NUMERO: 1118

DATA: 22/09/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Spolverato

MATERIA: Elementi di Fisica Nucleare + temi

Prof. Lavagno

Teoria della relatività

Nell'ultimo quarto del XIX secolo erano state formulate le leggi fondamentali dell'elettromagnetismo. La Teoria di Maxwell aveva svelato la natura elettromagnetica della luce. Tuttavia le intuizioni di Maxwell sollevavano problemi e contraddizioni sconcertanti che scuotevano le basi della conosc. fisica e persino del senso comune. Dalla risoluzione di queste contraddizioni nacque la teoria della relatività.

Le eq. di Maxwell dicono che le onde elettromagnetiche possono esistere e che tutte queste onde si propagano alla velocità c. Velocità c relativa a che cosa? Ogni tipo di onda sembra avere una velocità caratteristica relativa al mezzo in cui si propaga. Qual è il mezzo attraverso il quale si propaga la luce? Tutte le esperienze riguardo alle onde suggeriscono che dovrebbe esistere un mezzo di propagazione, e che la velocità c che compare nelle equazioni di Maxwell dovrebbe essere la velocità relativa a quel mezzo. Gli scienziati del XIX secolo ritenevano che la luce si propagasse attraverso una sostanza tenue chiamata etere. I campi elettrico e magnetici venivano visualizzati come sforzi e deformazioni nell'etere.

L'esperienza di onde elettromagnetiche che si propagano alla velocità c è una conseguenza delle equazioni di Maxwell. Ma questo risultato potrebbe essere vero solo in un sistema di riferimento fisso rispetto all'etere, poiché, se ci muovessimo risp. all'etere, ci attenderemmo che la luce si propaghi a una velocità diversa risp. a noi. Perciò, le equazioni di Maxwell, cioè, la descrizione dell'elettromagnetismo, dovevano essere presumibilmente corrette soltanto nel sistema di riferimento dell'etere.

In meccanica il concetto di moto assoluto è privo di significato; il principio di relatività galileiana stabilisce che le leggi della meccanica sono valide in tutti i sistemi di riferim. che si muovono di moto traslatorio rettilineo uniforme. Ma le leggi dell'elettromagnetismo potevano essere valide soltanto nel sistema di riferimento dell'etere, poiché sembrava che soltanto in questo sistema di riferimento potesse essere corretta la previsione di onde elettromagnetiche propagantisi a velocità c.
Nasce spontaneo il problema del moto relativo della Terra rispetto all'etere. Si stabilì che l'etere non viene trascinato dalla Terra e la Terra si muove attraverso l'etere. Michelson e Morley tentarono di misurare la velocità della Terra rispetto all'etere e arrivarono alla conclusione che la Terra non si muove rispetto all'etere.

RELATIVITÀ RISTRETTA

Nel 1905, Albert Einstein propose una teoria che risolveva il dilemma e al tempo stesso modificava le fondamenta stesse del pensiero fisico. Einstein dichiarò che l'etere era solamente un'ipotesi fittizia. Ma allora rispetto a che cosa la luce si muove alla velocità c? Rispetto a chiunque l'osservi, dichiarò Einstein. Il suo significato è chiaro ed evidente: chiunque misuri la velocità della luce ottiene il valore $c = 3{,}0 \cdot 10^8\ m/s$. Le leggi della fisica non dipendono dal moto dell'osservatore. Einstein riassunse i suoi nuovi concetti nella teoria della relatività ristretta, che è espresso in questo semplice enunciato: le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento in moto traslatorio rettilineo uniforme. Questo enunciato abbraccia tutte le leggi della fisica, comprese le leggi dell'elettromagnetismo. In assenza di etere, la previsione che le onde elettromagnetiche si propaghino alla velocità c deve essere una previsione universale valida in TUTTI i sistemi di riferimento in moto traslatorio

FISICA NUCLEARE

La fisica moderna è nata alla fine dell'800 (dopo le equazioni di Maxwell)

Luce: grandezza quantizzata

$c = \lambda \nu$ -> frequenza $\qquad c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$

c: velocità di propag della luce; λ: lungh. d'onda

Il trasporto di energia E è direttamente proporzionale alla frequenza ν. Questo si comprende con l'effetto fotoelettrico. Il fotone trasporta un'energia $E_\gamma = h\nu$, h = cost

I primi anni del '900 sono stati anni rivoluzionari per la scoperta di effetti subatomici, si è rivoluzionato il modo di pensare. I fenomeni microscopici sono fondamentali per la nuova tecnologia. Sarà fondamentale associare il moto delle particelle alle onde $\lambda = \frac{h}{p}$

PET: tomografia dell'emissione di positroni

$e^- + e^+$ -> deriva dal decadimento radioattivo (β^+)

${}^A_Z X \qquad A = N + Z$ (N -> n, Z -> p) $\qquad M_n \simeq M_p \simeq M_N$ -> nucleone

A: n° di massa perché è proporzionale alla massa dell'elemento $M_A \simeq M_N$

$m_e \simeq \frac{M_n}{2000}$

m_e: massa elettrone

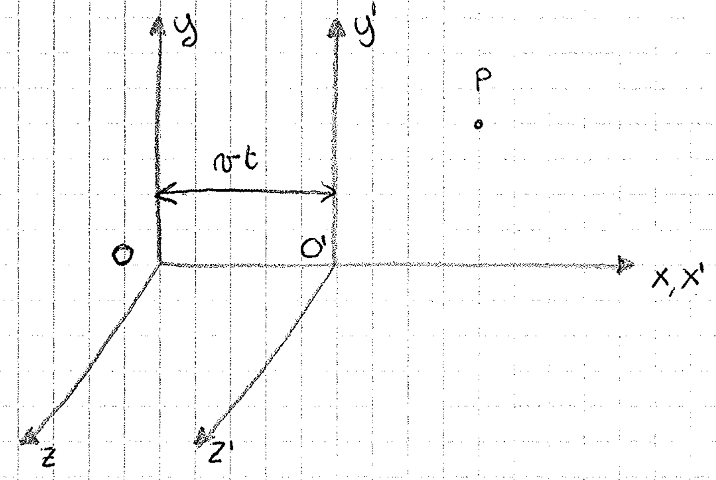
$e^- + e^+ \rightarrow 2\gamma$

RTG: generatori termoelettrici a radioisotopi $\quad {}^{226}Ra \rightarrow {}^{222}Rn + \alpha \quad (\alpha = {}^4_2He)$

relazione di Einstein $E = MC^2$. M non ha nulla a che fare con la massa inerziale di Newton.

Trasformate di Galileo

cinematica relativa di due osservatori in moto relativo a velocità costante



$$\vec{v} = v_x \vec{u}_x \quad (v_y = v_z = 0)$$

le trasformate di Galileo mi danno le relazioni dei due osservatori

$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases} \qquad \begin{cases} u_x' = u_x - v \\ u_y' = u_y \\ u_z' = u_z \end{cases} \qquad \boxed{u_x = u_x' + v}$$

Velocità di P per i due osservatori

$$u_x = \frac{dx}{dt} \qquad u_x' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx'}{dt}$$

$$u_y = \frac{dy}{dt} \qquad u_y' = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy'}{dt}$$

$$u_z = \frac{dz}{dt} \qquad u_z' = \frac{dz'}{dt'} = \frac{dz'}{dt}$$

Gli intervalli di tempo sono = per tutti gli osservatori $(t = t')$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 7 di 144

con la relatività galileana. Tali eq. risultavano avere forme diverse a seconda del sistema di riferimento inerziale scelto.

A quei tempi si riteneva che lo spazio fosse formato da una sostanza invisibile a cui i fisici diedero il nome di etere e che ogni corpo in movimento nell'universo producesse un vento etere che si muoveva alla stessa velocità del corpo in movimento ma con direzione opposta. Qualsiasi cosa immersa nell'etere sarebbe influenzata dal vento, compresa la luce. Michelson decise di provare a misurare la velocità della luce in diverse direzioni per vedere se si trovava traccia del vento etere, usando un interferometro. Questo ogg. permette di suddividere un fascio di luce in due fasci che viaggiano seguendo cammini ⊥ e vengono poi fatti nuovamente convergere su uno schermo, formandovi una figura d'interferenza. Un eventuale vento dell'etere avrebbe comportato una diversa velocità della luce nelle varie direzioni e, di conseguenza, uno scorrimento delle frange d'interferenza al ruotare dell'apparato rispetto alla direzione del vento dell'etere. Michelson effettuò un certo n° di misure ma non rilevò nessun tipo di spostamento delle frange d'interferenza, tuttavia il suo apparecchio non aveva la precisione suff. per escludere con certezza l'esistenza del movimento dell'etere. Successivamente con Morley vennero fatti degli accorgimenti per ottenere risultati più precisi: venne usato un interferometro montato su una lastra di pietra quadrata di 15 cm di lato e .5 di spessore. Per eliminare le vibrazioni la lastra veniva fatta galleggiare su mercurio liquido. Questo accorgimento permetteva di mantenere la lastra orizzontale e di farla girare attorno ad un perno centrale.

Einstein formula 2 principi che impongono l'abbandono del fatto che l'elettromagnetismo sia il mezzo privilegiato per la propagazione e sostiene che le trasformate di Galileo e la stessa dinamica devono essere riformulate in una maniera più corretta. I due postulati sono i seguenti:

1° Tutte le leggi della Fisica sono invarianti in tutti i sistemi di riferimento inerziali

2° La velocità della luce nel vuoto ha lo stesso valore in tutti i sistemi di rif. inerziali

Il 2° postulato dice chiaramente che le trasformate di G. non sono corrette, perché nelle t. di G. non c'è nessuna velocità di riferimento, le v si sottraggono e si sommano a seconda delle velocità relative tra i 2 osservatori.

Lorentz avendo la forza elettromagnetica $\bar{F}_{EM} = q\,(\bar{E} + \bar{v} \times \bar{B})$ si chiede quali sono le trasformate che rendono invariata la F_{EM} per sistemi di riferimento inerziali.

$$\vec{F}_{EM}\,(x, y, z, t) \neq \vec{F}_{EM}\,(x', y', z', t')$$

Se applico le trasf. di G la forza elettromagn. che si ottiene per un osservatore è $\neq$ da quella per un altro osservatore

Lorentz si chiede quali siano le trasformate che lasciano invariata la F_{em}, tale per cui questo confronto sia un'uguaglianza

Trova delle trasformate che prendono il nome di trasformate di Lorentz che sono somiglianti a quelle di G. per certi aspetti

Hp: Considero due sist. di rif. inerziali centrati in O e O' e una velocità relativa tra i 2 sistemi di riferimento inerziali con unica costante $\bar{v} = v\,\bar{u}_x$ = COSTANTE

$|\tau| = ct$

$|\tau'| = ct'$ → se avessimo seguito Galileo sarebbe stato $|\tau'| = c' t'$

Einstein dice che $c = c'$ (2° postulato), noi sappiamo che τ è $\neq$ da τ'

allora $t \neq t'$, l'intervallo di tempo è diverso nei 2 sistemi di rif.

