NUMERO: 1075

DATA: 09/09/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Iannizzi

MATERIA: Elettrotecnica + Eserc.

Prof. Canavero

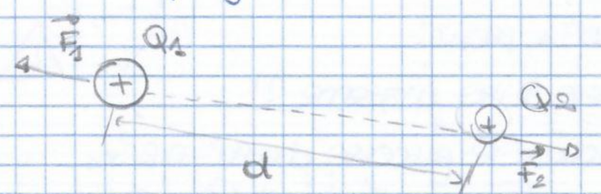
ELETTROTECNICA - 1ª Lezione 01/10/12

Fenomeni elettrici basati sulla presenza di cariche elettriche, che sono di due tipologie: + o - (modo di distinguere due proprietà ≠).
Carica elettrica è NON visibile, ma misurabile, in quanto ne vediamo gli effetti.
Le cariche sono presenti da una carica elementare, quella dell'elettrone che, x convenzione, ha specie ⊖ ed è indicata e^-.

$$e^- = 1,6 \cdot 10^{-19}\ C$$ RICORDA SEMPRE le UNITÀ di MISURA!!

Le cariche interagiscono tra di loro:
- due cariche della stessa specie → si respingono
- " " opposte → si attraggono.

La legge d'interazione è + complessa e mi permette di dire la forza con cui si attraggono e si respingono.



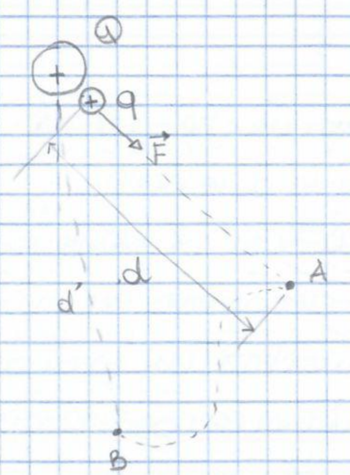
Si esercita una forza che è lungo la congiungente ed ha come verso:
- stesso segno: repulsivo
- segno opposto: attrattivo

$$F = K \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d^2}$$

Legge di Coulomb
Proporzionalità tra le masse e proporzionalità inversa al quadrato della distanza.

$K = 9 \cdot 10^9$

ESPERIMENTO



q si ferma in A

Non importa come la carica q sia arrivata in B.

Q è fissa
q è libera

$$\mathcal{L} = F \cdot d$$

Lavoro svolto x ottenere quest[o] spostamento

• Nuova grandezza:

$$\Phi = \frac{\mathcal{L}}{q}$$ Lavoro normalizzato

POTENZIALE (um. $\frac{J}{C}$)

$$\Phi = K \cdot \frac{Q \cdot \cancel{q}}{d^{\cancel{2}}} \cdot \cancel{d} \cdot \frac{1}{\cancel{q}}$$

$$\Phi = k \cdot \frac{Q}{d}$$

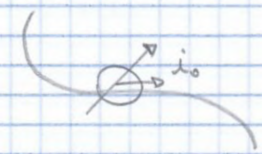
$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} \rightarrow i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t}$ Ecco il modo migliore x scrivere la corrente

$$= \quad i = \frac{dq}{dt}$$ La corrente è la derivata della carica.

Anche la corrente: $i \nearrow$ Se cambio la direzione della freccia e conto le cariche → valore negativo della corrente.

u. m. ampere = A $\left(\frac{C}{s}\right)$

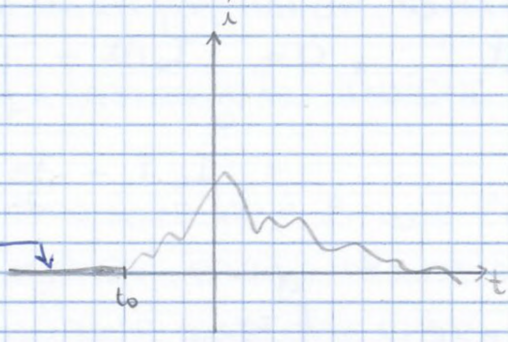
La corrente può essere misurata:



Per trovare le cariche → integro la corrente!

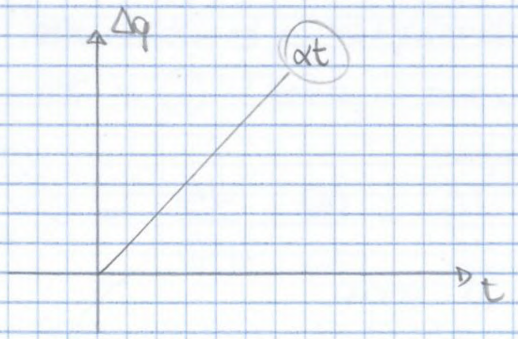
$$q = \int_{-\infty}^{t} i_0 \, dt$$

$$\int_{-\infty}^{t} = \cancel{\int_{-\infty}^{t_0} 0} + \int_{t_0}^{t} i \, dt$$

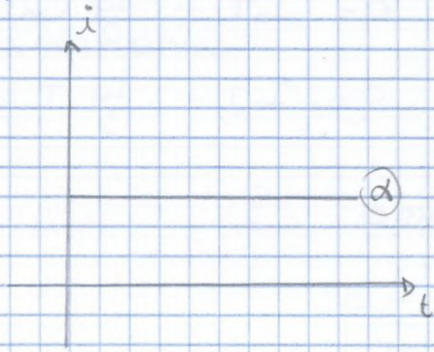


ESEMPIO

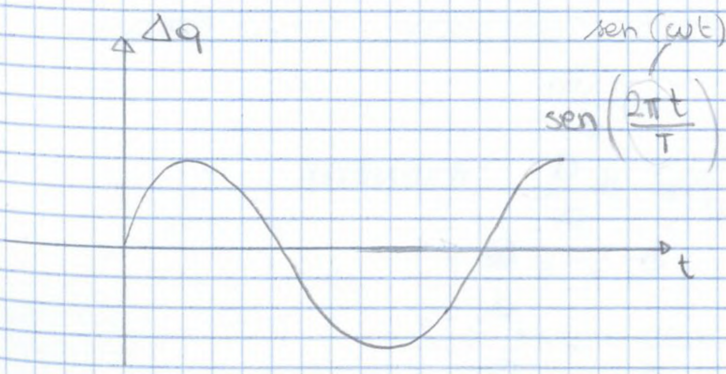
Sistema in cui le cariche che passano in un tempo t sono densità di carica:



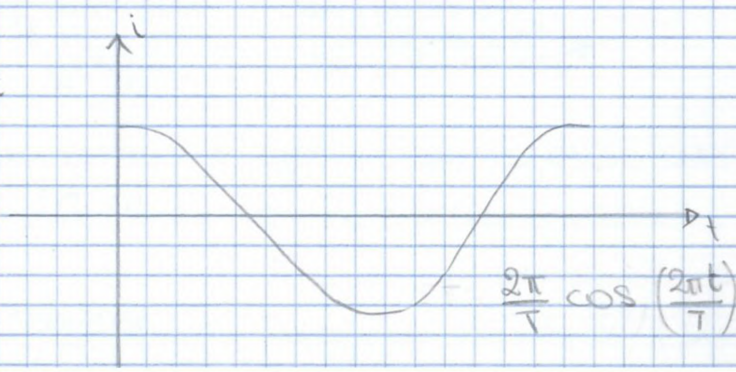
→



Invece se la corrente è fluttuante



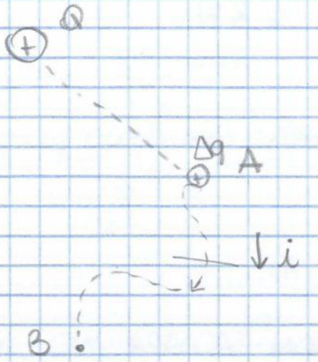
Andamento della carica PULSANTE o ALTERNATO



Tensione : $v_{AB} = \Phi_A - \Phi_B > 0$

Confrontando: $\Phi_A > \Phi_B$

Se in A supponiamo di avere molte cariche, si stabilisce la corrente.



$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Tutte le cariche passate da A a B danno una Δ di quantità di lavoro.
Se facciamo $\Phi_A - \Phi_B$ abbiamo la differenza dei lavori:

$v_{AB} = \Phi_A - \Phi_B = \frac{\Delta L}{\Delta q}$ MODO ANALOGO x esprimere la TENSIONE

Ho tot cariche in A poi queste si sono spostate in B sotto l'azione di Q (dal sole). Da B, hanno un potenziale inferiore, energia inferiore a quella di partenza. Però se c'è variazione, da qualche parte deve essere finita e si è trasformata in ENERGIA MECCANICA, MOTO.

$\Delta L > 0$ è la differenza di energia, quindi l'energia ~~persa~~ appartenente ~~dal~~ al campo elettrico che si è trasformata in energia meccanica.

Energia persa → ⊖ Energia acquisita → ⊕

Calcolo:

$$v_{AB} \cdot i = \frac{\Delta L}{\Delta q} \cdot \frac{\Delta q}{\Delta t} = \underbrace{\frac{\Delta L}{\Delta t}}_{\text{energia convertita}} = p$$

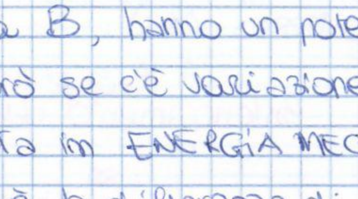
POTENZA

u.m. J/s = W watt

In tutti i sistemi elettrici, la potenza è sempre data da $\boxed{v_{AB} \cdot i}$.

L'energia rapportata al tempo convertita x effettuare un movimento.

ES:



Potenza
- persa: dal punto di vista del sist elettrico
- acquisita: dal punto di vista della carica che si è spostata

CONVENZIONE di SEGNO degli UTILIZZATORI (la freccia della tensione è opposta a quella della corren
Se scelgo la freccia della tensione e della corrente
non si utilizza!! ⚠ equiverse ⇒ CONVENZIONE di SEGNO dei GENERATORI e la potenza, p, rappresenta energia che arricchisce il sist elettrico)

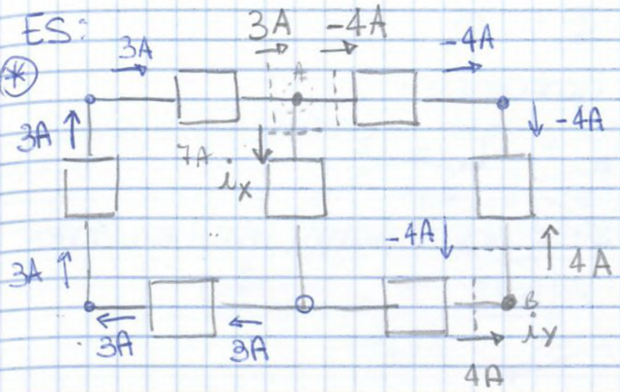
KCL_2: Ip: sup. chiusa con conduttori

Modo ≠ di esprimere la precedente legge.

$$\sum_k i_k = 0$$

correnti entranti oppure uscenti

ES: (*)



Sistema elettrico.

Suppongo di aver misurato le correnti su certi elementi.

Voglio trovare i_x senza fare misure.

Utilizzo il nodo con i 3 conduttori, il nodo lo chiamo A e applico KCL in A:

KCL_1: $\sum_n i_n = \sum_m i_m$

$3 = -4 + i_x$

$i_x = 3+4$

$i_x = 7$ A

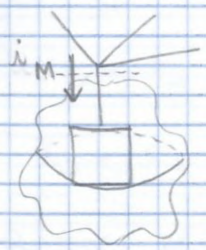
Voglio trovare i_y:

Nodo B

KCL_1 in B: $\sum_n i_n = \sum_m i_m$

$i_y = 4$ A

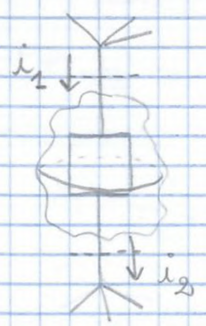
ES:



Elementi a MONOPÒLO

KCL → $i_M = 0$

Il monopolo dal punto di vista elettrico è poco interessante.



