NUMERO: 1084

DATA: 16/09/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Allora

MATERIA: Fisica I

Prof. Vadacchino

VETTORI

Non tutte le grandezze fisiche sono equivalenti

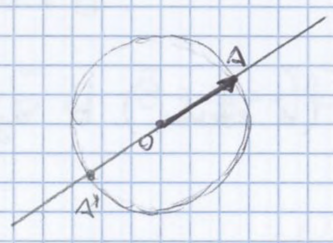
es:

Temperatura:

$$T = T(x, y, z, t)$$

definita SOLO DA UN NUMERO

Spostamento



$\vec{v}$ o in grassetto **v**

$\underbrace{\text{definito da un vettore}}_{}$ — univocamente,

definito da $\begin{cases} \text{AMPIEZZA} \\ \text{DIREZIONE} \\ \text{VERSO} \end{cases}$ 3 numeri

Per alcune grandezze fisiche occorrono più numeri, quelle a 6 num sono dette TENSORI.

IN REALTÀ SONO 9, MA X RAGIONI DI SIMMETRIA SONO SEMPRE 6

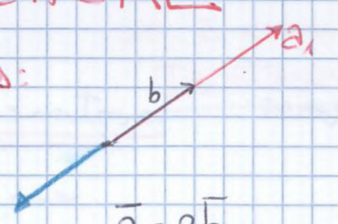
PRODOTTI DI VETTORI

• PROD. SCALARE PER VETTORE

$$\vec{a} = s \cdot \vec{b}$$

- $|\bar{a}| = s|\bar{b}|$
- direz: $\bar{a} \equiv \bar{b}$
- verso: → $s>0$ concorde con $\vec{b}$; → $s<0$ opposto a $\vec{b}$

es:



$\bar{a}_1 = 2\bar{b}$

$\bar{a}_2 = -\bar{b}$

PRODOTTI TRIPLI

$\underbrace{\bar{a}\cdot\bar{b}}_{s}\cdot\bar{c}$ non ha senso !

COME POSSO FARE IL PROD. SCALARE TRA UNO SCALARE E UN VETTORE?

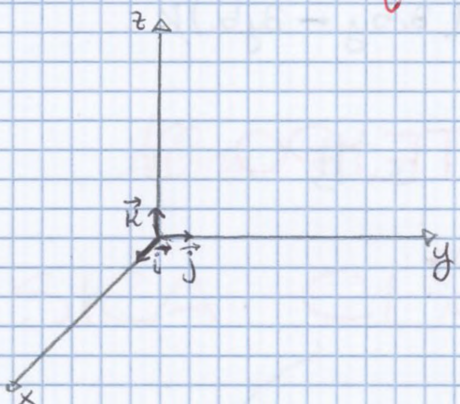
$(\bar{a}\times\bar{b})\cdot\bar{c}$ va bene

SOMME E SOTTRAZIONI

$\bar{a}+\bar{b}=\bar{d}$

$\bar{a}-\bar{b}=\bar{a}+(-1)\bar{b}$ NON COMMUTATIVO

Sistema di riferimento cartesiano



$\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ sono 3 VERSORI di valore assoluto 1

→ $\bar{i}\cdot\bar{i}=\bar{j}\cdot\bar{j}=\bar{k}\cdot\bar{k}=1$

→ $\bar{i}\cdot\bar{j}=\bar{j}\cdot\bar{k}=\bar{k}\cdot\bar{i}=0$ SONO ORTOGONALI

→ $\bar{i}\times\bar{j}=\bar{k}$

$\bar{j}\times\bar{k}=\bar{i}$

$\bar{k}\times\bar{i}=\bar{j}$

SIST. DI RIFERIMENTO **DESTRORSO**

$\vec{a}=\underline{a_x}\vec{i}+\underline{a_y}\vec{j}+\underline{a_z}\vec{k}$

3 numeri ⟹ VETTORE = insieme di 3 numeri

$\boxed{\vec{a}\cdot\vec{a}}=(a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k})\cdot(a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k})=$

$=\underline{a_x\vec{i}\cdot a_x\vec{i}}+a_x\vec{i}\cdot a_y\vec{j}+a_x\vec{i}\cdot a_z\vec{k}+\dots$

$=a_x^2\underbrace{(\bar{i}\cdot\bar{i})}_{1}+\dots \quad = \boxed{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$

DERIVATE & PRODOTTI : valgono le regole di derivaz. dei prodotti.

- $\frac{d}{dt} s\vec{a} = \frac{ds}{dt}\vec{a} + s\frac{d\vec{a}}{dt}$

- $\frac{d(\vec{a}\circ\vec{b})}{dt} = \frac{d\vec{a}}{dt}\circ\vec{b} + \vec{a}\circ\frac{d\vec{b}}{dt}$

- $\frac{d(\vec{a}\times\vec{b})}{dt} = \frac{d\vec{a}}{dt}\times\vec{b} + \vec{a}\times\frac{d\vec{b}}{dt}$ → RICORDA: QUI NON È COMMUTATIVA!

SE $|\vec{a}|$ costante

$\Rightarrow |\vec{a}|^2 = \vec{a}\circ\vec{a}$ costante

$$\Rightarrow \frac{d(\vec{a}\circ\vec{a})}{dt} = 0 \qquad \frac{d\vec{a}}{dt}\circ\vec{a} + \vec{a}\circ\frac{d\vec{a}}{dt} = \underbrace{2\vec{a}\circ\frac{d\vec{a}}{dt} = 0}$$

Allora $\vec{a}$ e $\frac{d\vec{a}}{dt}$ sono ORTOGONALI.

FISICA CLASSICA (o NEWTONIANA)

≠ meccanica quantistica, che descrive le particelle subatomiche

≠ meccanica relativistica, con velocità prossima a quella della luce

- ESPERIMENTI
- MISURAZIONI
- USO DELLA MATEMATICA

7 grandezze fondamentali (S.I.)

TUTTE LE LEGGI DELLA FISICA SONO AD ESSE RICONDUCIBILI

LUNGHEZZA	l	metro	m	QST 3 SERVONO PER FARE LA MECCANICA
MASSA	m	Kilogrammo	Kg	
TEMPO	t	secondo	s	
CORRENTE ELETTRICA	I	Ampere	A	
TEMPERATURA	T	Kelvin	K	
QUANTITÀ DI SOSTANZA	n	mole	mol	

La grandezza fisica ha un numero e un'unità di misura

$$\mathbb{A} = a\,\mathcal{A}$$

$$\mathbb{A}_1 + \mathbb{A}_2 = a_1\mathcal{A} + a_2\mathcal{A} = (a_1+a_2)\mathcal{A}$$

$\mathbb{A} + \mathbb{B}$ non ha senso

$$\mathbb{A}\mathbb{B} = a\mathcal{A}\, b\mathcal{B} = ab\,\mathcal{A}\mathcal{B}$$

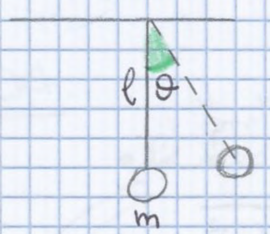
Leggi fisiche

$$\mathbb{A} = \mathbb{B}\,\mathbb{C}\,\mathbb{D}\ldots$$

PER LA LEGGE DI COERENZA $a = bcd$

Fare sempre l' ANALISI DIMENSIONALE !

IMPORTANZA DELLA LEGGE DI COERENZA:



Il periodo T di oscillazione dipenderà da m, ℓ, g e θ

$$T = \text{cost}\; m^{\alpha} \ell^{\beta} g^{\gamma} \theta^{\delta}$$

ORA APPLICO LA LEGGE DI COERENZA a dx devo avere solo secondi

$$t = \text{cost}\; m^{\alpha} \ell^{\beta} \left(\frac{\ell}{t^2}\right)^{\gamma} = \quad \theta \text{ è adimensionale}$$

$$= \text{cost}\; m^{\alpha} \ell^{\beta+\gamma} t^{-2\gamma}$$

$$\begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta + \gamma = 0 \rightarrow \beta = \frac{1}{2} \\ -2\gamma = 1 \rightarrow \gamma = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

PERCIÒ $T = \text{cost}\; \ell^{\frac{1}{2}} g^{-\frac{1}{2}} f(\theta) = \underbrace{\text{cost}}_{2\pi} \sqrt{\frac{\ell}{g}}\, \underbrace{f(\theta)}_{1 \text{ (per piccole oscillazioni)}}$

FISICA MECCANICA: studia il comportamento dei corpi materiali (cioè dotati di massa) sottoposti a forze.

- STATICA: indagine di equilibri sottoposti a forze
- CINEMATICA: regole del moto
- DINAMICA: modalità di moto di un corpo sottoposto a forze

3 SISTEMI DI CORPI MATERIALI

- PTO MATERIALE o PARTICELLA: no dimensioni, ma ha una massa
  nel senso che esse sono molto più piccole rispetto alle altre dimensioni considerate. (x es. la Terra nel sist. solare)
- SISTEMA DI PARTICELLE: tanti pti materiali (x es. un gas).
  Non si possono conoscere tutte le caratteristiche del moto di ogni singolo punto
- CORPO RIGIDO: sist. di particelle in cui la distanza tra tutte le particelle è costante nel tempo.

RICORDA:
- i pti piccoli come gli ATOMI non rispettano le leggi meccaniche
- lo stesso se un corpo ha velx massima a quella della luce

⟹ viene meno il TEMPO ASSOLUTO (cioè uguale per tutti i sistemi in movimento)

MECCANICA DEL PUNTO

STATICA

Un pto è in equilibrio se la ~~somma~~ risultante delle N forze applicate è vale zero:
$$\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = 0$$

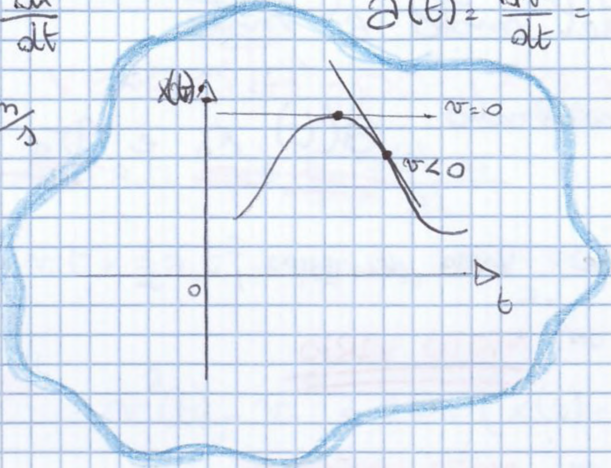
LA FORZA

È un vettore, si misura in NEWTON $[F] = Kg\, m\, s^{-2}$

COME SI STUDIA?

$$v(t) = \frac{dx}{dt} \qquad a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$[v] = m/s \qquad [a] = m/s^2$$



(LA DERIVATA DELL'ACC., cioè la variaz. della forza applicata, SI CHIAMA JERKING)

VELOCITÀ MEDIA:

$$v_m = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1}$$

ACC. MEDIA:

$$a_m = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1}$$

x, v e a sono grandezze algebriche e sono l'una la derivata dell'altra.

OSSERVAZIONI:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} \Rightarrow dx(t) = v(t)dt \Rightarrow \int_{x_0}^{x} dx(t) = \int_{t_0}^{t} v(t)\,dt$$

PRENDO $t_0 = 0$

$$x(t_0) = x_0 = x(0)$$

Allora

mi fermo perché non conosco la funzione $v(t)$

$$x(t) - x_0 = \int_0^t v(t)\,dt$$

$$\Rightarrow \boxed{x(t) = x_0 + \int_0^t v(t)\,dt}$$

RELAZ. TRA LEGGE ORARIA E VELOCITÀ.

Allo stesso modo

$$\int_0^t a(t)\,dt = \int_{v_0}^{v} dt \Rightarrow \boxed{v(t) = v_0 + \int_0^t a(t)\,dt}$$

GRAZIE ALLA LEGGE DI NEWTON c'è una stretta relazione TRA QSTE LEGGI e le FORZE APPLICATE

Relaz. velocità-posizione

$$\begin{cases} v(t) = v_0 + a_0 t \longrightarrow t = \dfrac{v(t) - v_0}{a_0} \\ x = x_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2} a_0 t^2 = x_0 + v_0 \cdot \dfrac{v(t) - v_0}{a_0} + \dfrac{1}{2} a_0 \left(\dfrac{v(t) - v_0}{a_0} \right)^2 \end{cases}$$

Allora $v^2(t) - v_0^2 = 2 a_0 \left(x(t) - x_0 \right)$

Questa modalità di variazione temporale di una dimensione ~~rapprese~~ descrive tutta la natura

MOTO ARMONICO o PERIODICO

$$x = \underbrace{A}_{\text{ampiezza}} \sin \underbrace{\varphi(t)}_{\text{fase}} = A \sin (\omega t + \phi)$$

ω → pulsazione o freq. angolare

ϕ → $= \varphi(0)$ fase iniziale

NOTA: $(\omega t + \phi)$ deve essere ADIMENSIONATO

PROPRIETÀ:

$$x(t) = x(t + T)$$

T → periodo

T = tempo per tornare da O a O passando per A e −A

$$A \sin (\omega t + \phi) = A \sin(\omega t + \phi + 2\pi) = A \sin\left(\omega\left(t + \frac{2\pi}{\omega}\right) + \phi\right)$$

$$\Longrightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

frequenza: $\nu = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega}{2\pi}$ si misura in Hz (num. di cicli in 1 secondo)

$$\boxed{v = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \phi)}$$

anche la velocità è periodica.

È compresa tra $-\omega A$ e ωA

Per es nel pendolo $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$. La freq. di vibrazione dipende solo da l.

A e ϕ dipendono da COME FACCIAMO PARTIRE il sistema,

perciò dipendono dalle CONDIZIONI INIZIALI

$$\begin{cases} x_0 = x(0) = A \sin(\omega \cdot 0 + \phi) = A \sin\phi \\ v_0 = v(0) = \omega A \cos\phi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x_0}{A} = \sin\phi \\ \frac{v_0}{\omega A} = \cos\phi \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{x_0}{A}\right)^2 + \left(\frac{v_0}{\omega A}\right)^2 = 1 \Rightarrow A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \mathrm{tg}\phi = \frac{x_0}{v_0}\omega$$

A, ω e ϕ dipendono da fattori diversi

LE FORZE DI NATURA ELASTICA PRODUCONO UN MOTO ARMONICO

MOTO SMORZATO

in presenza di attriti x es. aerodinamici

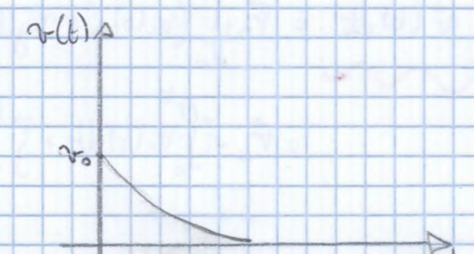
a e $(-v)$ sono direttamente proporz.

$$a = -\gamma v$$

$\gamma \rightarrow$ coeff. di smorzamento $\qquad [\gamma] = s^{-1}$

$$\frac{dv}{dt} = -\gamma v \longrightarrow \int_{v_0}^{v} \frac{dv}{v} = -\int_0^t \gamma \, dt$$

$$\ln \frac{v(t)}{v_0} = -\gamma t \Rightarrow \boxed{v(t) = v_0 e^{-\gamma t}}$$



$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}(t)\,dt$$

STESSE FORMULE DI UNA DIMENSIONE, solo che ORA HO DEI VETTORI.

