 \sigma\, h ds = \sigma R^2 h 2\pi R$$

$$m = \sigma h 2\pi R$$

$$I_z = mR^2$$

· Disco



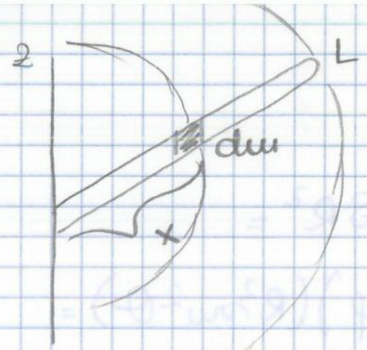
$$I_z = \int dm\, r^2 = 2\pi\sigma \int_0^R r^3 dr = \cancel{2}\pi\sigma \frac{R^4}{\cancel{4}\,2}$$

$$m = \sigma\pi R^2$$

$$I_z = \frac{1}{2} mR^2$$

· Cilindro pieno

$$I_z = \frac{1}{2} mR^2$$



$$I_z = \int dm\, x^2$$

$$dm = \lambda\, dx$$

$$I_z = \int_0^L \lambda x^2 dx = \frac{\lambda L^3}{3} = \frac{1}{3}\lambda L^3$$

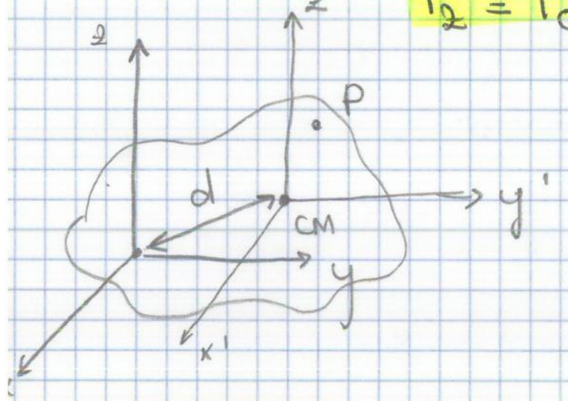
$$m = \lambda L$$

$$I_z = 1/3\, m L^2$$

TEOREMA DI HUYGENS-STEINER O DEGLI ASSI PARALLELI

Il momento di inerzia di un corpo di massa m rispetto a un certo asse è uguale al momento rispetto all'asse passante per il centro di massa più la massa moltiplicata per la distanza al quadrato tra gli assi

$$I_z = I_{CM} + Md^2$$



I_{CM} È SEMPRE MINORE DI QUALUNQUE ALTRO MOMENTO DI INERZIA DEL CORPO RISPETTO A UN ALTRO ASSE

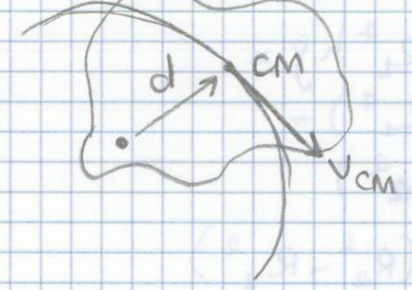
$$I_i = m_i (x_i^2 + y_i^2)$$

$$x_i = x_i'$$

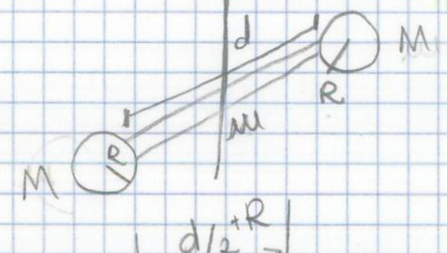
$$y_i = d + y_i'$$

$$I_i = m_i (x_i'^2 + (y_i' + d)^2) = m_i (x_i'^2 + y_i'^2 + d^2 + 2y_i' d) = m_i (x_i'^2 + y_i'^2) + m_i d (2y_i' + d)$$

$$I_z = \sum_i m_i (x_i^2 + y_i^2) = \sum_i m_i (x_i'^2 + y_i'^2) + \sum m_i (2y_i' d + d^2) = I_{CM} + \cancel{2\sum m_i y_i' d} + \sum_i m_i d^2$$

