



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

NUMERO: 1120

DATA: 22/09/2014

# **A P P U N T I**

STUDENTE: Sobrino

MATERIA: Fondamenti di Macchine + Eserc., Prof. Poggio

Prof. Poggio

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

Prima lezione

01-10-2013

Alberto Poggio

Carbone ha superato il petrolio in Italia, 1° gas naturale  
Cina, India, Sudest Asiatico maggiori consumatori di energia  
Breve dell'energia

Il Petrolio è in crisi pochi non è più a buon mercato ma ce ne è ancora molto

In 100 anni +4°C con aumento di persone e consumi

+3°C con aumento rinnovabili

+2°C con meno consumi e più rinnovabili

con emissioni nulle => +0,5°C

-20% consumi energetici e emissioni gas serra

+20% fonti rinnovabili sul totale

come scritto esercizi + teoria in forma separata

due parti prima la teoria ho min. e poi gli esercizi, nello stesso giorno

Mechanik

Insieme di organi meccanici fissi e mobili, almeno una parte scambia lavoro, compiendo o subendo lavoro.

Mechanik a fluido

Lo scambio di energia con le parti mobili avviene per mezzo di un fluido

Energia dissipabile è quella necessaria a ottenere quella utile finale.

rendimento =  $\frac{\text{effetto utile}}{\text{ciò che si spende}}$

macchine a fluido

Comprimibili  
(gas)

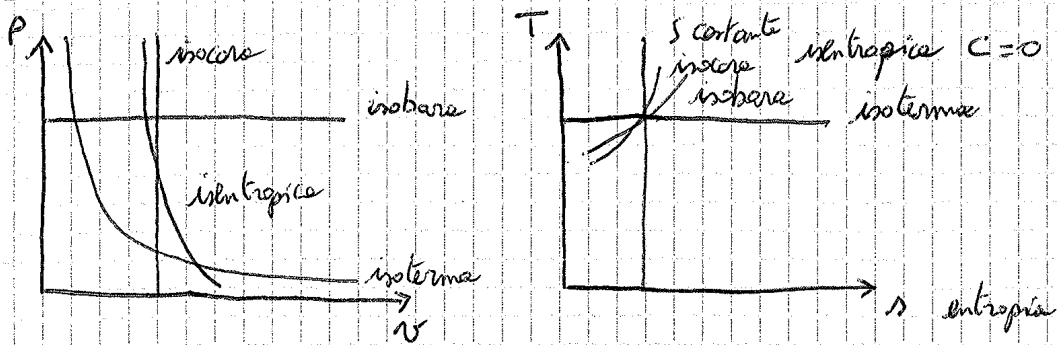
macchine termodinamiche

P può variare in funzione della pressione

incomprimibili

macchine idrauliche

(acqua)

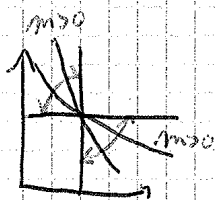


Legge di Evoluzione Politropica  
 $p v^m = K$  costante

$\delta Q = c dt$  se  $c$  è costante nell'intorno del punto in esame  
 $J / \text{kg} \cdot K$

<u>isobara</u>	$p$ costante	$m = 0$	$c = c_p$
<u>isochora</u>	$v$ costante	$m = \infty$	$c = c_v$
<u>isoterma</u>	$T$ costante	$m = \text{costante} = 1$	$c = \infty$
	$p \cdot v = \text{costante}$		
		$R = c_p - c_v$	
		$K = \frac{c_p}{c_v}$	

isentropica  $s = \text{costante}$   $m = K$   $c = 0$   
 $c_p > c_v$   $K = \frac{c_p}{c_v} > 1$



$$p v^m = \text{costante}$$

$$\frac{T}{p^{\frac{m-1}{m}}} = \text{costante}$$

$$T v^{\frac{m-1}{m}} = \text{costante}$$

$$c = c_v \frac{m - K}{m - 1} \quad \text{in generale}$$

$$m = \frac{c_p - c}{c_v - c}$$

isobara meno ripida  
 isochora più ripida

politropica  $p v^m = \text{cost}$   $m$  cost  $c$  cost

# Energetica dell' Edificio

02-10-2013

Tronville

Prima lezione

Ricevimento mercoledì 17,30 - 19,00 in ufficio

collaboratore Caporali

bisogna consegnare le relazioni, -0,5 crediti per ogni relazione fuori scadenza, consegnare relazioni come file pdf  
Intarsi file: Cognome - Nome - matricola  
entro un mese 11 ottobre → 11 novembre

1° appello 27-1-2014 2° appello 26-2-2014

teoria + esercizio voto massimo 27/30

2/3 vero o falso +1 V, -1 F, 0 non data

30/60 domande o quelle seconde parti

4 domande sintetiche

20/40 esercizi } sufficiente  
15/30 teoria

• tre esercizi • orale facoltativo

si può avere il testo di teoria e il formulario

1 tep = 1000 kg di petrolio

2010 185 mln tep di energia primaria consumata in Italia

130 Mtep per usi finali

5866 Kg<sub>s</sub> di petrolio equivalente consumate

35% di energia per usi civili

31% trasporti 23% industria

25% consumo degli edifici

1/6 per processi di costruzione

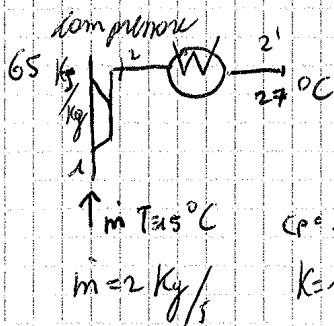
5/6 per l'esercizio del costruito

In UK, DE, FR il consumo per il riscaldamento è andato diminuendo

In Italia è diminuito il consumo elettrico

Una limitazione può portare a un rumore inaccettabile

- Tassata dal compressore?
- salta manna sott'alto nello scambiatore?
- portata d'acqua per raffreddare a  $T=10^\circ\text{C}$ ?



$$c_p = 1004,5 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$$

$$k = 1,4$$

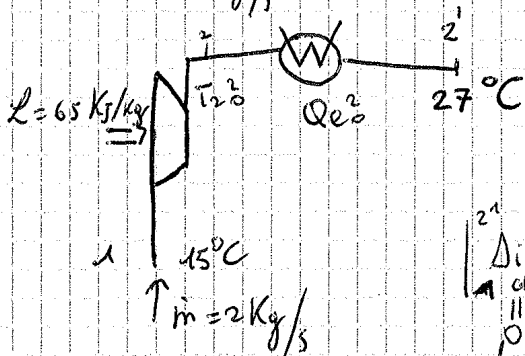
È un sistema aperto

$$\int_1^{2'} Q_e + L_e = \Delta i^* + \Delta E_c + \Delta E_g + \Delta E_{cf}$$

il lavoro è quello scambiato dalle parti in movimento

ipotesi

• compressore adiabatico, non è uno a rigore



$$\int_1^{2'} \Delta i^* + \int_1^{2'} \Delta i^* = \int_1^{2'} \Delta i^*$$

perché non è un sistema non reagente

$$\int_1^{2'} \Delta i^* = c_p \Delta T = c_p (T_2' - T_1)$$

$$\int_1^{2'} \Delta E_c = \frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2} \text{ che ha detto che è trascurabile?}$$

• ammissibile che  $c_2 = c_1$  perché la macchina non deve accelerare il fluido

$$\int_1^{2'} \Delta E_g = g(z_2' - z_1)$$

$$1000 \text{ Kg/m}^3 = \rho_{\text{acqua}}$$

trascurabile negli scambi, perché cambia  $\rho$ , molto bene  $1 \text{ Kg/m}^3 = \rho_{\text{aria}}$

$$\int_1^{2'} \Delta E_{cf} = -\frac{\rho_2^2}{2} + \frac{\rho_1^2}{2} \text{ non varia perché entra ed esce linearmente,}$$

$$\int_1^{2'} Q_e + L_i = \Delta i = c_p (T_2' - T_1)$$

$$65 + Q_e = 1,0045 (27 - 15)$$

$$Q_e = -L_i + c_p (T_2' - T_1) =$$

$$= -65 + 1,0045 (27 - 15) = -52,9 \text{ KJ/Kg}$$

$$L_i = \int_a^b v dp + L_w + \Delta E_c + \Delta E_g + \Delta E_f$$

per macchina idraulica

$$\int_a^b v dp \quad \text{il fluido \u00e8 incompressibile}$$

$$v = \frac{1}{\rho} \quad \int_a^b v dp = v(p_b - p_a) = 0 \quad \text{perch\u00e9 } p_b = p_a = p_{atm}$$

$$L_i = L_w + \Delta E_c + \Delta E_g$$

$$L_i = L_w + \frac{C b^2}{2} + g \Delta z$$

(a)  $L_{w, tot} = 0$

$$L_i = \frac{C b^2}{2} + g \Delta z = \frac{2^2}{2} + 9,81 \cdot 20 = 196,2 \text{ J/kg}$$

il lavoro degli attriti viscosi  $L_w$  in  $\text{KJ/kg}$  per\u00e9 sono maggiori dei liquidi, che sono espressi in  $\text{J/kg}$

(b)  $L_{w, tot} = 15\% L_i$

$$L_i = \frac{1}{0,85} \left[ \frac{C b^2}{2} + g \Delta z \right] = \frac{1}{0,85} [196,2] = 230,7 \text{ J/kg}$$

$P_i = \dot{m} L_i$  potenza interna per\u00e9 calcolata dal lavoro interno

$P_a$  potenza erogata all'albero =  $P_i$  potenza interna

$$P_a = \frac{\dot{m} L_i}{\eta_m}$$

$$\eta_m = \frac{P_i}{P_a}$$

rendimento meccanico

$$\dot{m} = \rho A v \quad \rho \text{ costante}$$

portata volumetrica  $\dot{V} \text{ [m}^3/\text{s]}$

$$\dot{m} = \rho A v = 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 2 \text{ m/s} \cdot \frac{0,10^2}{4} \pi =$$

(a)  $P_a = \frac{\dot{m} L_i}{\eta_m} = 3,21 \text{ kW}$

(b)  $P_a = 3,77 \text{ kW}$

Seconda lezione

o/pio pens

## Secondo Principio della Termodinamica

ogni volta che si ha un passaggio nell'equazione del primo principio, ci sono delle perdite che danno luogo all'irreversibilita'.

primo principio

$$Q_e + L_i = \Delta U + \Delta E_{c,g} \text{ cf}$$

l'energia si conserva

Enunciato:  $\delta Q_e + \delta L_w = T ds$

l'entropia e' il contatore dell'irreversibilita'

in un sistema, in piu' calore trasferito dall'esterno o generato dall'interno

$$T ds = \delta Q_e + \delta L_w = \delta Q = c dT$$

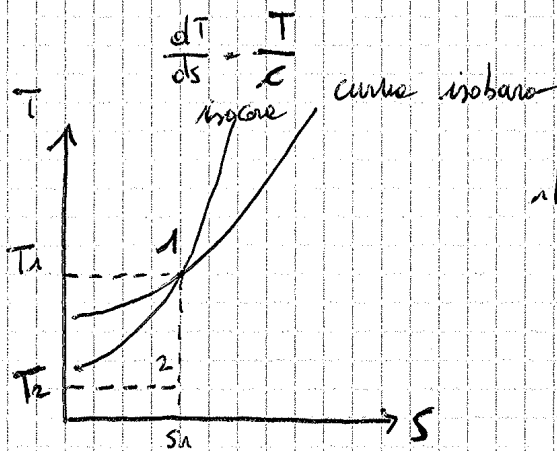
evoluzione adiabatica  $\delta Q_e = 0$

evoluzione reversibile  $\delta L_w = 0$

$$T ds = 0 = \delta Q$$

$\downarrow$   
 $ds = 0$  isentropica

$$\delta Q = c dT = \delta Q_e + \delta L_w = T ds$$



$$\frac{dT}{ds} = \frac{T}{c}$$

curva isobara

$$\left. \frac{dT}{ds} \right|_1 = \frac{T_1}{c_p}$$

$c_p$  a pressione costante

isocora

$$\left. \frac{dT}{ds} \right|_2 = \frac{T_2}{c_v}$$

ha pendenza maggiore  
perche'  $c_v < c_p$

$$c_p - c_v = R > 0$$

$$\left. \frac{dT}{ds} \right|_2 = \frac{T_2}{c_p}$$

isobara

$T_2 < T_1$  pendenza minore

le isobare sono divergenti



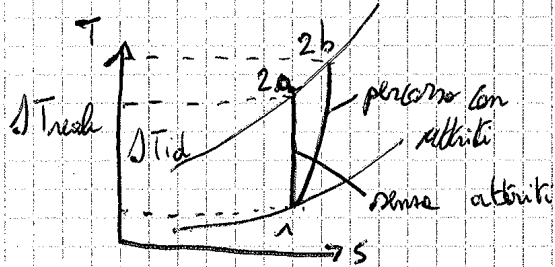
$$T_2 = (17 + 273) \left( \frac{2}{1} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 353,5 \text{ K} = 80,5 \text{ } ^\circ\text{C}$$

lavoro isentropico

$$L_i = c_p (T_2 - T_1) = 1,0045 (80,5 - 17) = 63,8 \text{ KJ/kg}$$

$$Q_e = 0 \quad L_w = 0$$

② adiabatica con attriti  $m = 1,55 \quad Q_e = 0$



$$L_w > 0$$

$$L_i = \int_1^2 \Delta i = c_p (T_2 - T_1)$$

nella trasformazione reale l'entropia aumenta

i compressori in genere sono considerati adiabatici

$$\Delta T_{\text{reale}} \rightarrow \text{lavoro} \rightarrow$$

$$\frac{T}{p^{\frac{m-1}{m}}} = \text{costante}$$

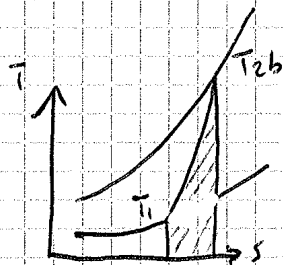
$$T_{2b} = T_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} = 370,8 \text{ K} = 97,8 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$L_{i_b} = c_p (T_{2b} - T_1) = 1,0045 (97,8 - 17) = 81,3 \text{ KJ/kg}$$

$$L_{i_a} = 63,8 \text{ KJ/kg}$$

$$L_{i_b} - L_{i_a} = 17,5 \text{ KJ/kg} \text{ perdita per attriti}$$

$$Q_e + L_w = \int_1^{2b} T ds$$



$$L_i = \int_1^{2b} v dp + L_w + \Delta E_{c, g, d} \approx 0$$

$$L_w = - \int_1^{2b} v dp + L_i$$

$$p v^m = \text{cost} = p_1 v_1^m$$

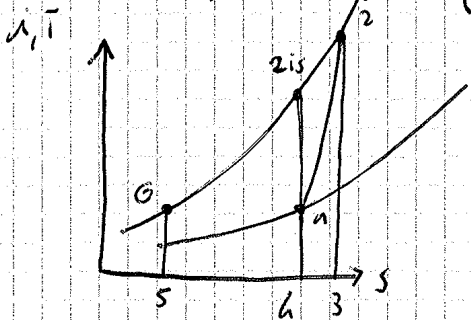
$$\frac{T}{p^{\frac{m-1}{m}}} = \text{cost} = \frac{T_1}{p_1^{\frac{m-1}{m}}}$$

$$\int_1^{2b} v dp = \frac{m}{m-1} R T_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right]$$

$$Q_{e+L} = \int_6^{2,1} \frac{2,1}{6} + \Delta E_{c,g,d} \approx 0 \quad \text{ritorno isotermo}$$