Bisogna conoscere $\vec{a}(t)$, $\vec{r}_0$, $\vec{v}_0$

ESERCITAZIONE

AVE, O ROMA O MADRE GAGLIARDA CHE DI LATINE VIRTÙ TANTO
3 1 4 1 5 9 3 2
PRODIGA SPARGESTI ...

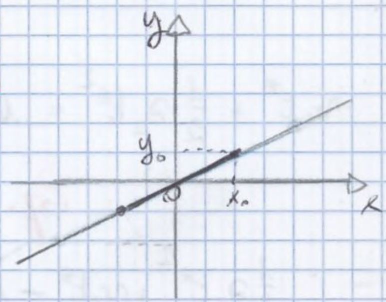
1 LIBRO

1) Determinare la traiettoria di un punto che si muove con legge oraria data dall'equazione $\vec{r}(t) = x_0 \cos\omega t \, \underline{i} + y_0 \cos\omega t \, \underline{j}$

$$\begin{cases} x(t) = \vec{r}(t) \cdot \hat{\underline{i}} = x_0 \cos\omega t \\ y(t) = \vec{r}(t) \cdot \underline{j} = y_0 \cos\omega t \end{cases}$$

$\cos\omega t = \frac{x(t)}{x_0}$

$$\boxed{y(t) = y_0 \cos\omega t = \frac{y_0}{x_0} x}$$

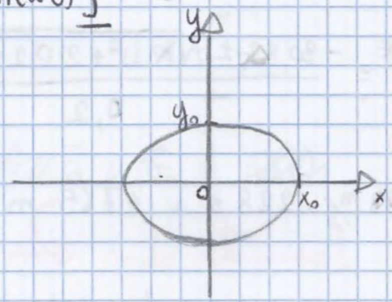


ma la traiettoria è solo una parte della retta

$\boxed{-|y_0| \le y(t) \le |y_0|}$ ⟹ BISOGNA DIRLO!

2) Traiettoria? $\vec{r}(t) = x_0 \cos(\omega t)\,\underline{i} - y_0 \sin(\omega t)\,\underline{j}$

$$\begin{cases} \frac{x(t)}{x_0} = \cos(\omega t) \cdot \cancel{x_0} \\ -\frac{y(t)}{y_0} = \cancel{y_0} \sin(\omega t) \end{cases} \rightarrow \frac{x^2}{x_0^2} + \frac{y^2}{y_0^2} = 1$$



3) $\vec{r}(t) = x_0 \cos(\omega t)\,\underline{i} - y_0 \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})\,\underline{j}$

$\cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) = -\sin(\omega t)$

$\vec{r}(t) = x_0 \cos(\omega t) + y_0 \sin(\omega t)$ come l'es. 2!

PRODOTTO SCALARE: proiezione di un vettore in una direzione

$$p t^2 - q t = 0 \qquad t(pt - q) = 0 \begin{cases} \nearrow t = 0 \\ \searrow t = \frac{q}{p} = \frac{3}{2}\,s = 1{,}5\,s \end{cases}$$

POSIZ., MA HA PERCORSO SOLO $\left|\frac{7}{8} - 2\right|\,m$?

$$x\left(t = \tfrac{3}{2}s\right) = \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \cdot \frac{3^{\cancel{3}^2}}{2^{\cancel{3}2}} - \frac{\cancel{3}}{2}\frac{3^2}{2^2} + 2 = \frac{9}{4} - \frac{27}{8} + 2 = \frac{18 - 27 + 16}{8} = \frac{7}{8} = 0{,}875\,m$$

MOTO UNIFORME: $\vec{a}(t) = 0$

$\Longrightarrow \vec{v}(t) = \vec{v}_0$

$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t \Longrightarrow$ moto rettilineo!

$\vec{v}_0 t \parallel \vec{v}_0$

BASTA PORRE L'ORIGINE DEL SIST. DI RIF. $\vec{r}_0 = 0$

$\vec{r}(t) = \vec{v}_0 t$ $\quad \vec{r}$ è sempre parallelo a $\vec{v}_0$

MOTO VARIO: $\vec{a}(t) \neq 0$

$\vec{a}(t) = \vec{a}_0$

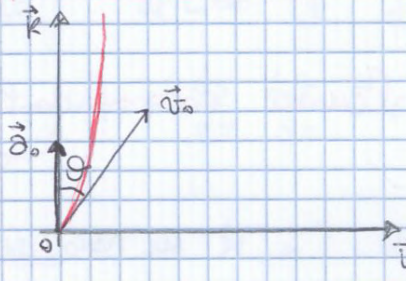
$\Longrightarrow \vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}_0 t$

- $\vec{a}_0 \parallel \vec{v}_0 \Longrightarrow$ anche $\vec{v} \parallel \vec{a}_0 \parallel \vec{v}_0$ ~~$\vec{v}(t) =$~~

  $\vec{r}(t) = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}_0 t^2 \Longrightarrow$ moto rettilineo!

- $\vec{a} \not\parallel \vec{v}_0$

Uso opportunamente il sist. di riferimento, con $\vec{k} \parallel \vec{a}_0$



$\vec{a}_0 = |\vec{a}_0|\,\vec{k}$

I conti non vanno fatti alla cieca, bisogna individuare i parametri che contano

$\vec{v}_0 = |\vec{v}_0|\sin\theta\,\vec{i} + |\vec{v}_0|\cos\theta\,\vec{k}$

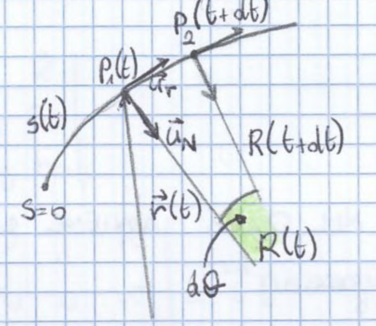
$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}(t)\,dt =$

$= |\vec{v}_0|\sin\theta\,\vec{i} + |\vec{v}_0|\cos\theta\,\vec{k} + \int_0^t |\vec{a}_0|\,\vec{k}\,dt =$

COORDINATE INTRINSECHE

$s = s(t)$

COORDINATA INTRINSECA



$P_1 \to \vec{r}(t) \to \underbrace{s(t)}_{\text{è uno scalare}}$

$P_2 \to \vec{r}(t+dt) \to s(t+dt)$

$$d\vec{r}(t) = \vec{r}(t+dt) - \vec{r}(t) = ds\ \underbrace{\vec{u}_T}_{\text{versore tangente nel punto P}}$$

$\vec{u}_N$ = versore normale in P

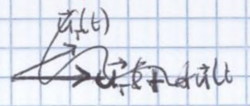
Raggio di curvatura: punto 1 cf che ~~coincida con~~ approssimi la curva fino al secondo ordine. il suo raggio è il RAGGIO DI CURVATURA
$R(t)$
↳ nella retta è ∞

→ ꝺ OSCULATORE

IN QST PARTICOLARE MODO DI DERIVARE, IN CUI
→ SI SOSTITUISCE A $d\vec{r}$ IL VALORE $ds\,\vec{u}_T = d\vec{r}$, SI OTTIENE IMMEDIATAMENTE LA DIREZ. DEL VETTORE DERIVATA, MA OCCORRE ANCORA DERIVARE LO SCALARE PER OTTENERE IL MODULO DELLA DERIVATA.

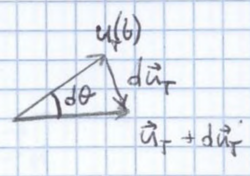
$$ds = R\,d\theta \quad \text{(def. dell'angolo piano)}$$

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \underbrace{\frac{ds}{dt}}\vec{u}_T = v_T\vec{u}_T$$
→ velocità tangenziale nel punto all'istante t



$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\frac{ds(t)}{dt}\vec{u}_T\right] = \frac{d^2s}{dt^2}\vec{u}_T + \frac{ds}{dt}\frac{d\vec{u}_T}{dt} =$$

QUI SI DERIVA NORMALMENTE



$$= \underbrace{a_T}_{\text{acc. tangenziale}}\vec{u}_T + \frac{ds}{dt}\frac{d\theta}{dt}\vec{u}_N =$$

$d\theta = \frac{ds}{R}$

$d\vec{u}_T = 1 \cdot \vec{u}_N \cdot d\theta$

$\begin{cases} 1 \cdot d\theta \approx |d\vec{u}_T| \\ d\vec{u}_T \parallel \vec{u}_N \end{cases}$

$$= \frac{d^2s}{dt^2}\vec{u}_T + \frac{ds}{dt}\cdot\frac{ds}{dt}\frac{1}{R}\vec{u}_N = \frac{d^2s}{dt^2}\vec{u}_T + \frac{1}{R}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2\vec{u}_N =$$

$$= \frac{d^2s}{dt^2}\vec{u}_T + \underbrace{\frac{v_T^2}{R}}_{\text{acc. centripeta}}\vec{u}_N$$

vale zero se la traiettoria è rettilinea

$$\frac{d\vec{A}(t)}{dt} = -A_0 \sin\varphi \sin\theta \underbrace{\frac{d\theta}{dt}}_{\omega} \vec{i} + A_0 \sin\varphi \cos\theta \underbrace{\frac{d\theta}{dt}}_{\omega} \vec{j}$$

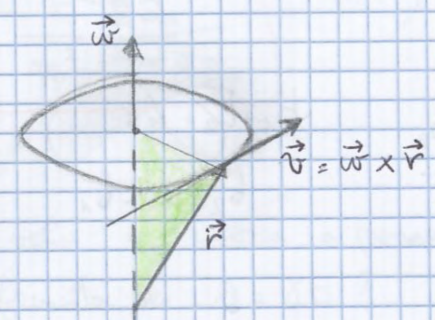
$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$\vec{\omega} \times \vec{A}(t) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = \vec{i}(-\omega A_y) - \vec{j}(-\omega A_x) =$$

$$= -\omega A_0 \sin\varphi \sin(\theta(t)) \vec{i} + \omega A_0 \sin\theta \cos(\theta(t)) \vec{j} = \frac{d\vec{A}(t)}{dt}$$

$$\Longrightarrow \quad \frac{d\vec{A}(t)}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{A}$$

$$\vec{dr} = \vec{d\theta} \times \vec{r}$$



$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$ (relazione di Poisson)

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \underbrace{\vec{\alpha} \times \vec{r}}_{\text{acc. tang.}} + \underbrace{\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})}_{\text{acc. centripeta}}$$

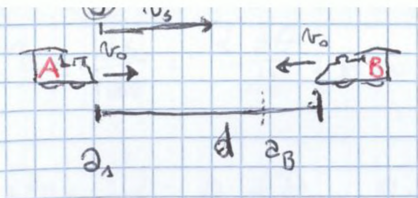
$$\frac{d^2 s}{dt^2} \vec{u}_T \qquad \frac{1}{R}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \vec{u}_N$$

DINAMICA

SISTEMA INERZIALE: sist. di rif. in cui le masse, se non vi è applicata una forza, rimangono nel loro stato di quiete o di moto rettilineo uniforme.

Un Pullman che frena non è un sist. inerziale.

→ CI SONO FORZE INERZIALI



$$\left[a_B = \frac{a_1 v_0^2}{2 d a_1 T - v_0^2} \right]$$

$$T = \frac{v_s}{v_s + v_0}$$

(1)
$$x_s = v_s t \qquad x_B = v_0 t$$

$$v_s t + v_0 t = d \qquad t = \frac{d}{v_s + v_0} \Rightarrow x_B = \frac{v_0 d}{v_s + v_0}$$

$$dist_{AB} = d - \frac{v_0 d}{v_s + v_0} = \frac{v_s}{v_s + v_0} d$$

(2) ~~All'istante t in cui~~ $x_A + x_B = dist_{AB}$ e $v_A = v_B = 0$: → IN 2 ISTANTI DIVERSI!

$$v_A = v_0 + a_1 t = 0 \Rightarrow t_A = -\frac{v_0}{a_1} \qquad x_A = v_0\left(-\frac{v_0}{a_1}\right) + \frac{1}{2} a_1 \left(\frac{v_0}{a_1}\right)^2 = -\frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a_1}$$

$$v_B = v_0 + a_B t = 0 \Rightarrow t_B = -\frac{v_0}{a_B} \qquad x_B = \dots = -\frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a_B}$$

$$\Rightarrow + \frac{v_0^2}{2a_1} + \frac{v_0^2}{2a_B} = -\boxed{\frac{v_s}{v_s+v_0}}\, d \Rightarrow v_0^2\, a_B + v_0^2\, a_1 + 2T d\, a_1 a_B = 0$$

$$\boxed{a_B \leq -\frac{v_0^2\, a_1}{v_0^2 + 2Td\, a_1}}$$

? → L'errore è nel non avere messo il segno ad accelerar. e velocità. → COSÌ L'ES. MI È VENUTO

4) ES. 24 LIBRO

Auto in moto con velox v_0 inizia a frenare e si ferma nello spazio ℓ. Quanto vale a_m di frenata se $a = \gamma t$?

$$a_m = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0} = -\frac{v_0}{\boxed{t_f}} \qquad (v_f \to 0,\ t_0 \to 0,\ t_f \to \text{incognita})$$

$$v = v_0 + \int_0^t \gamma t\, dt = v_0 + \frac{\gamma}{2} t^2 = 0 \qquad t_f = \sqrt{-\frac{2v_0}{\gamma}}$$

$$x = x_0 + \int_0^t \left(v_0 + \frac{\gamma t^2}{2}\right) dt = \qquad (x_0 \to 0)$$

$$= v_0 t + \frac{\gamma}{6} t^3 \qquad \ell = v_0 t_f + \frac{\gamma}{6} t_f^3$$

$$\Rightarrow a_m = -v_0 \sqrt{-\frac{\gamma}{2v_0}} = -\sqrt{v_0}\sqrt{-\frac{\gamma}{2}} = -\sqrt{\frac{-v_0\gamma}{2}}$$

~~Se volessi~~ Per il valore di γ :

$$\ell = v_0 \sqrt{-\frac{2v_0}{\gamma}} + \frac{\gamma}{6}\left(-\frac{2v_0}{\gamma}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$\dots = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \frac{v_0^3}{\ell^2} \Rightarrow \gamma = -\frac{8}{9}\frac{v_0^3}{\ell^2}$$

$$a_m = -\sqrt{\frac{8}{9}\frac{v_0^4}{2\ell^2}} = -\frac{2}{3}\frac{v_0^2}{\ell}$$

→ NON È 4, COME PREVISTO DAL LIBRO... ?

$$v_T = \frac{ds}{dt} = \frac{R\,d\theta}{dt} = R\,\omega(t)$$

$$a_T = \frac{d^2s}{dt} = R\,\frac{d^2\theta}{dt} = R\alpha(t)$$

$$a_N = \frac{1}{R}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = \frac{1}{\cancel{R}}R^{\cancel{2}}\omega^2 = R\omega^2$$

MOTO CIRCOLARE UNIFORME:

$$\alpha(t) = 0 \xrightarrow{\text{SOLITI METODI DI INTEGRAZIONE}} \omega(t) = \omega_0 = \omega(0)$$

La velocità angolare è costante.

