



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

NUMERO: 1091

DATA: 16/09/2014

# **A P P U N T I**

STUDENTE: Contadin

MATERIA: Elementi di Fisica Nucleare + Eserc.

Prof. Lavagno

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

# FISICA NUCLEARE

Grandezze caratteristiche della luce:  $v = c \rightarrow$  velocità della luce nel vuoto

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \rightarrow \text{velocità della luce nel mezzo}$$

$E \propto \nu \rightarrow$  energia trasportata dall'onda

$$E = h \nu$$

↓  
costante di Planck

Effetto fotoelettrico: sfruttato in molti campi (fotocellule, celle fotovoltaiche)

Con la fisica moderna si cambia il modo di pensare e si trovano soluzioni più precise e più ampie di varie situazioni.

Possiamo attribuire alle  $e^-$  caratteristiche ondulatorie (es. lung. d'onda)

$$\lambda = \frac{h}{p} \rightarrow \text{particella}$$

Un fascio di  $e^-$  si comporta come un fascio di luce, ad esempio colpendo un reticolo si generano fenomeni di diffrazione e di interferenza.

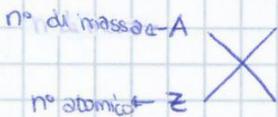
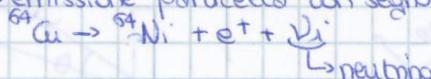
(topografia)

PET: Analisi matematica dell'emissione di positroni



$\rightarrow$  antiparticella, antimateria

Si ottiene con decadimento  $\beta^+ \rightarrow$  emissione particella  $\gamma$  con segno cambiato



$Z$ : proporz. al numero di  $e^-$   $p^+$  (e quindi di  $e^-$ )

$$A = N + Z \Rightarrow M_A \approx A M_N$$

$n + p =$  nucleoni

$$M_n \approx M_p \approx M_N$$

$\rightarrow$  nucleone

La somma di  $Z$  e  $Z e^-$  mi dà un elemento neutro.

$$m_e \approx \frac{M_N}{2000} \Rightarrow \text{la massa dell'atomo è circa uguale alla massa del nucleo}$$

SOSTANZA RADIOATTIVA: sostanza che decade spontaneamente con un tempo caratteristico

Tornando all'equazione:  $e^- + e^+ \rightarrow 2\gamma$

prima ho materia poi ho raggi e materia pari a zero

$\Rightarrow$  ANNICILAZIONE ELETTRONE-POSITRONE

Diventa preponderante la conservazione dell'energia:

$$\Delta M \Rightarrow \Delta K$$

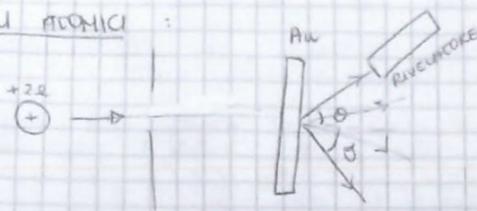
variazione di  
massa

PRINCIPIO DI EQUIVALENZA  
MASSA - ENERGIA

Tornando al decadimento del rame:  $(M_{Cu} - M_{Ni} - m_e - m_\nu) > 0$

$$\Delta K > 0$$

MODELLI ATOMICI :

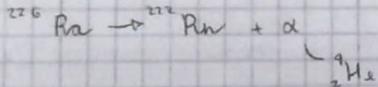


Esperimento di Rutherford: infatti come si vede l'atomo è quasi come le dimensioni del nucleo.

1° modello: THOMSON. Sfera omogenea di carica + in cui sono incastriate cariche-

Modello a panettone.  
Carica elettrica quantizzata: varia come multiplo intero di cariche elettriche elementari.  $|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$   
Atomo elettricamente neutro:  $Z \rightarrow N e^-$

Thomson smentito da Rutherford, che studia processi di diffusione esulembiani.  
Era noto il decadimento  $\alpha$ .



Il processo di diffusione è su un sottile foglio di oro (nucleo pesante)  $\rightarrow$  carica + concentrata.

Nel modello di T la carica + è uniformemente distribuita.  
R seleziona una direzione ben definita, schermando le altre; la sorgente è una sorgente radioattiva. Con il rivelatore raccoglie le particelle diffratte.

Si aspettava una diffusione più o meno uniforme; tuttavia la maggior parte delle  $\alpha$  non interagisce con gli atomi del foglio, mentre alcune rimangono addiattite in dietro  $\rightarrow$  smentisce T (e la distribuzione uniforme della materia). L'atomo è concentrato quindi in zone piccole.

Su scala atomica le dimensioni sono  $d_A \sim 10^{-10} \text{ m} = 10^{-8} \text{ cm} = 1 \text{ \AA}$ ;  
da questo R stima la dimensione massima del nucleo, ragione  
moriva con carica + :  $d_N \sim 10^{-14} \text{ m} = 10^{-12} \text{ cm}$   
Altrimenti  $1 \text{ fm} (1 \text{ femto}) = 10^{-15} \text{ m} = 10^{-13} \text{ cm} \rightarrow d_A \sim 10 \text{ fm}$

## Esperimento di Michelson-Morley: (interferometro)

Se  $L_1 \neq L_2$  (cammini ottici)  $\Rightarrow \Delta\phi \neq 0 \rightarrow$  ci sono interferenze

La differenza di tempo tra andata e ritorno del raggio luminoso genera una variazione di fase (al ritorno impiega meno tempo perché  $\leftarrow \vec{v}$  è concorde)  
 $\hookrightarrow$  velocità etere relativo rispetto alla Terra

$$t_2 = L_2 \left[ \frac{1}{c-u} + \frac{1}{c+u} \right] = L_2 \left[ \frac{c+u+c-u}{c^2-u^2} \right] = 2L_2 \frac{c}{c^2-u^2} = \frac{2L_2}{c} \left( \frac{1}{1-\frac{u^2}{c^2}} \right) \rightarrow \text{fattore correttivo}$$

velocità del raggio all'andata e al ritorno

Dovrei osservare delle figure di interferenza che variano durante l'anno, perché anche se  $L_1 = L_2$  i tempi sono diversi

Se  $L_1 = L_2$  e  $u \neq 0$ , l'etere mi dà un  $\Delta\phi \neq 0 \rightarrow$  figure di interferenza

" " "  $u = 0 \rightarrow$  non ci sono figure di interferenza ( $\Delta\phi = 0$ )

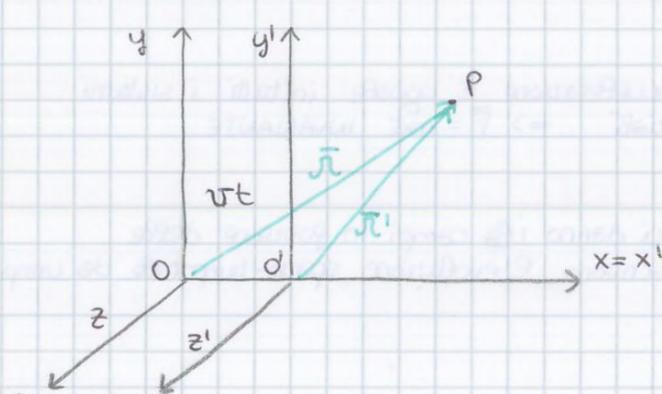
È stato dimostrato che  $u = 0$  (velocità relativa dell'etere)  $\rightarrow$  seide

## PRINCIPI DELLA RELATIVITÀ

- 1) Tutte le leggi della fisica sono invarianti in tutti i sistemi di riferimento inerziali
- 2) La velocità della luce nel vuoto ha lo stesso valore in tutti i rif. inerziali, indipendentemente dalla velocità dell'osservatore della sorgente che emette luce

I due principi impongono l'abbandono dell'idea di etere.  
 Dal secondo postulato le trasf. di Galileo non sono scritte.

Lorentz, avendo  $\vec{F}_{em} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ , si chiede quali siano le trasf. che lo rendono invariante per i sistemi inerziali  $\rightarrow$  TRASFORMATE DI LORENTZ



$$\begin{cases} x' = (x - vt) \gamma(v) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \left( t - \frac{vx}{c^2} \right) \gamma(v) \end{cases} \rightarrow \text{fattore di Lorentz}$$

Per eventi

$\Delta t / \Delta x$  non sono variabili e relativi, ma variabili e globali.

Se  $t = 0$  e  $O \equiv O'$ , uno dei due inizia a spostarsi ed è emesso un lampo di luce da  $s_x$  a  $s_x$ .  $O'$  si sarà spostato di  $vt$ . Allo stesso istante il raggio di luce arriva in P, descritto da coordinate diverse per i due sistemi ( $\vec{r}$  e  $\vec{r}'$ ).

$$|\vec{r}| = ct$$

$c$  è uguale in entrambi i sistemi

$$|\vec{r}'| = ct'$$

$\gamma(v) > 1$  è quindi effetto di contrazione della lunghezza

$$\Rightarrow L(v) < L(\emptyset), \quad L(v) = \frac{L(\emptyset)}{\gamma(v)}$$

L'effetto diventa importante quando  $\gamma(v) \gg 1$ , cioè quando ci muoviamo ad altissima velocità.

2) Se ora consideriamo una sorgente che emette due lampi di luce a distanza di tempo  $\Delta t$  nel sistema in movimento  $O'$ :

$$\Delta t(\emptyset) = t_2' - t_1' \quad (1)$$

$$\Delta t(v) = t_2 - t_1 \quad (2)$$

(1) La posizione della sorgente nel sistema  $O$  cambia: in  $t_1'$  è in  $x_1'$ , in  $t_2'$  è in  $x_2'$ ,  $x_1' \neq x_2'$

(2) In questo caso la sorgente è ferma in  $O'$  e quindi  $x_1 = x_2$

$$\Delta t(v) = t_2 - t_1 = \left(t_2' + \frac{x_2' v}{c^2}\right) \gamma(v) - \left(t_1' + \frac{x_1' v}{c^2}\right) \gamma(v) = (t_2' - t_1') \gamma(v)$$

Se  $\gamma(v) > 1 \rightarrow$  DILATAZIONE DEI TEMPI, tanto maggiori quanto è maggiore la  $v$  della sorgente rispetto a noi

Su questo effetto si basa il funzionamento degli acceleratori di particelle e dei sistemi GPS.

MUONI: imparentati con gli  $e^-$ , ma più pesanti

$$1,6 \cdot 10^{-27} = \frac{1}{2} m v^2$$

Colpiscono la superficie terrestre, sulla sup. terrestre arriva una grande quantità di radiazione (RAGGI COSMICI), che col tempo può danneggiare l'elettronica  $\rightarrow$  le navicelle spaziali sono schermate. Alterano inoltre i tessuti biologici  $\rightarrow$  gli astronauti sono sottoposti ad elevate dosi di radiazione molto energetica

L'energia è misurata in eV, ricorrente su scala atomica

$1 \text{ eV} = K_e$  che acquista un  $e^-$  sottoposto ad una  $\Delta V = 1V$

$e \Delta V =$  energia che viene convertita in en. cinetica  $K_e$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \rightarrow 1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J} \rightarrow \text{tipico della scala nucleare}$$

$$1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

Da dove proviene questa radiazione? Da oltre la galassia, da collassi stellari (esplosione di supernova). Più la massa di una stella è grande, più posso fondere elementi pesanti. Quando la stella esaurisce il combustibile, arriva al ferro e non avvengono più reazioni di fusione  $\rightarrow$  non è più controbilanciato il collasso gravitazionale  $\rightarrow$  forte contrazione ed esplosione.

I raggi PRIMARI arrivano da fuori l'atmosfera, quando entrano nell'atmosfera, interagiscono  $\rightarrow$  reazioni a catena e produzione di nuove particelle, tra cui i muoni ( $\mu$ ).

Hanno carica + e - (sono coniche) e interagiscono con un campo magnetico. Hanno una massa pari a 200 volte quella degli  $e^-$ . Sono particelle elementari, prive di struttura e molto instabili, decadono spontaneamente.

$$\|\bar{p}(v) = m\bar{v}g(v)\|$$

↳ vale 1 quando  $\frac{v}{c} \ll 1 \Rightarrow g(0) = 1 \rightarrow$  mi dà la quantità di moto non relativistica

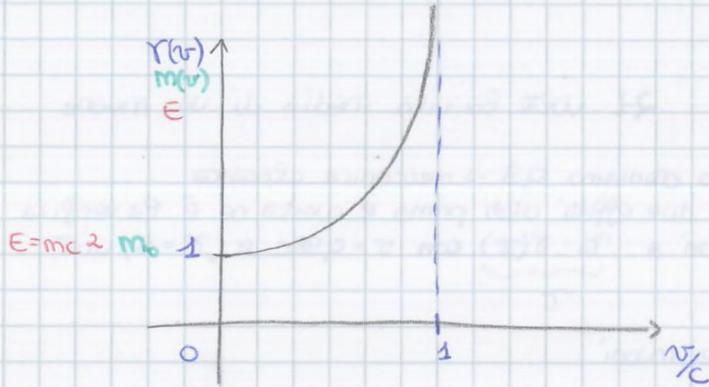
$\bar{p}$  vale 0 per  $v=0$

Per l'energia quando  $v \ll c$  non ha nessuna controparte nella dinamica classica

$f(v)$  e  $g(v)$  sono due funzioni scalari.

Utilizzando le condizioni iniziali e la conserv. dell'en. e della qdm si trovano delle espressioni esplicite compatibili di  $f(v)$  e  $g(v)$ .

⇒ Si ottiene  $f(v) = g(v) = \gamma(v)$  dove  $\gamma(v) = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$



↳ è diversa da 0 anche quando ci troviamo nel sistema di rif. della massa a riposo \*

Energia e qdm generalizzate:  $\begin{cases} E = \gamma(v)mc^2 \\ \bar{p} = \gamma(v)m\bar{v} \end{cases}$

EQUAZ. DINAMICA RELATIVISTICA

$E = m(v)c^2 \rightsquigarrow m$  è una massa dinamica e non inerziale, non è quella misurata nel sistema a riposo.

Massa a riposo  $m \equiv m_0$

Massa dinamica  $m(v) = m\gamma(v)$

Per portare un oggetto con massa diversa da 0 ad una velocità prossima a quella della luce occorre un'energia infinita.