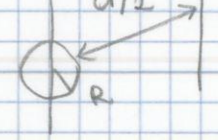


$$E_k = 1/2\, I_z \omega^2 = 1/2 (I_{CM} + md^2)\omega^2 = 1/2\, I_{CM}\omega^2 + 1/2\, m(d\omega)^2 = E_k' + E_{k\,cm}$$



$$I_{CM} = 2/5\, MR^2$$

$$I_z^M = 2/5\, MR^2 + M(d/2 + R)^2 = 2/5\, MR^2 + M\, d^2/4 + MR^2 + MdR = 7/5\, MR^2 + 1/4\, Md^2 + MRd$$



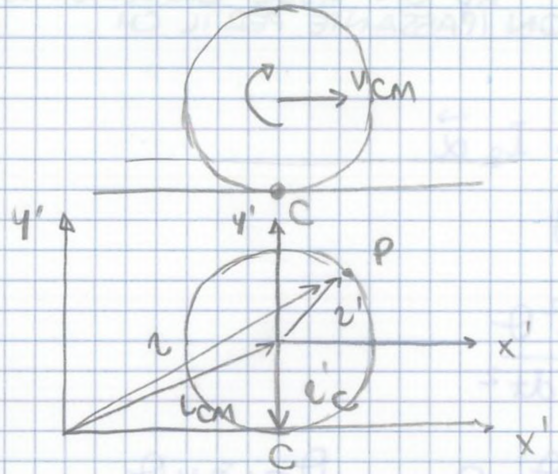
$$I_z^m = 1/12\, md^2$$

$$I_z^{tot} = 2 I_z^M + \frac{1}{12} md^2$$

• MOTO DI ROTO-TRASLAZIONE

INDIVIDUATE DA ω E V (INDIPENDENTI)

- MOTO DI ROTOLAMENTO PURO



z è costante

Non c'è strisciamento $\rightarrow f_s$

v PUNTO DI CONTATTO $= 0$

DEVE AGIRE LA FORZA DI ATTRITO STATICO PER TENERE FERMO IL PUNTO DI CONTATTO

SRI $\quad \vec{r} = \vec{r}' + \vec{r}_{CM}$

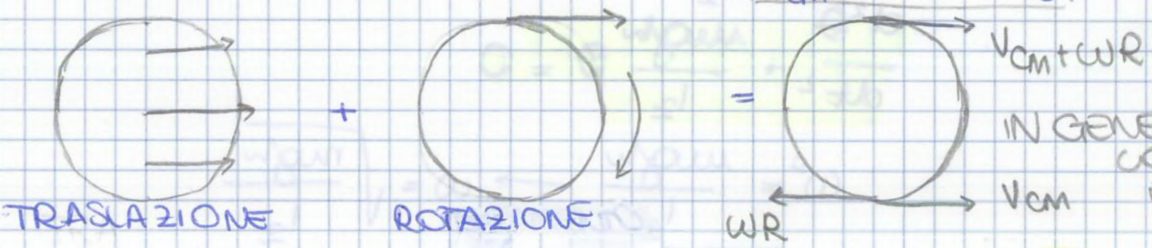
$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_{CM}$$

$$\vec{v}' = \vec{\omega} \wedge \vec{r}'$$

$$\vec{v} = \omega \wedge \vec{r}' + v_{CM} \quad \forall P$$

$$\vec{v}_C = \omega \wedge \vec{r}_C' + v_{CM} = 0$$

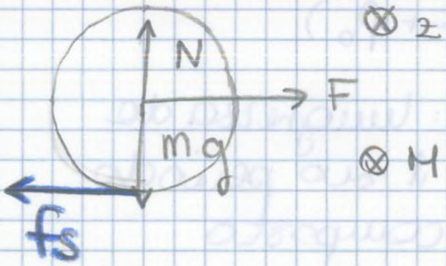
$$\boxed{\vec{v}_{CM} = -\vec{\omega} \wedge \vec{r}_C}$$