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t$$

MOTO CIRC. UNIFORMEMENTE ACCELERATO:

$$\alpha(t) = \alpha_0$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha_0 t$$

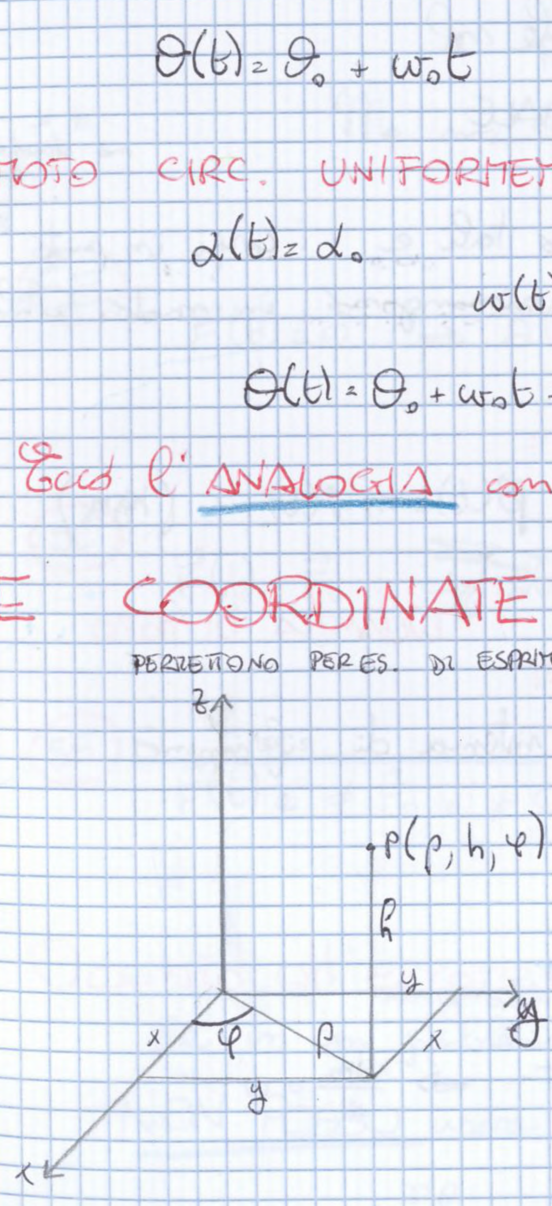
$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha_0 t^2$$

Ecco l'ANALOGIA con il moto rettilineo

LE COORDINATE CILINDRICHE

PERMETTONO PER ES. DI ESPRIMERE UN MOTO ELICOIDALE

dopo una rotazione di 2π la quota è cambiata



$$x = \rho\cos\varphi$$
$$y = \rho\sin\varphi$$
$$z = h$$

$$\begin{cases} \rho = \rho_0 \\ \varphi = \varphi(t) \\ h = h_0 + vt \end{cases}$$

A parità di $\vec{F}$, più grande è m e più piccola è $\vec{a}(t)$

ECCO DUNQUE la relazione tra moto e forze applicate

$$\vec{a}(t) = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{\vec{F}(t)}{m}$$

↳ eq. differenziale, con derivata seconda.

QUI C'È TUTTA LA DINAMICA

Nota $\vec{F}(t)$, posso risolvere l'eq. diff. del 2° ordine

Perciò avrò 2 costanti di integrazione

Ma noi abbiamo già $\left.\begin{array}{l}\vec{r}(0) = \vec{r}_0 \\ \vec{v}(0) = \vec{v}_0\end{array}\right\}$

SE $\vec{F}(t) = 0 \Rightarrow \vec{a}(t) = 0$

MOTO UNIFORME
(principio d'inerzia)

SE $\vec{F}(t) = \vec{F}_0 \Rightarrow \vec{a}(t) = \vec{a}_0$

MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

SE $\vec{F}(t)$ è $\neq \vec{F}_0$ e $\neq 0$ $\quad \vec{a} = \vec{a}(t)$

MOTO VARIO

Occhio all'errore:

Se in un problema ci è dato per es. che $\vec{F}(t) = e^{-3t}$

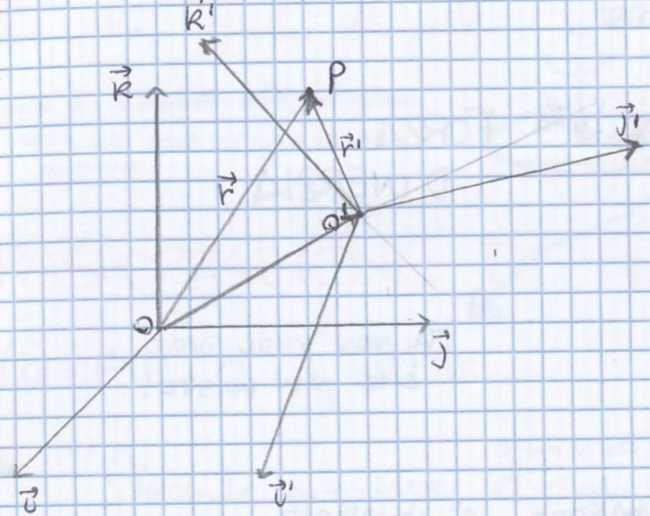
NON POSSO usare la formula del moto uniformemente accelerato.

Il moto è VARIO!

Esempio: urto macchina - muro

IMPULSO = $\vec{p}_1 - \vec{p}(0)$

CONFRONTI TRA SISTEMI DI RIFERIMENTO



$$\vec{r} = \vec{O} + \vec{r}'$$

$$\underbrace{\frac{d\vec{r}}{dt}}_{\text{velox di P risp. a O}} = \underbrace{\frac{d\vec{O}}{dt}}_{\text{velox di O' risp. a O}} + \underbrace{\frac{d\vec{r}'}{dt}}_{\text{velox di P risp. a O'}}$$

SE $\frac{d\vec{O}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{O} = \text{cost}$ & $\vec{\omega} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt}$

Il sistema O' è fermo rispetto a O e non ruota.

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = m\frac{d^2\vec{r}'}{dt^2} = m\vec{a}'$$

$$\vec{a} = \vec{a}'$$

SE $\frac{d\vec{O}}{dt} \neq 0$ e $\vec{\omega} = 0$ $\Rightarrow$ gli assi si muovono parallelamente

~~$\vec{O}(t) =$~~ $\frac{d\vec{O}}{dt} = \vec{v}_{O'}(t) \Rightarrow \vec{O}(t) = \vec{O}_0 + \int_0^t \vec{v}_{O'}(t)\,dt$

$$\vec{r}(t) = \underbrace{\vec{O}_0 + \int_0^t \vec{v}_{O'}(t)\,dt}_{\vec{O}} + \vec{r}'(t)$$

$$\frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \boxed{\vec{v}(t) = \vec{v}_{O'}(t) + \vec{v}'(t)}$$ $\rightsquigarrow$ questo non vale per la luce

Come già detto,

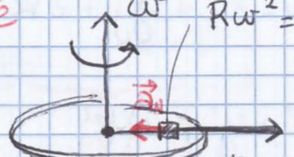
LA 1ª LEGGE DI NEWTON VALE SOLO IN UN CAMPO INERZIALE.

Altrimenti

$$\vec{F} - m\vec{a}_{O'} = m\vec{a}'$$

la F_N è data (es.) dall'attrito tra oggetto e pavimento o dalla tensione di 1 corda legato a 1 pto fisso.

Es: la giostra che parte



$R\omega^2 = a_N$

NOTA: $\vec{a}_N$ è ~~applicata~~ dalla piattaforma

⟹ IL CORPO SUBISCE UNA FORZA IN VERSO CONTRARIO.

FORZA D'INERZIA $= -m\vec{a}_N = -mR\omega^2$

$\vec{F} - mR\omega^2 = 0$

$\vec{F} + \underbrace{(-mR\omega^2)}_{\text{forza di inerzia}} = 0$

TRASFORMAZIONE DI GALILEO

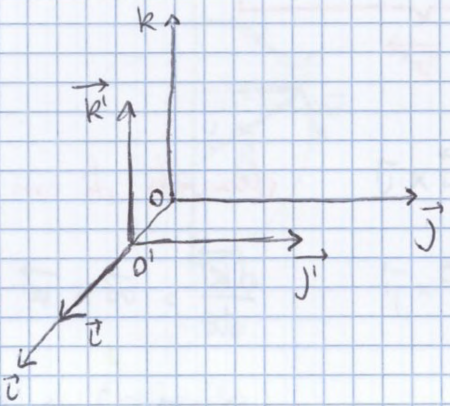
$$\vec{r}(t) = \vec{r}'(t) + \vec{O}_0 + \int_0^t \vec{v}_{O'}(t)\, dt$$

Facendo coincidere ~~$\vec{O}_0$ con gli assi~~ O' con O all'istante zero, con $\vec{v}_{O'}$ costante

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{v}_{O'} t \qquad \vec{v}_{O'} = |\vec{v}_{O'}|\,\vec{i}$$

MOTO PARALLELO ALL'ASSE $\vec{i}$

$$\begin{cases} x = x' + v_0 t \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases}$$



Lorentz ~~Einstein~~ dirà:

$$\begin{cases} x = \dfrac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \dfrac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{cases}$$

2?

$$\vec a = \frac{d\vec v}{dt} = \underbrace{\frac{d\vec v_{O'}}{dt}}_{\vec a_{O'}} + \frac{d\vec v'}{dt} + \cancelto{0}{\frac{d\vec\omega}{dt}\times r'} + \underbrace{\vec\omega \times \frac{d\vec r'}{dt}}_{\vec\omega\times\vec v' + \vec\omega\times(\vec\omega\times\vec r')} =$$

$$= \vec a_{O'} + \underbrace{\frac{d}{dt}\left(\frac{dx'}{dt}\vec i + \frac{dy'}{dt}\vec j + \frac{dz'}{dt}\vec k'\right)} + \vec\omega\times\vec v' + \vec\omega\times(\vec\omega\times\vec r')$$

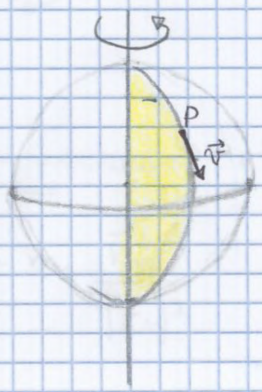
$$\underbrace{\frac{d^2x'}{dt^2}\vec i + \underbrace{\dots}_{\text{TERMINI ANALOGHI}}\dots}_{\vec a'} + \underbrace{\frac{dx'}{dt}\cdot\underbrace{\frac{d\vec i}{dt}}_{\vec\omega\times\vec i} + \dots}_{\vec\omega\times\vec v'}$$

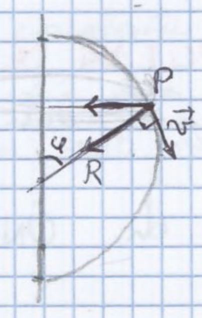
$$\boxed{\vec a = \vec a_{O'} + \vec a' + \underbrace{2\vec\omega\times\vec v'}_{\text{ACC. DI CORIOLIS}} + \vec\omega\times(\vec\omega\times\vec r')}$$

SULLA TERRA

3 ACCELERAZIONI : 2 centripete $\begin{cases}\text{rotaz. Terra} \\ \text{~~moto~~ rotaz. dell'asse}\end{cases}$

+ quella di Coriolis





$\varphi = 0 \begin{cases} a = 0 \\ a_N = \dfrac{v^2}{R_T} \\ a_C = 2\omega v \end{cases}$ $\qquad \varphi = \frac{\pi}{2} \begin{cases} a = \omega^2 R \\ a_N = \dfrac{v^2}{R} \\ a_c = 0 \end{cases}$ $\qquad \varphi = \pi \begin{cases} a = \omega^2 R \\ a_N = \dfrac{v^2}{R} \\ a_c = -2\omega v \end{cases}$

Coriolis

NORMALE ALLA PAGINA

$R_T = 6{,}4 \cdot 10^5\ m$

$\omega = 7{,}3 \cdot 10^{-5}\ s^{-1}$

Ponendo $v = 1000\ km/h$?

$\omega^2 R = 0{,}034\ m/s^2$

$\frac{v^2}{R} = 0{,}012\ m/s^2 \rightarrow g = 9{,}8\ m/s^2$, 1000 VOLTE + GRANDE!

$2\omega v = 0{,}041\ m/s^2 \Longrightarrow$ l'acc. di Coriolis è la + grande!