Le trasformate di Lorentz discendono dal 2° principio. Questa ipotesi molto strana che la c sia la stessa in tutti i sist di riferimento è un'ipotesi che L. aveva dimostrato che va a soddisfare il 1° principio dell'elettromagnetismo, cioè che questo resta invariante per tutti i sist inerziali

Se sono vere le trasformate di Lorentz, lo spazio diventa in 4 dimensioni,

Qual è la relazione tra le 2 velocità nei sistemi di rif. se valgono quelle trasformate?

$$u_x' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx'[t(x)]}{dt'} = \circledast \qquad u_x = \frac{dx}{dt}$$

derivata di funzione di funzioni: la derivata di x' dipende da x che a sua volta dipende da t. Regola di Leibniz per calcolare la derivata

$$\circledast = \boxed{\frac{dx'(t)}{dt} \cdot \frac{dt}{dt'}} = \frac{(u_x - v)\,\gamma(v)}{\frac{dt'}{dt}} = \circ$$

studio il denominatore: $\frac{dt'}{dt} = \left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)\gamma(t)$

$$\circ = \frac{(u_x - v)\,\cancel{\gamma(v)}}{\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)\cancel{\gamma(v)}}$$

sugli altri assi cartesiani

$$u_y' = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy'}{dt} \cdot \frac{dt}{dt'} = \frac{u_y}{\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)\gamma(v)}$$

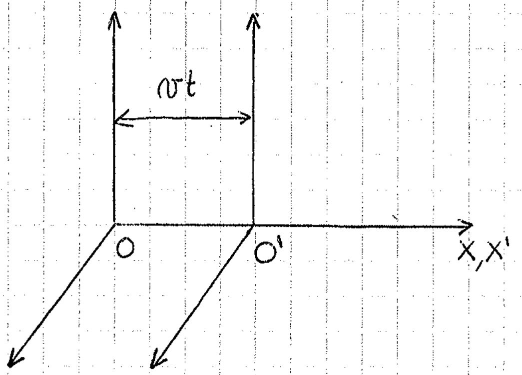
costante; ma se io mi muovo con la biro in mano l'altro osservatore in O vedrà la biro muoversi a v cost

$L(v) = x_2(t_2) - x_1(t_1)$

$t_2 = t_1$

per l'osservatore in O è più difficile calcolare la lungh. perché la biro è in movimento. x_2 è misurato in t_2 e x_1 in t_1 e necessariamente abbiamo la misura in simultanea degli estremi in cui $\boxed{t_2 = t_1}$. Invece per il mio sistema di riferimento O' non ho questa condizione perché per me la biro è ferma e vale per ogni $\boxed{t_1, t_2}$

Come sono legate le 2 lunghezze della biro nei 2 sistemi di riferimento?



Potrebbe essere utile scrivere le trasformate inverse delle coordinate

$$\begin{cases} x = (x' + vt')\,\gamma(v) \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \left(t' + \dfrac{x'v}{c^2}\right)\gamma(v) \end{cases}$$

TRASFORMATE INVERSE

$$\begin{cases} x' = (x - vt)\,\gamma(v) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \left(t - \dfrac{xv}{c^2}\right)\gamma(v) \end{cases}$$

TRASFORMATE DIRETTE

Tornando al nostro problema, devo trovare la lunghezza della biro nel sistema di riferimento O

Nel mio sistema di riferimento O' la sorgente è a riposo, quindi i due raggi luminosi emessi a tempi t_1 e t_2 sono originati nella stessa posizione $\boxed{x_1' = x_2'}$

Ora supponendo di conoscere l'intervallo temporale nel mio sistema di riferimento vado a calcolare quello nel sistema di riferimento O

$\Delta t(v) = t_2 - t_1$ => uso le trasformate inverse perchè so che $x_1 = x_2$

$$\Delta t(v) = t_2 - t_1 = \left(t_2' + \cancel{\frac{x_2' v}{c^2}}\right)\gamma(v) - \left(t_1' + \cancel{\frac{x_1' v}{c^2}}\right)\gamma(v) =$$

$$= \boxed{(t_2' - t_1')\,\gamma(v)}$$ → variazione temporale nel sistema O

Poichè $\gamma(v) > 1$ sempre i tempi risultano essere dilatati, cioè se nel mio sistema (O') dura un secondo, nell'altro dura + di un secondo. è sarà tanto > quanto sarà la sorgente rispetto all'osservatore in O

$$\boxed{\Delta t(v) = \Delta t(\emptyset)\,\gamma(v)}$$

Su questo effetto è basata la tecnologia, l'accelerazione delle particelle ai segnali GPS sui satelliti.

$$\begin{cases} L(v) = \dfrac{L(\emptyset)}{\gamma(v)} \\ \Delta t(v) = \Delta t(\emptyset)\,\gamma(v) \end{cases}$$

CONFERMA SPERIMENTALE DI TALI EFFETTI

MUONI : particelle simili agli elettroni

Sulla superf. della terra arriva una grande quantità di radiazione dallo spazio : RAGGI COSMICI. Le navicelle spaziali devono tenere conto di questo; le radiazioni possono danneggiare l'elettronica, quindi questa radiazione deve essere schermata nelle navicelle spaziali.

va pesato sulla vita media del nostro sistema di rif

Esempio

$L = 10^4 m \quad v = 0{,}98c$

$T = \frac{L}{v} = 34 \cdot 10^{-6} s = 21{,}8\, \tau_0 = 4{,}36\, \tau \qquad \tau = \tau_0 \gamma(v)$

$v = 0{,}98c \rightarrow \gamma = 5$

$T = \frac{L_0}{\gamma(v) v} = 4{,}36\, \tau_0$

I raggi giungono sulla terra per effetto della dilatazione dei tempi e riduzione della lunghezza

Dinamica relativistica 10/03/2014

È fondamentale conoscere la relazione tra la massa della particella e l'energia che questa può scambiare

Le trasf di Lorentz ci fanno capire che le leggi della dinamica vanno cambiate

La dinamica Newtoniana $F = ma$; le velocità si compongono con le T.G

La dinamica di una particella, se questa non interagisce è descritta da una energia cinetica che dipende dalla velocità quadraticamente

DINAMICA DI UNA PARTICELLA CON VELOCITÀ v

$$\begin{cases} K = \frac{1}{2} m v^2 \\ \bar{p}(v) = m\bar{v} \end{cases}$$

quantità di moto: altra eq. fondamentale della dinamica anche questa è un'eq che dipende da v ed è lineare

$\Downarrow$

$K(p) = \frac{p^2}{2m}$ → en. cinetica in funz. della quantità di moto

Se siamo in dinamica relativistica, quindi non vale la condizione $\boxed{\frac{v}{c} \ll 1}$ limite nel quale le trasf di L si riducono a T.G.

Deve quindi essere modificata la relazione tra energia e velocità e quantità di moto e velocità.

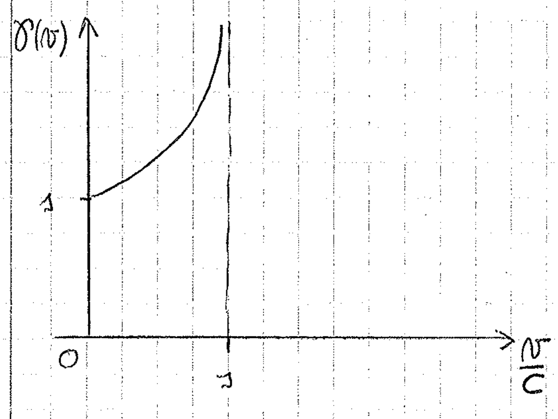
Vogliamo tenere conto di una teoria più ampia che consideri il fatto che uno stato iniziale può trasformarsi in uno stato finale che non ha nessuna

$\rho(v) = g(v) = \gamma(v) \to$ T. di L

Quando $V \ll C$ abbiamo un contenuto che non ha nessuna controparte nella dinamica Newtoniana

Uno stato iniziale con una certa massa m si può trasformare in uno stato finale con massa $m \neq$ e con un' energia cinetica $\neq$

$$\gamma(v) = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{v^2}}}$$



$$\begin{cases} E = \gamma(v)\, m c^2 \\ \vec{p} = \gamma(v)\, m \vec{v} \end{cases}$$ EQ. della DINAMICA RELATIVISTICA

nella dinamica relativistica massa propria della particella, massa inerziale e massa gravitazionale coincidono

$E = m(v) c^2$

$\hookrightarrow$ è una massa dinamica ; $m(v) = m\,\gamma(v)$

A volte $m = m_0 \to$ massa a riposo della particella

Un ogg. con $m \neq 0$, per portarlo ad una velocità prossima a quella della luce ci vuole un'energia ∞, perché la funz γ diverge. È come se la particella si "gonfiasse" e acquistasse una massa che tende

Abbiamo dimostrato che la dinamica relativistica tende a quella non relativistica nel limite $\frac{v}{c} \ll 1$

L'energia viene conservata $E_i = E_f$

conservazione dell'energia

$$\underbrace{m_i}_{\text{massa a rip iniziale}} c^2 + \underbrace{K_i}_{\text{en. cin iniz}} = m_f c^2 + K_f$$

Vale anche $\vec{P_i} = \vec{P_f}$

VARIAZIONE DI MASSA

$$\boxed{Q} = \boxed{(m_i - m_f)} c^2 = K_f - K_i$$

La reazione può venire spontaneamente sse $Q>0$ se $Q<0$ non posso passare spontaneamente

→ $n \rightarrow p + e^- + \nu_e^-$

stato iniziale $K_i = 0$, massa $= M_n \rightarrow E_i = M_n c^2$

stato finale massa p, m_{e^-}, m_ν, K_f (en. cinetica s. finale)

quindi $Q = \underbrace{(M_n - M_p - M_e - M_\nu)}_{\text{se è >0 la reazione può venire spontaneamente}} c^2 > 0$

$$Q = K_p + K_e + K_\nu$$

→ $^{226}Ra \rightarrow {}^{222}Rn + \alpha$

$$Q = \left(M_{Ra} - M_{Rn} - M_\alpha\right) c^2 = K_{Rn} + K_\alpha$$

$$[\underbrace{M_N(N,Z)}_{\text{nucleo}} - (N M_n \, Z M_p)] c^2 = B.E < 0 \rightarrow$$

la massa del nucleo è ≠ dalla Σ delle masse dei costituenti

energia di legame

si ripercuote in una varia di massa

Il principio di equivalenza massa-energia è fondamentale nelle reazioni nucleari.

se siamo in questo regime K^2 è trascurabile

$p^2c^2 \simeq 2mc^2K \Rightarrow \boxed{K = \frac{p^2}{2m}}$ (*) → siamo tornati alla K in regime N.R.

2) CASO ULTRA RELATIVISTICO $K >> mc^2$

$p^2c^2 \simeq K^2$

$\boxed{K \simeq pc}$ $m \neq 0$

Pur essendo la $m \neq 0$, questa viene trascurata e si considera come un ogg che viaggia alla velocità prossima della luce

$\boxed{K = E - mc^2}$ → sostituisco

$p^2c^2 = E^2 + \cancel{m^2c^4} - 2\cancel{Emc^2} + 2mc^2E - \cancel{2}m^2c^4 \rightarrow p^2c^2 = E^2 - m^2c^4$

$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$

$\boxed{E = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}}$ energia totale in funzione di p

$$\begin{cases} E = \gamma(v)mc^2 & (1) \\ p = \gamma(v)mv & (2) \\ K(v) = mc^2(\gamma - 1) \end{cases}$$

La particella $m \neq 0$ non viaggia alla velocità della luce: è necessaria una energia ∞ affinché questa arrivi alla velocità della luce

Una certa particella m con p a quale velocità viaggia?

Divido membro a membro l'eq. 2 con l'eq. 1 e ottengo una relazione con la velocità

$\frac{2)}{1)} \Rightarrow v = c^2\frac{p}{E}$

$v = c^2 \frac{p}{\sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}} = \boxed{c\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{m^2c^2}{p^2}}}}$ velocità in funzione della quantità di moto

EFFETTO FOTOELETTRICO

I dati sperimentali indicavano che, per ogni lunghezza d'onda studiata, la luce che incideva su una superficie metallica produceva su quella superficie un potenziale elettrico, ma una luce di maggiore intensità NON produceva un potenziale più alto.