IN GENERALE UN CORPO ROTOLA E STRISCIA

C'È RELAZIONE TRA ω E v, TRA α E a_{CM}

$$\omega = \frac{v_{CM}}{R} \longrightarrow \alpha = \frac{a_{CM}}{R}$$



$$\Sigma \vec{F}^{ext} = m\vec{a}_{CM}$$

$$\begin{cases} +F - f_s = m a_{CM} \\ N = mg \end{cases}$$

$$\Sigma M^{ext} = I_z \vec{\alpha}$$

$$f_s R = I_{CM} \cdot \alpha = I_{CM} \frac{a_{CM}}{R}$$

$$f_s = \frac{I_{CM} \cdot a_{CM}}{R^2}$$

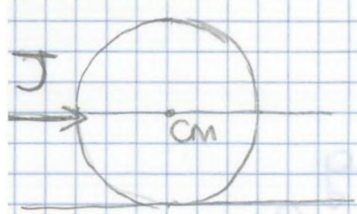
$$F - \frac{I_{CM} \cdot a_{CM}}{R^2} = m a_{CM}$$

$$a_{CM} = \frac{F}{m + I_{CM}/R^2}$$

$$f_s = \frac{F}{\left(\frac{mR^2}{I_{CM}} + 1\right)} \leq \mu_s N$$

CONDIZIONE DI ROTOLAMENTO $\quad F \leq \mu_s mg \cdot \left(1 + \frac{mR^2}{I_{CM}}\right)$

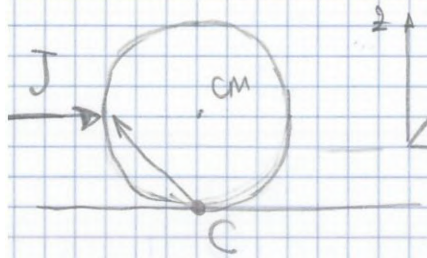
LA FORZA APPLICATA NON DEVE SUPERARE IL VALORE DI F_s



$$\vec{J} = \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \vec{F}\, dt = \Delta \vec{p}$$ IMPULSO

$$\int \vec{M}\, dt = \int d\vec{L} = \Delta \vec{L}$$ IMPULSO ANGOLARE

$$\vec{r} \wedge \vec{J} = \Delta \vec{L}$$ MOMENTO DELL'IMPULSO



$$\vec{J} = \Delta \vec{p} = \vec{p}_f - \cancel{\vec{p}_i} = m v_{CM}$$

$$v_{CM} = J/m$$

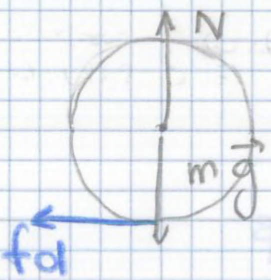
CM = polo

PROVOCA SIA UNA VARIAZIONE DELLA QUANTITA' DI MOTO CHE DI L

$$\Delta \vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{J} = 0$$

C = polo

$$L_{CM} = \vec{r}_C \wedge \vec{J} = J R \cancel{\hat{u}_y} = m v_{CM} R \cancel{\hat{u}_y}$$



$$\Sigma \vec{F}^{ext} = m \vec{a}_{CM}$$

$$\Sigma \vec{M}^{ext} = I \vec{\alpha}$$

$$-f_d = -\mu_d N = m a_{CM}$$

$$-mg + N = 0 \rightarrow N = mg$$

$$-f_d = -\mu_d \cancel{m} g = \cancel{m} a_{CM}$$

$$a_{CM} = -\mu_d g$$

$$\Sigma \vec{M}^{ext} = I_z \vec{\alpha}$$

$$f_d R \hat{u}_y = I_{CM} \alpha \hat{u}_y$$

$$\mu_d m g R = I_{CM} \alpha$$

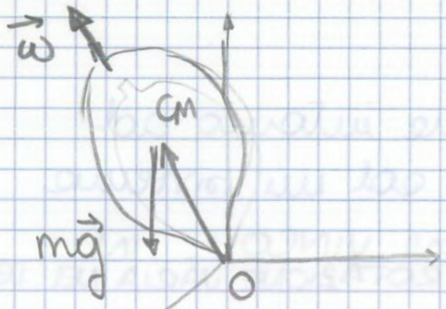
$$\alpha = \frac{\mu_d m g R}{I_{CM}} > 0$$