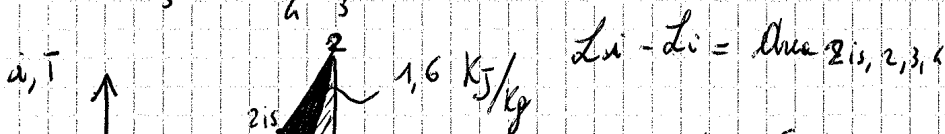
$$= c_p (T_{2,15} - T_6)$$

$$L_{15} = c_p (T_{2,15} - T_4) = c_p (T_{2,15} - T_6) = \int_6^{2,15} T dS$$



$$L_{i,15} = 2,15/6/5/6 = L_{i,2,15-4-5-6}$$

$$L_{i,real} = Area_{2-3-4}$$



$L_{15} - L_i = Area_{2,15,2,3,4}$   
 è il lavoro di controrecupero e compie  
 tutte le volte che c'è una compressione reale  
 è dovuto al fatto che il fluido è comprimibile  
 con la compressione il fluido si riscalda e tende a  
 dilatarsi. Gli attriti hanno due effetti:

reazione alla compressione  $\Rightarrow$  controrecupero

Rendimento isentropico di compressione

$$\eta_{i,compressione} = \frac{L_{i,isentropico}}{L_{i,real}} = \frac{c_p (T_{2,15} - T_1)}{c_p (T_2 - T_1)} = \frac{T_{2,15} - T_1}{T_2 - T_1}$$

$$T_{2,15} = T_1 \beta_c^{K/K-1}$$

$$T_2 = T_1 \beta_c^{\frac{m-1}{m}}$$

$$= \frac{c_p T_1 (\beta_c^{\frac{K-1}{K}} - 1)}{T_1 (\beta_c^{\frac{m-1}{m}} - 1)} = \frac{\beta_c^{\frac{K-1}{K}} - 1}{\beta_c^{\frac{m-1}{m}} - 1}$$

$$\eta_{i,c} = \frac{\beta_c^{\frac{K-1}{K}} - 1}{\beta_c^{\frac{m-1}{m}} - 1} = \frac{63,8}{81,3} = 0,785$$

Rendimento politropico di compressione o calcolato come se il fluido fosse un liquido

$$\eta_{p,c} = \frac{L_i}{L_w} =$$

$$= \frac{\frac{m}{m-1} R T_1 [\beta_c^{\frac{m-1}{m}} - 1]}{\frac{m}{m-1} R T_1 [\beta_c^{\frac{m-1}{m}} - 1]} = \frac{L_i}{K/K-1}$$

$$\left( \frac{c_p}{R} \right) T_1 [\beta_c^{\frac{m-1}{m}} - 1]$$

$$c_p = R \frac{K}{K-1}$$

$$\eta_{p,c} = \frac{m/m-1}{K/K-1}$$

Compressione

rendimento isentropico

$$\eta_{i,s,c} = \frac{L_{i,s}}{L_i} = \frac{\beta_c^{\frac{K-1}{K}} - 1}{\beta_c^{\frac{m-1}{m}} - 1}$$

rendimento politropico o idraulico  
si trascura il controrecupero

$$\eta_{p,c} = \frac{L_i - L_w}{L_i} = \frac{\frac{m}{m-1}}{\frac{K}{K-1}}$$

$$L_i = c_p T_1 \left[ \beta_c^{\frac{1}{\eta_{i,s,c}} \cdot \frac{K-1}{K}} - 1 \right]$$

oppure con il rendimento isentropico

$$L_i = \frac{c_p T_1}{\eta_{i,s,c}} \left[ \beta_c^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right]$$

il rendimento idraulico è maggiore di quello isentropico perché al primo non considera il lavoro di controrecupero in una compressione.

in una espansione

$$\eta_{s,e} = \frac{L_i}{L_{i,s}} = \frac{1 - \beta_e^{\frac{m-1}{m}}}{1 - \beta_e^{\frac{K-1}{K}}}$$

rendimento politropico o idraulico

$$\eta_{p,e} = \frac{L_i}{L_i + L_w} = \frac{K/K-1}{m/m-1}$$

$$\frac{m-1}{m} = \eta_{p,e} \cdot \frac{K-1}{K}$$

$$T_2 = T_1 \frac{1}{\beta_e^{m \cdot \frac{K-1}{K}}}$$

$$L_i = c_p T_1 \left[ 1 - \frac{1}{\beta_e^{m \cdot \frac{K-1}{K}}} \right] = \eta_{p,e} c_p T_1 \left[ 1 - \frac{1}{\beta_e^{\frac{K-1}{K}}} \right]$$

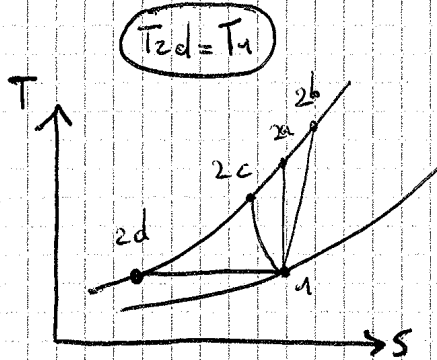
nell'espansione  $\eta_{i,s} > \eta_{p}$   
perché il recupero si scarta

d) Raffreddamento isoterma senza attriti

$$L_w = 0$$

per i gas isoterma significa isentropico

$$\Delta i = c_p (T_2 - T_1) = 0$$



il scambio di calore anche se la temperatura resta costante

$$Q_e + L_i = \Delta i = c_p \Delta T_{iso}$$

$$Q_e = -L_i$$

$$L_i = \int_1^{2d} v dp + L_w = \int_1^{2d} \frac{R T}{p} dp = R T_1 \ln \frac{p_2}{p_1} = R T_1 \ln \left( \frac{p_2}{p_1} \right) = 57,7 \text{ KJ/kg}$$

$\beta = 2$

$p v = R(T)$  costante

$$v = \frac{R T_1}{p}$$

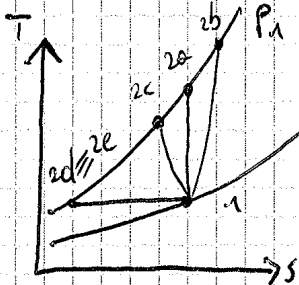
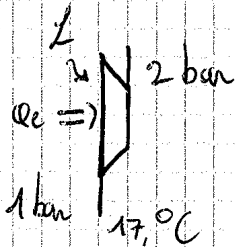
a) isentropico (compressione ideale) spende minor lavoro possibile

$$L_i = 63,2 \text{ KJ/kg}$$

per comprimere n una fase tanti compressioni e raffreddamenti per avvicinarci ad una trasformazione isoterma, che richiede minor lavoro

esercizio quattro

e) raffreddamento isoterma con attriti ( $L_w = 15,8 \text{ KJ/kg}$ )



$$L_i = \int_1^{2e} v dp + L_w = 57,7 + 15,8 = 73,6 \text{ KJ/kg}$$

$$Q_e = -73,6 \text{ KJ/kg} \text{ Calore da sottrarre}$$

gli scambi termici sono assunti trascurabili (unico punto)  
 nelle analisi si è il volume della camera cilindro-stantuffo

$$-L_e = \int_i^f p \Delta V$$

se il sistema fa lavoro esterno, la  $p$  è quella della  
 ma energia interna

$$-L_e = \Delta U = U_f - U_i = m_a c_v (T_f - T_i) = m_a c_v \Delta T$$

massa del sistema

$$L_e = L_{int} + L_{ext}$$

contro la pressione esterna

$$-dL_e = -\int p \, dV + L_w + \Delta E_{c, g, etc} \approx 0$$

$$-L_{int} = -\int_i^f p \, dV + L_w \approx 0 = -p(V_f - V_i) = p_r V_i$$

sposti tangenziali al moto del fluido sono responsabili dell'attrito  
 ed essendo il pistone + manico la  $L_w$

esterno

$$-L_{ext} = -\int_i^f p \, dV_{ext} + L_w + \approx 0$$

$$-L_{ext} = -p_{ext}(V_{f, ext} - V_{i, ext}) + L_w = -p_{ext} V_f$$

$$L_e = L_{int} + L_{ext} = -p_r V_i + p_{ext} V_f =$$

$$V_i = \frac{m_a R T_i}{p_i}$$

$$L_e = -p_r \frac{m_a R T_i}{p_i} + m_a R T_f$$

$$p_r V_i - p_{ext} V_f = m_a c_v (T_f - T_i)$$

$$-p_r \frac{m_a R T_i}{p_i} + m_a R T_f = m_a c_v (T_f - T_i)$$

$$-p_r/p_i T_i + T_f = \frac{T_f - T_i}{K-1}$$

$$T_f = \frac{1 + (K-1) \frac{p_r}{p_i}}{K} = \frac{1 + (1,4-1) \frac{110}{100}}{1,4} \cdot 1500 = 1188 \text{ K}$$

916 °C

l'energia cinetica non varia perché il tubo non scambia calore  
 il tubo è appunto adiabatico

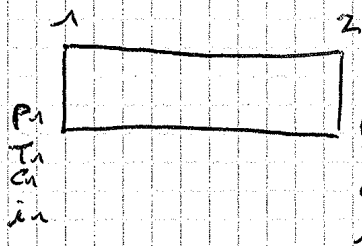
$$Q_e + L_i \approx 0 = \Delta i + \Delta E_{c, ch, g}$$

$$0 = \Delta i = i_2 - i_1 + \left( \frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2} \right) = 0$$

con diversa  $\rho$  la sezione varia  $\Rightarrow$  l'energia cinetica varia.  
 se aumento la velocità lo faccio se speso dell'entalpia e viceversa.  
 che forma deve avere il tubo per avere la variazione di energia cinetica  
 desiderata?

si riporta le condizioni d'ingresso e quelle totali

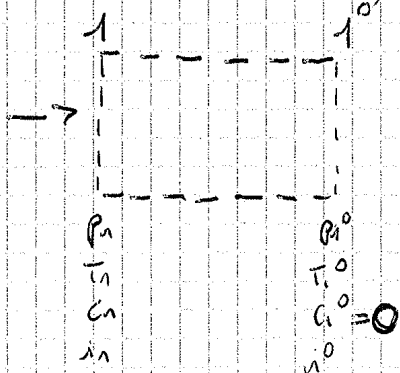
condizioni totali in che avvenga e che ristagno



$$0 = i_2 - i_1 + \left( \frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2} \right)$$

$$0 = \left( i_2 + \frac{c_2^2}{2} \right) - \left( i_1 + \frac{c_1^2}{2} \right)$$

condizioni totali



obbligo il fluido ad avvenire in  
 condizioni isentropiche

$$0 = (i_1 - i_1) + \left( \frac{(c_1^0)^2}{2} - \frac{(c_1)^2}{2} \right)$$

$$i_1^0 = i_1 + \frac{c_1^2}{2}$$

entalpia totale

entalpia che si richiederebbe se il  
 gas si fermerebbe

riconduciamo le due grandezze  
 all'entalpia totale

$$1) T^0 = T_1 + \frac{C_1^2}{2c_p}$$

$$1^0) T^0 = T_1^0 = T_1 + \frac{C_1^2}{2c_p}$$

$$2) T^0 = T_2 + \frac{C_2^2}{c_p}$$

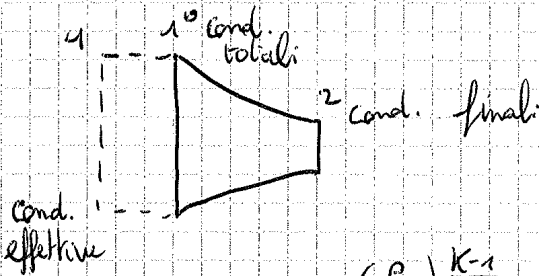
velocità di uscita (di effluvio) dal condotto

$$\begin{aligned} 2 \\ 1^0 \end{aligned} \left| \begin{aligned} 0 = \Delta i^0 &= \Delta i + \Delta \epsilon_c \\ 0 &= (i_2 - i_1^0) + \frac{C_2^2}{2} \\ C_2 &= \sqrt{2(i_1^0 - i_2)} \end{aligned} \right.$$

gas ideali:

$$C_2 = \sqrt{2(i_1^0 - i_2)}$$

per ipotesi l'evoluzione nei condotti è isentropica



faccio riferimento solo alle condizioni totali

$$T_2 = T_1^0 \left( \frac{P_2}{P_1^0} \right)^{\frac{K-1}{K}}$$

$$C_2 = \sqrt{2c_p T_1^0 \left[ 1 - \left( \frac{P_2}{P_1^0} \right)^{\frac{K-1}{K}} \right]}$$

