



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1100

DATA: 16/09/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Lacirignola

MATERIA: Passive Optical Components

Prof. Orta

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

1.1 EQUAZIONI DI MAXWELL

$$\begin{cases} \nabla \times \underline{E}(\underline{r}, t) = -\frac{\partial \underline{B}(\underline{r}, t)}{\partial t} - \underline{M}(\underline{r}, t) \\ \nabla \times \underline{H}(\underline{r}, t) = \frac{\partial \underline{D}(\underline{r}, t)}{\partial t} + \underline{J}(\underline{r}, t) \end{cases} \quad (1)$$

Principio di dualità:

$$\underline{E} \leftrightarrow \underline{H}$$

$$\underline{B} \leftrightarrow -\underline{D}$$

$$\underline{J} \leftrightarrow -\underline{M}$$

Equazione di continuità:

$$\nabla \cdot \underline{J}(\underline{r}, t) + \frac{\partial \rho(\underline{r}, t)}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

Sommando (1) e (2) si ottengono le equazioni della divergenza:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \underline{B}(\underline{r}, t) = 0 \\ \nabla \cdot \underline{D} = \rho(\underline{r}, t) \end{cases}$$

1.2 FASORI

Le variabili del campo possono avere dipendenza dal tempo e una importanza di regime tempo armonico. (alla freq. ω_0)

$$\underline{E}(\underline{r}, t) = \text{Re} \{ \underline{E}(\underline{r}) e^{j\omega_0 t} \}$$

↳ fasore

$$\text{Ph} \left\{ \frac{d\underline{E}}{dt} \right\} = j\omega_0 \underline{E}$$

Quindi, le equazioni di Maxwell diventano con i fasori:

$$\begin{cases} \nabla \times \underline{E}(\underline{r}) = -j\omega_0 \underline{B}(\underline{r}) - \underline{M}(\underline{r}) \\ \nabla \times \underline{H}(\underline{r}) = j\omega_0 \underline{D}(\underline{r}) + \underline{J}(\underline{r}) \end{cases}$$

NB: queste valgono ad una sola frequenza!

Se la dipendenza del tempo è di tipo generale, ricorro alla trasformata di Fourier:

$$\underline{E}(\underline{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{E}(\underline{r}, \omega) e^{j\omega t} d\omega \quad [\text{Hz}]$$

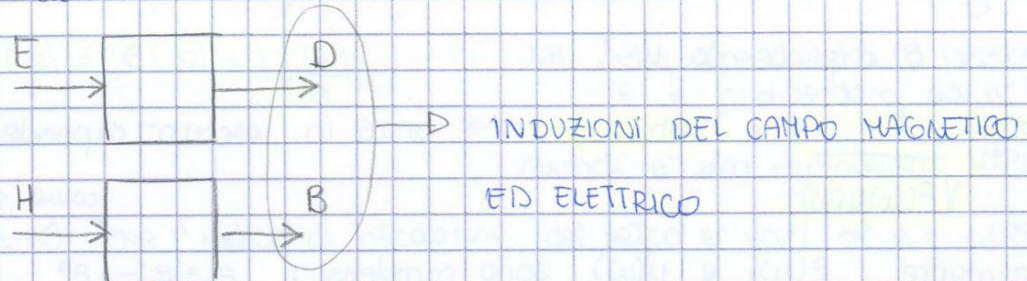
↳ densità spettrale di campo elettrico $\left[\frac{\text{V/m}}{\text{Hz}} \right]$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow j\omega$$

↳ NEI FASORI INVECE $j\omega_0$!

Tornando alle equazioni di Maxwell ci possono essere due problemi:

1. Se M e J_e (che rappresentano le sorgenti) sono note, quello che andremo a calcolare sarà il campo.
2. Al contrario, noto il campo (lo misuro) e voglio trovare le sorgenti che lo producono.



COS'È L'INDUZIONE?

La materia si polarizza quando è introdotta in una regione in cui è presente un campo elettromagnetico. Le cariche elettriche a livello molecolare e atomico sono messe in movimento dal campo e si produce un campo addizionale che va a sommarsi all'originale. L'induzione descrive il comportamento elettromagnetico della materia.

Nello spazio libero:

$$\begin{cases} \underline{D} = \epsilon_0 \underline{E} \\ \underline{B} = \mu_0 \underline{H} \end{cases} \quad \begin{aligned} \mu_0 &= 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m} \\ \epsilon_0 &= \frac{1}{\mu_0 c^2} \approx 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \end{aligned}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$$c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{c^2 \mu_0}$$

Il valore di c è quello e non cambia mai; quindi per calcolare ϵ_0 bisogna utilizzare questa relazione.

Nel caso di dielettrici lineari e isotropici: (AD ESEMPIO IL VETRO)

$$\begin{cases} \underline{B}(\underline{r}, \omega) = \underline{\mu}(\omega) \underline{H}(\underline{r}, \omega) \\ \underline{D}(\underline{r}, \omega) = \underline{\epsilon}(\omega) \underline{E}(\underline{r}, \omega) \end{cases} \quad \begin{aligned} \underline{\mu}(\omega) &= \mu_0 \underline{\mu}_r(\omega) \\ \underline{\epsilon}(\omega) &= \epsilon_0 \underline{\epsilon}_r(\omega) \end{aligned}$$

NB: per i materiali non-ferromagnetici $\mu_r \approx 1$. (E MATERIALI OTTICI)

La descrizione dei fenomeni è ben descritta nel dominio della frequenza

in cui $\underline{\epsilon}(\omega)$ e $\underline{\mu}(\omega)$ rappresentano le funzioni di trasferimento.



Se all'interno del materiale ci sono delle cariche libere, la presenza del campo elettrico dà luogo alla densità di corrente J_c :

$$J_c(r, \omega) = \gamma(\omega) E(r, \omega)$$

↳ conducibilità

Quindi, in questo caso si introduce $E_{eq} =$

$$E_{eq}(\omega) = E(\omega) - \frac{j\gamma(\omega)}{\omega}$$

NB: E_{eq} dipende da ω perché E e γ dipendono da ω !

quindi è una dipendenza **IMPLICITA**

Quando diciamo che l'indice di rifrazione del vetro è pari a $n = 1.45$ in realtà vale per una data frequenza.

$$n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$$

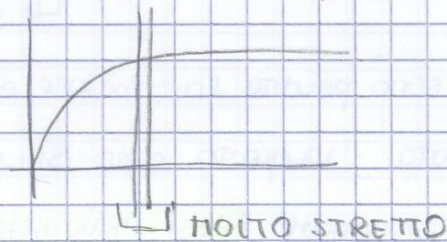
permettività relativa
permeabilità relativa

Ma dal momento che, nei sistemi ottici che sono assimilabili allo spazio libero $\mu_r \approx 1$, possiamo dire che:

$$n \approx \sqrt{\epsilon_r}$$

Dal momento che $\epsilon_r(\omega) \rightarrow n(\omega)$

Anche se c'è una dipendenza dalla frequenza, nel momento in cui consideriamo un range di frequenze molto stretto, quello che si fa è prendere il valore mediato



$$\nabla \times H = j\omega \epsilon E + \underbrace{J_c + J_e}_{\text{CORRENTE DI CONDUZIONE}} \quad \text{SORGENTE}$$

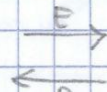
Normalmente, il metallo è descritto come il miglior conduttore. In ottica

la situazione è completamente differente. Per esempio, l'argento:

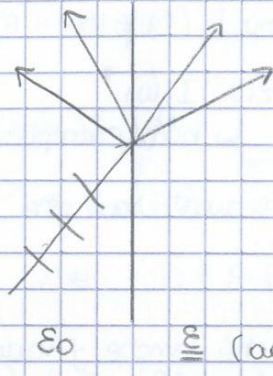
$$\text{Ag} \rightarrow \lambda = 0.6 \mu \quad \epsilon_r = -14.06 - j0.45$$

$$n = 0.06 - j3.75$$

Si può notare che non è un buon conduttore (parte reale negativa molto grande!) vuol dire che l'induzione ha la stessa direzione del campo elettrico ma ^{verso} opposta!



Consideriamo ad esempio due tipi di materiali diversi:



DOPPIA RIFRAZIONE

La velocità della luce dipende dalla direzione di propagazione dell'onda. (ma solo nel caso di mezzi anisotropi). Nel mezzo isotropico ogni direzione è equivalente!

Solitamente le perdite vengono trascurate (se piccole). Quindi, in prima approssimazione, immaginiamo che non esista alcun legame tra la parte reale e immaginaria di ϵ . (La parte reale descrive il movimento del piano di fase dell'onda, la parte immaginaria l'attenuazione ed energia dissipata).

KRAMER - KRÖNIG

$$\left\{ \begin{aligned} \epsilon'(\omega) - \epsilon_0 &= \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\epsilon''(\alpha)}{\alpha - \omega} d\alpha \\ \epsilon''(\omega) &= \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\epsilon'(\alpha) - \epsilon_0}{\alpha - \omega} d\alpha \end{aligned} \right.$$

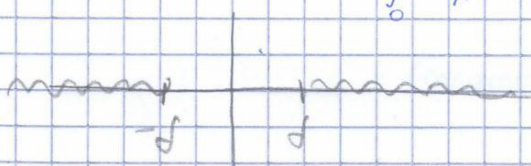
→ parte principale

Qual è il significato di P?

$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(x)}{x} dx$ questo integrale non esiste se $f(0) \neq 0$!

$\int_0^1 \frac{1}{x} dx = \log x \Big|_0^1 \rightarrow$ NON ESISTE!

HILBERT TRANSFORM



Non consideriamo quindi la singolarità e calcoliamo l'integrale eseguendo il

$\lim_{\delta \rightarrow 0} \dots$

La funzione di P è quindi, quella di non considerare la singolarità dove l'integrale non esiste. (considerando un segmento simmetrico)

$$\nabla \times \begin{cases} E_{tg}(A^-) = E_{tg}(A^+) \\ H_{tg}(A^-) = H_{tg}(A^+) \end{cases}$$

le componenti tangenziali dei campi sono continue all'interfaccia.
(dall'equaz. di Maxwell)

$$\nabla \cdot \begin{cases} D_m(A^-) = D_m(A^+) \\ B_m(A^-) = B_m(A^+) \end{cases}$$

→ ricavare dall'equaz. della diverg.

Ricordando che $D = \epsilon \cdot E$; ma $E(A^+) \neq E(A^-)$;
 $\epsilon_2 \neq \epsilon_3$

$$\begin{cases} E_m(A^-) \neq E_m(A^+) \\ H_m(A^-) = H_m(A^+) \end{cases}$$

Considerando la stessa permeabilità

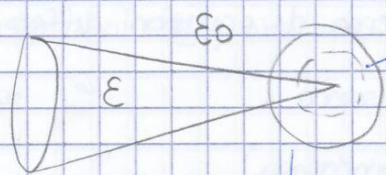
IL CAMPO MAGNETICO È OVUNQUE CONTINUO! (SE μ È LA STESSA)

NB: Queste condizioni appena descritte sono già contenute nell'Eq. di Maxwell

non sono condizioni aggiuntive.

I campi sono finiti.

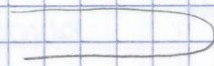
Un'eccezione in realtà è rappresentata da una struttura a forma di cono nello spazio libero:



idealmente, in questo punto il campo diventa infinito

Con il microscopio l'angolo è arrotondato!

REALE



IDEALE



$\int_V |\mathbf{E}|^2 dV \rightarrow$ anche l'integr. sarà quindi finito!

Dobbiamo quindi trovare le soluzioni:

$$\begin{cases} \nabla \times \underline{E} = -j\omega\mu \underline{H} \\ \nabla \times \underline{H} = j\omega\varepsilon \underline{E} \end{cases} \quad \text{queste equazioni lavorano in ogni sistema di coordinate.}$$

$$\underline{\varepsilon}, \mu \text{ costanti } \forall r \quad \underline{K} = K_x \hat{x} + K_y \hat{y} + K_z \hat{z}$$

$$\underline{E}(x, y, z) = \underline{E}_0 e^{-jk_x x} e^{-jk_y y} e^{-jk_z z}$$

$$\underline{E} = \underline{E}_0 \cdot e^{-j(K_x x + K_y y + K_z z)} = \underline{E}_0 e^{-j\underline{K} \cdot \underline{r}}$$

Noi sappiamo che:

$$\nabla e^{-j\underline{K} \cdot \underline{r}} = -j\underline{K} e^{-j\underline{K} \cdot \underline{r}}$$

Quindi:

$$\begin{cases} -j\underline{K} \times \underline{E}_0 e^{-j\underline{K} \cdot \underline{r}} = -j\omega\mu \underline{H}_0 e^{-j\underline{K} \cdot \underline{r}} \\ -j\underline{K} \times \underline{H}_0 e^{-j\underline{K} \cdot \underline{r}} = j\omega\varepsilon \underline{E}_0 e^{-j\underline{K} \cdot \underline{r}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \underline{K} \times \underline{E}_0 = \omega\mu \underline{H}_0 & \underline{H}_0 \perp \underline{K}, \underline{E}_0 \\ \underline{K} \times \underline{H}_0 = -\omega\varepsilon \underline{E}_0 & \underline{E}_0 \perp \underline{K}, \underline{H}_0 \end{cases} \quad \underline{H}_0, \underline{K}, \underline{E}_0 \text{ sono ortogonali}$$

Abbiamo 3 incognite: $\underline{E}_0, \underline{H}_0$ e \underline{K} , abbiamo bisogno quindi di una 3^a equazione:

Ricaviamo \underline{H}_0 dalla 1^a:

$$\underline{H}_0 = \frac{\underline{K} \times \underline{E}_0}{\omega\mu}$$

lo sostituiamo nella seconda:

$$\underline{K} \times \left(\frac{\underline{K} \times \underline{E}_0}{\omega\mu} \right) = -\omega\varepsilon \underline{E}_0$$

$$\underline{K} \times (\underline{K} \times \underline{E}_0) + \omega^2 \varepsilon \mu \underline{E}_0 = 0$$

$$(\underline{K} \cdot \underline{E}_0) \underline{K} - (\underline{K} \cdot \underline{K}) \underline{E}_0 + \omega^2 \varepsilon \mu \underline{E}_0 = 0$$

$$\rightarrow = 0 \quad (\text{Perché } \underline{E}_0 \perp \underline{K})$$

$$(\underline{K} \cdot \underline{K} - \omega^2 \varepsilon \mu) \underline{E}_0 = 0$$

1. $\underline{E}_0 = \emptyset$ soluzione banale

2. $\underline{K} \cdot \underline{K} = \omega^2 \varepsilon \mu$ soluzione non banale (\underline{E}_0 arbitrario ma $\perp \underline{K}$)

$$\omega^2 \varepsilon \mu = \underline{K} \cdot \underline{K}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\underline{K} \cdot \underline{K}}{\varepsilon \mu}}$$

FREQUENZA DI OSCILLAZIONE DEL SISTEMA

$\det A = 0$ (MATRICE NON INVERTIBILE)

$e^{+jke} - e^{-jke} = 0$

$2j \sin ke = 0$

$k_n = \frac{n\pi}{e}$ $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

↳ Soluzione

NB: se $n=0, k=0$ la soluzione non è valida poiché:

$V(z) = V_0^+ \sin\left(\frac{n\pi}{e} z\right)$

Prendendo (1) e (2):

(1) $V_0^+ + V_0^- = 0 \quad V_0^- = -V_0^+$

Sostituendola nell'equazione generale $V(z) = V_0^+ e^{-jkz} + V_0^- e^{+jkz}$:

(2) $V(z) = V_0^+ (e^{-jknz} - e^{+jknz}) = 2j V_0^+ \sin(knz)$

Eliminando $2j$ (poiché assorbito da V_0^+)

$V(z) = V_0^+ \sin\left(\frac{n\pi}{e} z\right) \rightarrow$ una soluzione con due incognite, quindi non è unica!

Quindi abbiamo un infinito numero di soluzioni anche con un valore specifico di n ! (poiché posso scegliere un num. infinito di V_0^+).

Se $n=0 \Rightarrow k=0 \Rightarrow V(z)=0$ SOLUZIONE BANALE!

Se $n=1$ & $n=-1 \Rightarrow$ ci danno la stessa soluzione! (seno pari)

Quindi, teniamo solo i numeri positivi di n .

$k_n = \frac{n\pi}{e}$

Il nostro problema è trovare la frequenza di oscillazione:

$k^2 = \omega^2 \epsilon_0 \epsilon' e \Rightarrow \omega = \frac{k}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon' e}}$ $\omega_n = \frac{k_n}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon' e}}$

$\omega_n = \frac{n\pi}{e \sqrt{\epsilon_0 \epsilon' e}}$ $n = 1, 2, 3, \dots$

$f_n = \frac{n}{2e \sqrt{\epsilon_0 \epsilon' e}} = \frac{n v_{ph}}{2e}$ (con $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon' e}} = v_{ph}$)

Perché è importante che corrente e tensione siano in quadratura di fase?

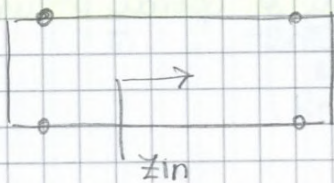
Perché se non lo sono, ci sarà un flusso di potenza in una direzione o nell'altra!

$$P = \frac{1}{2} \frac{|V_0|^2}{Z_0} (1 - |\Gamma|^2)$$

↑ potenza attiva tra $P^+ - P^-$ (differenza tra P^+ e P^- in ogni punto della FW BW linea)

Tale potenza deve essere nulla.

Questa formula ci dice che **non** c'è flusso di potenza verso destra. (un muro impenetrabile non può permettere alla potenza di passare!)