$\vec{F} = m_i \vec{a}$

PRINCIPIO DEBOLE DI EQUIVALENZA: $m_i = m_g$

SOLO PER QUESTO PRINCIPIO

abbiamo una relazione tra m_i e m_g

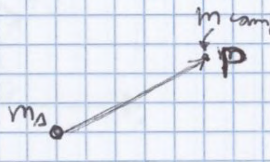
SI È DIMOSTRATO CHE SE $m_i = K m_g$

$K = 1 \pm 10^{-12}$

NON ESISTONO 2 grandezze fisiche uguali, c'è sempre un'incertezza (tranne per la velocità della luce)

Problema dell'$\boxed{\text{azione a distanza}}$

Rientra nel concetto di CAMPO DI FORZE



m_1 modifica tutto lo spazio circostante

(ciò si prova con una massa campione, il cui STATO FISICO è alterato da m_1)

CAMPO COULOMBIANO o CENTRALE

$$\frac{\vec{F}_{B1}}{m_B} = \vec{f}_{B1} = -G m_1 \frac{\vec{r}_{1B}}{|\vec{r}_{1B}|^3}$$

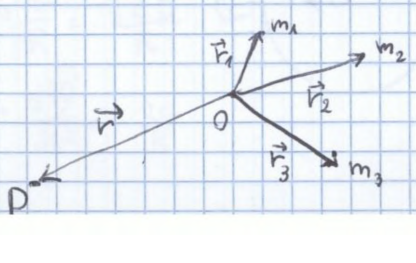
m crea in un punto che dista $\vec{r}$ dalla massa stessa un campo gravitazionale

ha le dimensioni di un'accelerazione

$$\vec{f}(\vec{r}) = -G m \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3}$$

In tale campo una massa m' subisce una forza $\vec{F} = \vec{f} m'$

$\boxed{\text{Se}}$ ho tante masse m_i messe nei punti $\vec{r}_i$ (sistema di particelle)



$$\vec{f}(\vec{r}) = -G \sum m_i \frac{(\vec{r} - \vec{r}_i)}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3}$$

$\theta_{0_1} = \frac{\pi}{2}$ $\qquad t^*: \ \theta_2 - \theta_1 = \frac{\pi}{2}$

↳ RUOTO + VELOCE

$\theta_{0_2} = 0$

$$\theta_2(t^*) = \omega_2 t^*$$

$$\theta_1(t^*) = \frac{\pi}{2} + \omega_1 t^*$$

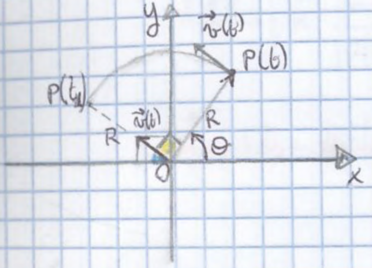
$$\omega_2 t^* - \frac{\pi}{2} - \omega_1 t^* = \frac{\pi}{2} \quad \rightarrow \quad t^* = \frac{\pi}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{\cancel{\pi} 1}{2\cancel{\pi} - \frac{\cancel{\pi}}{6}} h = \frac{6}{11} h$$

POCO + DI MEZZ'ORA

2) UN PUNTO SI MUOVE IN SENSO ANTIORARIO LUNGO TRAIETTORIA CIRCOLARE DI RAGGIO R CON LEGGE $s = ct^2$.

DETERMINARE:
- VELOCITÀ DOPO CHE HA PERCORSO $\pi/2$
- ESPRESSIONE IN FUNZIONE DEL TEMPO DELLE COMPONENTI CARTESIANE DELLA VELOCITÀ IN UN SIST. DI RIFERIM. CON CENTRO ≡ CENTRO TRAIETTORIA
- I VALORI DI ACCELERAZIONE TANGENZIALE E NORMALE

ES. 31 LIBRO



$$P(t) = s = ct^2$$

$$P(t_1) = \frac{\cancel{2}\pi R}{\cancel{4}\,2} = \frac{\pi R}{2}$$

$$\frac{\pi R}{2} = c t_1^2 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \sqrt{\frac{\pi R}{2c}}$$

$$\rightarrow \ v(t) = \frac{dP(t)}{dt} = 2ct \quad \Rightarrow \quad v(t_1) = 2c\sqrt{\frac{\pi R}{2c}} = \sqrt{2c\pi R}$$

$$\rightarrow \ v_x = v\cos\left(\pi - \frac{\pi}{2} - \theta\right) = v\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = v\sin\theta = 2c\sin\theta\, t$$

$$v_y = v\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = v\cos\theta = 2c\cos\theta\, t$$

$$\rightarrow \ \vec{a}(t) = \frac{d}{dt}(\vec{\omega} \times \vec{R}) = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{R} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{R}}{dt} \Rightarrow R\frac{d^2\theta}{dt^2} = |\vec{a}_T|$$

$$\omega^2 R = |\vec{a}_N|$$

$$\theta(t) = \frac{s(t)}{R} = \frac{ct^2}{R}$$

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{2ct}{R}$$

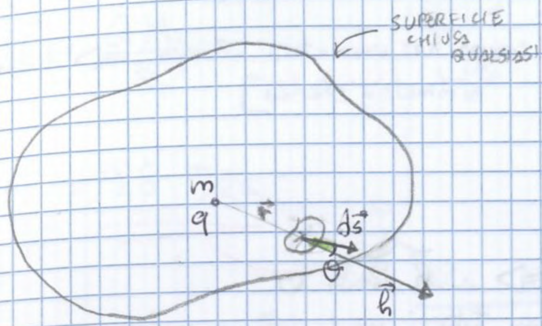
$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{2c}{R}$$

$$|\vec{a}_T| = 2c$$

$$|\vec{a}_N| = \frac{4c^2t^2}{R^2} \cdot R = \frac{4c^2t^2}{R}$$

TEOREMA DI GAUSS

Per semplicità scriviamo $\vec{h} = k \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3}$ $\quad k = \begin{cases} -Gm & \text{CAMPO GRAVITAZ.} \\ \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q & \text{CAMPO ELETTRICO} \end{cases}$

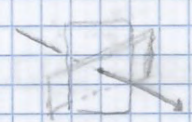


FLUSSO di $\vec{h}$ attraverso la SUPERFICIE CHIUSA: $\quad \phi = \int_S \vec{h} \cdot d\vec{s}$

$d\vec{s}$ è un vettore perché è normale alla superficie S e, poiché ogni superficie ha 2 facce, ha anche un verso

$$\phi = \int \vec{k} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3} \cdot d\vec{s}$$

$$\vec{r} \cdot d\vec{s} = |\vec{r}| \underbrace{|d\vec{s}| \cos\theta}_{\text{proiez. della superficie } \perp \text{ rispetto a } \vec{r}}$$



$$\phi = k \int_S \underbrace{\frac{\cancel{|\vec{r}|}}{|\vec{r}|^{\cancel{3}2}} |d\vec{s}| \cos\theta}_{\text{ANGOLO SOLIDO } d\Omega} = k \int_S d\Omega$$

Il flusso uscente da 1 superficie solida per un campo centrale è

$$\boxed{\phi_h = k 4\pi}$$

$\Omega = \frac{S}{R^2}$, esteso a tutta la superficie diventa $\frac{4\pi \cancel{R^2}}{\cancel{R^2}} = 4\pi$

CAMPO GRAVITAZIONALE DI UNA SFERA DI MASSA M

GIRARE

FORZA PESO

Risultato di una massa (m) dall'attraz. di gravità

$|\vec{f}| = \frac{GM_T}{R_T^2} =$ → TEOR. DI GAUSS sulla SUPERFICIE DELLA TERRA

$= 9,8\ m/s^2$

→ La ACC. DI GRAVITÀ è MOLTO ELEVATA:
la velx aumenta di 36 Km/h ogni secondo

QUANDO PESIAMO UN CORPO ABBIAMO LA FORZA PESO

$$P = 9,8\,\tfrac{m}{s^2}\,m$$

Le masse si ricavano da $\frac{P}{9,8\,m/s^2}$

Il peso è un vettore

$$\vec{P} = -mg\vec{k}$$

→ componente verticale

g NON è COSTANTE sulla superficie della Terra.

INFATTI:

- LA TERRA NON È UNA SFERA
- LA SUA DENSITÀ NON È UNIFORME

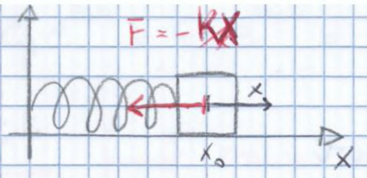
La GRAVIMETRIA ci dà il valore di g nelle varie parti del mondo.
Così ci consente di calcolare la DENSITÀ + vicina al punto in cui si misura

ES: nell'Isola d'Elba g è >, perché ci sono miniere di ferro.

g NON DIPENDE DALLA MASSA DEL CORPO

INVECE $\vec{P}$ DIP. DA m

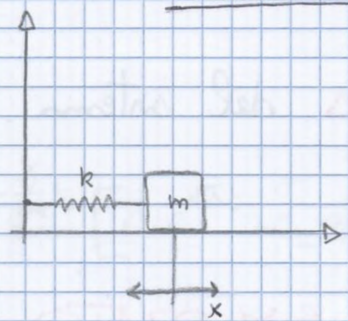
$$\vec{P} = -mg\vec{k}$$



Le forze elastiche hanno importanza almeno pari alla forza peso.

Esse producono il MOTO ARMONICO

MODELLO DELL' Oscillatore armonico



° NO ATTRITO

(in realtà parte dell'energia è dissipata sotto forma di calore)

All'inizio la massa è ferma

LEGGE DI HOOKE: SPOSTAMENTO DALLA POSIZ. DI EQUILIBRIO = 0 ⟹ FORZA ELASTICA = 0

$F = ma$

$-kx = m\frac{d^2x}{dt^2} \implies \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$

eq. diff. del 2° ordine

SOLUZ. DEL TIPO $x = e^{iqt}$ $(i = \sqrt{-1})$

$\frac{dx}{dt} = iqe^{iqt} = iqx$

$\frac{d^2x}{dt^2} = -q^2x$

$-kx = -mq^2x$ $\qquad q = \pm\sqrt{\frac{k}{m}} = \pm\omega$

ω vedremo che è proprio la freq. angolare

COSTANTE CARATTERISTICA DEL SISTEMA ω

k non vale mai ∞, altrimenti $x = \frac{-F}{\infty} = 0$

⟹ IL CORPO È INDEFORMABILE

$x(t) = c_1e^{iq_1t} + c_2e^{iq_2t} = c_1e^{i\omega t} + c_2e^{-i\omega t}$

c_1, c_2 dip. dalle condizioni iniziali

$$x(t) = c_1 e^{a_1 t} + c_2 e^{a_2 t} = c_1 \exp\left[-\frac{\gamma}{2m} + \sqrt{\Delta}\right]t + c_2 \exp\left[-\frac{\gamma}{2m} - \sqrt{\Delta}\right]t =$$

➡ $e^{-\frac{\gamma}{2m}t}$ può essere messo in evidenza

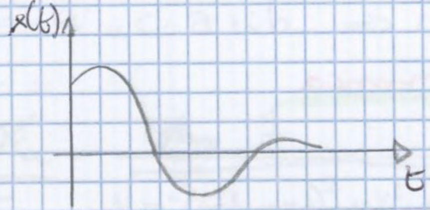
- $\Delta < 0 \Rightarrow$ avrò un $i = \sqrt{-1} \Rightarrow$ moto armonico
- $\Delta \geq 0$ $\quad \frac{\gamma^2}{4m^2} - \frac{k}{m} > 0 \qquad \gamma^2 > 4mk \rightarrow$ SMORZAMENTO FORTE

Quindi $\Delta < 0$ per $\gamma^2 < 4mk \rightarrow$ SMORZAMENTO PICCOLO

$\Delta > 0$

$$x(t) = e^{-\frac{\gamma}{2m}t}\left[c_1 e^{\sqrt{\Delta}t} + c_2 e^{-\sqrt{\Delta}t}\right] \qquad -\frac{\gamma}{m}t + \sqrt{\Delta}t < 0$$

MOTO DI RILASSAMENTO



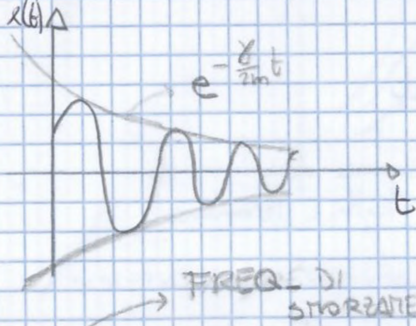
NO PERIODICITÀ

$\Delta < 0$

$$\sqrt{\Delta} = i\sqrt{|\Delta|}$$

$$x(t) = e^{-\frac{\gamma}{2m}t}\left[c_1 e^{i\sqrt{|\Delta|}t} + c_2 e^{i\sqrt{|\Delta|}t}\right] = e^{-\frac{\gamma}{2m}t}\left[\underbrace{(c_1+c_2)}_{A\sin\phi}\cos\sqrt{|\Delta|}t + \underbrace{i(c_1-c_2)}_{A\cos\phi}\sin\sqrt{|\Delta|}t\right] =$$

$$= e^{-\frac{\gamma}{2m}t} A \sin(\omega_s t + \phi)$$



+ GRANDE È LA MASSA, + PICCOLO È LO SMORZAMENTO

PERIODICITÀ

FREQ. DI SMORZAMENTO

$$\omega_s = \sqrt{\frac{\gamma^2}{4m^2} - \underbrace{\cancel{k/m}}_{\omega_0^2}} = \omega_0\sqrt{1 - \frac{\gamma^2}{4mk}}$$

→ QST È < 1

Questo caso è reale però se γ è molto piccolo e Δt è limitato $\Rightarrow \sim$ moto armonico

$= X_{oe}\left(\cos\varphi_e\, \omega_0^2 m + i\gamma\omega_e \cos\varphi_e - m\omega_e^2\cos\varphi_e + i\omega_0^2 m \sin\varphi_e - \gamma\omega_e\sin\varphi_e - i m\omega_e^2 \sin\varphi_e\right) =$

$= X_{oe}\left[m\left(\omega_0^2-\omega_e^2\right)\cos\varphi_e - \gamma\omega_e\sin\varphi_e\right] + i X_{oe}\left[m(\omega_0^2-\omega_e^2)\sin\varphi_e + \gamma\omega_e\cos\varphi_e\right]$

Le incognite sono $\underbrace{X_{oe}}_{\text{spostamento dovuto a } F_e}$ e $\underbrace{\varphi_e}_{\text{sfasamento tra spostamento e } F_e}$

LA SOLUZ. DEVE ESSERE $\boxed{\text{REALE}}$

$(a+ib)^2 = a^2 - b^2$

PARTE IMMAGINARIA = ZERO

$a^2 + b^2$

$$\operatorname{tg}\varphi_e = \frac{\gamma\omega_e}{m(\omega_e^2-\omega_0^2)}$$

$(a+ib)(a+ib)$

se $\gamma = 0$ (NO ATTRITO) $\varphi_e = 0$

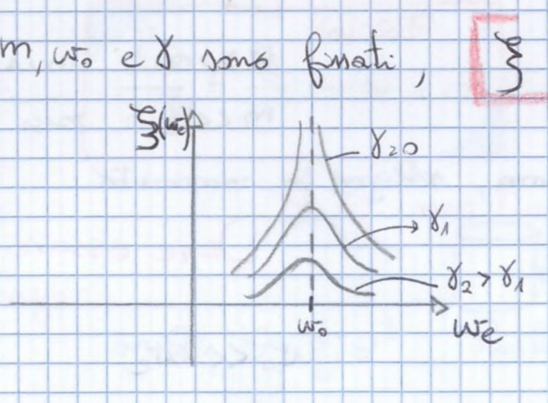
NO! CALCOLO IL MODULO DI ENTRAMBI I MEMBRI

Poiché se $c = a + ib \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2$ → MAH!

$$\frac{X_{oe}}{F_{oe}} = \frac{1}{\sqrt{m^2(\omega_0^2-\omega_e^2)^2 + \gamma^2\omega_e^2}} = \underbrace{\xi}_{\text{"CHI"}}$$

