



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1093

DATA: 16/09/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Foschini

MATERIA: Fondazioni

Prof. Costanzo

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**



CORSO DI
FONDAZIONI

TEORIA

Prof. Costanzo

I metodi sperimentali che ci consentono di esplorare la caratterizzazione geotecnica sono: le prove di laboratorio, indagini in sito e lo studio di modelli in vera grandezza.

VANTAGGI PROVE DI LABORATORIO:

- condizioni al contorno ben definite
- $[σ]$ e $[ε]$ uniformi
- controllo delle condizioni di drenaggio
- percorsi tensionali noti e/o controllabili
- materiale ben caratterizzato

SVANTAGGI PROVE DI LABORATORIO:

- necessità di provini indisturbati
- volume in analisi ridotto
- vari parametri
- costi e tempi elevati

VANTAGGI PROVE IN SITO:

- rapide ed economiche
- descrizione continua della verticale
- volume di terreno maggiore
- Parametri naturali su terreno indisturbato
- le uniche disponibili su terreni incoerenti

SVANTAGGI PROVE IN SITO:

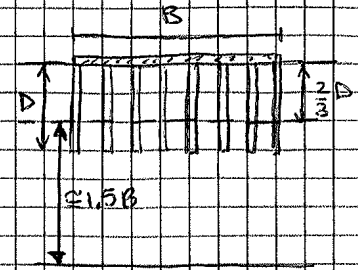
- Condizioni al contorno non ben definite
- Condizioni di drenaggio da determinare
- Forti gradienti di $[σ]$ ed $[ε]$

le prove di laboratorio e le prove in sito devono essere procedure complementari

Unico esperto

- sondaggi
- Prove in sito
- Prove di laboratorio
- Progettazione geotecnica

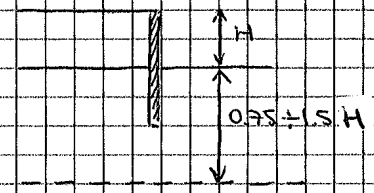
Nel caso di fondazioni su pali, la profondità da indagare può essere stimata.



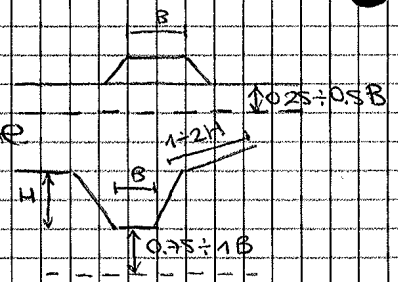
facendo riferimento al concetto di fondazione equivalente, cioè si immagina che la fondazione su pali corrisponda a una fondazione diretta posta ad una profondità pari a $\frac{2}{3}$ la lunghezza dei pali e se tale fondazione si applicano invariabilmente i criteri prima menzionati.

Se gli strati superficiali sono consistenti bisogna sempre verificare la presenza, assenza di strati teneri sottostanti. Se gli strati superficiali hanno caratteristiche scadenti, bisogna raggiungere strati consistenti. Infine se nell'ambito della profondità da indagare si incontra un vasto rocchio, la perforazione in tale strato dovrebbe essere spinta per un tratto di almeno 2m, in modo da escludere la presenza di un rocchio.

Per quanto riguarda le strutture di sostegno, bisogna ricordare che la loro stabilità è assicurata solo se lo è quella del terreno nel quale sono collocate. Pertanto l'indagine dovrebbe interessare il volume di terreno potenzialmente instabile, e profondità anche maggiori quando si ha un problema di filtrazione.



Nel caso di ritenuti o argini l'indagine va spinta oltre lo spessore della corteo superficiale l'approfondimento è maggiore quando l'opera ha funzione di ritenuta idraulica.



Nel caso di trincee, la profondità dell'indagine dipende dalla larghezza della trincea e l'estensione laterale dell'indagine dipende dalla profondità della trincea.

I sondaggi a circolazione vengono eseguiti mediante un'elica che può raggiungere profondità fino a 50 m.

L'impiego di tale attrezzatura non risulta possibile in depositi alluvionali caratterizzati dalla presenza di corredi o blocchi. Il principale limite è dato dal fatto che il terreno estratto risulta rimescolato al punto da non consentire una ricostruzione stratigrafica di dettaglio.

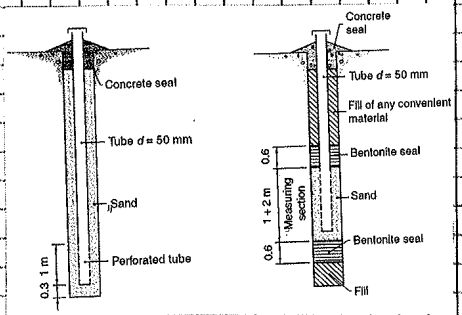
I sondaggi a percussione fanno ricorso a utensili molto robusti (scalpello e cretta) fatti avanzare nel terreno per battitura con maglio o per caduta. Lo scalpello è generalmente adoperato per l'attraversamento di strati lapidei o cementati. La cretta è adatta in terreni incoerenti a grana grossa, ghiaie e ciottoli. I diametri usati variano da 150 a 300 mm e le profondità raggiungibili sono dell'ordine dei 60 m.

I limiti del metodo a percussione sono l'impossibilità di ottenere campioni induribili e l'impossibilità di ricostruire la stratigrafia di dettaglio e il rilevamento delle fratture. Pini operato dall'acqua di perforazione. I vantaggi sono rappresentati dalla possibilità di attraversare rapidamente qualsiasi tipo di terreno, fino a notevoli profondità.

Nei sondaggi a rotazione l'utensile di perforazione è un tubo carotiere (semplice o doppio) che presenta all'estremità munita di corona dentata (tagliante). I diametri usati variano tra i 75 e 150 mm, e l'avanzamento viene realizzato applicando all'utensile, tramite una batteria di aste che lo collegano alla superficie, contemporaneamente spinta e rotazione. L'iniezione di un fluido di perforazione (acqua, fango, aria compressa), attraverso le aste interne (circolazione diretta) o attraverso le pareti del foro (circolazione indiretta), aumenta sensibilmente la velocità di avanzamento. Gli inconvenienti derivano dalla presenza del fluido per il che occorre minimizzare ricorrendo all'impiego del carotiere doppio, costituito da 2 pareti delle quali solo quella esterna riceve il fluido mentre quella interna accoglie il materiale proteggendolo dall'azione dilavante del fluido.

pieno d'acqua con pressione pari a quella dell'ambiente circostante. La presenza dello strumento di misura non altera il regime delle pressioni neutre nel terreno.

Il piezometro più semplice (ed economico) è il piezometro a tubo aperto. È costituito da un tubo di metallo o di plastica avente un tratto penetrato. Se tale tratto non è isolato e il filtro di sabbia si

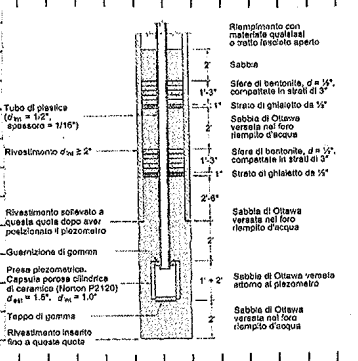


sviluppa sull'intera lunghezza, il piezometro opera come un posto di osservazione che crea una connessione tra il pozzo di osservazione, rendendo non immediata l'interpretazione delle misure (es: in presenza di due falde fa la media tra le due).

Per misure locali, quindi è necessario sigillare la sezione di misura e il filtro circostante (tramite impermeabilizzante). Solo dopo un periodo di tempo, necessario al raggiungimento di una condizione di equilibrio, la pressione dell'acqua all'interno del piezometro raggiunge un valore pari a quella che si ha nel terreno circostante. Per questo motivo, i piezometri a tubo aperto vengono installati solitamente in terreni a elevata permeabilità.

Per ridurre i tempi di risposta, Calagrande ha introdotto un nuovo piezometro, costituito da un cilindro di ceramica, avente lunghezza 300 mm e $d = 38\text{mm}$, collegato a uno o 2 tubi di 10 mm di diametro.

I vantaggi del piezometro Calagrande sono la rapidità di risposta, la semplicità, economicità e affidabilità; la facilità di serbo e pulizia del filtro e la possibilità di più piezometri in uno stesso foro di sondaggio.



Il vantaggio sono l'impossibilità di rilevare falde artesiane e la lettura manuale. (+ testa foro accessibile)

Anche il piezometro di Calagrande in talune circostanze può risultare inadeguato per i tempi di risposta relativamente lunghi, sicché sono stati introdotti altri tipi di piezometri

elettriche, l'impossibilità di spurgo e rimozione di bolle d'aria e infine i costi elevati.

Per questi motivi è raccomandabile installare in parallelo anche piezometri tradizionali, in modo da avere una garanzia delle cose. Inoltre, visto i problemi quasi e mal funzionamento si raccomanda di raddoppiare il numero dei punti di misura.

La pressione dell'HO all'interno del terreno (piezometro) può risultare diversa da quella esistente nel terreno circostante a causa del disturbo provocato dall'installazione del piezometro, o a causa di eventuali perturbazioni, ad esempio da scavi, canali in superficie. Il tempo richiesto per raggiungere la condizione di equilibrio, detto time lag, dipende dalle proprietà del terreno e dalle caratteristiche del piezometro.

Nei terreni sono presenti aria e gas, che per fenomeni di capillarità hanno pressioni più elevate dell'acqua. Un requisito importante del filtro è quello di avere una elevata pressione di gorgogliamento ($\approx 200 \text{ kPa}$), dove x p di gorg. si intende la differenza di pressione che deve esistere tra l'aria nel terreno e l'acqua nel piezometro per perché l'aria possa attraversare il filtro ed entrare nel piezometro (se questo accade viene falsata la risposta del piezom.).

- PROVA SPT : prova penetrometrica dinamica

Tale prova viene eseguita nel corso di un sondaggio e consiste nell'impressione a percussione di un campionatore con altezza tra $45 \pm 76 \text{ cm}$ e diametro tra $12 \pm 120 \text{ mm}$. Per sua natura è una prova di tipo discontinuo, in genere si eseguono misure ad intervalli 1.5 m , quindi raggiunta la profondità voluta la perforazione viene interrotta, si esegue una pulizia di fondo foro e poi si esegue

Uso del materiale.

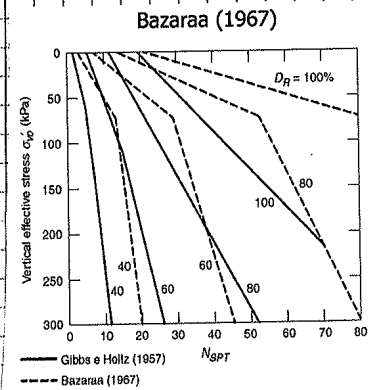
Stima dei parametri di resistenza:

Per terreni a grana grossa (sabbie, ghiaie, limi non plastici) si stima lo stato di addensamento in sito tramite la misura della densità relativa, D_r , si stima l'angolo di resistenza al taglio a volume costante, ϕ'_{cr} , (po' essere valutato da prove su materiale ricostituito, è un parametro del terreno e per terreni granulari $\phi'_{cr} \approx 30^\circ - 40^\circ$) e si esegue una valutazione del livello tensionale medio, p'_f .
 Per quanto riguarda la densità relativa essa è maggiore, quanto più è grande N_{SPT} . Il valore di D_r è influenzato anche dalla profondità alla quale è effettuato dalla prova e quindi dalla σ'_{v0} tramite le seguenti formule:

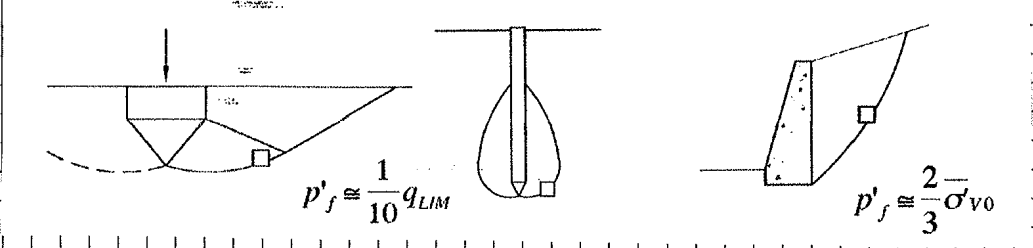
$$D_r = \sqrt{\frac{(N_1)_{60}}{60}}$$

$$(N_1)_{60} = C_N \cdot N_{SPT}$$

$$C_N = \begin{cases} \frac{2}{1 + \frac{\sigma'_{v0}}{100}} & \text{sabbie fini} \\ \frac{3}{2 + \frac{\sigma'_{v0}}{200}} & \text{sabbie grossolane} \end{cases}$$



Per quanto riguarda la valutazione del livello tensionale, questo dipende dal tipo di meccanismo possibile di rottura.



$$\phi' = \phi'_{cr} + m [D_r (10 - \ln p'_f) - 1]$$

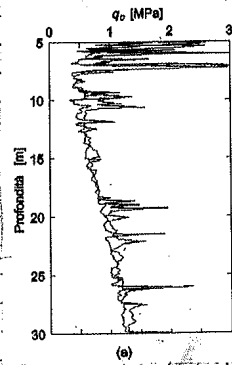
↑ dipende da modalità di snelli

$$\phi' - \phi'_{cr} \leq 12^\circ$$

$m \begin{cases} 3 \text{ assai simmetrico} \\ 5 \text{ deformazione plastica} \end{cases}$

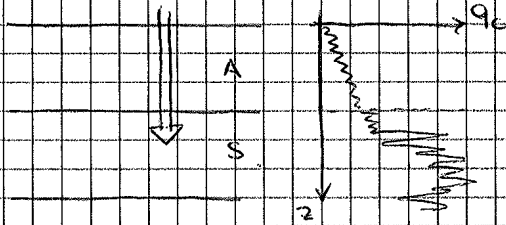
nel caso di argille in cui $q_c \approx 0 \div 3 \text{ MPa}$)

In sabbie normalmente consolidate i valori di q_c tendono a crescere con la profondità, mentre in sabbie preconsolidate è possibile avere un andamento pressoché costante, in quanto l'influenza della tensione verticale efficace tende ad essere compensata dalla riduzione del grado di preconsolidazione.