Z_{in} : è **puramente immaginaria**

perché

lo strumento quindi **non** assorbe corrente, quindi tensione e corrente sono in quadratura di fase.

Matematicamente:

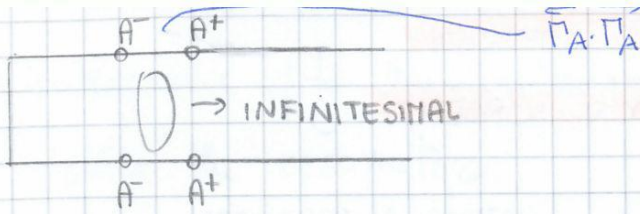
$$\left. \begin{aligned} \sin(kz) &= \frac{e^{+jkz} - e^{-jkz}}{2j} & \cos(kz) &= \frac{e^{+jkz} + e^{-jkz}}{2} \end{aligned} \right\}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k \cdot k}{\epsilon \mu}}$$

ONDA PIANA

$$f_n = \frac{n \nu_{ph}}{2l}$$

LINEA DI TRASMISSIONE



Quindi adesso possiamo trovare $|LG|$ e $\angle LG$:-

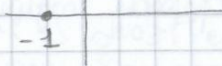
Nel nostro caso :

$$|LG| = |\vec{\Gamma}_A| |\vec{\Gamma}_B| |e^{-j2kne}| = 1$$

coro circuito coro $\hookrightarrow k$ e reale, quindi il modulo di questa quantità e^{-j2kne} è 1.
($|M| = 1$)

$$\angle LG = \underbrace{\angle \vec{\Gamma}_A}_{\pi} + \underbrace{\angle \vec{\Gamma}_B}_{\pi} - \underbrace{2kne}_{-2n\pi} = 2\pi - 2n\pi = 2\pi(1-n)$$

($kne = n\pi$) integer



$-\pi < \text{angle}(\Gamma) \leq \pi$ (MATLAB) \leftarrow range fondamentale

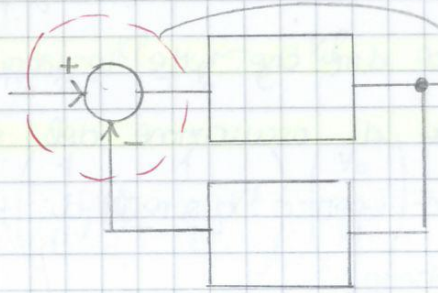
Dato Γ è una funzione periodica, bisogna definire il range.

RTPS (Round Trip Phase Shift) \rightarrow la fase associata al RTPS che produce la FW

$$\begin{cases} |LG| = 1 \\ \angle LG = 2\pi(1-n) \end{cases}$$

CONDIZIONI DI OSCILLAZIONE DEL SISTEMA

\rightarrow 2 condizioni



Perché nelle condizioni di Barkhausen la fase è 2π ?

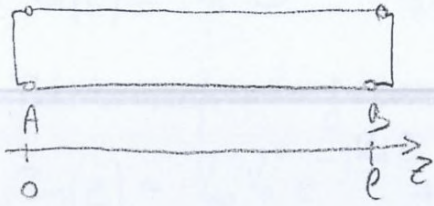
Se consideriamo un caso generale, ho un K generale e posso utilizzare le condizioni per trovare il giusto valore di K . (vedo quando queste sono soddisfatte). Il modulo in realta' è < 1 . Come fare per averlo uguale a 1?

$\rightarrow K$ immaginario con parte immaginaria positiva.
Questo è possibile con un guadagno nella linea (ad ex. laser).
Qual è l'origine di V_0 ? Rumore. (bianco).

in questo modo $|e^{-j2kne}| > 1$

Oscillations of a transmission line resonator

Consider the resonator



From

$$\begin{cases} -\frac{dV}{dz} = j\omega L I \\ -\frac{dI}{dz} = j\omega C V \end{cases} \quad \text{get} \quad \frac{d^2V}{dz^2} + k^2 V = 0 \quad (1)$$

with $k = \omega \sqrt{LC}$

The boundary conditions for (1) are $\begin{cases} V(0) = 0 & \text{because the line is short circuited.} \\ V(l) = 0 \end{cases} \quad (2)$

We want to find oscillation modes and frequencies of the structure, i.e. the nontrivial solutions of (1)-(2).

The general solution of (1) is

$$V(z) = V_0^+ e^{-jkz} + V_0^- e^{jkz} \quad (3)$$

Enforce the boundary conditions

$$\begin{cases} 0 = V_0^+ + V_0^- \\ 0 = V_0^+ e^{-jkl} + V_0^- e^{jkl} \end{cases}$$

i.e.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ e^{-jkl} & e^{jkl} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_0^+ \\ V_0^- \end{pmatrix} = 0 \quad (4)$$

This linear system of eqs. has nontrivial solutions only if the determinant of the matrix is zero:

$$\det = e^{jkl} - e^{-jkl} = 2j \sin kl = 0$$

from which

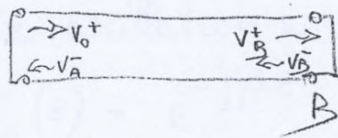
$$k_n = n \frac{\pi}{l}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (5)$$

Let us rewrite the oscillation modes in the form

(3)

$$V_n(z) = \underbrace{V_0^+ e^{-jk_n z}}_{\text{Forward wave}} - \underbrace{V_0^+ e^{jk_n z}}_{\text{Backward wave}}$$

The backward wave is created by the short circuit in B that reflects the incident forward wave. The forward wave is produced by the short circuit in A that reflects the incident backward wave. Clearly a loop is formed and it is useful to introduce the loop gain. Start from V_0^+ in A



$$\begin{aligned} V_B^+ &= e^{-jk_n l} V_0^+ \\ V_B^- &= \Gamma_B V_B^+ \\ V_A^- &= e^{-jk_n l} V_B^- \\ V_A^+ &= \Gamma_A V_A^- \end{aligned}$$

Now $V_A^+ = LG V_0^+$

with

$$LG = e^{-jk_n l} \Gamma_B e^{-jk_n l} \Gamma_A = \Gamma_A \Gamma_B e^{-j2k_n l}$$

Note that $\Gamma_B e^{-j2k_n l} = \Gamma_A$

The magnitude of LG is

$$|LG| = \underbrace{|\Gamma_A|}_{1} \underbrace{|\Gamma_B|}_{1} \underbrace{|e^{-j2k_n l}|}_{1} = 1 \quad \text{in this case} \quad (k_n \text{ is real})$$

The phase is

$$\angle LG = \underbrace{\angle \Gamma_A}_{\pi} + \underbrace{\angle \Gamma_B}_{\pi} - \underbrace{2k_n l}_{2n\pi} = 2\pi \underbrace{(1-n)}_{\text{integer}}$$

In general, the Oscillation condition is } $|LG| = 1$
 where the Round Trip Phase Shift has been introduced } $\angle LG = RTPS = m2\pi$
↑
integer

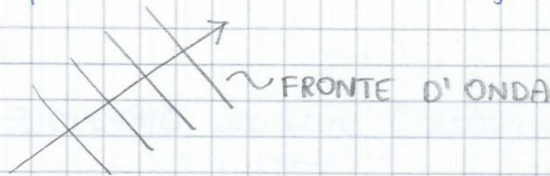
$\underline{H} = \frac{k \times \underline{E}}{\omega \mu} = \frac{k \hat{s} \times \underline{E}}{\omega \mu}$ **RELAZIONE DI IMPEDENZA**

↳ ricavata dall' eq. di Maxwell

$\frac{k}{\omega \mu} = \frac{\omega \sqrt{\epsilon \mu}}{\omega \mu} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} = Y$ **AMMETTENZA DELL' ONDA**

$\underline{E} = \underline{Z} \underline{H} \times \hat{s}$ $\underline{H} = Y \hat{s} \times \underline{E}$

Cos'è il piano dell' onda? Il fronte d'onda:



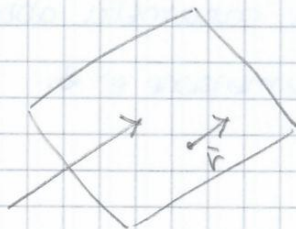
$\hat{s} \cdot \underline{r} = \text{costante}$

Superficie dell' onda in cui la fase dell' onda è costante.

Solo le onde piane hanno ~~per~~ la proprietà di avere la direzione di propa- gazione.

Un flusso di energia è associato ad un' onda piana. Questo è descritto dal vettore di Poynting:

$\underline{S} = \underline{E} \times \underline{H}^*$
 $\left[\frac{W}{m^2} \right] \quad \left[\frac{V}{m} \right] \quad \left[\frac{A}{m} \right]$



$P = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \int_{\Sigma} \underline{S} \cdot \underline{\hat{r}} d\Sigma \right\}$
 ↳ valore di picco poiché c'è $\frac{1}{2}$

↳ potenza attiva (poiché prendo la parte reale); se non metto la parte reale prendo la potenza complessiva

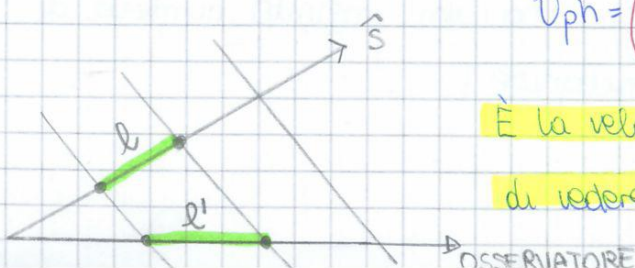
Nel caso di un' onda piana:

$\underline{S} = \frac{1}{2} |\underline{E}_0|^2 \hat{s}$ **Poynting**
 ↳ direzione di propagazione (caso senza perdite)
 ↳ impedenza reale

Il vettore di Poynting ha la stessa direzione di \hat{s} .

In un cristallo, il quale è un mezzo isotropico, ha il flusso di potenza in un' altra direzione (rispetto \hat{s})

$v_{ph} = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$



È la velocità che deve avere l'osservatore allo scopo di vedere costante la fase dell' onda.

ALTRI TIPI DI ONDE:

Il punto di partenza e' sempre questo:

$$\begin{cases} \nabla \times \underline{E} = -j\omega\mu\underline{H} \\ \nabla \times \underline{H} = j\omega\varepsilon\underline{E} \end{cases}$$

NB: ci sono infiniti modi di onde, ma posso separare le variabili solo in pochi modi.

$$\nabla^2 \underline{E} + \omega^2 \varepsilon \mu \underline{E} = 0$$

EQUAZIONE DEL VETTORE DI HELMHOLTZ

• onde sferiche

$$\frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r}$$

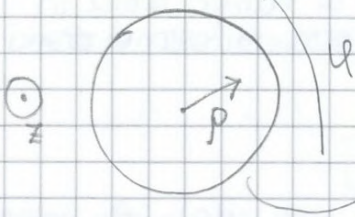
↳ la più semplice onda sferica



• onde cilindriche

(ad esempio nella fibra ottica)

$$f(\rho) e^{-j\eta \varphi} e^{-j\beta z}$$



In questo modo e' possibile soddisfare le BC.

Nello stesso materiale ci possono essere diversi tipi di onde, e quindi differenti distribuzioni di campo che soddisfano la stessa eq. di Maxwell.

Se l'interfaccia tra i mezzi non è un piano il problema diventa molto più complicato. Allo scopo di introdurre il formalismo della linea di trasmissione, consideriamo che la struttura non dipenda dalla coordinata y . Riscriviamo quindi le equazioni di Maxwell separando le componenti:

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -j\omega\mu H_x$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega\mu H_y$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu H_z$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = j\omega\epsilon E_x$$

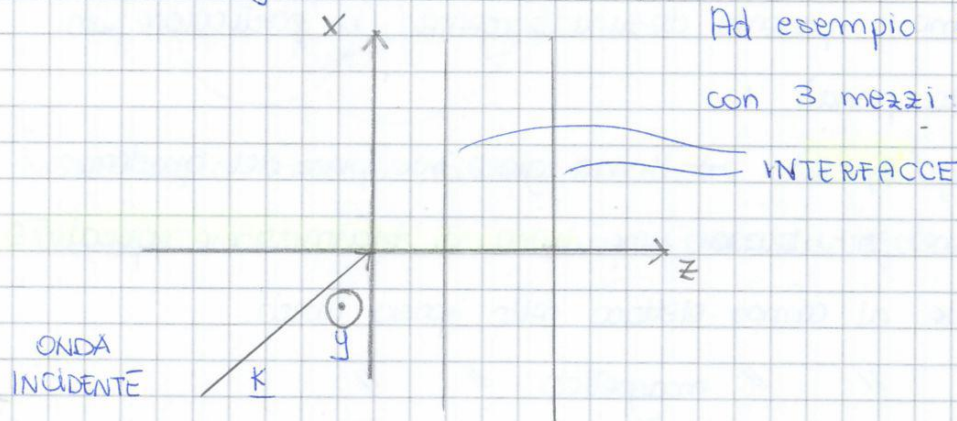
$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega\epsilon E_y$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega\epsilon E_z$$

$$\nabla \times \underline{E} = -j\omega\mu \underline{H}$$

$$\nabla \times \underline{H} = j\omega\epsilon \underline{E}$$

$$\begin{pmatrix} x & y & z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{pmatrix}$$



Ad esempio consideriamo un caso con 3 mezzi:

- Il dielettrico ha proprietà di non dipendere da y , e da x ; l'unica dipendenza di ϵ è z : $\epsilon(z) \rightarrow \epsilon$ DIPENDE DA z .
- $K_y = 0$. Quindi:

Il campo incidente non dipende da y (sia elettrico che magnetico); questo ha come conseguenza $\frac{\partial}{\partial y} = 0 \rightarrow$ ovunque non c'è dipendenza da y poiché il campo incidente deve essere ovunque continuo.

NB: non possiamo porre $\frac{\partial}{\partial x} = 0$ (dato che ϵ dipende \neq solo da z); il campo incidente dipende da x ! (generalmente).

Analizziamo il caso TE. Come ci avviciniamo alla soluzione?

Perché è importante utilizzare la trasformata di Fourier nei circuiti? Perché il valore di R, C, L non cambia col variare del tempo (hanno un valore fisso indipendente dal tempo).

Nel nostro caso, i parametri dipendono da z ? Sì, $\epsilon(z)$! Quindi non è conveniente utilizzare la trasformata di Fourier perché complicheremmo il problema. Ma, dato che ϵ dipende solo da z (non da x), è conveniente utilizzare la trasformata di Fourier (per il campo) rispetto a x .

$$(*) E_y(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{E}_y(f, z) e^{-jfx} df \quad \rightarrow \text{TRASFORMATA INVERSA DI FOURIER DEL SUO SPETTRO}$$

\rightarrow SPETTRO

\rightarrow ad esempio, componente y del campo elettrico

$$\left(\begin{array}{l} \text{Rispetto a } \tilde{f} \text{ nel dominio del tempo:} \\ t \leftrightarrow x \\ \omega \leftrightarrow f \end{array} \right)$$

Facendo la derivata della funzione (rispetto a x):

$$\frac{\partial}{\partial x} E_y = \frac{1}{2\pi} \int (-jf) \tilde{E}_y(f, z) e^{-jfx} df$$

\rightarrow NON DIPENDE DA x (SOLO L'ESPOENZIALE DIPENDE DA x)

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} \leftrightarrow -jf \right)$$

Riscrivendo le equazioni considerando che c'è solo da cambiare $\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)$ con $(-jf)$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial z} = -j\omega \mu \tilde{H}_x \\ -jf \tilde{E}_y = -j\omega \mu \tilde{H}_z \\ \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial z} + jf \tilde{H}_z = j\omega \epsilon \tilde{E}_y \end{array} \right.$$

EQUAZIONI (1), (3), (5)

NEL DOMINIO DELLE TRASFORMATE.

A differenza di prima, dato che compare solo una derivata e' un sistema ordinario di equazioni differenziali ODE.

La componente tangenziale gioca un importante ruolo. La componente longitudinale gioca invece un ruolo secondario; quindi la eliminiamo; ricaviamo \tilde{H}_z dalla 2° ed inseriamola nella 3°:

Qual è il ruolo di f ? È un parametro. Inoltre, non c'è una ~~data~~ dipendenza esplicita con la frequenza; ma c'è dato che stiamo utilizzando i fasori! E qual è questa frequenza? Dipende dal generatore. Avendo anche f dipende dal generatore (che è rappresentato dall'onda incidente)

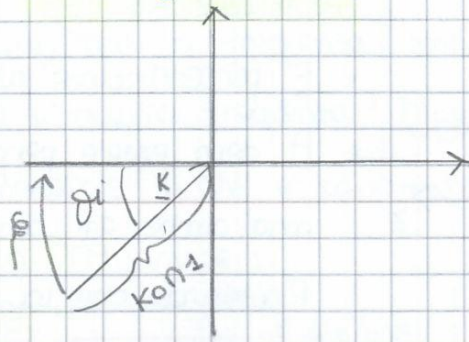
Analizzando il caso TM invece:

Differenze:

$$V = \tilde{E}_x \quad Z_{00}^{TM} = k_z / \omega \epsilon$$

$$I = \tilde{H}_y \quad k_z = \sqrt{k^2 - f^2}$$

Quindi k_{z1} è la lunghezza di \underline{k} ; e f è la componente x del vettore incidente:



Un altro modo per trovare f è molto più complicato; considerando che la tensione è la trasformata del campo incidente:

$$V^{inc} = \tilde{E}_y^{inc} = \int_{-\infty}^{+\infty} E_0 e^{-jk_{z1} \sin \theta_i x} \cdot e^{+jf x} dx =$$

$$= 2\pi E_0 \delta(f - k_{z1} \sin \theta_i)$$

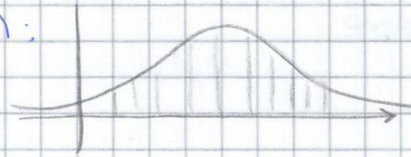
Ricorda che:

$$\int e^{j\omega t} dt = 2\pi \delta(\omega)$$



Il campo incidente ha uno spettro che contiene solo un valore di f !