SUSCETTIVITÀ del sistema a una sollecitazione esterna

Visto che m, ω_0 e γ sono fissati, $\boxed{\xi \text{ è in funzione di } \omega_e}$



$x = \underbrace{\xi}_{\text{"CHI"}} F_{oe}\cos(\omega_e t + \varphi_e)$

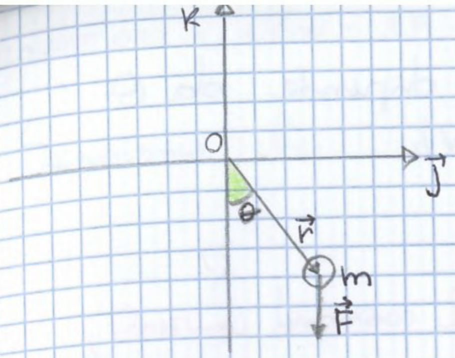
IL SISTEMA HA LA MASSIMA REATTIVITÀ A F_e QUANDO $\omega_e = \omega_0$,

cioè quando è in RISONANZA $\left(\varphi_0 = \frac{\pi}{2}\right)$

PROBLEMA PRESENTE ANCHE NELLE AUTO X VIA DELLE VIBRAZ. DEL MOTORE

PER ES. Ponte di Takoma col vento sollecitava. vento $\omega_e = \omega_0$ ponte ξ era troppo forte

È UTILE NELLE TELECOMUNICAZIONI



$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

$\vec{i}$ uscente dalla pagina

Chiamiamo $|\vec{r}| = \ell$

$$\vec{r}(t) = \ell \sin\theta(t)\,\vec{j} - \ell \cos\theta(t)\,\vec{k}$$

$$\vec{F} = -mg\vec{k}$$

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \ell(\sin\theta\,\vec{j} - \cos\theta\,\vec{k}) \times (-mg\vec{k}) = -\ell mg \sin\theta\,\vec{i}$$

ENTRANTE NELLA PAGINA

$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} = (\ell \sin\theta\,\vec{j} - \ell\cos\theta\,\vec{k}) \times m(\vec{\omega} \times \vec{r}) =$$

$$\vec{\omega} = \frac{d\theta}{dt}\vec{i}$$

$$= \ell m\,(\sin\theta\,\vec{j} - \cos\theta\,\vec{k}) \times \left[\frac{d\theta}{dt}\vec{i} \times (\ell\sin\theta\,\vec{j} - \ell\cos\theta\,\vec{k})\right] = \ell^2 m \frac{d\theta}{dt}(\sin\theta\,\vec{j} - \cos\theta\,\vec{k}) \times (\sin\theta\,\vec{k} + \cos\theta\,\vec{j})$$

$$= \ell^2 m \frac{d\theta}{dt}\left[\sin^2\theta\,\vec{i} + \cos^2\theta\,\vec{i}\right] = \ell^2 m \frac{d\theta}{dt}\vec{i}$$

Ponendo $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$

$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{\ell}\sin\theta = 0}$$

↳ eq. non lineare e non integrabile

MA per Taylor

$$\sin\theta = \theta - \frac{1}{3!}\theta^3 \qquad \text{Purché } \theta < 10\text{-}15°$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{\ell}\theta \quad \longleftrightarrow \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \; !$$

PERCIÒ $\theta(t) = \theta_0 \sin(\omega t + \phi)$

APPROSSIMAZIONE DELLE PICCOLE OSCILLAZIONI!

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

1 KILOWATTORA = 1 Kw · 1 h   così ottengo i J consumati

Sappiamo che $dW = F_T\, ds = m a_{(T)}\, ds = m \frac{dv_T}{dt} ds = m\, dv \frac{ds}{dt} = m v\, dv$

Lavoro fatto dalla forza per far variare la velox di m da v a $v+dv$

Lavoro da A a B:

$$\int_A^B dW = \int_A^B m v\, dv = \underbrace{\frac{1}{2} m v_B^2}_{} - \frac{1}{2} m v_A^2$$

ENERGIA CINETICA E_K

Perciò questo lavoro è $= \Delta E$ ← SEMPRE

---

1) UNA CANOA PERCORRE UN TRATTO RETTILINEO DI FIUME LUNGO 1 Km UNA VOLTA CONTROCORRENTE E UNA VOLTA A FAVORE DI CORRENTE IMPIEGANDO $t_1 = 20$ MINUTI E $t_2 = 15$ MINUTI. CALCOLARE LA VELOCITA' DELLA CORRENTE RISPETTO A RIVA.

v: VELOX DELLA CANOA RISPETTO A RIVA

u: VELOX CANOA RISP. ALLA CORRENTE

v_T: " CORRENTE RISP. A RIVA

$v = u + v_T \longrightarrow u = v - v_T$

CONTROCORRENTE:

$v_1 = u - v_T$

$v_1 = \frac{\ell}{t_1}$

SECONDO CORRENTE:

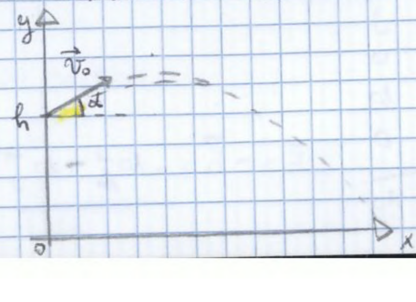
$v_2 = u + v_T$

$v_2 = \frac{\ell}{t_2}$

$\Rightarrow 2v_T = v_2 - v_1$

$$v_T = \frac{v_2 - v_1}{2} = \frac{\ell}{2}\left(\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1}\right) = \frac{1}{2}\mathrm{Km}\left(\frac{1}{\frac{1}{4}h} - \frac{1}{\frac{1}{3}h}\right) = 0,5\ \mathrm{Km/h}$$

2) UN PTO MATERIALE VIENE LANCIATO CON VELOCITA' $v_0 = 12\ m/s$ DA UNA FINESTRA ALTA 8 m DAL SUOLO. L'ANGOLO DI LANCIO CON L'ORIZZONTALE È 30°. DETERMINARE LA LEGGE ORARIA. CALCOLARE LA DISTANZA DALLA FINESTRA A CUI CADE IL SASSO E DOPO QUANTO TEMPO. CALCOLARE LA ~~QUANTITÀ~~ QUOTA MAX RAGGIUNTA.



$W = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$

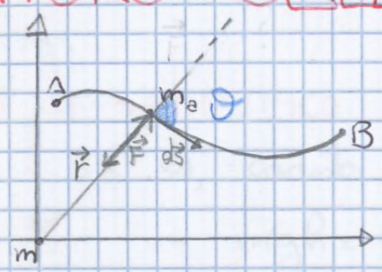
E_K è sempre ≥ 0

Se $W > 0 \rightarrow v_B > v_A$

Ogni corpo in movimento contiene un'energia, quando viene fermato cede la sua energia [occorre lavoro per arrestarne il moto]

Anche 1 Kg di carbone ha energia che, nelle locomotive, può essere trasformata in E_K

LAVORO DELLA FORZA DI GRAVITAZIONE



$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot \vec{ds} = \int_A^B -G\, m\, m_2 \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3} \cdot \vec{ds} = -G\, m\, m_2 \int_A^B \frac{\cancel{|\vec{r}|}\, |\vec{ds}| \cos\vartheta}{|\vec{r}|^{\cancel{3}\, 2}} =$$

$\xrightarrow{} dr$ componente di ds su dr

$$= -G\, m\, m_2 \int_A^B \frac{dr}{r^2} = G\, m\, m_2 \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

IL LAVORO DELLE FORZE DEL CAMPO PER SPOSTARE m_2 DIP. SOLO DA A e B, non dalla TRAIETTORIA!

Se $A \equiv B \implies W = 0$

Le FORZE GRAVITAZIONALI SONO CONSERVATIVE

W DIP. SOLO DA A e B, W con $A \equiv B$ è nullo

VEDI PG. 35 DISPENSE LAVORO FORZA PESO

I campi coulombiani sono CONSERVATIVI

$$E_{k,B} - E_{k,A} = E_{p,A} - E_{p,B}$$

$$\Rightarrow E_{k,B} + E_{p,B} = E_{k,A} + E_{p,A}$$

SOLO X LE FORZE CONSERVATIVE!

$$\Rightarrow E = E_k + E_p = cost$$

Teor di conservazione dell'en. meccanica

IN REALTA' in tutti i processi c'è una certa DISSIPAZIONE DI ENERGIA (per es. attrito con l'aria nella caduta di un grave)

IN UNA TRAIETTORIA CHIUSA

$$\Delta W = (E_{k,B} + E_{p,B}) - (E_{k,A} + E_{p,A}) = \Delta W_c + \Delta W_{nc} = \Delta W_{nc}$$

ΔW_c: conservative — $\emptyset$ in una traiettoria chiusa

ΔW_{nc}: forze non conservative

QST CI SEMPLIFICA I PROBLEMI

x es, caduta di un corpo: con quale velocità tocca il suolo?

$$\cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

Per es. 1000 m $\quad v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1000} = 10\sqrt{2}\ \text{m/s} \sim 141\ \text{m/s}$

LAVORO DI FORZE ELASTICHE

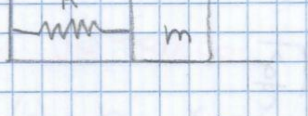
$F = -kx \quad$ qui $\vec{F} \parallel \vec{ds}$

$$W = \int_A^B \vec{F} \circ \vec{ds} = \int_A^B F\,ds = -k\int_0^x x\,dx = -\frac{1}{2}kx^2$$

il meno si può togliere, vuol solo dire che la molla ha ricevuto un lavoro

Un corpo elastico deformato ha un'ENERGIA ELASTICA

ENERGIA NELL' OSCILLATORE ARMONICO



NON METTO E_p perché rimane costante ($h = cost$)

$$E = E_k + E_{e\,(\text{elastica})} = \frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2}kx^2 =$$

$x = A\sin(\omega_0 t + \phi)$

$$\frac{dx}{dt} = \omega_0 A\cos(\omega_0 t + \phi) \Rightarrow E_k = \frac{1}{2}m\omega_0^2A^2\cos^2(\omega_0 t + \phi)$$

varia tra 0 e 1 $\Rightarrow E_c$ non si conserva

$$E_e = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega_0 t + \phi)$$

$E = E_k + E_p$

$$E_p = mgh = mgl(1-\cos\theta) \cong mgl\left(\cancel{1}-\cancel{1}+\frac{\theta^2}{2}\right) = mgl\frac{\theta^2}{2} =$$

$$\cos\theta \cong 1 - \frac{\theta^2}{2} \qquad\qquad = mgl\,\frac{\theta_0^2 \sin^2 \omega_0 t}{2}$$

$$E = \frac{1}{2} m l g \theta_0^2 \cos^2\omega_0 t + \frac{1}{2} m g l\, \theta_0^2 \sin^2 \omega_0 t = \frac{1}{2} m l g \theta_0^2$$

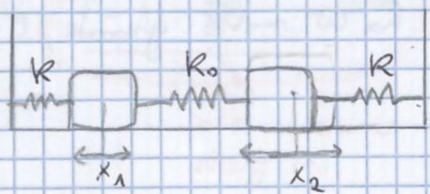
È proporzionale a θ_0^2

IN GENERALE

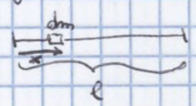
l'ampiezza di un moto armonico definisce l'energia TOT del sistema.

SISTEMA A 1 GRADO DI LIBERTÀ (stato definito da 1 sola grandezza)

SIST. A 2 GRADI DI LIBERTÀ



∞ i gradi di libertà: massa in una fune l



Per semplicità $k_1 = k_2 = k$ e $m_1 = m_2 = m$

2 grandezze: x_1 e x_2

MOTO MOLTO COMPLICATO

PBS

EQ. DI NEWTON
$$\begin{cases} m\dfrac{d^2x_1}{dt^2} = -kx_1 + k_0(x_2 - x_1) \\ m\dfrac{d^2x_2}{dt^2} = -kx_2 + k_0(x_1 - x_2) \end{cases}$$

vorrei $x_1 = x_1(t)$ e $x_2 = x_2(t)$

cosa consentita proprio dalla legge di Newton.

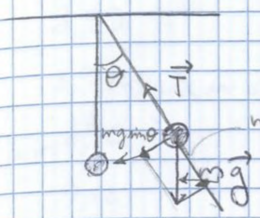
USO UN TRUCCO: (X DISACCOPPIARE LE 2 EQ.)

$p(t) = p = x_2 - x_1$ dist. tra le 2 masse

$q(t) = q = x_1 + x_2$ doppio del pto medio tra le 2 masse

FACCIO SOMMA e DIFF. DELLE 2 eq. DEL SISTEMA

LABORATORIO: PENDOLO SEMPLICE



$$m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a} \qquad \begin{cases} T - mg\cos\theta = \overbrace{ma_{\parallel}}^{\vec{F}_{centripeta}} \\ \boxed{-mg\sin\theta = m\underbrace{a_{\perp}}_{\text{acc. tangenz.}} = mL\dfrac{d^2\theta}{dt^2}} \end{cases}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\sin\theta = 0$$

Per $\theta < 7°$

$$\sin\theta \cong \theta$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0 \iff \frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0$$

$$\theta(t) = \theta_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad \omega^2 = \frac{g}{L}$$

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{g}{L} \implies T = \sqrt{\frac{L}{g}} \cdot 2\pi$$

2 OBIETTIVI:

1) "STATISTICA" misure ripetute di una stessa grandezza → almeno 100 volte

$\#$ classi $= \sqrt{N \text{ misure}} = 10$

$freq = \dfrac{\# n_i}{N}$ ← PER N grandi freq. → probabilità

a- ordino i dati dal + piccolo al + grande

AMPIEZZA CLASSI $= \dfrac{\text{maggiore} - \text{minore}}{\#\text{ classi}}$ h

b- FORMULA GAUSSIANA

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}$$

VALORE MEDIO / μ = media $= \dfrac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} T_i$

VARIANZA / $\sigma = \sqrt{\dfrac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{n}(T_i - \mu)^2}$

COSÌ ~~FUNZIONA~~
~~ANCHE~~ SE HO UN DATO SOLO NON FUNZIONA

Sovrappongo gaussiana

Probabilità $P = \int_a^b g(x)\,dx$ ma SUPPONGO P cost.

$$g(x) \cdot h \cong \frac{\# n_i}{N}$$

1,93	8,89	[illegible]	[illegible]	1,90	9,12	[illegible]	[illegible]
1,77	9,13	1,77	9,09	1,76	8,89	1,82	8,92
1,73	8,99	1,77	8,93	1,80	8,93	1,77	8,99
1,82	8,93	1,87	8,95	1,87	8,99	1,67	9,07
1,81	8,90	1,72	9,05	1,88	8,93	1,74	8,89
2,07	9,12	1,77	8,89	1,80	8,94	1,65	9,03
1,67	9,10	1,73	8,89	1,79	9,00	1,75	8,77
1,71	9,00	1,72	8,73	1,67	8,75	1,78	8,92
1,77	9,25	1,76	8,84	2,01	9,02	1,89	8,97
1,86	8,93	1,83	8,89	1,77	8,90	1,69	8,87
1,71	8,87	1,76	8,97	1,73	8,94	1,67	8,93
1,84	9,19	1,83	9,13	1,72	8,90	1,69	8,77
						1,81	9,01

Fili con L diversa

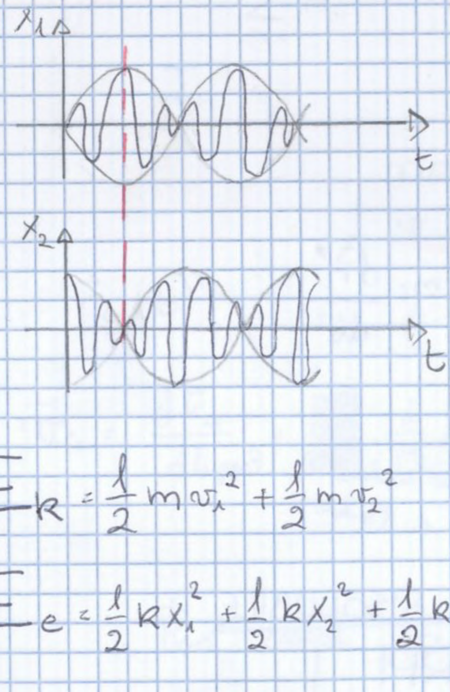
L filo: (728 ± 1) mm   No! $L = (753 \pm 1)$

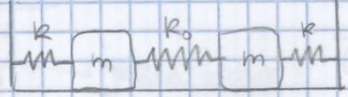
L filo $= (966 \pm 1)$ mm

L filo $= (475 \pm 1)$ mm

L filo $= (317 \pm 1)$ mm

L filo $= (805 \pm 1)$ mm





Quando x_1 è max, x_2 è FERMA (e ha velox ...)