Oggi si sa che la luce di maggiore intensità determina l'emissione di un maggior numero di elettroni da una superficie, ma non l'emissione di elettroni di energia più alta. Se la lunghezza d'onda è maggiore di un certo valore per ciascuna superficie, non vengono emessi elettroni indipendentemente dall'intensità della luce. La luce di lunghezza d'onda <, d'altra parte determina l'emissione di elettroni di energia maggiore.

Gli elettroni vengono emessi non appena la luce incide sulla superficie, senza ritardo. Questi fatti non si possono spiegare con la fisica classica, poiché, classicamente, il quadrato della intensità del campo elettrico E è direttamente proporzionale all'intensità della luce incidente; quindi, anche la forza agente su un elettrone, eE, dovrebbe crescere al crescere dell'intensità della luce incidente e gli elettroni dovrebbero acquistare una maggiore energia cinetica. MA si osservò che, in un ampio intervallo d'intensità della luce incidente, l'energia cinetica massima degli elettroni emessi era costante. Quindi era necessaria una nuova spiegazione dello effetto fotoelettrico.

Per spiegare l'effetto fotoelettrico Einstein prese l'ipotesi di Plank della quantizzazione della energia. Einstein fece l'ipotesi che la luce fosse realmente costituita da quanti discreti, da granuli di energia, detti fotoni. Ogni fotone ha un'energia data da $E = h\nu$ dove

h: costante di Plank

ν: frequenza della luce

[N.B. La frequenza della luce incidente deve essere maggiore di un certo valore ν_0, frequenza di taglio, altrimenti l'effetto fotoelettrico non si verifica]

Questa formula lega l'energia di un fotone con la frequenza della luce, e la costante di Planck è il legame tra le due grandezze.

Secondo la teoria di Einstein dell'effetto fotoelettrico, ogni superficie ha un lavoro di estrazione ϕ caratteristico che è la quantità minima di energia necessaria per estrarre un elettrone da quella superficie ed è determinato dal tipo di metallo. Poiché la quantità di energia che incide sulla superficie di un fotone è $h\nu$, la quantità di energia di un elettrone che abbandona la superficie è $h\nu - \phi$, diminuita dell'eventuale quantità di energia che l'elettrone perde nell'attraversare il metallo. Se si suppone che tale perdita sia nulla, l'elettrone riuscirà a fuggire dalla superficie soltanto per

$$h\nu = \phi > 0, \quad \nu > \frac{\phi}{h}$$

Perciò, soltanto i fotoni che hanno una frequenza abbastanza alta sono capaci di estrarre elettroni. Poiché $\lambda = \frac{c}{\nu}$, soltanto i fotoni con lunghezza d'onda minore di $\lambda = \frac{hc}{\phi}$ sono capaci di estrarre elettroni.

L'effetto fotoelettrico fu uno dei primi effetti fisici importanti ad essere spiegato mediante la teoria quantistica anziché mediante la teoria ondulatoria classica. La fisica classica non riusciva a spiegare perché l'energia degli elettroni varia al variare della frequenza della luce incidente e perché non varia al variare dell'intensità della luce. Inoltre la fisica classica non riusciva a spiegare perché gli elettroni venivano emessi istantaneamente. Con l'ipotesi dei quanti di Einstein ogni singolo fotone è capace di estrarre un elettrone.

Einstein ricevette il premio Nobel per la fisica nel 1921 per la sua spiegazione dell'effetto fotoelettrico

PROPRIETÀ DELL'EFFETTO FOTOELETTRICO

Le curve a $\neq$ intensità vanno a zero nello stesso punto ($|\Delta V|$)

Se la corrente va a 0 ci aspettiamo che gli elettroni vengano emessi con $\neq$ energie cinetiche, però quando non ne osservo più vuol dire che la d.d.p è tale da frenare anche gli elettroni più veloci

La ΔV moltiplicata per la carica è un'energia potenziale che trasforma l'en. cinetica iniziale dell'elettrone e la ferma.

Quindi all'inizio abbiamo l'en. cinetica dell'elettrone (Ke_{max}) che viene compensata dall'energia potenziale

$$\underbrace{e\,[\Delta V]_1 = Ke}\Big|_{max}$$ → misuro l'en. cinetica max degli elettroni che sono stati emessi

Questa relazione non dipende dall'intensità. Diciamo che a fissata frequenza ν della radiazione Ke_{max} vale per I_1, I_2, I_3.

1ª PROPRIETÀ: l'energia cinetica max degli elettroni che vengono emessi quando vengono colpiti dalla luce, è indipendente dall'intensità della luce, fissata la sorgente di luce.

$$e|\Delta V_2| = Ke^{(2)}\Big|_{max} \rightarrow \nu_2$$

2ª PROPRIETÀ: gli elettroni vengono emessi istantaneamente non appena la targhetta metallica è colpita dalla luce

C'è un effetto di soglia sulla corrente; se cambio la sorgente con frequenza più bassa, continuo a vedere l'effetto fotoelettrico, se la diminuisco ancora l'effetto fotoelettrico scompare. Quindi l'effetto fotoelettrico lo trovo solo per delle sorgenti > di una certa frequenza, di taglio

$$e\,\Delta V_1 = Ke^{(1)}\Big|_{max} \;;\; \Delta V_2 = Ke^{(2)}\Big|_{max}$$
$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow$$
$$\nu_1 \qquad\qquad \nu_2$$

La frequenza di soglia $\nu_0 = \frac{\phi}{h}$

l'energia cinetica max arriva dalla radiazione che incide, nel caso migliore l'energ K_{max} "si prende" tutta l'energia della radiazione incidente

$\boxed{E_{RAD} = h\nu}$ (energia della radiazione)

un po' va perso per il potenziale un po' per il materiale

h: costante di Planck ha le dimensioni di energia per un tempo

La radiazione incidente trasmette secondo la dinamica relativistica anche una quantità di moto $P = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}$

Possiamo pensare l'effetto fotoelettrico solo in termini corpuscolari dove abbiamo ogg. corpuscolari i FOTONI che sono oggetti con massa $= 0$, viaggiano alla velocità della luce, trasportano una certa energia e una certa quantità di moto che è direttamente proporzionale alla frequenza

La variazione elettromagnetica può essere vista come un insieme di corpuscoli con $m_\gamma = 0$ con $v = c$ che trasporta ciascuno un quanto di energia

Quindi $\exists$ degli oggetti con massa $= 0$ con $v = c$ e $p \neq 0$

Il fotone fa sbalzare via l'elettrone dalla targhetta metallica e questo effetto dipende solo dalla frequenza e non dall'intensità

L'intensità rappresenta la quantità di fotoni che colpisce la targhetta; ma il fatto che ce ne siano di più significa soltanto di aumentare la corrente, ma non c'entra niente con la K_{max}.

carica elettrica dell'elettrone: $1,6 \cdot 10^{-19}$ C

$e \cdot \Delta V = 1,6 \cdot 10^{-19}\,J = 1\,eV$

d.d.p di 1V

$1\,MeV = 1,6 \cdot 10^{-13}\,J$

l'effetto fotoelettrico non è spiegabile con le onde elettromagnetiche

$\lambda \nu = c$

Con i decadimenti radioattivi β^+ vengono emesse delle particelle opposte agli e^-, ossia particelle con stessa carica, ma opposta, i positroni (e^+)

Quando i positroni incontrano la materia capita una reazione spiegabile solo in termini quantistici: questi 2 ogg. scompaiono e abbiamo l'emissione di 2 raggi γ

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma_1 + \gamma_2$$

Analizziamo la reazione:

- applico il principio di conservazione di energia e quantità di moto alla reazione supponendo, per semplicità, che $K_{e^+} = K_{e^-} \approx 0$ l'en. cinetica iniziale delle particelle è = a 0.

La massa di e^- coincide con la massa di e^+; la sua massa a riposo moltiplicata per c^2 ci dà un'energia

$m_{e^-} c^2 = m_{e^+} c^2 = 0,5\,MeV$ → in questo modo misuro le masse sulla scala di energia

(la correzione sull'energia cinetica iniziale è molto piccola, quindi l'approssimazione è accettabile)

- Conservazione dell'energia

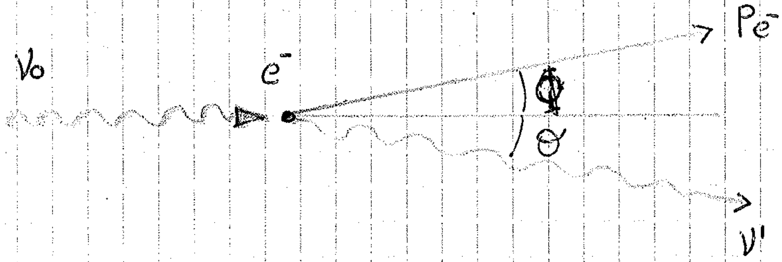
en. iniziale essendo $K=0$ → $\underbrace{\boxed{2 m_e c^2}}_{\text{en. iniziale}} = \overbrace{\boxed{h\nu_1 + h\nu_2}}^{\text{en. finale}}$

i 2 raggi γ trasportano una certa energia legata alla sua frequenza

non sappiamo quale sia la frequenza ma la vogliamo determinare ←

Un ulteriore dimostrazione della natura corpuscolare della luce è l'EFFETTO COMPTON. È strettamente imparentato con l'effetto fotoelettrico; la diff è che mentre nell'eff. F l'elettrone è radicato qui è legato ma l'energia di legame viene completamente trascurata. L'effetto Compton non è altro che un urto elastico dove abbiamo il fotone che incide sull'elettrone il quale è considerato libero. Questo ha senso solo se la reazione è fortemente energetica (frequenze che sono sulla scala dei raggi X) -> MeV

effetto Compton



PRIMA DELL'URTO

Abbiamo una radiazione con frequenza iniziale ν_0 che colpisce l'e^- che è fermo, così che se anche ha una sua energia cinetica o quantità di moto questa è molto piccola rispetto a K e p del fotone che sta arrivando contro di lui.

Dopo l'urto l'elettrone acquista una certa energia e quantità di moto e viene diffuso con un certo angolo ϕ e la radiazione viene diffusa con un angolo θ. L'effetto fotoelettrico ci dice che la frequenza della radiazione diffusa ν' è $\neq$ da ν_0 (radiazione incidente). Questo è un effetto che può essere spiegato di nuovo in termini corpuscolari. Dal p.d.v dell'elettromagnetismo la radiazione viene diffusa alla stessa frequenza dell'onda elettromagnetica incidente, invece non è così!

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 35 di 144

b) $\gamma(v) = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$ (basta sostituire il valore di v)

c) $K = mc^2(\gamma - 1)$
$= mc^2(\sqrt{2} - 1)$

Un altro modo per risolvere questo ex

$E^2 = m^2c^4 + p^2c^2 = m^2c^4 + m^2c^4 = 2m^2c^4$

$E = \sqrt{2}\, mc^2 = \gamma mc^2 \Rightarrow \gamma = \sqrt{2}$

ESERCIZIO 2 (tipo esame)

Determinare il rapporto tra le quantità di moto del Carbonio 13 e di fotoni, supponendo che entrambi abbiano un'energia cinetica pari a 10 MeV.