Quindi, se il campo incidente è un'onda non ha senso utilizzare questo metodo! La situazione sarebbe differente se l'onda incidente fosse un fascio di laser (una Gaussiana):

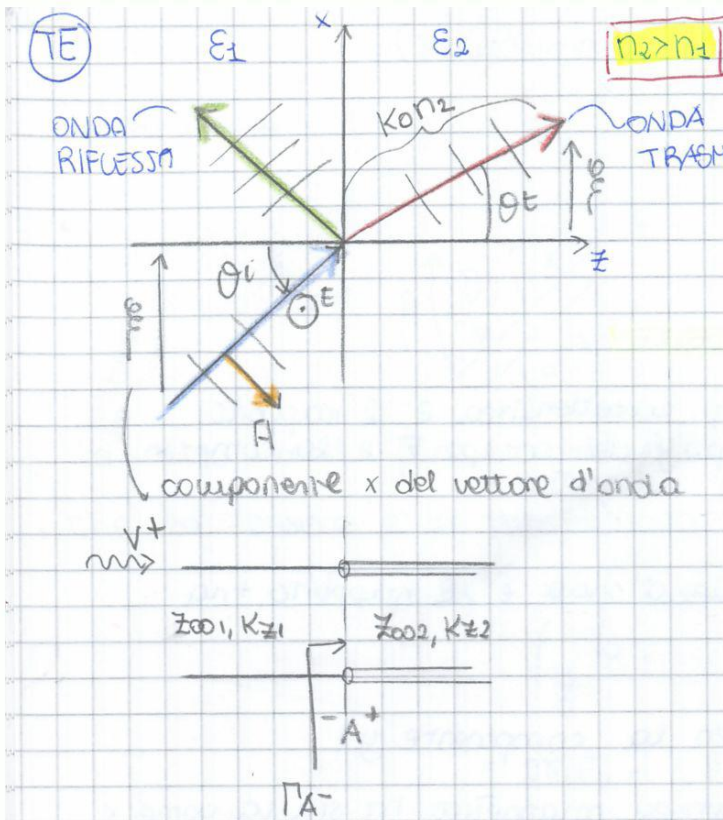


Tornando a $f = k_{z1} \sin \theta_i$ calcoliamo i parametri della prima linea di trasmissione:

$$k_{z1} = \sqrt{k^2 - f^2} = \sqrt{k_0^2 n_1^2 - k_0^2 n_1^2 \sin^2 \theta_i} = k_0 n_1 \cos \theta_i$$

Quindi: $e^{-j \frac{k_0 n_1 \cos \theta_i}{k_{z1}} z}$ → quindi è l'onda progressiva!

$V^+(z) = V_0^+ e^{-jk_{z1} z}$ → questa espressione è stata trovata in entrambi i modi (classico e non)



$n_2 > n_1$

$k_{zi} = \sqrt{k_0^2 n_i^2 - \beta^2}$

$\beta = k_0 n_1 \sin \theta_i$

è lo stesso ovunque nelle

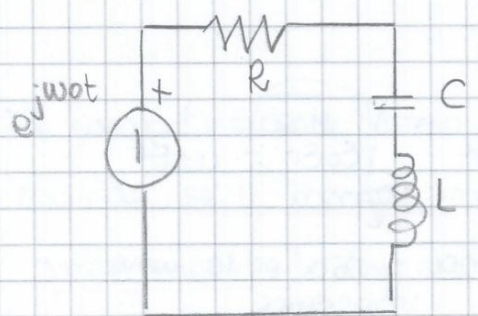
struttura (a causa delle BC).

Noi sappiamo che le parti tangenziali dei campi devono essere continue all'interfaccia. (per ogni valore lungo x).

β è la componente trasversale del vettore d'onda $\rightarrow e^{-j\beta x}$ INCIDENTE

Per ogni x, la dipendenza delle onde è la stessa a sinistra e a destra. Inoltre, la forma dell'interfaccia non dipende da x. I parametri della struttura sono indipendenti da x.

È simile a quanto succede nei circuiti ondulatori:



Ogni parametro ha la stessa dipendenza dal tempo che $e^{j\omega t}$ (in ogni punto del circuito gli elementi non dipendono da t e quindi la frequenza è la stessa in ogni punto del circuito).

L'onda incidente ha $k_y = 0 \rightarrow$ il vettore giace sul foglio; quindi il campo ovunque non dipende da y

$\beta = k_0 n_2 \sin \theta_t = k_0 n_1 \sin \theta_i$ (Legge di Snell) cancellando k_2

Dato che $n_2 > n_1 \Rightarrow \theta_t < \theta_i$

$k_{z2} = \sqrt{k_0^2 n_2^2 - \beta^2}$ (componente orizzontale del vettore d'onda)

Sostituendo $\beta = n_1 \sin \theta_i$ (non $n_2 \sin \theta_t$ poiché non conosco θ_t !)

$k_{z2} = k_0 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}$

Analizziamo la funzione allo scopo di fare un grafico.

NB: n_1, n_2 positivi con $n_1 > n_2$ quindi la radice è sempre positiva, (e reale). Γ_A^- invece è negativo perché la radice è maggiore di $n_1 \cos \theta^i$.

• $\theta^i = 0$

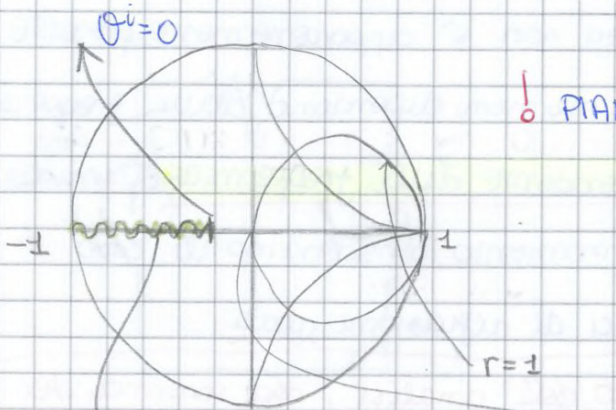
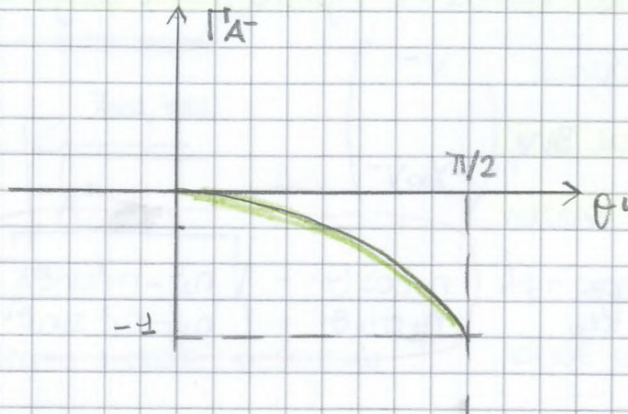
$\Gamma_A^- = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} < 0$ REALE NEGATIVO

→ ANGOLO INCIDENTE NORMALE

• $\theta^i \rightarrow \frac{\pi}{2}$

quest'angolo è chiamato GRAZING INCIDENT

($\Gamma_A^- \rightarrow -1$)

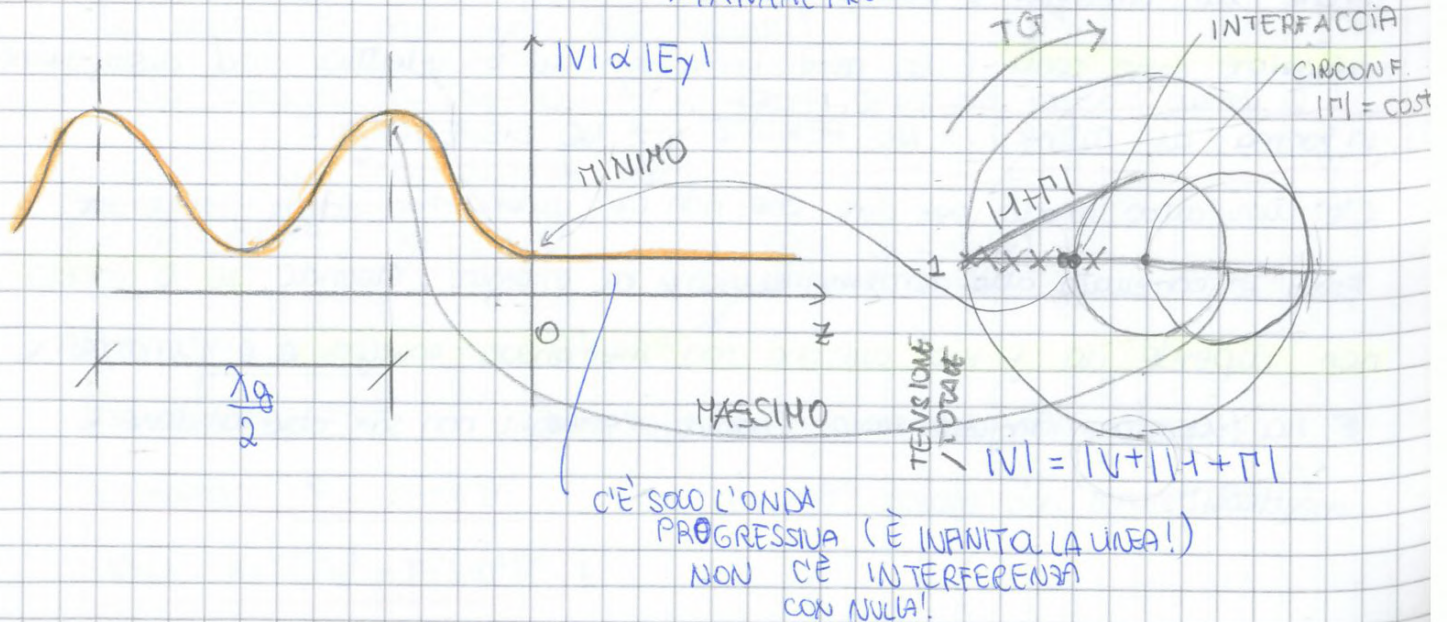


! PIANO COMPLESSO DI Γ

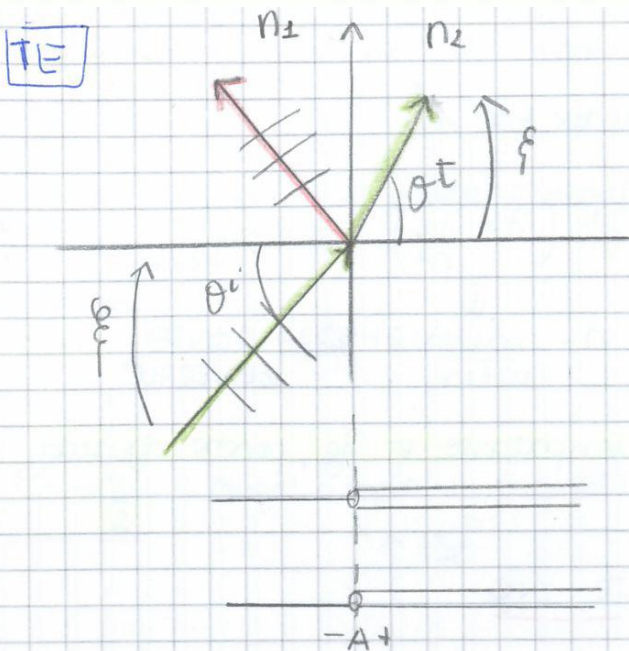
numeri negativi di Γ

valori ~~non~~ di impedenza normalizzata (=1)

↳ PARAMETRO



C'È SOLO L'ONDA PROGRESSIVA (È INFINITA LA LINEA!)
NON C'È INTERFERENZA CON NULLA!



$n_2 < n_1$

$\theta_t > \theta_i$

dell'espressione del coeff. di riflessione e' sempre la stessa:

$$\Gamma_A^- = \frac{n_1 \cos \theta_i - \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}}{n_1 \cos \theta_i + \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}}$$

NB: in questo caso e' possibile avere il contenuto della radice pari a 0 o negativa!

$\theta_i = 0$

$$\Gamma_A^- = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} > 0$$

$\theta_i \uparrow$

All'aumento di θ_i ci sarai un momento in cui il contenuto della radice e' pari a 0, ovvero: $n_2 = n_1 \sin \theta_i$

$$\theta_c = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

ANGOLO CRITICO

Il contenuto della radice e' $\frac{k_{z2}}{k_0}$; quindi:

- $\theta_i < \theta_c$ k_{z2} REALE
- $\theta_i = \theta_c$ $k_{z2} = 0$
- $\theta_i > \theta_c$ k_{z2} IMMAGINARIO

k_{z2} , immaginario con quale segno? NEGATIVO

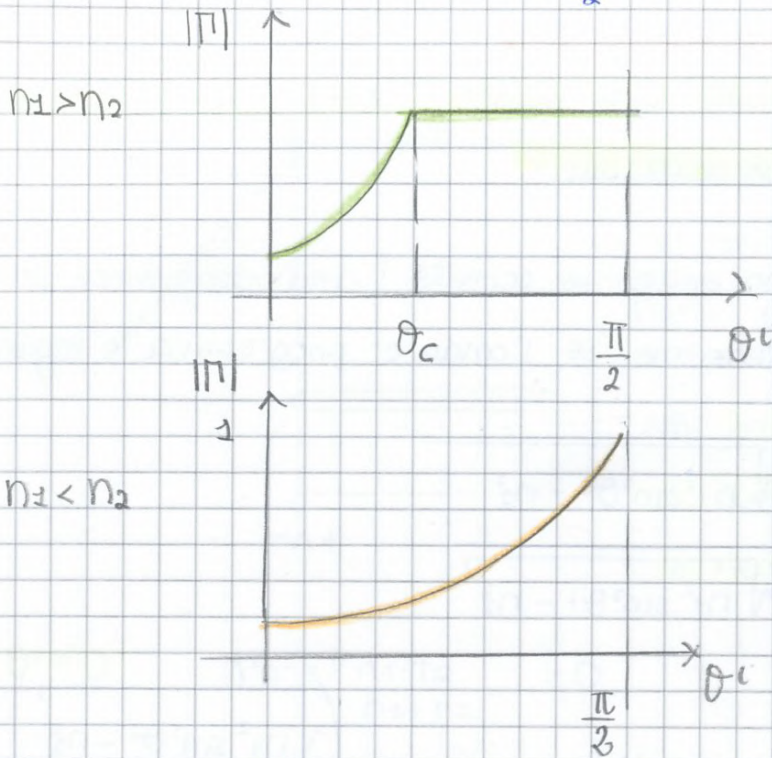
$$k_{z2} = -j|k_{z2}|$$

Un modo per descriverlo e' dire che $k = \beta - j\alpha$ dove α e' l'attenuazione e deve essere $\alpha > 0$.

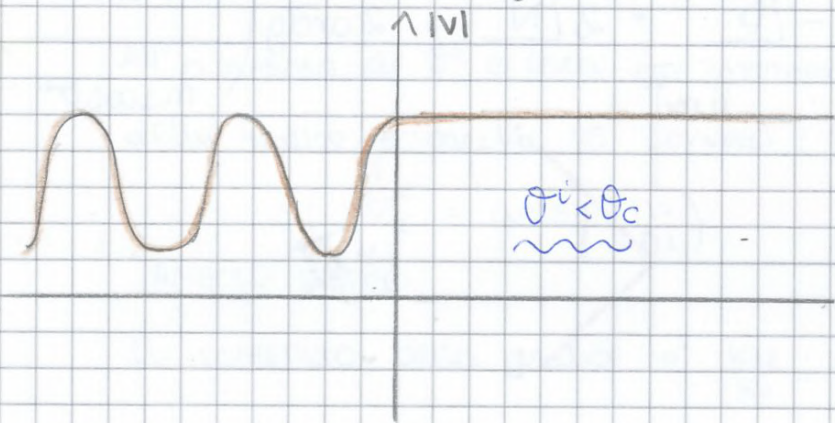
L'altro modo:

for $z > 0$
$$V(z) = V_A^+ e^{-jk_{z2}z} = V_A^+ e^{-j(-j|k_{z2}|z)} = V_A^+ e^{-|k_{z2}|z}$$

Se $\theta_i > \theta_c \Rightarrow |\Gamma| = \frac{2 \cdot \pi}{2} = \pi$

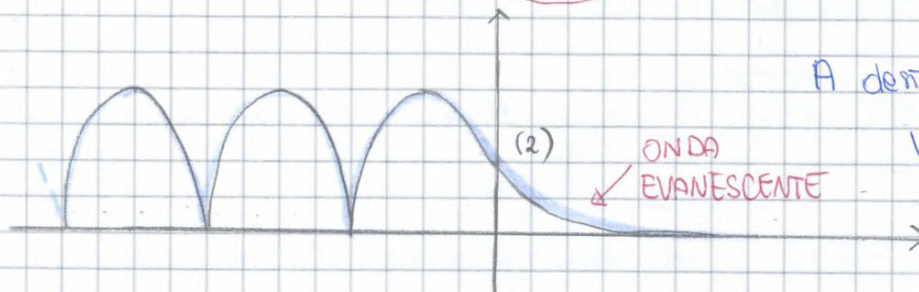


(1)



Per $z > 0$:
 $V^+ A^+ e^{-jkz}$
 con kz reale, e
 modulo esponenz. costante

(2) Consideriamo invece adesso un valore del coeff. di riflessione che si riferisce ad un $\theta_i > \theta_c$, cosa otteniamo?