$v_i = \frac{dx_i}{dt}$ $i = 1,2$

$$E_K = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m v_2^2$$

energia che passa da una massa all'altra

$$E_e = \frac{1}{2} k x_1^2 + \frac{1}{2} k x_2^2 + \frac{1}{2} k_0 \underbrace{(x_1 - x_2)^2}_{\text{DEFORMAZIONE DELLA 2° MOLLA}} = \frac{1}{2}(k+k_0) x_1^2 + \frac{1}{2}(k+k_0) x_2^2 - k_0 x_1 x_2$$

Qui l'energia è distribuita in tutto il sistema [molle e masse]

CONSIDERO $\vec{a}_i, \vec{v}_i, \vec{p}_i$

$$\left.\begin{array}{l}\vec{a}_i, \vec{v}_i, \vec{p}_i \\ \vec{L}_i = \vec{r}_i \times \vec{p}_i\end{array}\right\} E_{k,i} \quad E_{p,i}$$

$$\vec{F}_i = \vec{F}_i^{(i)} + \vec{F}_i^{(e)}$$

(e) → DOVUTA A CAUSE ESTERNE AL SISTEMA

(i) → DOVUTA A CAUSE INTERNE AL SISTEMA

STUDIO IL SISTEMA, non le singole particelle

RISULTANTE FORZE APPLICATE: $\vec{R} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = \underbrace{\sum_{i=1}^{N} F_i^{(i)}}_{} + \sum_{i=1}^{N} F_i^{(e)} = \vec{R}^{(e)}$

ZERO PER IL 3° PRINCIPIO DELLA DINAMICA: ogni $F_i^{(i)}$ ha la sua opposta $-F_i^{(i)}$

QUANTITA' DI MOTO TOTALE

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i = \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i$$

$\vec{L}$ TOT: $\quad \vec{L} = \sum_{i=1}^{N} \vec{L}_i = \sum_{i=1}^{N} \vec{r}_i \times m_i \vec{v}_i$

POSIZIONE DEL "CENTRO DI MASSA" G → È UN PUNTO GEOMETRICO

$$\vec{r}_G = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{M}$$

$\vec{r}_i$ → dip. dalla disposizione delle particelle e dalle loro rispettive masse

M → MASSA TOTALE

TIENE CONTO DELLA DISTRIBUZIONE DELLE MASSE NEL TEMPO ⇒ SI MUOVE ⇒ HA UNA VELOCITA'

$\vec{r}_G(t)$

$$\vec{v}_G = \frac{d\vec{r}_G}{dt} = \frac{1}{M} \underbrace{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i}_{\vec{P}} = \frac{\vec{P}}{M} \iff \vec{P} = M\vec{v}_G$$

(come se tutta la massa fosse nel centro di massa)

Può essere che $\forall \vec{p}_i \neq 0$, ma $\vec{P} = 0$

$$\vec{a}_G = \frac{d\vec{v}_G}{dt} = \frac{1}{M}\frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N} \underbrace{m_i \vec{a}_i}_{\vec{F}_i} = \frac{\vec{R}^{(e)}}{M} \iff \vec{R}^{(e)} = M\vec{a}_G$$

I^a EQ. CARDINALE dei sistemi di particelle

② $\sum_{i=1}^{N} \vec{r}_{ig} \times m_i \vec{v}_{ig}$

$\vec{L}_{TOT}$ nel sistema G

③ $$\sum_{i=1}^{N} \vec{r}_G \times \vec{v}_{ig} \cdot m_i = \vec{r}_G \times \underbrace{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_{ig}}_{0} = 0$$

(quantità di moto risp. al centro di massa)

④ $$\sum_{i=1}^{N} \vec{r}_{ig} \times m_i \vec{v}_G = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_{ig} \times \vec{v}_G = \sum_{i=1}^{N} m_i (\vec{r}_i - \vec{r}_G) \times \vec{v}_G =$$

$$= \underbrace{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}_{M\vec{r}_G} \times \vec{v}_G - \underbrace{\sum_{i=1}^{N} m_i}_{M} \vec{r}_G \times \vec{v}_G = M\vec{r}_G \times \vec{v}_G - M\vec{r}_G \times \vec{v}_G = 0$$

infatti $\vec{r}_G = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{M}$

1° TEOR. DI KÖNIG

$$\vec{L} = \vec{L}_G + \underbrace{\vec{L}_g}_{\text{MOMENTO ANGOLARE MISURATO NEL SISTEMA DEL CENTRO DI MASSA}}$$

2) $$E_K = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} m_i v_i^2 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} m_i (\vec{v}_{ig} + \vec{v}_G)^2 = \underbrace{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} m_i v_{ig}^2}_{} + \underbrace{\frac{1}{2}\underbrace{\sum_{i=1}^{n} m_i}_{M} v_G^2}_{\frac{1}{2} M v_G^2} +$$

$$+ \sum_{i=1}^{N} \underbrace{m_i \vec{v}_{ig}}_{\vec{P}_G = 0} \cdot \vec{v}_G = E_{K,g} + E_{K,G}$$

QUI NON C'È ALCUN LEGAME COL SISTEMA FISSO, C'È ANCHE SE G È FISSO

ENERGIA INTERNA

2° TEOR. DI KÖNIG

$$E_K = E_{K,g} + E_{K,G}$$

CONDIZ. INIZIALI: 6 N numeri

3 dati per $\vec{r}_0$

3 dati per $\vec{v}_0$

$$m_1 \frac{d^2\vec{r}_1}{dt^2} = \vec{F}_1(\vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_N, t)$$

N equaz.:

$$m_2 \frac{d^2\vec{r}_2}{dt^2} = \vec{F}_2(\vec{r}_1, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_N, t)$$

...

$$\begin{cases} v_x = \frac{dr_x}{dt} = -\omega R \sin\omega t \\ v_y = \omega R \cos\omega t \end{cases} \qquad \left[v(t) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\omega^2R^2\sin^2\omega t + \omega^2R^2\cos^2\omega t} = \omega R \right]$$

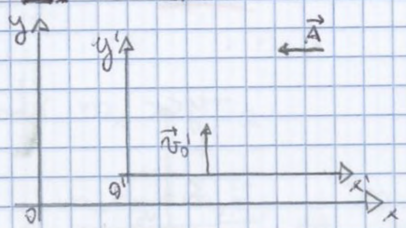
$$\to -\omega R \leq -\omega R \sin\omega t \leq \omega R \Rightarrow v_{max} = \omega R$$

$$a_x(t) = -\omega^2 R \cos\omega t \longrightarrow a_{max} = \omega^2 R$$

2) UNA SBARRA LUNGA ℓ SI MUOVE NEL PIANO (x,y) CON UN ESTREMO VINCOLATO A MUOVERSI SULL'ASSE x E L'ALTRO SU y. SE L'ESTREMO CHE SI MUOVE SU x HA VELOCITÀ v_0, QUALI SONO LA VELOCITÀ E L'ACCELERAZIONE DELL'ESTREMO CHE SI MUOVE SU y?

Per casa ✓ $\left[v_y = -v_0^2 T \quad a_y = -v_0^2 \ell^2 T^3 \right]$ con $T = (\ell^2 - v_0^2 t^2)^{-\frac{1}{2}}$

3) DURANTE LA FASE DI FRENAMENTO CON ACCEL. $\vec{A} = cost$. OPPOSTA ALLA VELOCITÀ DI UN VAGONE CHE SI MUOVE SU TRAIETTORIA RETTILINEA, UN CORPO VIENE LANCIATO IN VERTICALE DENTRO IL VAGONE CON VELOCITÀ $\vec{v}_0'$ VERSO L'ALTO. A CHE DISTANZA $\Delta x'$ IL CORPO RICADRÀ SUL PAVIMENTO?



Oxy:
$a = -g$

$O'x'y'$
$\vec{a}' = \vec{a} + \vec{A}' \qquad \vec{A}' = -\vec{A}$

$$\begin{cases} a'_x = -A \\ a'_y = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v'_x = -At \\ v'_y = v_0' - gt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' = x_0' - \frac{1}{2}At^2 \\ y' = 0 + v_0't - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

CONSIDERO IL CORPO LANCIATO DAL PAVIMENTO.

IL SASSO CADE PER TERRA QUANDO $y' = 0$

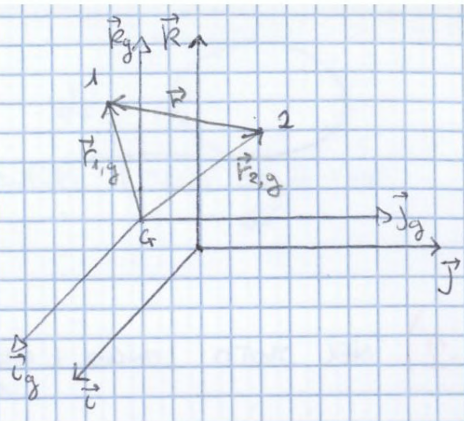
$$v_0't - \frac{1}{2}gt^2 = 0$$

$$t\left(v_0' - \frac{g}{2}t\right) = 0 \quad \begin{cases} t = 0 & \text{BANALE, NON MI INTERESSA} \\ t^* = \frac{2v_0'}{g} \end{cases}$$

$$x' = x_0' - \frac{1}{\cancel{2}} A \frac{\cancel{4}\,2\, v_0'^2}{g^2} \qquad \Delta x' = |x' - x_0'| = \frac{2v_0'^2 A}{g^2}$$

Per $N=2$,

$$\vec r_G = \frac{m_1 \vec r_1 + m_2 \vec r_2}{m_1+m_2}$$



$$\begin{cases} \vec r_1 = \vec r_G + \vec r_{1,g} \\ \vec r_2 = \vec r_G + \vec r_{2,g} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 \dfrac{d^2(\vec r_G + \vec r_{1,g})}{dt^2} = \vec F_1 \\ m_2 \dfrac{d^2(\vec r_G + \vec r_{2,g})}{dt^2} = \vec F_2 \end{cases} \quad -$$

$$\frac{d^2(\vec r_{1,g} - \vec r_{2,g})}{dt^2} = \vec F \underbrace{\frac{m_1+m_2}{m_1 m_2}}_{\frac{1}{\mu}}$$

Definiamo $\gamma = \dfrac{M_P}{M_\odot}$ (PIANETA, SOLARE)

SATURNO $\gamma \cong 10^{-3}$

MERCURIO $\gamma \cong 10^{-7}$

TERRA $\gamma \cong 10^{-6}$

Quando $m_1 >> m_2$

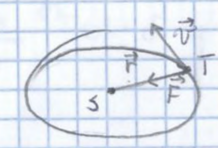
$$\boxed{\vec r_G = \frac{m_1 \vec r_1 + m_2 \vec r_2}{m_1+m_2} \cong \frac{m_1 \vec r_1 + m_2 \vec r_2}{m_1} = \vec r_1 + \frac{m_2}{m_1}\vec r_2 \cong \vec r_1}$$

$\Longrightarrow$ IL CENTRO DI MASSA COINCIDE (APPROSSIMATIVAMENTE) CON IL CENTRO DI m_1

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} \cong m_2$$

CIÒ GIUSTIFICA LE 3 LEGGI DI KEPLERO

1) I PIANETI DESCRIVONO ATTORNO AL SOLE ORBITE ELLITTICHE PIANE CON IL SOLE IN UNO DEI FUOCHI



$\vec M^{(e)} = \vec r \times \vec F = 0$

SUPPONIAMO $\vec F^{(e)} = 0$, cioè trascuriamo la presenza degli altri pianeti

$\dfrac{d\vec L}{dt} = \vec M^{(e)} = 0 \Longrightarrow \vec L = \text{cost}$

$\vec L = \vec r \times m\vec v$ è costante

$\Longrightarrow$ è sempre parallelo a se stesso

$\Longrightarrow$ l'orbita è PIANA

$$E = \overbrace{U + K}^{} = -mG\frac{M_T}{R} + \frac{1}{2}mv^2$$

Per $R \to \infty$ con la minima velocità possibile ($v = 0$ per $R \to \infty$)

$$E_{R \to \infty} = 0$$

Allora la velocità di fuga sarà data da

$$-\cancel{m}G\frac{M_T}{R_T} + \frac{1}{2}\cancel{m}v_f^2 = 0$$

$$v_f \cong 11'200 \ m/s$$

SATELLITI GEOSTAZIONARI: fermi relativamente a una località sulla Terra.