Per caratterizzare correttamente i depositi teneri bisogna prevedere una punta con sopra a testa di carico con fondo scala 0.5 MPa e 30 MPa. Se aumento il numero di code di carico, riesco a misurare relativamente 0 campi di resistenza differenti, dunque migliori i risultati della prova.

Nel rilievo stratigrafico bisogna tener conto della sensibilità della punta. Ad esempio nel passaggio tra due strati differenti (da A \rightarrow S) il salto di q_c nel grafico



sarà leggermente spostato verso il basso perché nella zona di passaggio ho la compresenza di particelle di due materiali diversi.

Bisogna tener conto anche che

q_c dipende da fenomeni di scorta, quindi per individuare

- strato di sabbia densa in argilla tenera $h_{min} \approx 10 \div 15 D_{punta} \approx 40 \text{ cm}$
- strato argilla in sabbia densa $h_{min} \approx 6 \div 8 D_{punta} \approx 20 \div 25 \text{ cm}$

le profondità raggiungibili dalla punta possono superare

10 m in argilla tenera, ma oltre i 20 m possono già verificarsi deviazioni dalla verticale; dunque per indagini profonde è bene richiedere la punta con inclinometro.

Tali prove, dunque, possono essere eseguite su qualunque tipo di terreno compreso tra argille e sabbie grasse (la ghiaia o i ciottoli possono danneggiare la punta), e offrono il vantaggio di un elevata ripetibilità, unitamente alla possibilità di inserire ulteriori sensori (vedi pretesto).

si ricava quindi la resistenza al taglio come:

$$s_u = \frac{q_c - \sigma_v}{N_c}$$

dove σ_v è la tensione verticale totale agente alla quota della punta ed N_c è ricavata da correlazioni empiriche fornite sulle prove:

Argille basso-medie consistenza (Vane Test) $N_c = 14 (\pm 33\%)$

Argille oc non fessurate (TX-C) $N_c = 17 (\pm 5)$

Argille medio oc fessurate (Raxtra) $N_c = 10 - 30$

- PROVE SCIP: CONO SISMICO

Utilizzando una sorgente di onde sismiche ed un ricevitore incorporati nella punta di un penetrometro si può procedere all'esecuzione di prove sismiche downhole e crosshole, senza dover eseguire perforazioni nel terreno. Per la CH si utilizzano due penetrometri, la prima punta ha la funzione di trasmettere l'altra di un ricevitore (costituito da un perno con geofoni). Per la DH si utilizza un solo penetrometro con due geofoni. Le onde si propagano da una sorgente in superficie e vengono ricevute dai 2 geofoni posti all'atto del penetrometro.

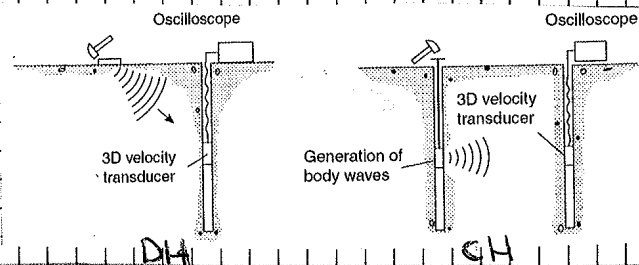
- PROVE SISMICHE: down hole - cross hole

Le prove sismiche si distinguono in prove down-hole (DH) o prove cross-hole (CH). Tali prove rappresentano uno dei metodi più affidabili per la determinazione del modulo di taglio a bassi livelli di deformazione. Esse consistono essenzialmente in una serie di misure della velocità di propagazione delle onde di taglio in un terreno. Grazie a tali misure si ricava il modulo come:

$$G_0 = \rho \cdot V_s^2$$

↑ ↑ velocità

densità peso
specifico del mezzo



Dopo la rottura, si eseguono 10 rapide rotazioni dello strumento, dopodiché si ripete la prova e si misura la S_u del terreno rimaneggiato. Ricordo con la sensibilità:

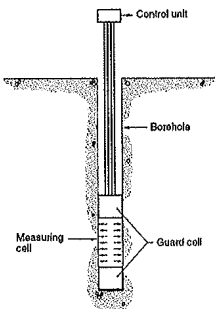
$$S_t = \frac{S_u(\max)}{S_u(\min)}$$

Per effetto dell'anisotropia o della velocità di rottura, la resistenza media lungo una potenziale superficie di rottura può essere diversa da quella misurata con lo scissometro. Si deve quindi correggere il valore ottenuto dalla prova con un coefficiente correttivo, μ , per ottenere con il valore da utilizzare. Il valore di tale coeff. dipende da IP . Maggiore è IP e minore è il coeff. correttivo, μ .

PROVA PRESSIOMETRICA → k_0 (brutte S'_{ho})

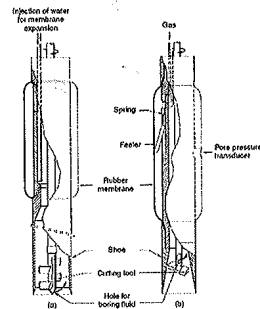
Le prove pressiometriche sono prove di carico realizzate mediante l'espansione di una sonda cilindrica. A seconda del metodo di installazione della sonda sono suddivise

Pressiometro Menard



Diametro sonda: 44 / 58 mm

Pressiometro autop perforante



(a) Pafsor (b) Camkometer (80 mm)

in prove Menard e in prove autop perforanti. Durante la prova si misura la pressione necessaria per far aumentare il volume delle celle. Le prove Menard necessitano di un foro di sondaggio preliminare,

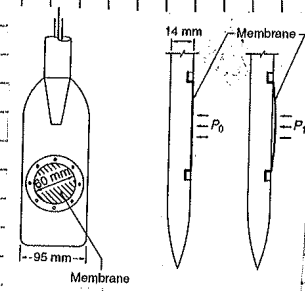
all'interno del quale viene successivamente perforata la sonda per l'operazione. È necessario quindi lo sbarraggio di essere eseguite in un terreno disturbato da lacerazione del foro. Mentre con le prove autop perforanti non è necessario effettuare preliminarmente un foro in quanto la strumentazione stessa disgrega il materiale e lo espone con la circolazione di fluidi.

Nell'ipotesi di comportamento elastico, determino il modulo di taglio G come:

$$G = \frac{1}{2} \frac{\delta \epsilon_{\theta} \sigma}{\epsilon_{\theta}} \quad \text{dove } \epsilon_{\theta} \approx \epsilon_{\theta} = \frac{U_r}{d} \quad \text{deformazione circonferenziale}$$

PROVE DMT: PROVE DILATOMETRICHE $\rightarrow k_D$

Il dilatometro DMT consiste in una ^{lamina} di acciaio dello spessore di 14 mm, dotata di una membrana circolare del diametro $d = 60$ mm. La lamina viene spinta a pressione nel terreno, tramite una batteria di pneumatici, e viene arretrata ogni 200 mm per eseguire la prova. Questa è effettuata senza tempi di attesa, e consiste in una dilatazione della membrana tramite l'uso di gas in pressione. Vengono misurati i valori della pressione iniziale P_0 , corrispondente all'istante in cui la membrana inizia ad espandersi, e della pressione P_1 , corrispondente ad uno spostamento di 1 mm del centro della membrana. Usando la prima di tali letture è possibile definire un indice della tensione orizzontale a riposo:



$$k_D = \frac{P_0 \cdot U_0}{G'_{1/2}}$$

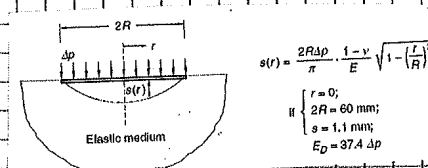
Correlabile al coefficiente di spinta a riposo tramite la relazione empirica:

$$k_0 = \left(\frac{k_D}{\beta_k} \right)^{0.46} - 0.6 \quad \text{dove } \beta_k \text{ dipende dal tipo di terreno}$$

Viene definito modulo dilatometrico

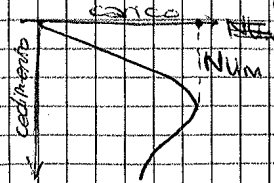
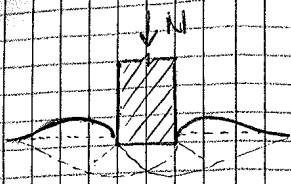
$$E_D = 37.4 (P_1 - P_0)$$

tramite il quale è possibile ~~possibile~~ risalire al modulo di taglio iniziale G_0 , utilizzando le correlazioni a lato \rightarrow



Il meccanismo di rottura possono essere vari:

Nel meccanismo di rottura generale caricando via

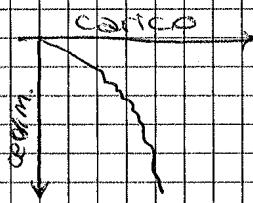
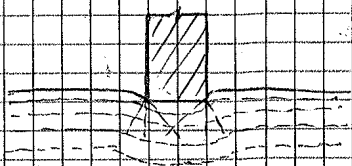


via il terreno si apprezzano dei cedimenti continui.

Ad un certo punto è

possibile osservare che la curva carico - cedimento ha un aumento repentino dello scalo fino al collasso una volta raggiunto il carico limite, N_{lim} . L'anchinente in figura può essere ottenuto solo con una prova a controllo di deformazione, poiché con una prova a controllo di carico una volta arrivati ad N_{lim} la curva si interrompe.

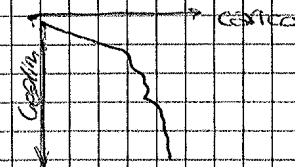
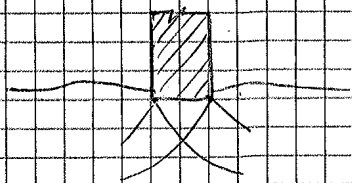
Nella realtà si può poi avere una rottura per



a sprobare ed il carico tende sempre ad aumentare, quindi il carico di rottura non è

ben definito. In queste condizioni quindi la verifica si sotterma alle verifiche di SUE.

In fine si può avere una rottura locale in cui si ha



la tendenza a sviluppare delle superfici di rottura senza però giungere ad un vero e proprio crollo.

Altre in questo caso quindi il carico di rottura non è definito in modo univoco (comportamento incoerente).

Nella verifica di capacità portante di riferimento invece ad un meccanismo di rottura ben definito. La soluzione di un problema a collasso (SUE) non è semplice se si vuole tener conto dell'intero percorso tensionale e del reale comportamento del terreno (non linearità, anisotropia, dipendenza dal tempo e dalla storia...)

Per i terreni a grana fine si esegue la verifica in condizioni non drenate (a breve termine) ed una in condizioni drenate (a lungo termine)

Se parliamo di sabbie (terreni a grana grossa) il meccanismo di rottura dipende dallo stato di addensamento iniziale del materiale. Affinché giunga a rottura generale è necessario che esista un sufficiente grado di addensamento, misurato in % tramite la densità relativa D_r ($D_r = 0\% \rightarrow$ sabbia sciolta) e almeno il 60-70%. Il comportamento a picco della sabbia è legato al fenomeno della dilatanza, cioè alla tendenza ad aumentare di volume quando il materiale è sottoposto a carico. All'aumentare del confinamento, il picco diminuisce fino ad annullarsi e ad avere un comportamento incoerente (come sabbia sciolta).

In realtà la rottura generale ha probabilità di sussistere solo su fondazioni superficiali (perché a basso grado di confinamento) poiché nei terreni a grana grossa (perché hanno il picco di rottura)

I terreni a grana fine a breve termine hanno un comportamento perfettamente rigido, quindi l'assunzione iniziale di terreno rigido perfettamente plastico è abbastanza valida nei terreni a grana fine poco dopo l'applicazione del carico.

Vediamo i teoremi della plasticità:

TEOREMA CINEMATICO (O DEL LIMITE SUPERIORE)

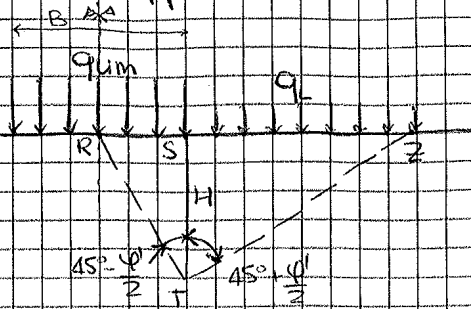
Se in un meccanismo di collasso, cinematicamente compatibile, la potenza dei carichi esterni uguaglia la potenza dissipata, si verifica senz'altro il collasso e i carichi esterni rappresentano un limite superiore dei valori di collasso o al più coincidono con essi.