A destra, abbiamo:
 $V^+ A^+ e^{-|kz|z}$ che decade
 all'aumentare di z

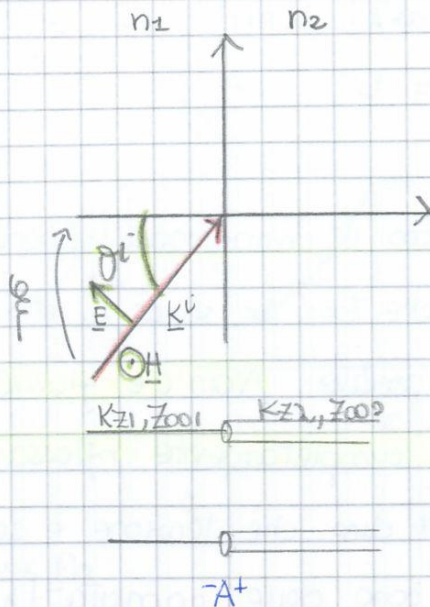
NB: non vuol dire che nella riflessione totale il campo elettrico è nullo, ma decade rapidamente \rightarrow ONDA EVANESCENTE (che scompare)

$V_m = |V^+| (1 - |\Gamma|)$

\hookrightarrow minima tensione (vale 0 perché $|\Gamma| = 1$)

$V_{m\max} = 2|V^+|$

TM



- $k_{zi} = k_0 \sqrt{n_1^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}$

- $Z_{001} = \frac{k_{z1}}{\omega \epsilon_1} = \frac{k_{z1}}{\omega \epsilon_0 n_1^2}$

$$\Gamma_A^- = \frac{Z_{002} - Z_{001}}{Z_{002} + Z_{001}} = \frac{\frac{k_{z2}}{k_0} - \frac{k_{z1}}{k_0}}{\frac{k_{z2}}{k_0} + \frac{k_{z1}}{k_0}}$$

- $\Gamma_A^- = \frac{n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i} - n_2 \cos \theta_i}{n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i} + n_2 \cos \theta_i}$

↳ questa espressione è più complicata, ed effettivamente TM aggiunge delle complicazioni.

NB: se i materiali hanno dipendenza da μ , anche TE aggiunge delle complicazioni.

Lo scopo è capire cosa succede al variare dell'angolo di incidenza. Anche qui non c'è una dipendenza esplicita della frequenza; apparte quella implicita nell'indice di rifrazione, ma in realtà dato che non sono reali poiché i materiali in natura sono dispersivi sono quindi funzione della frequenza. Per semplicità trascuriamo le perdite, quindi non c'è dispersione, quindi non c'è dipendenza dalla frequenza

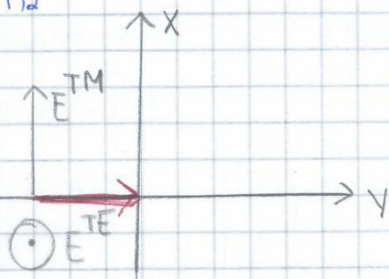
- $n_1 < n_2$
 - 1 ARIA
 - 2 VETRO ($n_2 \approx 1.4$)

↳ Qual è il primo effetto di questa assunzione? la radice è sempre reale. E quindi, in questo caso non si ha riflessione totale.

$\theta_i = 0$ ANGOLO DI INCIDENZA NORMALE

$$\Gamma_A^- = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} < 0 \quad (\text{come nel caso TE})$$

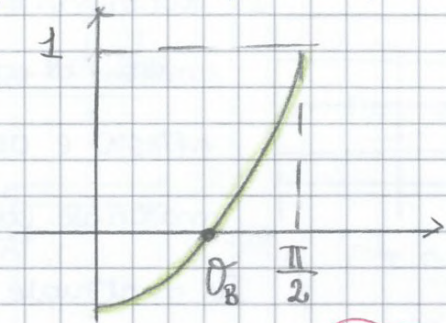
RIDUCENDO θ_i
IL CAMPO ELETTRICO
DIVENTA VERTICALE



• $\theta^i = 0$ $\Gamma_A^- = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} < 0$

• $\theta^i \rightarrow \frac{\pi}{2}$ $\Gamma_A^- = 1$

↳ C'è un angolo quindi, per il quale $\Gamma_A^- = 0$ perché Γ_A è una funzione continua.

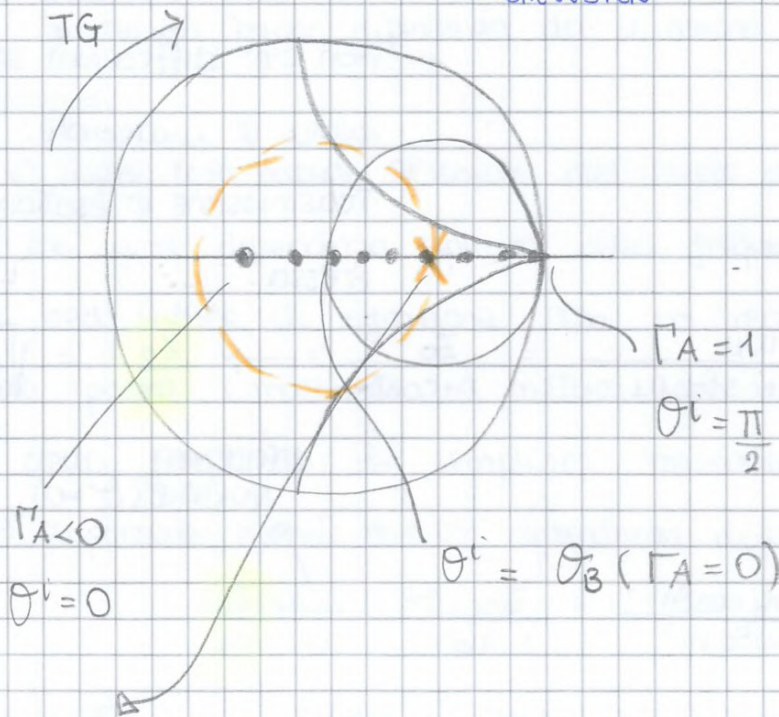


NB: $n_2 > n_1$

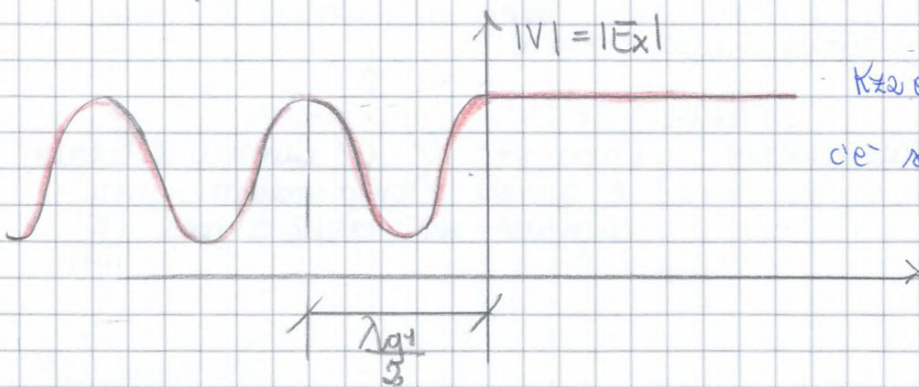
↳ $\frac{n_2}{n_1} > 1$

↳ $\theta_B > 45^\circ$

↳ $\theta_B = \arctg\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$
↳ BREWSTER



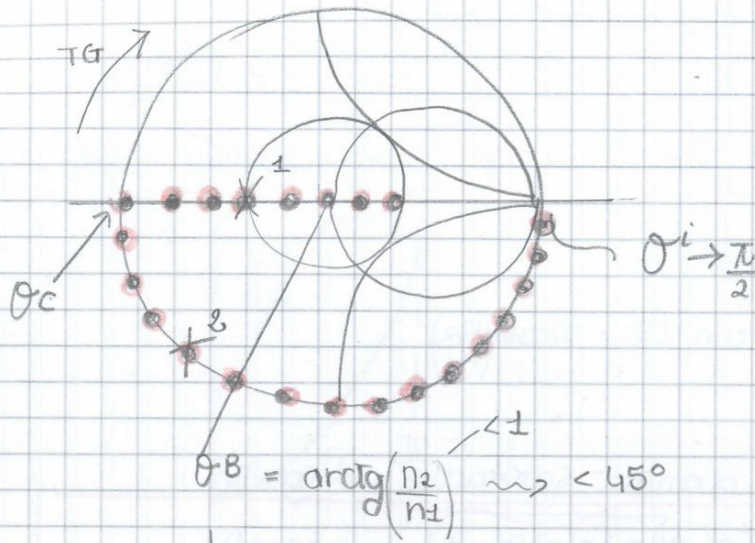
PER UN GENERICO ANGOLO DI INCIDENZA



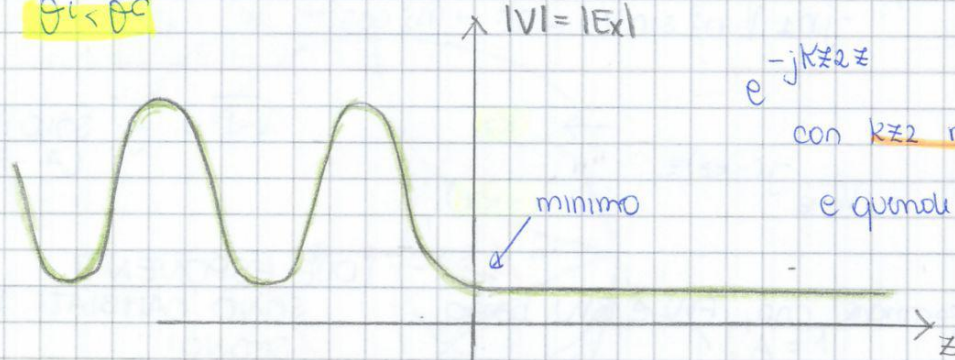
kz è reale,
c'è solo la FW

DE: la costante di propagazione non dipende dal tipo di polarizzazione

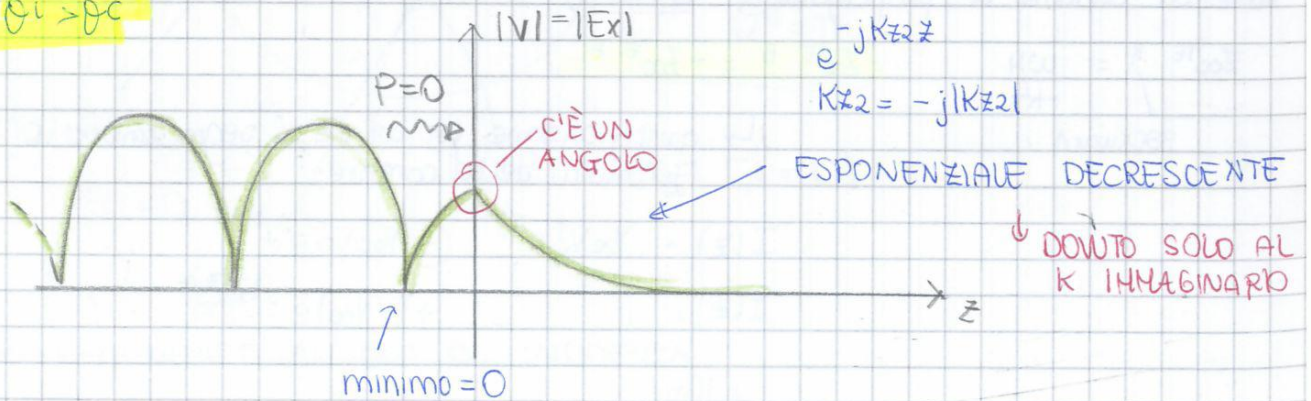
$\theta^c = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$ e lo stesso in entrambi i casi!



(1) $\theta^i < \theta^c$



(2) $\theta^i > \theta^c$



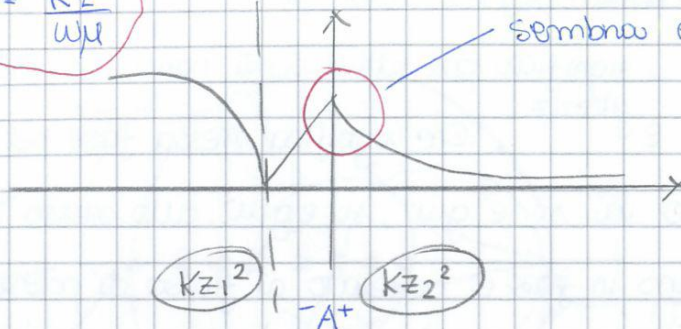
L' esponenziale decrescente non ha niente a che vedere con le perdite! È un fenomeno reattivo! Noi abbiamo assunto n_1, n_2 reali → NO PERDITE.

L' esponenziale è uguale a quelle delle guide d'onda metalliche TE¹⁰ in cui è sottoragge.

Nel caso di perdite $kz = \beta - j\alpha$, (anche) c'è quindi una parte reale. Nel nostro caso è puramente immaginaria!

E riguarda la corrente? Basta cambiare il massimo col minimo.

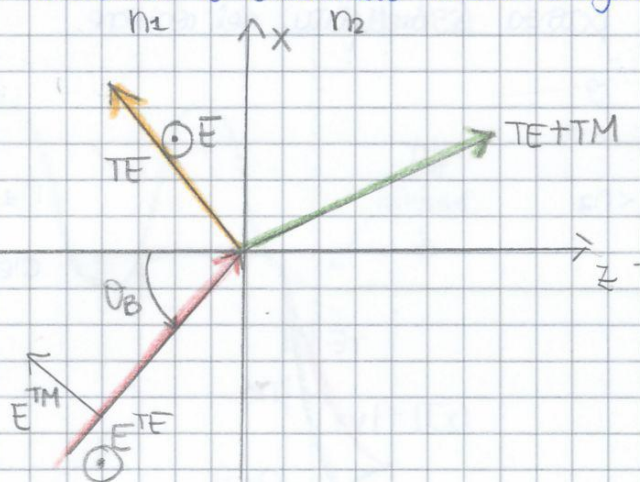
$$k_z Y_{00} = \frac{k_z^2}{\omega \mu}$$



In questo caso $\omega \mu$ è lo stesso, ma k_z^2 no! Quindi, la derivata della corrente non è continua! Nel caso TM, sia la tensione che la corrente hanno angoli! L'unica continua è la tensione TE.

DETTAGLI AGGIUNTIVI SULL'ANGOLO DI BREWSTER

L'angolo di Brewster è chiamato anche angolo di polarizzazione.



utilizzato per produrre la luce polarizzata

onda incidente con polarizzazione arbitraria (ellittica) che è un misto tra polarizzazione TE e TM. (in diversa percentuale). Ogni polarizzazione arbitraria può essere scomposta come la somma tra i 2 contributi. (come la sovrapposizione degli effetti).

Supponendo che $\theta_i = \theta_B$, che succede?

Abbiamo staccamente una porzione riflessa e trasmessa TE poiché

l'angolo di Brewster non ha nessun significato per la polarizzazione TE!

Per la TM invece, se $\theta_i = \theta_B \Rightarrow \Gamma = 0$ NO RIFLESSIONE

Quindi abbiamo "trasformato" una pol. ellittica in una lineare! da

potenza della componente riflessa è minore di quella incidente poiché è

stata persa la componente TM.

$$P_{ref}^{TE} = |\Gamma^{TE}|^2 P_{inc}^{TE}$$

Vediamo ora se è verificata la relazione di dispersione. È soddisfatta?

$$\underline{k} \cdot \underline{k} = \omega^2 \epsilon \mu$$

l'onda evanescente soddisfa questa equazione?

$$\begin{aligned} (\beta \hat{x} - j|k_z| \hat{z}) \cdot (\beta \hat{x} - j|k_z| \hat{z}) &= \beta^2 - \pm |k_z|^2 = \\ &= \beta^2 - (\beta^2 - \underbrace{k_0^2 n_2^2}_{k_z^2}) \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned} |k_z| &= \sqrt{k_0^2 n_2^2 - \beta^2} \quad \text{ma } \beta^2 > k_0^2 n_2^2 \rightarrow \text{radice immaginaria, quindi} \\ |k_z| &= \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_2^2} \end{aligned} \right.$$

$$k_0^2 n_2^2 = \omega^2 \epsilon_2 \mu_2 \rightarrow \text{VERIFICATA}$$

l'onda evanescente esiste solo in meta-spazio, perché se $z \rightarrow -\infty$, va all'infinito, e questo non è accettabile!

Per comprendere il fenomeno della riflessione totale è opportuno fare uno studio grafico.

$$k_z = \sqrt{k_0^2 n_2^2 - \beta^2}$$

→ FORMULA PER CALCOLARE LA COSTANTE DI PROPAGAZIONE DI UNA LINEA EQUIVALENTE

In generale: $k_z = k'_z + jk''_z$ (convenzione)

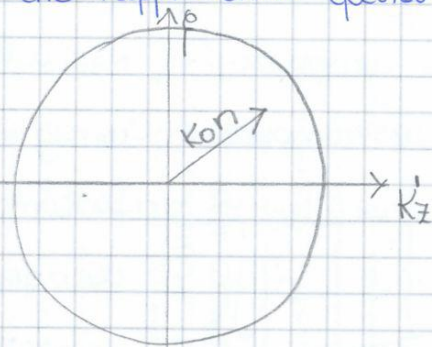
- k'_z se $\beta \leq k_0 n$
- jk''_z se $\beta \geq k_0 n$

Un altro modo per scrivere questa equazione:

$$\beta^2 + k_z^2 = k_0^2 n^2$$

Qual è la curva che rappresenta questa equazione?