$E(0) = mc^2 \Rightarrow E(v) = \gamma(v)mc^2$  ha un'informazione cinetica e a riposo

$E(v) = E(0) + K_R(v)$

↓  
relativistica

$K_R(v) = E(v) - E(0) = \gamma(v)mc^2 - mc^2 = mc^2(\gamma(v) - 1) \rightarrow$  va a 0 per  $v=0$

↓  
Generalizza l'en. cinetica non relativistica

$\lim_{\frac{v}{c} \rightarrow 0} K_R(v) = K$  non relativistica  $\left(\frac{v}{c} \rightarrow 0 \equiv v \ll c\right)$

$\underbrace{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}}_{\gamma(v)} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + o\left(\frac{v^2}{c^2}\right)$  Mc Lounin



$$p^2 c^2 = K^2 + 2mc^2 K$$

En. cinetica in funzione della qdm

- Se  $K \ll mc^2 \rightarrow$  caso non relativistico
- Se  $K \gg mc^2 \rightarrow$  caso ultra relativistico

$$p^2 c^2 \approx K^2 \quad (m \neq 0)$$

$$K \approx pc$$

La massa anche se  $\neq 0$  diventa trascurabile rispetto alla sua en. cinetica

$$K = E - mc^2$$

$$p^2 c^2 = E^2 + m^2 c^4 + 2Emc^2 + 2mc^2 E - 2m^2 c^4$$

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$$

$\rightarrow$  energia di una particella con massa  $m$  e una certa qdm

Velocità a cui viaggia una particella di massa  $m$ :

$$\frac{K}{p} \Rightarrow v = c^2 \frac{p}{E} \Rightarrow v = c^2 \frac{p}{E \sqrt{1 + \frac{m^2 c^2}{p^2}}} \quad \text{oppure} \quad v = c \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{m^2 c^2}{p^2}}}$$

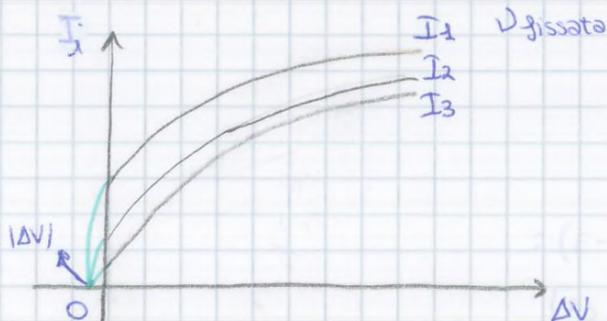
- Se  $m \neq 0 \rightarrow v < c$
- $v = c$  se e solo se  $m = 0$ , abbiamo inoltre  $E = pc \Rightarrow p = \frac{E}{c} \neq 0 \rightarrow$  non c'è il termine a riposo

La luce non si ferma mai, in nessun sistema di riferimento

Dall'eq. 1) con  $m=0$  avrei  $p=0$ , e anche dall'eq. 2) otterrei per  $m=0$ ,  $E=0$ .  
Ma se  $v \rightarrow c$ ,  $\gamma \rightarrow \infty$  e quindi le due equazioni diventano consistenti

### Effetto fotoelettrico

Sorgente di luce con frequenza di radiazione non troppo bassa  $\rightarrow$  quando la luce incide sulla targhetta metallica vengono emessi  $e^- \rightarrow$  si rilevano con un circuito  $\rightarrow$  passa corrente. Applico una  $\Delta V$  che accelera le cariche elettriche  $\rightarrow$  corrente rilevata dall'amperometro



$I(\nu)$ : intensità radiaz. incidente

$$I_1 > I_2 > I_3$$

Vengono strappati più  $e^-$  all'aumentare dell'intensità.

Con un  $\Delta V < 0$  gli  $e^-$  vengono frenati  $\rightarrow$  perdono energia cinetica  $\rightarrow$  l' $e^-$  non arriva all'amperometro la corrente va a zero, ma vanno a 0 tutte nello stesso punto, per un dato valore di  $|\Delta V|$

$$eV = K_e$$

$$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \rightarrow mc^2 = 0,5 \text{ MeV} \quad \text{energia corrispondente alla massa a riposo dell'elettrone}$$

Luce  $\rightarrow$  onda elettromagnetica  $\rightarrow$  di cui conosciamo lo spettro  
 L'effetto fotoelettrico non è però spiegabile in termini di onde EM, in quanto le frequenze con cui abbiamo a che fare sono dell'ordine dei raggi  $\gamma$ .

$$\lambda \nu = c$$

Su scala atomica invece siamo vicini ai raggi X

### Esercizio

$$\lambda_1 = 400 \text{ nm}$$

$$\lambda_2 = 800 \text{ nm}$$

$E_{\gamma}$ ?

$$E_{\gamma_1} = \frac{hc}{\lambda_1} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{400 \text{ nm}} = 3,1 \text{ eV}$$

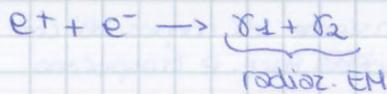
$$E_{\gamma_2} = \frac{hc}{\lambda_2} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{800 \text{ nm}} = 1,55 \text{ eV}$$

Altro esercizio su slide.

Proprietà fisiche: La luce è composta da corpuscoli con una certa  $E$  e  $\nu$ .

Con i decadimenti radioattivi ammettiamo l'esistenza dei positroni.

Positroni +  $e^- \rightarrow$  annichilazione + emissione di due raggi  $\gamma$



Applichiamo la conservazione di  $E$  e  $\vec{p}$  supponendo che:

$$K_{e^+} = K_{e^-} \approx 0 \quad \vec{p}_{e^-} = \vec{p}_{e^+} = 0$$

$$c^2 m_{e^+} = c^2 m_{e^-} = 0,5 \text{ MeV}$$

Conservazione  $E$ )  $\underbrace{2m_e c^2}_{E \text{ iniziale}} = \underbrace{h\nu_1 + h\nu_2}_{E \text{ dei raggi } \gamma}$  i raggi trasportano una  $E_{\gamma}$  legata alla  $\nu$

$$\parallel \quad \vec{p}) \quad 0 = \vec{p}_{\gamma_1} + \vec{p}_{\gamma_2} \rightarrow \vec{p}_{\gamma_1} = -\vec{p}_{\gamma_2}$$

$$|\vec{p}_{\gamma_1}| = |\vec{p}_{\gamma_2}|$$

$$\frac{h\nu_1}{c} = \frac{h\nu_2}{c} \Rightarrow \nu_1 = \nu_2$$

Quindi  $E$ )  $\Rightarrow 2m_e c^2 = 2h\nu$  chiamando  $\nu_1 = \nu_2 = \nu$

$$m_e c^2 = h\nu$$

Siamo a  $\nu$  tali che  $h\nu = 0,5 \text{ MeV}$

## Esercizi

① Particella di massa  $m \neq 0$ .  $\bar{p} = mc$ .

Determinare: a)  $v$ ?  
b)  $\gamma(v)$ ?  
c)  $K$ ?

$$a) \bar{p} = \gamma(v) m v = mc \rightarrow v = \frac{c}{\gamma(v)}$$

$$\frac{v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = c^2 \rightarrow v^2 = c^2 \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = c^2 - v^2 \Rightarrow v = \frac{c}{\sqrt{2}} \quad \text{ATTENZIONE!}$$

$$b) \gamma(v) = \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

$$c) \text{ oppure } mc^2 (E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2) = m^2 c^4 + m^2 c^4 = 2m^2 c^4$$

$$* \text{ oppure } \Rightarrow E = \sqrt{2} mc^2 = \gamma mc^2 \Rightarrow \gamma = \sqrt{2}$$

$$c) K = mc^2 (\gamma - 1) = mc^2 (\sqrt{2} - 1)$$

② Determinare il rapporto tra le quantità di moto:

$$\frac{\bar{p}_{^{13}\text{C}}}{\bar{p}_\gamma} \quad \begin{array}{l} \text{(ioni carbonio } ^{13}\text{)} \\ \text{(fotoni)} \end{array}$$

$$\text{Supponendo } \begin{cases} K_{^{13}\text{C}} = 10 \text{ MeV} \\ E_\gamma = 10 \text{ MeV} \end{cases}$$

$$M_{^{13}\text{C}} = 130 \\ 10 = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ Kg} = 931,5 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

$$M = \text{massa } ^{13}\text{C}$$

$$\frac{\bar{p}_{^{13}\text{C}} \cdot c}{\bar{p}_\gamma \cdot c} = \frac{\sqrt{K^2 + 2Mc^2 K}}{E_\gamma}$$

Passiamo tramite  $p$  a  $K$  in quanto ci vengono date le energie.  
Siamo in regime NR  $\rightarrow Mc^2 \gg Kc \rightarrow$  approssimiamo

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2Mc^2 K}}{E_\gamma} = 4,92$$

Quando si riscaldava un gas fu un'emissione di radiazione EM a determinate frequenze  
 Reticolo di diffrazione → misura dell'onda

RAGGI X →  $\lambda = 10^{-9} \text{ m} = 1 \text{ nm}$

Accelerando gli  $e^-$  in un tubo a vuoto che bombardavano una placchetta metallica venivano emessi i raggi X → allora non si sapeva che fossero radiazioni EM  
 Sappiamo ora la loro natura EM perché sappiamo misurarne  $\lambda$ , attraverso un reticolo di diffrazione con  $d \approx 10^{-9} \text{ m} \Rightarrow$  CRISTALLI: struttura regolare, NaCl si comporta come un reticolo di diffrazione in trasmissione

Studiando le strutture tipiche di diffrazione si individuano i raggi X che a loro volta servono per la classificazione dei reticoli cristallini.

QED → Quantum Electronic Dynamics

## Onde di materia - De Broglie

Come si comporta la materia in campo atomico e subatomico.

$$m \neq 0 \Rightarrow v < c, \quad E, \quad \begin{cases} \vec{p} = m\vec{v} \\ \vec{p} = \gamma(v)m\vec{v} \end{cases}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

De Broglie (1923) ipotizza che se alla luce possiamo associare una certa  $qdm$ , possiamo associare una  $\lambda$  ad una certa  $m \neq 0$ .

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad \text{RELAZIONE DI DE BROGLIE (1923)}$$

Così come l'onda ha un comportamento corpuscolare, si può ipotizzare che la massa abbia un comportamento ondulatorio.

Devisson - Germer (1927) → diffrazione attraverso reticoli cristallini  
 La figura di diffrazione degli  $e^-$  è analoga a quella dei raggi X, <sup>diffrazione</sup>  
 La distribuzione di densità ha max e min che varia con la  $\Delta V$  applicata.

$p = \sqrt{2meV}$  → cambiando  $\Delta V$  varia la  $qdm \rightarrow$  diversa distribuzione di intensità in un punto dello schermo

Misurando la posizione di max e min posso risalire alla lunghezza d'onda, attraverso la legge di BRAGG  $\Rightarrow \lambda_e$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meV}} \quad \Rightarrow \text{Anche la materia su scala atomica e subatomica si comporta in maniera ONDULATORIA}$$

$\uparrow$   
 $\lambda_{\text{specim.}}$

Il microscopio elettronico funziona sfruttando la natura ondulatoria degli  $e^-$ .

## Esercizio

Un  $e^-$  può essere confinato all'interno di un nucleo?

$$L_{Nuc} = 10 \text{ fm} = \Delta x \approx \pm 5 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$$

dove  $\pm 5 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$

Indeterminazione  $\bar{p}$  :  $\Delta p \approx \frac{\hbar}{\Delta x}$

$mc^2 = 0,5 \text{ MeV} \rightarrow$  massa a riposo

//  $K : \Delta K \approx c \Delta p \approx \frac{\hbar c}{\Delta x}$

$p^2 c^2 = K^2 + 2mc^2 K$   
se  $K \gg mc^2$

$\approx \frac{200 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}{10 \text{ fm}} \approx 20 \text{ MeV}$

$\hbar c \approx 200 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$

l' $e^-$  se confinato nel nucleo ha un'indet. sulla sua  $K$  che è molto maggiore della sua massa a riposo.

l' $e^-$  NON può stare nel nucleo perché  $mpc^2 \approx mnc^2 \approx 1000 \text{ MeV} \rightarrow$  l' $e^-$  quando urta contro un nucleone rimbalza come se sbaltesse contro un ostacolo  $\rightarrow$  p $^+$  e n. ha una struttura massiva molto più grande. Non può quindi essere confinato in questo piccolo spazio perché sarebbe sbalzato fuori, non rimane all'interno del nucleo per molto tempo.

Particella con  $m \neq 0 \rightarrow$

- ha una definita  $p$
- una  $v \neq 0$
- una lunghez. d'onda  $\lambda = \frac{h}{p}$  (1923)

(1923)  $\lambda = \frac{h}{p}$  (grandezza ondulatoria)

Se è vera l'ultima relazione  $\rightarrow$  principio di indeterminazione (Heisenberg)

1927  $\Rightarrow \Delta x \Delta p \approx \hbar \neq 0 \rightarrow$  non possiamo conoscere  $x$  e  $p$  contemporaneamente

Effetti legati alla quantizzazione  $\rightarrow$  alcune grandezze classiche non variano più con continuità nel mondo subatomico

Effetti già introdotti con il modello di BOHR  $\rightarrow$  atomo di H (protone + ed  $e^-$  che ruota).

Parte da dati sperimentali legati a spettri di assorbimento ed eccitazione dei gas. Quando si scalda un gas si ha uno spettro a righe (emissione di  $\lambda$ ). L'atomo di H ha 4 righe di emissione nel visibile.

Se è posta una  $\Delta V$  tra anodo e catodo, passa corrente  $\rightarrow$  eccitazione del gas  $\rightarrow$  spettro: luce emessa a certe  $\lambda$ . (Visibile 400-700 nm) Cambia

Cambiando gas troviamo altre  $\lambda$ .

Strumento preso per identificare le componenti di un gas.

RIGHE DI ASSORBIMENTO  $\rightarrow$  effetto quantistico  $\rightarrow$  l'energia dei fotoni con determinate  $\nu$  è assorbita dagli atomi del gas

Assorbimento ed emissione coincidono  $\rightarrow$  effetto inspiegabile

Equazione che tiene conto delle  $\lambda$  dei due spettri:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

dove  $n = 3, 4, 5, \dots$  SERIE DI BALMER

$R_H$ : costante di Rydberg

Equazione fenomenologica, non è un modello.

Se facciamo un'equivalenza con la legge di Newton:

$$\left| \frac{n^2 \hbar^2}{2m n^2} = k_e \frac{e^2}{2a} \right| \quad \text{relazione sui raggi delle orbite permesse}$$

$$r = n^2 \cdot a_0$$

RAGGIO DI BOHR → definisce anche una distanza minima  $a_0$

$$\Rightarrow r_1 = a_0, r_2 = 4a_0, r_3 = 9a_0 \dots$$

$$a_0 = \frac{2 \hbar^2 4\pi \epsilon_0 \hbar c}{m_e k_e e^2} \quad \text{dove } m_e c^2 = 0,511 \text{ MeV}$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$$

$$\frac{\hbar^2}{m_e k_e e^2}$$

$$\frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 \hbar c} = \frac{1}{137}$$

$$E_n = -k_e \frac{e^2}{2a_0} \cdot \frac{1}{n^2}$$

ENERGIA DI LEGAME

Quando siamo al livello del raggio più piccolo ( $a_0$ ), abbiamo la  $E_n$  più grande.

$$E_1 = -k_e \frac{e^2}{2a_0}$$

ENERGIA FONDAMENTALE ( $E_{\text{max}}$  di legame) → stato fondam.