$$c_p = \frac{K}{K-1} R$$

$$C_2 = \sqrt{2 \frac{K}{K-1} R T_1^0 \left[ 1 - \left( \frac{P_2}{P_1^0} \right)^{\frac{K-1}{K}} \right]}$$

$$C_2 = \sqrt{2 \frac{K}{K-1} P_1^0 v_1^0 \left[ 1 - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{K-1}{K}} \right]}$$

tubo isentropico e adiabatico

$$LW=0$$

$$0 = v dp + dEc$$

$$Ec = \frac{c^2}{2} \quad dEc = c dc$$

$$0 = v dp + c dc$$

$$0 = \frac{1}{\rho} dp + c dc$$

$$\frac{c dc}{c^2} = -\frac{1}{\rho} dp$$

$$\frac{dc}{c} = -\frac{1}{\rho c} dp$$

$$\frac{dA}{A} - \frac{1}{\rho c^2} dp + \frac{dp}{\rho} = 0$$

diviso per dp

$$\frac{1}{A} \cdot \frac{dA}{dp} - \frac{1}{\rho c^2} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{1}{\left(\frac{dp}{dp}\right)} = 0$$

multiplico per  $\rho$

$$\frac{\rho}{A} \cdot \frac{dA}{dp} = \frac{1}{c^2} - \frac{1}{c_s^2}$$

$$\frac{\rho}{A} \cdot \frac{dA}{dp} = \frac{1}{c^2} - \frac{1}{c_s^2}$$

l'espansione è una diminuzione di pressione

$c_s^2$  espressione della velocità del suono

$\frac{dA}{dp}$  ma ha un segno prefissato

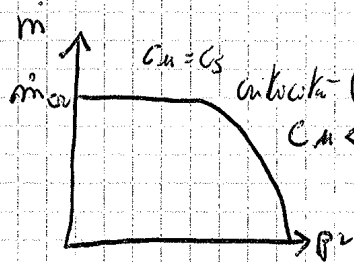
flusso	$Ma$	$\frac{c}{c_s}$	numero di Mach $\left(\frac{dA}{dp}\right)$
subsonico	$< 1$	$< c_s$	$> 0$
supersonico	$> 1$	$> c_s$	$< 0$

per il moto subsonico  $dA/dp > 0$

la variazione di area è concorde alla variazione di pressione  
per il moto supersonico no

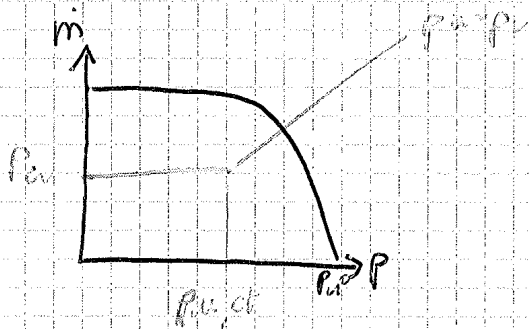


alla velocità: dal momento che l'informazione non riesce a  
 superare il tubo  $\Rightarrow$  il suono è più lento dell'acqua



velocità (blocco sonico) l'onda di pressione ha la velocità del  
 suono

il fluido raggiunge la velocità del suono e la  
 $\vec{v}$  ha portata di flusso e onde di  
 pressione è nulla



Condizione di criticità o blocco sonico

$$C_M = C_S$$

uniforme (R, K)  $C_S = \sqrt{KRT}$

$$\int_0^u \frac{1}{1} = \Delta \hat{u} + \Delta \hat{E}_c$$

$$0 = c_p (T_u - T_i^0) + \frac{C_M^2}{2}$$

$$C_M = \sqrt{2 c_p (T_i^0 - T_u)}$$

$$\sqrt{KRT_u} = \sqrt{2 c_p (T_i^0 - T_u)}$$

$$2 c_p (T_i^0 - T_u) = KRT_u$$

$$c_p = R \frac{K}{K-1}$$

$$KR = c_p (K-1)$$

$$2 (T_i^0 - T_u) = (K-1) T_u$$

$$2 T_i^0 - 2 T_u = (K-1) T_u$$

$$2 T_i^0 = (K+1) T_u$$

$$\left( \frac{T_u}{T_i^0} \right) = \left( \frac{2}{K+1} \right)$$

rapporto fra  $T$  all'uscita e  
 quella totale

Ugello critico  $p_2 \leq p_{u, critica}$

$\dot{m}_{cr} = p_{u, cr} A_u$  nelle condizioni critiche

$$C = C_s = \sqrt{k R T_u} = \sqrt{k R T_1^0 \left(\frac{2}{k+1}\right)}$$

$$p_{u, cr} = \frac{p_{u, cr}}{R T_{u, cr}}$$

$$p_{u, cr} = p_1^0 \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$T_{u, cr} = T_1^0 \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$p_{u, cr} = \frac{p_1^0 \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}}{R T_1^0 \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}}$$

$$\dot{m}_{cr} = \frac{p_1^0}{\sqrt{p_1^0 v_1^0}} \cdot \sqrt{p_1^0 v_1^0} \frac{\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}}{\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}} \sqrt{\frac{2}{k+1}} \cdot \sqrt{k} \cdot A_u$$

$\dot{m}_{cr} = \frac{p_1^0}{\sqrt{p_1^0 v_1^0}} A_u f(k)$  la portata critica dipende dallo  
seno di passaggio

$$\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\left[\frac{k}{k-1} - 1 + \frac{1}{2}\right]} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{2} \cdot \frac{k+1}{k-1}}$$

$$\dot{m}_{cr} = \frac{p_1^0}{\sqrt{p_1^0 v_1^0}} A_u \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \text{ portata critica}$$

Ugello subcritico

$p_2 > p_{u, cr}$

$p_u = p_2$

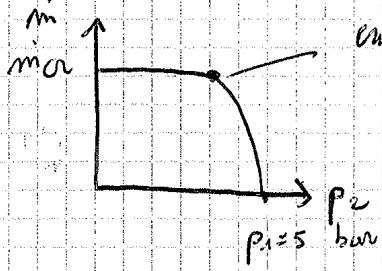
$$\dot{m} = p_u C_u A_u$$

$$p_u = p_1^0 \left(\frac{p_u}{p_1^0}\right)^{\frac{1}{k}}$$

$$\dot{m} = \frac{p_1^0}{\sqrt{p_1^0 v_1^0}} A_u \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \left[ \left(\frac{p_u}{p_1^0}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_u}{p_1^0}\right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}$$

$$p_0^0 = p_0$$

$$T_0^0 = T_u^0 = T_u + \frac{C_u^2}{2c_p} = T_0$$



critica

$p_u = p_c$  ipotesi minima

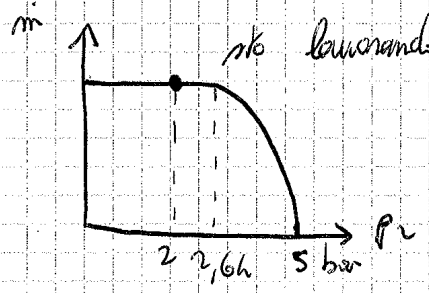
$$\frac{p_2}{p_0^0} = \frac{2 \text{ bar}}{5 \text{ bar}} = 0.4 \text{ sottocritica}$$

Condizioni critiche

$$p_{u,c} = p_0^0 \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} = 5 \left( \frac{2}{1.4+1} \right)^{\frac{1.4}{1.4-1}} = 2.64 \text{ bar}$$

2<sup>a</sup> ipotesi  $p_u = p_{u,c}$

$$\frac{p_{u,c}}{p_0^0} = \frac{2.64}{5} = 0.528 \text{ critica}$$



sto lavorando con la portata critica

Temperature di uscita sono quelle critiche perché siamo in condizioni critiche

$$T_{u,c} = T_0^0 \left( \frac{2}{k+1} \right) = (150 + 273) \left( \frac{2}{1.4+1} \right) = 352.5 \text{ K} = 79.5 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T^0 = T_u^0 = T_u + \frac{C_u^2}{2c_p}$$

$C_u = C_{u,c}$  l'ugello è in condizioni critiche

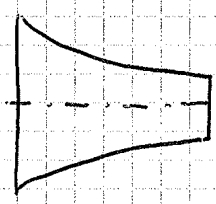
$$C_u = C_{u,c} = \sqrt{k R T_{u,c}} = \sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 352.5} = 376.34 \text{ m/s}$$

nuove condizioni

$$T_0^0 = 300 \text{ } ^\circ\text{C}$$

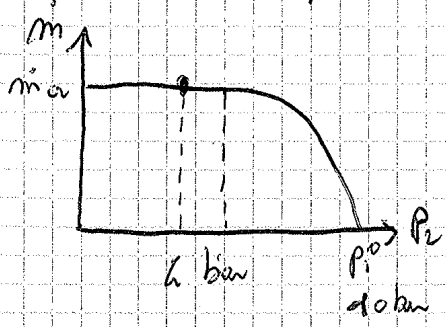
$$p_0^0 = 10 \text{ bar}$$

$$C_0 = 0$$



$$p_2^0 = 6 \text{ bar}$$

$m_2^0$  l'ugello è sempre lo stesso



o, a rapporto di pressione

$$m_{u,c} = \frac{p_0^0}{\sqrt{p_0^0 \cdot v_0^0}} \cdot A_u \cdot f(k)$$

dipende dalla condizione e monte

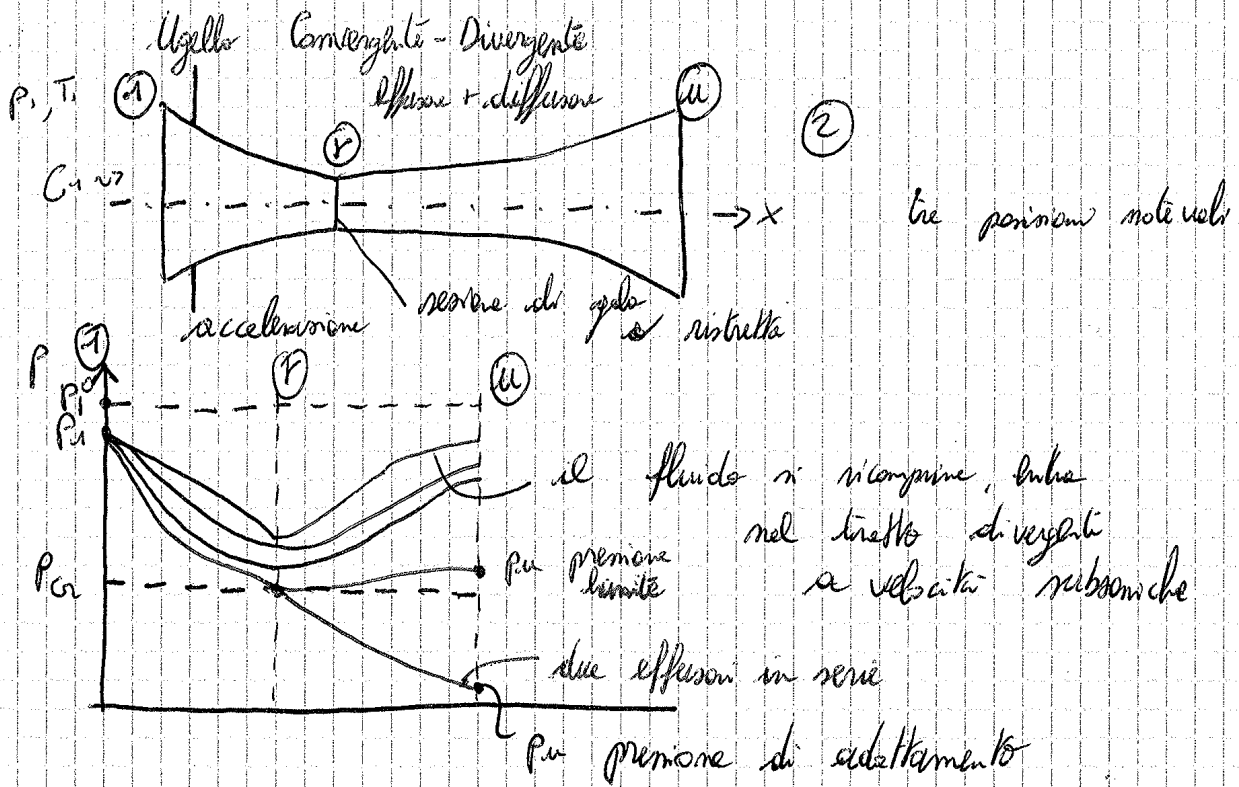
$di = c_p dT$  per gas perfetti  $\Rightarrow$  isotermo  
 $T$  costante

NON VALGONO NEI VAPORI

$m_{cr} = m_{cr} \cdot \frac{P_{01}}{P_0}$   $T$  costante nella velocità di laminazione

Ugelli semplicemente convergenti

questo ugello non va oltre la velocità del suono



quando ho raggiunto la condizione di criticità, il tratto divergente porta un fluido ipersonico e l'espansione prosegue

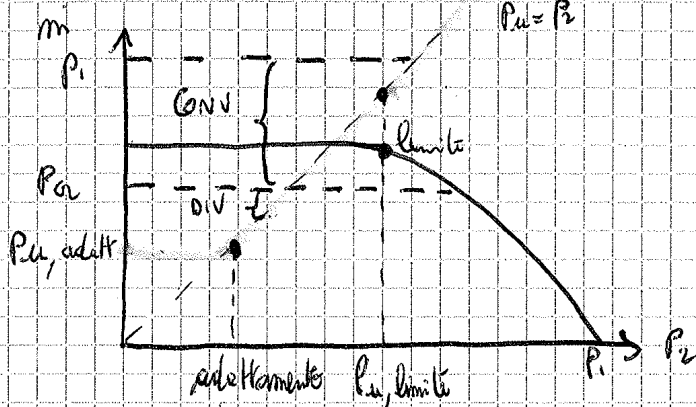
è valida anche adesso ma cambia il concetto di  
pressione d'uscita

$$m = A_2 \frac{P_1^0}{\sqrt{P_1^0 v_1^0}} f \left[ k_1 \left( \frac{P_{u1}}{P_1^0} \right) \right]$$