$\frac{P_{13C}}{P_\gamma} = ?$ $K_{13C} = 10\ \text{MeV}$ $M_{13C} = 13\,u$

$E_\gamma = 10\ \text{MeV}$

$1\,u = 931{,}5\ \frac{\text{MeV}}{c^2}$

$$\frac{P_{13C} \cdot c}{P_\gamma \cdot c} = \frac{\sqrt{K^2 + 2M_C c^2 K}}{E_\gamma} \simeq \frac{\sqrt{2M_C c^2 K_C}}{E_\gamma} = 49{,}2$$

M_C = massa C_{13} possiamo approssimare

Siamo nelle condizione in cui $M_C c^2 \gg K_C$, siamo in regime non relativistico

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 37 di 144

onda 1 sarà prop all'ampiezza dell'onda 1

L'intensità è la sovrapposizione di tanti fotoni

Diffrazione -> effetto simile ad interferenza

Quando si surriscalda un gas si ha un'emissione di radiazione elettromagnetica a una lungh. d'onda caratteristica. Possiamo identificare la composizione di vari gas; questi se surriscaldati emettono radiazione elettromagnetica con ν e λ caratteristiche

Raggi X (1nm)

lungh. d'onda dei raggi X -> 10^{-9} m

Scoperti perché quando gli e^- venivano accel da una grande d.d.p in un tubo a vuoto e questi andavano a bombardare una targhetta metallica, provocavano l'emissioni di questi raggi X. Allora non era chiaro che fossero radiazioni elettromagnetiche.

Sono raggi elettromagnetici perché sappiamo identificare la lunghezza d'onda (1nm) -> osservando l'emissione da un reticolo cristallino

Il reticolo cristallino ha una struttura regolare

La luce ha un comportamento corpuscolare al quale viene aggiunto quello ondulatorio. Su questo comportamento duale della luce è stato detto molto.

Come si comporta la materia su scala subatomica?

La materia ha comportamento corpuscolare; devo assumere le particelle con una certa massa e necessariamente essendo $m \neq 0$ -> $v < c$

(ci vorrebbe energia ∞ per portare particelle con $m \neq 0$ alla velocità della luce)

Con $m = 0$ possiamo definire l'energia e quantità di moto

Dalla legge di Bragg identifico una certa lungh. d'onda per l'e^-.

$$\lambda = \frac{p}{h}$$

$$eV = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{p^2}{2m}$$

$\Uparrow$

verifica sperimentale di de Broglie -> comportamento ondulatorio della materia

N.B.! Così come per l'onda elettromagnetica di cui conosciamo bene la sua frequenza gli possiamo associare una grandezza tipicamente corpuscolare che è la quantità di moto, altrettanto dicasi di un oggetto che ha massa $\neq$ da 0 ed è un corpuscolo del quale conosciamo bene la quantità di moto gli possiamo associare una lungh. d'onda

Quindi gli e^- quando hanno energia suff. elevata si comportano come delle onde

Il microscopio elettronico funziona proprio sfruttando la natura ondulatoria dell'e^-, il microscopio ha una risoluzione che è legata alla lunghezza d'onda; + gli e^- sono accelerati più la lungh. d'onda è piccola e più permettono una risoluzione elevata. Nel caso degli e^- la lungh d'onda è inversam prop alla quantità di moto -> possiamo avere risoluzioni del nanometro

Qui le lenti sono dei magneti e le immagini vengono percepite con le solite leggi dell'ottica geometrica: gli e^- si comportano come dei raggi e vengono deviati grazie ai magneti.

Si parla di microscopio a scansione.

Effetto legato al mondo microscopico: non possiamo sapere di una particella contemporaneamente la sua posizione e la sua quantità di moto → PRINCIPIO d'INDETERMINAZIONE (di Heisenberg)

tanto + vogliamo misurare con precisione la posizione di una particella subatomica tanto più perdiamo l'info sulla sua quantità di moto

la misura perturba il sistema. Vale anche il viceversa.

la relazione di de Broglie e il princ. d'indeterminazione sono strettamente legati

l'errore di misurazione Δx è piccolo tanto più la lungh. λ è piccola

Quando il fotone colpisce l'e^- gli cede la $\boxed{p}$ (tutta o in parte); questo ci introduce una variazione dell'errore sulla quantità di moto ed è invers prop alla relazione di de Broglie $c\Delta p \approx \frac{\hbar c}{\Delta x}$

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

l'errore non è mai $= 0$ quindi non potrò conoscere con precisione una delle 2; tanto + una diventa precisa tanto + l'altra diventa imprecisa

effetti quantistici: le energie che possono assumere le particelle non possono variare con continuità, ma con valori ben precisi

ESEMPIO: un e^- può essere confinato in un nucleo?

$L_N = 10\ \text{fm} = \Delta x$ $\quad (1\ \text{fm} = 10^{-15}\ \text{m})$ (dimensione nucleare)

qual è l'indeterminazione della quantità di moto?

$m_e c^2 = 0{,}5\ \text{MeV}$

$p^2c^2 = K^2 + \cancel{2 m_e c^2 K}$ → se $K \gg m_e c^2$

$$\Delta K \approx c\Delta p \approx \frac{\hbar c}{\Delta x}$$

$\hbar c \approx 200\ \text{MeV} \cdot \text{fm}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 43 di 144

Il modello di Bohr cerca di interpretare i livelli energetici degli atomi. Introduce delle ipotesi sulla base di dati sperimentali, legati a spettri di assorbimento e eccitazione dei gas. La teoria ondulatoria della luce è uno di questi dati, e ci permette di spiegare la difrazione; il reticolo di difrazione è uno strumento molto preciso che ci permette di misurare la lunghezza d'onda della radiazione non solo nello arco del visibile ma anche dell'invisibile. Si osserva che quando si surriscalda un gas si ha l'emissione di un caratteristico spettro a righe, dove per spettro si intende l'insieme delle lunghezze d'onda a seguito del riscaldamento. L'atomo d'idrogeno ha uno spettro a righe anche nel visibile, ha 4 righe di emissione nel visibile, quindi prendo un gas, lo metto in un tubo di vetro, se viene posta una d.d.p tra anodo e catodo, il passaggio di corrente fa sì che ci sia un'eccitazione del gas, che corrisponde all'emissione di onde elettromagnetiche a particolari lunghezze d'onda. Non abbiamo una radiazione elettromagnetica continua, ma abbiamo luce emessa a certe lunghezze d'onda. Se cambiamo gas e riempiamo il tubo di vetro con un altro gas, tipo l'elio, otteniamo altre emissioni di radiazione elettromagnetica ad altre lunghezze d'onda.

Il problema è capire perché viene emessa radiazione luminosa non solo per emissione ma anche per assorbimento a certe lunghezze d'onda. È un effetto quantistico. Gli atomi che compongono il gas assorbono l'energia da certi fotoni con certe lunghezze d'onda per altri no, vengono riflessi, e così per l'emissione. Lo spettro di emissione e assorbimento coincidono; quindi l'idrogeno emette assorbe la radiazione lumi-

se l'orbita è perfettamente circolare c'è un raggio r, che può variare con continuità e l'e^- sarà soggetto ad una forza (Fe) centripeta.
Dal p.d.v dell'elettromagnetismo questo non ha senso; un e^- stabile che ruota attorno ad una carica positiva non può esistere, perché dovrebbe convergere verso l'interno → INSTABILE

Bohr fa delle ipotesi:

1.] Assumiamo che le orbite siano circolari e che l'e^- resti legato sotto l'azione della forza coulombiana (forza centrale = che punta verso il centro)

2.] L'atomo non collassa perché certe orbite sono stabili e quando l'e^- percorre certe orbite, quindi per certi valori di raggio e velocità l'e^- non irradia e rimane stabile su quelle orbite; quindi non collasso verso l'interno come invece direbbe l'elettromagnetismo classico.
Crea un criterio, introduce una quantizzazione: sostiene che alcune orbite sono possibili altre no; quelle possibili sono caratterizzate dalla grandezza tipica del modello circolare, il momento angolare. Ogni orbita circolare è caratterizzata da un momento angolare $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ ($\vec{p}$ e $\vec{r}$ sono $\perp$)
il modulo $|\vec{L}| = r\, m_e\, v = n\hbar$
m_e → massa e^-

Le orbite permesse sono caratterizzate dal valore del mom. angolare che può assumere solo certi valori che siano multipli interi della costante di Planck

3.] Bohr guarda l'emissione e l'assorbimento di energia. La variazione di

Se la 2ª ipotesi di Bohr è vera, allora l'en. cinetica non può essere qualsiasi perché le velocità dipendono da $\hbar$

$$K = \frac{1}{2} m_e v_e^2 = \frac{n^2 \hbar^2}{2 r^2 m}$$

Faccio l'equivalenza con la legge di Newton

$$\frac{n^2 \hbar^2}{2 m r^{\cancel{2}}} = Ke \frac{e^2}{2 \cancel{r}}$$

$$\boxed{r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{m Ke e^2}}$$

→ Relazione sui raggi delle orbite che sono permessi

La dinamica Newtoniana ci dice che le orbite hanno una certa energia cinetica che dipende dal raggio, l'ipotesi di Bohr sulla quantizzazione del momento angolare afferma che solo certe orbite sono permesse cioè quelle con valore multiplo di $\hbar$ -> Otteniamo quindi una relazione legata al valore dei raggi permessi

$$r_n = n^2 a_0 \qquad a_0 = \frac{\hbar^2}{Ke m_e e^2}$$

I raggi non possono variare con continuità perché **n** è un numero intero $n = 1, 2, 3$, quindi le orbite possibili sono caratterizzate da certi raggi possibili

a_0 = raggio fondamentale di Bohr, è il raggio più piccolo possibile permesso, poiché $n \neq 0$. C'è quindi una distanza minima dell'orbita.

Gli altri raggi crescono con n^2.

Per $n = 1$ $\quad r_1 = a_0$

$n = 2$ $\quad r_2 = 4a_0$

$n = 3$ $\quad r_3 = 9a_0$

La lungh. d'onda è legata alla frequenza dalla relazione $\lambda\nu = c$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = A\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \qquad A = \frac{Ke\,e^2}{2a_0hc} = R_H \quad \text{costante di Rydberg}$$

Quindi la frequenza dipende dalla transizione dallo stato iniziale allo stato finale. n va ad etichettare il valore possibile dei livelli energetici

Bohr ottiene che A sia = alla costante di Rydberg che era stata scritta senza nessun criterio

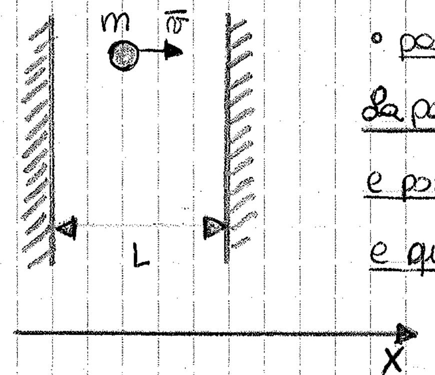
Il modello di Bohr è semi-classico però le previsioni fatte funzionano. Se si fissa $n_f = 2$ e $n_i = 3,4,5$ si ottengono dei valori delle lunghezze d'onda che sono nel visibile, misurate per lo stesso di emissione dell'atomo d'idrogeno, ma se ne ottengono anche tante altre per valori $\neq$ di n_f e n_i che non sono osservabili nel visibile

24-03-2013

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1 \qquad x \to x + dx$$

$|\psi(x)|^2$ = densità di probabilità

Assumendo le proprietà ondulatorie della materia considero il sistema formato da una particella libera confinata tra due pareti



- particella di massa m con velocità v

La particella urta le parete in modo elastico e possiamo osservare la sua energia cinetica e quantità di moto

supponiamo che la v abbia unica componente lungo l'asse x

L: lungh. della regione in cui è confinata la particella

Questa funzione d'onda deve soddisfare le condizioni al contorno sulle pareti
Dobbiamo confinare l'onda tra le due pareti; dobbiamo quindi richiedere che quando la particella sbatte contro il muro torni indietro e quindi la probabilità di andare oltre il muro deve essere $= 0$

$\psi(0) = \psi(L) = 0$ → probabilità di trovare la particella oltre il muro $= 0$

$$\begin{cases} \psi(0^-) = \psi(0^+) = 0 \\ \psi(L^-) = \psi(L^+) = 0 \end{cases}$$

condizioni al contorno per continuità (limite DX = limite SX $= 0$)