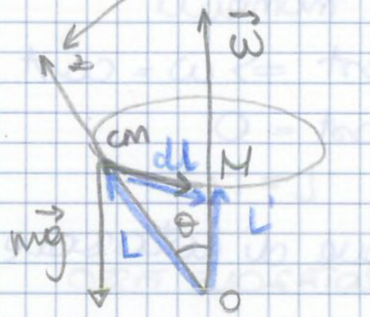
$$v_{CM}(t) = v_{CM}(t_0)\ \mu_d g t$$

$$\omega(t) = \cancel{\omega(t_0)} + \frac{\mu_d m g R}{I_{CM}} t$$

A t_0 $$v_{CM}(t^*) = \omega(t^*) R$$

$$t^* = \frac{2}{7} \frac{J}{\mu_d m g}$$





- punto fisso $\neq$ CM

$$\Sigma \vec{M}_0^{ext} = \vec{r}_{CM} \wedge m\vec{g}$$ MOMENTO DELLA FORZA PESO

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} \neq 0$$

$\vec{L}$ non è costante

$L_z = cost \rightarrow M_z = 0$

$\rightarrow \omega = cost \rightarrow \|\vec{L}\| = cost$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\Omega} \wedge \vec{L} = \vec{r}_{CM} \wedge m\vec{g}$$

$$\vec{\Omega} \wedge I\vec{\omega} = \vec{r}_{CM} \wedge m\vec{g}$$

$$\vec{\Omega} \wedge I\omega\hat{k} = -m\vec{g} \wedge \vec{r}_{CM}\hat{k}$$

$$(I\omega\vec{\Omega}) \wedge \hat{k} = (-m\vec{g}\, r_{CM}) \wedge \hat{k}$$

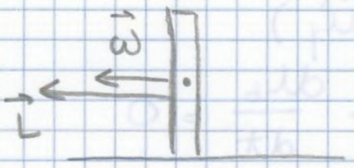
$$I\omega\vec{\Omega} = -m\, r_{CM}\, \vec{g}$$

$$\vec{\Omega} = \frac{-m\, r_{CM}\, \vec{g}}{I\omega}$$

LA PRECESSIONE È LA STESSA RISPETTO ALLA SITUAZIONE PRECEDENTE (MOMENTO ⊥ ALL'ASSE)

$$T = \frac{2\pi}{\Omega} = +2\pi \frac{I\omega}{m r_{CM} \vec{g}}$$

- Bicicletta



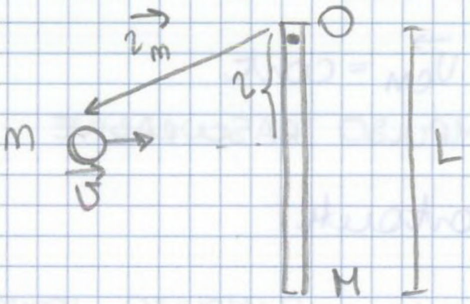
$$\Sigma \vec{M}^{ext} = 0$$

$$\vec{L} = cost$$

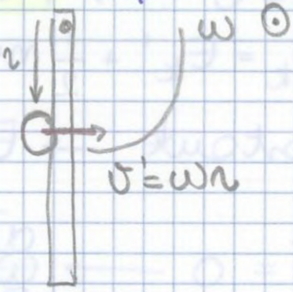
$$\vec{M} = \vec{r}_{CM} \wedge m\vec{g}$$