Modello critico  $P_u \leq P_{lim}$

$$m_{cr} = A_2 \frac{P_1^0}{\sqrt{P_1^0 v_1^0}} \sqrt{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} = A_2 \frac{P_1^0}{\sqrt{A_2 v_1^0}} f(k)$$

risultato



andamento pressione d'uscita

al di sotto c'è d'urto

Modello Convergente Divergente

$$A_2 \sqrt{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} = A_1 \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \left[ \left( \frac{P_{u1}}{P_1^0} \right)^{\frac{2k}{k-1}} - \left( \frac{P_{u1}}{P_1^0} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}$$

incognita  $\left( \frac{P_{u1}}{P_1^0} \right) \rightarrow 2$  soluzioni

$P_{u1}$  limite  $P_{u1}$  adattamento

approssimazione ellittica

$$\left( \frac{m \cdot A_2}{m_{cr} \cdot A_1} \right)^2 + \left( \frac{P_{u1} - P_{cr}}{P_1^0 - P_{cr}} \right)^2 = 1$$

$$P_u = \frac{P_u}{R T_u}$$

l'espansione è isentropica

$p \cdot v^k = \text{costante}$

$$\frac{T_u}{T_r} = \left( \frac{P_u}{P_r} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad T_u = T_r \left( \frac{P_u}{P_r} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 388,2 \left( \frac{0,1 \text{ bar}}{1 \text{ bar}} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}}$$

$n$  è convertita in energia cinetica, la pressione d'altronde è molto bassa.

$$P_u = \frac{0,1 \cdot 10^5}{2807 \cdot 206,2} = 0,169 \text{ kg/m}^3$$

Cosa dobbiamo essere supersonica

calcolo di  $C_u$

$$C_p (T_u - T_r) = -\Delta E_c = -\frac{C_u^2}{2} + \frac{C_r^2}{2}$$

$\int_0^u \mu = \Delta h + \Delta E_c$  per un ugello

$$C_u = \sqrt{2 C_p (T_r - T_u)} \quad \begin{matrix} i^\circ \text{ costante} \\ T^\circ \text{ costante} \end{matrix}$$

$$T_r = T_r + \frac{C_r^2}{2 C_p} = 388,2 + \frac{600^2}{2 \cdot 1004,5} =$$

$$C_p = R \frac{k}{k-1} = 1004,5 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$$

$$T_r = 477,84 \text{ K} \quad T_r = 204,84 \text{ }^\circ\text{C}$$

$n$  converte

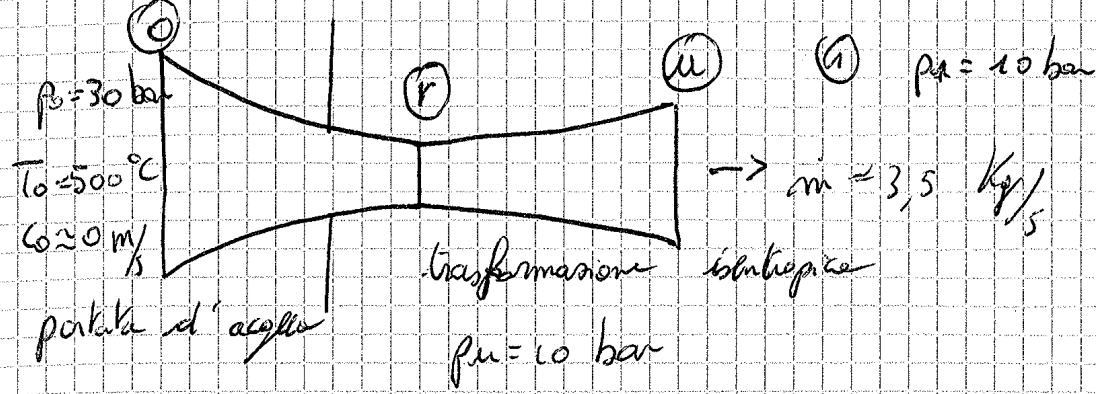
$$u) \quad T^\circ = T_u + \frac{C_u^2}{2 C_p} \quad C_u = \sqrt{2 C_p (T^\circ - T_u)} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 1004,5 (477,84 - 206,2)} = 738,7 \text{ m/s}$$

l'ugello accelera da 600 m/s a 738 m/s  
quasi il doppio

$$A_u = \frac{m \dot{m}}{P_u C_u} = \frac{3,5 \text{ kg/s}}{0,169 \text{ kg/m}^3 \cdot 738,7 \text{ m/s}} = 0,026 \text{ m}^2 = 260 \text{ cm}^2$$

Esercizio Numero Ore



Ar 2  
Au 2

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{10}{30} = 0,333$$

gas CO<sub>2</sub>

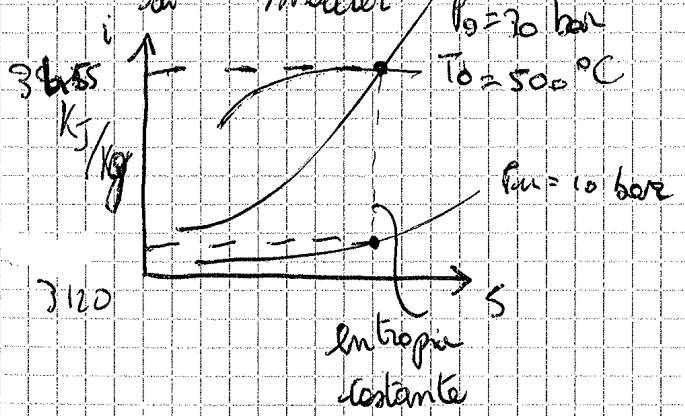
$$\dot{m} = p_1 C_1 A_1$$

$$\frac{\dot{m}}{p_0} = \Delta i + \Delta E_c$$

$$C_1 = \sqrt{2(i_0 - i_1)}$$

$$\Delta E_c = \frac{C_1^2}{2}$$

per sapere l'entalpia del vapore d'acqua serve il diagramma di Mollier

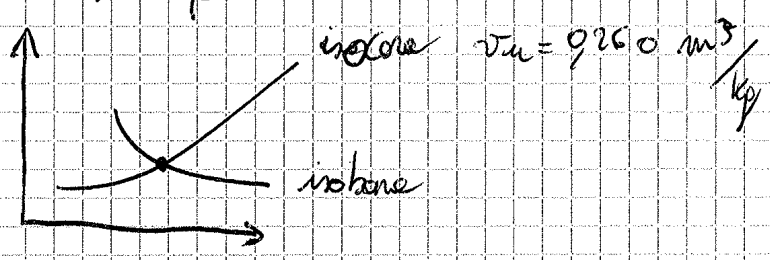


$\left. \begin{matrix} p_0 = 30 \text{ bar} \\ T_0 = 500 \text{ }^\circ\text{C} \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \text{isobara} \\ \text{isoterma} \end{matrix}$   
 tra il incrocio delle due curve  
 $\left. \begin{matrix} p_1 \\ s_0 \end{matrix} \right\}$

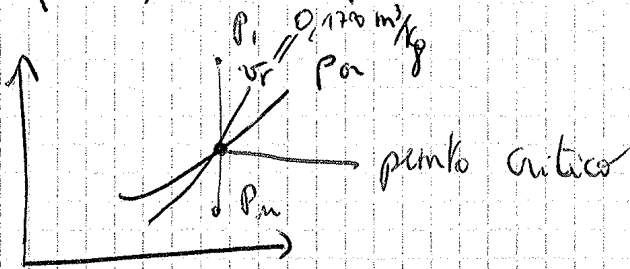
$$\Delta i = 335 \text{ kJ/kg}$$

$$C_1 = \sqrt{2(i_0 - i_1)} = 925 \text{ m/s}$$

quando le curve isobare sul diagramma di Mollier per la densità  $\rho$

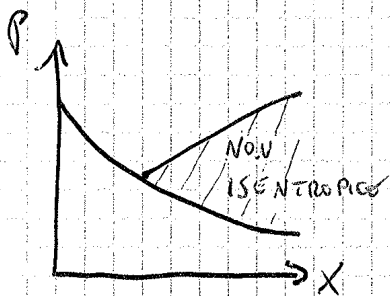


$$C_r = \sqrt{2(i^0 - i_r)} = \sqrt{2(3460 - 3200) \cdot 10^3} = 600 \text{ m/s}$$



$$C_r = \sqrt{k R T_r} = \sqrt{1,304 \cdot 16,35 \cdot 10^3} = 615 \text{ m/s}$$

$$A_r = \frac{m \dot{v}_r}{C_r} = \frac{35 \cdot 0,170}{600} = 10,4 \text{ cm}^2$$



Scenario    Numero    Quantita

⊙  
 $p_0 = 10 \text{ bar}$   
 $T_0 = 300 \text{ }^\circ\text{C}$   
 $C_{p,20}$   
 $O_2$

⊙  
 $p_u = p_i = 1 \text{ bar}$  condizioni di adattamento  
 $\dot{m}_i = 10 \text{ kg/s}$

$$R = 8314 \text{ J/kmolK}$$

$$C_s = \sqrt{k R T} \quad K = 1,4 \text{ per biatomico}$$

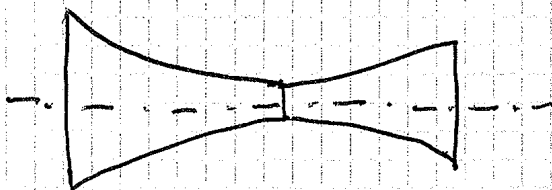
$$R = \frac{R_u}{\mu}$$

$$\frac{p_u}{p_0} = \left( \frac{2}{K+1} \right)^{\frac{K}{K-1}} = 0,528$$

$$R = \frac{8314}{32} = 260 \text{ J/kgK} \quad \mu_{O_2} = 32 \text{ kg/kmol}$$

$$p_r = 10 \cdot 0,528 = 5,28 \text{ bar}$$

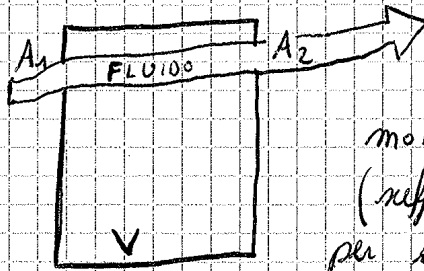
è un ugello convergente divergente





Turbomacchine : introduzione

Richiami di Fluidodinamica



Ipotesi di massima sul fluido  $\Rightarrow$  continuo, omogeneo, isotropo.  
 moto stazionario unidimensionale  
 (sufficiente una sola dimensione spaziale per descrivere il moto)

Conservazione della massa  $\Rightarrow$  tanto fluido entra quanto fluido esce

$$m_1 = m_2$$

$$m_1 = \rho_1 c_{1n} A_1 \rightarrow \text{sezione di passaggio lungo il vettore } m_1$$

$$m_2 = \rho_2 c_{2n} A_2 \rightarrow \text{di solito il vettore } \vec{c} \text{ è rivolto verso l'esterno}$$

Conservazione della quantità di moto

$$\vec{R} = \frac{d\vec{q}}{dt}$$

$\vec{R}$  risultante delle forze esterne  $\vec{R} = \vec{F} - p_1 A_1 \vec{m}_1 - p_2 A_2 \vec{m}_2$   
 applicate non sulle sezioni di passaggio

del fluido

$$\vec{R} = m (\vec{c}_2 - \vec{c}_1)$$

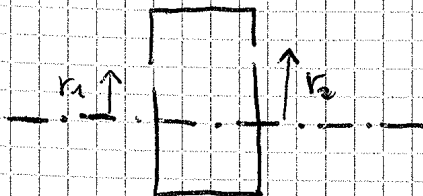
Conservazione del momento della quantità di moto

$$\vec{M}_0 = \frac{d\vec{K}_0}{dt}$$

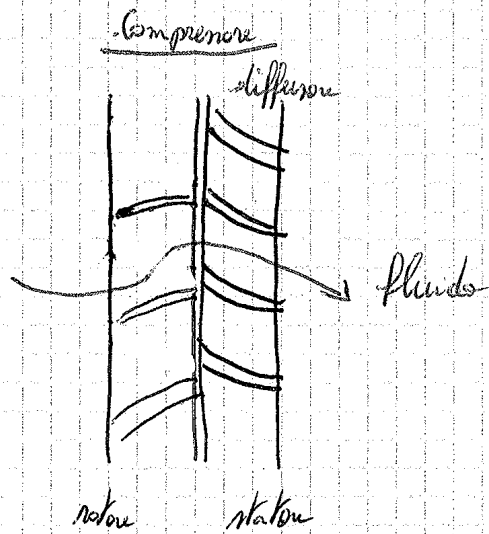
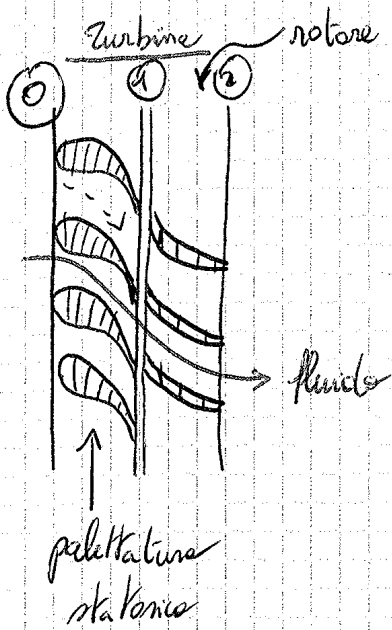
momento risultante delle forze esterne  
 componenti perpendiche di velocità

$$M_a = m (r_2 c_{2u} - r_1 c_{1u})$$

raggi rispetto alle sezioni di entrata e di uscita

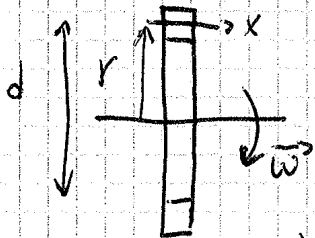


la palettatura fine svolge la funzione di sigello  
 la caduta di pressione fa da tappo



Analisi fluidodinamica  
 Turbomeccanica  
 Potenziale: flusso unidimensionale

- 1) l'altezza delle palette è sufficientemente piccola rispetto al diametro medio della macchina



$\frac{l}{d} \ll 1$  trascurare le variazioni delle velocità periferiche

- 2) lo spessore delle palette è trascurabile, perché lo spessore delle palette
- 3) numero di palette elevato per avere pochi delle palette il più possibile parallele fra di loro

$E = \alpha_i - \alpha_r$  angolo di deflessione della vena fluida  
nella paletteatura, di quanto varia la  
direzione fra ingresso e uscita

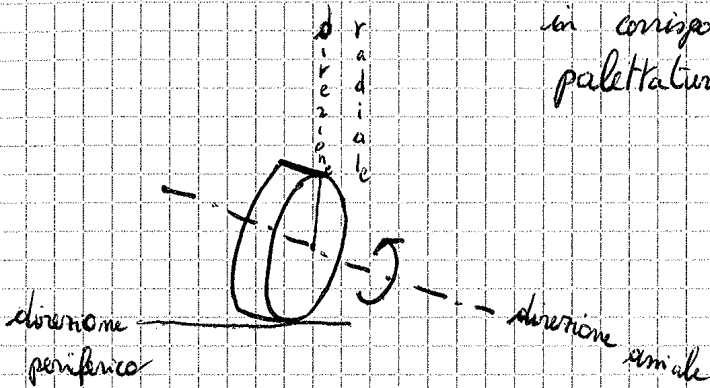
Triangoli di Velocità  
evoluzione della velocità del fluido in relazione al moto della  
paletteatura.