Ora consideriamo la ③: quali sono le  $\nu$  emesse quando l'e- passa da uno stato ad un altro?

$$\text{Supponendo } E_i > E_j: \quad \nu = \frac{E_i - E_j}{h} = k_e \frac{e^2}{2a_0 h} \left( \frac{1}{n_j^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad \lambda \nu = c$$

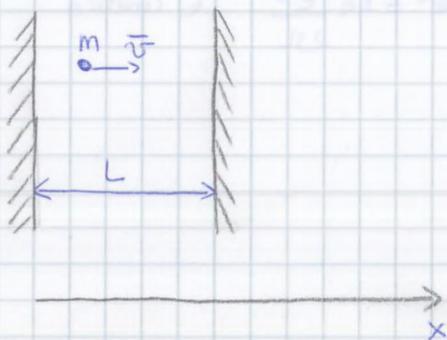
$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{k_e e^2}{2a_0 h c} \left( \frac{1}{n_j^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1 \quad \rightarrow \text{normalizzato ad 1 per ottenere la probabilità di trovare la particella in uno spazio compreso tra } x \text{ e } x+dx$$

## Particella libera in una scatola

Particella libera di massa  $m$  in una regione definita, senza interazione con l'esterno → urto perfettamente elastico con le pareti → da qm della particella si conserva.

$$m_1 v = \nu \bar{u}_x$$



Dal punto di vista classico ogni particella può esistere in uno spazio confinato con una qualsiasi velocità.

Dal punto di vista ondulatorio assimiliamo la particella ad un'onda (dotata di una certa  $\lambda$ ), rappresentando l'ampiezza di

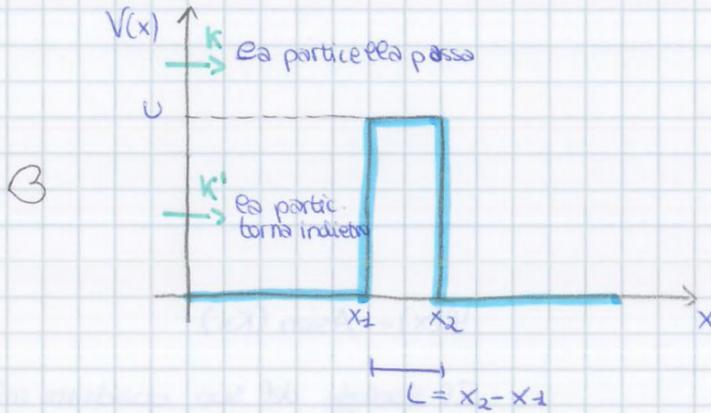
$$\psi(x) \Leftrightarrow E, B$$

Rappresentiamo  $E$  e  $B$  come onde sinusoidali.

Si ha una quantizzazione delle grandezze fisiche misurabili, ad es. i livelli energetici  
 → vale su scala subatomica

### Effetto tunnel

Effetto prettamente quantistico che può essere interpretato solo da un punto di vista ondulatorio



$$V(x) = \begin{cases} 0 & x \leq x_1, x \geq x_2 \\ U & x_1 < x < x_2 \end{cases}$$

Poiché le particelle sono onde con una certa qm e una certa  $\lambda$ , c'è una probabilità non nulla che la particella superi la barriera anche con  $K < U$ , data da:

⇒ COEFF. DI TRASMISSIONE:  $T \approx e^{-2CL}$  dove  $C = \sqrt{\frac{2m(U-E)}{\hbar^2}}$   
 $T \propto e^{-2CL}$

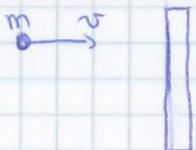
### Trappola per elettroni → slide

$$E_s \propto \frac{1}{L^2} \quad \lambda_s \propto \frac{1}{E_s} \propto L^2$$

Granelli maggiori → rosso →  $\lambda$  più grandi  
 " minori → giallo →  $\lambda$  più piccole

### Sezione d'urto

Per investigare una regione di  $10^{-15} \text{ m} \sim 1 \text{ fm}$ , dobbiamo utilizzare qualcosa che abbia quest'ordine di grandezza → uso le particelle come sonda per studiare il nucleo



$$\lambda = \frac{h}{p} \quad \text{De Broglie}$$

Devo trovare  $\lambda$  tale per cui  $\lambda \approx d \approx 1 \text{ fm}$ . Tanto più piccolo è  $\lambda$  tanto la risoluzione è migliore

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{p \cdot c} = \frac{hc}{\sqrt{k^2 + 2mc^2k}}$$

$$\lambda = \begin{cases} \approx \frac{hc}{\sqrt{2mc^2k}} & mc^2 \gg k \\ \approx \frac{hc}{k} & mc^2 \ll k \end{cases}$$

$$\Rightarrow d\vec{v} = k_e \frac{z_1 z_2 e^2}{m r^2} \frac{d\phi}{dt} d\phi \vec{u}_r \Rightarrow \int_{\vec{v}_i}^{\vec{v}_f} d\vec{v} = \int_0^{\pi-\theta} k_e \frac{z_1 z_2 e^2}{m r^2} d\phi \vec{u}_r$$

Condiz. iniziali:  $t \rightarrow -\infty \Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_i, \phi_i \rightarrow 0$   
 " finali:  $t \rightarrow +\infty \Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_f, \phi_f \rightarrow \pi - \theta$

Denominatore 2° membro:  $\underbrace{m r^2}_{\text{momento d'inerzia } I = m r^2} \frac{d\phi}{dt} = I \omega = L$  MOMENTO ANGOLARE  
 $L = \vec{r} \times \vec{p}$

Il momento angolare, nell'interazione coulombiana, si conserva, questo perché l'interazione coulombiana è CENTRALE

$$\Rightarrow L = I \omega = m r^2 \frac{d\phi}{dt} = \text{cost}$$

Riscriviamo L come:  $L = |\vec{L}| = |\vec{r} \wedge \vec{p}| = |\vec{r} \wedge m \vec{v}| = r v \sin\phi m \Rightarrow L = m v b = \text{cost}$

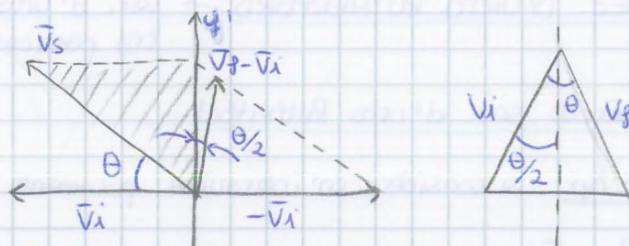
Infine si osserva che  $k = \text{cost} \Rightarrow |\vec{v}_i| = |\vec{v}_f| = v = \text{cost} \Rightarrow \vec{v}$  varia solo nella direzione angolare

dunque:

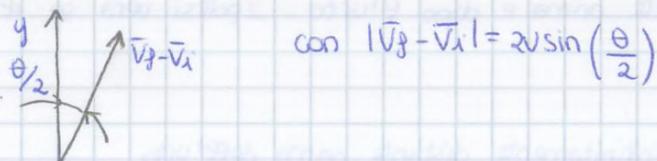
$$\int_{\vec{v}_i}^{\vec{v}_f} d\vec{v} = k_e \frac{z_1 z_2 e^2}{m r^2} \int_0^{\pi-\theta} d\phi \vec{u}_r$$

$$\bullet \int_{\vec{v}_i}^{\vec{v}_f} d\vec{v} = \vec{v}_f - \vec{v}_i = |\vec{v}_f - \vec{v}_i| \vec{u}_r$$

$\uparrow$  direz. traiettoria



Dal triangolo isoscele si vede che:



dunque si ottiene che:  $\vec{u}_r = \sin \frac{\theta}{2} \vec{u}_x + \cos \frac{\theta}{2} \vec{u}_y$

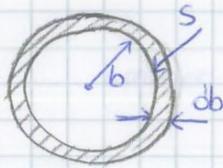
$$\int_{v_i}^{v_f} dV = 2v \sin \frac{\theta}{2} \left[ \sin \frac{\theta}{2} \vec{u}_x + \cos \frac{\theta}{2} \vec{u}_y \right]$$

$$\bullet \int_0^{\pi-\theta} d\phi \vec{u}_r = C \int_0^{\pi-\theta} (\cos \phi \vec{u}_x + \sin \phi \vec{u}_y) d\phi = C \left[ [\sin \phi]_0^{\pi-\theta} \vec{u}_x - [\cos \phi]_0^{\pi-\theta} \vec{u}_y \right] =$$

$$= C (\sin \theta \vec{u}_x + (\cos \theta + 1) \vec{u}_y)$$

$$C = k_e \frac{z_1 z_2 e^2}{m r^2} \frac{d\phi}{dt}; \text{ ricordando che } \begin{cases} \sin \theta = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \\ \cos \theta = 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} - 1 \end{cases}$$

Considerando le superfici a cui sono legate le probabilità:



$$S = \pi(b+db)^2 - \pi b^2 = \pi(b^2 + 2bdb + db^2) - \pi b^2 = \underbrace{2\pi bdb}_{\text{trascurabile}}$$

alla variazione di db corrisponde una variazione di dθ:

$$b = \frac{a}{2} \cotg \frac{\theta}{2} \Rightarrow 2\pi b db = 2\pi \frac{a}{2} \cotg \frac{\theta}{2} \frac{a}{2} \frac{1}{2} \frac{-1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} d\theta$$

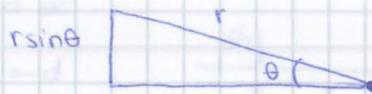
$$|db| = \left| \frac{db}{d\theta} \right| d\theta = \frac{a}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} d\theta$$

$$\frac{d}{d\theta} \left( \cotg \frac{\theta}{2} \right) = -\frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow b = \pi \frac{a^2}{4} \cotg \frac{\theta}{2} \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} d\theta$$

$$\frac{2\pi b db}{A} = \frac{2\pi}{A} \frac{a}{2} \cotg \frac{\theta}{2} \left| -\frac{a}{2} \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \frac{1}{2} \right| d\theta = \frac{2\pi}{A} \frac{a^2}{8} \frac{\cos \theta/2}{\sin^3 \theta/2} d\theta = \frac{d\Omega a^2}{16A \sin^4 \left( \frac{\theta}{2} \right)} *$$

$$d\Omega = \frac{dA}{r^2} = \frac{2\pi r \sin \theta d\theta}{r^2} = 2\pi \sin \theta d\theta \rightarrow \text{VARIATIONE DI ANGOLO SOLIDO che dipende dalla variazione di } \theta$$



Area tratteggiata:  $2\pi r \sin \theta d\theta$

$$\cos \frac{\theta}{2} = \frac{\sin \theta}{2 \sin \frac{\theta}{2}}$$

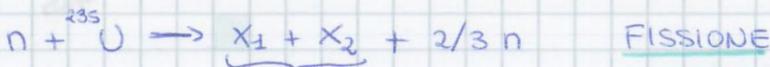
\* PROBABILITÀ DI DIFFUSIONE di una singola particella di un certo angolo θ su un singolo nucleo bersaglio

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{d\Omega a^2}{16A \sin^4 \frac{\theta}{2}} \cdot I_a N_b \rightarrow \text{numero di particelle che vengono diffuse nell'unità di tempo}$$

$I_a N_b \rightarrow$  n° di particelle che incidono nell'unità di tempo

$$\left| \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\Delta N / \Delta t}{I_a N_b / A} = \frac{a^2}{16 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \right| \quad \text{SEZ. DI URTO DIFFERENZIALE}$$

$$= \left( \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi} \right) \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \right) \quad \text{SEZ. DI URTO RUTHERFORD}$$



nuclci con massa comparabile

$N \rightarrow$  per un certo numero di  $n$  fo un certo numero di fissioni

$$\sigma = \frac{N}{\phi_a N_b} = \frac{\Delta N}{N_b \Delta t n_a v_a} = \frac{v_e \Delta N}{n_a v_a \Delta t A N_b} = \frac{\Delta N}{N_a N_b / A}$$

$v_e$   
 dim. spazio  $\rightarrow$  profondità di penetrazione delle particelle incidenti nella tanghietta

$N_a =$  n° particelle per unita di tempo ?  
 $\frac{N_b}{A} =$  n° bersagli per unita di sup.

### Sezione d'urto differenziale

Riferita alle particelle che hanno diffuso in un particolare angolo solido

Aggiungendo un rilevatore per vedere gli e- deflessi si fa la sez. d'urto diff.



$$\Delta \Omega = \frac{A}{r^2} \quad (\text{frazione di } 4\pi)$$

Sezione d'urto diff.  $\rightarrow$  pesata sull'angolo solido

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \rightarrow \sigma_{\text{TOT}} = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$$

$\frac{A'}{r^2} = \frac{A}{r^2} = \Delta \Omega$

prendo la sez. rilevata dall'angolo solido

Rutherford misura delle sez. d'urto diff. a diversi angoli e per mezzo di queste stima le dimensioni del nucleo

Sez. d'urto ISOTROPA: la sez. d'urto diff. non varia rispetto all'angolo  
 Se varia non è isotropa

### Sezione d'urto Rutherford

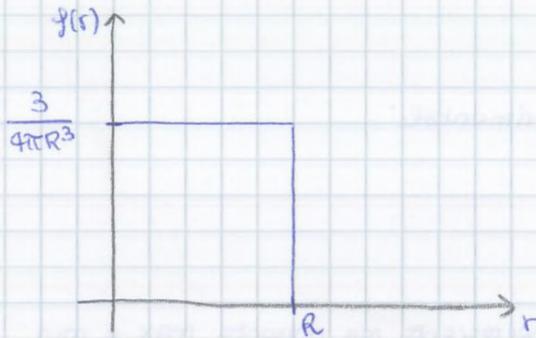
Particelle di carica  $z_1 e$  e  $z_2 e$  che interagiscono con la forza coulombiana

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{z_1 z_2 e^2}{r^2} \bar{U}_r = m \bar{a}$$

Traiettoria iperbolica.