↳ la probabilità deve essere una funzione continua

Se vogliamo che $\psi(L) = 0$ dobbiamo imporre che $\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} L\right) = 0$
se fisso un certo valore di $x = L$, devo cambiare la mia lunghezza d'onda in modo tale che la funzione d'onda sia $= 0$ nel punto del muro.

$$\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} L\right) = 0 = \psi(L)$$

$$\frac{2\pi L}{\lambda} = n\pi$$

→ deve essere un multiplo intero di π

$n = 1, 2, 3, \dots$ $(n \neq 0)$ → già considerato per $x = 0$

Abbiamo un vincolo sulla lungh. d'onda $\lambda_n = \frac{2L}{n}$

La lungh. d'onda si deve aggiustare in modo che l'onda piana sia allungata

Quantità di moto → abbiamo un certo valore discreto

$$p_n = \frac{h}{\lambda_n} = \frac{h}{\frac{2L}{n}} \qquad n = 1, 2, 3$$

⇒ abbiamo solo certi valori possibili di velocità

⇒ " " " " " di energie cinetiche

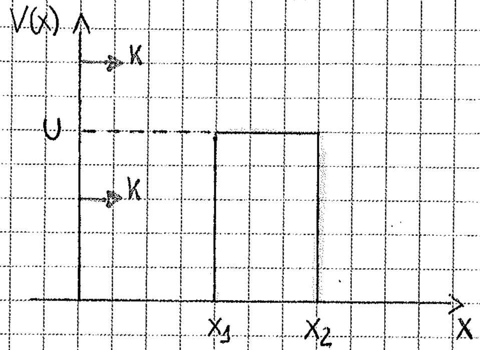
$$E_n = \frac{p_n^2}{2m} = \frac{h^2}{2mL^2} n^2$$

Bohr va a postulare degli effetti di quantizzazione sul momento

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 53 di 144

Effetto Tunnel

Considero un sistema in cui l'en potenziale è zero ovunque eccetto per una regione di lunghezza L nella quale l'en potenziale ha un valore cost U. Questa configurazione si chiama barriera di potenziale e U si chiama altezza della barriera.



Considero una particella di energia $E < U$ che incide sulla barriera di potenziale da sinistra.
Classicamente la particella viene riflessa dalla barriera.
Secondo la meccanica quantistica tutte le regioni sono accessibili dalla particella indipendentemente dalla sua energia.

La possibilità di trovare la particella nel lato opposto della barriera è detto effetto tunnel.

La probabilità che si verifichi l'effetto tunnel può essere descritta mediante un coefficiente di trasmissione T e un coefficiente di riflessione R:

Il coeff di trasmissione misura la probabilità che la particella passi dall'altra parte della barriera, e il coeff di riflessione è la probabilità che la particella venga riflessa dalla barriera.

Poiché la particella incidente è o riflessa o trasmessa, dobbiamo imporre che $T+R=1$. Un'espressione approssimata del coeff di trasmissione che si ottiene quando $T \ll 1$ è data da

$$T \approx e^{-2CL} \quad \text{dove} \quad C = \frac{\sqrt{2m(U-E)}}{\hbar}$$

Secondo la fisica quantistica T non può essere nullo, in contrasto con il punto di vista classico che richiede $T=0$. Il fatto che sperim osserviamo il fenomeno dell'effetto tunnel fornisce un'ulteriore conferma nei principi della meccanica quantistica.

$$\lambda \begin{cases} \approx \dfrac{hc}{\sqrt{2mc^2K}} & mc^2 \gg K \quad \text{regime di dinamica relativistico} \\[2ex] \approx \dfrac{hc}{K} & mc^2 \ll K \quad \text{regime ultrarelativistico} \end{cases}$$

ex

$K_\alpha \approx 5 \div 6\ \text{MeV}$

$M_\alpha c^2 \approx 4000\ \text{MeV}$

$m_e c^2 \simeq 0{,}5\ \text{MeV}$

$K_e = ?$

$\lambda\!\!\!^{-} \simeq \dfrac{\hbar c}{K} \quad (K \gg m_e c^2)$

$\simeq \dfrac{200\ \text{MeV fm}}{K_e} \approx 1 \qquad K_e \approx 200\ \text{MeV} \gg m_e c^2$

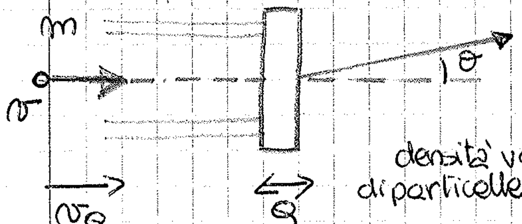
Sezione d'urto

flusso di particelle

$\Phi_a = n_a v_a \qquad n_a = \dfrac{N_a}{V} \to$ fascio di particelle

densità volumetrica di particelle

$[\Phi_a] = \left[\dfrac{1}{L^2 t}\right]$



densità volumetrica di particelle del bersaglio

spessore del bersaglio

particelle bersaglio $\leftarrow N_b = n_b A d$

SEZ. D'URTO

$R = \dot{N} = \dfrac{dN}{dt} \overset{def}{=} \Phi_a N_b \sigma$

frequenza di reaz per unità di volume

ha le dimensioni di un'area $\leftarrow$ $\boxed{\sigma = \dfrac{\dot{N}}{\Phi_a N_b}}$

$R = \dfrac{\dot{N}}{V}$

$[\sigma] = [L^2]$

$1\text{b} = 10^{-28}\ \text{m}^2$

Tale relazione si può scrivere introducendo la densità ρ_T del bersaglio:

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = I_0 \rho_T \sigma \mathrm{d}z$$

si ottiene che il numero di interazioni è:

$$\mathrm{d}n = \rho_T \sigma \mathrm{d}z I_0 \mathrm{d}t = \rho_T \sigma \mathrm{d}z N_0$$

dove N_0 è l'integrale nel tempo dell'intensità del fascio, e rappresenta il numero totale di particelle del fascio.

Sezione d'urto differenziale

Si supponga che le particelle deviate dal bersaglio vengano rivelate in un angolo solido

$$\mathrm{d}\Omega = 2\pi \sin\theta \mathrm{d}\theta$$

Le particelle diffuse nell'unità di tempo nell'angolo solido sono

$$\mathrm{d}\dot{N}_f = \dot{N}_f \mathrm{d}\Omega = \Phi N_b \mathrm{d}\sigma$$

dove l'indice f indica lo stato finale. La sezione d'urto differenziale è data da

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{\dot{N}_f}{\Phi N_b}$$

Che è il rapporto tra il numero di particelle diffuse nell'unità di tempo e la luminosità

$$\mathrm{L} = \Phi N_b$$

Lo stato finale è caratterizzato da diverse variabili; se per esempio si conosce l'impulso delle particelle del fascio incidente nello stato finale, la sezione d'urto sarà data dall'integrale sull'intervallo delle variabili nello stato finale, cioè

$$\sigma = \int_f \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}p} \mathrm{d}p'$$

Nel paragrafo precedente si è visto che

$$\mathrm{d}n(\theta) = N_0 \rho_T \mathrm{d}z \mathrm{d}\sigma$$

Tale relazione si può scrivere:

$$\mathrm{d}n(\theta)\mathrm{d}\Omega = N_0 \rho_T \mathrm{d}z \mathrm{d}\sigma \mathrm{d}\Omega$$

che, considerando un solo nucleo ed introducendo la densità del fascio $n_0 = N/S$, diventa:

$$\mathrm{d}n(\theta) = n_0 \frac{\mathrm{d}\sigma \mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}\Omega}$$

Dal momento che le particelle deflesse ad un angolo θ entro l'angolo solido $d\Omega$ sono quelle che attraversano l'anello

$$\mathrm{d}S = 2\pi b \mathrm{d}b$$

si ha che:

$$\mathrm{d}n(\theta) = n_0 \mathrm{d}S = n_0 \frac{\mathrm{d}\sigma \mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}\Omega}$$

utilizzando l'espressione esplicita dell'angolo solido si ottiene l'espressione per la sezione d'urto differenziale:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = -\frac{b \mathrm{d}b}{\sin\theta \mathrm{d}\theta}$$

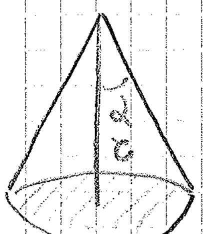
$n + {}^{235}U \rightarrow X_1 + X_2 + 2n$

$\dot{N}$ → numero di reazioni nell'unità di tempo

$$\sigma = \frac{\dot{N}}{\phi_a N_b} = \frac{\Delta N}{n_a v \Delta t N_b} = \frac{\Delta N}{n_a v_a \Delta t\, A \frac{N_b}{A}} = \frac{\Delta N}{N_a \frac{N_b}{A}}$$

Sezione d'urto differenziale

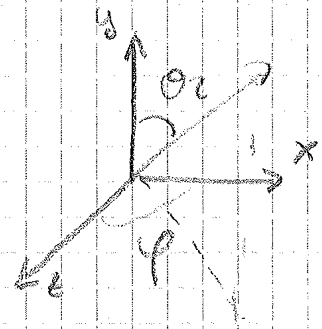
$$\sigma = \frac{\dot{N}}{\phi_a N_b}$$



angolo solido

$$\Delta\Omega = \frac{A}{r^2}$$

$$\frac{d\sigma(\theta,\varphi)}{d\Omega}$$



$$\sigma_{TOT} = \int \frac{d\sigma(\theta,\varphi)}{d\Omega}\, d\Omega$$

Sezione d'urto Rutherford

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{z_1 z_2 e^2}{r^2} \vec{u}_r = m\vec{a}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 61 di 144

$$Ke \frac{z_1 z_2 e^2}{m v b} \cancel{2} \cos\frac{\theta}{2} = \cancel{2} v \sin\frac{\theta}{2}$$ → ottengo la relazione che stavo cercando

$$b = Ke \frac{z_1 z_2 e^2}{\frac{2}{2} m v^2} ctg\left(\frac{\theta}{2}\right) =$$

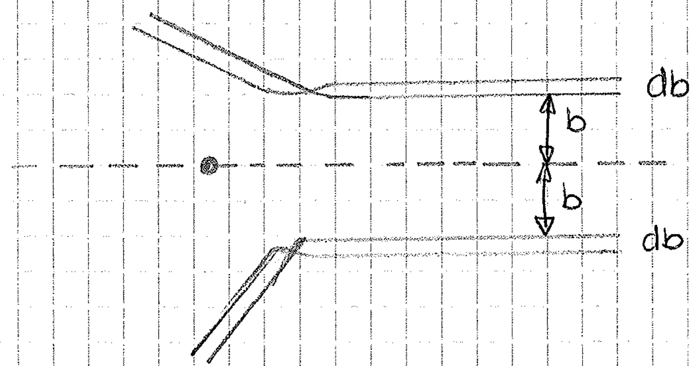
a: coeff

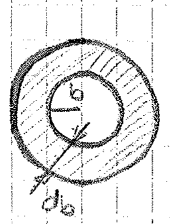
$$= \frac{1}{2} Ke \frac{z_1 z_2 e^2}{K} ctg\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

K → energia cinetica della particella incidente

$$\boxed{b = \frac{a}{2} ctg\frac{\theta}{2}}$$

$^{208}_{82}Pb \rightarrow z_2 = 82$, $b = 11{,}3$ fm → particella α





$$\pi(b+db)^2 - \pi b^2 = \pi(\cancel{b^2} + 2bdb + \underbrace{db^2}_{\text{trascurabile}}) - \cancel{\pi b^2} = 2\pi b db$$

la variazione di superficie

$$2\pi\, db\, b = 2\pi \frac{a}{2} cotg\frac{\theta}{2} \cdot \frac{a}{2}\frac{1}{2} \frac{1}{\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} d\theta$$

$$|db| = \frac{db}{d\theta} d\theta$$

$$= \frac{a}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{\sin^2\frac{\theta}{2}} d\theta$$

$$\frac{d}{d\theta} = \frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}} = -\frac{1}{\sin^2\frac{\theta}{2}}\frac{1}{2}$$