Velocità Assolute  $C$  rispetto a un sistema di riferimento fisso (quello  
dello statore)

Sistema di riferimento in rotazione solidale con la girante,  
velocità relativa  $W$

$$\vec{C} = \vec{W} + \vec{u}$$

$\vec{u}$  è la velocità periferica o tangenziale  
in corrispondenza del punto medio della  
paletteatura



serve un sistema di riferimento  
in coordinate cilindriche

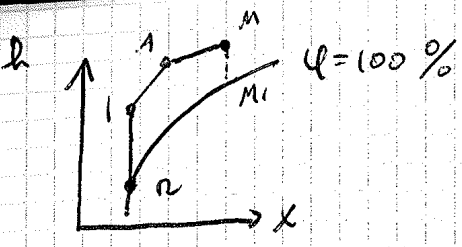
$$Ma = 0$$

assiale  $\rightarrow C_a = W_a$

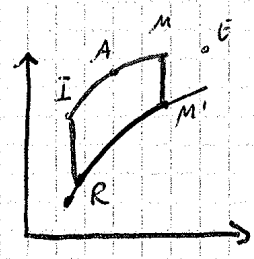
radiale  $\rightarrow C_r = -W_r$

tangenziale  $\rightarrow$

$$C_u = W_u + u$$



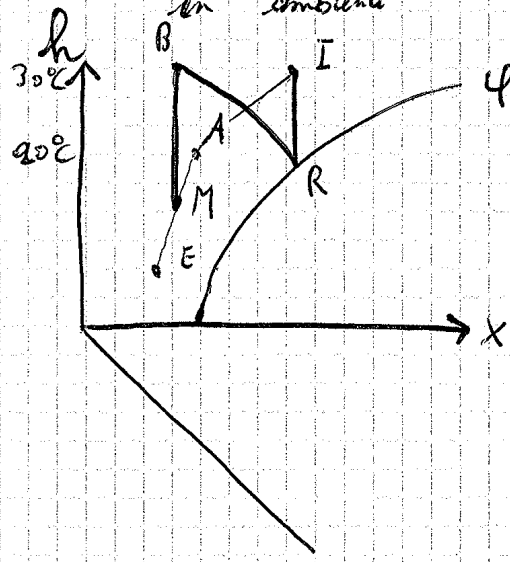
Si miscela l'aria esterna con quella di riciclo, lo scambiatore di calore la raffredda e isotaletta, condensazione fino a R, isotaletta con I.



il fattore di bypass indica la quantità di liquido che non condensa nello scambiatore di calore, più è basso meglio è (se non condensa non c'è calore)

Caso Invernale

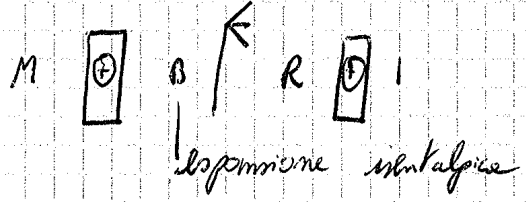
riscaldata e umidificata prima di essere introdotta in ambiente



da M a I nell'unità di trattamento aria

più si scalda l'acqua, più si sente odore fastidioso si riscalda fino a quando si un'isental = cioè si arriva alle t di rugiada corrispondenti a quella del punto di immisione

due riscaldamenti = pre e post riscaldamento



per aumentare il titolo bisogna scaldare l'aria, l'aria fredda non smorza molto l'acqua

$$Q_{pre} = m_i (h_b - h_m)$$

$$Q_{post} = m_i (h_i - h_r)$$

$$\begin{cases} m_a = m_{a1} + m_{a2} \\ m_a h_a = m_{a1} h_1 + m_{a2} h_2 \\ m_a x_a = m_{a1} x_1 + m_{a2} x_2 \end{cases}$$

$$m_a = \left( \frac{P}{P_{vs1}} \right) \cdot \dot{V} \quad P = \varphi P_{vs}$$

$$P = 101325 \text{ Pa} \quad P_{vs1}(10^\circ\text{C}) = 1220 \text{ Pa} \quad P_{vs2}(25^\circ\text{C}) = 3168 \text{ Pa}$$

$$m_{a1} = 3,44 \text{ Kg/s}$$

$$m_{a2} = \frac{101325 - 0,75(3168)}{297(25+273)} \cdot \frac{45000}{3600} = 4,42 \text{ Kg/s}$$

$$x = 0,622 \frac{\varphi P_{vs}}{P - \varphi P_{vs}} \Rightarrow x_1 = 0,622 \frac{0,5 \cdot 1220}{101325 - 0,5 \cdot 1220} = 3,78 \cdot 10^{-3} \text{ Kg H}_2\text{O / Kg aere}$$

$$x_2 = 0,622 \cdot \frac{0,75 \cdot 3168}{101325 - 0,75 \cdot 3168} = 14,94 \text{ g / Kg aere}$$

$$h_{1+x} = 1,01T + x(2500 + 1,8T) = 19,45 \text{ KJ/Kg} \quad T = 10^\circ\text{C}$$

$$h_2 = 63,31 \text{ KJ/Kg}$$

$$m_a = 3,44 + 4,42 = 8,26 \text{ Kg/s}$$

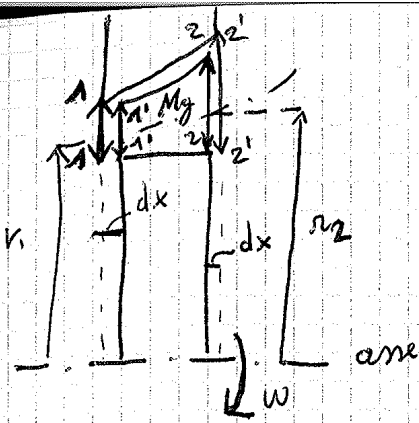
$$h = \frac{m_{a1} h_1 + m_{a2} h_2}{m_a} = \frac{3,44 \cdot 19,45 + 4,42 \cdot 63,31}{8,26} = 45,13 \text{ KJ/Kg}$$

$$x = \frac{m_{a1} x_1 + m_{a2} x_2}{m_a} = \frac{3,44 \cdot 3,78 + 4,42 \cdot 14,94}{8,26} = 10,3 \text{ g / Kg aere}$$

$$T_f = \frac{h_f - x_f \cdot 2500}{1,01 + 1,8 \cdot x_f} = \frac{45,13 - 10,3 \cdot 10^{-3} \cdot 2500}{1,01 + 1,8 \cdot 10,3 \cdot 10^{-3}} = 19,8^\circ\text{C}$$

$$x \text{ PVS} = 2171 \text{ Pa dalla tabella}$$

$$\varphi_f = \frac{x_f P}{P_{vs}(19,8^\circ\text{C})}$$



Moto stazionario  $\Rightarrow$  legge di conservazione della massa

$$M = dM_1 + M_2 = M_2 + dM_2$$

$$dM_1 = dM_2$$

$$d\vec{K} = dM_2 \cdot \vec{c}_{u2} r_2 - dM_1 \cdot \vec{c}_{u1} r_1 = dM (c_{u2} r_2 - c_{u1} r_1)$$

$$C_{p \rightarrow f} = \frac{d\vec{K}}{dt}$$

risultanti dei momenti sul fluido, momenti delle palette sul fluido

$$C_{p \rightarrow f} = \dot{m} (c_{u2} r_2 - c_{u1} r_1) \quad \text{Coppia applicata dalle palette sul fluido}$$

C coppia che il fluido applica sulle palette  
 $C = -C_{p \rightarrow f}$

$$P_i = C \cdot \omega \Rightarrow \text{Potenza}$$

$$u_1 = \omega \cdot r_1 \quad u_2 = \omega r_2$$

$$P_i = \dot{m} (c_{u1} u_1 - c_{u2} u_2) = \dot{m} L_i \quad \text{lavoro massico}$$

$$L_i = \frac{P_i}{\dot{m}} = c_{u1} u_1 - c_{u2} u_2$$

equazione di Eulero

vale anche in presenza di attriti

non considera gli attriti legati alle forze trasversali

$L_i > 0 \Rightarrow$  macchine motrice

$L_i < 0 \Rightarrow$  macchine operatrice

$$L_i = c_{u2} u_2 - c_{u1} u_1 \quad \text{operatrice}$$

Distributore + girante

$$Q_e - L_i = i_2 - i_0 + \frac{C_2^2 - C_0^2}{2} \quad \text{Sella fissa}$$

fisso

$$L_i = i_0 - i_2 - \frac{C_2^2}{2}$$

$i_0 + \frac{C_0^2}{2}$

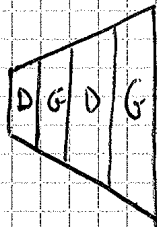
Turbine macchine motrici

fluido → aeriforme (gas e vapore) Turbine a gas e vapore  
 ↓  
 liquido ⇒ turbine idrauliche

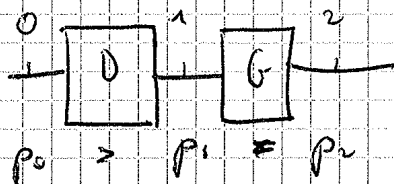
stadio ↓ distributore palette fissa  
 ↓ girante palette rotante

Turbine → ad azione espansione solo nel distributore  
 ↓ a reazione sia nel distributore sia nel girante

Turbine → monostadio, semplice  
 ↓ multistadio  
 ↓ mono corpi  
 ↓ più corpi



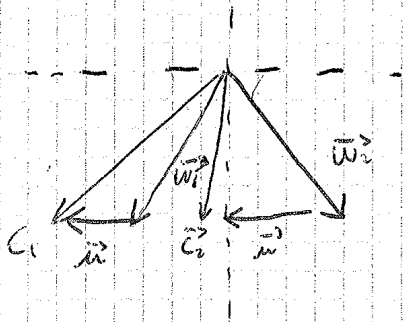
Turbine axiale semplice ad azione (monostadio)



man ca sp  
 sulle  
 girante

funzionamento ideale ⇒ le perdite fluidodinamiche sono nulle  
 (distributore, girante)

Il  $\alpha$  angolo di funzionamento, dipende dalla velocità



$$\beta_2 = \alpha - \beta_1$$

$\beta_2$  angolo costruttivo

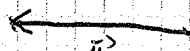
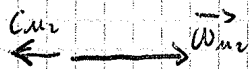
$\alpha$  angolo di funzionamento, dipende dalla velocità

$$L_i = m_1 c_{u1} - m_2 c_{u2} = \text{assiale} \quad m_1 = m_2 = m$$

$$= m (c_{u1} - c_{u2}) = m (c_1 \cos \alpha_1 - c_2 \cos \alpha_2)$$

$$c_{u2} = w_{u2} + u = \quad |\vec{w}_{u1}| = |\vec{w}_{u2}| \quad (|\vec{w}_2| = |\vec{w}_1|)$$

$$= -w_{u1} + u$$



$$c_{u2} = -(c_{u1} - u) + u = -c_{u1} + 2u$$

$$L_i = m [c_{u1} - (-c_{u1} + 2u)] = m (2c_{u1} - 2u)$$

$$L_i = 2m (c_1 \cos \alpha_1 - u) = 2u^2 \left[ \frac{\cos \alpha_1}{\frac{u_1}{c_1}} - 1 \right]$$

numero interno dello stadio

rapporto caratteristico di funzionamento

Rendimento dello stadio e termodinamico interno

$$\eta_{0i} = \frac{L_i}{L_{i, \text{ideale}}} \quad L_{i, \text{ideale}} \text{ anche se ideale}$$

perdita per la cin. di stacco



$$\dot{m} = \rho A v$$

$$c = \sqrt{\kappa R T}$$

$$P = \frac{P}{R T} = \frac{1 \cdot 10^5}{8.67 \cdot 389.2} = 0.975 \text{ kg/m}^3$$

$$T = \frac{c^2}{\kappa R} = 389.2 \text{ K}$$

$$\dot{m} = 0.975 \cdot 0.01 \cdot 400 = 3.9 \text{ kg/s}$$

Seconda Lezione

08-11-2013

lavoro massimo  $L_i = 2u (c_1 \cos \alpha_1 - u) =$   
 $= 2u^2 \left[ \frac{\cos \alpha_1}{\left(\frac{u}{c_1}\right)} - 1 \right]$

↑ rapporto caratteristico di funzionamento

rendimento dello stadio, termodinamico interno

$\eta_{0i} = \frac{\text{lavoro massimo}}{\text{quanto avremmo potuto ricavare}}$

$$\eta_{0i} = \frac{L_i}{i_0 - i_{1,1s}} = \frac{L_i}{c_1^2/2}$$

↑ entalpia al viti dal distributore

il denominatore

è anche

$$c_1 = \sqrt{2(i_0 - i_{1,1s})}$$

detto "lavoro limite"