Elemento BIPÒLO

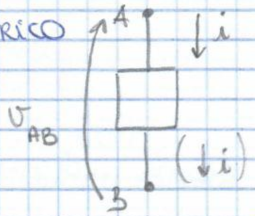
KCL → $i_1 = i_2$

Nell'esercizio precedente ho molti bipoli. (*)

→

ELEMENTI ELETTRICI

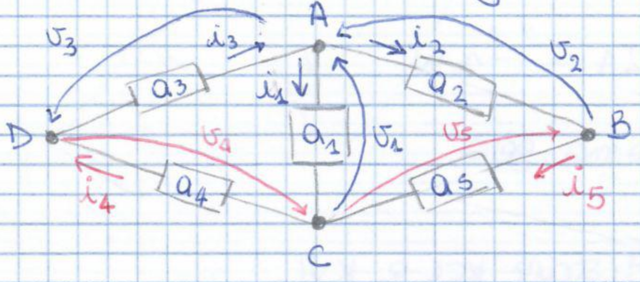
Elemento elettrico



Trasformazione di energia elettrica.
Sono tutti bipoli.
Nei terminali posso sempre definire una tensione.
Sempre convenz. degli utilizzatori

SISTEMA ELETTRICO o CIRCUITO

Insieme di elementi elettrici collegati fra loro.



A, B, C, D = nodi (p.ti di collegamento di 2o più elem. elettrici)

a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 = elem. elettrici o lati

Le frecce in rosso sono ricavate dalle leggi precedenti, mentre quelle in blu sono a caso.
Per ognuno degli elementi el. mettiamo tensione e corrente.
Su questo circuito supponiamo di aver fatto delle misure:

$i_2 = 2A$
$i_1 = 3A$

Applico KCL in A per trovare i_3: $i_3 = i_2 + i_1$
$i_3 = 2A + 3A$, $i_3 = 5A$

$i_5 = i_2 = 2A$ (Bipolo)

$i_3 = i_4 = 5A$

Applico KCL in C: $i_1 + i_5 = i_4$
$3A + 2A = 5A$ OK!

È una verifica, perchè non ho dato incognite.

Passando alle tensioni, misure:
$v_1 = 5V$
$v_2 = 7V$

Percorso chiuso: A → B → C → A. Applico KVL_2: $v_1 = v_2 + v_5$

$v_5 = v_1 - v_2$
$v_5 = 5V - 7V$
$v_5 = -2V$

Percorso chiuso: ho sempre 2 incognite. Per cui ho bisogno di un'altra misura.

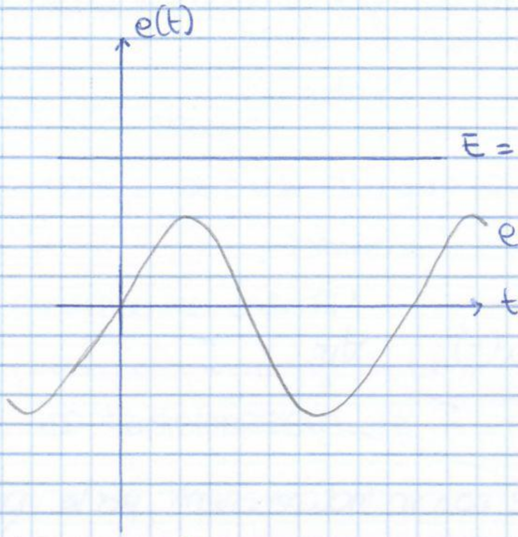
$v_3 = 2V$

A → B → C → A. Applico KVL_1: $v_1 + v_3 + v_4 = 0 \Rightarrow v_4 = -7V$

Quest' elemento funziona dando una tensione uguale ad una funzione:

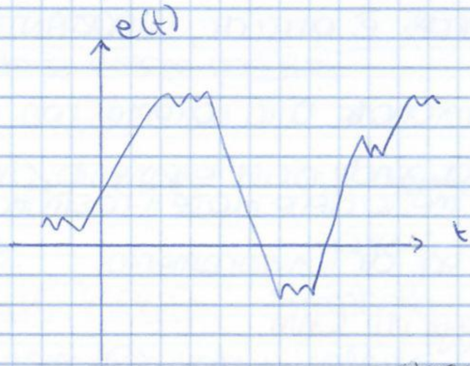
$$\boxed{v = e(t)}$$

ES:



E = cost (batteria: tensione costante)

$e(t) = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$: funz. di tensione oscillante o alternata

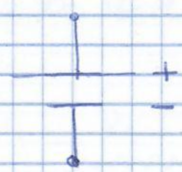


Ad es, la tensione del microfono.

La funzione e(t) viene chiamata grandezza IMPRESSA, mentre la notazione:

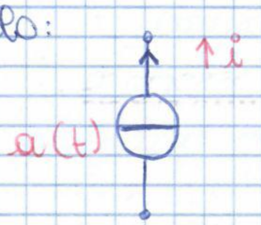
(Vi) $v = e(t)$ si chiama EQUAZIONE di FUNZIONAMENTO
↳ agisce solo sulla tensione, per cui la corrente non conta.

Simbologia per la BATTERIA:



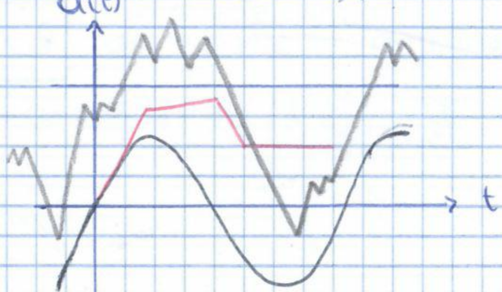
2) Generatore indipendente di corrente

Simbolo:



La freccia indica la direzione di uscita delle cariche positive (info che mi dà il costruttore del generatore).

a(t) = grandezza impressa (cm il generatore produce corrente)



Caso particolare

$R = 0$ o comunque $R \to 0$

$\boxed{p=0}$, $\boxed{v=0}$ Le cariche scorrono senza subire attrito. È un'idealizzazione fisica. Se avessimo un materiale eccellente questo potrebbe accadere.

non c'è Δ di energia

stessa energia potenziale ovunque nel resistore.

CORTO CIRCUITO Simbolo : o————o

Significato operativo nei calcoli!