Angolo di deviazione  $\theta$  rispetto alla direzione di incidenza

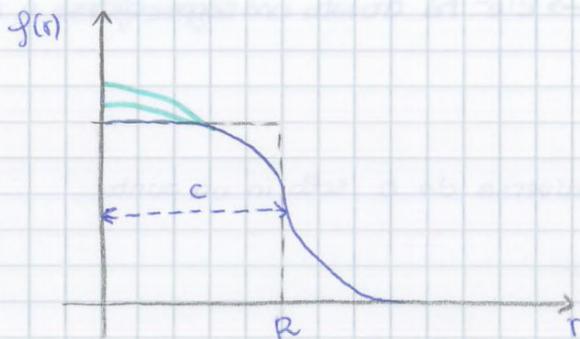
$$\rho(r) = \begin{cases} \frac{3}{4\pi R^3} & r \leq R \\ 0 & r > R \end{cases}$$



$$\int \rho(r) d^3r = Ze$$

$$\int \underbrace{\rho(r)}_{\frac{3}{4\pi R^3}} d^3r = 1 = 4\pi \int_0^R r^2 dr = \frac{4\pi R^3}{3} \cdot \rho(R) = 1$$

Distribuzione sferica



DISTRIBUZIONE DI FERMÌ DEI NUCLEI

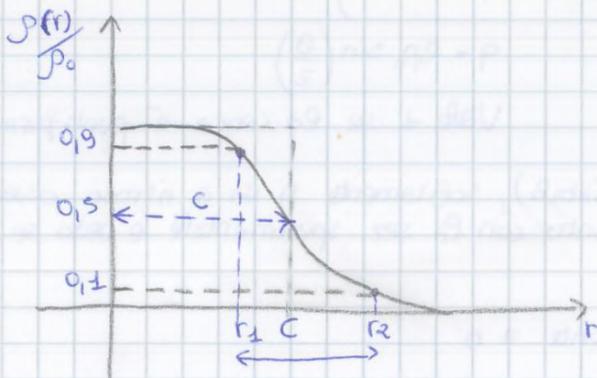
$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{r-c}{a}}}$$

Riproduce i dati sperimentali → 2 parametri  
→ MODELLO FENOMENOLOGICO

c ed a vengono determinati in modo da riprodurre la sezione d'urto totale, <sup>confrontando i dati sperimentali</sup>  
le densità centrali sono pressoché costanti →  $\rho_0$  (o  $\rho_0$ ) è costante per nuclei medio-pesanti  
 $\rho_0, \rho_0 = \text{cost}$

c: parametro che mi dice il punto in cui la densità è dimezzata rispetto al valore centrale (misurato per diversi nuclei)

a: parametro che mi dice quanto la curva decresce velocemente (anch'esso misurato per diversi nuclei). Quando la curva va a zero esso è simile per diversi nuclei



Definiamo  $t = r_2 - r_1 = 2a_0 \cdot \ln 9 \approx 2,40 \text{ fm}$

I nuclei non sono rigidi ma lo spessore della superficie cambia

$R \propto C(A)$

$M(A) \approx A M_H$   
↓  
n° di massa

$C(A) = r_0' A^{1/3}$

DATO SPERIMENTALE

↓  
cost  
cambia al cambiare dei nuclei → diventano più massivi ed il raggio aumenta con  $A^{1/3}$

$r_0' = 1,07 \text{ fm}$

$$\frac{q}{M} = \frac{v}{RB'} = \frac{E}{RBB'}$$

$d =$

Si può misurare la massa dell'atomo di H in modo diretto  $\rightarrow M_H^{(1)} \equiv M_p$   $\hookrightarrow$  protone  $Z=1, Q_H = +e$

Massa elementi più pesanti  $M_N \approx AM_H = AM_p$   $Q_p = +e$

$$M_p c^2 \approx 939 \text{ MeV}$$

Nuclei formati da protoni con la densità di carica vista precedentemente.

$$M_N \approx AM_p, \quad Q_p = +e$$

$$Q_N = A Q_p = A(+e) \rightarrow \text{questo non è vero!}$$

$$= Ze$$

$$\leadsto A \neq Z \Rightarrow Z \approx \frac{A}{2}$$

il numero di massa è molto diverso da quello atomico

Torna la massa totale ma non la carica  $\rightarrow$  varie ipotesi: 1)  $e^-$  sono anche nel nucleo (gli  $e^-$  hanno massa  $2000 \times$  <sup>meno</sup> più piccola)

$$1) Q = +Ae - (A-Z)e = +Ze$$

Es.  ${}_{17}^{37}\text{Cl} = \begin{cases} 17 \text{ PROTONI} \\ 20 \text{ ELETTRONI} \end{cases}$

In questo modo tornano sia carica che massa

Questa ipotesi rimase in circolo per un po' di anni

$\Delta x \Delta p \sim \hbar \rightarrow$  se gli  $e^-$  ora sono confinati in una regione finita che conosciamo,  $\Delta x \sim 10 \text{ fm}$

$$\Delta p \sim \frac{\hbar c}{\Delta x} \approx 10 \div 20 \text{ MeV}$$

$$m_e c^2 = 0.5 \text{ MeV}$$

} dovrebbero viaggiare all'interno del nucleo con  $K$  elevate e urtando contro gli oggetti massivi verrebbero sbalzati fuori

È difficile quindi che gli  $e^-$  siano nel nucleo

$\Rightarrow$  esistenza di oggetti NEUTRI con massa comparabile a quella dei protoni

Decadimento  $\alpha$ :  ${}^4_2\text{He} + {}^9_4\text{Be} \rightarrow {}^{12}_6\text{C} + n \rightarrow$  l'esistenza degli elementi neutri si scopre studiando la dinamica di questa reazione

$n$ : NEUTRONI  $\rightarrow$  difficile misurarne la massa ma  $M_n \approx M_p$

L'esistenza dei neutroni spiega l'interpretazione precedente ed esclude la presenza di  $e^-$  nel nucleo  $\rightarrow$  tornano massa e carica

$$M_N \approx AM_p \approx AM_n$$

$$Q_N = +Ze, \quad Z \equiv N_p$$

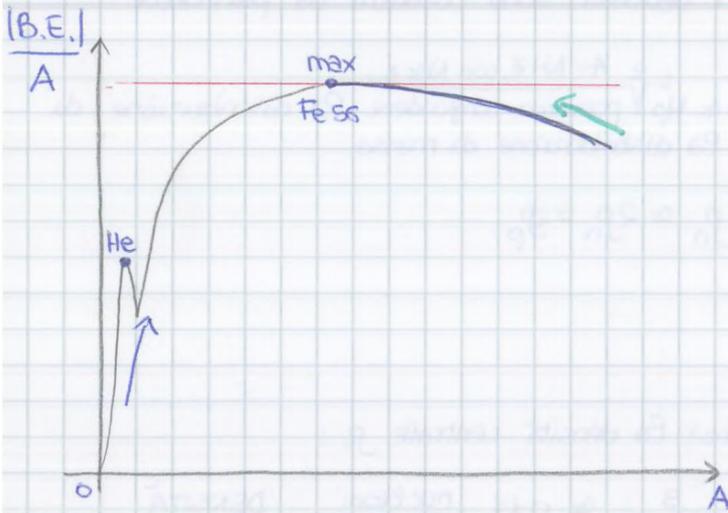
$$\left. \begin{array}{l} M_N \approx AM_p \approx AM_n \\ Q_N = +Ze, \quad Z \equiv N_p \end{array} \right\} A - Z = N \Rightarrow \boxed{A = Z + N}$$

$\downarrow$   
num neutroni

Per la maggior parte dei nuclei stabili (nuclei medio-leggeri):  $Z \approx N \approx \frac{A}{2}$  (bisettrice)

Per nuclei più pesanti  $Z < \frac{A}{2} \rightarrow N > Z$  (ci discostiamo dalla bisettrice)

Grafico della percentuale di BE per numero di nucleoni



Variazione brusca della B.E. quando due nuclei leggeri si fondono per formare uno più pesante

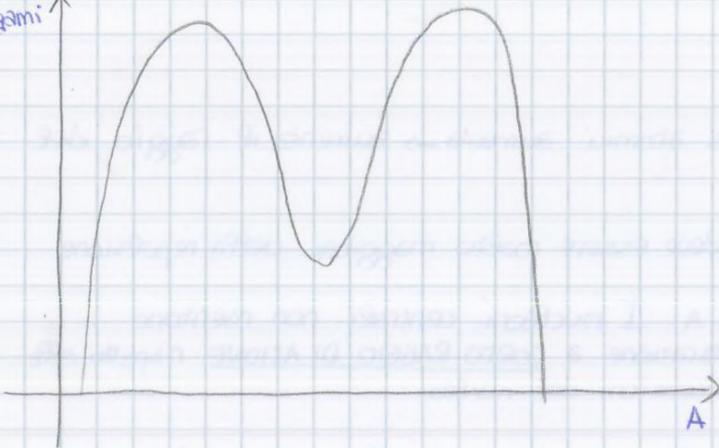
Aumentare la T per fondere nuclei più leggeri conviene fino al Fe 56, poi si ha il collasso (nelle stelle)

Nella fissione nucleare invece partiamo da una B.E. bassa di nuclei più pesanti e risaliamo la curva

Viene liberata energia quando da un nucleo più pesante se ne formano due di massa comparabile

Durante la fissione viene liberata energia che viene dissipata sottoforma di calore, deducibile da questo grafico (circa 230 MeV)

probabilità che si formino legami



Cerchiamo una formula che riproduca l'andamento della curva sperimentale di B.E.

$B.E. (A, Z) = B.E. (N, Z) \rightarrow$  cerchiamo un modello fenomenologico

Interpolazione della curva a più parametri  $\rightarrow$  FORMULA SEMIEMPIRICA DI MASSA

$$B.E. (A, Z) = \underbrace{b_1 A}_{\text{termine attrattivo}} + \underbrace{b_{\text{surf}} A^{2/3}}_{\text{termine di volume}} + b_{\text{coul}} \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} + b_{\text{sym}} \frac{(N-Z)^2}{A} + \Delta_{\text{PAIRING}} (A, Z)$$

Se l'energia di legame cresce linearmente con A  $\rightarrow$  cresce linearmente col suo volume

$V \propto R^3 \propto A$

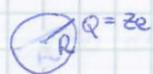
l'en. di legame aumenta con A e quindi col suo volume

$\rho_0 = \text{cost} = \frac{A}{V} \rightarrow V$  dipende da A e R varia con  $A^{1/3}$

Devo abbassare le estremità della retta. I nuclei stabili sono dove  $N \approx Z \approx \frac{A}{2}$   $\rightarrow$  la repulsione coulombiana si annulla. Ma se  $Z > N$  la repulsione coulombiana gioca un ruolo (si abbassa la parte dx)

Cerchiamo di trovare una stima del coeff. coulombiano:

Quanta energia mi costa formare un nucleo di raggio R e carica  $Q = Ze$ , approssimandolo ad una sfera:



Parto da una carica elementare  $q$  e raggio  $r$  e ne aumentiamo la dimensione (e quindi la carica)

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} \text{ en. potenziale coulombiano}$$

$$dU = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q dq}{r} \rightsquigarrow \text{incremento di energia per aumentare di } dq$$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^Q \frac{q dq}{r} \text{ energia totale}$$

Nell'integrale le grandezze  $q$  ed  $r$  sono legate  $r(q)?$ ,  $q(r)?$   
 Sfruttiamo le proprietà dei nuclei  $\rightsquigarrow \rho_0 = \text{cost}$  durante il processo, assumendo che lo sia in tutta la sfera nella situazione intermedia si ha:

$$\frac{q}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \rightsquigarrow \text{abbiamo trovato la relazione } q-r$$

$r(q) = R \left(\frac{q}{Q}\right)^{1/3} \rightsquigarrow$  sostituendo questa relazione nell'integrale

$$U = \frac{Q^{1/3}}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^Q \frac{q}{q^{1/3}} dq = \frac{Q^{1/3}}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^Q q^{2/3} dq = \frac{3}{5} \frac{Q^{1/3} \cdot Q^{5/3}}{4\pi\epsilon_0 R} = \left\| \frac{3}{5} \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 R} \right\|$$

l'en. elettrostatica deve essere moltiplicata per un fattore  $\frac{3}{5}$

$$= \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{R} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right); \quad R = r_0 A^{1/3}$$

Stimiamo il coeff. coulomb.:  $U = \frac{3}{5} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_0} \frac{Z^2}{A^{1/3}}$

$$b_{coul} = \frac{3}{5} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \cdot \frac{\hbar c}{r_0} = \frac{1}{137} \cdot \frac{197,3 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}{1,2 \text{ fm}} = 0,77 \text{ MeV}$$

Esercizio

${}_{14}^{27}\text{Si}$ ,  ${}_{13}^{27}\text{Al}$   $\rightsquigarrow$  nuclei speculari  $\rightsquigarrow$  stesso A ma numero di n e p invertito

Nota la diff. di massa tra i due nuclei  $|\Delta M| = 6 \text{ MeV}$ , stimare, per mezzo della formula semiempirica di massa, il raggio dei due nuclei.

Supponiamo  $M_p = M_n$

$$|\Delta M| \equiv |\Delta BE| \text{ dove } BE = [M_N - (ZM_p + NM_n)] c^2$$

$$|M_N(\text{Si}) - M_N(\text{Al})| c^2 = |BE(\text{Si}) - BE(\text{Al})| c^2$$

In questa diff. rimane solo  $b_{coul}$  perché i due nuclei sono speculari

$$Z_m \cong \frac{1}{2A^{-1} + \frac{1}{2} \frac{a_{\text{asim}}}{a_{\text{sym}}} A^{-2/3}}$$

divido per  $4a_{\text{sym}}$

Per semplificarla ulteriormente vediamo quanto si discosta da un nucleo simmetrico in cui  $Z = \frac{A}{2}$ .

$$= \frac{A}{2} \left[ \frac{1}{1 + \frac{a_{\text{asim}}}{4a_{\text{sym}}} A^{2/3}} \right]$$

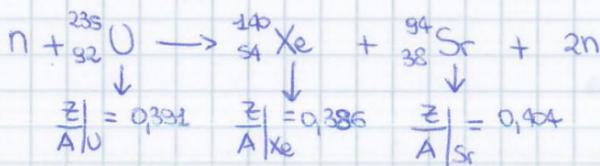
$a_{\text{asim}} \rightarrow$  posizione asimmetrica  
 $a_{\text{sym}} \rightarrow$  " simmetrica

$$Z_m \cong \begin{cases} \cong \frac{A}{2} & \text{se } \frac{a_{\text{asim}}}{4a_{\text{sym}}} A^{2/3} \ll 1 \\ < \frac{A}{2} & \text{se } \frac{a_{\text{asim}}}{4a_{\text{sym}}} \approx 1 \text{ (non trascurabile rispetto a 1)} \end{cases}$$

$^{197}_{79}\text{Au}$   $\frac{Z}{A} \cong 0,4$  vedere se c'è corrispondenza con la formula

$^{208}_{82}\text{Pb}$   $\frac{Z}{A} = 0,394$

Fissato  $A=140 \Rightarrow Z_m = 57,8 \sim ^{140}_{58}\text{Ce}$  (Cerio)



L'uranio si scinde in due frammenti che conservano la simmetria. Utilizzando la formula non troverei Xe ma (C)  
 $\Rightarrow \frac{Z}{A}|_{\text{Ce}} = 0,414$  ( $Z_m \approx 58$ )

Analogamente non troviamo Sr ma Mo con  $\frac{Z}{A}|_{\text{Mo}} = 0,414$  ( $Z_m \approx 42$ )

Andando verso nuclei stabili  $\frac{Z}{A}$  tende a 0,5. I nuclei derivanti dall'uranio mantengono la simmetria ma non si trovano nel minimo della parabola  $\rightarrow$  decadono per scendere verso il minimo  $\rightarrow$  SCORIE RADIOATTIVE