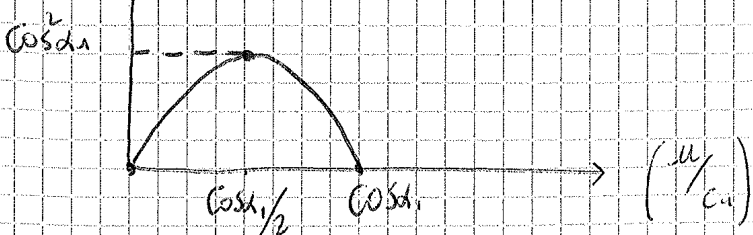
$$\eta_{0i} = \frac{2u (c_1 \cos \alpha_1 - u)}{c_1^2/2} =$$

$$4 \left(\frac{u}{c_1}\right) \left[ \cos \alpha_1 - \left(\frac{u}{c_1}\right) \right]$$

rendimento del rendimento

$\eta_{0i}$  ↑

$$\eta_{max} = \cos^2 \alpha_1$$

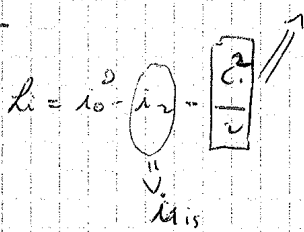


per  $\eta_{0i}$   $\begin{cases} \frac{u}{c_1} = 0 \\ \frac{u}{c_1} = \cos \alpha_1 \end{cases}$

parabola  
il massimo

$$\frac{u}{c_1} = \cos \frac{\alpha_1}{2}$$

$$\eta_{oi} = \frac{L_{in}}{L_{in} - m_{in}}$$



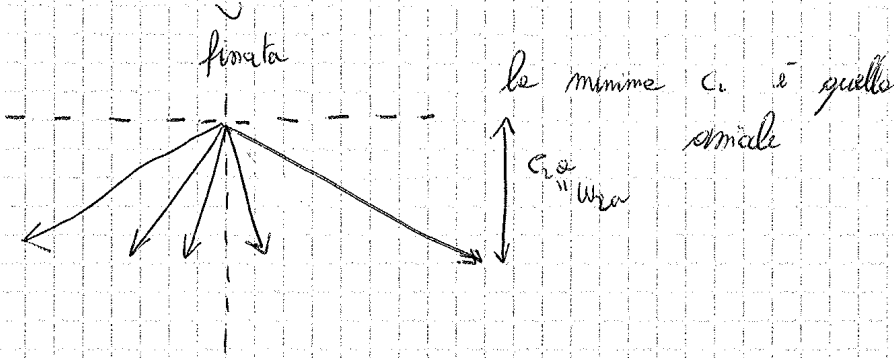
perdita per energia cinetica di scarico

c'è anche nel caso ideale  $\Rightarrow$  non ci sono attriti ma per penna

deve uscire, con una velocità determinata

m stazionaria

$$m = \rho_2 A_2 c_{z,2} \text{ anulare}$$



$\alpha_1$	$\eta_{oi}$ ottimale
$10^\circ$	36 %
$20^\circ$	0,90
$30^\circ$	0,75
$40^\circ$	50 %

da  $10$  a  $25^\circ$ , il rendimento diminuisce troppo

specie in relazione

al rendimento contenuto del ciclo termodinamico associato

Turbina Monostadio Anale ad Assiale, funzionamento Reale

perdite fluidodinamiche  $\rightarrow$  distributore   
  $\rightarrow$  girante

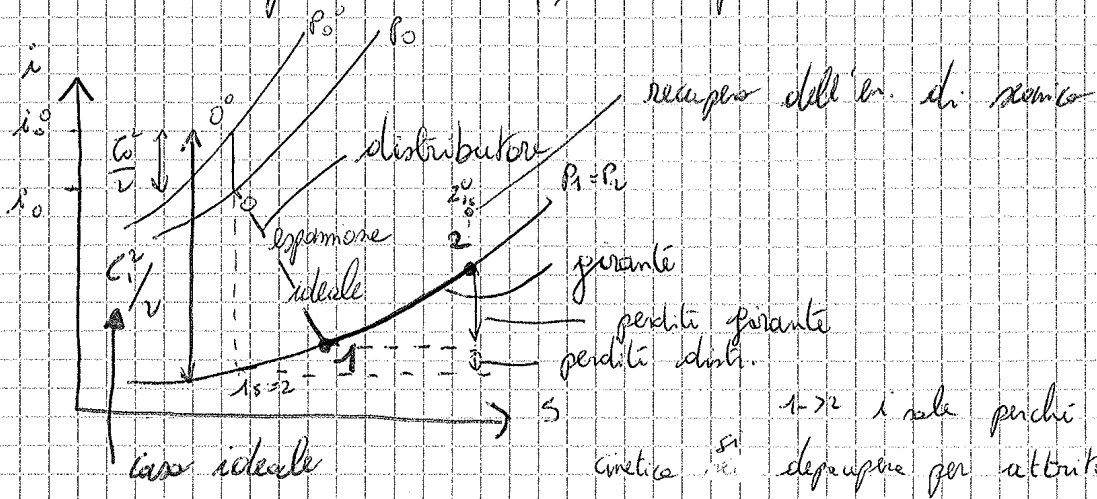
perdita fluidodinamica sul distributore

coefficiente  $\varphi = \frac{C_1}{C_{1,15}}$   $C_1 = \varphi C_{1,15}$

isentropica interne

- scabrezza delle superfici interne
- numero di Reynolds
- lunghezza anulare delle palette

$\alpha \downarrow \quad m \uparrow$  me per contro  $\Delta \beta \uparrow$  e le perdite aumentano



nel caso reale si registrano delle perdite

$$\left. \begin{aligned} \frac{C_{1,2}^2}{2} &= i_0^0 - u_{1,2} \\ C_1 &= \sqrt{2(i_0^0 - u_{1,2})} \end{aligned} \right\} \text{ideale}$$

$$C_1 = \sqrt{2(i_0 - u)} = \varphi C_{1,2} \text{ reale}$$

il termine della perdita  
 è ciò che cambia dal caso idrostatico  
 la perdita reale in termini di energia cinetica persa

$$\frac{C_{1,2}^2}{2} - \frac{C_1^2}{2} = \left( \frac{1}{\varphi^2} - 1 \right) \frac{C_1^2}{2}$$

$$C_{1,2} = \frac{C_1}{\varphi} \quad \text{distributore}$$

perdite nelle girante

$$\frac{W_{2,1,2}^2}{2} - \frac{W_2^2}{2} = \left( \frac{1}{\psi^2} - 1 \right) \frac{W_2^2}{2}$$

$$W_{2,1,2} = \frac{W_2}{\psi}$$

comr ideale

$$L_i = 2u^2 \left[ \frac{\cos \alpha_1}{\left(\frac{u}{c_1}\right)} - 1 \right] \quad 2) 1+\psi$$

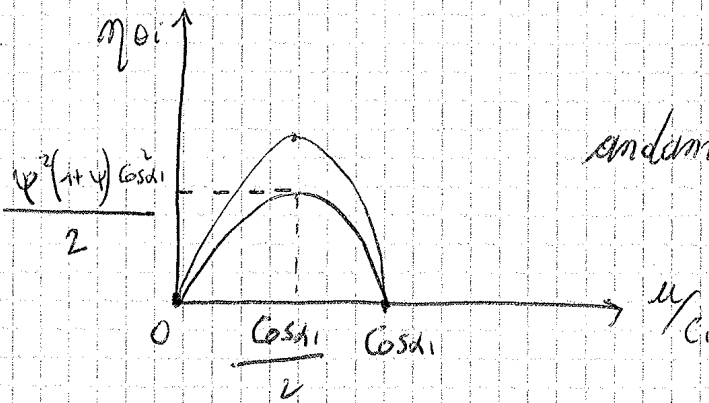
$C_{p,15} > C_{p,r}$

$C_{p,15} \text{ ENTROPICO}$

$$\eta_{\theta i} = \frac{L_i}{(i_0^0 - i_{1,15})} = \frac{L_i}{\frac{C_{p,15}}{2}} = \frac{L_i}{\frac{C_1^2}{2\psi^2}}$$

$$\eta_{\theta i} = \frac{(1+\psi)u(C_1 \cos \alpha_1 - u)}{\frac{C_1^2}{2\psi^2}}$$

$$\eta_{\theta i} = 2\psi^2 (1+\psi) \left(\frac{u}{C_1}\right) \left[ \cos \alpha_1 - \left(\frac{u}{C_1}\right) \right]$$



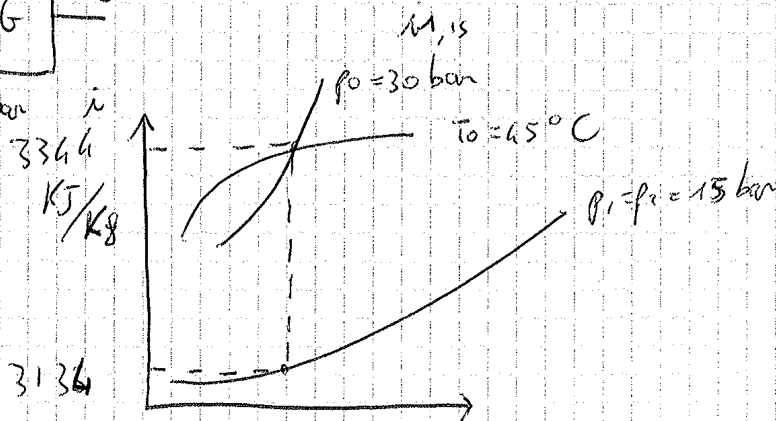
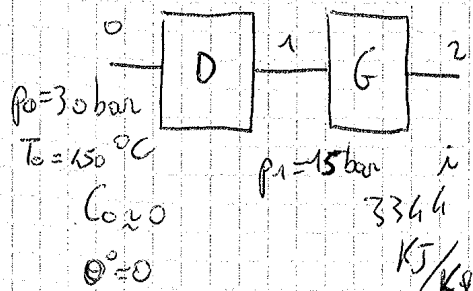
andamento simile a quello precedente

il valore di  $\eta_{\theta i}$  ideale è sempre a  $\frac{u}{C_1} = \frac{\cos \alpha_1}{2}$  ma ha un valore più alto

Generazione turbine

Generazione numero uno

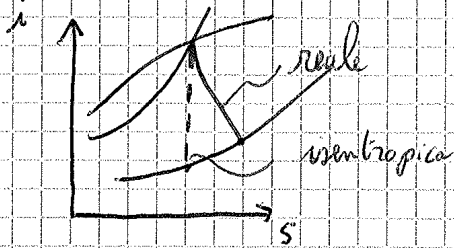
turbine simple ad azione



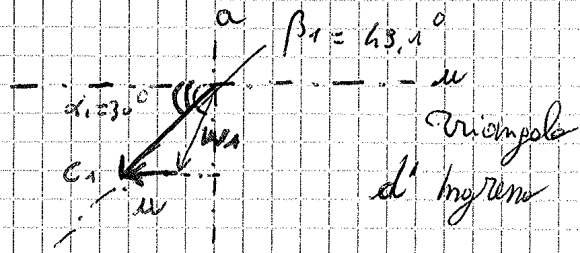
$$C_{1,15} = \sqrt{2(i_0 - i_{1,15})} = \sqrt{2(3600 - 3188)} \cdot 10^3 = 645 \text{ m/s} \quad \text{velocità ideale}$$

$$C_1 = \psi \cdot C_{1,15} = 0,85 \cdot 645 = 612,7 \text{ m/s} \quad \text{velocità reale}$$

$$i_1 = i_{1,15} + \frac{C_1^2}{2} \left( \frac{1}{\psi^2} - 1 \right) = i_0 - \frac{C_1^2}{2} = 3600 - \frac{612,7^2}{2 \cdot 1000} = 3212 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$$



Triangolo di Velocità



$$u = \omega r = \pi d n$$

raggio medio

d è il diametro  
n è motore

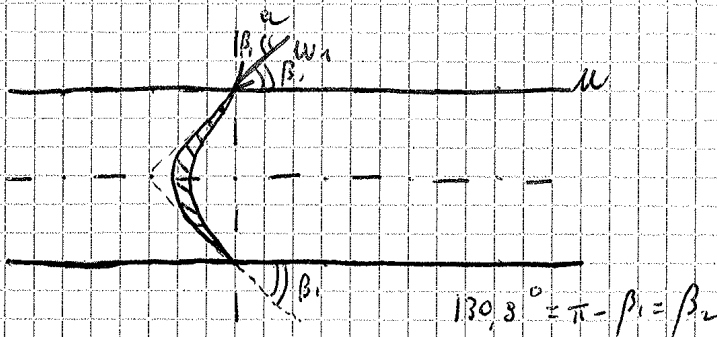
$$u = \frac{C_1 \cos \alpha_1}{2} = \frac{612,7 \cdot \cos 30^\circ}{2} = 265,3 \text{ m/s}$$

$$W_1 = \sqrt{W_{u1}^2 + W_{a1}^2} = \sqrt{265,3^2 + 612,7^2 \sin^2 30^\circ} = 405,3 \text{ m/s}$$

$$\beta_1 = \arcsin \frac{W_{a1}}{W_1} = \arcsin \frac{612,7 \cdot \sin 30^\circ}{405,3} = 43,1^\circ$$