①

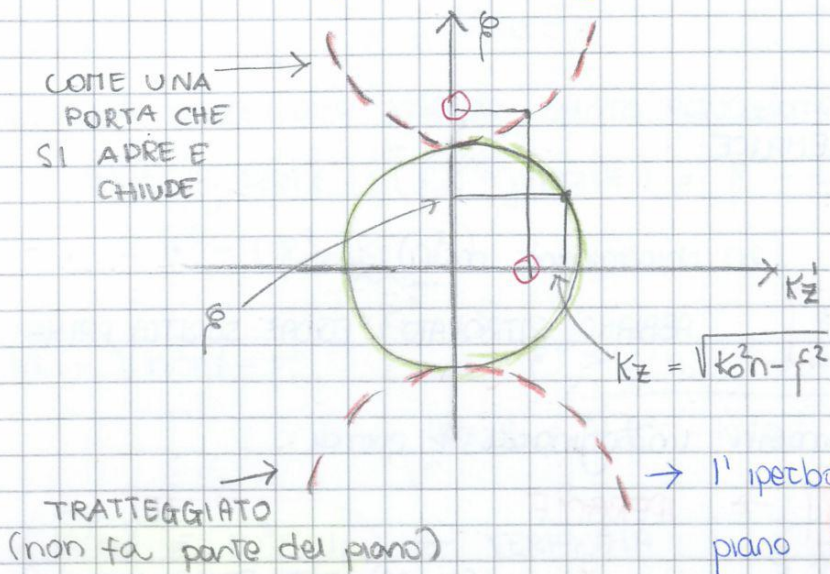


NB: se $\beta < k_0 n$:

$$\beta^2 + k_z^2 = k_0^2 n^2$$

CERCHIO

Per convenzione, si preferisce raffigurare il cerchio e l'iperbole come segue:

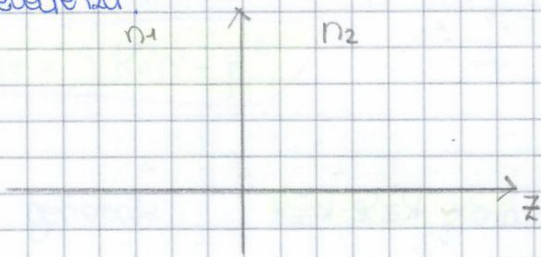


Cerchio e iperbole sono strettamente correlate. una curva è la continuazione dell'altra.

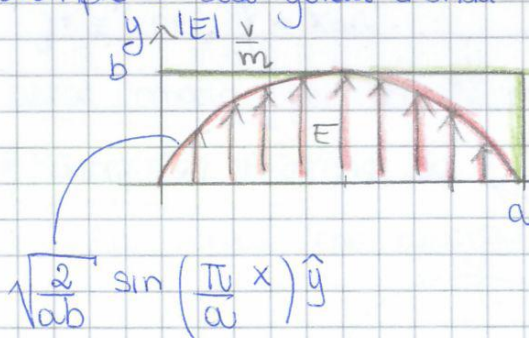
→ l'iperbole è perpendicolare al piano $\beta - k_z$.

Dato che il cerchio continua nell'iperbole, possiamo considerare dei valori esterni alla circonferenza; essi si troveranno sull'iperbole!

Quindi, si utilizza questo fenomeno per studiare lo scattering tra due spazi, che significa applicare la legge di Snell ai casi studiati in precedenza.



Un esempio è la guida d'onda metallica:

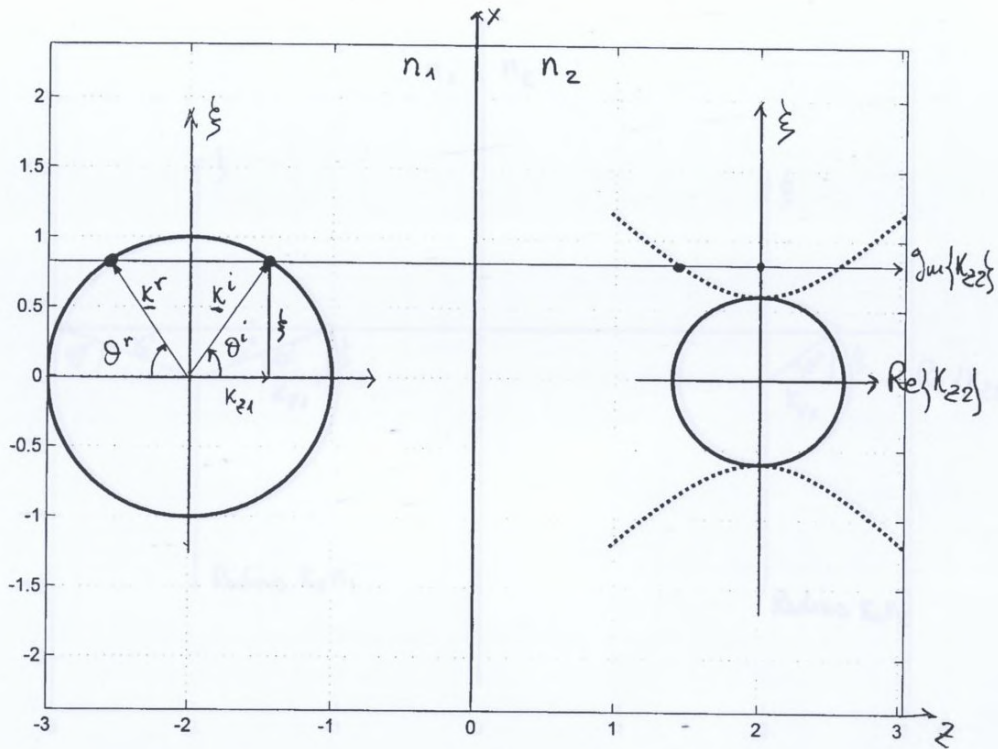


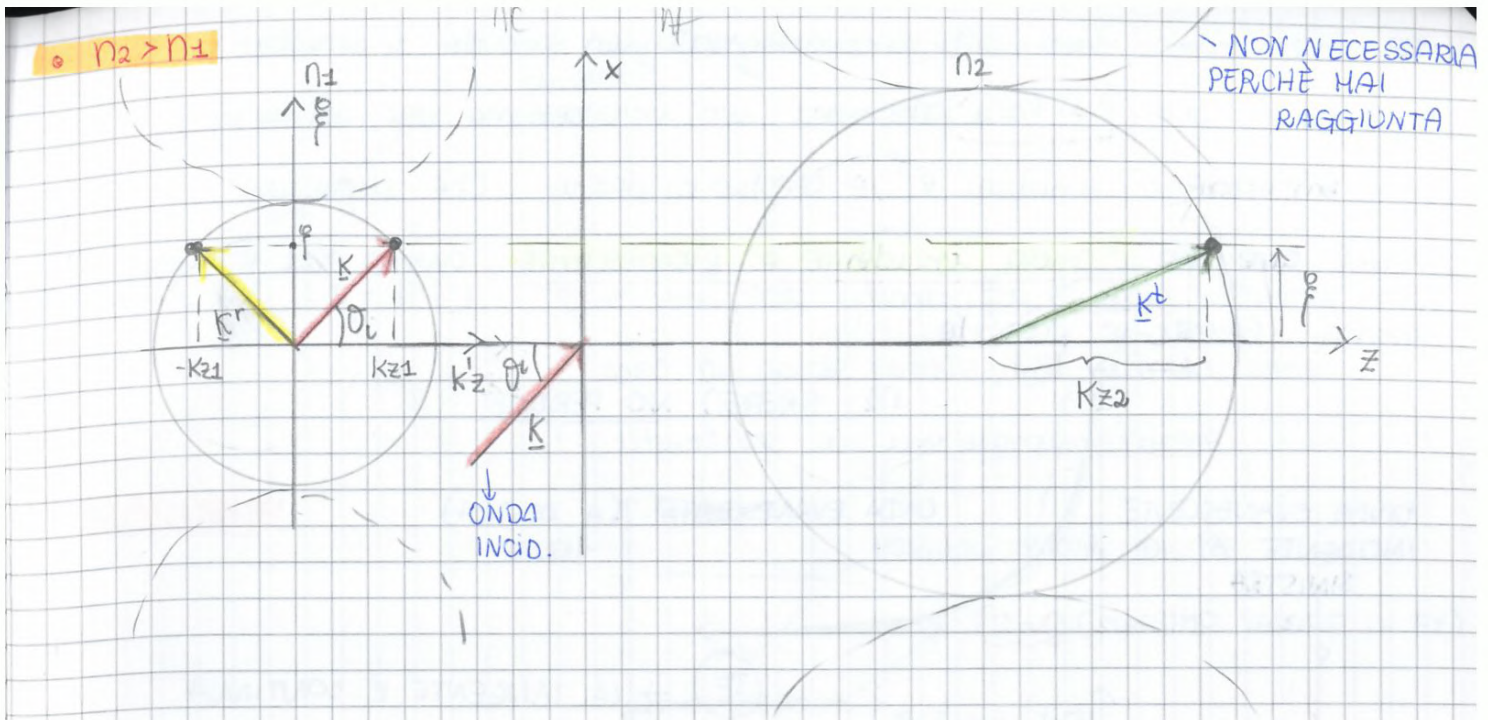
TE_{10}
il modo fondamentale ha questa distribuzione di campo

$$\sqrt{\frac{2}{ab}} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \hat{y}$$

In questo disegno non c'è relazione tra metri e campo elettrico, quindi la scala è differente e posso cambiarla!

SNELL'S LAW for $n_1 > n_2$ and $\theta^i > \theta^c$ (total reflection)





In questo caso non abbiamo riflessione totale. Nel cerchio a sinistra riportiamo l'onda incidente (con k_x e θ_i uguali a quelli dell'onda incidente). A causa delle BC nell'interfaccia, il valore di f è lo stesso per l'onda trasmessa, incidente e riflessa.

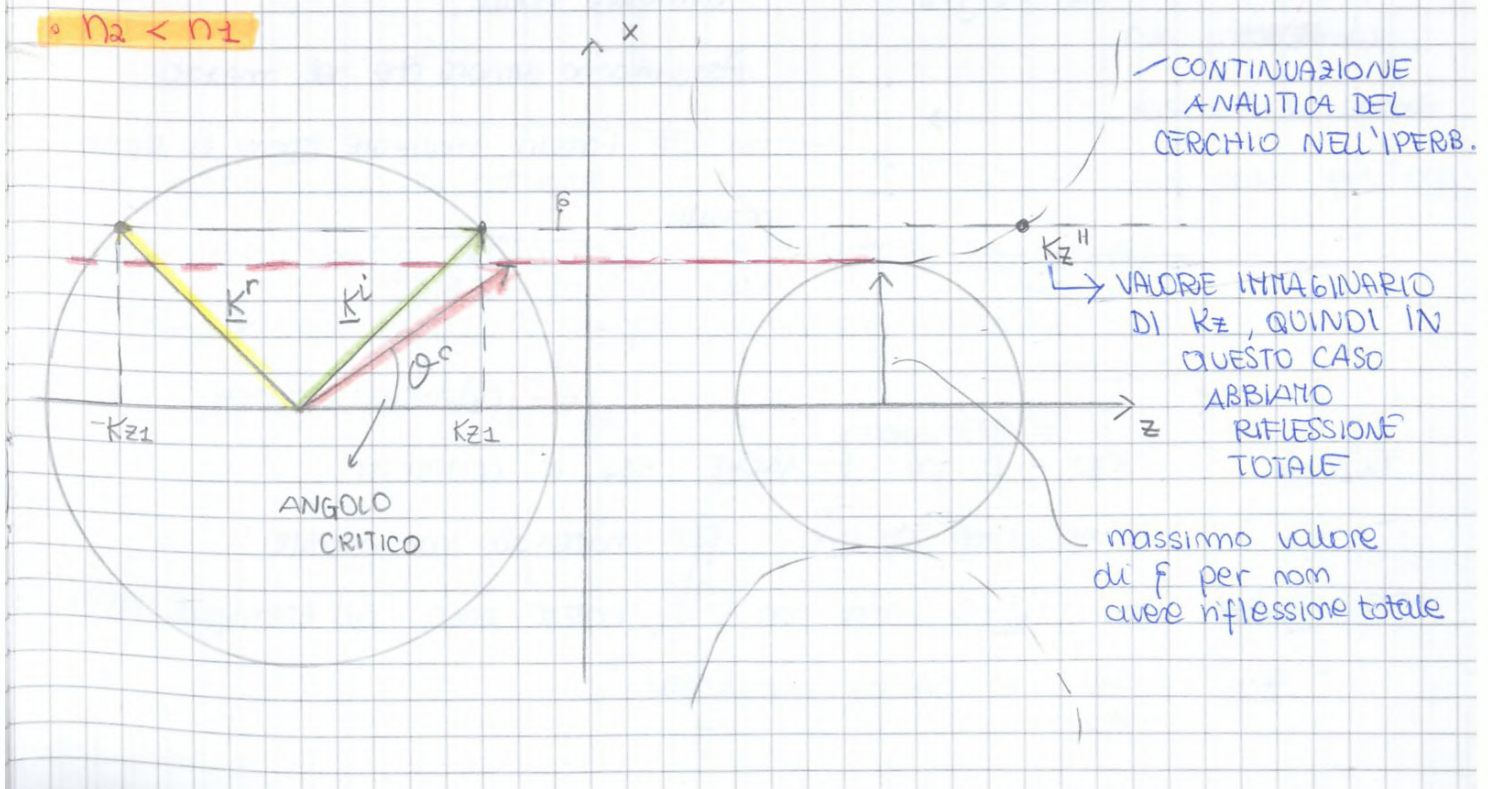
k^r → vettore d'onda dell'onda riflessa.

$$e^{+jk_z z} = e^{-j(-jk_z)z}$$

→ abbiamo notato che il vettore d'onda delle

BW è uguale e opposto a quello della FW.

k^t → vettore d'onda dell'onda trasmessa.



$$Z_{00} = R + jX$$

→ che significa linea di trasmissione con piccole perdite?

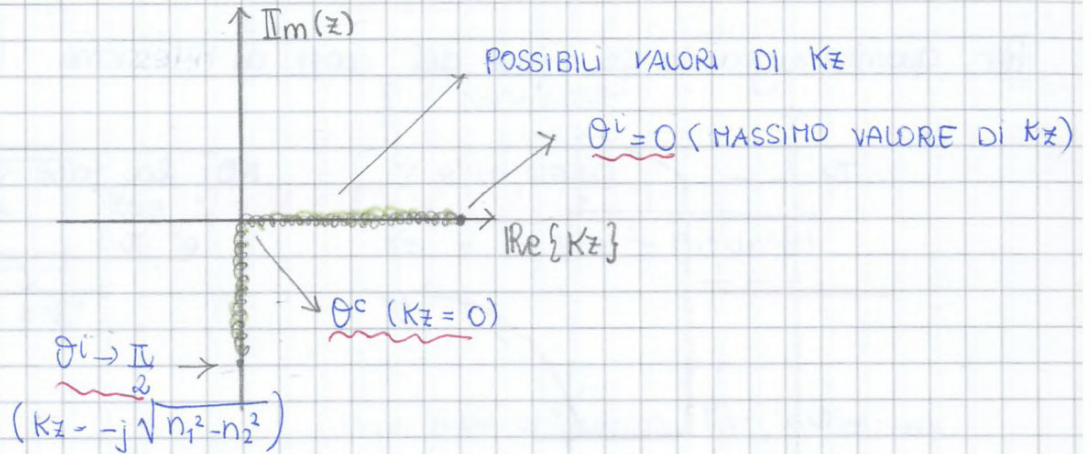
$$\downarrow X \ll R$$

$$Z_{00} \approx R$$

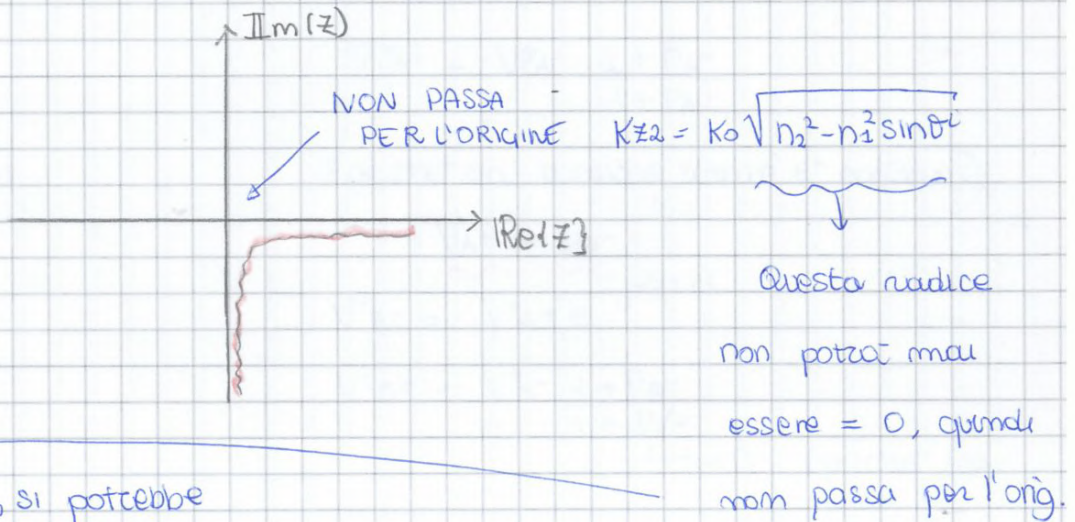
$$P = \frac{1}{2} \frac{|V|^2}{Z_{00}} (1 - |\Gamma|^2)$$

→ e' vera solo quando Z_{00} e' reale! Quindi nel caso di piccole perdite, la formula viene utilizzata con un' approssimazione!