$\vec{\omega}$ stabilizza il momento

· URTI TRA CORPI ESTESI



Urto completamente anelastico



$$\sum \vec{F}^{ext} \neq 0$$
$$\vec{P} \neq cost$$
$$\sum \vec{M}^{ext} = 0 \longrightarrow \vec{L}_o = cost$$

$$\vec{L}_o^{\,in} = \vec{r}_m \wedge m\vec{v} = (m v r)\hat{k}$$
$$\vec{L}_o^{\,fin} = I\vec{\omega} + \vec{r} \wedge m\vec{v}' = I\omega\hat{k} + r m(\omega r)\hat{k}$$

$\vec{L}_o^{\,in} = \vec{L}_o^{\,fin}$ $\qquad m v r = I\omega + m\omega r^2$

$$\omega = \frac{m v r}{I + m r^2}$$

$$\vec{p}^{\,in} = m\vec{v} = m v\hat{i}$$
$$\vec{p}^{\,fin} = m\omega r\hat{i} + M v'_{cm} = m\omega r\hat{i} + M\omega \tfrac{L}{2}\hat{i}$$

$$x \parallel \vec{J} = \Delta\vec{P} = \vec{p}^{\,fin} - \vec{p}^{\,in} = (m\omega r + M\omega L/2 - m v)\hat{i} =$$
$$= m v (ML$$

$$? =$$

$J_x > 0$ $\qquad r/2 - 2/3 > 0$ $\qquad r > 2/3\,L$

$J_x < 0$ $\qquad r < 2/3\,L$

$J_x = 0$ $\qquad r = 2/3\,L$ $\quad$ CENTRO DI PERCUSSIONE
(lunghezza ridotta del pendolo)

Meccanica dei fluidi

17.5.2013 - 21.5.2013 - 24.5.2013 -

(GAS e LIQUIDI) ASSUMONO LA FORMA DEL RECIPIENTE

I FLUIDI non hanno forma propria, ma hanno volume proprio e sono poco comprimibili. Hanno una superficie che li delimita. SE E' COMPRIBIBILE E' AERIFORME ALTRIMENTI E' UN LIQUIDO IDEALE

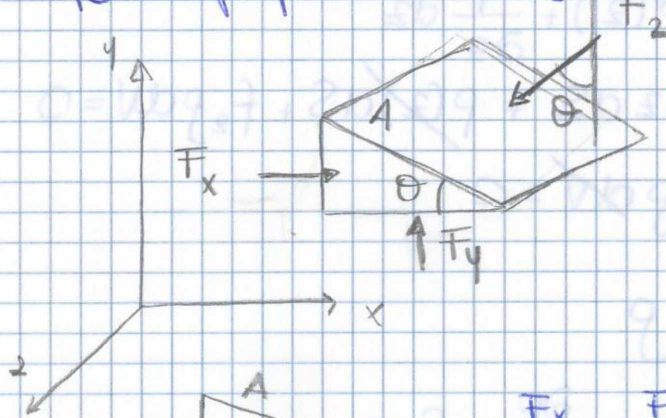
Gli atomi sono legati tra loro da interazioni di Van der Waals o legami ionici. I LIQUIDI HANNO VOLUME PROPRIO

$$dm = \rho\, dV$$

I FLUIDI SONO SISTEMI CONTINUI

le FORZE DI VOLUME sono le forze proporzionali al volume.
le FORZE DI SUPERFICIE sono le forze a cui e' soggetto il corpo proporzionali alla superficie.
Se c'e' una forza tangente alla superficie, il fluido scorre, mentre e' in grado di resistere alle forze perpendicolari: se un fluido e' IN QUIETE, agiscono solo forze perpendicolari.