### Caratteristiche generali delle forze nucleari $\sim$ slides

Corto raggio d'azione rispetto alle dimensioni del nucleo

### REAZIONI NUCLEARI

Conservazione energia, qdm, carica elettrica totale e numero di massa ( $Z$  ed  $A$ )

Possano essere: • SPONTANEE  $\rightarrow Q > 0$   $\sim$  libero energia, la massa tot. diminuisce (esotermica)

$$Q = (M_a + M_x - M_y - M_b)c^2 \text{ (vedi slide)}$$

$$Q = \left[ \sum_j M_j(i) - \sum_j M_j(f) \right] c^2 > 0 \text{ (es. decadimenti radioattivi)}$$

• NON SPONTANEE  $\rightarrow Q < 0$   $\sim$  ci deve essere una  $E_{\text{in}}$  iniziale che viene convertita in massa (o un aumento di massa tot.) (endotermica)

Deve essere innescata per poter avvenire

$t = 0, N(0) = N_0 \rightarrow$  condiz. iniziali

$$-\int \frac{dN(t)}{dt} = \int -\lambda N(t) \Rightarrow \int_{N_0}^{N(t)} \frac{dN(t)}{N(t)} = -\lambda \int_0^t dt \Rightarrow \ln \left[ \frac{N(t)}{N_0} \right] = -\lambda t$$

↓  
Legge che mi dà il numero di nuclei all'istante  $t$  partendo da un numero di nuclei  $N_0$

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

$\rightarrow$  l'esponentiale decresce tanto più velocemente quanto maggiore è  $\lambda$

Tempo di dimezzamento o emivita: tempo necessario affinché, dato un campione radioattivo, il numero di nuclei sia dimezzato

$$T_{1/2} \text{ tale che } N(T_{1/2}) = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$

$$\Rightarrow N(T_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$$

$$e^{-\lambda T_{1/2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}$$

Spesso invece della costante di decadimento  $\lambda$  è indicato il tempo di dimezzamento

$\tau = \langle t \rangle \rightarrow$  probabilità di sopravvivenza di un nucleo radioattivo

$\left| \frac{dN}{dt} \right| dt \rightarrow$  n° di nuclei decaduti dal tempo  $t$  al tempo  $t+dt$

$$\tau = \langle t \rangle = \int_0^{\infty} t \left| \frac{dN}{dt} \right| dt$$

def  $\Rightarrow$

$$\frac{\int_0^{\infty} t \left| \frac{dN}{dt} \right| dt}{\int_0^{\infty} \left| \frac{dN}{dt} \right| dt}$$

VITA MEDIA NUCLEI

distribuzione di probabilità  $\rightarrow$  non normalizzata

Poiché  $\left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$  e  $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

$$\Rightarrow \frac{N_0 \int_0^{\infty} t \lambda e^{-\lambda t} dt}{N_0 \int_0^{\infty} \lambda e^{-\lambda t} dt} = \frac{\int_0^{\infty} t \lambda e^{-\lambda t} dt}{\lambda} = \tau$$

$$\int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda} \quad \text{denominatore}$$

$$\int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} t e^{-\lambda t} \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda t}}{\lambda} dt = -\frac{1}{\lambda^2} e^{-\lambda t} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda^2} \quad \text{numeratore}$$

$\uparrow$   
per parti

È più semplice conteggiare gli  $e^-$  decaduti  $\rightarrow$  conto ad esempio le particelle  $\alpha$  o il numero di raggi  $\gamma$

$A(t) \rightarrow$  ATTIVITÀ: numero di nuclei che decadono nell'unità di tempo

$$A(t) = \lambda N(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t}$$

$\rightarrow$  grandezza effettivamente misurata.  
 $\lambda$  becquerel ( $Bq$ ) =  $\frac{1 \text{ dec}}{s}$

$$t=0, N_0 = A_0$$

Alcune l'attività diventa costante:  $A(t) = \lambda N(t) = R [1 - e^{-\lambda t}]$

$$A(\Delta T) = R [1 - e^{-\lambda \Delta T}] \approx R \lambda \Delta T \quad \Rightarrow \quad \Delta T = \frac{A(\Delta T)}{\lambda R} = 1,54 \text{ giorni}$$

↑  
fare calcoli conetti

B

### Decadimento $\alpha$

Per  $A > 150$  (nuclei pesanti),  $Q > 0$  ( $Q = 4 \div 5 \text{ MeV}$ )

Conservazione energia:  $M_{X1} c^2 = M_X c^2 + K_X + M_\alpha c^2 + K_\alpha$

" qdm:  $0 = \bar{p}_X + \bar{p}_\alpha \Rightarrow \bar{p}_X = -\bar{p}_\alpha, |\bar{p}_X| = |\bar{p}_\alpha|$

Devo ricavare l'energia cinetica della particella  $\alpha$  e  $X$

$$Q = K_X + K_\alpha \approx 4 \div 5 \text{ MeV} \rightarrow \text{posso usare la dinamica non relativistica}$$

poiché  $M_\alpha c^2 \gg K_\alpha, M_X c^2 \gg K_X$

$$Q = (M_{X1} - M_X - M_\alpha) c^2 = K_\alpha + K_X$$

$$Q = \frac{p^2}{2M_\alpha} + \frac{p^2}{2M_X} = \frac{p^2}{2M_\alpha} \left[ 1 + \frac{M_\alpha}{M_X} \right] = K_\alpha \left[ 1 + \frac{M_\alpha}{M_X} \right]$$

$$\Rightarrow K_\alpha = \frac{Q}{1 + \frac{M_\alpha}{M_X}} \quad \text{ma } \frac{M_\alpha}{M_X} \approx \frac{4}{A-4} \ll 1$$

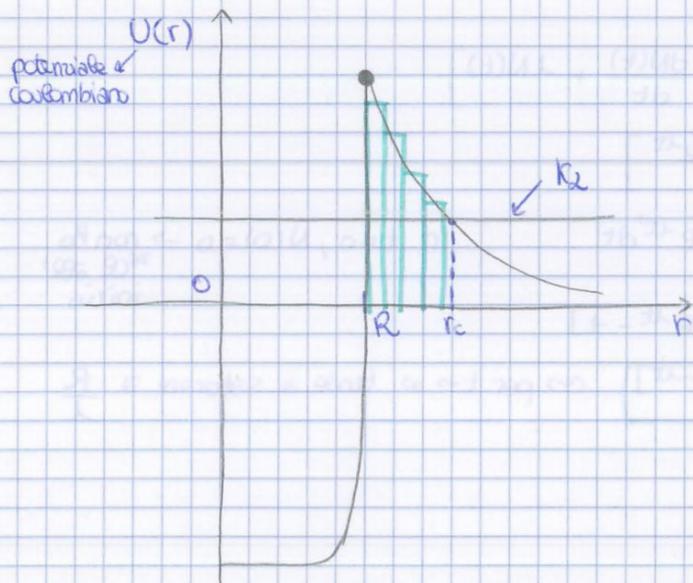
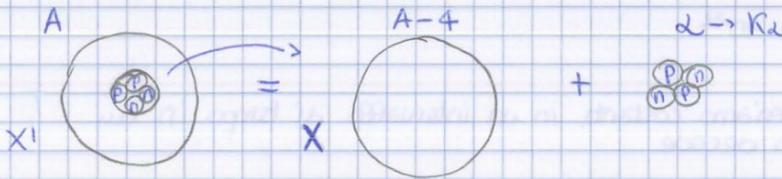
$$K_\alpha = Q \left( 1 + \frac{M_\alpha}{M_X} \right)^{-1} \approx Q \left( 1 - \frac{M_\alpha}{M_X} \right)$$

$$K_X = Q - K_\alpha$$

↑  
sviluppo in serie

A fissato decadimento ( $Q$ ) la particella  $\alpha$  ha sempre la stessa energia cinetica  
I decadimenti  $\alpha$  hanno un tempo di decadimento dell'ordine di  $10^9$ .

Guardiamo ora il decadimento  $\alpha$  dal punto di vista microscopico.



$$U_c(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(z-2) \cdot 2e^2}{R}$$

$$R = r_0 A^{1/3}$$

$$\Rightarrow \frac{2(z-2)}{r_0 A^{1/3}} \cdot \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R_c} \cdot \frac{1}{137} \cdot R_c \rightarrow 197 \text{ MeV}$$

Supponiamo:  $A = 216, A^{1/3} = 6, z \approx \frac{A}{2}$

$$U_c(R) \approx 40 \text{ MeV}$$

L'energia cinetica  $\bar{e}$  è molto minore dell'energia potenziale nel punto  $R \rightarrow$  barriera di potenziale coulombiano

↓  
Dal punto di vista classico il decadimento  $\alpha$  non potrebbe avvenire

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} d e^{2\phi} \quad \lambda = [t^{-1}] \rightarrow \text{no lunghezze d'onda}$$

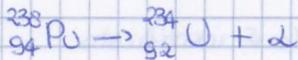
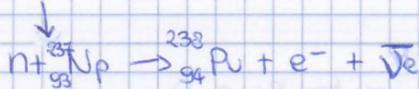
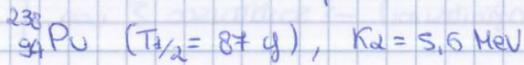
$$\ln T_{1/2} = a + b \frac{Z}{\sqrt{K}} \rightarrow \text{Po esplicitato la dipendenza dall'energia cinetica}$$

LEGGE DI GEIGER-NUTAL (1911): gli isotopi radioattivi di una stessa famiglia che decadono seguono questa legge

GAMOW (1928)

Una piccola variazione di  $K_\alpha$  (larghezza e altezza) crea grandi variazioni nei tempi di dimezzamento  
Decadimento  $\alpha$  da un punto di vista applicativo

Il decadimento  $\alpha$  potrebbe essere usato per alimentare circuiti elettronici? Assicurerebbe una potenza costante nell'unità di tempo, vediamo quanto vale:



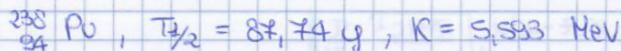
Consideriamo 1g di  ${}^{238}\text{Pu}$ , quanto è la potenza fornita? (n° di decadimenti nell'unità di tempo  $\rightarrow$  ATTIVITÀ)

$$A = \lambda N = \frac{0,693}{T_{1/2}} \frac{N_A}{238} = 6 \cdot 10^{11} \text{ dec/s (per 1g)}$$

$$P = 6 \cdot 10^{11} \text{ dec/s} \cdot 5,6 \cdot 10^6 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV} = 0,6 \text{ W}$$

potenza necessaria per alimentare la microelettronica  $\rightarrow$  generatori RTG (generatori termoelettrici di radioisotopi)  $\rightarrow$  EFFETTO SEEBECK  
 Il plutonio venne utilizzato nell'Apollo 14 e nel Voyager.

Applicazioni nelle navicelle spaziali:



Raggiungere un pianeta in 4y =  $\Delta t$ ,  $\eta = 5\%$   $\rightarrow$  efficienza di conversione

$P_{\min} = 200 \text{ W}$ . Quantità di Pu iniziale per arrivare al pianeta con questo  $P_{\min}$ ? ( $M_{\text{Pu}} = ?$ )

$$M_{\text{Pu}}^{(0)} = 238,05 \text{ UHA} \rightarrow M_{\text{Pu}} = \frac{N_0}{N_A} M_{\text{Pu}}^{(0)} = 7,32 \text{ kg}$$

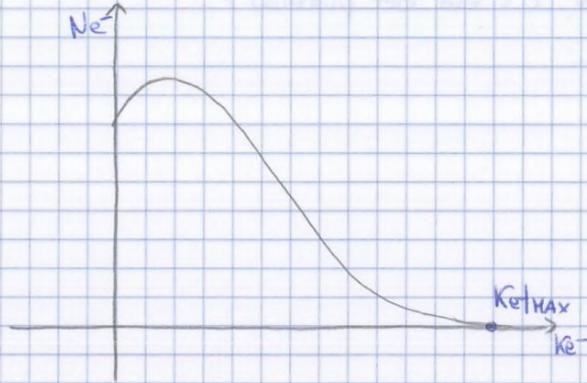
$$A(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \quad \lambda = \frac{0,693}{T_{1/2}}$$

$$\lambda N_0 e^{-\lambda t} \cdot \eta \cdot K_\alpha \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV} \geq P_{\min} \rightarrow N_0 \geq 1,85 \cdot 10^{25}$$

$M_n \bar{e}$  leggermente superiore a  $M_p \Rightarrow Q > 0$

$$Q = 0,782 \text{ MeV} - m_e c^2$$

Per avere informazioni sulla  $m_\nu$  consideriamo l'en. cinetica max dell'elettrone. Gli  $e^-$  infatti, a differenza delle particelle  $\alpha$ , non hanno una fissata  $k$



Nel caso ci fossero solo  $p$  ed  $e^-$  l' $e^-$  avrebbe sempre la stessa en. cinetica!

$$K_e = \frac{Q}{1 + \frac{m_e}{m_p}}$$

Non vera!

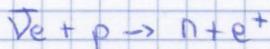
Pauli  $\rightarrow$  ulteriore particella neutra per conservare la carica, con una massa piccola in quanto non interagisce con la materia stessa

L'en. viene quindi spartita tra  $e^-$  e  $\nu$

$$K_{e, \text{MAX}} \rightarrow K_\nu \approx 0$$

$$K_{e, \text{MAX}} \approx Q$$

Perché  $0,782 \text{ MeV} - m_e c^2 \approx K_{e, \text{MAX}}$  posso dedurre  $m_\nu$ , molto piccola ( $m_\nu c^2 \approx 0,05 \text{ MeV} \approx 0$ )



$$\sigma \approx 10^{-19} \text{ b} \rightarrow \text{sezione d'urto di cattura}$$

$$= 10^{-43} \text{ cm}^2$$

Esempio

Consideriamo un cubo di  $1 \text{ cm}^3$ :



densità  $10^{24} \frac{N_p}{\text{cm}^3}$

$$10^{-43} \text{ cm}^2 \cdot 10^{24} \frac{N_p}{\text{cm}^3} = \frac{10^{-19}}{\text{cm}}$$

Il neutrino deve quindi percorrere, prima di interagire, una distanza pari a  $l_\nu = 10^{-19} \text{ cm} = 10^{14} \text{ km}$

Ragioniamo ora all'interno del nucleo:

$$1 \text{ UMA} \rightarrow 931 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

Decad.

$$\beta^-) Q = [M_N(\frac{A}{Z}X) - M_N(\frac{A}{Z+1}X) - m_e] c^2 \quad \text{supponendo } m_\nu = 0$$

$$= [M_A(\frac{A}{Z}X) - Z m_p - [M_A(\frac{A}{Z+1}X) - (Z+1)m_p] - m_e] c^2$$

$$= [M_A(\frac{A}{Z}X) - M_A(\frac{A}{Z+1}X)] c^2$$

$$\beta^+) Q = [M_N(\frac{A}{Z}X) - M_N(\frac{A}{Z-1}X) - m_e] c^2$$

$$= [M_A(\frac{A}{Z}X) - Z m_p - [M_A(\frac{A}{Z-1}X) - (Z-1)m_p] - m_e] c^2$$

$$= [M_A(\frac{A}{Z}X) - M_A(\frac{A}{Z-1}X) - 2m_e] c^2$$

1) Applicazioni:  
 $^{137}_{55}\text{Cs}$  decade  $\beta^-$ ,  $T_{1/2}(\beta^-) = 30,2$  anni

Cinghiale radioattivo: Limite = 500 Bq/kg  
 effettivo = 5500 Bq/kg

I cinghiali sono radioattivi a causa di erbe radioattive delle quali si nutrono, contaminate dalla nube di Chernobyl del 1986, oppure la radioattività è più recente?