Seconda forma della Legge di Ohm

Posso fare una trasformazione $\Rightarrow i = \frac{1}{R} v$

$\hookrightarrow$ CONDUTTANZA simbolo $G = \frac{1}{R}$

u.m. $\frac{A}{V}$ = siemens, S

Anche G deve essere positivo.

Caso particolare

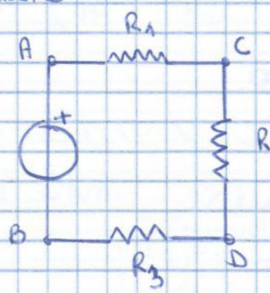
$G = 0 \Rightarrow i = 0$ Un elemento che crea un attrito così elevato che la corrente non passa.

$\Downarrow$

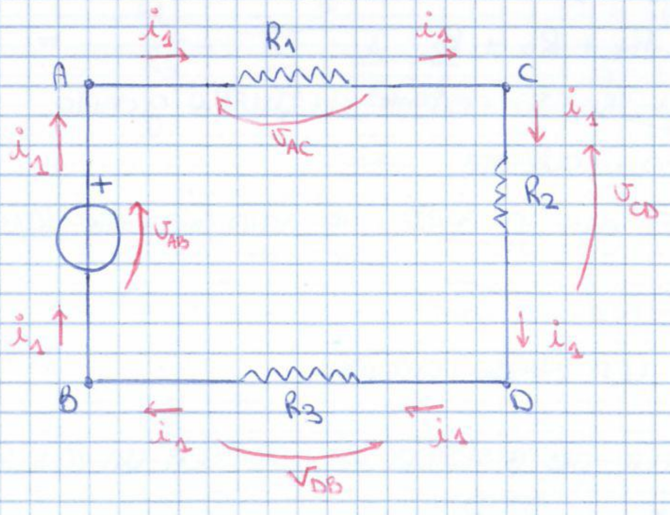
CIRCUITO APERTO Simbolo: o—— ——o oppure o—/ ——o

Verrà usato come artificio di calcolo

ESERCIZIO



→ metto le tensioni e le correnti



- i_1 è stata scelta a mio arbitrio
- v_{AB} per forza
- è sicuramente un percorso chiuso → Kirchoff per le tensioni. (KVL) *

* Le tensioni non sono tutte concordi → $\sum_{\circlearrowright} = \sum_{\circlearrowleft}$

$$v_{AB} = v_{AC} + v_{CD} + v_{DB}$$

$$\Downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow$$

$$e = R_1 i_1 + R_2 i_1 + R_3 i_1$$

* APPLICO la LEGGE di OHM

* " " " " "

* " " " " "

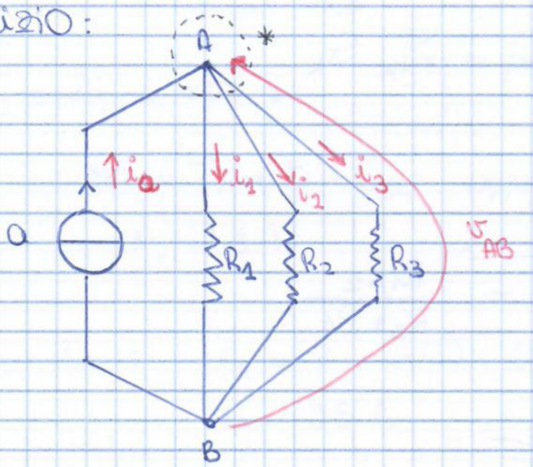
La tensione nel c.to grande su R_2 è uguale al generatore moltiplicato per la resistenza 2a fratto le resistenze totali.

REGOLA del PARTITORE di TENSIONE

Hp: percorso chiuso con un generatore di tensione e resistori in serie

$\Rightarrow$ tensione parziale sul resistore k $\Rightarrow$ $v_k = e \dfrac{R_k}{\underset{\text{tt i resistori}}{\sum_n R_n}} = e \dfrac{R_k}{R_{eq}}$

ESERCIZIO:



- i_a x forza
- v_{AB} arbitraria

* Superficie chiusa in A: KCL: $\sum_{\text{entr.}} = \sum_{\text{usc.}}$

$$i_a = \overbrace{i_1 + i_2 + i_3}$$

$$a = \frac{v_{AB}}{R_1} + \frac{v_{AB}}{R_2} + \frac{v_{AB}}{R_3}$$

Usiamo la 2ª forma della Legge di Ohm

$$a = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) v_{AB} \rightarrow \boxed{v_{AB} = \frac{a}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}}$$

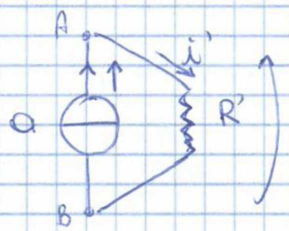
Trovato tensione tra gli unici due nodi del c.to.

Voglio trovare la corrente i_3:

Eq. di Ohm

$$\boxed{i_3} = \frac{v_{AB}}{R_3} = \frac{a}{R_3} \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \boxed{\frac{\frac{a}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}}$$

Confrontiamo questo circuito con:



$v_{AB} = R' a$

Le tensioni: sono la stessa cosa!

EQUIVALENZA:

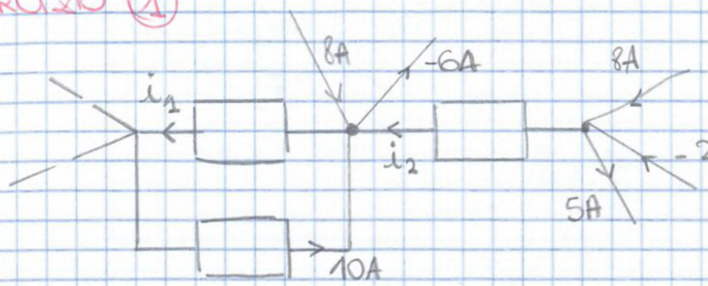
$$R' = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

ESERCITAZIONI del 9/10/12

Ing. Guido Lombardi

Oggetto email : CODICECORSO

ESERCIZIO (1)



i_1 ?

i_2 ?