Abbiamo ottenuto la relazione

$$b = \frac{a}{2} \operatorname{cotg}\left(\frac{\theta}{2}\right) \qquad a = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{z_1 z_2 e^2}{K}$$

dove $K = \frac{1}{2} m v^2$

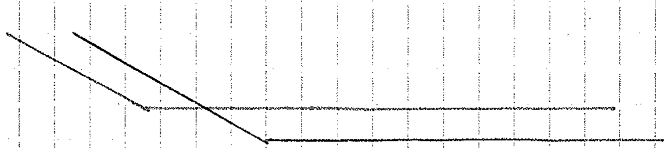
3 approssimazioni:

1] Interazione singola di una particella con un nucleo (foglio sottile)

2] Interazione coulombiana

3] Considero elementi pesanti ($z_2 e$)

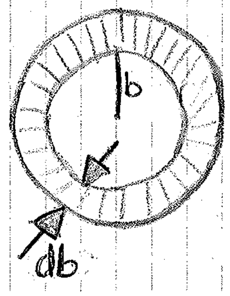
Al variare di b ho una certa deflessione dell'angolo solido



La variazione di $d\theta$ si ripercuote in una variazione di angolo solido

All'aumentare di b, θ diminuisce

Quanto vale la superficie tratteggiata?



$$\pi(b+db)^2 - \pi b^2 \simeq 2\pi b\, db$$

$$a = \left[\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{z_1 z_2 e^2}{K}\right]$$ ha le dimensioni di una lunghezza

$$\frac{2\pi b\, db}{A} = \frac{2\pi}{A} \frac{a}{2} \operatorname{cotg}\frac{\theta}{2} \left| -\frac{a}{2} \frac{1}{\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \frac{1}{2} \right| d\theta = \frac{2\pi}{A} \frac{a^2}{8} \frac{\cos\theta/2}{\sin^3\frac{\theta}{2}} d\theta = (*)$$

$db = \left|\frac{db}{d\theta} d\theta\right|$ -> prendo il valore assoluto perché ad un incremento di b corrisponde un decremento di θ

È un'interazione coulombiana a distanza tra cariche di segno = o opposto. La sezione d'urto dipende da K, z_1, z_2 e l'angolo θ; questo è il caso di una sezione d'urto NON ISOTOPA

I dati sperimentali mostrano che da un certo punto in poi il grafico si discosta dalla sezione d'urto differenziale.

$$\frac{\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{EXP}}{\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{R}}$$

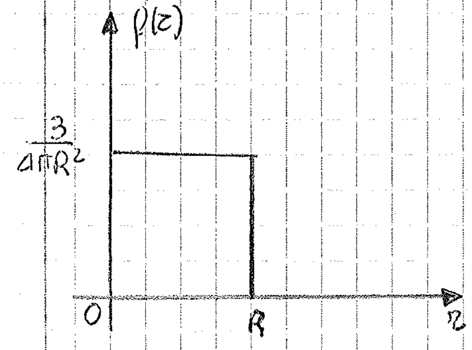
$\rho(r) = ze\, f(r)$ ...... dipende dalla distribuzione di carica

Se la carica è puntiforme $f_r = \delta(r)$

$$\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{EXP} = \left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{RUTH} |F(\theta, K)|^2$$

→ FATTORE di FORMA: fattore correttivo; corregge la variazione della sezione d'urto sperimentale rispetto a quella di Rutherford che abbiamo calcolato.

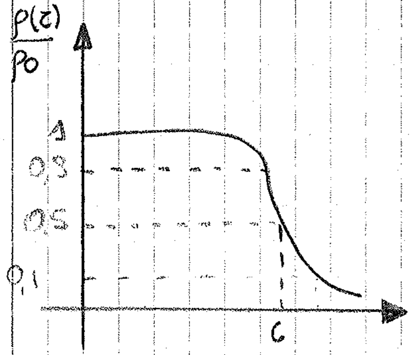
$$F(\theta, K) = \int f(r)\, e^{i\vec{q}\vec{r}}\, dr^3 \qquad q = 2 p_e \sin\frac{\theta}{2}$$



$$f(r) = \begin{cases} \frac{3}{4\pi R^3} & r \le R \\ 0 & r > R \end{cases}$$

$$\int f(r)\, d^3r = 1 = 4\pi \int_0^R r^2\, dr = \frac{4}{3}\pi R^3 f(R) = 1$$

01/04/2014



$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{r-c}{a}}}$$

Con esponente ad alta energia posso sfondare la regione del nucleo che costituisce la massa dell'atomo.

È caratterizzato da un raggio $R = r_0 A^{1/3}$. Il nucleo ha un profilo di densità di carica uniforme all'interno e poi decresce all'esterno (parametro A)

Per i nuclei centrali $\rho_0 = cost$
$a = cost$

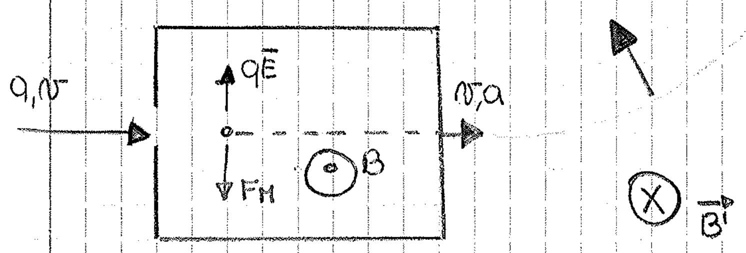
Si identifica il raggio del nucleo come se fosse una sfera. La carica dentro il nucleo ha una dimensione finita.

Com'è fatta la struttura del nucleo? Il nucleo è fatto da cariche positive?

La somma di e^- deve essere uguale alla somma delle cariche positive.

Bisogna fare una misura di massa degli elementi con lo spettrometro di massa. Una carica elettrica viene deviata da una forza elettrica ($q\vec{E}$) e una forza magnetica ($q\vec{v} \times B$). Sfrutto questa proprietà per calcolare la massa dei nuclei o degli atomi ionizzati.

PROCEDIMENTO: ho una sorgente di ioni, questi vengono accelerati da una d.d.p che dà loro una certa velocità, questa viene rilevata da un selezionatore di velocità.



Il numero di massa è diverso dal numero di carica.

$m_e c^2 = 0{,}5\ MeV$

$Q = +Ae - (A-Z)e = +Ze$

ex:

$^{37}_{17}Cl \begin{cases} 37 \text{ protoni} \\ 20 \text{ elettroni} \end{cases}$ -> il neutrone non si conosceva ancora

$\Delta x \Delta p \sim \hbar$

se $\Delta x \sim 10\ fm$

$\Delta p\, c \sim \frac{\hbar c}{\Delta x} \approx 10 \div 20\ MeV \qquad m_e c^2 = 0{,}5\ MeV$

Si scopre poiché $\exists$ degli oggetti neutri

$^{4}_{2}\alpha + {}^{9}_{4}Be \rightarrow {}^{12}_{6}C + n$

NEUTRONE -> la massa del neutrone è difficile da misurare però sappiamo che $M_n \approx M_p$

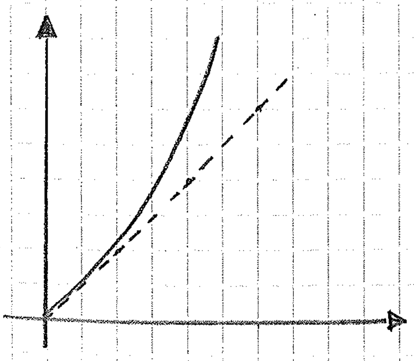
$A, M_n \approx AM_p \approx AM_n$

$Q_N = +Ze \quad , \quad (Z = N_p)$

$A - Z = N$

$A = Z + N$

$Z \approx N \approx \frac{A}{2}$ -> per nuclei medi-leggeri



l'interazione coulombiana è meno forte della forza attrattiva tra protoni ed elettroni. La distribuzione di carica è assimilabile alla distribuzione di massa con una densità centrale di carica costante. Questo fa sì che il volume è prop. ad A $\rho_0 = cost \Rightarrow V \propto A$

Le forze nucleari sono a corto raggio d'azione (1÷2 fm)

Energia di legame

caratt delle forze nucleari.

Possiamo misurare le masse atomiche -> estrapoliamo masse nucleari -> ricaviamo l'energia di legame basato sul principio di equilibrio tra massa ed energia. Ad una certa massa corrisponde una certa en di riposo che può essere convertita in altri stati ≠ da quello iniziale

$$M_N(A,Z) \neq N\, M_n + Z\, M_p$$

massa neutrone; massa protoni

Il valore della massa totale è diverso da quello della somma delle singole masse di Z e N perché c'è l'energia di legame risultante della forza attrattiva netta; ci dice quanto sono legati

$$\frac{B.E}{c^2} = M_N(Z,A) - (N M_n + Z M_p)$$

è una quantità negativa perché essendo la forza attrattiva, diminuisce la massa totale del nucleo

Questa grandezza può essere misurata se conosciamo la massa atomica.

$$= \boxed{M_A(A,Z) - (N M_p + Z M_p + Z m_e)}$$

Si sarebbe dovuto conteggiare oltre alla massa a riposo, il fatto che gli e⁻ sono liberi. Quindi dovrei togliere l'energia di legame degli elettroni, ma è una quantità piccola.

indica che c'è un'energia attrattiva

$$\Delta p = \begin{cases} -\delta & A = \text{PARI} \quad N = \text{PARI},\ Z = \text{PARI} \\ 0 & A = \text{DISP} \\ \delta & A = \text{PARI} \quad N = \text{DISPARI},\ Z = \text{DISPAR} \end{cases}$$

Fissione nucleare

$$n + {}^{235}_{92}\mu_{143} \rightarrow {}^{140}_{54}Xe_{86} + {}^{94}_{38}Sc_{56} + 2n$$

$$\hookrightarrow {}^{236}_{92}\mu_{144}$$

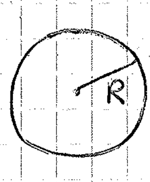
$${}^{238}_{92}\mu_{146} + n$$

$$Q = [M\mu + Mn - MXe - MSc - 2Mn]c^2 = KXe + KSc + Kn_1 + Kn_2 - \overset{\approx 0}{Kni} > 0$$

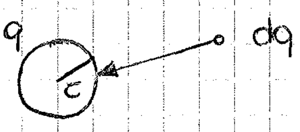
$$|B.E|_{Xe} + |B.E|_{Sc} - |B.E|_{\mu} = Be|_{\mu} - Be|_{Xe} - Be|_{Sc}$$

$$[54Mp + 86Mn - M_N(Xe)]c^2 + [38Mp + 56Mp - M_N(Sc)]c^2 -$$
$$[92Mp + 143Mp - M_N(\mu)]c^2 =$$

$$\mu = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$$



$Q = ze$



$$d\mu = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\,dq}{r}$$

$$\mu = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^Q \frac{q\,dq}{r}$$

$r(q) = ?$, $q(r) = ?$

$\rho_0 = \text{cost}$

Esempi

$^{197}_{79}Au \qquad \frac{Z}{A} \approx 0{,}4$

$^{208}_{82}Pb \qquad \frac{Z}{A} = 0{,}394$

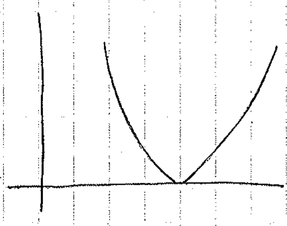
$A = 140 \Rightarrow Z_m = 57{,}8$

FISSIONE NUCLEARE

$n + {}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{140}_{64}Xe + {}_{34}Sr + 2n$ Fissione uranio si libera energia

$\frac{Z}{A}\Big|_{Xe} = 0{,}386 \qquad \frac{Z}{A}\Big|_{U} = 0{,}391 \qquad \frac{Z}{A}\Big|_{Sr} = 0{,}404$

$^{140}_{58}Ce$



REAZIONI NUCLEARI

In una reazione nucleare deve essere conservata l'energia, la quantità di moto, il numero di protoni e il numero atomico. $a + X \rightarrow Y + b$

Definiamo Q. $Q = (M_a + M_X - M_Y - M_b)c^2$

Se Q>0 la reazione avviene spontaneamente e si libera energia => reazione esotermica.