Se è presente anche  $^{134}_{55}\text{Cs}$  probabilmente la radiazione non arriva da Chernobyl, se non è presente l'ipotesi è plausibile

1986  $\rightarrow t = 0$   $\frac{n_{137}(0)}{n_{134}(0)} = 1,94$

Quanto vale il rapporto dopo un  $\Delta t = 27$  y?

$\frac{n_{137}(\Delta t)}{n_{134}(\Delta t)} = \frac{n_{137}(0)}{n_{134}(0)} \cdot e^{-(\lambda_{137} - \lambda_{134}) \cdot \Delta t} \approx 9000 \rightarrow$  la radioattività arriva probabilmente da Chernobyl

Quanto tempo dovrei tenere in frigo in cinghiale affinché  $A(t) = \frac{A_0}{10}$ ?

$A_0 = 5500$  Bq  $t_f$ ?

$10 = \frac{A_0}{A(t_f)} = e^{-\lambda_{137} t_f}$

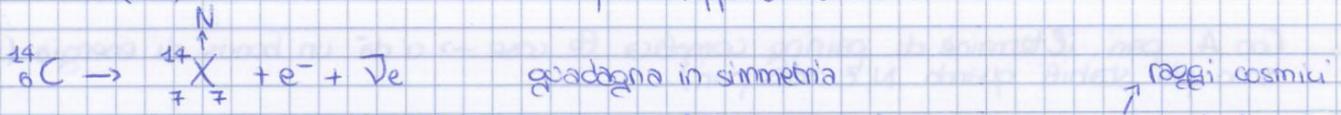
$\lambda_{137} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \rightarrow t_f \approx 100$  y

2) Datarzione con  $^{14}_6\text{C}$   $\rightarrow$  isotopo radioattivo del  $^{12}_6\text{C}$   
 Vale per resti organici fino a 25.000 y

$T_{1/2} = 5730$  y

Il rapporto tra  $^{14}\text{C}$  e  $^{12}\text{C}$  resta pressoché inalterato nel tempo

$\frac{N(^{14}\text{C})}{N(^{12}\text{C})} \approx \text{cost} = 1,3 \cdot 10^{-12} \rightarrow$  poiché  $^{14}_6\text{C}$  decade  $\beta^-$  ci si aspetta che questo rapporto diminuisca



Il rapporto rimane costante nell'atmosfera perché la Terra è soggetta a radiazioni che causano delle reazioni del tipo:



Esercizio

Campione di albero:  $m = 25$  g  $t$ ?

$A(t) = 250$  dec/min

$A(t) = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow e^{-\lambda t} = \frac{A(t)}{A_0}$

$t = \frac{1}{\lambda} \ln \left[ \frac{A_0}{A(t)} \right] = 3,43 \cdot 10^3$  y

$N(^{12}\text{C}) = \frac{N_A (\frac{9}{12} \text{mol})}{12 \text{UHA}} 25 \text{g} \approx 1,2 \cdot 10^{24}$  nuclei

$N_0(^{14}\text{C}) = 1,3 \cdot 10^{-12} \cdot N(^{12}\text{C}) = 1,63 \cdot 10^{12}$  nuclei  $^{14}\text{C}$

## RADIAZIONI EN ENESSE NEI DECADIMENTI

Le onde si suddividono in:
 

- ionizzanti → pericolose → possono modificare il DNA
- non ionizzanti

Misura delle radiazioni ionizzanti

• DOSE ASSORBITA: E assorbita per unità di massa → GREY

$$1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/Kg} = 100 \text{ rad}$$

• DOSE EQUIVALENTE: si ottiene da quella assorbita moltiplicando per un fattore di qualità FQ che stima i danni biologici delle radiazioni

$$\text{SIEVERT} \quad 1 \text{ Sv} = 1 \text{ Gy FQ} = 100 \text{ rem}$$

$\alpha, \beta, \gamma, n$  → ordine di particelle per danni causati  
 (es. 1 mGy di raggi  $\gamma$  fa meno danni (produce meno ionizzazioni) di un neutrone con la stessa energia)

Dose max raccomandata: 1 mSv/anno

Il Radon è la fonte più importante di radioattività naturale, deriva dal  $^{238}\text{U}$  e decade in 3,8 giorni nel Polonio (decade  $\alpha$ ).

### Trasferimento lineare di energia: LET

Energia depositata dalla radiazione lungo un percorso rettilineo all'interno dei tessuti attraversati

Il Radon è pericoloso perché è un gas nobile e non si miscela, si trova nelle rocce della crosta terrestre oppure è sciolto nelle falde acquifere.

Viene studiato in terremoti ed eruzioni vulcaniche.

È pericoloso quando viene inalato perché rilascia all'interno una grande quantità di energia

Sostanze radioattive vengono prodotte e miscelate con medicinali per uso diagnostico o terapeutico (es. Iodio radioattivo per tiroide). Usate nella radioterapia e come traccianti radioattivi

E

### Esercizio

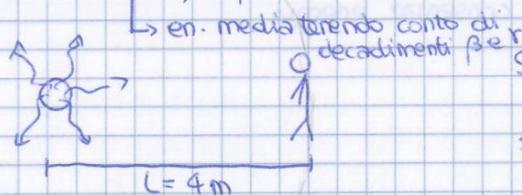
1)  $^{60}\text{Co}$  ( $\beta^-$ ,  $T_{1/2} = 5,27 \text{ y}$ )

Tecnico sottoposto alla radiazione:  $M = 70 \text{ kg}$

Sorgente:  $A = 40 \text{ mCi}$

Il  $^{60}\text{Co}$  decade anche in uno stato eccitato con emissione di raggi  $\gamma$ .

$E_{\text{media}} = 2,5 \text{ MeV}$ , quantità assorbita dal corpo:  $\eta_{\text{ass}} = 50\%$



$S = 1,5 \text{ m}^2$  (superficie  $\perp$  alla direzione di incidenza della radiazione)

$$FQ = 1$$

# INTERAZIONE DELLA RADIAZIONE CON LA MATERIA

## Heavy charged particles

Radiazione: trasferimento di energia o particelle per mezzo di decadimenti o reazioni nucleari

Particelle pesanti (cariche): p, α, 6C, 8O (ionizzanti)  
 Vengono dette pesanti poiché contengono almeno un nucleone  
 $Mc^2 \geq 10^3 \text{ MeV}$

Particelle pesanti: n  
 (non cariche)

I raggi γ sono detti FOTONI e sono messi sullo stesso piano dei neutroni poiché sono neutri

Particelle cariche leggere:  $mc^2 = 0,5 \text{ MeV}$

## Particelle cariche pesanti

Producono molte ionizzazioni nella materia e perdono poca energia  
 Le particelle perdono energia con l'interazione coulombiana che fa trasmettere a distanza

Carica particella indotta: ze  
 Massa: M  
 Velocità: v }  $K = \frac{1}{2} Mv^2 \rightarrow$  valida se  $K \ll Mc^2$  (particelle pesanti)

Sup. nucleo  $\approx \frac{10^{-28}}{10^{-20}} \approx 10^{-8} \rightarrow$  questo giustifica che la perdita di energia sia soprattutto con gli  $e^-$  (Z) della materia  
 La perdita di energia della particella provoca tante ionizzazioni

Energia max trasferita  $\rightarrow$  energia trasferita in un urto centrale tra la particella carica pesante e l' $e^-$

$|\Delta K|_{\text{MAX}} = \frac{\Delta p}{2me}$   $\rightarrow$  la perdita di en. della particella pesante equivale a quella acquistata dalla particella leggera ( $e^-$ )

$Mv = Mv' + mev_e$  CONSERVAZ. QDM  
 $\frac{1}{2} Mv^2 = \frac{1}{2} Mv'^2 + \frac{1}{2} mev_e^2$  CONSERVAZ. ENERGIA } Studio dell'urto

$v_e = \frac{2Mv}{M+me} \approx 2v$  La velocità di  $e^-$  è doppia rispetto a quella della particella pesante, se  $M \gg me$

$v' \approx v_e - v_e \approx v$  ( $M \geq me$ )

$$|\Delta K|_{\text{MAX}} = \frac{(\Delta p)^2}{2me} = \frac{(2mv)^2}{2me} = 2mev^2 = \frac{1}{2} Mv^2 \left( \frac{4me}{M} \right) = K \left( \frac{4me}{M} \right)$$

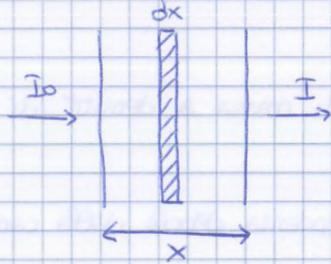
↓  
 perdita di energia in un urto frontale della particella carica.  
 Fattore correttivo piccolo.

$K_\alpha \approx 5 \text{ MeV} \rightarrow \Delta K \approx 2,7 \text{ MeV} \rightarrow$  la variazione di energia in un urto singolo è di 3 ordini di grandezza inferiore.  
 La particella pesante deve quindi compiere molte ionizzazioni per perdere energia

La traiettoria si suppone rettilinea  
 $\Rightarrow$  Possiamo definire una distanza di percorrenza caratteristica

## Raggi gamma

Particelle neutre che perdono energia, producono radiazioni decrescenti con la profondità  
 $I =$  intensità di radiazione



$$-\frac{dI}{dx} = \mu I$$

$$x=0, I(x=0) = I_0$$

integrando  $\rightarrow I(x) = I_0 e^{-\mu x}$  legge empirica

$\mu$ : parametro che rapp. l'interazione tra i fotoni e la materia

$$\mu = n\sigma \quad ; \quad \sigma = \sigma_c + \sigma_e + \sigma_p \quad \Rightarrow \quad \mu = \mu_c + \mu_e + \mu_p$$

$\downarrow$  Compton       $\downarrow$  effetto fotoelettrico       $\downarrow$  produz. di coppie  
 $\downarrow$  il potenziale di estrazione dell'e<sup>-</sup> è rilevante  
 $\downarrow$  3 CANALI

$\gamma \rightarrow e^- + e^+$   $\leadsto$  PRODUR. DI COPPIE

$$\begin{cases} Bv = K_- + K_+ + 2m_e c^2 + (\text{NUCLEO}) \\ \vec{p}_r = \vec{p}_- + \vec{p}_+ + (\text{NUCLEO}) \end{cases}$$

$\rightarrow$  provando a risolvere non trovo soluzione  $\Rightarrow$  non può avvenire nel vuoto.  
 Può però avvenire con un nucleo adiacente

$h\nu$  | soglia  $\cong 2m_e c^2$  ( $\approx 1,02$  MeV)  
 $\rightarrow$  superando questo valore le coppie generate hanno una certa K

## Neutroni

Legge di attenuazione:  $I(x) = I_0 e^{-(n\sigma)x}$   $x \rightarrow$  profondità di penetraz. nel mezzo

$\Sigma = n\sigma$  ;  $\lambda = \frac{1}{\Sigma}$  lunghezza media di attenuazione

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_s} + \frac{1}{\lambda_a}$$

$\downarrow$  scattering       $\downarrow$  assorbimento

Tutto questo è alla base dei RIVELATORI DI PARTICELLE

Le loro dimensioni variano a seconda del tipo di particelle da rivelare  
 Caratteristiche su slides.

Il modello del momento angolare orbitale va modificato nella meccanica quantistica

$$|\mathbf{L}| = \hbar \sqrt{l(l+1)} \quad \text{dove } l = 0, 1, \dots, n-1$$

$n$  = numero quantico principale già individuato da Bohr. Gli spettri atomici sono legati a questo.

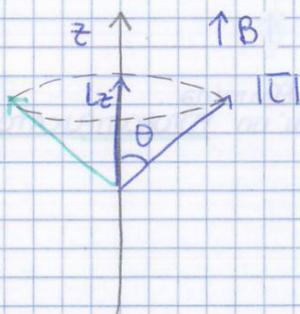
Se consideriamo:  $n=1$   
 $l=0$  } STATO FONDAMENTALE

$|\mathbf{L}| = 0 \rightsquigarrow$  ha senso considerando la natura ondulatoria dell' $e^-$   $\rightarrow$  non ha una direzione privilegiata.  $\psi$  è definito da una funzione d'onda che caratterizza una NUOVA ELETTRONICA

$$n=2 \quad ; \quad n=3$$

$$l=0, 1 \quad ; \quad l=0, 1, 2$$

Anche il momento angolare è quantizzato, così come la sua orientazione che può avere solo alcune direzioni definite. C'è una forza magnetica che diventa il momento di dipolo magnetico della particella.



In meccanica classica l'angolo  $\theta$  di orientazione varia in modo continuo. In meccanica quantistica, invece,  $\theta$  può assumere solo alcuni valori precisi

$$L_z = m_l \hbar$$

$-l \leq m_l \leq l$   $\downarrow$  le possibili orientazioni sono pari a  $2l+1$

$$l=0 \rightarrow m_l = 0 \quad (1)$$

$$l=1 \rightarrow m_l = -1, 0, 1 \quad (3)$$

$$l=2 \rightarrow m_l = -2, -1, 0, 1, 2 \quad (5)$$

$$\cos\theta = \frac{L_z}{|\mathbf{L}|} = \frac{m_l \hbar}{\sqrt{l(l+1)} \hbar} = \frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}}$$

$m_l$  è sempre  $\leq l \rightarrow \theta$  non può essere mai = 0

Riusciamo però a conoscere solo l'angolo  $\theta$ , le direzioni possibili sono tutte quelle all'interno del cono.

$L_z = |\mathbf{L}|$ ;  $L_x = L_y = 0$  il moto giace nel piano  $(x, y) \rightarrow \Delta z = 0$   
 $\Delta p_z = 0$

HEISENBERG:  $\Delta z \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}$   
Va contro questo principio

Queste ipotesi sono verificabili con osservazioni sperimentali.