IN EQUILIBRIO STATICO NON C'E' LAVORO



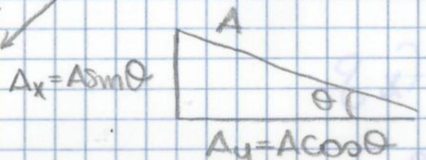
$$\sum \vec{F} = 0$$

$$\vec{F}_z + \vec{F}_y + \vec{F}_x = 0$$

$$\begin{cases} -F\sin\theta + F_x = 0 \\ -F\cos\theta + F_y = 0 \end{cases}$$

$$F_x = F\sin\theta$$

$$F_y = F\cos\theta$$



$$\frac{F_x}{A_x} = \frac{F\sin\theta}{A\sin\theta} = \frac{F}{A}$$

$$\frac{F_y}{A_y} = \frac{F\cos\theta}{A\cos\theta} = \frac{F}{A}$$

Il rapporto F/A e' quindi costante sulla superficie, ed e' la pressione (non dipende dalla direzione lungo la quale agisce la forza) NON HA CARATTERISTICHE DIREZIONALI.
(LEGGE DI PASCAL)

Si chiama PRESSIONE IDROSTATICA il rapporto

$$\text{(SCALARE)}\quad p = \frac{dF}{dA}$$

DIPENDE DALLA POSIZIONE DEL PUNTO MA NON DALLA DIREZIONE

$$[p] = [F]/[A] = ML^{-1}T^{-2}$$

Unita' di misura: PASCAL = 1 N / 1 m^2

$1\ ATM = 1{,}013 \cdot 10^5\ Pa$

$1\ BAR = 10^5\ Pa$

$1\ ATM = 760\ TORR$

Se $\vec{F}_V = -\rho g\, dV$

$$\vec{F}_V = \vec{f}\, dm = \vec{g}\, dm$$

$$\nabla E_p = -\vec{F}_V$$

$$\nabla \mathcal{E}_p = -\vec{g}$$

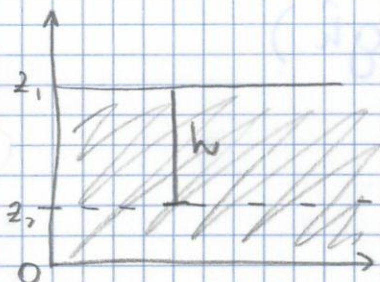
$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad \frac{\partial p}{\partial z} = f_z \rho = -\rho g$$

LA PRESSIONE VARIA SOLO LUNGO L'ASSE z

$$dp = -\rho g\, dz$$

$$\int_1^2 dp = -\rho g \int_1^2 dz$$

$$p(z_2) - p(z_1) = -\rho g (z_2 - z_1)$$



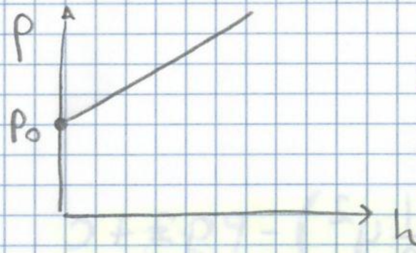
$$p(z_2) = p(z_1) - \rho g (z_2 - z_1)$$

$$h = z_1 - z_2$$

$$p(h) = p_0 + \rho g h$$

LEGGE DI STEVINO

($\rho = \text{cost}$)



la pendenza è ρg

LA PRESSIONE AUMENTA CON LA PROFONDITÀ

$$\rho(\text{acqua}) \sim 10^3\ kg/m^3$$

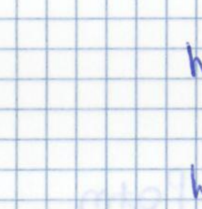
$$p(h) = p_{atm} + \rho g h$$

$$p_{atm} = 1\ atm = 1{,}013 \cdot 10^5\ Pa$$

$$h = \frac{p(h) - p_{atm}}{\rho g}$$

$$h^* = \frac{2p_{atm} - p_{atm}}{\rho g} \approx 10\ m$$

la pressione a una data profondità è uguale al peso della colonna di fluido che mi sovrasta $+ p_0$