$\Sigma_e = \Sigma_u \Rightarrow$ KCL :

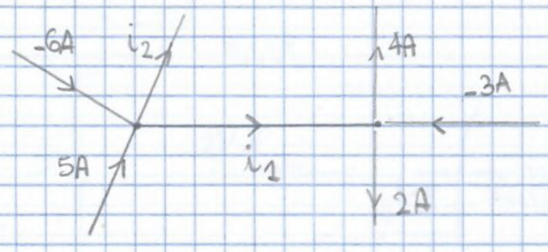
$8 + (-2) = 5 + i_2$ oppure $i_2 + 5 - 8 - (-2) = 0$

$i_2 = 1A$

$\Sigma_e = \Sigma_u$: $i_1 = 8 - (-6) + 10 + i_2$

$i_1 = 25 A$

ESERCIZIO (2)



i_1 ?

i_2 ?

$i_1 = 4 - (-3) + 2$

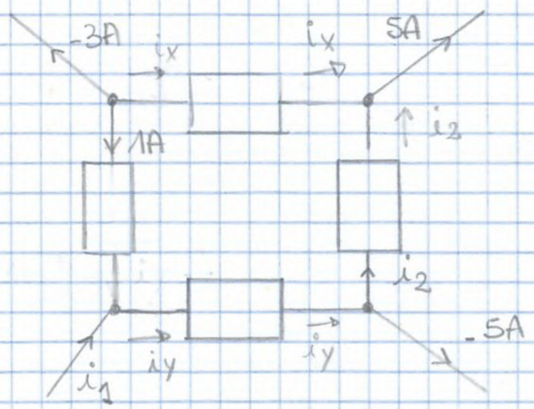
$i_1 = 9 A$

$i_2 = +(-6) + 5 - i_1$

$i_2 = -10 A$

Positive entranti negative uscenti

ESERCIZIO (3)



$i_1 = ?$

$i_2 = ?$

$i_1 = -3A$

$i_2 = 3A$

$i_x = -1A + 3A$

$i_x = 2A$

$i_2 = -i_x + 5A$

$i_2 = 3A$

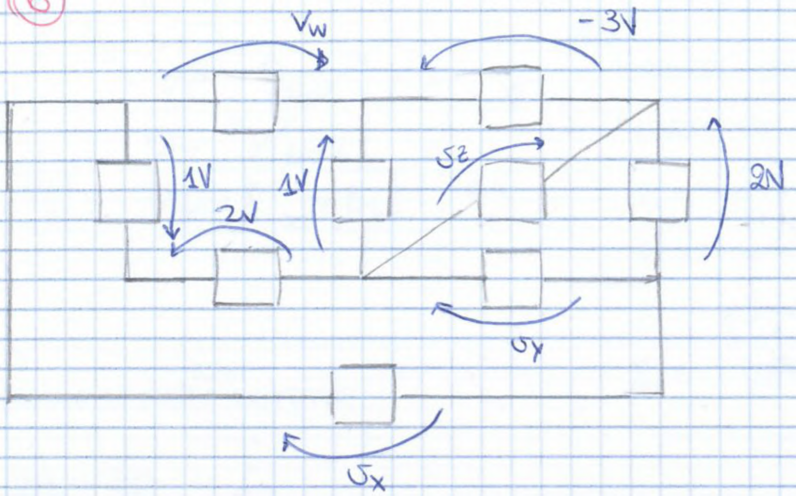
$i_y = i_2 + (-5)$

$i_y = -2A$

$i_1 = i_y - 1A$

$i_1 = -3A$

ESERCIZIO 6



$v_x = ?$

$v_y = ?$

$v_z = ?$

$v_w = ?$

$v_z - 3V = 1V$

$v_z = 4V$

$v_y + v_z = 2V$

$v_y = 2V - v_z$

$v_y = 2V - 4V$

$v_y = -2V$

$v_w + 2V = 1V + 1V$

$v_w = -2 + 1 + 1$

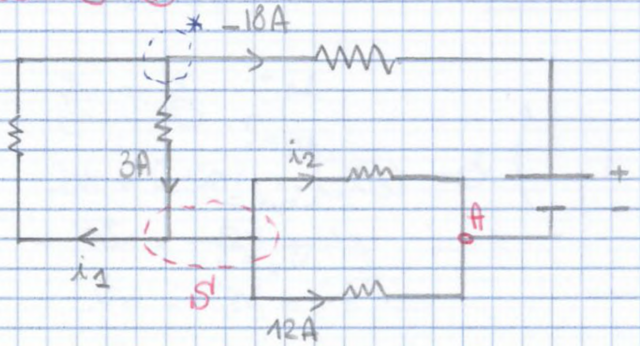
$v_w = 0$

$v_x + 1V = 2V + v_y$

$v_x = -1V + 2V - 2V$

$v_x = -1V$

ESERCIZIO 7



* Avrei anche potuto usare qst:

$i_1 = -18 + 3$

$i_1 = -15A$

A) $i_2 + 12 - 18 = 0$

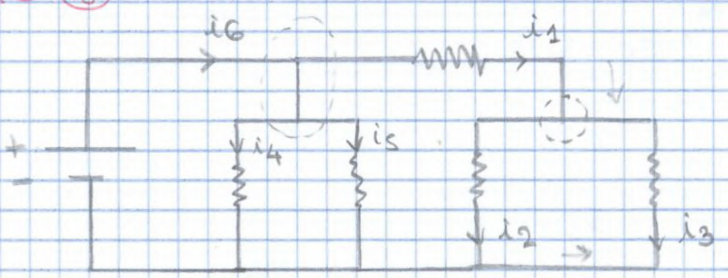
$i_2 = 6A$

S') $i_1 = 3 - i_2 - 12$

$i_1 = 3 - 6 - 12$

$i_1 = -15A$

ESERCIZIO 8



$i_1 = 4,5V$

$i_2 = 3A$

$i_4 = 0,5A$

$i_6 = 7A$

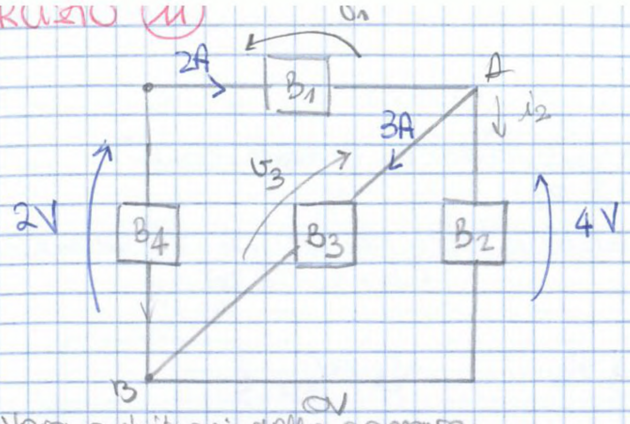
$i_3 = ?$ 1,5A

$i_5 = ?$ 2A

$i_3 = i_1 - i_2 = 4,5V - 3V = 1,5V$

$i_5 = -i_4 + i_6 - i_1$ $\quad i_6 = -0,5A + 7A - 4,5V$ $\quad i_5 = 2A$

ESERCIZIO (11)



Versi arbitrari delle correnti.