NO PERDITE

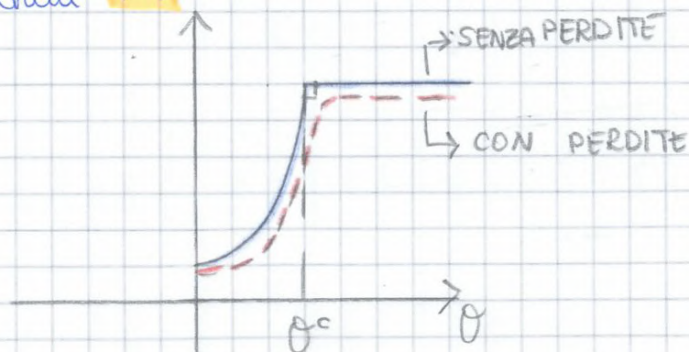


CON PERDITE

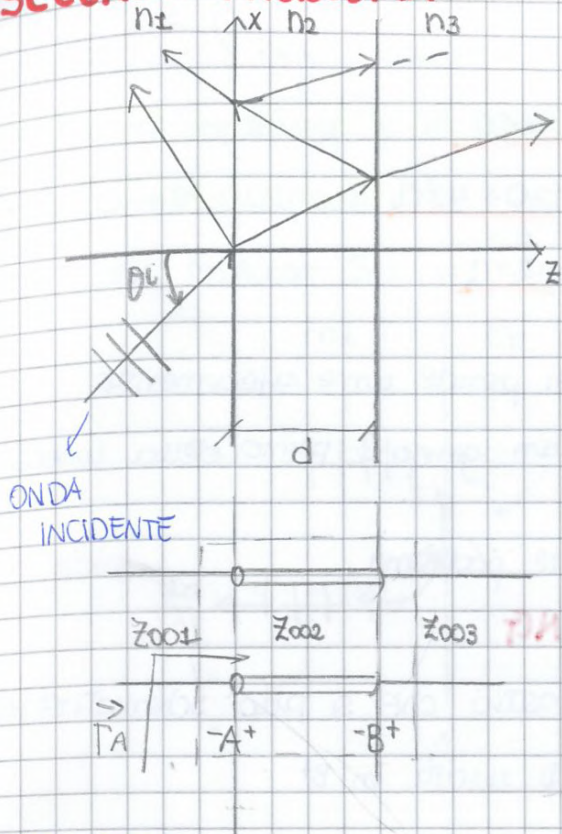


Per questo motivo, si potrebbe dire che l'angolo critico non esiste (nel caso con perdite).
 ma c'è un range di angoli per cui c'è riflessione totale.

Per quanto riguarda π ?



SECONDO PROBLEMA



ONDE INFINITE

3 media:

- 2 metaspazi
- 1 di lunghezza d

Si vuole calcolare il campo trasmesso e riflesso.

$$p = k_0 n_2 \sin \theta_i$$

↳ e' lo stesso

$$k_{z1} = k_0 \sqrt{n_1^2 - n_2^2 \sin^2 \theta_i}$$

$$Z_B = Z_{003}$$

$$Z_B^- = \frac{Z_{003}}{Z_{002}}$$

$$\Gamma_B^- = \frac{Z_B^- - 1}{Z_B^- + 1}$$

$$\Gamma_A^+ = \Gamma_B^- e^{-jk_{z2}d}$$

$$Z_A^+ = \frac{1 + \Gamma_A^+}{1 - \Gamma_A^+}$$

$$Z_A^- = Z_A^+ \frac{Z_{002}}{Z_{001}}$$

$$\Gamma_A^- = \frac{Z_A^- - 1}{Z_A^- + 1}$$

↑
coeff. di riflessione di ingresso

Dopo aver calcolato Γ_A^- , si calcola

la tensione:

$$V_{A^+}^+ = V_{A^-}^+ \frac{1 + \Gamma_A^-}{1 + \Gamma_A^+}$$

(poiche' la tensione totale e' continua)

$$V_{A^+}^+ = V_{A^-}^+$$

$$V_{B^-}^+ = V_{A^+}^+ e^{-jk_{z2}d}$$

$$V_{B^+}^+ = V_{B^-}^+ \frac{1 + \Gamma_B^-}{1 + \Gamma_B^+}$$

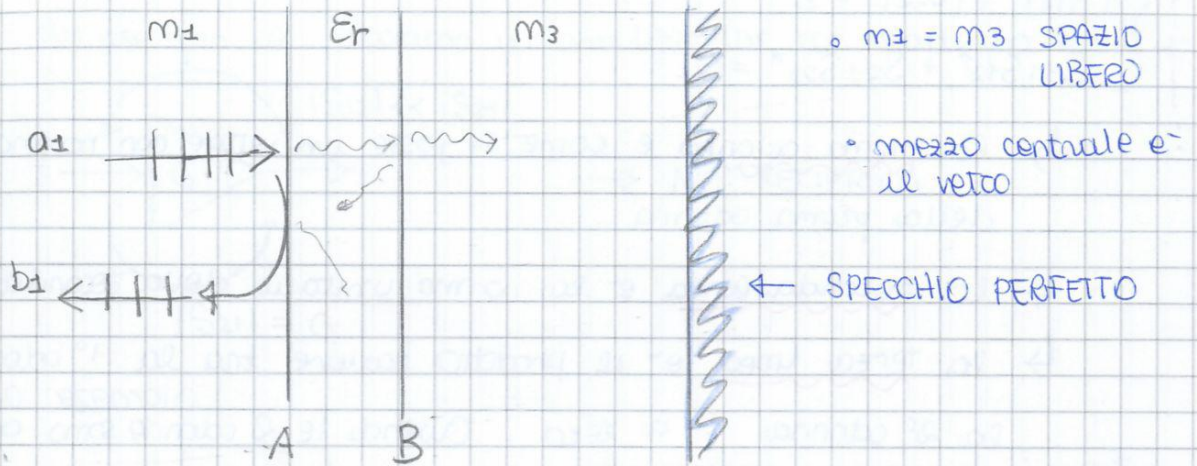
→ = 0 (poiche' non c'e' una 3° interfaccia)

NO RIFLESSIONE

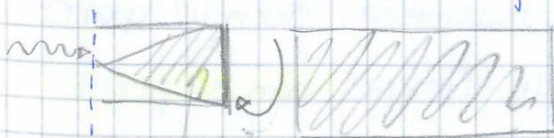
$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

• matrice scattering

la matrice scattering è il modo migliore per descrivere il circuito a 2 parametri distribuiti. Per avere un'idea di cosa vuol dire $a_2=0$, supponiamo di voler misurare S_{11} su una finestra all'interfaccia 1.



Non misuriamo b_1 , e $S_{11} = \frac{b_1}{a_1}$ e le coeff di riflessione. Ma certamente ci sarà un campo riflesso verso destra. Se ci fosse uno specchio perfetto a destra che succede all'onda trasmessa qui? Sicuramente viene riflessa dallo specchio. Torna indietro sul vetro e viene parzialmente riflessa e trasmessa e non si riesce a distinguere nel mezzo l'onda riflessa "originale" e quella generata dallo specchio! Si misura quindi un errore! Non si misura la proprietà del vetro (ma anche quella dello specchio). Fisicamente quindi, dovei inserire un materiale che assorba l'onda "riflessa" dello specchio.



NB: nel cono si perde potenza

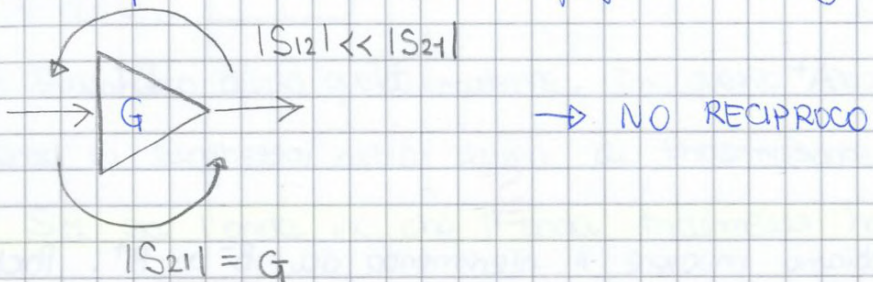
CONO O PIRAMIDE FATTO DI MATERIALI ASSORBENTE

↳ forte riflessione

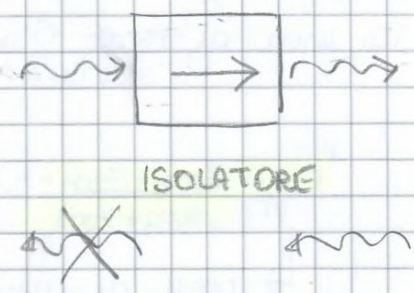
2) **RECIPROCIITÀ**

$S_{21} = S_{12}$ ← la matrice è simmetrica → dispositivo reciproco

Come capire se il dispositivo è reciproco? Da maggioranza dei dispositivi lo è. Nel campo dell'ottica tutti i materiali isotropici sono reciproci, ma anche i cristalli (anisotropici) lo sono. È più conveniente chiederlo, quando non lo è? Ad esempio se abbiamo un amplificatore con guadagno G :



Un altro esempio:



La potenza passa nel dispositivo senza attenuazione.

Al contrario, se un'onda viene da destra, essa è completamente assorbita (nel dispositivo)

All'interno è presente un materiale magnetico e un campo magnetico statico che lo polarizza. ← NO RECIPROCO

$|S_{21}| = 1$ $S_{12} = 0$ no trasmissione "all'indietro".
 ↓
 TUTTA TRASMESSA

Per ottenere S'' ci muoviamo da B^- a A^+ di una lunghezza pari a d :

$$S'' = \begin{pmatrix} r_{23} e^{j2\phi} & (1+r_{23}) \sqrt{\frac{Z_{002}}{Z_{003}}} e^{-j\phi} \\ (1+r_{23}) \sqrt{\frac{Z_{002}}{Z_{003}}} e^{-j\phi} & -r_{23} \end{pmatrix}$$

NON CAMBIA
POICHÉ SI RIFERISCE
ALLA PORTA N°2.

Con: $\phi = k z_2 \cdot d$

In S_{21} non c'è il 2.

↳ è quello trasmesso diviso quello incidente. In questo caso descrive solo la differenza di lunghezza della linea di trasmissione.

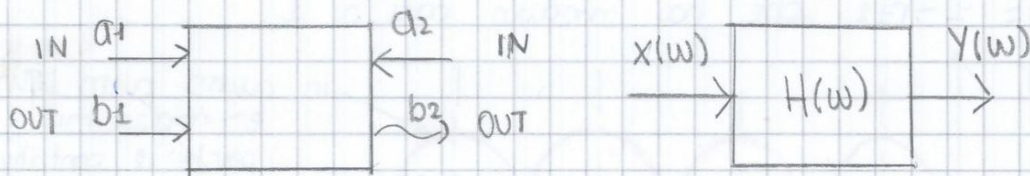
Nel caso di S_{11} sia l'onda inc. che l'onda trasmessa hanno la stessa phase shift. Esplicitiamo quindi ora S_{11} e S_{22} della struttura completa:

• $S_{11} = \frac{r_{12} + r_{23} e^{j2\phi}}{1 + r_{12} r_{23} e^{j2\phi}}$ → coeff. di riflessione

• $S_{22} = \frac{(1+r_{12})(1+r_{23}) e^{-j\phi}}{1+r_{12} r_{23} e^{j2\phi}} \cdot \sqrt{\frac{Z_{002}}{Z_{003}}}$

Γ_A^- è uguale a S_{11} ? Sì.

↳ calcolato dalla teoria delle linee di trasmissione.

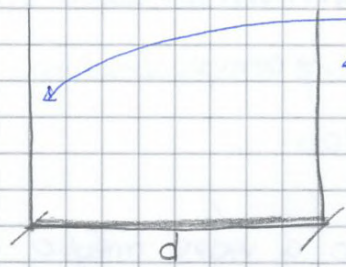


Qual è il minimo coeff. di riflessione? È quello sulla porta 1 quando non viene nulla dalla 2. (da destra). NB: i denominatori sono gli stessi. La matrice scattering è una funzione di trasferimento, in particolare (4) funzioni di trasferimento associate al dispositivo. (e S_{11} e S_{22} ne sono 2 possibili). Avendo, con ω è "nascosta" in ϕ , poiché $\phi = k z_2 \cdot d$,

con $k z_2 = \frac{\omega}{c} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}$

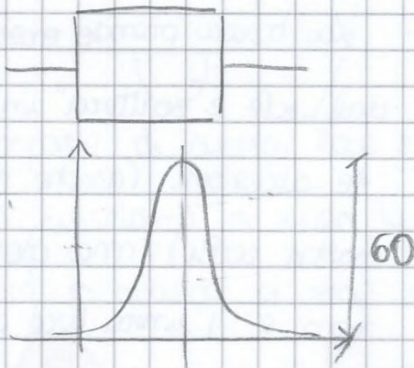
Come fa ad essere certo che la struttura è senza perdite? Poiché m_1, m_2 sono reali.

FABRY-PEROT interferometer



2 specchi (speculari) che parzialmente riflettono e parzialmente trasmettono ad una certa distanza d .

Le 2 interfacce sono gli specchi. Questa struttura è un filtro che passabanda.



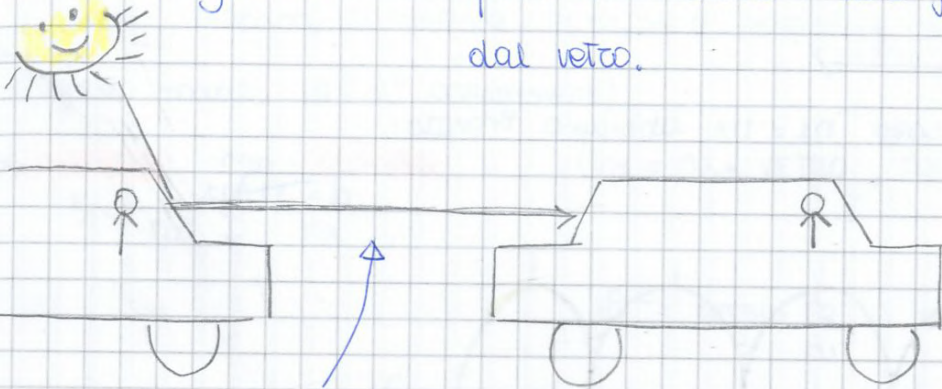
Tutti i filtri parlano di attenuazione, non dissipazione!

-60 dB di attenuazione vuol dire che il campo è completamente riflesso! Il filtro produce un'attenuazione a causa della riflessione (non per la dissipazione!)

Ogni circuito a parametri distribuiti ha un infinito numero di passabanda.

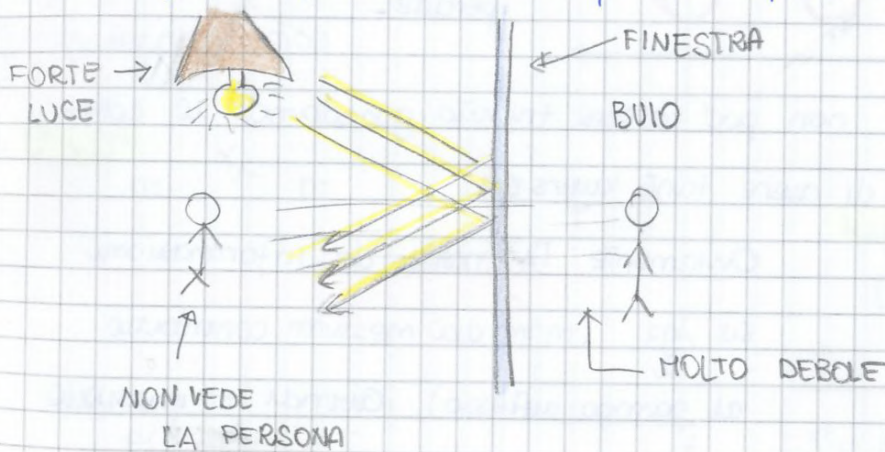
La maggior parte della luce riflessa ha polarizzazione TE. (quindi si deve eliminare). Le lenti non polarizzate invece, eliminano della stessa quantità entrambe le componenti.

Un altro esempio, è quello di non vedere la persona in macchina dietro di noi quando stiamo guidando: quello che vediamo è una forte riflessione dal vetro.



La maggior parte di questa luce è polarizzata TE; quindi se abbiamo occhiali polarizzati riusciamo a vedere la persona.

Un esempio è quando ci sono quei vetri speciali nei distretti di polizia:



ha a che fare con il rapporto portante/interferenza (C/I).

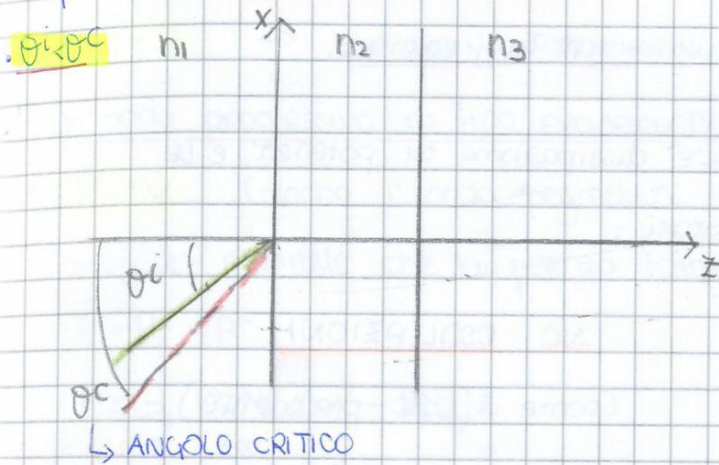
La luce che passa dalla finestra è molto debole. Invece viene quasi totalmente riflessa.