TEOREMA STATICO (O DEL LIMITE INFERIORE)

Se una configurazione di forze esterne è in equilibrio con una distribuzione di sforzi interni che non viola in nessun punto il criterio di rottura, il collasso non può avvenire e le forze esterne rappresentano un limite inferiore del carico di collasso o al più il carico di collasso.

Se le soluzioni ottenute con i due teoremi coincidono, la

Schema approssimato per il calcolo di q_{lim} :



sulla parete si ha:

$$P_A = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_A + q_{lim} H K_A - 2c'H(K_A)^{0.5}$$

$$P_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_p + q_{lim} H K_p - 2c'H(K_p)^{0.5}$$

si ha il collasso quando $P_A = P_p$

$$\Rightarrow q_{lim} = \frac{1}{2} \gamma B N_q + c' N_c + q N_q$$

Fattore di capacità portante N_q :

terreno privo di coesione ($c'=0$)

terreno privo di peso ($\gamma=0$)

$$\Rightarrow q_{lim} = q N_q$$

NB: ottenendo il meccanismo di rottura troviamo formule diverse ma la forma generale rimane la stessa

Soluzione esatta: $N_q = \frac{1 + \sin \phi'}{1 - \sin \phi'} e^{\pi \tan \phi'}$

Fattore di capacità portante N_c :

terreno dotato di coesione

fondazione superficiale ($q=0$)

terreno privo di peso ($\gamma=0$)

$$\Rightarrow q_{lim} = c' N_c$$

Soluzione esatta: $N_c = (N_q - 1) \cdot \cot \phi'$

Fattore di capacità portante N_γ :

terreno privo di coesione ($c'=0$)

fondazione superficiale ($q=0$)

$$\Rightarrow q_{lim} = \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma$$

per il teorema del limite inferiore $N_\gamma = 0$

soluzione approssimata: $N_\gamma = 2(N_q + 1) \cdot \tan \phi'$

Quando il livello di falda raggiunge (o supera) il piano di posa della fondazione:

$$q'_{lim} = \frac{1}{2} \gamma' B N_\gamma + c' N_c + q' N_q$$

E se il rinforzo non venisse eseguito?

$$q'_{um} = \frac{1}{2} \gamma B N_f = 1689 \text{ kPa}$$

$$N_{um} = q'_{um} \cdot B = 1689 \cdot 3 = 5067 \text{ kN/m}$$

$$F_s = \frac{N_{um}}{N_{es}} = \frac{5067}{1800} = 2,82 < 3 \quad \times \text{ non verificato il margine di sicurezza!}$$

l'incremento dovuto al sovraccarico è $q' \cdot N_f = 756 \text{ kPa}$

$$\rightarrow \frac{756}{1689} = 45\% \quad \text{cautelati!}$$

E se ci forniamo informazioni a valutare i parametri del terreno?

Se $\phi' = 34^\circ$ e non 36° :

$$q'_{um} = \frac{1}{2} \gamma B N_f + q' N_p \quad \phi' = 34^\circ \quad \left\{ \begin{array}{l} N_f = 4,1 \\ N_p = 29,4 \end{array} \right.$$

$$q'_{um} = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 3 \cdot 4,1 + 20 \cdot 29,4 = 1233 + 588 = 1821 \text{ kPa}$$

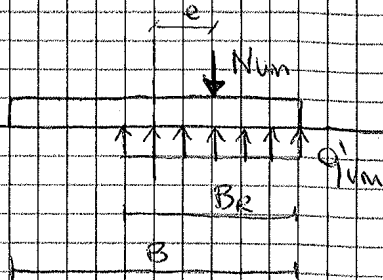
$$N_{um} = q'_{um} \cdot B = 1821 \cdot 3 = 5463 \text{ kN/m}$$

$$F_s = \frac{N_{um}}{N_{es}} = \frac{5463}{1800} = 3 \quad \text{Al limite!!}$$

$$\Delta \phi = 2^\circ \rightarrow \frac{(2445 - 1821)}{1821} = 34\%$$

→ CARICO NON CENTRATO - BASE RIDOTTA

Nel caso di carico non centrato, nei calcoli si fa



riferimento alla base ridotta, ossia alla minima superficie rispetto alla quale la risultante dei carichi risulta centrata.

Per una fondazione mistilinea

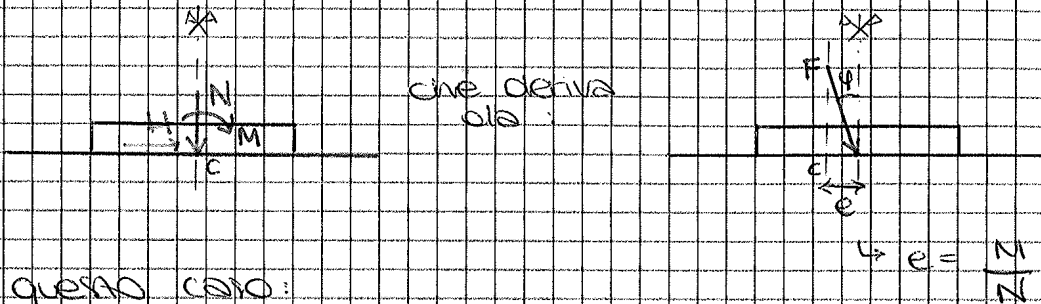
$$B_r = B - 2e \quad e: \text{eccentricità di } N_{um}$$

Se si massimizza non meno che la fondazione tende ad una forma quadrata o circolare poiché aumenta il rapporto $\frac{B}{L}$.

② COEFFICIENTI PER L'INCLINAZIONE DEL CARICO (Inclination)

Tale coefficiente entra in gioco quando la forza non è normale al piano di posa, ma possiede una obliquità

$$\varphi = \arctan\left(\frac{H}{N}\right)$$



In questo caso:

$$i_f, i_c, i_q \leq 1$$

quindi se F non è perpendicolare al piano di posa (presenza della componente tangenziale, H) la capacità portante diminuisce!

Le formule complete sono:

$$i_f = \left[1 - \frac{H}{N + B L e' \cot \phi} \right]^{(m+1)}$$

con $m = \frac{2 + \frac{B}{L}}{1 + \frac{B}{L}}$

$$i_q = \left[1 - \frac{H}{N + B L e' \cot \phi} \right]^m$$

$$i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_c \tan \phi}$$

Tali formule tengono conto anche della coesione c' del terreno, c' . Si consiglia però di tralasciare questo termine ($c' = 0$) per tre motivi:

- è un parametro suscettibile di variazione rispetto allo stato del terreno

③ COEFF. PER L'INCLINAZIONE DELLA PARE (Base) e del TERRENO (Ground)

Anche in questo caso si ha

$$b_r, b_c, b_g, g_r, g_c, g_g \leq 1$$

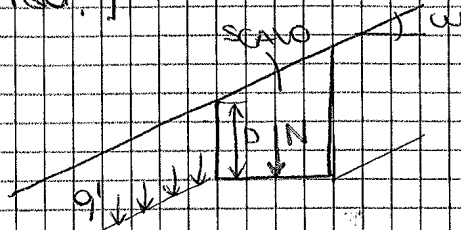
I loro valori sono

$$b_r = b_g = (1 - \alpha \tan \phi)^2 \quad [\alpha \text{ in rad!}]$$

$$b_c = b_g - \frac{1 - b_g}{N \tan \phi}$$

$$g_r = g_g = (1 - \tan \omega)^2$$

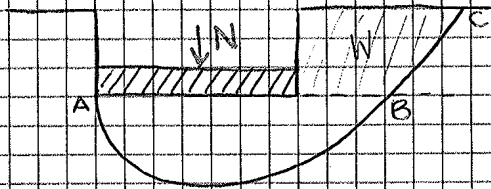
$$g_c = g_g - \frac{1 - g_g}{N \tan \phi}$$



$$Q = \sigma \cdot D \cdot \cos \omega$$

④ COEFF. PER L'APPROFONDIMENTO DELLA FONDAZIONE (Depth)

Nei concettualmente nello schema di riferimento rinvolviamo



la parte di terreno al di sopra del piano di posa, quindi trascuriamo l'eventuale resistenza al taglio del tratto BC, e consideriamo solo il peso proprio del

volume di terra al di sopra del PP, W .

Se si vuole tenere conto della resistenza al taglio del terreno sopra il piano di posa, si usano i coefficienti:

$$d_c, d_g \geq 1$$

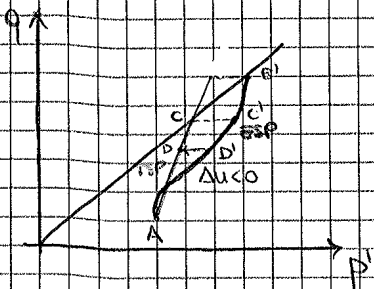
Poiché tali coeff. essendo ≥ 1 aggiungono un ulteriore aliquota di resistenza, oltre a quella già data dal q però del terreno a lato, bisogna valutare con attenzione se applicarli o no!

Nella scelta bisogna tenere in conto che il terreno in superficie può essere rimanecciato e quindi non avere più le caratteristiche tecniche di quello sottostante. Per ciò

Una volta raggiunto D' se il carico non aumenta più, le Δu nel tempo si dissipano fino a ritornare alle condizioni di falda iniziale (fenomeno di consolidazione). Durante la consolidazione lo stress-path si muove in orizzontale fino a raggiungere il pto D su TSP. Dopo non meno che le Δu si dissipano lo stress-path si allontana dall'involuppo di rottura perciò le condizioni critiche sono quelle a breve termine, e il coeff di sicurezza F_s aumenta con il tempo! (Analisi in condizioni non drenate).

terreno molto OC (argilla non consolidata)

In questi terreni si ha il fenomeno della dilatazione, quindi le Δu sono negative. Vediamo il TSP e l'ESP:



A breve termine il pto A giunge a rottura quando si raggiunge B, ma ciò non è possibile poiché B sarebbe oltre l'involuppo di rottura. Quindi in realtà l'incremento di tensione deve essere sotto C. Nella

realtà quindi mi devo fermare ad un pto D' al di sotto di C', tale che quando le Δu si dissipano si giunge in un pto D al di sotto dell'involuppo di rottura. In questo caso le condizioni perfegion sono quelle a lungo termine, quindi F_s diminuisce nel tempo (nel grafico lo stress-path si avvicina all'involuppo di rottura nel tempo).

→ Nei materiali consistenti devo fare un'analisi a lungo termine! (Analisi in condizioni drenate)

→ ANALISI A BREVE TERMINE per terreni a grana fine

Tale analisi avviene in condizioni non drenate in termini di tensioni totali:

$$\phi = 0$$

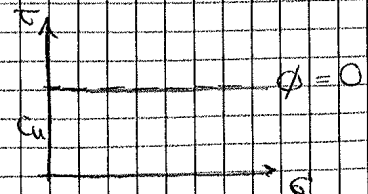
$$C = C_u$$

} →

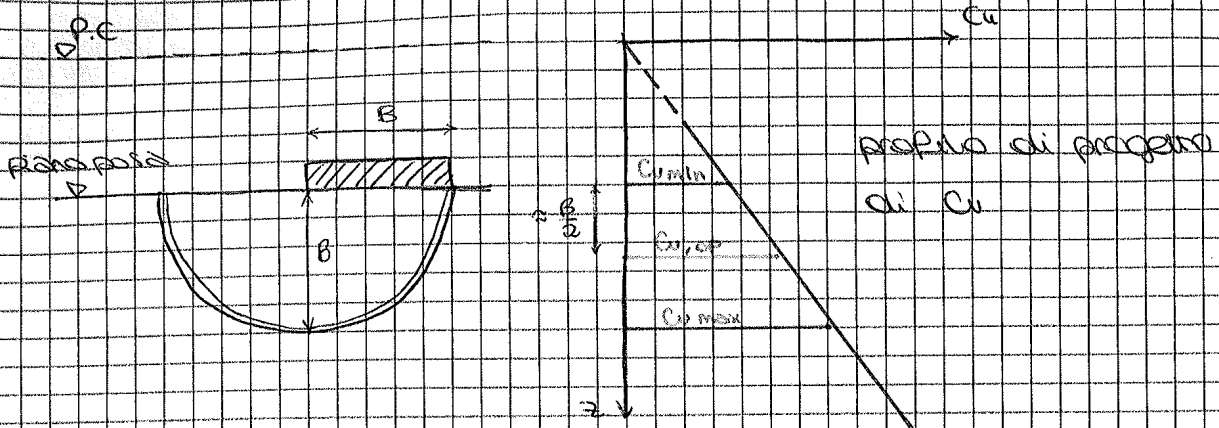
$$N_f = 0$$

$$N_c = 2 + \pi = 5.14$$

$$N_q = 1$$

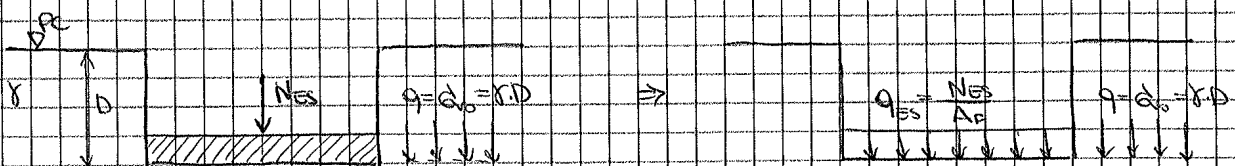


Le fondazioni sono sempre approfondite rispetto al PC, quale valore di c_u utilizziamo?