$Q = [\sum_x M_x^{(\alpha)} - \sum_x M_\beta^{(B)}]c^2$

Se Q<0 la reazione rappresenta un aumento dell'energia a riposo e può avvenire solo se la particella proiettile "a" ha un'energia cinetica maggiore di $|Q|$ -> reaz endotermica

$e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma \quad Q>0 \quad 2m_ec^2 \rightarrow 0$ ES. reaz esotermica

$\gamma_1 + \gamma_2 \rightarrow e^+ + e^- \quad Q<0 \quad 0 \rightarrow 2m_ec^2 \quad E_\gamma = h\nu \geq m_ec^2$ endotermica

Decadimenti radioattivi 14/04/2014

α) ${}^{A}_{Z}X' \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}X + \alpha \rightsquigarrow {}^{4}_{2}He$

β^-) ${}^{A}_{Z}y' \rightarrow {}^{A}_{Z+1}y + e^- + \bar{\nu}_e$

β^+) ${}^{A}_{Z}y' \rightarrow {}^{A}_{Z-1}y + e^+ + \nu_e$

ε) $e^- + {}^{A}_{Z}y' \rightarrow {}^{A}_{Z-1}y + \nu_e$

γ) $X^* \rightarrow X + \gamma$

Tre tipi di decadimenti: sono decadimenti spontanei perché $Q > 0$, $Q_\alpha = K_X + K_\alpha$

- α -> coinvolge elementi medi-pesanti (2 protoni e neutroni escono da quello di partenza per formarne uno nuovo He)
l'energia viene liberata sotto forma di en cinetica
- β -> $\neq$ da α Abbiamo la formazione di stati che non hanno niente a che fare con quelli di partenza
- γ -> derivano da decadim. α e β quando i nuclei "figli" vengono prodotti in uno stato eccitato. Questi tornano ad uno stato non eccitato emettendo radiazioni γ

Un campione radioattivo può decadere in modi $\neq$ ($\alpha, \beta, ..$)
Gli oggetti creati ($e^+ e^-$) si comportano in modo ondulatorio e possono essere carichi o neutri

La materia si trasforma in una situazione più stabile con un'en di legame >

Il numero di nuclei radioattivi $N(t)$ non sono costanti, ma cambiano perché decadono nell'unità di tempo. Posso ricavare la frequenza con la quale i nuclei di partenza si trasformano. Un campione di nuclei radioattivi diminuisce nell'unità di tempo ed è prop al n° di nuclei che decadono nell'unità di tempo $\boxed{-\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(t)}$

λ = cost LEGGE STATISTICA dei DECADIMENTI RADIOATTIVI

La rapidità di decadimento è legata alla quantità di nuclei che decadono, più ci sono nuclei, più rapidamente decadono. Questo è stato osservato dal p.d.v. sperimentale

Considero il campione radioattivo allo stato iniziale $t=0$, $N(0)=0$ e integro l'equazione

$$\int_{N_0}^{N(t)} \frac{dN'(t)}{N(t)} = -\lambda \int_0^t dt' \rightarrow \ln\left[\frac{N(t)}{N_0}\right] = -\lambda t \rightarrow$$

$$\left|\frac{dN}{dt}\right| = +N_0 \lambda e^{-\lambda t}$$

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Noto una di queste 3 grandezze (λ, $T_{1/2}$, τ) possiamo identificare il decadimento

La grandezza fondamentale è $\boxed{\text{l'attività}}$ $\boxed{\mathcal{A}(t) = \lambda N(t)} = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$

frequenza di decadimento

decade con una legge esponenziale

N° di nuclei che decadono nell'unità di tempo

Istante per istante conteggio questa funzione

All'istante $t=0$, $N(0) = N_0$ e l'attività iniziale sarà $A(0) = \lambda N_0 = A_0$

Il bequerel (Bq) è l'unità di misura dell'attività

$$^{226}Ra \rightarrow {}^{222}Rn + \alpha$$

1 curie (Ci) $= 3{,}7 \cdot 10^{10}$ Bq -> circa l'attività di un gr di Ra

Per tutti i decadimenti ci sono un nucleo padre e un nucleo figlio. Spesso però i decad. avvengono attraverso una catena di decadimenti radioattivi

ex. Uranio 238

È utile produrre elem. radioattivi ††† dal p.d.v della medicina nucleare

EX: produz. di sostanze radioattive con acceleratori di particelle attraverso reazioni nucleari

Voglio produrre ^{36}Cl ($T_{1/2} = 3 \cdot 10^5 y$)

1g, $NiCl_2$ (peso molecolare = 129,6)

$$n + {}^{35}Cl \rightarrow {}^{36}Cl + \gamma$$

$$\phi_n = 10^{14}\ m^{-2} s^{-1}$$

flusso di neutroni

$\sigma = 43{,}6$ b

78,5% del $Cl|_{NAT}$ $\rightarrow {}^{35}Cl$

Determina un intervallo di tempo $\Delta t / \mathcal{A} = 3 \cdot 10^5$ Bq

$\simeq R\lambda\Delta T$

$$\Delta T \approx \frac{A(\Delta T)}{\lambda R} = 1{,}54 \text{ d (giorni)}$$

DECADIMENTO α

$${}^{A}_{Z}X' \to {}^{A-4}_{Z-2}X + {}^{4}_{2}\alpha$$

$A > 150$

$\boxed{Q>0}$, $Q \approx 4 \div 5$ MeV

E) $M_{X'}c^2 = M_X c^2 + K_X + M_\alpha c^2 + K_\alpha$

$\vec{P}$) $0 = \vec{P}_X + \vec{P}_\alpha \to \vec{P}_\alpha = -\vec{P}_X$, $|\vec{P}_\alpha| = |\vec{P}_X|$

$\boxed{Q = K_X + K_\alpha}$ regime NON RELATIVISTICO $K = \frac{p^2}{2m}$

$\boxed{M_\alpha c^2 \gg K_\alpha}$, $\boxed{M_X c^2 \gg K_X}$ $\boxed{Q = \frac{P_\alpha^2}{2M_\alpha} + \frac{P_X^2}{2M_X}} =$

Esprimo la conserv. dell'energia in modo non relativistico

$$\boxed{Q = (M_{X'} - M_X - M_\alpha)c^2 = K_\alpha + K_X}$$

$$= \frac{P_\alpha^2}{2M_\alpha}\left[1 + \frac{M_\alpha}{M_X}\right] = K_\alpha\left[1 + \frac{M_\alpha}{M_X}\right]$$

supponendo di conoscere le masse, conosciamo $\boxed{Q}$ -> ricavo l'en. cinetica

$$\boxed{K_\alpha = \frac{Q}{1 + \frac{M_\alpha}{M_X}}}$$

$$\frac{M_\alpha}{M_X} \simeq \frac{4}{A-4} \ll 1$$

fattore correttivo

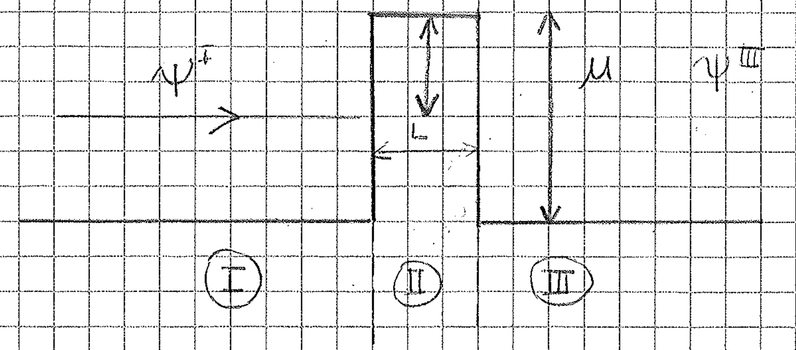
$$K_\alpha = Q\left(1 + \frac{M_\alpha}{M_X}\right)^{-1} \simeq Q\left(1 - \frac{M_\alpha}{M_X}\right)$$

$$K_X = Q - K_\alpha$$

A fissato Q, l'energia cinetica è la stessa

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 83 di 144

barriera di potenziale



C'è la possibilità di oltrepassare la barriera anche se l'energia cinetica è < dell'energia di potenziale

$$\left|\frac{\psi^{III}}{\psi^{I}}\right|^2 = T$$ → probabilità di attraversamento di una barriera rettangolare

$$\boxed{T = e^{-2CL}}$$ → vale per una barriera rettangolare
coefficiente di trasmissione

$$\boxed{C = \sqrt{\frac{2M_\alpha(\mu - K_\alpha)}{\hbar^2}}}$$ legato all'energia cinetica e all'altezza della barriera

Suddivido l'attraversamento della barriera reale non rettangolare con barriere rettangolari ®
Se scompongo il potenz. coulomb in tante barriere avrò per la prima barriera che la particella incontra $T = e^{-2C_1L_1}$. Poi l'altezza della seconda barriera si abbassa e abbiamo $T = e^{-2C_2L_2}$.
Abbiamo quindi che la probabilità di attraversamento totale sarà

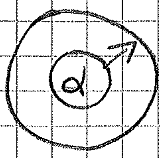
$$T = e^{-2C_1L_1} \cdot e^{-2C_2L_2} \cdots e^{-2C_NL_N} = e^{-2\sum_{i=1}^{N} C_iL_i}$$

Devo suddividere la barriera in tante barriere infinitesime dove $N \to \infty$ e $L \to \infty$.

$$T = e^{-2G} \qquad (G = \text{GAMOV})$$

$$G = \frac{1}{\hbar}\int_R^{r_c} \sqrt{2M_\alpha(\mu(r) - K_\alpha)}\, dr$$

r_c: punto di intersezione tra l'energia cinetica della particella e il potenziale coulombiano. r_c è definito tale che $K_\alpha = \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_c} \to r_c = \frac{2(Z-2)e^2}{K_\alpha\, 4\pi\varepsilon_0}$ R_C



λ è una grandezza strettamente legata a $T = e^{-2G}$

Essendo $T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda} \propto e^{2G}$

del nucleo padre

$$\ln T_{\frac{1}{2}} = a + b \frac{Z}{\sqrt{K_\alpha}}$$

→ la dipendenza dell'en cinetica è esplicitata

Se si prendono ≠ isotopi radioattivi con stesso Z seguono una legge di questo tipo: <u>LEGGE di GEIGER-NUTTAL (1911)</u> → conseguenza dell'effetto TUNNEL dimostrato nel 1928 da GAMOW

<u>Una piccola variazione di K_α crea cambiamenti enormi di tempi di stabilità e dimezzamento.</u>