Potenza fornita su ogni elemento

$P_1 = -4W$

$P_2 = -4W$

$P_3 = 12W$

$P_4 = -4W$

i_2: $2A = 3A + i_2$

$i_2 = 2A - 3A$

$i_2 = -1A$

$\boxed{p_2 = 4V \cdot (-1A) = -4W}$ $P_2 = -4V \cdot (-1A) = 4W$

v_3: $\sum_{\circlearrowleft} = \sum_{\circlearrowright}$

$4V - v_3 = 0$

$4V = v_3$

$\boxed{P_3 = 4V \cdot 3A = 12W}$ $P_3 = 3A(-4V) = -12W$

v_1: $\sum_{\circlearrowright} = \sum_{\circlearrowleft}$

$2V + (-v_1) + (-v_3) = 0$

$-v_1 = -2V + v_3$

$v_1 = 2V - v_3$

$v_1 = 2V - 4V$

$v_1 = -2V$

$\boxed{P_1 = -2V \cdot 2A = -4W}$ $P_1 = 2V \cdot 2A = 4W$

$i_4 = -2A$

$\boxed{P_4 = -2A \cdot 2V = -4W}$

$P_4 = 2A \cdot 2V = 4W$

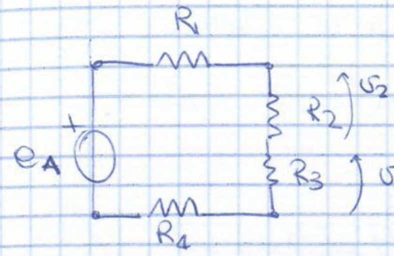
Sono giusti quelli scritti a penna!!
Quelli a matita → erogata da ...

Corollario 2 (Cti SERIE)

se $R_J >> R_k$ $(k = 1,2,\dots,N) \Rightarrow R_{eq} \geq R_J$

$R_{eq} = R_J \Rightarrow R_k = 0$ (ma sarebbe un caso di corto circuito)

Guardiamo il circuito dal p.to di vista del partitore:



$$v_3 = e_A \frac{R_3}{R_1+R_2+R_3+R_4}$$ [Verifica: $v_3 \leq e_A$]

$$v_2 = e_A \frac{R_2}{R_1+R_2+R_3+R_4}$$ [Verifica: v_2 molto piccolo, $v_2 << e_A$]

Corollario 3 (Cti SERIE)

se $R_J >> R_k \Rightarrow v_J \leq e$

$k \neq J$ $\qquad v_k << e$

CIRCUITI PARALLELO

$$R_{eq} = \frac{1}{\sum_k \frac{1}{R_k}}$$

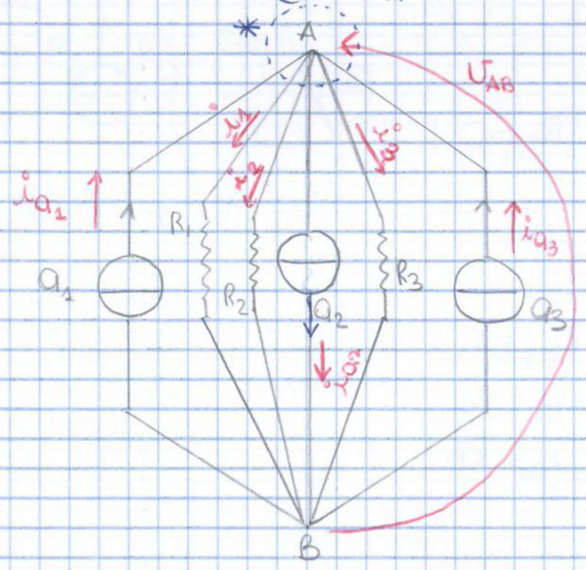
CASO PARTICOLARE (solo x 2 resistori): $R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}$

Partitore di corrente:

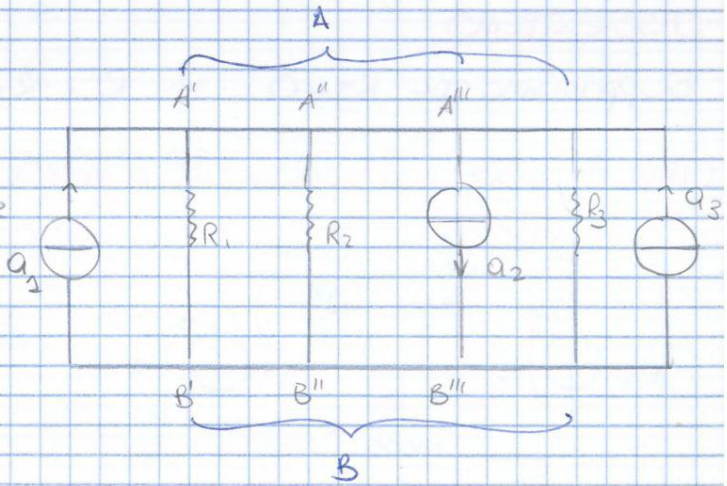
$$i_k = a \cdot \frac{\frac{1}{R_k}}{\sum_n \frac{1}{R_n}}$$