La curva di rottura interessa tutto il terreno compreso dal piano di posa ad una profondità z da esso pari alla larghezza B della fondazione. In prima approssimazione si può assumere il valore di c_u medio come quello corrispondente ad una profondità z pari a $B/2$. Se lo avessi assunto come valore di c_u quello corrispondente al piano di posa avrei sbagliato, ma avrei comunque operato a favore di sicurezza poiché avrei sottovalutato la resistenza c_u .

→ FONDAZIONI PARZIALMENTE O TOTALMENTE COMPENSATE



se $q_{ps} \leq q$: Fondazione COMPENSATA \Rightarrow NON RISKI ANDARE A ROTURA PER CAPACITÀ PORTANTE E NON AVERE PROBLEMI DI CEDIMENTI XICO rimbombano nel campo di righe

se $q_{ps} > q$: Fondazione PARZIALMENTE COMPENSATA

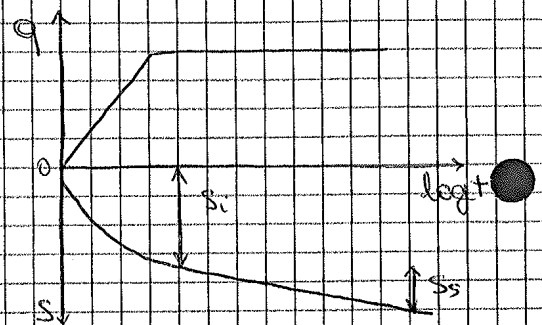
↓ in questo caso è sbagliato dire che $q_{ps} = \frac{q_{lim}}{F_s} = \frac{c_u N_c F_q}{F_s}$ vediamo perché \rightarrow

carico, ha come conseguenza un cedimento di consolidazione, s_c .

c) Infine, ultimatosi il procedimento di consolidazione, si osserva l'intensità di un'ulteriore aliquota, detta cedimento secondario, s_s , attribuita al comportamento viscoso del terreno che avviene a tensioni efficaci costanti (condizioni drenate).

APPLICAZIONE DI UN CARICO DI DIMENSIONI FINITE SU UN TERRENO A GRANA GROSSA

Nei terreni a grana grossa s'è sempre in condizioni drenate dunque non si distingue più il cedimento immediato da quello di consolidazione. Si ha un cedimento iniziale e un cedimento secondario, che può essere anche significativo.



CEDIMENTO AMMISSIBILE: VALORI DI SOGNA

La verifica dei cedimenti è una verifica di STATO LIMITE di ESERCIZIO. Essa consiste nel verificare che il cedimento massimo sia minore o uguale del cedimento ammissibile:

$$s_{max} \leq s_{amm}$$

La definizione di s_{amm} è legata alla definizione di danno, che può essere estetico, funzionale, strutturale. L'operazione di determinazione è complessa perché il legame cedimento-danno dipende da vari fattori come la tipologia strutturale, i vincoli, i tempi, fattori economici, ecc.

Ciò che ci aiuta è l'esperienza, vediamo i vari passi:

1° PASSO: raccolta e analisi di case histories ben documentate

2° PASSO: Grazie allo studio dei vari casi si sono individuati i parametri critici e definiti i valori di sogna

Ma però non siamo in grado di prevedere i cedimenti differenziali, quindi:

3° PASSO: ricerca di una correlazione tra S_{max} e B_{max}
 Lo studio di Grant et al. (1974) su casi reali ha stabilito le seguenti relazioni:

Fondazioni su sabbie:

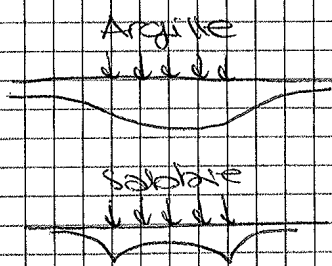
$$S_{max} (mm) = \begin{cases} 15000 B_{max} & \text{Punti} & (\approx 30mm) \\ 18000 B_{max} & \text{(platee Grasse)} & (\approx 38mm) \end{cases}$$

La limitazione è più rigida ai punti che alle platee perché quest'ultime, avendo legami tra loro a partire dal cedimento avvenuto avranno un cedim. differenziale minore.

Fondazioni in argille:

$$S_{max} (mm) = \begin{cases} 30000 B_{max} & \text{Punti} & (\approx 60mm) \\ 35000 B_{max} & \text{(platee Grasse)} & (\approx 70mm) \end{cases}$$

A parità di equipio e di tipologia di fondazione, nelle argille sono necessari cedimenti assoluti maggiori a causa della loro natura. Sotto carico infatti, le

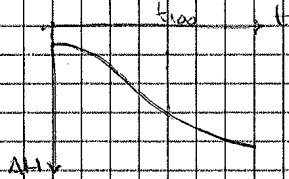


argille si deformano in maniera più omogenea e quindi anche se i cedim. assoluti sono maggiori, quelli differenziali sono minori. Le sabbie invece hanno molta capacità di trasmettere sforzi tangenziali a

distanza (terreno più unitario). Ogni punto quindi non interagisce con gli altri e si hanno cedimenti differenziali maggiori.

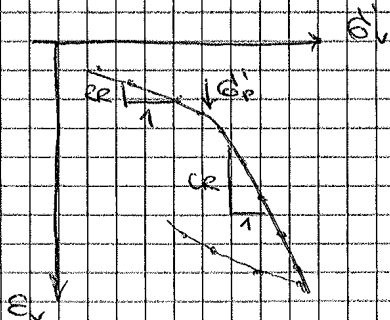
PROVA EDEOMETRICA

Tramite tale prova è possibile quantificare la storia tensionale di un deposito, necessaria per il calcolo dei cedimenti. Tale prova è monodimensionale, ossia non vi sono deformazioni radiali in quanto il campione di terreno è confinato lateralmente da un anello rigido. Al provino sono applicati carichi di carico in progressione geometrica, ossia ogni incremento è pari al carico raggiunto nella fase precedente. (25 - 50 - 100 - 200). Considerata la bassa conducibilità idraulica dei materiali fini, ogni incremento di carico è mantenuto costante per un periodo pari a 24h, necessario per consentire l'espulsione dell'acqua interstiziale. Ad durante la prova ad opportuni intervalli di tempo, viene misurato



l'assottigliamento del provino e riportato su un grafico $\Delta H-t$. Dalla curva ottenuta è possibile ricavare il tempo t_{90} nel quale si ha il termine della fase di

consolidazione. Questo procedimento viene effettuato per ogni incremento di carico. I risultati ottenuti per ogni incremento vengono riportati in un diagramma sforzo - deformazione. Dalla curva ottenuta prendendo



i vari punti si ricava la tensione di preconsolidazione σ'_p , in corrispondenza del ginocchio della curva. Il primo tratto della curva è il tratto elastico (deform. reversibili), il secondo è

plastico, quindi la σ'_p rappresenta la tensione di snervamento. Da tale curva si ricavano inoltre, i parametri di compressibilità, che sono:

- INDICE di ricomprensione: RE (pendenza 1° tratto)
- INDICE di compressione: ECR (" 2° ")
- INDICE di rigonfiamento (rispetto al tratto di scarico)

Abbiamo visto come si calcolano i cedimenti delle fondazioni in argille vediamo ora come si calcolano:

CEDEMENTI DELLE FONDAZIONI SU SABBIE

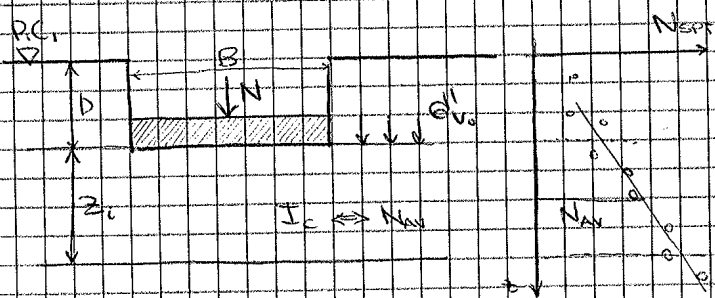
L'impossibilità di prelevare campioni indisturbati fa sì che nel caso dei terreni sabbiosi i metodi di calcolo dei cedimenti siano basati sui risultati di prove in sito, quali:

- prove STP → Burland e Burbidge
- prova CPT → Schmertmann
- G_v/SPT → Bernardi e Lanzetta

Vediamo i vari metodi nel dettaglio:

a) METODO BURLAND E BURBIDGE (usato se si dispone di prove STP)

L'affidabilità di tale metodo sta nel grande numero (≈ 200) di casi documentati ai cui esiti si applica l'aspetto centrale e rappresentativo della formula di correlazione, sulla base di un indice statistico di oltre 200 casi, un indice di compressibilità I_c al risultato di N prove penetrometriche dinamiche. Si definisce z_i profondità d'indagine, lo spessore dello strato responsabile del 75% del cedimento del piano di posa. Tale strato viene caratterizzato con il valore medio di N calcolato tramite prove STP.



Da osservazioni sperimentali si è stabilito che se il terreno ha un profilo di rigidità normale (cioè N_{STP} cresce con la profondità o al più resta costante) la profondità z_i è pari a:

$$z_i = B^{0.7}$$
 dove $[B] = [m]$ è la larghezza della fondazione

Si osserva che questo metodo non trascura il cedimento di scarico (termine (1) della formula) mentre gli altri metodi si, in quanto tengono conto solo del q_{inetta} .

L'espressione completa del cedimento, per fondazioni di qualsiasi forma è data da:

$$S = \frac{p}{f_s} \cdot \frac{p}{f_t} \cdot \frac{p}{f_H} \left(q' - \frac{2}{3} e'_{\omega} \right) B^{0.7} \cdot I_c$$

dove

$f_s = \left(\frac{1.25 \cdot L/B}{0.25 + L/B} \right)^2$ è il fattore di forma, assume valore pari ad 1 per fondazioni quadrate o circolari, mentre è maggiore di 1 per fondazioni allungate (fondaz. pannello ≈ 1.5). Esso è ≥ 1 poiché a parità di carichi aumenta il bulbo delle pressioni all'allungarsi della forma della fondaz.

$f_t = \left(1 + R_3 + R \cdot \log \frac{t}{3} \right)^{0.5}$ è il fattore di tempo che tiene conto dei fenomeni di tipo viscoso. È ovviamente > 1 poiché con il tempo i cedim. aumentano. I valori di R ed R_3 sono tabellati e sono:

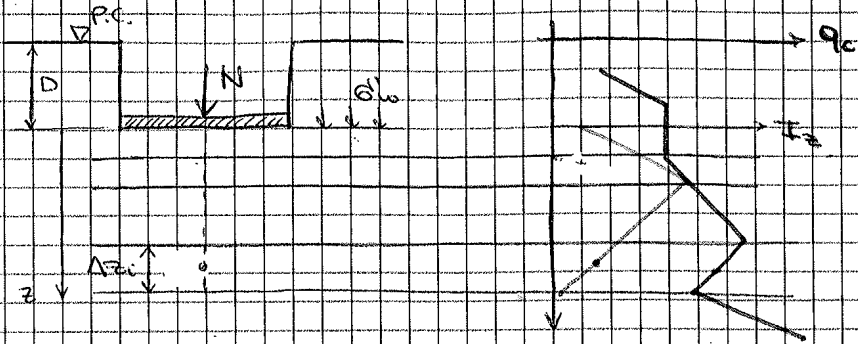
	Carichi statici	Carichi ciclici	
R_3	0.3	0.7	→ aumento del cedimento x i primi 3 anni (oss: con carichi ciclici i cedimenti aumentano)
R	0.2	0.8	

$f_H = \frac{H}{z_i} \left(2 - \frac{H}{z_i} \right)$ Tale fattore è minore di 1 ed è usato se lo strato comprimibile ha uno spessore $H < z_i$. In questo caso infatti i cedimenti reali sarebbero minori poiché lo strato comprimibile è minore di z_i e quindi N_{av} dovrebbe essere valutato solo su H.

oss: Tale formula è di tipo empirico quindi i valori devono essere inseriti con precise unità di misura

$$[s] = \text{mm} \quad [q', e'_{\omega}] = \text{kPa} \quad [B] = \text{m}$$

Per discretizzare la nostra integrazione per strati il cui spessore è scelto in modo tale che su ogni strato la q_c sia costante o variabile linearmente, conviene di poter caratterizzare ogni strato con un valore di q_c medio rappresentativo.