$W_{2,15} = W_1$  per uno stadio di funzionamento ideale

$$W_2 = \psi W_{2,15} = \psi W_1 = 0,80 \cdot 405,3 = 364,8 \text{ m/s}$$



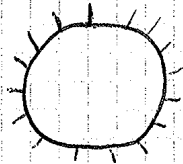
Rendimento dello stadio

$$\eta_{01} = \frac{L_1}{\Delta i_{1,0} = \frac{C_1^2}{2\varphi^2}} = \frac{133,7}{\frac{612,7^2}{2 \cdot 0,85^2} \cdot \frac{1}{1000}} = 0,643 \quad \boxed{64,3\%}$$

lunghezza dello spigolo d'ingresso della palette

$$l_1 \geq 10 \text{ mm}$$

$$\frac{l_1}{d} \geq 0,01$$



$\delta l_1$

C. simon

$$\dot{m} = P_{11} \left( \sum \pi d l_1 \right) C_{a1} / \frac{1}{\eta_{01}}$$

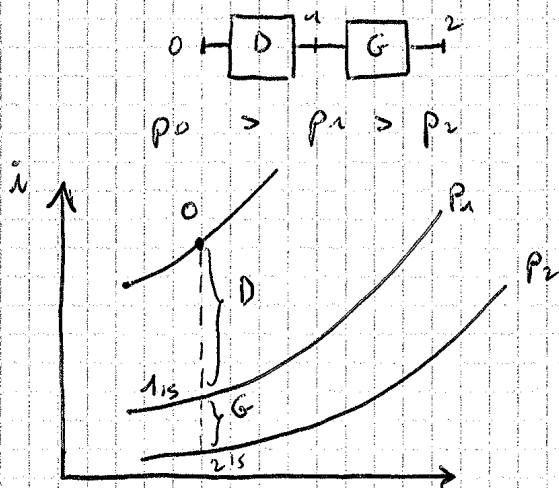
coefficiente da tenere conto della spessore delle palette  $\Rightarrow$  Solidità

$$\mu = \pi d m$$

Diciottesima Lezione

15-11-2013

Turbine Alabi a Reazione Monostadio  
 nelle macchine ad azione c'è espansione solo nel distributore  
 nelle a reazione anche nella girante.



$$|w_1| < |w_2|$$

numero co. trascurabile

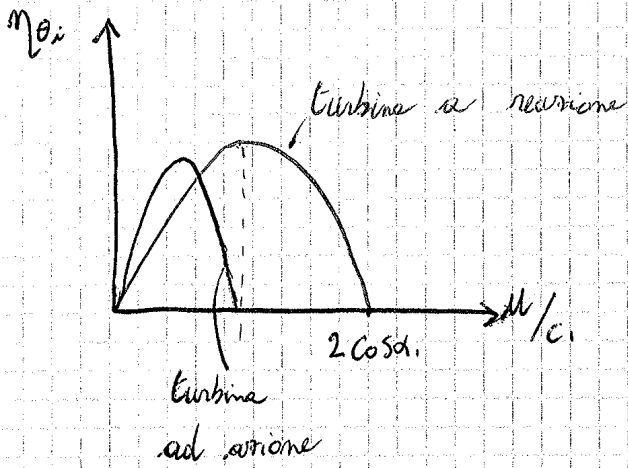
si definisce, per le macchine a reazione,

il grado di Reazione

si guarda la  $\Delta p$  sulla girante rispetto alla  $\Delta p$  complessiva

$$X = \frac{\Delta i_{1,0}}{\Delta i_{1,0} + \Delta i_{1,2}}$$

m



$$\eta_{0i} = 2 \frac{\cos^2 \alpha_1}{\cos^2 \alpha_1 + 1}$$

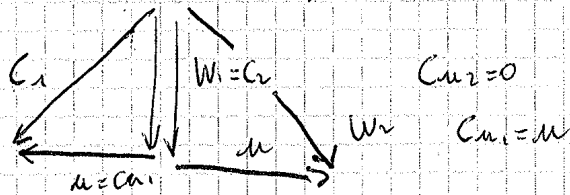
↑  
massimo

il rendimento per una turbina ad azione è  $\eta_{0i} = \cos^2 \alpha_1$ , minore del rendimento di quello a reazione

$$\left(\frac{u}{c_1}\right)_{\text{ottimale}} = \cos \alpha_1$$

$$\eta_{0i, \text{massimo}} = 2 \frac{\cos^2 \alpha_1}{\cos^2 \alpha_1 + 1}$$

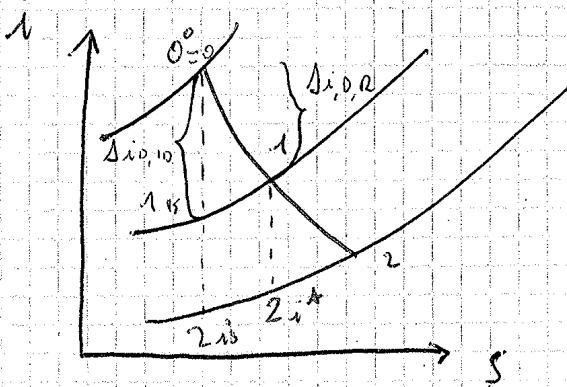
$$L_{i, \text{massimo}} = u (C_{u1} - C_{u2}) = u (u - 0) = u^2$$



Funzionamento reale  
con perdite fluidodinamiche

D)  $c_1 = \psi c_{1, \text{id}}$

G)  $w_2 = \psi w_{2, \text{id}}$



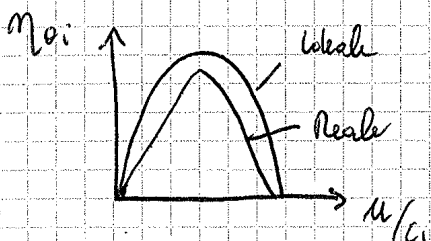


$$\eta_{\theta_i} = 2 \frac{[2 \cos \alpha_1 - (u/c_1)] (u/c_1)}{[2 \cos \alpha_1 - (u/c_1)] (u/c_1) + (\frac{1}{\psi^2} + \frac{1}{\psi^2} - 1)}$$

La curva sarà modulata verso il basso

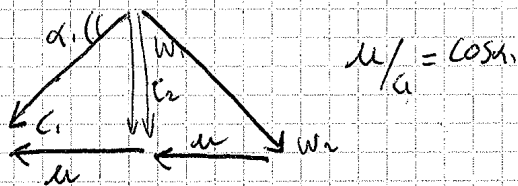
$$\frac{u}{c_1} \text{ ottimale} = \cos \alpha_1$$

$$\eta_{\theta_i} = \frac{2}{(\frac{1}{\psi^2} + \frac{1}{\psi^2} - 1) + \cos^2 \alpha_1} \cdot \cos^2 \alpha_1$$



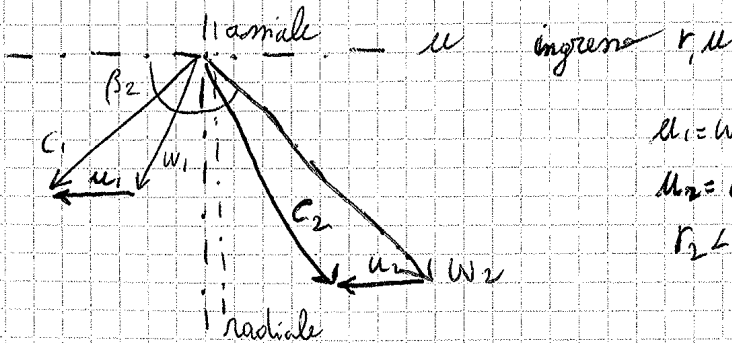
per il lavoro in caso di massima  
rendimento si prendono i  
triangoli di velocità

$$L_i = u^2$$



Leoni nelle turbine radiali:

Turbine centrifughe  
e turbocompressori centrifughi



$$u_1 = \omega r_1$$

$$u_2 = \omega r_2$$

$$r_2 < r_1$$

Esercizio nello stato a reazione

Esercizio Numero Quattro

$p_0 = 1,2 \text{ bar}$

$\cos \alpha_1 = 0$

$d = 2 \text{ m}$

$T_0 = 1100 \text{ }^\circ\text{C}$

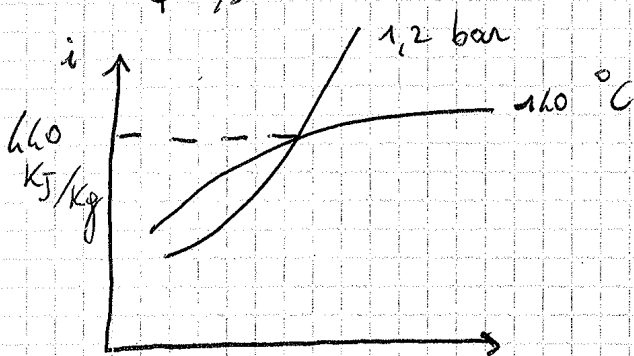
$\alpha_1 = 20^\circ$

$\frac{u}{c_1} = \cos \alpha_1$

Triangoli simmetrici

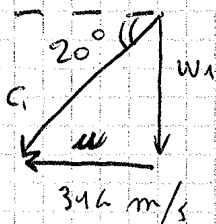
$\psi = 0,96$

$\psi = 0,96$



è una turbina a  
bassa pressione  
1,2 bar

$$u = \pi d n = \pi \cdot 2 \cdot \frac{3000}{60} = 314 \text{ m/s}$$



$$w_1 = \sqrt{c_1^2 - u^2} =$$

$$= u \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha_1} - 1} =$$

$$= 314 \sqrt{\frac{1}{\cos^2 20^\circ} - 1} = 116 \text{ m/s}$$

$\beta_1 = 90^\circ = \alpha_2$

Lavoro massimo ottenibile =  $u^2 = \frac{314^2}{1000} = 98,7 \text{ kJ/kg}$

Rendimento

$$\eta_{01} = \frac{2 \cos^2 \alpha_1}{\left[ \frac{1}{\psi^2} + \frac{1}{\psi^2} - 1 \right] + \cos^2 \alpha_1} = 0,962 \quad 96\%$$

$$\dot{m} = \rho_i A_i \cdot c_{a1} = \frac{1}{v} \left( \pi d_m l_1 \right) \cdot c_{a1}$$

$\downarrow$   
 $A_i$

tenere conto dello spessore delle palette

$$u = \pi d_m \cdot n$$

Li moltiplico in condizioni ideali e pari a

$2u^2$  per estrazione

$u^2$  per reazione

$$P_i = m \cdot L_i$$

$$m \text{ [giri/minuto]} = 60 \frac{f \text{ [Hz]}}{P_i}$$

P<sub>i</sub> coppie polari

se  $u = \pi d_m n$

n è fissa

$$L_i = \frac{v_{s1} \cdot m}{\sum \Delta h_{i, is}} \cdot m$$

portata volumetrica  
 salto entalpico

Vapore	$P$ [bar]	$T$ [°C]	$v$ [m <sup>3</sup> /kg]
AP	250	540	0,013 bar
BP	0,05	niente in cambiamento di fase	22

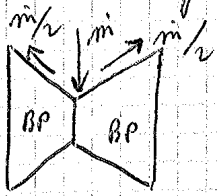
$$l_1 \geq 10 \text{ mm}$$

$$l_1/d_m \geq 0,01$$

Perzializzazione

i triangoli di velocità variano molto sulla palette  $\Rightarrow$  si sverglia il profilo, che realizzare in ogni punto le condizioni di massimo rendimento (problema della base premessa)

suddivisione tra più corpi per limitare gli sforzi normali



$$P_i = m_i L_i = \eta_{oi} m_i \Delta i_{is}$$

1) perdita per energia cinetica di scarico  
 $\frac{c_2^2}{2}$

2) perdita fluidodinamica nel distributore

$$\frac{c_1^2}{2} \left( \frac{1}{\psi_2} - 1 \right)$$

3) perdita fluidodinamica nelle giranti

$$\frac{w_2^2}{2} \left( \frac{1}{\psi_2} - 1 \right)$$

Le tre perdite sono comprese nel rendimento

Perdite Meccaniche

4) perdita per attrito sui dischi

5) perdita per effetto ventilante (quando  $n$  è in parziale sovraccarico)  $n$  scalda l'aria dove non passa il fluido

6) perdita per attrito sui cuscinetti

7) perdita per alimentazione di sistemi ausiliari (es. la pompa dell'olio)

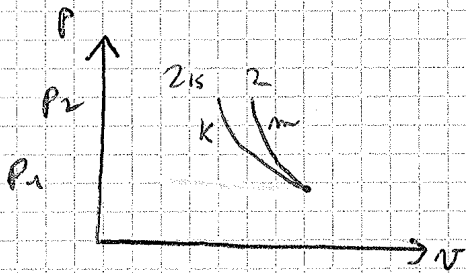
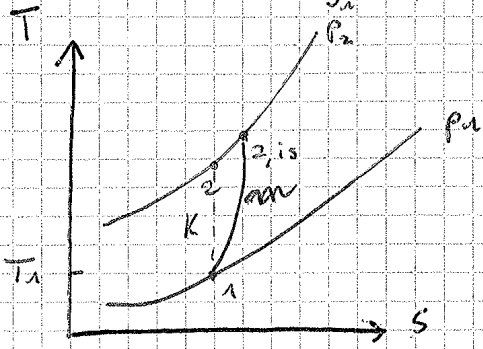
$$\int_1^2 \frac{Qe + Li}{T_0} = \Delta i + \Delta e_c + \Delta e_g + \Delta e_{cp} \approx 0$$