$$p(h) = p_0 + \rho g h$$

$$p'(h) = p_0 + \Delta p_0 + \rho g h$$

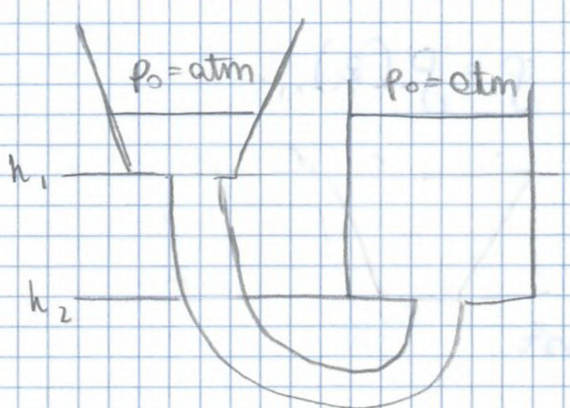
$$p'(h) = p(h) + \Delta p_0$$

PRINCIPIO DI PASCAL

Cambiando la pressione del pelo libero del fluido, cambia tutta la pressione del fluido della stessa quantità.

- Vasi comunicanti

ALLA STESSA PROFONDITÀ LE PRESSIONI DEVONO ESSERE IDENTICHE

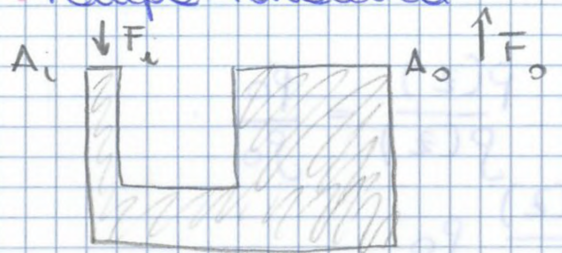


$p_1 = p_{atm} + \rho g h_1$

$p_2 = p_{atm} + \rho g h_2$

$p = p_{atm} + \rho g h$ livello dell' acqua di entrambi i vasi

- Pompa idraulica

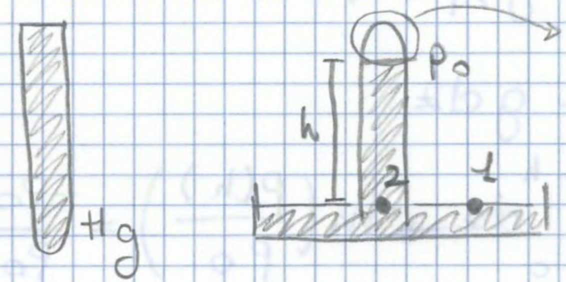


$F_o = p_i \cdot A_o$

$p_i = F_i / A_i$

$F_o = F_i \cdot A_o / A_i$

- Barometro di Torricelli



Vapore di Hg, che però ha volatilità bassissima

① $p_1 = p_{atm}$

② $p_2 = p_0 + \rho g h$

$p_1 = p_2$

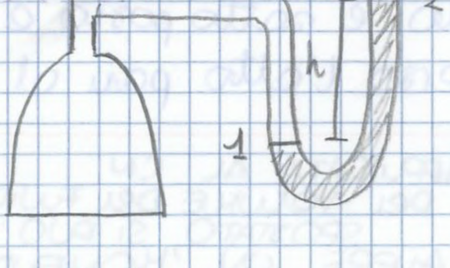
$p_{atm} = \cancel{p_0} + \rho g h$

~ 0

$h = 760\ mm$

$1\ atm = 760\ Torr$

LA PRESSIONE ATMOSFERICA È ESERCITATA DALLA FORZA GRAVITAZIONALE DELLA TERRA SULLA MASSA DI GAS. LA PRESSIONE DIMINUISCE CON L'ALTEZZA, MA NON LINEARMENTE

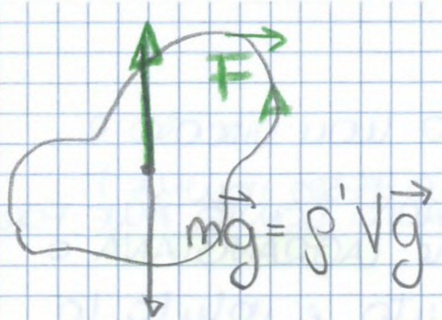


$p_1 = p$

$p_2 = p_0 + \rho_{Hg} g h$

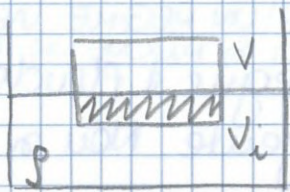
$p_1 = p_2$

$p = p_0 + \rho_{Hg} g h$



$$\sum \vec F = \vec F_A + \rho' V \vec g$$
$$= -\rho V \vec g + \rho' V \vec g =$$
$$= (\rho' - \rho) V \vec g$$
$$\sum F_z = (\rho' - \rho) V(-g) = g(\rho - \rho')V$$