### Numero quantico magnetico di spin

Una particella carica in un c.m. è soggetta ad una forza di Lorentz:  $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

Momento di dipolo magnetico:  $\vec{\mu} = I \vec{A}$  (es. Spira circolare percorsa da corrente)

convenzione terna destrorsa rispetto alla normale

Lavoro per mantenere la spira all'interno del c.m.:  $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$

$$\vec{F} = -\nabla U$$

Considerando  $B = B\vec{u}_z$ ,  $U = -\mu_z B$

$$\Rightarrow F_z = \mu_z \frac{dB(z)}{dz}$$

$$F_x = F_y = 0$$

forza che devia la particella lungo l'asse  $z$ . Si ha quando il c.m. è disomogeneo lungo  $z$  (unica componente lungo  $z$ )

$$\mu_z^{(ORB)} = \frac{e\hbar}{2m} m_l$$

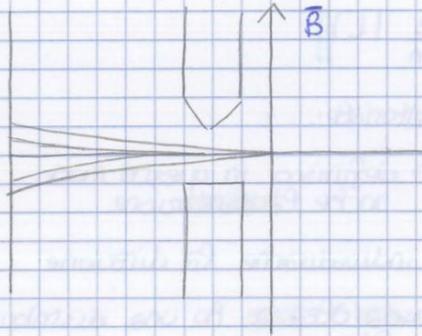
(Riassunto)

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$$

MAGNETONE DI BOHR PER L'ELETTRONE → unità elementare di dipolo magnetico dell'e<sup>-</sup>

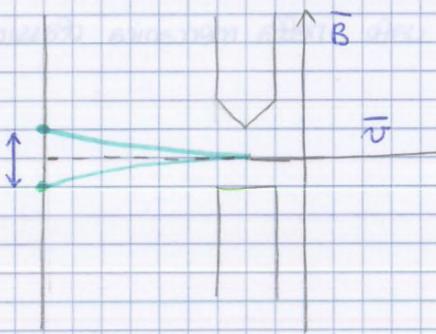
$$F = -\nabla U = \mu_z \frac{dB(z)}{dz} \hat{u}_z$$

se  $\neq 0$  ho una forza che agisce lungo l'asse z



A fissato modulo, tutti i valori della deviazione sono possibili → schermo unif. illuminato

→ NON succede così



In presenza di c.m. gli <sup>atomi</sup> vanno a finire in 2 punti ben precisi

Deriva in modo diretto dalla discretizzazione geometrica del momento angolare. Nel caso più semplice, con  $l=1$  avremmo 3 valori possibili di  $\mu_z^{(ORB)}$  e quindi 3 direzioni possibili del fascio originale → ho però una suddivisione in 2 componenti

Con H in stato fondam, avrei avere  $L=0$  quindi  $\mu_z^{(ORB)}=0$  → atomi non devianti. Si riscontra però che anche in questo caso è deviato in 2 direzioni precise

Si postula l'esistenza di un momento angolare intrinseco:

$$|S| = \hbar \sqrt{s(s+1)} \quad \text{SPIN}$$

$S_z = \hbar m_s$  <sup>FERMIONI</sup> può assumere solo 2 valori (terza componente)

$$-s \leq m_s \leq +s, \quad (2s+1) \text{ valori possibili}$$

$$2s+1=2 \Rightarrow s = \frac{1}{2}$$

$$m_s = \pm \frac{1}{2}$$

$$\left\| \vec{\mu}_s = - \frac{e}{m_e} \vec{S} = - \frac{e}{m_e} m_s \hbar = \pm \frac{e\hbar}{2m_e} = \pm \mu_B \right\|$$

massa e<sup>-</sup>

$$\left\| F = \pm \mu_B \frac{dB(z)}{dz} \right\|$$

- Maggiore è  $b$ , minore è l'ampiezza
- Se  $b$  è trascurabile rispetto all'altro termine, quando siamo a  $\omega \rightarrow \omega_0$ ,  $A \rightarrow \infty$ : questa è una condizione astratta perché ogni oscillatore ha un andamento smorzante

Nella NMR è applicato un c.m.  $B = B_{0z} + B_{ext}$ , che dà luogo alla separazione dei fasci di protoni. L'oscillamento di  $B_{0z}$  provoca un macroassorbimento di energia da parte del sistema  $\rightarrow$  protoni eccitati  $\rightarrow$  dalla diseccitazione viene emessa una radiazione EM a  $\nu$  caratteristica

L'esistenza del momento angolare influisce sulla realizzazione dei livelli energetici che le particelle possono assumere  $\rightarrow$  **PRINCIPIO DI ESCLUSIONE DI PAULI**

$\hookrightarrow$  ogni  $e^-$  deve differire di almeno un numero quantico dagli altri

1)  $n = 1, 2, 3, \dots$  (fisso l'orbita)  $|l| = \hbar \sqrt{l(l+1)}$

2)  $l = 0, \dots, n-1$  (diversi momenti angolari dell' $e^-$ )

3)  $-l \leq m_l \leq l$  orientazioni

4)  $s = \frac{1}{2}$  (FERMIONI)  $|s| = \hbar \sqrt{s(s+1)} = \hbar \frac{\sqrt{3}}{2}$   
 $\hookrightarrow$  particelle di  $s = \frac{1}{2}$

5)  $-\frac{1}{2} \leq m_s \leq +\frac{1}{2}$  varia per numeri interi  $\rightarrow m_s = \pm \frac{1}{2}$

Pauli: un  $e^-$  può stare nello stesso livello energetico purché differisca di un numero quantico

In base al principio di Pauli è costruita la tavola periodica degli elementi

n	1	2			3			
e	0	0	1	1	1	0	1	2
$m_l$	0	0	-1	0	+1	0	$-\frac{1}{0}$ $+1$	$[-2, +2]$
$m_s$	$\uparrow \downarrow$	$\uparrow \downarrow$						
compartimento $2 \pm \frac{1}{2}$	$2e^-$	$8e^-$			$18e^-$			

$l = 0 \rightarrow s$

$3Li \rightarrow 1s^2 2s^1$

$l = 1 \rightarrow p$

$4Be \rightarrow 1s^2 2s^2$

$l = 2 \rightarrow d$

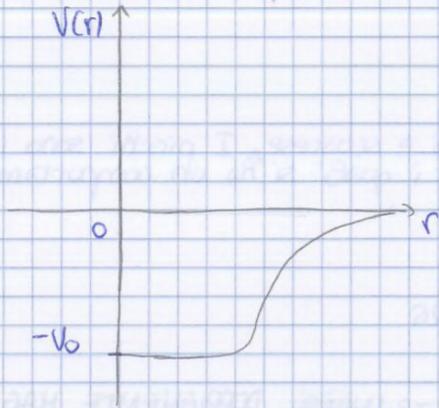
$6C \rightarrow 1s^2 2s^2 2p^2$

In base al riempimento parziale o completo delle caselle  $\rightarrow$  comportamenti diversi

Gas nobili  $\rightarrow$  totale riempimento  $\rightarrow$  inerti chimicamente  $\rightarrow$  difficilmente si legano, assorbono  $e^-$  oppure vengono ionizzati (bisogna spendere molta E per strappare un  $e^-$ )  
 Gli oggetti con spin intero non rispondono al principio di Pauli (non li occupiamo di fermioni)

Un altro tipo di potenziale centrale potrebbe essere quello della distribuzione di densità nel nucleo, che rispecchia le interazioni nel nucleo.  $\rho(r) = \rho_0 \frac{1}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$

Altro esempio: potenziale di Woods-Saxons :  $V(r) = -\frac{V_0}{1 + e^{\frac{(r-R)}{a}}}$



l'attrazione diventa o si fa superficiale

Possiamo ora costruire i livelli energetici → più difficile negli ultimi potenziali

Esempio → Potenziale oscillatore armonico (Voglio vedere se mi riproduce i num. magi)

$E_n = (N + \frac{3}{2}) \hbar \omega$

$N = 2(n-1) + l$   
 ↓  
 livelli energetici

$n = 1, 2, 3, \dots$   
 $l = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$  } valori slegati

↓ ↓ ↓ ↓ ↓  
 s p d f h

$2l+1$  orientazioni componenti a fissato  $l$  ( $m_l$ )

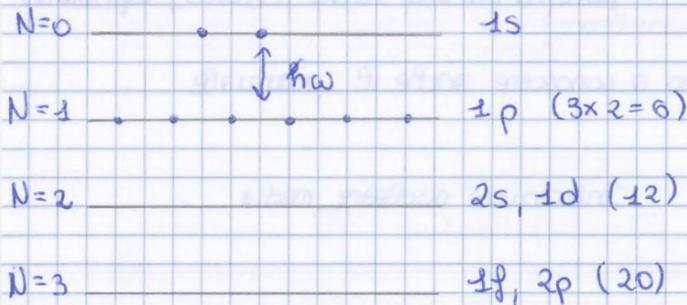
$m_s = \pm \frac{1}{2}$

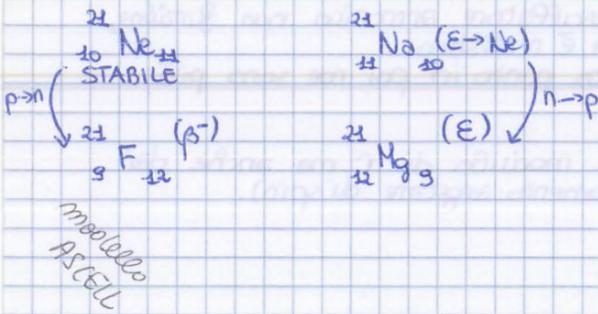
N	n	l	degenerazione	
			$d_N$	$\sum_{l=0}^n d_N$
0	1	0	2	2
1	1	1	6	8
2	$\begin{Bmatrix} 2 \\ 1 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 2 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 2 \\ 10 \end{Bmatrix}$ 12	20
3	$\begin{Bmatrix} 3 \\ 2 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 1 \\ 3 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 2 \\ 6 \end{Bmatrix}$ 20	40

I nuclei con lo stesso N hanno la stessa energia.

Il discorso viene fatto separatam. per neutroni e protoni

} numeri magici





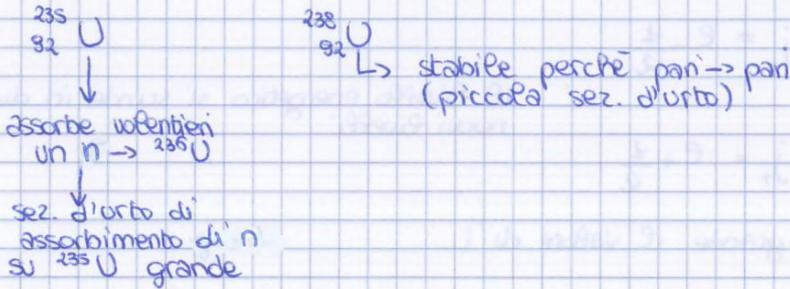
Hanno energie differenti rispetto a quelli sottostanti

Scambiando  $p \rightarrow n$  o  $n \rightarrow p$  posso passare ad esempio da Ne e F. Ma Ne e F hanno livelli energetici ben diversi.

$\Rightarrow$  interazione  $p \rightarrow n$  NON È EQUIVALENTE (mediamente più intensa, più attrattiva)

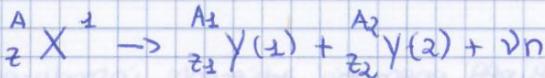
INDIPENDENZA DALLA CARICA DELLE FORZE NUCLEARI

Con modello a shell ritroviamo la dipendenza dal termine di pairing

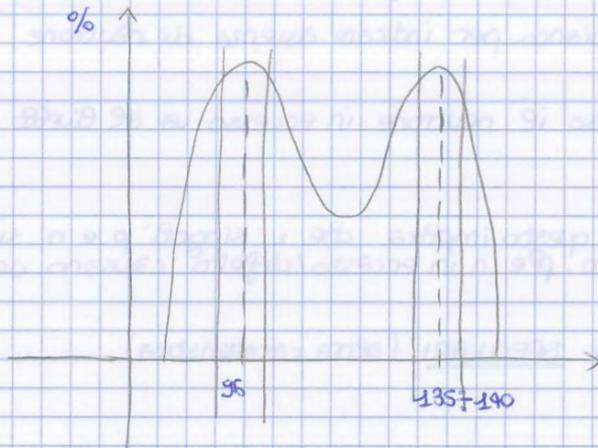


**FISSIONE NUCLEARE**

Un nucleo pesante viene diviso in due nuclei più piccoli di massa comparabile, non esattamente uguali → distribuzione di probabilità di avere nuclei con massa compresa fra certi valori.



$$\begin{cases} A = A_1 + A_2 \\ Z = Z_1 + Z_2 \end{cases}$$



% prodotti fissione

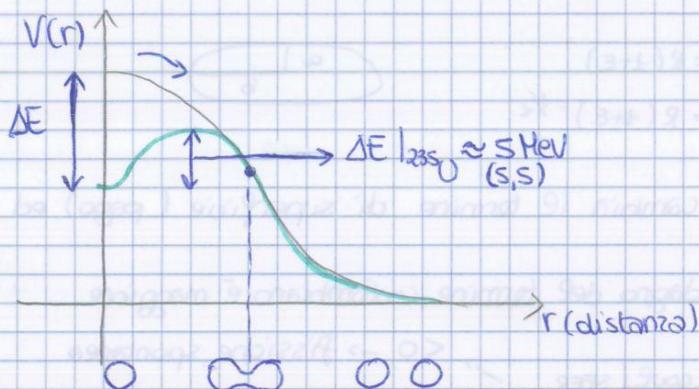
Fissione → spontanea  
 ↘ stimolata

Nuclei medio-leggeri → sferici

Nuclei pesanti → li approssimiamo sferici

$$\Delta E = E_{\text{sep}} + E_{\text{coul}}$$

↳ diminuisce mentre il nucleo si deforma.  
I due nuclei si allontanano e la forza repulsiva diminuisce



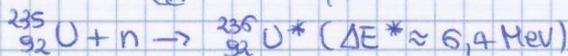
$V(r)$  = potenziale legato alla distanza

- Il nucleo spontaneamente si deforma da forza coulombiana tende a 0. (per  $\frac{Z^2}{A^2} \geq 49$ )
- stimolata per  $\frac{Z}{A} < 49$

la curva cresce fin quando il termine sup. prevale su quello coulombiano.

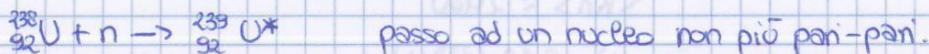
l'  ${}^{235}_{92}\text{U}$  non fa fissione spontanea in quanto  $\frac{Z^2}{A} |_{235\text{U}} = 36$

Si riesce a superare la barriera eccitando il nucleo bombardandolo con neutroni lenti, si trasforma in un nucleo con A pari instabile ( ${}^{235}_{92}\text{U}^*$ ). La sez. d'urto di assorbimento dell'  ${}^{235}\text{U}$  è molto maggiore di quello di  ${}^{238}\text{U}$  (nucleo pari-pari)



$$\Delta E^* > \Delta E |_{\text{SEP}}, \text{ dove } \Delta E |_{\text{SEP}} \approx 5,5 \text{ MeV}$$

Per  ${}^{238}\text{U}$  non succede la stessa cosa.