condensacion  
adiabaticas

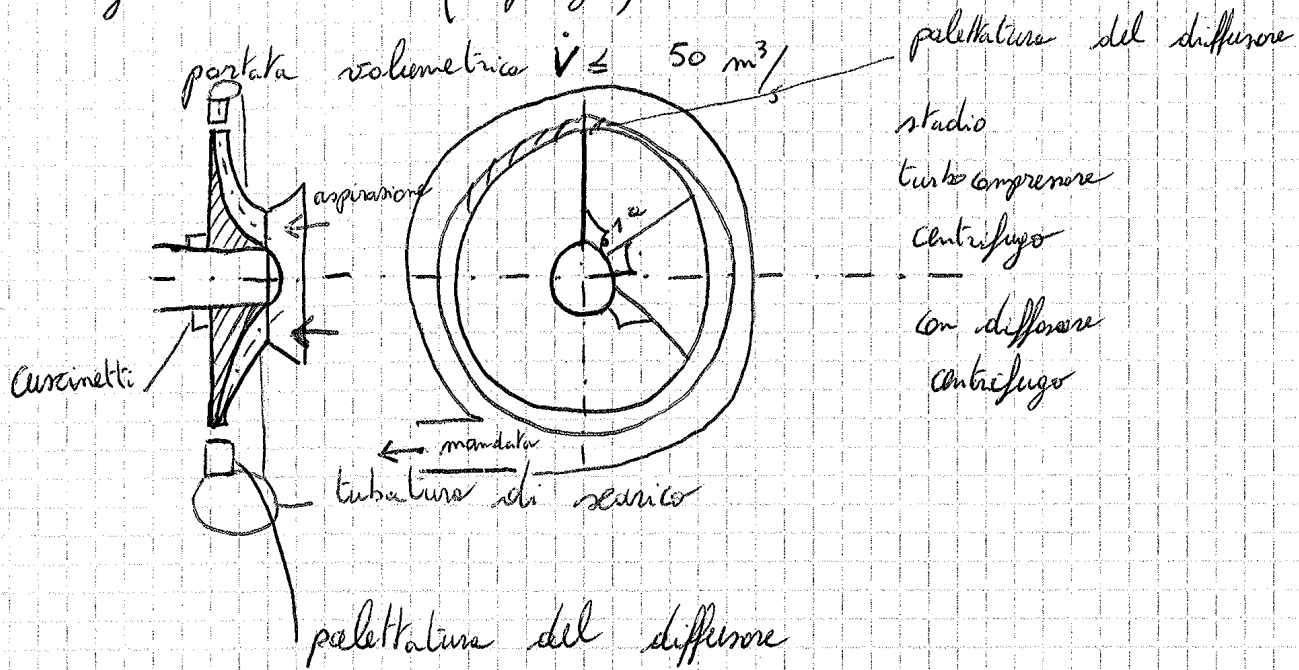
$$Li = Cp(T_2 - T_1)$$

$$Li = \int v dp + Lw + \Delta e_{c, g, cp}$$

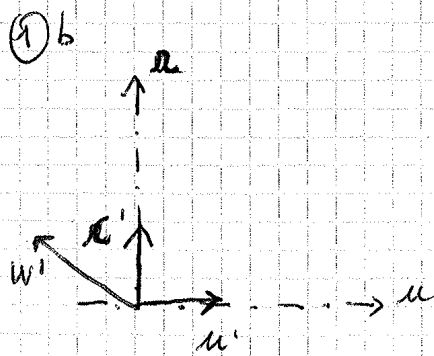
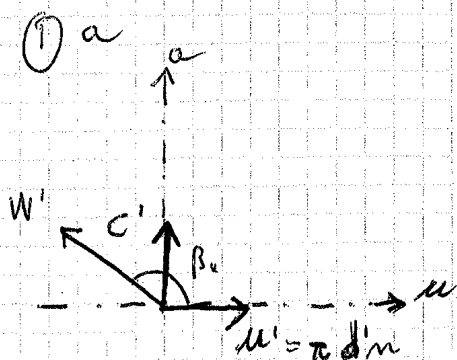
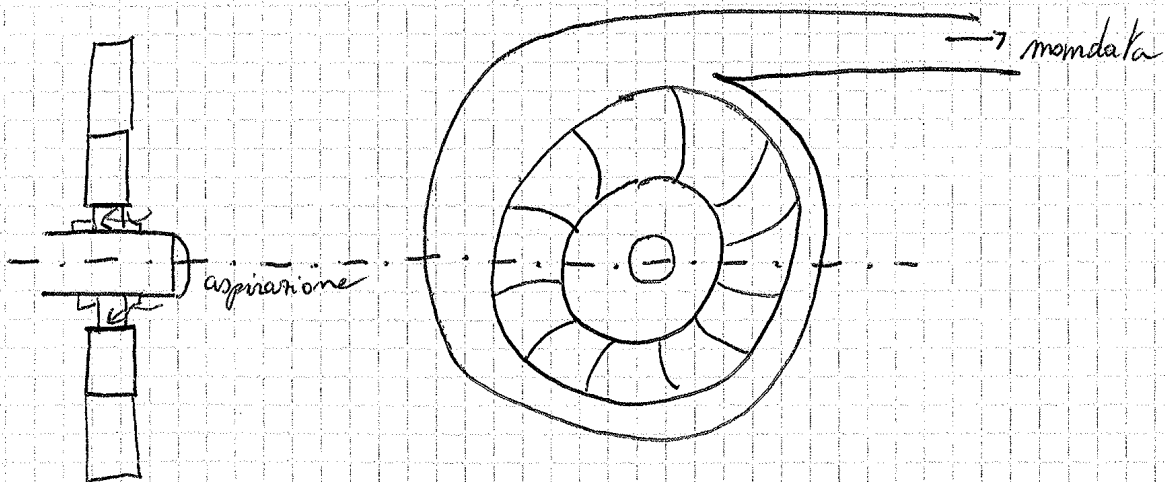
$$Li = \int_1^2 v dp + Lw$$



Alluminio  $\Rightarrow 250 \text{ m/s}$  meno costosa  
 Titanio  $\Rightarrow 450 \text{ m/s}$  più costosa  
 Leghe di Acciaio (superleghe) nel mezzo



Macchina senza Diffusore Palettato

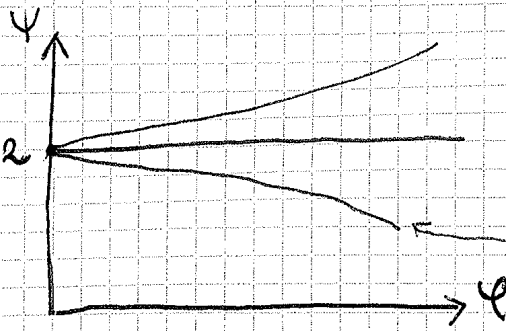


triangoli di velocità in ingrena

$\beta'' < 90^\circ$  pale rivolte in avanti

$\cot \beta'' = 0$  quando

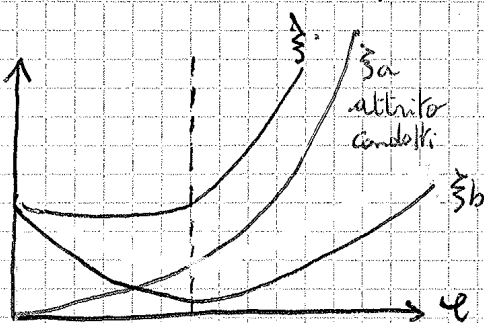
$\beta'' = \pi/2$  per pale radiali



$\beta'' > 90^\circ$  pale rivolte all'indietro

$\xi$  è legato al termine di perdita  $L_w$

$$\xi = \frac{L_w}{(u^{(1)})^2/2}$$



$$L_w = L_{w,a} + L_{w,b}$$

$L_{w,a}$  riguarda l'attirito fluidodinamico sui condotti (girante + diffusore)

$$\xi_a + \xi_b$$

Le perdite per attrito dipendono dal quadrato della velocità di transito

$\xi_b$  è correlato ai problemi di imbocco, all'urto contro la palette. Perdite minime quando il fluido arriva lungo una direzione tangente a quella delle palette. L'urto sale con la portata.

$\xi_b$  è legata alle perdite concentrate all'imbocco della girante e del diffusore.

Due componenti  $\Rightarrow$  una parabolica crescente, l'altra parabolica con un minimo

$$\psi - \xi = \frac{R T_1}{\frac{(\pi d'' m)^2}{2}} (\beta - 1)$$

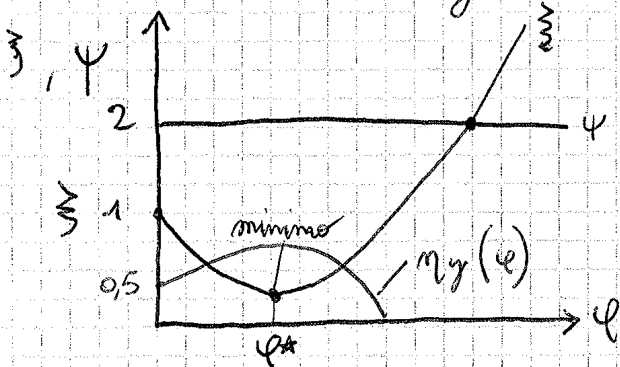
$$\psi - \xi \propto \left[ \frac{\sqrt{R T_1}}{\pi d'' m} \right]^2 (\beta - 1)$$

R indica il tipo di gas

$$\psi - \xi \propto \left[ \frac{\sqrt{R T_1}}{\pi d'' m} \right]^2 (\beta - 1)$$

$$(\beta - 1) \propto \left[ \frac{\pi d'' m}{\sqrt{R T_1}} \right] (\psi - \xi)$$

⇓  
numero di giri corretto (solimentionalizzato)

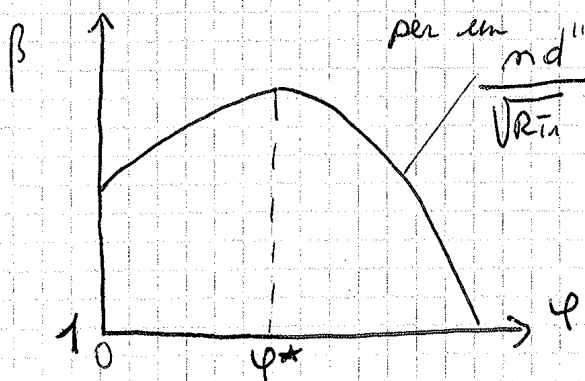


$\eta_y$  rendimento idraulico, si considera incompressibile il fluido

$$\eta_y = \frac{L_i - L_u}{L_i} = \frac{\psi - \xi}{\psi}$$

da 0,5 il rendimento cresce

$\psi - \xi$  ha lo stesso andamento del rendimento idraulico e meno di un fattore 2



fuso

m maggiore

⇓  
curva più alta

che si annulla

sempre nelle stesse

posizioni ( $\psi - \xi = 0$ )

il massimo è sempre allineato a  $\psi^*$



$$\frac{\dot{m} \sqrt{T_1 / T_0}}{P_1 / P_0}$$

formato tipo di gas  $P$   
diametro  $d''$

### Similitudine Geometrica e Fluidodinamica

turbocompressori diversi operano in condizioni di similitudine geometrica e fluidodinamica quando

- ① sono in similitudine geometrica  
dimensioni in scala e angoli costruttivi corrispondenti (uguali in punti corrispondenti)
- ② similitudine fluidodinamica se geometricamente simili quando hanno triangoli delle velocità simili in punti corrispondenti.

$$\varphi = \frac{W r''}{u''} = \text{costante, conseguenza della similitudine geometrica e fluidodinamica}$$

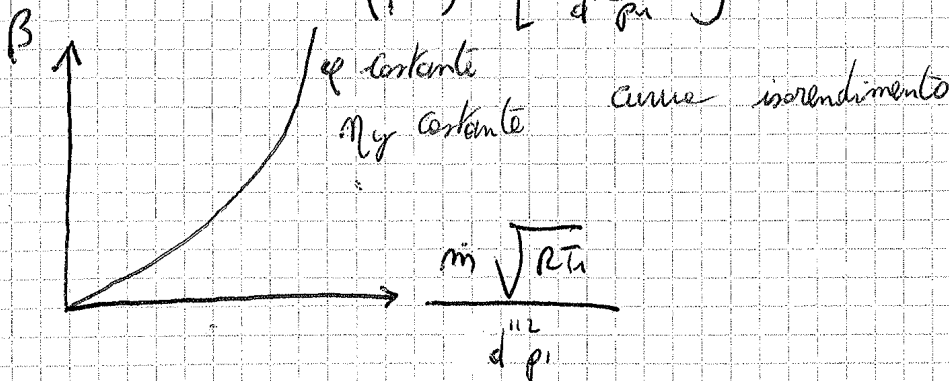
$$\varphi, \xi, \eta, \gamma \text{ sono fissate}$$

$$(\beta - 1) \propto \left[ \frac{\dot{m} d''}{\sqrt{P_1 T_1}} \right]^2$$

la portata corretta

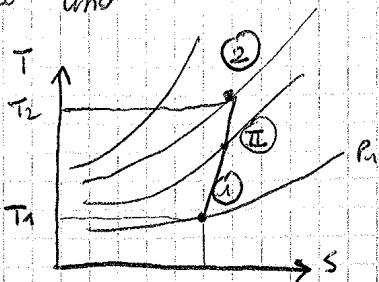
$$\left[ \frac{\dot{m} \sqrt{P_1 T_1}}{d''^2 P_1} \right] \propto \left[ \frac{\dot{m} d''}{\sqrt{P_1 T_1}} \right]$$

$$(\beta - 1) \propto \left[ \frac{\dot{m} \sqrt{P_1 T_1}}{d''^2 P_1} \right]^2$$



Esercitazione Turbocompressori

Esercizio Uno



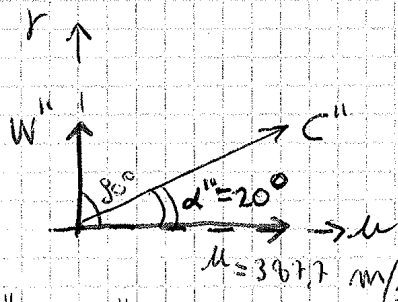
$$T_2 = T_1 \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$= (15+273) \cdot \left( \frac{3}{1} \right)^{\frac{1}{0,75} \cdot \frac{1,4-1}{1,4}}$$

$$= 437,7 \text{ K} \Rightarrow 164,7 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$L_i = c_p (T_2 - T_1) = 1,0045 (164,7 - 15) = 150,3 \text{ KJ/Kg}$$

$$u = \sqrt{L_i} = \sqrt{150,3 \cdot 10^3} = 387,7 \text{ m/s}$$



$$w'' = u \cdot \tan \alpha'' = 387,7 \cdot \tan 20^\circ = 141,1 \text{ m/s}$$

$$c'' = \sqrt{w''^2 + u^2} = 412,5 \text{ m/s}$$

dimensionamento di massima  
giunto deve essere grande da  
girante, il diametro

$$\dot{m} = \rho'' A'' w'' =$$

Componenti di trasporto della  
velocità

$$= \rho'' \int \pi d'' l'' w''$$

$$\frac{l''}{d''} = 0,10$$

$$= \rho'' \int \pi \left( \frac{l''}{d''} \right) d''^2 w''$$