Con facendo il cedimento si trasforma in una sommatoria:

$$S = q_{N_i} \sum_{i=1}^n \left(\frac{I_2}{E} \right)_i \Delta z_i$$

$\underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{\text{spessore di ogni strato}}$
 $\underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{\text{il peso o il promedio di ogni strato}}$

Alla formula vanno poi aggiunti due coefficienti:

$$S = C_1 \cdot C_2 \cdot q_{N_i} \sum_{i=1}^n \left(\frac{I_2}{E} \right)_i \Delta z_i$$

dove:

$$C_1 = 1 - 0.5 \frac{\sigma'_{v0}}{q_N} \quad (0.5 \div 1)$$

↓ tiene conto dell'approfondimento del piano di posa della fondazione

$$C_2 = 1 + 0.2 \log_{10} \left(\frac{t}{0.1} \right) \quad [t] = \text{anni}$$

↓ tiene conto dei cedimenti secondari dovuti alla viscosità

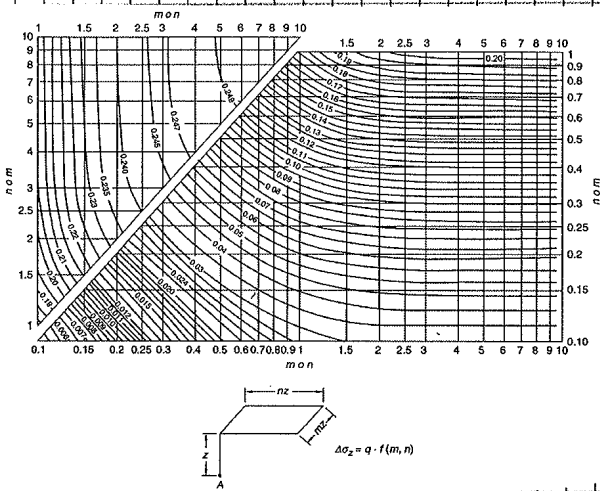
$$E = \begin{cases} 2.5 q_c & \text{se } L/B = 1 \text{ (fondazione poco allungata)} \\ 3.5 q_c & \text{se } L/B \geq 10 \text{ (fondat. rettangolare)} \end{cases}$$

I : Coeff. di influenza e valore costante in prima approssimazione tale coeff. dipende dalla forma della fondazione,

Da i valori di I sono tabellati:

W/a	I_r				
	corda $b/a=1$	2	5	10	
1	0.396	0.463	0.477	0.491	0.496
→ 2	0.578	0.609	0.698	0.748	0.764
3	0.661	0.711	0.856	0.952	0.982

I valori della $\Delta\sigma_z$ possono essere ricavati dal seguente diagramma:



Dal se diagramma a lato ricavo il valore sullo spigolo della fondazione. Però quindi dividere quest'ultima in più parti al modo che il punto di misura della fondazione ricada uno spigolo di ognuna delle

parti in cui è stata divisa, e poi applico il principio di sovrapposizione degli effetti.

I principali fattori che influenzano la non linearità di comportamento dei terreni sabbiosi sono:

- a) il livello tensionale medio
- b) il livello deformabile
- c) la densità iniziale D_r

Del livello tensionale medio (a) se ne tiene conto integrando il modulo di deformazione la seguente struttura:

$$E' = k_e \cdot P_0 \cdot \left(\frac{\sigma_v}{P_0} \right)^{0.5}$$

dove P_0 è la pressione atmosferica ($\approx 100 \text{ kPa}$),

$$\bar{\sigma}'_v = \sigma'_{v0} + \frac{\Delta \sigma'_v}{2} \quad \text{è il livello tensionale medio}$$

e k_e è il numero del modulo e rappresenta per definizione il valore al punto del modulo di deformazione quando lo stato tensionale medio del terreno è pari a 100 kPa ($p_0 = 1 \text{ atm}$).

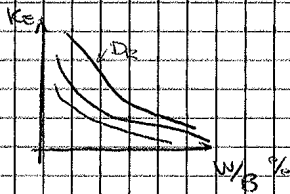
Quindi E' può essere scritto come:

$$E' = k_e \cdot p_0 \sqrt{\frac{\sigma'_{v0} + 0.5 \Delta \sigma'_v}{p_0}}$$

Per quanto riguarda il livello deformabile medio si assume che esso sia pari al cedimento relativo:

$$\bar{\epsilon}_z = \frac{w}{H} = \frac{w}{B}$$

Interpretando gli oltre duecento casi studio, è stato possibile ricavare una curva di decadimento



che normalizzata rispetto al valore di riferimento $E'_{0.1} = E' \left(\frac{w}{B} = 0.1\% \right)$ scelta arbitraria.

fornisce la seguente espressione:

$$\frac{E'}{E'_{0.1}} = 0.008 \left(\frac{w}{B} \right)^{-0.7}$$

Per quanto riguarda lo stato di addensamento, sulla base delle prove N_{sfp} è stata valutata la D_r iniziale. I singoli valori di N_{sfp} sono stati corretti con il coeff. C_N :

$$C_N = \begin{cases} \frac{2}{1 + \sigma'_{v0}/100} & \text{sabbie fini} \\ \frac{3}{2 + \sigma'_{v0}/100} & \text{sabbie medie} \end{cases} \quad [\sigma'_{v0}] = \text{kPa}$$

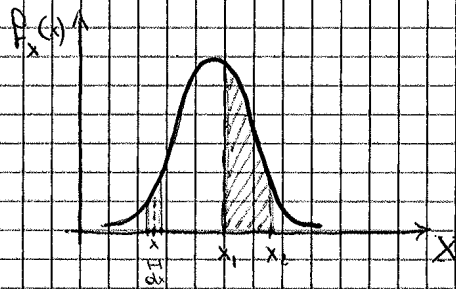
$$\rightarrow N_1 = C_N N_{sfp}$$

e si sono ricavati i valori di D_r come: $D_r = \sqrt{\frac{N_1}{60}}$

MISURA della SICUREZZA con COEFF. PARZIALI

La progettazione finora è sempre stata fatta sui coefficienti di sicurezza globali per i quali si ha una vasta gamma di calcoli. L'approccio dei coeff. globali è un'approccio di tipo deterministico, poiché consiste in un pro. confronto tra i carichi di esercizio e il carico limite ridotto di un certo fattore di sicurezza. Ogni grandezza però è aleatoria, ossia altera da variabilità sia in t che in x , e quindi non può essere trattata in maniera deterministica.

Caratterizzare una grandezza significa definire la sua distribuzione di probabilità (o funzione di densità di probabilità), $P_x(x)$:



la probabilità che X ricada in un intorno di x è data da:

$$P_x(x) \cdot dx$$

la probabilità che $x_1 \leq X \leq x_2$ è

$$P(x_1 \leq X \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} P_x(x) \cdot dx$$

Tale probabilità è sempre maggiore o uguale a zero e la probabilità di un evento certo è pari ad uno:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P_x(x) \cdot dx = 1$$

Un'altra caratteristica è la funzione di distribuzione cumulativa, $F_x(x)$, che indica la probabilità che la grandezza X sia minore o uguale di un certo valore x :



$$F_x(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x P_x(u) \cdot du$$

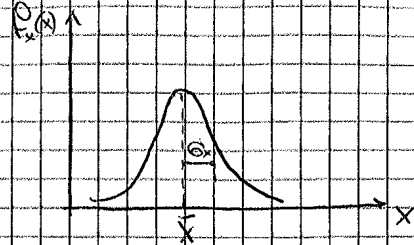
$$\frac{dF_x(x)}{dx} = P_x(x)$$

$$0 \leq F_x(x) \leq 1 \quad F_x(-\infty) = 0 \quad F_x(+\infty) = 1$$

METODO PROBABILISTICO DI LIVELLO 2

Questo metodo di operare è il più semplice ed implica le seguenti assunzioni:

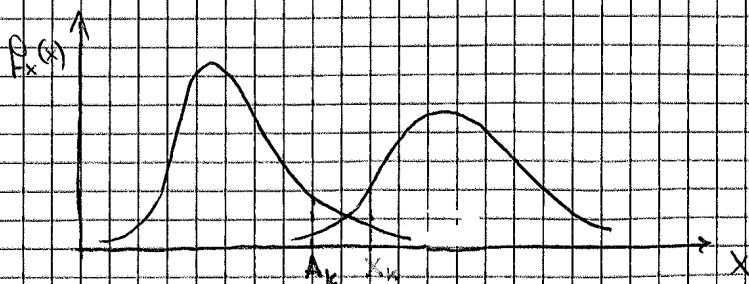
- a) per ogni grandezza si ottiene una specifica distribuzione statistica (gaussiana)
- b) ogni funzione viene descritta da due parametri, valore medio e varianza \bar{x} , σ
- c) con i valori medi e la varianza delle singole grandezze si calcola il valore medio e la varianza di domanda e capacità
- d) assumendo che C e D abbiano una distribuzione gaussiana, noti il valore medio e la varianza di ognuno, si calcola la probabilità di rotura



METODO DI LIVELLO I (METODO SEMIPROBABILISTICO O DEI VALORI ESTREMI)

Tale metodo è quello adottato dagli Eurocodici e compare nei seguenti passaggi:

- a) per ogni parametro si assumono dei valori estremi (caratteristici) indicati con pedice k, detti $R_{k,1}$. Per l'azione si sceglie il fronte 95%, ossia quello avente il 5% di probabilità di essere maggiorato. Per la capacità invece si sceglie il fronte 5%, ossia quello avente il 5% di probabilità di essere minorato.



Per stato limite si intende la condizione superata la quale l'opera non soddisfa più le esigenze per le quali è stata progettata.

La sicurezza nei confronti di stati limite di esercizio (SLE) consiste nella capacità di garantire le prestazioni previste per le condizioni di esercizio (spostamenti, cedimenti, fessurazioni, vibrazioni...). Il superamento di uno SLE può avere carattere reversibile o irreversibile.

La sicurezza nei confronti di stati limite ultimi (SLU) consiste nella capacità di evitare crolli, perdute di equilibrio e altri gravi guasti (totali o parziali). Il superamento di uno stato limite ultimo ha carattere irreversibile.

→ VERIFICHE NEI CONFRONTI DEGLI SLU

Per quanto riguarda le azioni la normativa ci dà i valori caratteristici F_k , con cui si fa pari al SLE che minimizza la sicurezza.

Si passa poi al valore di progetto moltiplicando il valore caratteristico per un coeff. correlato γ_f .

$$F_d = \gamma_f \cdot F_k$$

Che varia al variare delle azioni. Le azioni possono essere classificate in base alla variazione della loro intensità nel tempo in:

- azioni permanenti, G (es: peso proprio della struttura)
- azioni variabili, Q (es: vento, neve, traffico...)
- azioni eccezionali, A (es: esplosioni, incendi...)
- azioni sismiche, E

Per i diversi stati limite la norma definisce le combinazioni delle azioni

combinazione fondamentale (SLU)

$$\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_F \cdot F + \gamma_{Q1} \cdot Q_{k1} + \gamma_{Q2} \cdot \psi_1 \cdot Q_{k2} + \gamma_{Q3} \cdot \psi_2 \cdot Q_{k3} + \dots$$

↑ coeff. di combinazione

Per stato limite si intende la condizione superata la quale l'opera non soddisfa più le esigenze per le quali è stata progettata.

La sicurezza nei confronti di stati limite di esercizio (SLE) consiste nella capacità di garantire le prestazioni previste per le condizioni di esercizio (spostamenti, cedimenti, fessurazioni, vibrazioni...). Il superamento di uno SLE può avere carattere reversibile o irreversibile.

La sicurezza nei confronti di stati limite ultimi (SLU) consiste nella capacità di evitare crolli, perdute di equilibrio e distorni gravi (totali o parziali). Il superamento di uno stato limite ultimo ha carattere irreversibile.

→ VERIFICHE NEI CONFRONTI DEGLI SLU

Per quanto riguarda le azioni la normativa ci dà i valori caratteristici F_k , dati dal probale pari al 5% che garantisce la sicurezza.

Si passa poi al valore di progetto elevandone moltiplicando il valore caratteristico per un coeff. correttivo γ_F :

$$F_d = \gamma_F \cdot F_k$$

Che varia al variare delle azioni, le azioni possono essere classificate in base alla variazione della loro intensità nel tempo in:

- azioni permanenti, G (es: peso proprio della str.)
- azioni variabili, Q (es: vento, pioggia, traffico...)
- azioni eccezionali, A (es: esplosioni, incendi...)
- azioni sismiche, E

Per i diversi stati limite la norma definisce le combinazioni delle azioni
combinazione fondamentale (SLU)

$$\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_F \cdot P + \gamma_{Q1} \cdot Q_1 + \gamma_{Q2} \cdot Q_2 + \gamma_{Q3} \cdot Q_3 + \dots$$

↑ coeff. di combinazione

Tabella 6.2.I - Coefficienti parziali per le azioni o per l'effetto delle azioni.

CARICHI	EFFETTO	Coefficiente Parziale γ_F (o γ_E)	EQU	(A1) STR	(A2) GEO
Permanenti	Favorevole	γ_{G1}	0,9	1,0	1,0
	Sfavorevole		1,1	1,3	1,0
Permanenti non strutturali ⁽¹⁾	Favorevole	γ_{G2}	0,0	0,0	0,0
	Sfavorevole		1,5	1,5	1,3
Variabili	Favorevole	γ_{Qi}	0,0	0,0	0,0
	Sfavorevole		1,5	1,5	1,3

(1) Nel caso in cui i carichi permanenti non strutturali (ad es. i carichi permanenti portati) siano compiutamente definiti, si potranno adottare gli stessi coefficienti validi per le azioni permanenti.