Non assorbe n lenti ma veloci  $\rightarrow$  energia  $> 1 \text{ MeV} \rightarrow$  supera la barriera di energia

$$\Delta E^* < \Delta E |_{\text{SEP}}$$

l' uranio produce energia anche assorbendo il n per un certo tempo e poi diseccitandosi emettendo raggi  $\gamma$  (decadimento  $\gamma$ ).

Neutroni TERMICI:  $k_n \approx 0,0025 \text{ eV}$  (energia neutrone a  $T_{\text{amb}} \rightarrow k_B T_{\text{amb}}$ )

EPITERMICI:  $k_n \sim 1 \text{ eV}$

LENTI:  $k_n \sim 1 \text{ keV}$

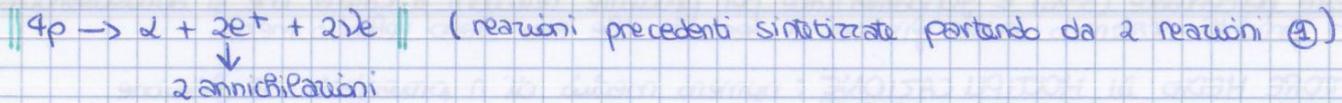
VELOCI:  $k_n \sim 100 \text{ keV} - 10 \text{ MeV}$

Non possiamo controllare la velocità dei n perché sono particelle neutre. Possiamo rallentare, ma non accelerare.

Possiamo produrli mediante:  ${}^4_2\text{He} + {}^9_4\text{Be} \rightarrow {}^{12}_6\text{C} + (n)$   $\rightarrow$  non fanno sempre la stessa k perché dipende dalla produzione di particelle  $\alpha$ . Vengono poi rallentate  
↓  
prodotti radioattivamente con un campione

I prodotti della fissione sono altamente radioattivi

Nel Sole ci fermiamo alla formazione di  ${}^4\text{He}$  perché per andare avanti occorrono temperature molto elevate.



$$\begin{array}{r} 0,92 \text{ MeV} \times 2 + \\ 1,02 \text{ MeV} \times 2 + \\ 5,49 \text{ MeV} \times 2 + \\ 12,86 \text{ MeV} = \end{array}$$

26,72 MeV → energia liberata per la formazione di un  ${}^4\text{He}$

Si dovrebbe anche considerare l'energia media dei neutrini che essi si portano via perché non interagiscono con la materia (sez. d'urto piccolissima).

Quest'energia vale:  $\langle K \rangle = 0,52 \text{ MeV}$

$$26,72 \text{ MeV} - 0,52 \text{ MeV} = 26,2 \text{ MeV}$$

Il Sole è stabile grazie alla produz. di  ${}^4\text{He}$  che contrasta il collasso gravitazionale

Esempio  
 $M_{\odot} \approx 2 \cdot 10^{30} \text{ Kg}$  (massa Sole)

$$L = 4 \cdot 10^{26} \text{ W} \text{ (luminosità)}$$

Calcolo quanti p vengono bruciati nell'unità di tempo:

$$\dot{N}_p = \frac{dN_p}{dt} = \frac{4 \cdot 10^{26} \text{ W} \cdot 4 \text{ (bruciò 4p per formare un } \alpha)}{26,2 \text{ MeV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \frac{\text{J}}{\text{MeV}}} = 0,4 \cdot 10^{39} \frac{\text{n}^{\circ} \text{ protoni}}{\text{secondo}}$$

Passando da 4 nucleoni ad un nucleo di  ${}^4\text{He}$  ho una perdita di massa

$$m_{\text{He}} = 4,002603 \text{ u}; m_H = 1,007825 \text{ u} \quad 1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$$

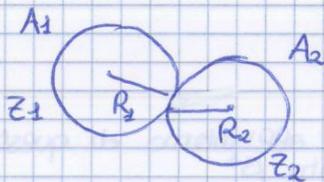
Calcolo la massa che viene bruciata:

$$4m_H - m_{\text{He}} = 0,048 \cdot 10^{-27} \text{ Kg} \rightarrow \text{perdita di massa per una reazione}$$

$$\underbrace{0,048 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}}_{\Delta M} \cdot \underbrace{\frac{0,4 \cdot 10^{39} \text{ pp/s}}{4}}_{\text{L}^{\circ} \text{ di reazioni nell'unità di tempo}} = 0,48 \cdot 10^{10} \text{ Kg/s}$$

↳ n° di reazioni nell'unità di tempo

La fusione nucleare è conveniente perché ho un guadagno di energia di legame.



Dal punto di vista classico i nuclei sono approssimati da sfere rigide cariche.

$$V_c = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2}{R_1 + R_2} = \frac{e^2 \hbar c}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \frac{Z_1 Z_2}{r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})}$$

$$R = r_0 \frac{1}{3} A^{1/3}$$

$$\begin{array}{l} \downarrow \\ \frac{1}{137} \\ \approx 1,2 \text{ MeV} \frac{Z_1 Z_2}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}} \end{array}$$

$$A \approx A_1 \approx A_2 \approx Z_1 \approx 2Z_2 \text{ (i nuclei leggeri sono simmetrici)}$$

$$\Rightarrow V_c = 0,15 A^{5/3} \text{ MeV}$$

$$\text{Se } A \approx 8, V_c = 4,8 \text{ MeV}$$

$$D-T \Rightarrow {}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H}, V_c = 0,4 \text{ MeV} \rightarrow \text{la repulsione diminuisce con } A$$

$$E_G = 2mc^2 (\pi \alpha Z_1 Z_2)^2 \quad m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

$$\sigma(v) = \frac{S(k)}{k} e^{-\left(\frac{E_G}{k}\right)^{1/2}}$$

questa dipendenza della sezione d'urto da  $k$  è dovuta a considerazioni geometriche

Relazione di De Broglie:  $\lambda = \frac{h}{p_{(cm)}}$

$$\sigma \propto \lambda^2 \propto \frac{1}{p^2} \propto \frac{1}{k}$$

$$\sigma(k) = \frac{S(k)}{k} e^{-\left(\frac{E_G}{k}\right)^{1/2}}$$

Ad alte energie domina l'esp. mentre a basse energie il termine  $\frac{1}{k}$ .

$S(k)$ : fattore astrofisico

Da sez. d'urto in funzione di  $v$  si conosce. Sostituisco  $\sigma(v)$  nel calcolo del valore medio  $\langle \sigma v \rangle$

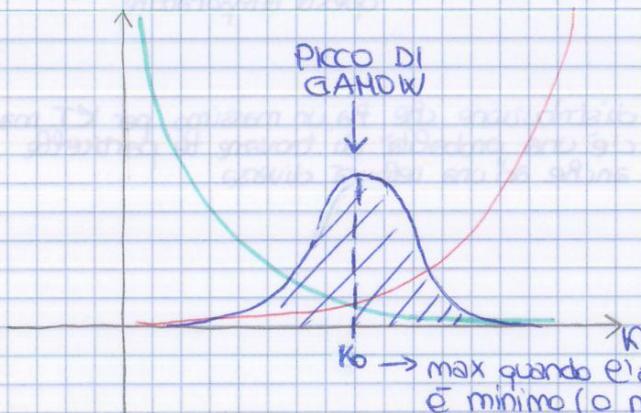
Effettuo un cambio di variabile:  $k = \frac{1}{2} m v^2$

$$dk = m v dv \Rightarrow v dv = \frac{dk}{m}$$

$$R = n_1 n_2 \langle \sigma v \rangle = n_1 n_2 \left(\frac{8}{\pi m}\right)^{1/2} \left(\frac{1}{kT}\right)^{3/2} \int_0^\infty S(k) e^{-\frac{k}{kT} - \left(\frac{E_G}{k}\right)^{1/2}} dk$$

$\int_0^\infty S(k) e^{-\frac{k}{kT} - \left(\frac{E_G}{k}\right)^{1/2}} dk$   $\approx$  cost al variare di  $k$

$$\left\| \int_0^\infty e^{-\frac{k}{kT} - \left(\frac{E_G}{k}\right)^{1/2}} dk \right\| \rightarrow \text{termine che mi rende grande la probabilità di fusione termonucleare}$$



La zona tratteggiata è quella in cui sono probabili le reazioni di fusione termonucleare

$k_0 \rightarrow$  max quando l'argomento dell'esp. è minimo (o max se non considero il meno ma il valore assoluto)

$$\frac{d}{dk} \left[ \frac{k}{k_B T} + \left(\frac{E_G}{k}\right)^{1/2} \right] = 0 \Rightarrow \frac{1}{k_B T} - \frac{1}{2} \frac{E_G^{1/2}}{k^{3/2}} = 0$$

$$\Rightarrow k_0^{3/2} = k_B T \frac{E_G^{1/2}}{2} \Rightarrow k_0 = \left[ \frac{1}{4} E_G (k_B T)^2 \right]^{1/3}$$

Le reazioni di fusione <sup>avengono</sup> nelle stelle anche se non si raggiungono le temperature necessarie perché alcune particelle possiedono una  $k$  molto maggiore dell'energia media. Questa energia va pesata con l'effetto tunnel.

$$\frac{1}{k_B T}$$

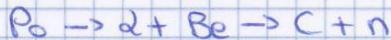
Oltre alle reazioni di fusione, sono stati sviluppati altri progetti: si cerca di creare fissione non arricchendo  $^{235}\text{U}$ , ma creando  $^{233}\text{U}$  partendo da elementi non fissionabili. Con un acceleratore di protoni, si fanno incidere su uno strato di piombo; i nuclei neutroni reagiscono con il Torio e decadono poi in  $^{233}\text{U}$ . Anche le scorie radioattive possono essere bombardate (Robbiamon). Lo scarto dell'uranio arricchito è quello impoverito  $\rightarrow$  costo molto basso, molto duttile. Viene utilizzato per scopi militari (schermature) e mediche. È utilizzato anche come contrappeso in aerei e piani di coda di aerei.

## ARMI NUCLEARI

Avere un materiale fissionabile in condizioni subcritiche prima della detonazione.

"Little Boy"  $\rightarrow$  arma caduta su Hiroshima. Arma a proiettile: è sparato un proiettile di U in stato subcritico. Quando il proiettile incontra l'obiettivo si passa in condizioni supercritiche e si innescano reazioni a catena. Nell'esplosione di Hiroshima funzionò solamente l'1,1% dell'U arricchito.

Gli iniziatori erano in lega Berilio - Polonio, il Polonio decade a:



La bomba utilizzata nel Trinity test e quella su Nagasaki erano diverse ("Fat Man"). Era un sistema di detonazione a implosione: esplosivo che circonda il materiale fissionabile  $\rightarrow$  in seguito all'esplosione si genera un'onda d'urto che crea una compressione  $\rightarrow$  condizione supercritica  $\rightarrow$  si innesca la reazione a catena. Esistono anche ordigni a fissione/fusione.

Teller-Ulam type  $\rightarrow$  missili balistici intercontinentali con testata nucleare

$$2Mh \sqrt{m_{\pi}^2 + p^2} = Mh^2 + m_{\pi}^2 + Hp^2$$

Faccio il quadrato e divido per  $2Mh$ :

$$m_{\pi}^2 + p^2 = \left[ \frac{Mh^2 + m_{\pi}^2 - Hp^2}{2Mh} \right]^2 \rightarrow p = \sqrt{\left[ \frac{Mh^2 + m_{\pi}^2 - Hp^2}{2Mh} \right]^2 - m_{\pi}^2}$$

$$pc = 100,4 \text{ MeV}$$

Mi ricavo quindi le energie cinetiche

3)  ${}_{38}^{90}\text{Sr}$ , massa atomica = 89,9077 u

$$T_{1/2} = 29,1 \text{ y}$$

$$M_{\text{Sr}} = 5 \text{ Kg}$$

livello di sicurezza: 10 conteggi/min

t?

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$$

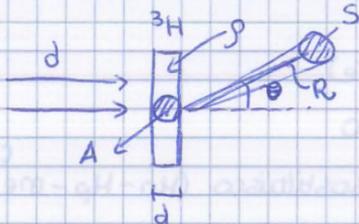
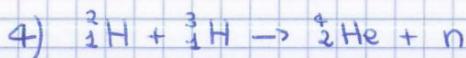
$\downarrow$   
 $\lambda N_0$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = 7,56 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1}$$

$$N_0 = \frac{5 \text{ Kg}}{M_{\text{Sr}}} \cdot N_A = 3,35 \cdot 10^{25} \text{ moli}$$

$$\bar{A} = 10 \frac{\text{dec}}{\text{min}} \approx 0,17 \text{ Bq}$$

$$\frac{\bar{A}}{\lambda N_0} = e^{-\lambda t} \rightarrow t = \frac{1}{\lambda} \ln \left( \frac{\lambda N_0}{\bar{A}} \right) = 5,23 \cdot 10^{10} \text{ s} = 1661 \text{ y}$$



$$M_t = 3,016 \text{ u}$$

$$S = 20 \text{ cm}^2$$

${}^3_1\text{H}$   ${}^2_1\text{H}$   ${}^4_2\text{He}$   $\rightarrow$  elemento pesante

bersaglio prodotto  
 unita di sez. d'urto per unita di angolo solido  
 $\frac{d\sigma}{d\Omega} = 13 \text{ mb (millibarn)}$  sez. d'urto differenziale  
 $\theta = 30^\circ$

$$J_0 d = \mu = 0,2 \text{ mg/cm}^2$$

$$R = 3 \text{ m}$$

$J_0 = 2/\mu A \rightarrow$  se la divido per la carica ho il numero di particelle incidenti per unita di tempo

$N_0/\text{s}$ ? (numero di neutroni al secondo)

$\rightarrow$  flusso di deutoni

$$R_{\text{det}} = \dot{N} = J_0 N_t \sigma_{\text{tot}} = J_0 A \left( \frac{N_t d}{A d} \right) \sigma_{\text{tot}} = J_0 N_t d \sigma_{\text{tot}} = J_0 \left( \frac{\rho d}{M_t} \right) \frac{N_A}{M_t} \sigma_{\text{tot}} = N_{\text{tot}}$$

$$J_0 = \frac{J_0 d}{e} = \frac{\mu}{e} A$$

$$N_t = J_0 \frac{N_A}{M_t}$$

$$\Delta \dot{N} = J_0 \left( \frac{\rho d}{e} \right) \frac{N_A}{M_t} \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) \Delta \Omega$$

$$\Delta \Omega = \frac{S}{R^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \dot{N} = J_0 \left( \frac{\rho d}{e} \right) \frac{N_A}{M_t} \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) \Delta \Omega \\ \Delta \Omega = \frac{S}{R^2} \end{array} \right\} \frac{N_0}{S} \equiv \Delta \dot{N} = 1442 \text{ s}^{-1}$$