CASO PARTICOLARE (solo x 2 resistori): $i_1 = a \frac{R_2}{R_1+R_2}$

ES:



oppure



$i_{a_1} = a_1$

$i_{a_2} = a_2$

$i_{a_3} = a_3$

* Superficie chiusa: $\boxed{KCL}$

→

$v_{e_1} + (-v_1) + (-v_a) + (-v_{e_2}) + (-v_2) = 0$

$e_1 + (-R_1 i_a) + (-v_a) + (-e_2) + (-R_2 i_a) = 0$

$e_1, R_1 \Rightarrow$ dati problema

$i_a = a \rightarrow$ dato problema

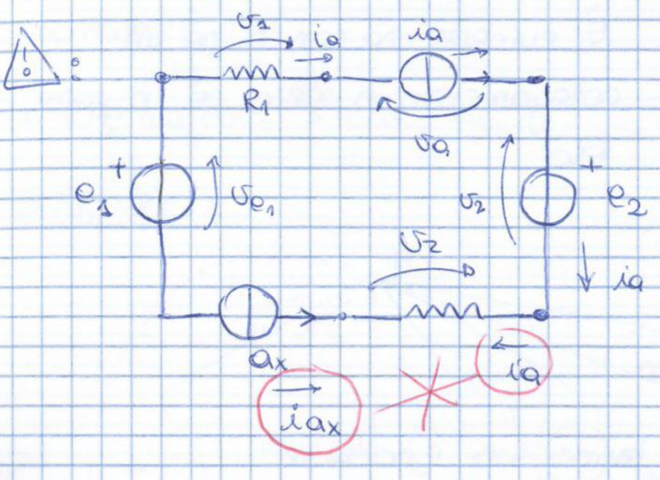
$e_2, R_2 \rightarrow$ " "

$$v_a = e_1 - R_1 a - e_2 - R_2 a \quad \text{Ok!}$$

Ho trovato la tensione sul generatore di corrente

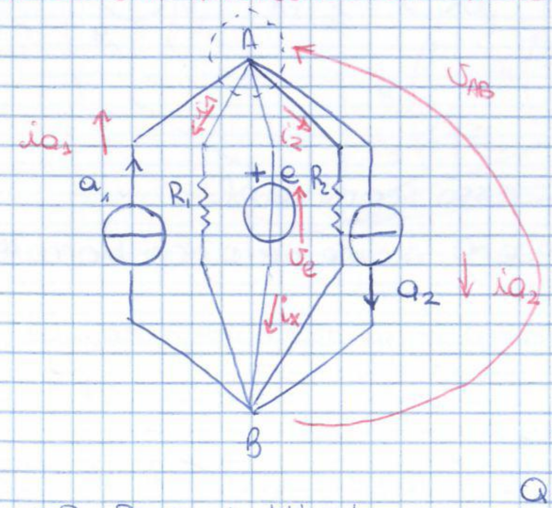
⚠ Su questo tipo di circuito NON è possibile applicare la regola del partitore, in quanto ha, come condizione, il fatto di avere solo generatori di tensione.

⚠:



Serie di gen. di corrente possono ∃ SOLO se hanno correnti impresse UGUALI

CIRCUITO in PARALLELO con GENERATORE di TENSIONE



$i_{a_1} = a_1$

$i_{a_2} = a_2$

$v_e = e$

$v_{AB} = e$

KCL su nodo A: $\sum_e = 0$

$a_1 + (-i_1) + (-i_x) + (-i_2) + (-a_2) = 0$

$a_1 + \left(-\frac{e}{R_1}\right) + (-i_x) + \left(-\frac{e}{R_2}\right) + (-a_2) = 0$

$a_1, e, R_2, R_1, a_2 \Rightarrow$ dati prob.

$i_x \rightarrow$ incognita

$$i_x = a_1 - \frac{e}{R_1} - \frac{e}{R_2} - a_2 \quad \text{Ok!}$$

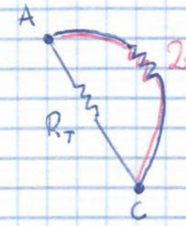
Posso trovare la corrente i_x sul generatore di tensione

⚠ Di nuovo, non posso applicare la regola del partitore di corrente.

⚠ Se aggiungo un nuovo generatore di tensione e con verso opposto, allora non va bene.

Hp_Δ : In B non c'è nessun collegamento. In A e C sì.

$\Downarrow$



(Ho sommato le 2 parti)

$\Rightarrow$ Sono in PARALLELO

$$R_{eq,AC} = \frac{R_T \cdot 2R_T}{R_T + 2R_T} = \frac{2R_T^{\cancel{2}}}{3\cancel{R_T}} = \frac{2R_T}{3}$$

Equivalenza:

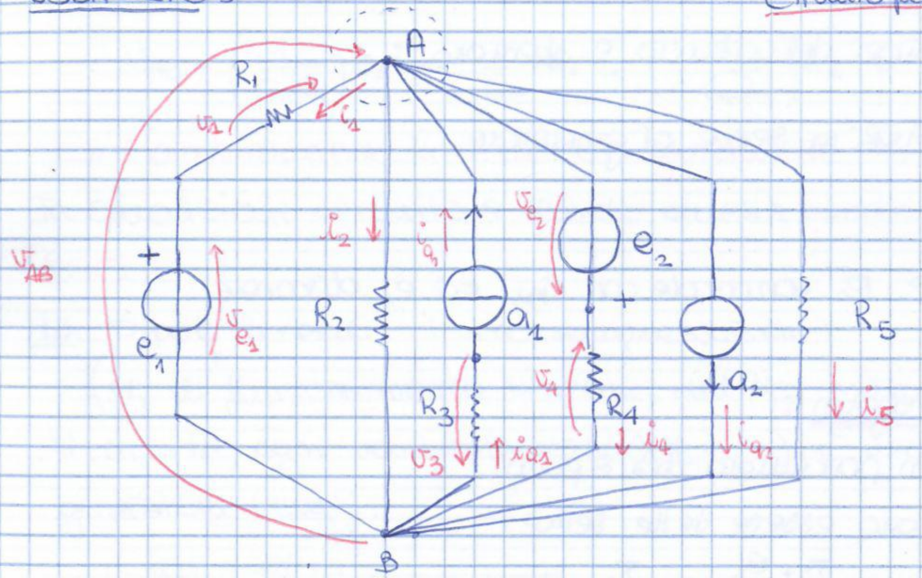
$$\cancel{2} R_y = \frac{\cancel{2}}{3} R_T \Rightarrow \boxed{R_y = \frac{1}{3} R_T \quad R_T = 3R_y}$$

X ricordare: !