6.2.III - Coefficienti parziali sulle azioni per le verifiche nei confronti di stati limite di sollevamento.

CARICHI	EFFETTO	Coefficiente parziale γ_F (o γ_E)	SOLLEVAMENTO (UPL)
Permanenti	Favorevole	γ_{G1}	0,9
	Sfavorevole		1,1
Permanenti non strutturali ⁽¹⁾	Favorevole	γ_{G2}	0,0
	Sfavorevole		1,5
Variabili	Favorevole	γ_{Qi}	0,0
	Sfavorevole		1,5

(1) Nel caso in cui i carichi permanenti non strutturali (ad es. i carichi permanenti portati) siano compiutamente definiti, si potranno adottare gli stessi coefficienti validi per le azioni permanenti.

6.2.IV - Coefficienti parziali sulle azioni per le verifiche nei confronti di stati limite di sifonamento.

CARICHI	EFFETTO	COEFFICIENTE PARZIALE γ_F (o γ_E)	SIFONAMENTO (HYD)
Permanenti	Favorevole	γ_{G1}	0,9
	Sfavorevole		1,3
Permanenti non strutturali ⁽¹⁾	Favorevole	γ_{G2}	0,0
	Sfavorevole		1,5
Variabili	Favorevole	γ_{Qi}	0,0
	Sfavorevole		1,5

(1) Nel caso in cui i carichi permanenti non strutturali (ad es. i carichi permanenti portati) siano compiutamente definiti, si potranno adottare gli stessi coefficienti validi per le azioni permanenti.

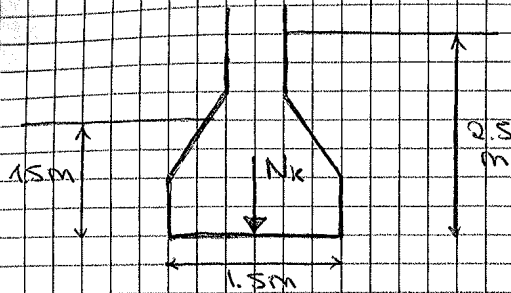
Tabella 6.2.II - Coefficienti parziali per i parametri geotecnici del terreno

PARAMETRO	GRANDEZZA ALLA QUALE APPLICARE IL COEFFICIENTE PARZIALE	COEFFICIENTE PARZIALE γ_M	(M1)	(M2)
Tangente dell'angolo di resistenza al taglio	$\tan \phi'_k$	$\gamma_{\phi'}$	1,0	1,25
Coesione efficace	c'_k	$\gamma_{c'}$	1,0	1,25
Resistenza non drenata	c_{uk}	γ_{cu}	1,0	1,4
Peso dell'unità di volume	γ	γ_c	1,0	1,0

$$\tan \phi'_d = \frac{\tan \phi'_k}{\gamma_{\phi'}}$$

$$c_{U,d} = \frac{c_{U,k}}{\gamma_{cu}}$$

ES VERIFICA DI CAPACITÀ PORTANTE (SU-GEO) CON I COEFFICIENTI PARZIALI



$\gamma_s = 18 \text{ kN/m}^3$

$\phi'_k = 36^\circ$

$c'_k = 0$

NO FAUDA

$N_k = 645 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ $\left\{ \begin{array}{l} 440 \text{ kN/m } (G_1) \\ 205 \text{ kN/m } (G_2, Q_k) \end{array} \right.$

In prima approssimazione considerare tutti i carichi come permanenti ed eseguire la verifica con entrambi gli approcci DA1 e DA2.

Svolgimento:

→ DA1:

~~CD~~ C2) $(A_2 + M_2 + R_2)$

$N_d = G_1 \cdot A_2 + G_2 \cdot A_2 = 440 \times 1 + 205 \times 1.3 = 706.5 \text{ kN/m}$

$\tan \phi'_d = \frac{\tan \phi'_k}{M_2} \Rightarrow \phi'_d = \arctan \left(\frac{\tan 36}{1.25} \right) \cong 30^\circ$

$\phi'_d = 30^\circ \left\{ \begin{array}{l} N_s = 22.40 \\ N_q = 18.40 \end{array} \right.$

$q_{lim} = \frac{1}{2} \gamma B N_s + q' N_q =$

$= \frac{1}{2} \cdot 18 \times 1.5 \times 22.4 + 1.5 \times 18 \times 18.4 = 302.4 + 496.8 =$

$= 799.2 \text{ kN/m}^2$

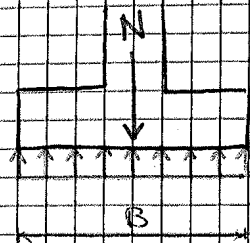
$q_{lim,d} = R_d = \frac{q_{lim} \times B}{R_2} = \frac{799.2 \times 1.5}{1.8} = 666 \text{ kN/m}$

$N_d = 706 > 666 = q_{lim,d} \Rightarrow \text{NON VERIFICA!}$

→ PROGETTAZIONE di UN PLINTO

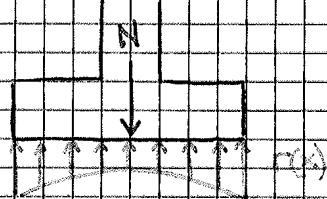
REAZIONE del TERRENO

Per quanto riguarda l'andamento delle reazioni nel terreno sulla base del plinto, assumiamo che esso sia lineare:



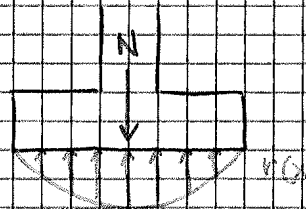
$$[\sigma_v(x,y) = \frac{N}{A}]$$

Nella realtà se ci troviamo in un terreno argilloso (a grana fine) la distribuzione delle reazioni sarebbe qualitativamente la seguente:



$r(x)$ è massima agli estremi e minima al centro

Mentre se ci troviamo in un terreno a grana grossa:



al centro della fondazione ho la massima reazione perché ho il massimo confinamento

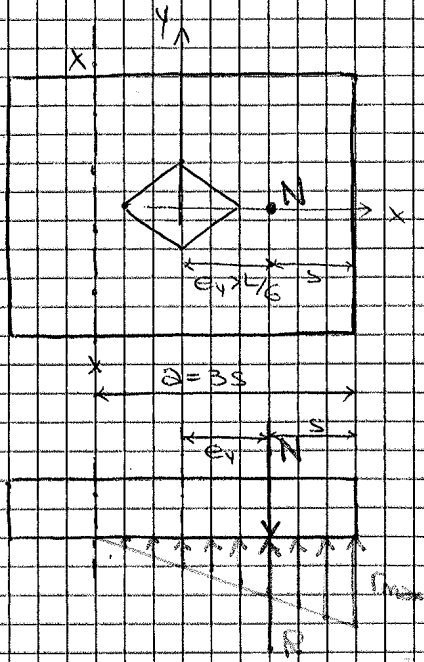
L'integrale di $r(x)$ sulle tre aree deve essere comunque uguale in modulo, direzione e verso poiché deve essere garantito l'equilibrio.

Adottare questa schematizzazione nel calcolo di M_{max} porta ad avere risultati che differiscono dalla realtà di $\pm 20\%$

Consideriamo ora per semplicità un plinto rettangolare e vediamo come si calcolano le reazioni del terreno.

Dobbiamo distinguere due casi:

- a) N all'interno del nucleo centrale d'inertzia
- b) N esterno al " " " " " "

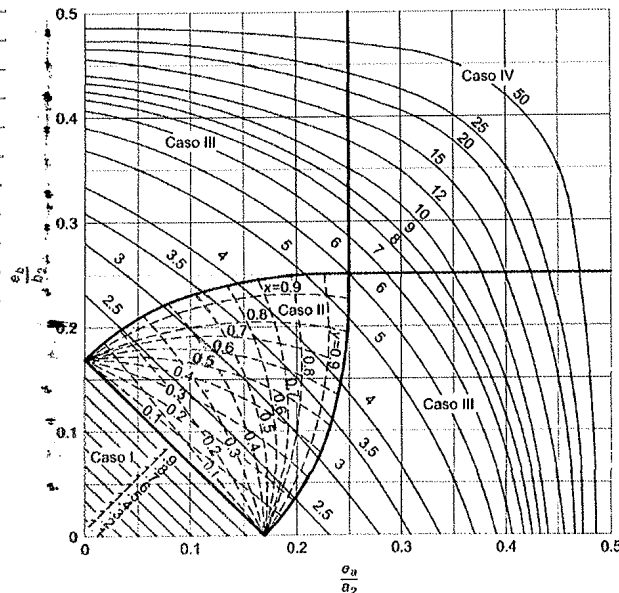


Nota la posizione di N , si collocare la formula dell'asse neutro che si trova ad una distanza pari a $3s$. La risultante delle (R_x) deve convergere in nucleo N , ed avere stessa direzione ma verso opposto.

In questo caso non si usano le formule della precompressione ma le formule seguenti:

$$N = \frac{1}{2} a \cdot \sigma_{max} \quad \text{ed} \quad \sigma_{max} = \frac{2N}{a} = \frac{2N}{3s}$$

Per le sezioni rettangolari c'è un abaco che ci permette di calcolare la posizione dell'asse neutro ed il valore della tensione massima, σ_{max} , come: $\sigma_{max} = k \frac{N}{\frac{a_2 \cdot b_2}{\text{area}}}$ prendendo il valore del coeff. k .



Sugli assi di tale abaco ci sono le eccentricità normalizzate rispetto al lato della fondazione. La Figura è divisa in quattro campi: Caso I, II, III, IV. Il caso I è la situazione in cui N cade all'interno del nucleo. I casi III e IV sono i casi in cui l'eccentricità è molto elevata e l'area interessata è

Per la risoluzione di tali integrali mi conviene enunciare la direzione y , se N è all'interno del nocciolo, poiché tanto lungo di essa i valori della σ non variano. Si trova allora che:

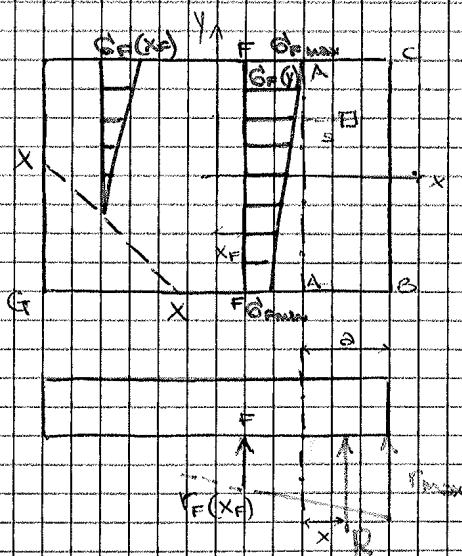
$$r_f(\min, \max) = \frac{N}{L} + \frac{\sigma_{\max}}{L^2}$$

e:

$$V_{AA} = R \quad M_{AA} = R \cdot x$$

Ovvia il taglio non è neutro che lo risultante delle reazioni r_f calcolata nell'area di interesse, ed M non è neutro che R moltiplicata per il braccio x rispetto alla sezione A-A.

Se N è fuori del nocciolo centrale d'inertia e si ha doppia eccentricità si ricorre al diagramma di Long che ci permette di ricavare la $\sigma_f(x, y)$. Per la risoluzione degli integrali si opera per strisce:



Si calcola prima il valore dell'integrale semplice delle $\sigma_f(x, y)$ sulla sezione perpendicolare all'asse x , che è dato da:

$$r_f(x_f) = \frac{\sigma_{f \min} + \sigma_{f \max}}{2} B = \bar{\sigma}_f \cdot B$$

↓ valida per tutte le sezioni comprese tra x e B poiché la B è costante. Come si ottiene dal disegno, infatti, tra

x e G i diagrammi delle σ_f variano poiché la B alternativa si riduce. Dopo aver calcolato l'integrale semplice nella direzione delle y si integra nella direzione delle x (tra A e B) e si trova che:

$$V_{AA} = R \quad e \quad M_{AA} = R \cdot x$$

La norma NTC 2008 recita:

" 4.12.1.3.4 Verifica al puzionamento di lame soggette a carichi concentrati

Le lame devono essere verificate nei es riguardi del puzionamento allo SLU, in corrispondenza dei piani e dei carichi concentrati:

In mancanza di un'armatura trasversale opportunamente dimensionata, la resistenza al puzionamento deve essere valutata, utilizzando formule di comprovata affidabilità, sulla base della resistenza a trazione del calcestruzzo, prendendo la sollecitazione distribuita su un perimetro efficace di lamina distante 2d dall'impronta caricata, con d altezza utile (media) della piastra nella

Nel caso in cui si disponga una apposita armatura, l'intero bordo allo stato limite ultimo dovrà essere armato all'armatura.

Nel caso di piastre di fondazione si adoperiamo apposti addebitamenti al nodo e/o sopra citato »

b) VERIFICA AL TAGLIO

La verifica al taglio fonda su una sezione lineare A-A rivista più gravosa. Quando poi non è edico eccentrico la verifica al taglio è ancora più restrittiva.