<u>Il dec α emette sempre alla stessa energia</u>

$$\boxed{K_\alpha = \frac{Q}{1 + \frac{M_\alpha}{M_X}}}$$

Il dec α può essere sfruttato per alimentare circuiti elettrici? ES

Ci sarebbe sempre una potenza assicurata dell'unità di tempo

Suppongo di prendere un nucleo che decade: ${}^{238}_{94}Pu$ (isotopo instab. del Plutonio)

con $T_{1/2} = 87\ y$, $K_\alpha = 5{,}6\ MeV$

Il ${}^{238}_{94}Pu$ deve essere prodotto artificialmente: $n + {}^{237}_{93}Np \rightarrow {}^{238}_{94}Pu + e^- + \bar{\nu}_e$

$${}^{238}_{94}Pu \rightarrow {}^{234}_{92}U + \alpha$$

Prendo un gr di ${}^{238}Pu$, <u>qual è la potenza fornita?</u>

$$A = \lambda N = \frac{\overset{\ln 2}{0{,}693}}{T_{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{N_A}{\underset{\frac{gr}{mol}}{238}} = 6 \cdot 10^{11} \frac{dec}{s} \ (1g)$$

$\frac{1}{gr}$

POTENZA

$$P = 6 \cdot 10^{11} \frac{dec}{sec} \cdot \underset{\text{energia}}{5{,}6 \cdot 10^{6} eV} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \frac{J}{eV} = 0{,}6\ W$$

Determino l'età del pianeta stesso $t=?$

$$N_{205}(t) = N_0^{(204)} e^{-\lambda t} \qquad \text{dove} \quad \tau_{205} = \frac{1}{\lambda_{205}}$$

$$\frac{N_{205}^{(t)}}{N_{204}^{(t)}} = e^{-\lambda_{205} t}$$

$$\frac{N_{205}}{N_{204}} = e^{-\frac{t}{\tau_{205}}} = 2 \cdot 10^{-7}$$

$$t = \tau_{205} \ln \frac{N_{204}}{N_{205}} = 2{,}4 \cdot 10^{8}\, y$$

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \qquad Q>0$$

$\tau = 10{,}4$ min (a riposo)

$K_n = 0{,}04$ eV

Quanti neutroni decadono prima di attraversare una distanza di 10 km?

$\Delta L = 10$ km

approssimazione non relativistica $K = \frac{1}{2} M v^2$

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda \Delta t} = 0{,}9960$$

$$\Delta t = \frac{\Delta L}{v} = \frac{\Delta L}{\sqrt{\frac{2K}{M_n}}} = 3.61 \text{ sec}$$

$$1 - \frac{N}{N_0} = 0{,}004 \rightarrow 0{,}4\,\%$$

Decadimenti β

28/04/2014

Decadimento β^-

$${}^{A}_{Z}X' \rightarrow {}^{A}_{Z+1}X + e^- + \bar{\nu}_e$$

$\bar{\nu}_e$ → antiparticella del neutrino

→ elemento leggero con probabilità di interazione molto piccola oggetto neutro

Decadimento β^+

$${}^{A}_{Z}X' \rightarrow {}^{A}_{Z-1}X + e^+ + \nu_e$$

e^+ → positrone

Decadimento ε: detto cattura elettronica poiché un e^- viene catturato

$$e^- + {}^{A}_{Z}X' \rightarrow {}^{A}_{Z-1}X + \nu_e$$

Gli ultimi 2 sono collegati e complementari

Deve esistere un terzo corpo per definire la conservazione dell'energia cinetica poiché l'en. cinetica dell'e^- non è costante

Se voglio sapere a quale elemento corrisponde l'en cinetica max ⊛

$K_e|_{max} \rightarrow K_\nu \approx 0$

da $K_e|_{max}$ deve corrispondere al Q della reazione

$\boxed{K_e|_{max} \simeq Q}$ → ottengo una stima di quanto sia m_ν, la massa del neutrino

Noi sappiamo che il neutrino ha una massa trascurabile persino rispetto a quella dell'elettrone

N.B. l'en cinetica del protone K_p è trascurabile poiché la massa è molto grande rispetto all'elettrone e al neutrino

la sezione d'urto d'interazione con la materia (probabilità che il neutrino interagisca)

$\sigma \simeq 10^{-19}\ b = 10^{-43}\ cm^2$ $\qquad \bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$

↳ sezione d'urto di cattura

ex: quanta materia il neutrino attraversa prima d'interagire?

□ → $10^{24}\ \frac{N_p}{cm^3}$ (densità di particelle)

$$\underbrace{10^{-43}\ cm^2}_{\text{sezione d'urto}}\ \underbrace{10^{24}\ \frac{N_p}{cm^3}}_{\text{densità}} = \underbrace{\frac{10^{-19}}{cm}}_{\text{probabilità d'interazione}}$$

$LV = 10^{19}\ cm$

↓

un $\bar{\nu}_e$ deve percorrere questa distanza prima d'interagire

All'interno del nucleo

β^-) dalle tabelle $1u \rightarrow 931\ \frac{MeV}{c^2}$

$$Q = \left[M'_N({}^{A}_{Z}X') - M_N({}^{A}_{Z+1}X) - m_e\right]c^2 = \qquad (m_\nu = 0)$$

$$= \left\{M_A({}^{A}_{Z}X') - Z\cancel{m_e} - \left[M_N({}^{A}_{Z+1}X) - \cancel{(Z+1)}\,m_e\right] - \cancel{m_e}\right\}c^2 =$$

Formula di Weizsäcker

In fisica nucleare e subnucleare, la **formula di Weizsäcker**, anche nota come **formula semiempirica della massa** o **formula di Bethe-Weizsäcker** (spesso abbreviata in **SEMF**, dall'inglese *semi-empirical mass formula*), è una formula usata per approssimare la massa ed alcune altre proprietà del nucleo atomico.

Come suggerito dal nome, la formula è parzialmente basata su prove sperimentali, mentre il contributo teorico è dato dal **modello a goccia di liquido** dell'atomo (in inglese *liquid drop model*). La prima formulazione è dovuta al fisico tedesco Carl Friedrich von Weizsäcker, ed a parte piccole modifiche al valore dei coefficienti, l'espressione è rimasta la stessa fino ad oggi.

La formula

Sia A il numero di nucleoni, Z il numero di protoni ed N il numero di neutroni. La massa di un nucleo atomico è data da:

$$m = Zm_p + Nm_n - \frac{E_B}{c^2}$$

dove m_p ed m_n sono le masse a riposo di protone e neutrone, ed E_B è l'energia di legame del nucleo.

La formula semiempirica afferma che l'energia di legame sia data da:

$$E_B = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_A \frac{(A-2Z)^2}{A} + \delta(A,Z)$$

Termine di volume

Il primo termine $a_V A$ è conosciuto come *termine di volume*, ed è proporzionale al volume del nucleo: esso non dipende da Z ed è dovuto all'interazione nucleare forte agente sui nucleoni. Tale proporzionalità è dovuta al fatto che l'interazione forte ha un piccolo raggio d'azione, ed un singolo nucleone interagisce significativamente solo con i nucleoni vicini. Se così non fosse, cioè il raggio d'azione fosse maggiore, essendo le coppie di nucleoni tra le quali agisce tale forza $A(A-1)/2$, tale termine sarebbe proporzionale ad A^2.

Il coefficiente a_V è più piccolo dell'energia di legame tra i nucleoni E_b che è dell'ordine di 40 MeV, questo perché l'energia cinetica è direttamente proporzionale al numero di nucleoni nel nucleo, a causa del principio di esclusione di Pauli: se si considera un nucleo, composto in ugual numero di protoni e neutroni, assumedo il modello di Fermi in cui l'energia cinetica totale è $3/5A\varepsilon_F$, con ε_F l'energia di Fermi di circa 38 MeV, il valore aspettato di a_V è:

$$E_b - \frac{3}{5}\varepsilon_F \sim 17 \text{ MeV}$$

che è vicino al valore misurato.

Termine asimmetrico

Il termine

$$a_A \frac{(A-2Z)^2}{A}$$

è conosciuto come *termine asimmetrico*. Il principio di esclusione di Pauli afferma che uno stato quantico non può essere occupato da più di due fermioni; ad un dato livello energetico, inoltre, c'è un finito numero di stati quantici disponibili per le particelle: ciò implica che se aggiungiamo particelle ad un nucleo, esse occuperanno livelli energetici sempre più alti, incrementando l'energia totale del nucleo e facendo diminuire, dopo un certo valore di A, l'energia di legame.

Protoni e neutroni, essendo tipi diversi di particelle, occupano stati quantici differenti, che intuitivamente possono essere visti come due recipienti, uno per i protoni e l'altro per i neutroni: ad esempio, se ci sono molti più neutroni che protoni, alcuni dei neutroni occuperanno, nel loro recipiente, un livello energetico più alto dei protoni. Se si potessero trasformare alcuni neutroni in eccesso in protoni, trasferendoli quindi nel recipiente di questi ultimi, l'energia diminuirebbe significativamente. Lo squilibrio tra i numeri dei due tipi di nucleoni causa quindi un eccesso di energia, e questo sta alla base del termine asimmetrico.

Usando il modello di fermi, l'energia cinetica totale è

$$E_k = \frac{3}{5}(N_p \varepsilon_{Fp} + N_n \varepsilon_{Fn})$$

dove N_p ed N_n sono il numero di protoni e neutroni, mentre ε_{Fp} ed ε_{Fn} sono le loro energie di Fermi. Dal momento che tali energie sono proporzionali a $N_p{}^{2/3}$ e $N_n{}^{2/3}$, allora:

$$E_k = C(N_p^{5/3} + N_n^{5/3})$$

con C costante. Lo sviluppo della differenza $N_n - N_p$ è:

$$E_k = \frac{C}{2^{2/3}}\left((N_p + N_n)^{5/3} + \frac{5}{9}\frac{(N_n - N_p)^2}{(N_p + N_n)^{1/3}}\right) + O((N_n - N_p)^2)$$

Al primo ordine dell'espansione l'energia cinetica è l'energia di Fermi $\varepsilon_F \equiv \varepsilon_{Fp} = \varepsilon_{Fn}$ moltiplicata per $\frac{3}{5}(N_p + N_n)^{2/3}$.

Si ottiene così:

$$E_k = \frac{3}{5}\varepsilon_F(N_p + N_n)^{2/3} + \frac{1}{3}\varepsilon_F\frac{(N_n - N_p)^2}{(N_p + N_n)} + O((N_n - N_p)^4) = \frac{3}{5}\varepsilon_F A^{2/3} + \frac{1}{3}\varepsilon_F\frac{(A-2Z)^2}{A} + O((A-2Z)^4)$$

Il primo termine contribuisce al termine di volume precedentemente descritto, il secondo termine è l'oposto del termine asimmetrico. ε_F è 38 MeV, così, calcolando a_A dalla precedente, si ottiene solo metà del valore misurato. La discrepanza tra i due valori è dovuta al fatto che i nucleoni non sono distribuiti uniformemente su tutto il nucleo, ma le loro funzioni d'onda si sovrappongono fornendo un'elevata energia di legame, e ciò porta protoni e neutroni ad avere gli stessi numeri quantici (oltre allo spin), incrementando l'intensità dell'asimmetria fra loro.

Collegamenti esterni

- Nuclear liquid drop model (http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/nuclear/liqdrop.html)
- The semi-empirical mass formula (http://www.phy.uct.ac.za/courses/phy300w/np/ch1/node22.html)
- Liquid drop model (http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/nuclear/liqdrop.html) in the hyperphysics (http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/HBASE/hframe.html) online reference at Georgia State University.
- Liquid drop model with parameter fit (http://www.phys.jyu.fi/research/gamma/publications/akthesis/node4.html) from *First Observations of Excited States in the Neutron Deficient Nuclei* $^{160,161}W$ *and* ^{159}Ta, Alex Keenan, PhD thesis, University of Liverpool, 1999 (HTML version (http://www.phys.jyu.fi/research/gamma/publications/akthesis/thesis.html)).

Portale Chimica **Portale Meccanica quantistica**