Il minimo è $\frac{Z_{003} - Z_{001}}{Z_{003} + Z_{001}}$. È ovvio perché $\frac{\lambda g_2}{2}$ è invisibile ai coeff di riflessione

vuol dire che il layer centrale non dà contributo alla riflessione. Quindi è come se non ci fosse. È come se n_2 fosse collegato direttamente con n_3 . (ma solo se $d = \frac{\lambda g_2}{2}$!)

(Controllo da fare: bisogna controllare n_1, n_2, n_3 e controllare se $\frac{Z_{003} - Z_{001}}{Z_{003} + Z_{001}}$ è uguale a quello trovato al 1° assignment)

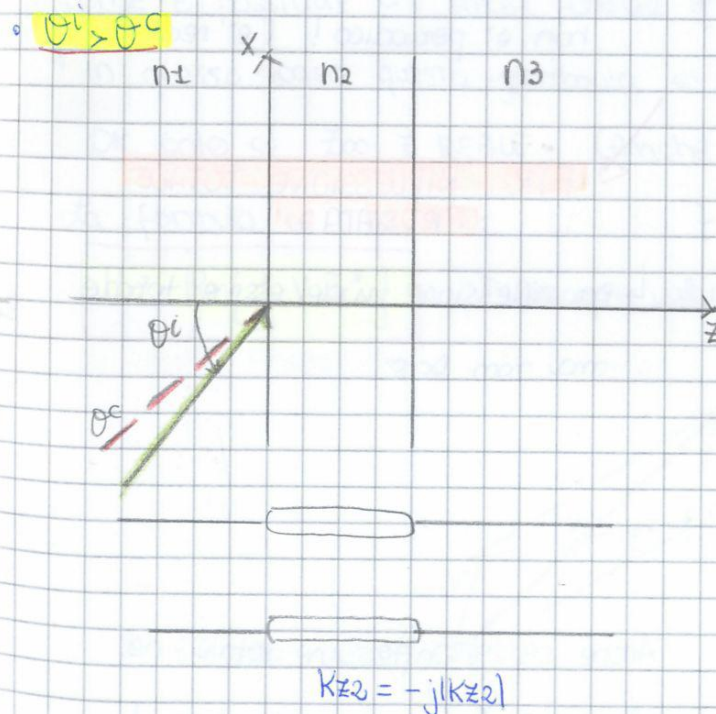
Riprendiamo $n_1 = n_3$ con $n_2 < n_1$. ($n_1 = n_3 = \text{VETRO}$, $n_2 = \text{ARIA}$)



$$\theta^c = \arcsin \frac{n_2}{n_1} \quad \text{e} \quad \theta_i < \theta^c$$

In questo caso tutte le costanti di propagazione sono reali.

K_{z1} REALI \rightarrow NO RIFLESSIONE TOTALE (OWNINGE)



$$K_{z2} = -j|K_{z2}|$$

\rightarrow PURAMENTE IMMAGINARIA

$$S_{21} = \frac{(1 - r_{12})^2 e^{-j\phi}}{1 - r_{12}^2 e^{-j2\phi}}$$

\rightarrow coeff. di trasmissione

formula valida anche in questo caso, con K_{z2} immaginaria.

ci chiediamo: che numeri possiamo aspettarci?

$$\phi = K_{z2} \cdot d = -j|K_{z2}| \cdot d$$

$$S_{21} = \frac{(1 - r_{12}^2) e^{-1|K_{z2}|d}}{1 - r_{12}^2 e^{-2|K_{z2}|d}}$$

NB: le esponenziali reali.

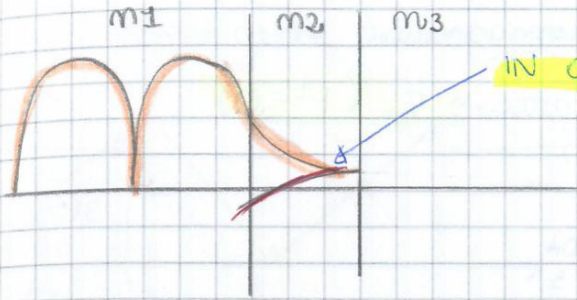
r_{12} : coeff. di riflessione di Fresnel all'interfaccia

tra ① e ② (PROPRIETÀ DELL'INTEGRO)

$$\frac{V^+_{A^+}}{I^+_{A^+}} = Z_{002} = \frac{\omega L}{kz_2} \rightarrow \text{immaginaria}$$

↳ immaginaria

Qual è invece la differenza nel caso di 3 media?



DIFFERENZA:

IN QUESTO CASO ABBIAMO SIA L'ONDA PROGRESSIVA CHE REGRESSIVA, (nel caso di prima il 2 media era infinito).

• $P^+ = 0$ → potenza portata dall'onda progressiva

Un'onda progressiva di tipo evanescente porta $P=0$.

• $P^- = 0$ (anche l'onda regressiva ha un'imped. puramente immaginaria)

Come è possibile che la potenza totale sia \neq da 0?

$$P = P^+ - P^-$$

$$P = \frac{1}{2} \frac{|V^+|^2}{Z_{00}} (1 - |\Gamma|^2)$$

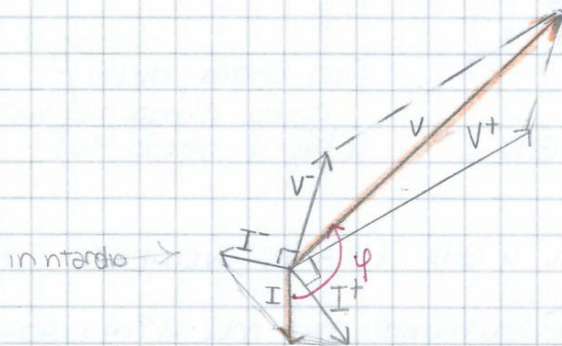
Come è possibile che attivi potenza in 3? È un paradosso. No! È un errore.

↳ in questo caso questa formula è sbagliata! Perché Z_{00} è immaginaria.

OK, solo se Z_{00} È REALE (Anche nel caso di piccole perdite).

da formula corretta è:

$$P = \text{Re} \left\{ \frac{1}{2} V I^* \right\} \rightarrow \text{sempre valida}$$



Polarizzazione TE

$$Z_{002} = j|Z_{002}|$$

I^+ e V^+ (I^- e V^-) sono in quadratura di fase.

$$I^- = -\frac{V^-}{Z_{002}}$$

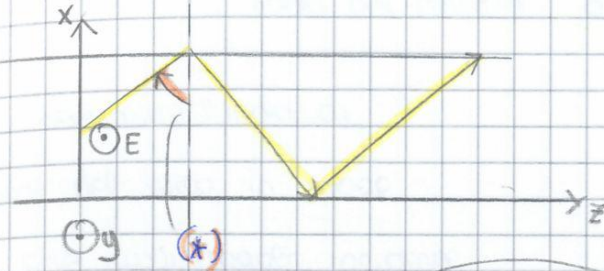
I^- è in ritardo rispetto a V^- poiché c'è il meno.

$$P = \frac{1}{2} |V| |I| \cos \varphi \rightarrow \text{NON È ZERO } (\varphi \neq \frac{\pi}{2})$$

↓
NON NULLA A CAUSA DELL'ONDA REGRESSIVA.

NB: in questo caso è la frequenza a generare questo comportamento differente.
 Nel caso di Fresnel diciamo invece che la frequenza non ha ruolo. (ma solo θ_i).

TE^{10} è una combinazione di onde piane che si propagano nella guida d'onda:



(*) L'angolo è fissato dalla frequenza e dal tipo di modo

$$E_t(x, z) = -\sqrt{\frac{2}{ab}} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-jk_z z}$$

ϵ_{10}

$$e^{-j\frac{\pi}{a}x} + e^{j\frac{\pi}{a}x}$$

NB: i 2 esponenziali (in x e in z) possono essere combinate insieme? Sì, ogni esponenziale rappresenta un'onda!
 ESPONENZIALE \leftrightarrow ONDA PIANA

ma cosa è k_c ?

$$k_z = \sqrt{k_0^2 n^2 - \beta^2}$$

$$k_z = \sqrt{k_0^2 \epsilon_2 - k_c^2}$$

$$\beta = k_c$$

nel caso di guide d'onda metalliche k_c è fissato.

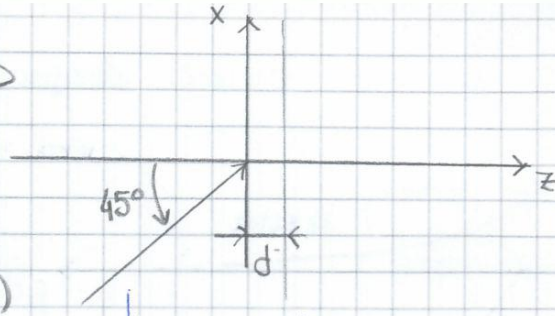
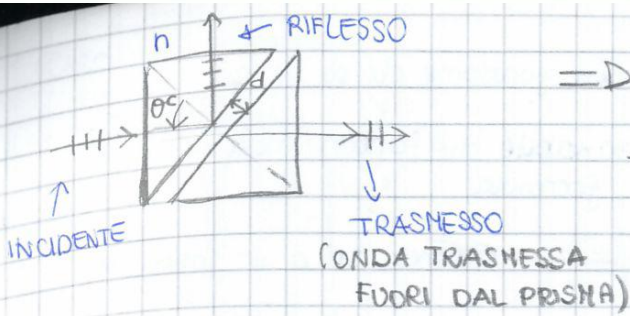
Nel nostro caso:

$$\beta = k_0 a \sin \theta_i \rightarrow \text{l'angolo è fissato, quindi di conseguenza } \beta$$

Allo scopo di mantenere β costante, se cambia f cambia anche l'angolo di incidenza. È questo il motivo per cui, cambiando la frequenza, cambia anche l'angolo.



Se si riduce la frequenza, sotto soglia il modo si propaga up e down... e quindi l'energia non può passare verso destra, ma oscilla!



↳ campo trasmesso che colpisce l'interfaccia con un angolo incidente che deve essere misurato con un normale locale.

Bisogna selezionare l'indice di rifrazione del vetro in modo tale che un angolo incidente di 45° sia maggiore dell'angolo

critico:

$$45^\circ > \theta^c = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$$

↳ indice di rifrazione dell'aria
↳ indice del prisma

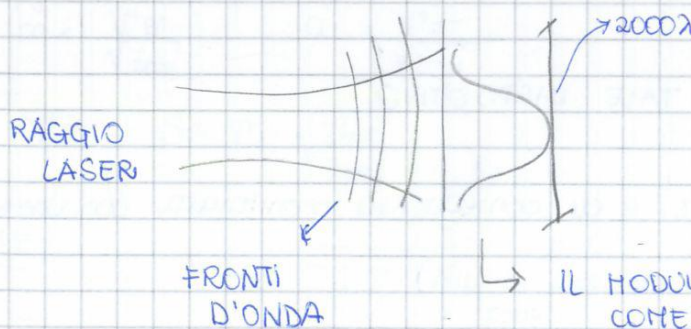
Quando $\theta^c = 45^\circ$? se $n = \sqrt{2}$ $\left\{ \arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 45^\circ \right\}$

Quando $\theta^i > \theta^c$, l'onda nello spazio è evanescente ($k_z = -j|k_z|$)

↳ **RIFLESSIONE TOTALE FRUSTRATA** (c'è un campo trasmesso)

BEAM SPLITTER perché si inizia da un raggio e se ne generano due in uscita.

Ricorda che le onde piane non esistono nella realtà

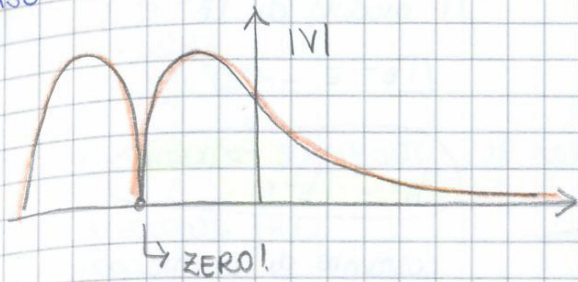


Qual è la dimensione del raggio?
0.8 μm.

↳ IL MODULO HA UN ANDAMENTO COME UNA GAUSSIANA

Il fronte d'onda è piatto oltre i 2000λ.

CASO DI FRESNEL:



Se $|S_{21}| \neq 0 \rightarrow |S_{11}| \neq 1$

↓
l'onda riflessa è più piccola della trasmessa

NB: lavorare con le matrici scattering vuol dire considerare il tutto come una scatola nera (e non solo quello che accade all'interno). → MATRICE DI TRASFERIMENTO. Se vogliamo plotare quello che succede all'interno utilizziamo le linee di trasmissione (e la sua teoria).

C'è solo un caso in cui può essere utile utilizzare la matrice scattering. Se vogliamo plotare questa tensione:

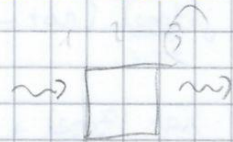
$V(z) = V_{B+}^+ e^{-jkz}$ (z-d)

se $z > d \rightarrow$ tensione nel 3° mezzo

$V_{B+}^+ = V_{B-}^+ (\pm + \Gamma_{B-}^-)$

$V_{B-}^+ = V_{A+}^+ e^{-jkz}$

$V_{A+}^+ = V_{A-}^+ \frac{1 + \Gamma_{A-}^-}{1 + \Gamma_{A+}^+}$



$V_{B+}^+ = \frac{1 + \Gamma_{A-}^-}{1 + \Gamma_{A+}^+} e^{-jkz} (\pm + \Gamma_{B-}^-) V_{A-}^+$

$S_{21} = (1 + \Gamma_{12}) \sqrt{\frac{Z_{001}}{Z_{002}}}$

ONDA DI INGRESSO

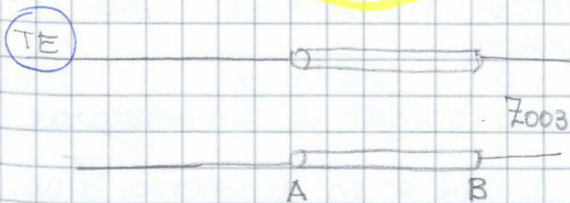
$b_2 = S_{21} a_1$

$b_2 = \frac{V_{B+}^+}{\sqrt{Z_{003}}}$

$a_1 = \frac{V_{A-}^+}{\sqrt{Z_{001}}}$

Il risultato di 1 e 2 è lo stesso.

$V_{B+}^+ = S_{21} V_{A-}^+ \sqrt{\frac{Z_{003}}{Z_{001}}}$



$Z_{002} = j |Z_{002}|$

Come troviamo Γ_{A-}^- ? Utilizziamo la carta di Smith. I conti analitici sono stati svolti in precedenza.

$Z_{B-} = \frac{Z_{003}}{Z_{002}} = -j \frac{Z_{003}}{|Z_{002}|}$

Iniziamo dal caso TE:

$$Z_{0i} = \frac{\omega \mu}{k_z i}$$

Per un certo θ_i specificato, il coeff. di riflessione deve essere nullo (ad una data frequenza f_0).

Calcoliamo $Z_{0\phi}$:

$$Z_{0\phi} = \frac{\omega \mu}{k_z \phi} = \frac{Z_0 k_0}{k_0 n \cos \theta_i} = \frac{Z_0}{n \cos \theta_i}$$

E ora Z_{0s} :

$$Z_{0s} = \frac{\omega \mu}{k_z s} = \frac{Z_0}{\sqrt{n_s^2 - n_0^2 \sin^2 \theta_i}}$$

Avindi:

$$Z_{00} = \sqrt{Z_{0\phi} \cdot Z_{0s}} = \frac{\omega \mu}{k_z} = \frac{Z_0}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 \theta_i}}$$

↑
impedenza caratteristica

della linea di trasmissione
che deve essere inserita.

elevarlo al quadrato Num e Den.

$$\frac{Z_0^2}{n^2 - n_0^2 \sin^2 \theta_i}$$

→ da questa equazione è possibile
derivare il valore di n .

$$\frac{Z_0^2}{n^2 - n_0^2 \sin^2 \theta_i} = \frac{Z_0}{n \cos \theta_i} \cdot \frac{Z_0}{\sqrt{n_s^2 - n_0^2 \sin^2 \theta_i}}$$

$$n \Rightarrow k_z = k_0 \sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 \theta_i}$$

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{k_z} \quad d = \frac{\lambda_g}{4}$$

Per il caso TM è leggermente più complicato:

$an^4 + bn^2 + c = 0 \rightarrow$ 2 soluzioni, e qualche volta entrambe
sono accettabili

(Nel caso TE solo una soluzione è accettabile).

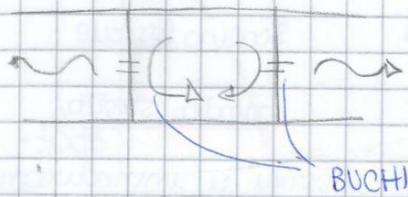
Supponiamo ora di fissare θ_i , la polarizzazione e $f \in [f_1, f_2]$.