Tale verifica consiste nel misurare il taglio esterno in una sezione convenzionale AA e nel confronto con un valore di taglio resistente:

$$V_{ed} \leq V_{rd}$$

La scelta della sezione è legata all'inclinazione delle barre compresse. Se ipotizziamo che le barre compresse siano inclinate di 45° la distanza della sezione A-A dal piano è pari all'altezza utile d. L'altezza minima del fusto è di 25cm, quindi:

$$v_{adm} = 0.035 \cdot k^{3/2} \cdot \frac{P}{P_{Per}}^{1/2}$$

temine di taglio media deve essere

Imponendo $v_{ad} \leq v_{adm}$ si ricava la d_{min} del punto

Per le Pannocchie i valori caratteristici del materiale sono

Classe	C20/25	C25/30	C28/35 ^{res. carac. cilindrica}
P_{Per}	20	25	28
P_{Ed}	11.8	14.1	16.5

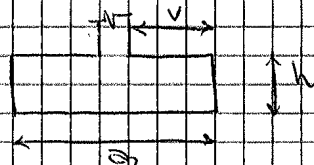
[N/mm²]

↑
 x le Pannocchie
 si comportano
 per come

Acciaio B450C $P_{yk} = 450$ $P_{yk} = 391.3$ [N/mm²]

Nel caso in cui venga inserita un'armatura longitudinale si distingue il punto in:

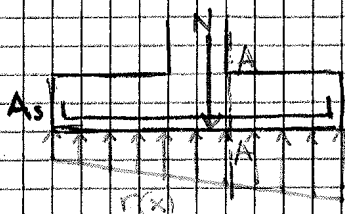
- snello, se $\frac{v}{h} \geq 2$
- tozzo, se $\frac{v}{h} < 2$



Lo schema a cui facciamo riferimento è quello della doppia mensola. Per cui se la lunghezza della mensola è almeno il doppio della sua altezza, il punto si dice flessibile (1), altrimenti si dice tozzo (2).

1. PUNTO FLESSIBILE

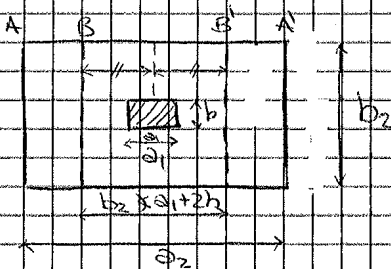
Se il punto è flessibile possiamo immaginare che le due sezioni si mantengano piane e quindi utilizzare la teoria della flessione. La sezione su cui si eseguono le verifiche per ricavare il quantitativo di armatura necessario è quella a filo del pilastro.



è la mensola a cui si fa riferimento e quella più sollecitata (in per caso piano a dx).

Quando si ha un punto quadrato che necessita di avere armature differenti nelle due direzioni, per motivi pratici, deve essere realizzato con la stessa armatura in entrambe le direzioni per evitare che in corso d'opera si inverte la direzione delle due armature differenti. Si effettua quindi il calcolo nella direzione più sollecitata e si utilizza A_s trovato per entrambe le direzioni.

Quando si ha un punto rettangolare ^{→ molto allungato} l'armatura segue i seguenti criteri:



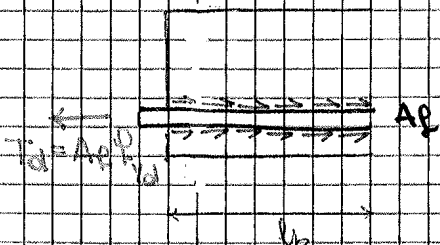
sul lato corto la distribuzione è uniforme (interasse costante)

sul lato ^{lungo} si dispone il 70% dell'armatura nella zona centrale BB' (lunga b_2 o un

valore non inferiore ad $\alpha_1 + 2h$) e lo si ricuce lateralmente (nelle zone $AB - B'A'$)

Vediamo ora come determinare la lunghezza di ancoraggio di un'armatura flessibile.

Tale lunghezza, l_b , deriva dall'equilibrio tra la forza T_d di trazione dell'armatura e la forza di aderenza che oppone il c.a.s. allo sfilamento.



La forza di trazione dell'armatura è data dal prodotto dell'area A_s pari a $\frac{\pi d^2}{4}$ per la resistenza dell'acciaio, dunque:

$$T_d = \frac{\pi d^2}{4} \sigma_s$$

La max forza di aderenza è data dal prodotto dell'area A_s per σ_{bd} che si espone, ossia l'area laterale della barra $\pi d l_b$, e la resistenza del c.a.s., che è funzione della classe del calcestruzzo, $\sigma_{bd} = f(c, \rho_s, R_{ct})$

buona norma tenere qui uomini 20-30 cm di terreno sopra al piano teorico di pila estremo fino all'ultimo momento, e muoverli quindi subito prima della realizzazione della fondazione (per preservare le caratteristiche tecniche del terreno).

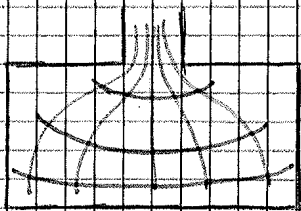
Dopo aver realizzato il piano di pila si dispongono le armature del pino e quelle di collegamento con il pilastro. Le armature di collegamento orientate hanno la sola funzione di rendere la struttura stabile, unendo tra di loro le armature verticali.

NB: Nel caso in cui dai calcoli si trovasse una l_b minore della lunghezza del pino, bisogna prolungare le barre comunque fino allo spigolo!
 → il calcolo di l_b tiene per tenere in conto la necessità o meno di elevare i piogoli.

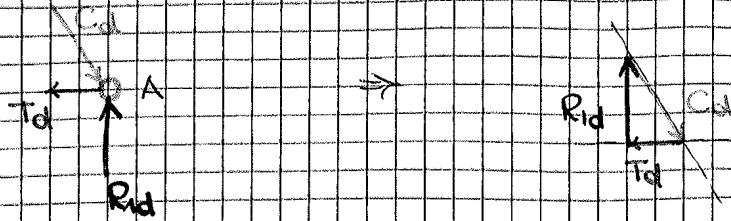
2 PUNTO TOZZO

Se le mensole che ho valutato non hanno il rapporto di snellezza $l > 2h$, non posso utilizzare la teoria della flessione, poiché cadono le ipotesi della teoria di Saint Venant.

In questa situazione l'armatura è chiamata poco in causa. Una incertezza sulla resistenza del c/c e il rischio di nuova fragilità, l'armatura viene comunque inserita. Essa agisce con gli sforzi di trazione e fal si che se la str si spacca non si stacca. Partendo dalla conoscenza dell'andamento delle ipostatiche di compressione e quelle di trazione



(perpendicolari alle precedenti), che ci danno un'idea di come vengono distribuiti i carichi; si schematizza il pino con un sistema puntone e tiranti.



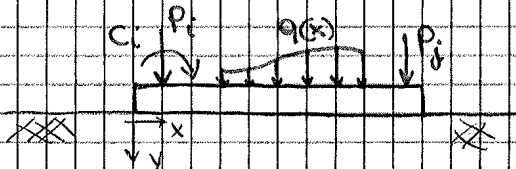
Trovo così T_d che l'armatura non deve giungere per il collasso. Per cui A_f risulta essere pari a:

$$A_f = \frac{T_d}{f_{yd}}$$

Nel caso di punto rotto occorre sempre effettuare il piego e la lunghezza del piego va sempre pari al maggiore tra i valori: $\frac{1}{3}l_b$, 10ϕ , 200 mm

→ TRAVE SU SUOLO ELASTICO

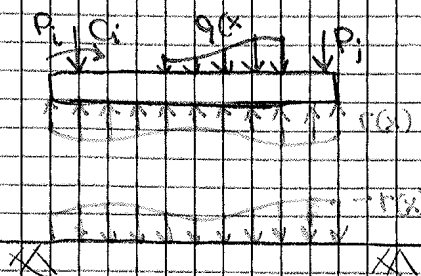
Nel caso di una trave che poggia su un terreno e soggetta ad un carico q , il sistema è iperstatico in quanto



mentre iperstatico in quanto il vincolo dato dal terreno, è diffuso. Il nostro obiettivo è il calcolo delle sollecitazioni

interna alla trave: M e V .

Prima di tutto bisogna definire le reazioni $r(x)$ che si scambiano terreno e fondazione. Questo problema è un problema di interazione terreno-struttura. Il valore di $r(x)$ dipende dal modello assunto per il terreno. Per trovare una soluzione al problema, scorporiamo la trave dal terreno ed applichiamo una distribuzione



$r(x)$, per ora incognita, alla trave ed una vincolo ed opposta al terreno.

Le equazioni di equilibrio non sono sufficienti a risolvere il

l'equazione di congruenza è quindi:

$$du = -\theta \cdot dx \quad \Rightarrow \quad \frac{du}{dx} + \theta = 0$$

studiamo ora l'equilibrio del arco infinitesimo:
 una traslazione verticale:

$$dN + p(x) \cdot dx = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dN}{dx} = -p(x) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{NB:} \\ p(x) = q(x) - r(x) \end{array} \right.$$

una rotazione (attorno al baricentro del arco):

$$dM - V \cdot dx = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dM}{dx} = V$$

introducendo il risultato ottenuto dall'eq. dell'eq. di traslazione in quella di equilibrio alla rotazione si ottiene:

$$\frac{dV}{dx} = \frac{d^2 M}{dx^2} = -p(x)$$

$$\frac{dM}{dx^2} = -q(x) + r(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2 M}{dx^2} + q(x) - r(x) = 0 \quad (*)$$

Per collegare le variabili e opportunamente dobbiamo ricavare l'equazione cinematica della trave.

Si definisce la curvatura come:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{dx} = \frac{M}{EI} \quad \text{dove } EI = \text{modulo di rigidità a flessione}$$

$$\text{da cui: } M = EI \cdot \frac{d\theta}{dx} = -EI \cdot \frac{d^2 y}{dx^2}$$

per eq. di congruenza

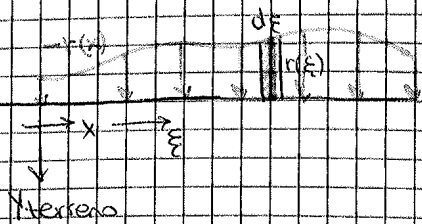
e sostituendo nell'eq. (*) si ottiene l'equazione della linea elastica:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(EI \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} \right) = q(x) - r(x) \quad \text{eq. differenziale del 4° ordine}$$

$$\text{se } EI = \text{cost.} \quad \Rightarrow \quad EI \cdot \frac{d^4 y}{dx^4} = q(x) - r(x)$$

stesso materiale e sezione non variabile lungo la trave

Per un tratto di terreno di spessore h sollecitato da un carico distribuito $r(\xi)$ possiamo quindi scrivere:



$$d\delta(x) = \delta(x, \xi) \cdot r(\xi) d\xi$$

e quindi per l'intera lunghezza L della trave possiamo scrivere

$$v(x) = \int_L \delta(x, \xi) r(\xi) d\xi$$

abbiamo quindi trasformato il carico distribuito $r(\xi)$ in un carico concentrato pari a $r(\xi) \cdot d\xi$ ed applicato la relazione vista prima.

Risolvere il problema di interazione terreno-struttura significa dunque risolvere il seguente sistema:

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dx^2} \left(EI \frac{d^2 v}{dx^2} \right) = q(x) - r(x) & \text{eq. linea elastica} \\ v(x) = \int_L \delta(x, \xi) r(\xi) d\xi & \text{eq. integrale dell'abbassamento del semipiano elastico} \end{cases}$$

Le soluzioni dipendono dalle equazioni costitutive scelte per il terreno. Il modello più utilizzato è quello alla Winkler:

→ TERRE AL MOLO ALLA WINKLER (1867)

Nel modello di Winkler si considera il terreno ad un lato di molla, le vite indipendenti dalle altre. Il legame costitutivo, quindi, è di tipo locale. Ossia il cedimento in un punto dipende unicamente dalla pressione $p(x)$ agente in quel punto:

$$v(x) = \frac{p(x)}{k_1} \quad k_1 = [F \cdot L^{-3}] \text{ coeff. di reazione}$$

per una trave di larghezza B : $r(x) = p(x) \cdot B = k_1 B v(x) =$

dove $k = k_1 \cdot B = [F \cdot L^{-2}]$ modulo di reazione $= k \cdot v(x)$

→ derivato alla rigidezza della molla

per cui la soluzione diventa:

$$y = e^{-\lambda x} [C_3 \cos(\lambda x) + C_4 \sin(\lambda x)] \quad \lambda x \geq 0$$

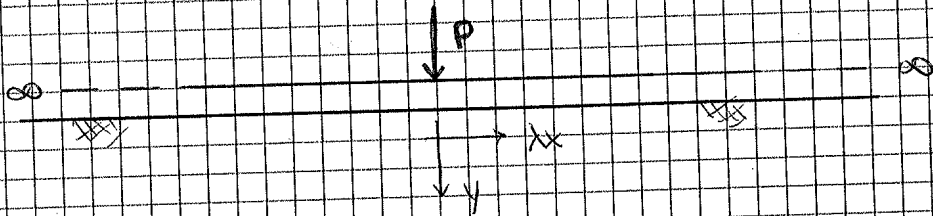
Per la soluzione oscillatoria associata con lunghezza d'onda:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\lambda}$$

NB: il mezzo era unidirezionale e un mezzo lineare che risponde anche a trazioni.