Si ferma quando $F_A = -F_{peso}$
$$\begin{cases} \sum F_z > 0 & \text{se } \rho > \rho' \\ \sum F_z < 0 & \text{se } \rho < \rho' \end{cases}$$



$$F_A = -\rho V_i g$$
$$Peso = \rho' V g$$

$$\sum F = 0 \qquad F_A + Peso = 0$$
$$-\rho V_i \cancel{g} + \rho' V \cancel{g} = 0$$

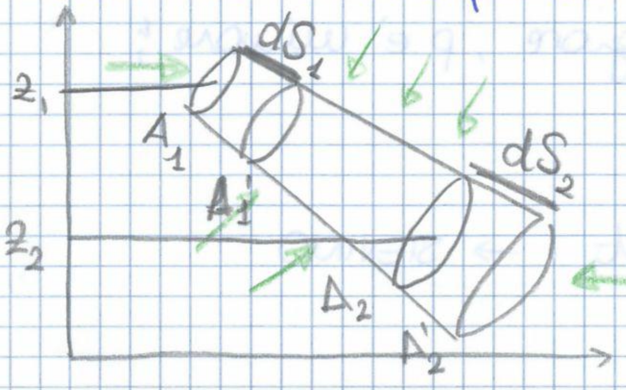
SE $\rho' > \rho$ IL CORPO SCENDE VICEVERSA SALE

$$\rho V_i = \rho' V$$
$$V_i = V \, \rho'/\rho$$

condizione di equilibrio per il GALLEGGIAMENTO

La forza di Archimede è applicata nel centro geometrico del volume immerso.

Suppongo di avere un tubo di flusso sottile in modo che per ogni sezione la velocità sia la stessa.
Il fluido è in regime stazionario: in ogni punto la velocità è sempre la stessa.



LE FORZE SONO SEMPRE PERPENDICOLARI ALLA SUPERFICIE

$dS = v\,dt$

Se la sezione è più piccola, la velocità è maggiore

Forze che compiono lavoro:
$\vec{F}_{p1}$ e $\vec{W}$ (PESO)

Ci sono anche forze di pressione parallele e anti parallele allo spostamento

$F_1 = p_1 A_1 \quad p_1 = p(z_1)$
$F_2 = p_2 A_2 \quad p_2 = p(z_2)$

$$W_p = +p_1 A_1 dS_1 - p_2 A_2 dS_2 = $$
$$= p_1 dV - p_2 dV = $$
$$= (p_1 - p_2)\,dV$$

$$W_g = -\Delta E_p = E_p^i - E_p^f = $$
$$= dm\,g z_1 - dm\,g z_2 = $$
$$= \rho g (z_1 - z_2)\,dV$$

$$\mathcal{L}_g + \mathcal{L}_p = \Delta E_k = \frac{1}{2} dm (v_2^2 - v_1^2)$$

$$(p_1 - p_2)\cancel{dV} + \rho g \cancel{dV}(z_1 - z_2) = \frac{1}{2}\rho \cancel{dV}(v_2^2 - v_1^2)$$

$$p_1 + \rho d z_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho d z_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

EQUAZIONE DI BERNOULLI
(fluidi incomprimibili, con moti stazionari, senza attrito interno)

$$p + \rho g z + \frac{1}{2}\rho v^2 = cost$$

EN POTENZ   EN. CINETICA

LUNGO OGNI LINEA DI FLUSSO

p e V CAMBIANO SOLO SE CAMBIA LA SEZIONE
LA p IN UN PUNTO E' MAGGIORE SE IL FLUIDO E' IN QUIETE