Poniamo $T = 24h$

$$\cancel{m}\underbrace{\omega^2}_{\frac{4\pi^2}{T^2}}R = G\frac{\cancel{m}M_T}{R^2} \implies R \cong 35,700 \ Km$$

C'E' UN PROBLEMA DI AFFOLLAMENTO DEI CIELI

ENERGETICA DEL SISTEMA DI PARTICELLE

$$\underbrace{W_j}_{\text{LAVORO DELLA PARTICELLA j-ESIMA}} = \int_{A_j}^{B_j} \vec{F}_j \cdot d\vec{s}_j =$$

$$= \int_{A_j}^{B_j} \left[\vec{F}_j^{(i)} + \vec{F}_j^{(e)}\right] \cdot d\vec{s}_j$$

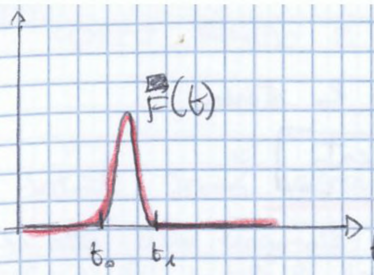
$$W = \sum_{j=1}^{N} W_j = \sum_{j=1}^{N}\left[\int_{A_j}^{B_j} \vec{F}_j^{(i)} \cdot d\vec{s}_j + \int_{A_j}^{B_j} \vec{F}_j^{(e)} \cdot d\vec{s}_j\right] = W^{(i)} + W^{(e)} = \Delta E_K$$

Quando $\vec{R}^{(e)} = 0$ NON HO $W^{(i)}$ e $W^{(e)} = 0$, perchè gli spostamenti delle particelle sono tra loro diversi

$$\implies \vec{a}_G = 0 \implies v_G = cost \implies E_{K,G} = costante$$

$E_K = E_{K,G}' + E_{K,G}$ En. cin. interna: solo qst varia se c'è W e $\vec{R}^{(e)} = 0$

$\implies \Delta E_K = \Delta E_{K,G}'$



URTO

$F(t)$ è difficilmente descrivibile

SIST. ISOLATO

$$\Longrightarrow \vec{R}^{(e)} = 0$$

$$\Longrightarrow \frac{d\vec{P}}{dt} = 0$$

1 $\quad m_1 \quad v_{1,i}$ i = iniz.

2 $\quad m_2 \quad v_{2,i}$

$v_{1,f} = ?$

$v_{2,f} = ?$

URTO COMPLETAMENTE ELASTICO:

→ l'energia elastica viene ritrasformata in Ek
⟹ conservaz. di Ek

$$\begin{cases} \cancel{\frac{1}{2}} m_1 v_{1,i}^2 + \cancel{\frac{1}{2}} m_2 v_{2,i}^2 = \cancel{\frac{1}{2}} m_1 v_{1,f}^2 + \cancel{\frac{1}{2}} m_2 v_{2,f}^2 \\ m_1 v_{1,i} + m_2 v_{2,i} = m_1 v_{1,f} + m_2 v_{2,f} \end{cases}$$

SI CONSERVA L'ENERGIA CINETICA...

e LA QUANTITÀ DI MOTO

$$v_{f,1} = \frac{2 m_2 v_{2,i} + (m_1 - m_2) v_{1,i}}{m_1 + m_2}$$

$$v_{f,2} = \frac{2 m_1 v_{1,i} + (m_2 - m_1) v_{2,i}}{m_1 + m_2}$$

Es: la massa m urta 1 muro

MASSA:

$m_1 \quad v_{1,i} \quad v_{1,f} = ?$

$\shortparallel$

m

MURO:

$m_2 = \infty \quad v_{2,i} = 0 \quad v_{2,f} = 0$

$$v_{1,f} = -v_{1,i}$$

URTO PARZIALMENTE ELASTICO

PARTE DELL'ENERGIA PUÒ ESSERE DISSIPATA PER ES. IN CALORE

SI CONSERVA $\vec{p}$, MA NON L'ENERGIA

$$E_{k1,i} + E_{k2,i} = E_{k1,f} + E_{k2,f} + \underbrace{K}_{\text{NON C'È CONSERVATIVITÀ}}$$

Si hanno soluz. solo se si conosce K

IL CORPO RIGIDO È UN SOLIDO

i solidi sono ANISOTROPI
(pensa alla cella esagonale: non è uguale in tutte le direzioni!)

→ i solidi sono CRISTALLINI
(quelli non cristallini in realtà sono liquidi ipercondensati)

esistono CRISTALLI LIQUIDI: gli atomi non occupano un reticolo, ma il loro spin di rotazione può essere tutto nella stessa direz.

SOLIDI: volume e forma
LIQUIDI: solo volume

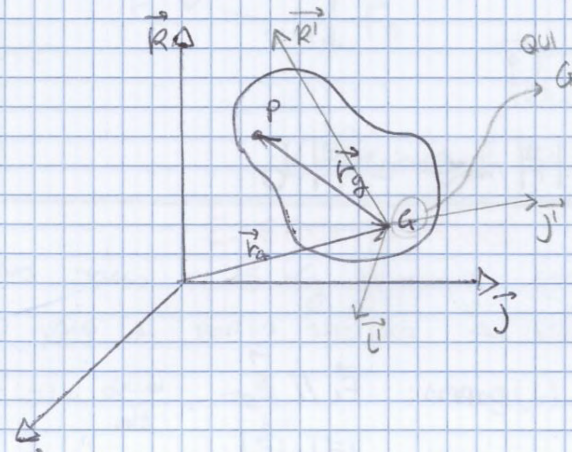
li consideriamo (per approssimazione) incomprimibili

sappiamo infatti che c'è la forza elastica $\vec{F}_e = k\vec{x}$

PERCIO'

$\rho = \frac{m}{V}$ $[\rho] = \frac{kg}{m^3}$

POSSIAMO DEFINIRE UNA DENSITA' COSTANTE



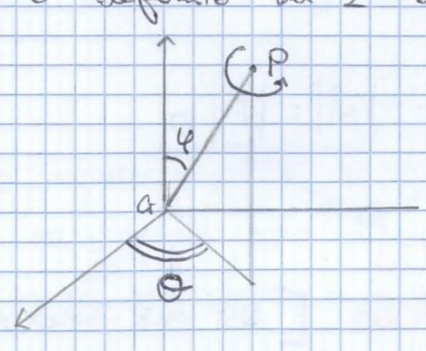
QUI G NON C'ENTRA COL CENTRO DI MASSA

NON POSSIAMO USARE UN VETTORE (3 numeri) PER DEFINIRE LA POSIZ. DEL CORPO

[NE SERVONO 6 NUMERI]

- FISSATO G, IL CORPO PUO' RUOTARE
- FISSATO $\vec{GP}$, " " " " ATTORNO A $\vec{GP}$
- FISSIAMO ALLORA UN ANGOLO ATTORNO A $\vec{GP}$

$\vec{GP}$ è definito da 2 angoli



6 NUMERI: (t)

$x_G(t)$
$y_G(t)$
$z_G(t)$

$\alpha = \cos(\vec{i}, \vec{i'})$
$\beta = \cos(\vec{j}, \vec{j'})$
$\gamma = \cos(\vec{k}, \vec{k'})$

COSENI DIRETTORI

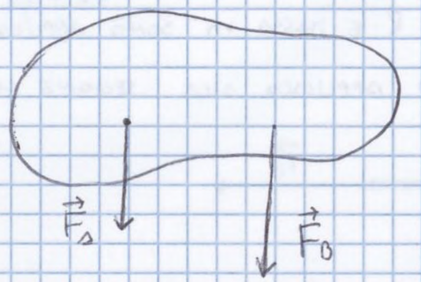
EQUILIBRIO DEL CORPO:

- $\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = \vec{R} = 0$
- $\sum_{i=1}^{N} \vec{M}_i = 0$ → QUESTA (NUOVA) CONDIZIONE DIPENDEREBBE DAL POLO

MA SI PUÒ DIMOSTRARE CHE, SE $\vec{R} = 0$, ESSA È INDIPENDENTE DAL POLO

- TRAZIONE
- COMPRESSIONE

CENTRO DELLE FORZE PARALLELE:



$\vec{F}_A \parallel \vec{F}_B$, $|\vec{F}_A| \neq |\vec{F}_B|$

$\vec{R} = \vec{F}_A + \vec{F}_B$

Perché il corpo sia in equilibrio, dobbiamo applicare una forza $-\vec{R}$

ESERCITAZIONE:

1) UNA MASSA DI 15 Kg SI MUOVE CON LEGGE DEL MOTO DATA DA $x(t) = 3 + 5t^{-1}$. QUANTO VALE LA FORZA APPLICATA ALL'ISTANTE $t = 2s$?

$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -\frac{5}{t^2}$ $\qquad a(t) = \frac{10}{t^3}$

$\vec{F}(2) = \frac{15 \cdot \cancel{10}^{5}}{\cancel{8}_{4}} = \frac{75}{4} = 18{,}75\ N$

2) UN CORPO SI MUOVE SULL'ASSE X SOTTO LA FORZA $F = a - bt$. SE PARTE DA FERMO DA $x = 0$, QUANTO VALGONO a e b AFFINCHÉ RIPASSI PER L'ORIGINE DOPO IL TEMPO t_0 CON VELOCITÀ v_0?

Però cosa √ da il "–", non mi convince.

$a = -\frac{2mv_0}{t_0}$ $\qquad b = -\frac{6mv_0}{t_0^2}$

3) UN CILINDRO AVENTE MASSA DI 55 Kg POGGIA SU 2 PIANI CHE FORMANO TRA LORO UN ANGOLO DI 90°. SE L'ANGOLO FATTO DA UNO DEI 2 PIANI CON L'ORIZZONTALE VALE 30°, QUANTO VALE LA FORZA APPLICATA A CIASCUNO DEI 2 PIANI?

[ES. 9]

IN SALITA:

$$E_{k_f} = 0 \qquad E_{k_i} = \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$W = \vec{F} \circ \vec{l} = m\vec{g} \circ \vec{l} = mgl \cos 120° = -\frac{mgl}{2}$$

$$-\frac{\cancel{m}}{2} g l = -\frac{\cancel{m}}{2} v_0^2 \Rightarrow l = \frac{v_0^2}{g} \cong \frac{10 \cdot \cancel{10}}{\cancel{10}} m = 10 m$$

IN DISCESA:

$$E_{k,i} = 0 \qquad E_{k_f} = \frac{1}{2} m v_2^2$$

$$W = \frac{mgl}{2}$$

$$\frac{1}{\cancel{2}} \cancel{m} v_2^2 = \frac{\cancel{m}}{\cancel{2}} g l \qquad v_2 = \sqrt{gl} \cong \sqrt{10 \cdot 10} \, m/s = 10 \, m/s$$

INFATTI IN ASSENZA DI ATTRITI W DA P A $P = 0 \Rightarrow \Delta E_k = 0 \Rightarrow v_0 = v_2$

SULLA TERRA

A CIASCUNA MASSA DEL CORPO RIGIDO È APPLICATA LA FORZA DI GRAVITÀ

gli atomi

$$F_i = m_i g$$

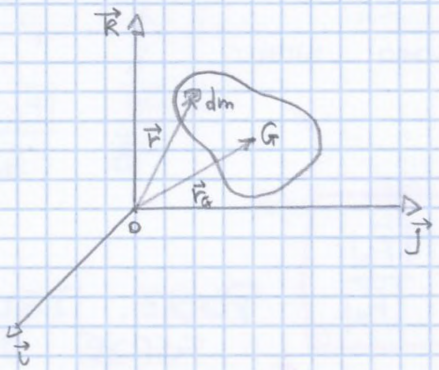
POICHÈ R_T È MOLTO GRANDE, POSSIAMO CONSIDERARE IL SISTEMA UN SISTEMA DI FORZE PARALLELE.

In questo caso G È DETTO BARICENTRO

$$x_G = \frac{\sum_{i=1}^{N} |\vec{F}_i| x_i}{\sum_{i=1}^{N} |\vec{F}_i|} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \cancel{g} x_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i \cancel{g}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i}$$

IN 3 DIMENSIONI

$$\vec{r}_G = \frac{\int_V dm\,\vec{r}}{\int_V dm}$$



POICHÈ IL CORPO RIGIDO È INCOMPRIMIBILE

SE È OMOGENEO

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

$$\vec{r}_G = \frac{\int \cancel{\rho}\, dV\, \vec{r}}{\int \cancel{\rho}\, dV} = \frac{\int \vec{r}\, dV}{V}$$

QUESTO VUOL DIRE CHE $\vec{r}_G$ È UNA PROPRIETÀ GEOMETRICA

ES. UNIDIMENSIONALE OMOGENEO

X_G NON DIPENDERÀ DALLA MASSA, MA SARÀ GEOMETRICO

M = massa

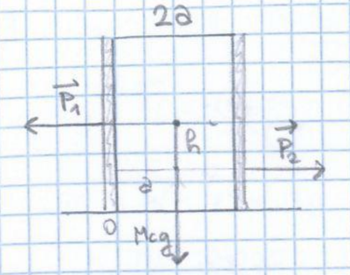
DENSITÀ LINEARE

$$\lambda = \frac{M}{L} \qquad [\lambda] = \frac{Kg}{m}$$

$$x_G = \frac{\int_V dm\, x}{\int_V dm}$$

$$dm = \frac{M}{L}\, dx$$

PER IL PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE:



COPPIA DI FORZE:

$$\vec{M} = P_1 h$$

(ANCHE RISP. AL POLO O SI POSSONO CALCOLARE I MOMENTI) — POSSO USARE QUALSIASI POLO XK $\vec{R} = 0$

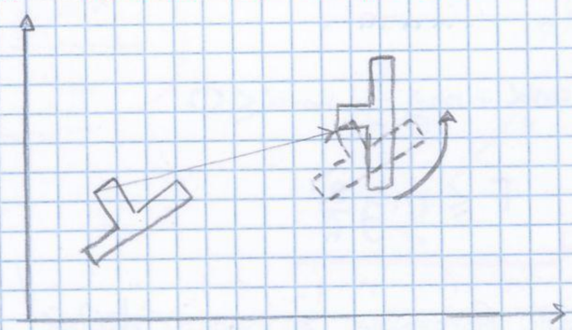
$$P_1 h = M_1 g b = M_c g a$$

$$\boxed{M_c = M_1 \frac{b}{a}}$$

(...) $r_1 + b + r_2 = 2a$ (...)