Vediamo allora alcuni casi di interesse:

1) TRAVE INFINITA CON CARICO CONCENTRATO



$$y = \frac{P \cdot \lambda}{2k} \cdot [\cos(\lambda x) + \sin(\lambda x)] \cdot e^{-\lambda x}$$

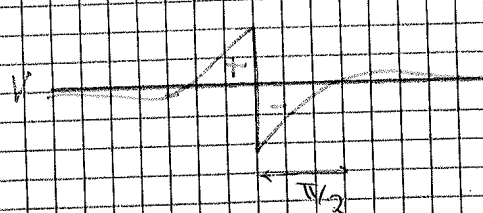
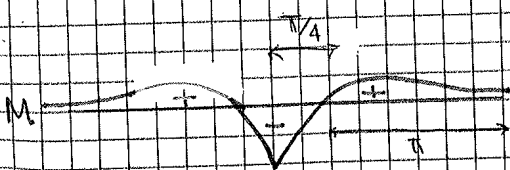
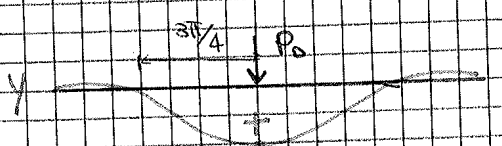
costante

per derivare ottengo:

$$\theta = -\frac{P \lambda^2}{k} \cdot \sin(\lambda x) \cdot e^{-\lambda x} \quad \left(\theta = -\frac{dy}{dx} \right)$$

$$M = \frac{P}{4\lambda} [\cos(\lambda x) - \sin(\lambda x)] e^{-\lambda x} \quad \left(M = -EI \frac{d^2 y}{dx^2} \right)$$

$$V = -\frac{P}{2} \cos(\lambda x) \cdot e^{-\lambda x} \quad \left(V = -EI \frac{d^3 y}{dx^3} \right)$$



Possiamo quindi scrivere le soluzioni dei due casi precedenti come:

CASO 1) TRAVE IN CARICO CONCENTRATO

$$y = \frac{P\lambda}{2k} A(\lambda x)$$

$$\theta = -\frac{P\lambda^2}{k} B(\lambda x) \quad (\lambda x \geq 0)$$

$$M = \frac{P}{4\lambda} C(\lambda x)$$

$$V = -\frac{P}{2} D(\lambda x)$$

CASO 2) TRAVE IN CARICO CON COPRA CONCENTRATA

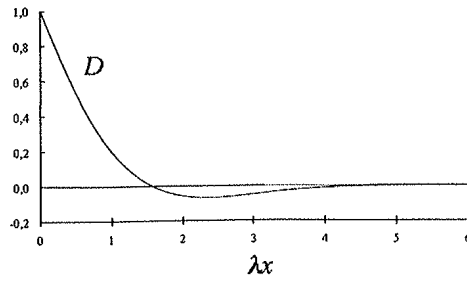
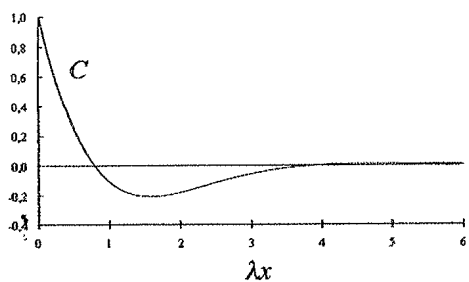
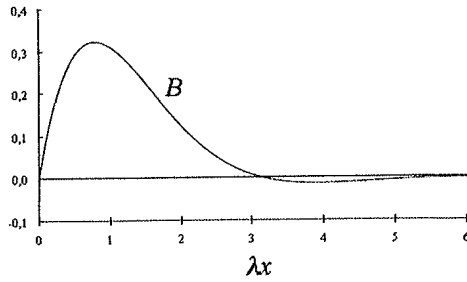
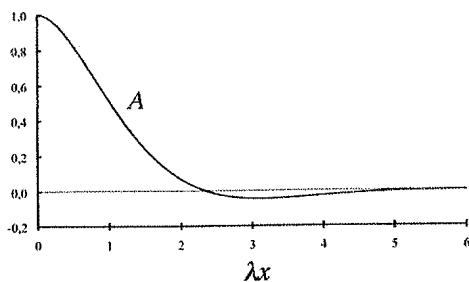
$$y = \frac{C\lambda^2}{k} B(\lambda x)$$

$$\theta = \frac{C\lambda^3}{k} C(\lambda x) \quad (\lambda x \geq 0)$$

$$M = \frac{C}{2} D(\lambda x)$$

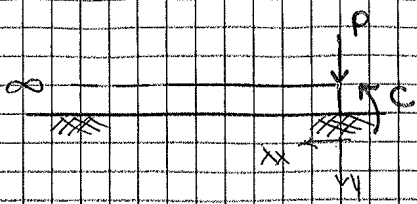
$$V = -\frac{C\lambda}{2} A(\lambda x)$$

Tali funzioni (A, B, C, D) hanno il seguente andamento:



Il caso di trave ∞ soggetta a forze simmetriche si inverte

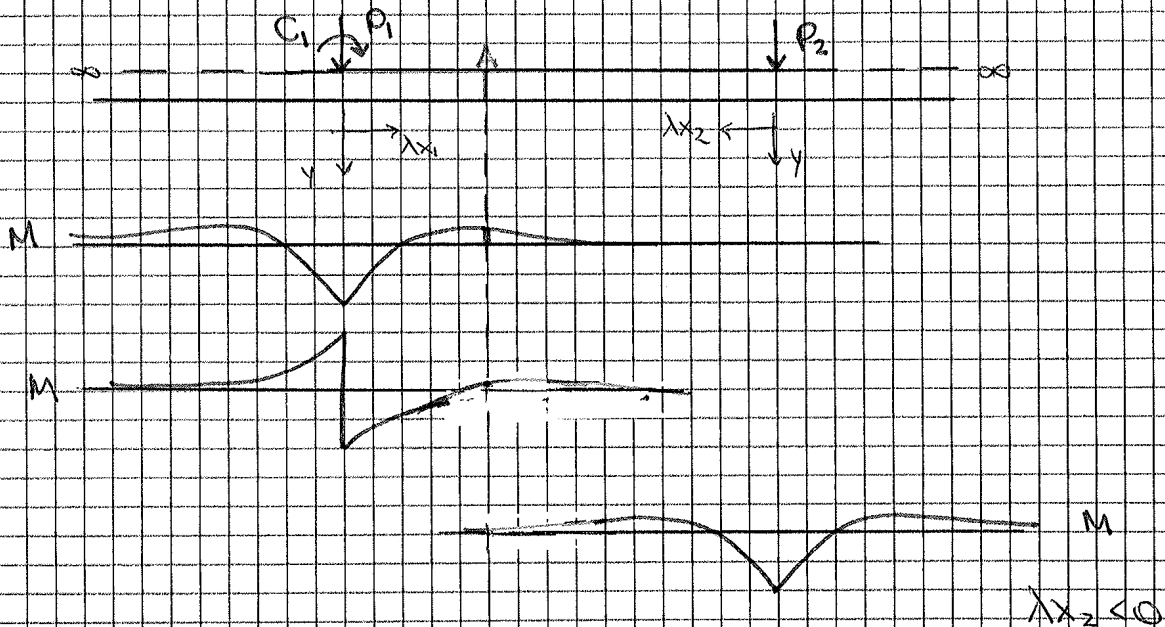
il SR:



$$M = -\frac{P}{4\lambda} B(\lambda x) + \frac{C}{4\lambda} A(\lambda x)$$

$$V = P \cdot C(\lambda x) + 2CA B(\lambda x)$$

Nel caso di trave ∞ soggetta a più carichi, si applica il principio di sovrapposizione degli effetti. Applico il SR sul solo carico e mi calcolo il contributo alla sezione di interesse, poi ripeto il SR sul tutto carico e una volta ottenuti tutti i contributi il valore totale sarà dato dalla loro somma.



$$M_A = \frac{P_1}{4\lambda} C(|\lambda x_1|) + \frac{C_2}{2} D(\lambda x_1) + \frac{P_2}{4\lambda} C(|\lambda x_2|)$$

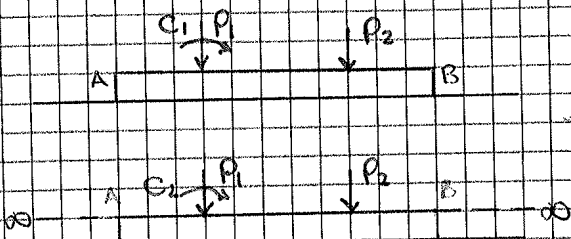
$$V_A = -\frac{P_1}{2} D(|\lambda x_1|) - \frac{\lambda C_1}{2} A(|\lambda x_1|) + \frac{P_2}{2} D(|\lambda x_2|)$$

Gi saranno contributi trascurabili si sceglie quindi il grado di approssimazione che voglio e tutte le forze che hanno un certo valore sopra le trascuro.

Questo metodo lo posso applicare anche se in A e in B ho dei nodi esterni (incastri), in questo caso le condizioni iniziali si riferiranno a rotazioni e abbassamenti.

sb) TRAVE di LUNGHEZZA FINITA - approccio "approssimato"

Tale approccio utilizza tutti gli schemi approssimati un primo e consiste nelle seguenti fasi:

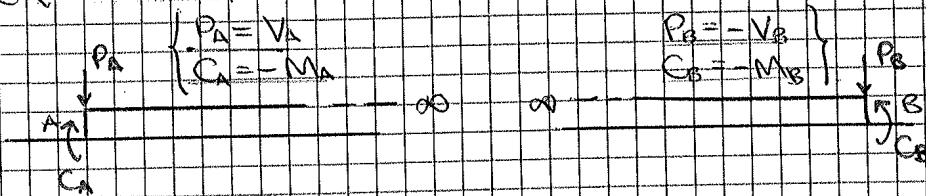


a. Considero la trave ∞ , appoggiata ai carichi non e calcolo le sollecitazioni alle estremità come uno

nel caso della trave ∞ soggetta a più carichi:

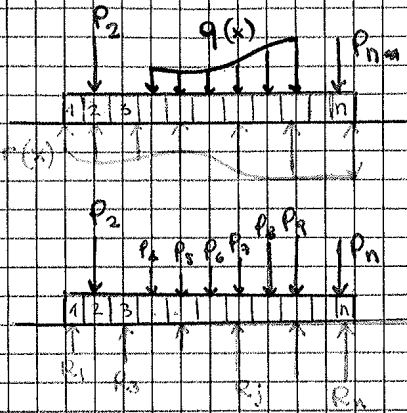
$$\begin{cases} V_A = P_1(P_1, C_1, P_2) \\ V_B = P_2(P_1, C_1, P_2) \\ M_B = P_3(P_1, C_1, P_2) \\ M_A = P_4(P_1, C_1, P_2) \end{cases} \text{ sono non e } \neq 0$$

b. aggiungo le soluzioni di due travi ∞ soggette in A e B da carichi tali da annullare le sollecitazioni in A e B (quindi pari ai valori di u e v trovati):



c. la trave reale e' equivalente alla somma delle tre soluzioni elementari. Anzi per trovare la sollecitazione in una generica sezione S, la calcolo nei tre schemi ed il valore nella trave finita sarà dato dalla somma dei tre valori ottenuti.

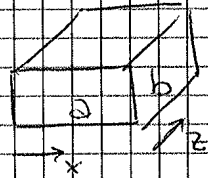
Con questa formulazione di δ non è più possibile ricavare delle formule analitiche in forma chiusa. Per risolvere il problema si discretizza la trave in un numero n di conci. I carichi distribuiti vengono



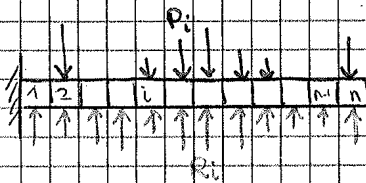
trasformati in carichi concentrati applicati ai singoli conci e nella loro media ($P_j = \text{integrale di } q(x) \text{ che agisce sul cono } j$)

Possiamo scrivere il coeff. di influenza come:

$$\begin{cases} \delta(x, j) = \frac{1-v^2}{E\pi|x-j|} & (x \neq j) \\ \delta(j, j) = \frac{1-v^2}{E\pi a} \left[\frac{a}{b} \operatorname{senh}^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) + \operatorname{senh}^{-1}\left(\frac{a}{b}\right) \right] \end{cases}$$



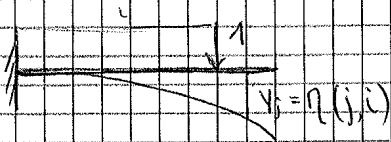
Per studiare il problema separo il terreno e la struttura ed inserisco le reazioni che si scambiano. La trave risulta essere in equilibrio, ma per poterla trattare analiticamente devo uncinarla. Uso il metodo dei vincoli duplicati e la tendo l'omografia.



Un incastrino impedisce l'abbassamento del pila di incastrato e la sua rotazione. Allo schema

auxiliario devo quindi aggiungere gli effetti che sono stati impediti dall'incastrato \rightarrow rotazione rigida. Il problema richiede quindi due incognite in più oltre alle R_i .

Il coeff. d'influenza lo calcolo per la trave ausiliaria



applicando in i il carico unitario e richiedendo l'abbassamento in j