(NB: nei campi elettromagnetici lo stub è progettato per una data frequenza)

Noi dobbiamo disegnare un dispositivo che sia senza perdite. (In EM la lunghezza dello stub è sempre minore di λ e quindi trascurabili!)

È possibile realizzare adattamenti basati su componenti resistivi (parametri concentrati),
 ma dissipano energia e quindi introducono delle perdite! ma sono versatili
 per più frequenze.

Consideriamo ad esempio un risonatore, ideale, senza perdite. Il risonatore è una scatola, fatta da conduttori perfetti. Q è infinito.

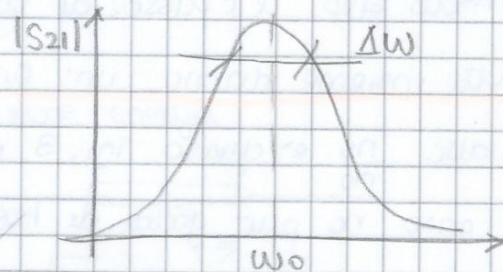


← Se si vuole utilizzare il risonatore bisogna creare dei buchi e collegarlo a guide d'onda, così da avere un campo incidente che è parzialmente riflesso, trasmesso... Questo è un filtro!

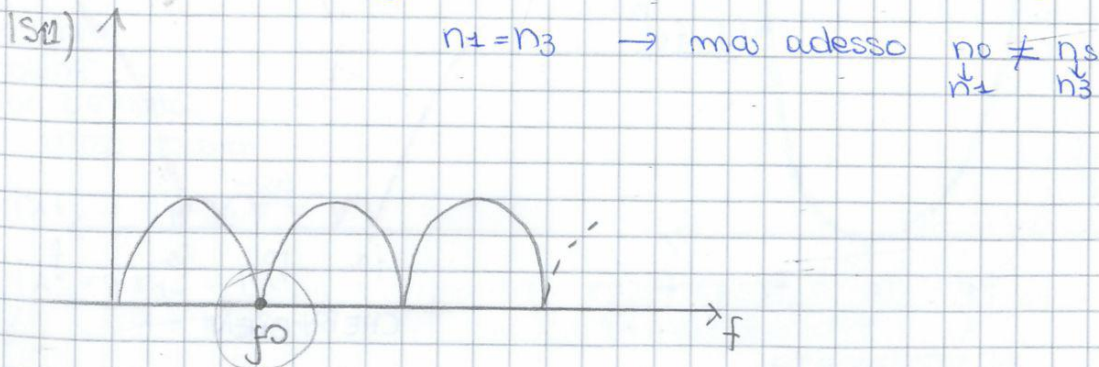
LOADED Q

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega - 3dB}$$

non è infinito!



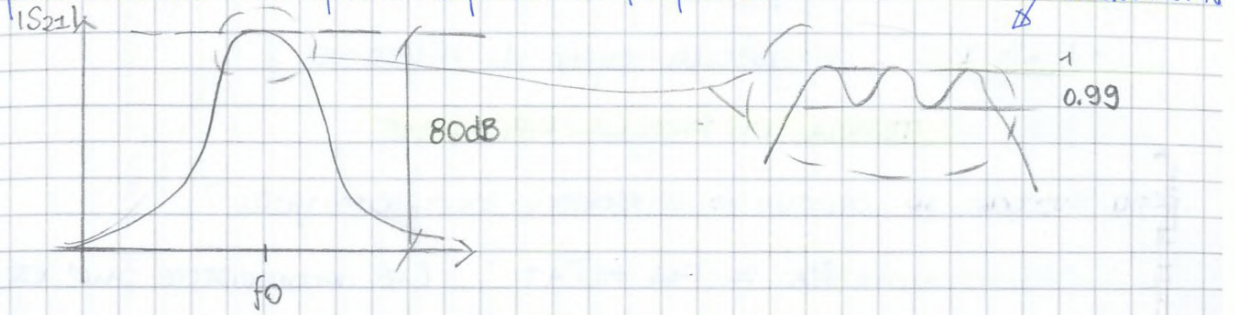
Tornando al nostro problema, qual è la risposta in frequenza della struttura? La conosciamo poiché è una struttura fatta da 3 differenti tipi di dielettrici. Disegniamo il coeff. di trasmissione in funzione di f :



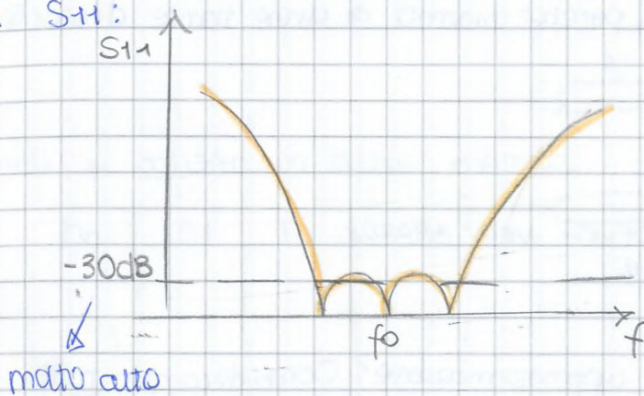
→ Se f_0 è la frequenza di progetto, il coeff. di trasmissione è 0. $|T| = 0$ in questo punto.

metodo approssimativo:

Il filtro passa-banda ha questa risposta in frequenza:



Se vogliamo acquistare il filtro in realtà daremmo anche chiedere la curva S_{11} :



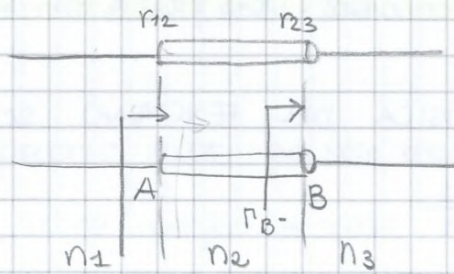
Poca riflessione nella banda passante. Se f è molto distante da f_0 si ha un'attenuazione di 6 dB non correlata alla dissipazione di potenza. Un buon filtro è ben adattato nella banda passante.

Se non ci sono perdite:

$$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1 \rightarrow \text{Conservazione energia}$$

$$S_{11} = \frac{r_{12} + r_{23} e^{-j2\phi}}{1 + r_{12}r_{23} e^{-j2\phi}}$$

IRR



$$\Gamma_{23} = \Gamma_{B-}$$

$$\Gamma_{A-} \neq \Gamma_{12}$$

$$\downarrow$$

$$S_{11}$$

coincidono poiché non c'è nulla verso destra

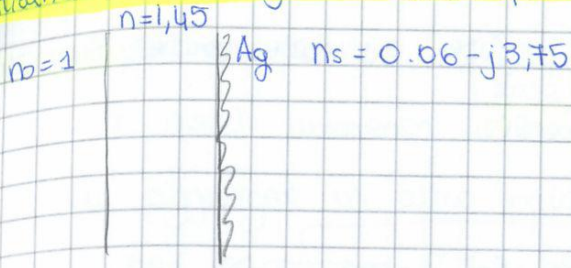
$$\Gamma_{A+} = \Gamma_{B-} e^{-j2\phi}$$

$$\Gamma_{A-} = \frac{r_{12} + \Gamma_{A+}}{1 + r_{12}\Gamma_{A+}}$$

$$\left(\frac{r_{12} + r_{23} e^{-j2\phi}}{1 + r_{12}r_{23} e^{-j2\phi}} \right)$$

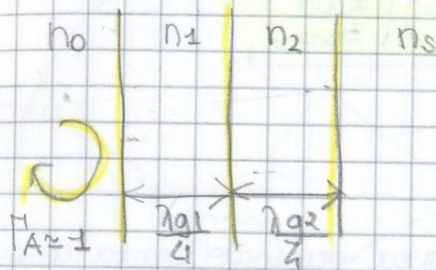
S_{11}

Al contrario adesso, vogliamo uno specchio



un po' di potenza è dissipata nello strato di Argento. Noi abbiamo bisogno di un coeff. di riflessione estremamente alto. In questo sistema non si può utilizzare qualsiasi metallo; ad esempio se l'Argento alle alte frequenze non è più buono!
 ↳ DISSIPA

quindi si utilizza un altro metodo.



BRAGG REFLECTOR

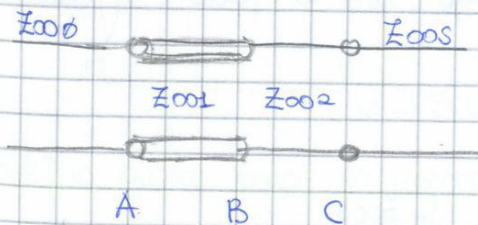
BRAGG REFLECTOR

Selezioniamo 2 strati con un elevato contrasto $\frac{n_2 \gg 1}{n_1} \ll 1$

Im questo caso c'è un forte contributo da ogni strato. Grazie a $\frac{\lambda_g}{4}$ è presente un'interferenza costruttiva, quindi possiamo avere un elevato coeff. di riflessione.

Un Bragg reflector è uno specchio fatto solo da dielettrici.

n_1 e n_2 sono date e scelte come meglio si crede



GUARDIAMO LA STRUTTURA QUINDI COME UNA LINEA DI TRASMISSIONE ORDINARIA

$$Z_C^- = \frac{Z_{00s}}{Z_{002}}, \quad Z_B^+ = \frac{1}{Z_C^-} \rightarrow \text{impedenza invertita}$$

↳ con lunghezza $e^{\frac{\lambda}{4}}$! (RICORDA)

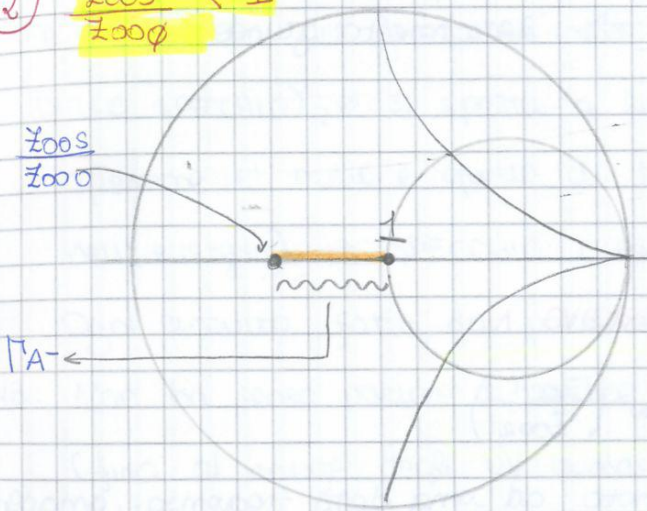
Notiamo Γ_A^- è molto piccolo; per aumentarlo scegliamo un punto $\frac{Z_{001}}{Z_{002}}$ spostato di più verso destra. Se $\left(\frac{Z_{001}}{Z_{002}}\right) > 1$, il punto si sposta verso destra. (e quindi aumento il coeff. di riflessione). Per questo motivo si pensa di aggiungere un altro paio di layers e così via:

$$Z_A^- = \left(\frac{Z_{001}}{Z_{002}}\right) \left(\frac{Z_{001}}{Z_{002}}\right)^{2N}$$

N : numero di celle; una cella è una coppia di layer.

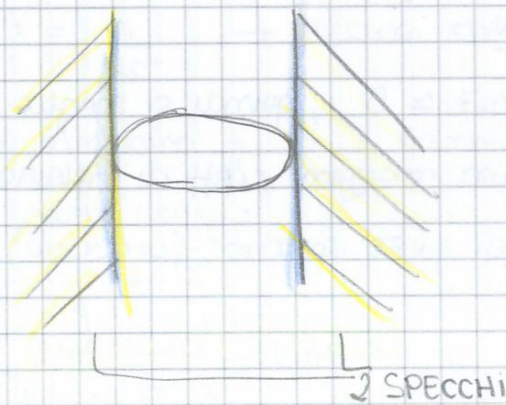
In questo modo, a seconda della scelta di N posso muovere il punto Z_A^- dove voglio e cambiare il coeff. di riflessione.

② $\frac{Z_{001}}{Z_{002}} < 1$



Se siamo interessati ad un aumento del modulo di Γ_A^- , $\frac{Z_{001}}{Z_{002}}$ dovrebbe essere spostato verso sinistra!

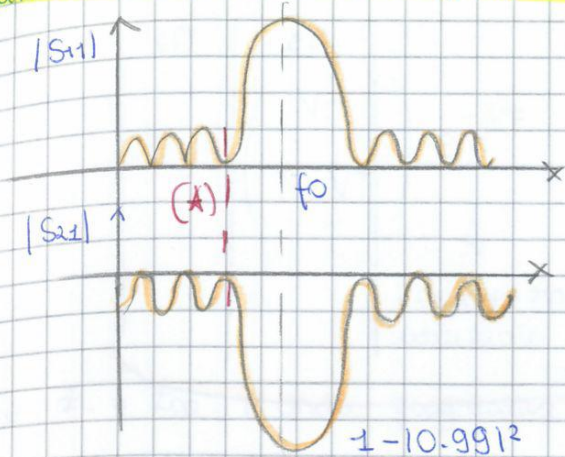
NB: il coeff. di riflessione in questo caso ha fase π . (ma non ci importa se nel nostro sistema è presente solo uno specchio). Nel caso di 2 specchi è importante poiché dobbiamo considerare il roundtrip. (La fase che un'onda ha quando parte, viene riflessa e torna al punto di partenza); si accumula fase in questo caso, e tale fase è dovuta alla propagazione ma anche alla fase del coeff di riflessione!



la fase in questo caso è importante perché lavoriamo con l'interferenza tra l'onda progressiva e regressiva.

La fase del campo è importante quindi, solo quando consideriamo un'interferenza. Per misurare la fase di un'onda ottica si produce un'interferenza (altrimenti non misuro nulla!)

Il Bregg reflector si comporta come un filtro elimina banda poiché per un'alta riflessione alla frequenza di progetto



Quando la riflessione è alta, la trasmissione è molto piccola. un Bregg reflector è uno specchio che parzialmente trasmette e parzialmente riflette, ma la trasmissione può essere molto piccola.

Se la frequenza del generatore invece di essere f_0 (FREQUENZA DI PROGETTO DELLO SPECCHIO), si sposta a sinistra (vedi disegno *) il coeff. di riflessione è nullo e quello di trasmissione è 1 (a causa della conservazione dell'energia) → SPECCHIO TRASPARENTE → FILTRO

Ogni circuito fatto da parametri distribuiti ha infinite bande (di stop).

NB: Non ha senso parlare di indice di rifrazione se siamo ad altissime frequenze (fino al range degli UV quindi).

$$Z_{B+} = \frac{1}{Z_C^-} \rightarrow \text{Ricorda che questa relazione è valida solo se } d = \frac{\lambda g_1}{2} \text{ e } \frac{\lambda g_2}{2}$$

⚠ Se cambiamo $f \rightarrow \lambda$ cambia e di conseguenza di ⚠

In questo caso:

$$\Gamma_{C^-} = \frac{Z_C^- - 1}{Z_C^- + 1}$$

$$\Gamma_{B+} = \Gamma_{C^-} e^{-j2kz_0}$$

$$Z_{B+} = \frac{1 + \Gamma_{B+}}{1 - \Gamma_{B+}}$$

oppure $Z_{B+} = \frac{jtg}{1 - tg^2}$

Quindi, si calcola Z_{A^-} e il coeff di riflessione in ingresso, (ma ~~potrei~~ non posso essere certo del risultato trovato).

Proprietà di base della FW:

- $K \rightarrow$ numero di radianzi per ogni metro di propagazione
- Z_{00}

$$\begin{pmatrix} V \\ I \end{pmatrix}(z) = \begin{pmatrix} V^+ \\ Y_{00} V^+ \end{pmatrix} e^{-jkz}$$

Tensione e corrente come singolo oggetto. I due parametri sono K e Y_{00} .

l'esponentiale utilizzato per tensione FW e corrente FW

- Se $Z_L = Z_{00}$, l'onda progressiva è completamente assorbita (NO RIFLESSIONE). Ovviamente, le onde di Bloch avranno una certa costante di propagazione (che andremo a calcolare) e una certa impedenza caratteristica.

In questo caso abbiamo una differenza tra la teoria di trasmissione delle linee delle onde di Bloch e delle onde di potenza. Quelle che noi sappiamo e basate sulle onde di potenza:

$$a_1 = \frac{V^+}{\sqrt{Z_{01}}}$$

Tensione FW normalizzata

$$b_1 = \frac{V^+}{\sqrt{Z_{01}}}$$

tensione BW normalizzata

← ONDE DI POTENZA

Tensione totale: $V = V^+ + V^-$

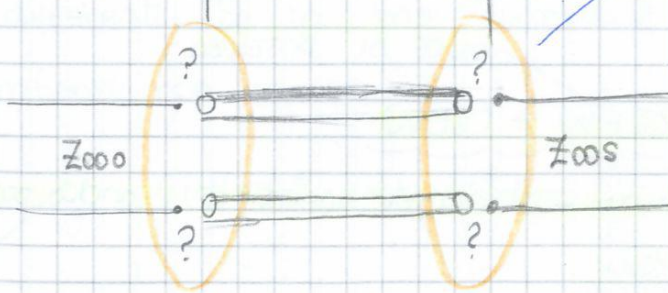
$$K = \omega \sqrt{\epsilon \epsilon'}$$

$$K_z = \sqrt{K^2 - K_c^2}$$

ANALOGHE

Che significa se K ci viene dato? Descriviamo la struttura come segue:

OMOGENEO	PERIODICO	ORTOGENEO
n_0	$n_1 n_2 \dots$	n_s



Posso connetterli?
Se li connetto vuol dire che la Tensione e la corrente sono continui nella sezione considerata.

→ quindi questo vuol dire che le componenti trasversali dei campi devono essere continue