CINEMATICA DEL CORPO RIGIDO

NELLA TRASLAZIONE IL CORPO RIGIDO [SE NON CONTIAMO LA ROTAZIONE] SI COMPORTA COME UN SISTEMA DI PARTICELLE: $\vec{F} = M \vec{a}_G$



TRASLAZ. (anche non rettilinea): SI MUOVONO TUTTI I PUNTI

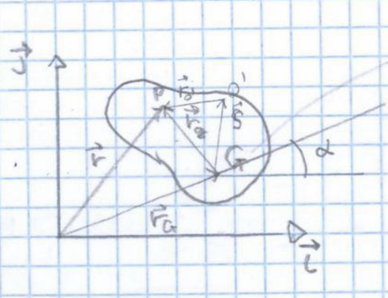
ROTAZ: SOLO 1 PTO RIMANE FERMO

x_G α
y_G β
z_G γ

se qsti sono cost, il moto è traslatorio

se qsti sono cost, il corpo ruota attorno a G

→ se è qui, il corpo NON È OMOGENEO

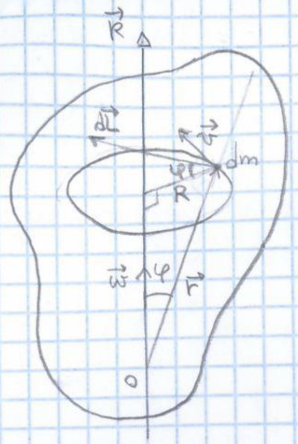


$$\vec{r} = \vec{r}_g + \vec{r}_G$$

SPOSTAMENTO DI P NEL SISTEMA FISSO = $d\vec{r} = d\vec{r}_G + d\vec{\alpha} \times \vec{r}_g$

TRASLAZIONE

$\vec{r}_g$ è un vettore di rotazione



ROTAZIONE CON $\vec{\omega} = \omega \vec{k}$ [cioè attorno all'asse $\vec{k}$]
↳ UGUALE A TUTTE LE PARTICELLE DEL CORPO RIGIDO

dm ha $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \Rightarrow v = \omega r \sin\varphi = \omega R$

Poiché $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$, $\quad d\vec{L} = \vec{r} \times dm\,\vec{v} \quad \vec{r} \perp \vec{v}$

$$dL = r v\, dm = \omega r^2\, dm \sin\varphi$$

Componente di $d\vec{L}$ su $\vec{k}$: $dL_z = dL \sin\varphi = \omega\, dm\, r^2 \sin^2\varphi = \omega \underbrace{dm\, R^2}_{dI}$

$$L_z = \int_V dL_z = \omega \int_V dm\, R^2 = \omega \underbrace{I_z} \qquad I_z = \int_V R^2\, dm$$

MOMENTO D'INERZIA, dip. dal corpo e dall'asse di rotazione

Dalla II eq. card. dei sist. di particelle so che

$$\vec{M}^{(e)} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

PERCIÒ

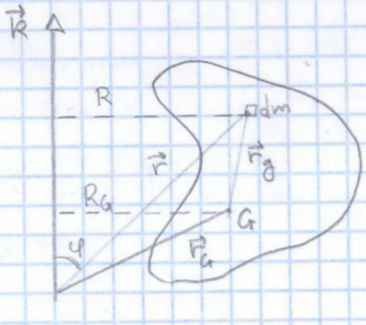
$$\underline{M_z^{(e)}} = \underbrace{\frac{dL_z}{dt}}_{L_z = I_z \omega} = I_z \frac{d\omega}{dt} = \underline{I_z \alpha} \rightarrow \text{ACC. ANG.}$$

EQ. FONDAMENTALE DELLA DINAMICA DELLA ROTAZIONE

TEOREMA DI HUYGENS-STEINER

: relazione tra I calcolato nel baricentro e I che passa per un altro asse

IMP. X L'ORALE!



$$dI = dm\, R^2$$

dI può anche essere espresso così:

$$dI = \frac{dm}{\omega^2} (\vec{\omega} \times \vec{r}) \cdot (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

INFATTI

$$\frac{dm}{\omega^2} (\vec{\omega} \times \vec{r}) \cdot (\vec{\omega} \times \vec{r}) = \frac{dm}{\omega^2} (\underbrace{\omega r \sin\varphi}_{R}) (\underbrace{\omega r \sin\varphi}_{R}) = \frac{dm}{\cancel{\omega^2}} \cancel{\omega^2} (r \sin\varphi)^2 = dm\, R^2$$

MA $\vec{r} = \vec{r}_g + \vec{r}_G$ $\qquad$ $\vec{r}_g$ è costante in modulo.

$$\Rightarrow dI = \frac{dm}{\omega^2} (\vec{\omega} \times \vec{r}_G + \vec{\omega} \times \vec{r}_g) \cdot (\vec{\omega} \times \vec{r}_G + \vec{\omega} \times \vec{r}_g) =$$

$$= \frac{dm}{\omega^2} \left((\vec{\omega} \times \vec{r}_G) \cdot (\vec{\omega} \times \vec{r}_G) + 2 (\vec{\omega} \times \vec{r}_G) \cdot (\vec{\omega} \times \vec{r}_g) + (\vec{\omega} \times \vec{r}_g) \cdot (\vec{\omega} \times \vec{r}_g) \right)$$

FORZA VINCOLARE: nel contatto tra 2 corpi, per es. se un corpo è posto in un piano, la forza vincolare si oppone alla forza esercitata dal corpo (la forza peso).

FORZA D'ATTRITO: forza F_t, tangente alle 2 superfici spinte l'una contro l'altra con forza N, che si oppone al loro movimento relativo.

$$F_t = -\underbrace{\mu}_{\text{COEFF. D'ATTRITO}} N$$

dip. dalla natura della superficie e dallo stato fisico del corpo: NON dalla velocità relativa!

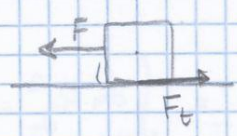
anche dalla temperatura: SE CRESCE SI ALLONTANANO LE PARTIC. D'ARIA CHE RIDUCEVANO L'ATTRITO

DINAMICO μ_d

STATICO μ_s

$$\mu_s > \mu_d$$

$\vec{F}$ parallela alla superficie mette in moto il corpo



$$\Leftrightarrow \quad F \geq F_t = \mu_s N = \mu_s mg$$

UNA VOLTA INIZIATO IL MOTO, la legge di Newton diventa

$$F - \mu_d N = ma$$

NB Le forze d'attrito NON sono CONSERVATIVE

SONO DISSIPATIVE

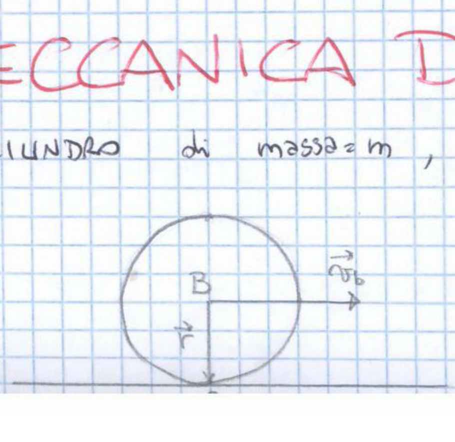
$$\underbrace{W}_{\text{W fatto dalla forza d'attrito}} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = -\mu_d N \underbrace{s}_{\text{SPOSTAMENTO}} < 0$$

$$\Rightarrow \Delta E_k < 0$$

DIMINUISCE L' E_K DELLA PARTICELLA

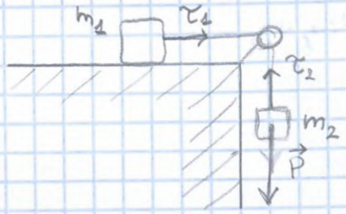
MECCANICA DEL ROTOLAMENTO:

CILINDRO di massa = m, raggio = r, mom. d'inerzia = I, baricentro = B



ESERCITAZIONE:

1) UN CORPO DI MASSA $m_1 = 1 Kg$ E' APPOGGIATO SU UN PIANO ORIZZONT. E' COLLEGATO CON FILO INESTENSIBILE ALLA MASSA $m_2 = 0,5 Kg$ APPESA. IN ASSENZA DI ATTRITI CALCOLARE L'ACCELERAZIONE CON CUI SI MUOVE m_1



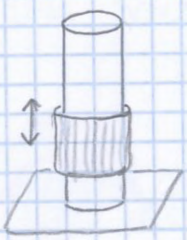
$$\tau_1 = m_1 \underbrace{a_x}_{\text{SOLO ORIZZ.}} \qquad \tau_2 - m_2 g = -m_2 a_y$$

$$|\vec{\tau}_1| = |\vec{\tau}_2| = \tau$$

FILO INESTENSIBILE: $|a_x| = |a_y| = a$

$$m_1 a = -m_2 a + m_2 g \qquad a = \frac{m_2}{m_1+m_2} g = \frac{\frac{1}{2}\cancel{Kg}}{\frac{3}{2}\cancel{Kg}} \cdot 10 \, m/s^2 \cong \frac{10}{3} m/s^2 \cong 3,3 m$$

2) UN MANICOTTO CILINDRICO DI MASSA $m = 0,3 Kg$ FERMO ALLA BASE DI UN'ASTA VIENE LANCIATO VERSO L'ALTO E RAGGIUNGE QUOTA $h = 3m$, POI RICADE AL SUOLO E LO RAGGIUNGE CON VELOCITA' $v = 5 m/s$. CALCOLARE L'IMPULSO DI LANCIO. SI CONSIDERI ATTRITO DINAMICO COSTANTE



FASE DI LANCIO:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{l} = \underbrace{-mgh}_{\text{PESO, OPPOSTO AL MOTO}} \underbrace{-Ah}_{\text{ATTRITO}}$$

$$W = \cancel{E_{K_2}} - E_{K_1} = -\frac{1}{2} m v_0^2$$

$$\Rightarrow +mgh + Ah = +\frac{1}{2} m v_0^2$$

FASE DI DISCESA:

$$W = \underbrace{mgh}_{\text{CONCORDE CON IL MOTO}} - Ah \qquad \Rightarrow mgh - Ah = \frac{1}{2} m v^2$$

$$W = \frac{1}{2} m v^2$$

$$+$$

$$2\cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2 + \frac{1}{2}\cancel{m}v^2$$

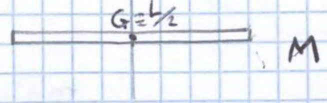
$$v_0^2 = \frac{4gh}{\cancel{\sqrt{2}}} - v^2 \cong 95 \, m^2/s^2$$

QUANTITA' DI MOTO IMPRESSA DA UNA FORZA

$$v_0 = \sqrt{4gh - v^2}$$

IMPULSO: $p(t) - \cancel{p(0)} = m\sqrt{4gh - v^2} = 0,3 Kg \sqrt{95} \, m/s \cong 3 Kg \, m/s$

PROBLEMA: Data una sbarra di massa M e lunga L, vogliamo calcolare I per la sbarra che ruota intorno a un asse che passa per G.



$$I = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dm\, x^2$$

$$dm = \underbrace{\frac{M}{L}}_{\text{densità lineare}} dx \Longrightarrow I = \frac{M}{L} \frac{x^3}{3}\Big|_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} = \frac{M}{3L}\left(\frac{L^3}{8} + \frac{L^3}{8}\right) = \frac{ML^2}{12}$$

Se l'asse fosse in un estremo $\Rightarrow$ I dipenderebbe dall'asse rispetto al quale stiamo calcolando.

$$I = \int_0^L \frac{M}{L} x^2 dx = \frac{ML^2}{3}$$

$\boxed{\text{NB: } I \text{ è sempre positivo}}$

LO STESSO RISULTATO SI PUÒ TROVARE CON IL TEOREMA DI Huygens-Steiner:

$$I = I_G + I_g \quad \text{in cui} \quad I_g = \frac{ML^2}{12}$$

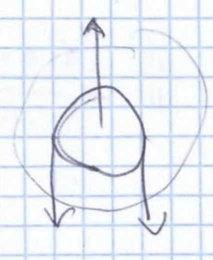
$$\text{e } I_G = M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{ML^2}{4}$$

$$I = \frac{1+3}{12} ML^2 = \frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{12}_{3}} ML^2 = \frac{ML^2}{3}$$

ALTRO PROBLEMA: Calcolare I di un cilindro rispetto a un asse sul bordo.

$$I_g = \frac{MR^2}{2} \qquad I = I_G + I_g = MR^2 + \frac{1}{2}MR^2 = \frac{3}{2}MR^2$$

Qui il calcolo è più complicato



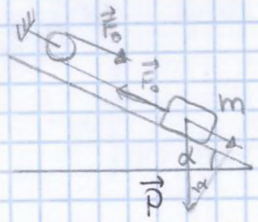
$$\left.\begin{aligned} \tau - m_1 g &= -m_1 a \\ \tau - m_2 g &= m_2 a \end{aligned}\right] \ominus \rightarrow -m_1 g + m_2 g = -m_1 a - m_2 a$$

$$\Rightarrow a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g$$

$$\Rightarrow \tau = m_1 (g - a) = m_1 g \left(1 - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) = m_1 g \, \frac{2 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{2 m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}$$

$$F = mg + 2\tau = mg + \frac{\cancel{2}\,4 m_1 m_2}{m_1 + m_2} g \cong \left(10 + \frac{4 \cdot 10 \cdot \cancel{6}^{\,3}}{\cancel{16}_{\cancel{4}\,2}} \cdot \cancel{10}^{\,5}\right) N = \cancel{+}\,160\,N$$

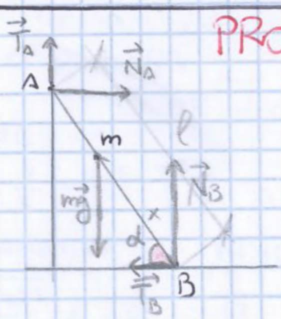
3) LA MASSA m SCORRE SENZA ATTRITO SU UN PIANO INCLINATO α. LA MASSA È TIRATA VERSO L'ALTO DA UN CAVO CUI È APPLICATA LA FORZA F_0 CHE AZIONA LA CARRUCOLA DI RAGGIO R. QUAL È L'ACCELERAZIONE CON CUI SALE m?



$\left[a = \frac{F_0 - mg \sin\alpha}{m} \right]$

FORSE

$$\frac{\vec{F}_0 - mg\sin\alpha}{m} = \cancel{m}\, a$$



PROBLEMA DI STATICA: CONDIZ. DI SICUREZZA?

m scala trascurabile

μ_s

(1) $\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = 0$ (2) $\sum_{i=1}^{N} \vec{M}_i = 0$

VEDIAMO LE FORZE APPLICATE AL CORPO DI CUI VOGLIAMO CALCOLARE L'EQUILIBRIO

$$T_A = \mu_s N_A$$

$$T_B = \mu_s N_B$$

(1) $\begin{cases} -mg + N_B + T_A = 0 & \rightarrow N_B = \frac{1}{1+\mu_s^2} mg \\ N_A - T_B = 0 & \rightarrow N_A = \frac{\mu_s}{1+\mu_s^2} mg \end{cases}$

COSÌ NON BASTA, mancano i MOMENTI

[a occhio e croce è strano che nelle formule non compaiano ℓ, x e

(2) USO COME POLO B

$$(\ldots) \quad x = \frac{\mu_s}{1+\mu_s^2} \ell \left(\mu_s + \tan\alpha\right)$$ (3ª CONDIZIONE)

CI INTERESSA CHE CI SIA EQ. FINO A $x = \ell$