↳ R (T)riangolo = 3 volte R_y

ESERCIZIO:

Circuito parallelo di elementi serie



$v_{e_1} = e_1$

$i_{a_1} = a_1$

$v_{e_2} = e_2$

$i_{a_2} = a_2$

R_1 collegato in serie al gen. e_1 → corrente arbitraria

i_1 → verso arbitrario

KCL in A: verso uscente

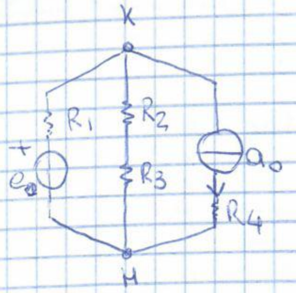
$$+i_1 + i_2 + (-\underset{a_1}{i_{a_1}}) + i_4 + \underset{a_2}{i_{a_2}} + i_5 = 0$$

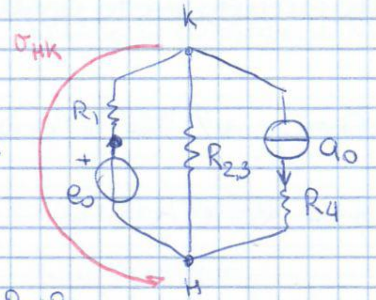
Le altre correnti non sono note! Abbiamo molte incognite. Devo ricavare equazioni ausiliarie x ricavare le correnti incognite.

- La corrente i_2: la sostituiamo: $v_{AB} = R_2 i_2$
- La corrente i_5: la sostituiamo: $v_{AB} = R_5 i_5$
- La corrente i_1: $v_{e_1} + v_1 = v_{AB}$, $v_1 = R_1 i_1 \Rightarrow v_{AB} = e_1 + R_1 v_1$

$v_{e_1} = e_1$

ES:





$R_{2,3} = R_2 + R_3$

$$\boxed{v_{HK} = \frac{\frac{e_0}{R_1} + a_0}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{23}}}}$$

$$\cancel{\frac{\quad}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}}$$

NO!!

* Riprendiamo questo risultato

Denominatore posto come costante $\Rightarrow G_E$

$$v_{AB} = \frac{e_1}{G_E R_1} + \frac{a_1}{G_E} - \frac{e_2}{G_E R_4} - \frac{a_2}{G_E}$$

$$v_{AB} = \left(\frac{1}{G_E R_1}\right) e_1 + \frac{1}{G_E} a_1 + \left(-\frac{1}{G_E R_4}\right) e_2 + \left(-\frac{1}{G_E}\right) a_2$$

→ Combinazione lineare dei generatori

In qualsiasi circuito è valida questa combinazione.

REGOLA

Hp: Bipoli lineari (x noi sempre validi)

(eq. di funzionamento lineari, del tipo $\rightarrow v = ki$)

$\forall$ circuito, ogni variabile elettrica y (v, i) è una combinazione lineare dei generatori (tutti).

var. elettrica

$$\boxed{y = \sum k_J \, g_J}$$

dove g = generatore di tensione o corrente.

Tornando al circuito:

$v_{AB} = k_1 e_1 + k_2 a_1 + k_3 e_2 + k_4 a_2$

Per avere la soluzione devo trovare questi coefficienti.

Se $a_1 = 0$, $e_2 = 0$, $a_2 = 0$

$\Downarrow$

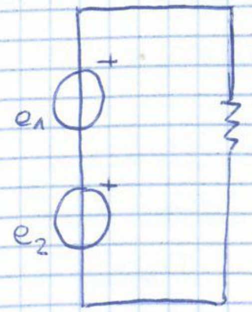
$v_{AB}\Big| = k_1 e_1$ È un v_{AB} condizionato da certi generatori $= \emptyset$.

Gen. tensione: $v = e$, $\forall i$. Per $e = 0 \Rightarrow v = 0 \Rightarrow$ corto circuito.

Gen. corrente: $i = a$, $\forall v$. Per $a = 0 \Rightarrow i = 0 \Rightarrow$ circuito aperto

→

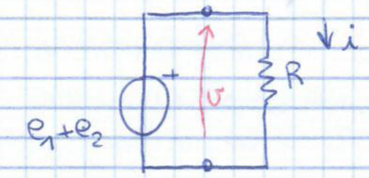
ES:



Th: Trovare la potenza utilizzata da R.

Ovviamente

$\Rightarrow$ Posso mettere insieme i 2 generatori:



Non confondere tensione e corrente!

$$v = R \cdot i$$

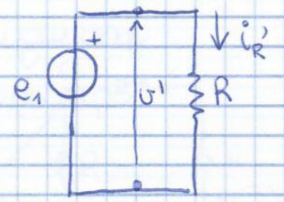
$$e_1 + e_2 = R \cdot i \Rightarrow i = \frac{e_1+e_2}{R}$$

$$P_R = v \cdot i \quad , \quad P_R = (e_1+e_2) \cdot \frac{e_1+e_2}{R} = \boxed{\frac{(e_1+e_2)^2}{R}}$$

Voglio anche usare la sovrapposiz. degli effetti:

- primo contributo:

$i_R = K_1 e_1 \quad , \quad e_2 = 0$

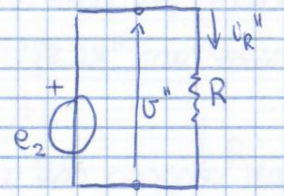


$$i_R' = \frac{v'}{R} = \frac{e_1}{R}$$

$$P_R' = v' \cdot i_R' = \frac{e_1^2}{R}$$

- secondo contributo

$i_R = K_2 \cdot e_2 \quad , \quad e_1 = 0$



$$i_R'' = \frac{v''}{R} = \frac{e_2}{R}$$

$$P_R'' = v'' \cdot i_R'' = \frac{e_2^2}{R}$$

Confrontiamo ora i risultati ottenuti nei 2 modi differenti:

$$P_R = \frac{(e_1+e_2)^2}{R} \qquad P_R' = \frac{e_1^2}{R} \qquad P_R'' = \frac{e_2^2}{R}$$

$$P_R' + P_R'' \neq P_R$$

Contraddizione! Uno dei due metodi ha dato un risultato sbagliato.
La sovrapposizione non sembra sbagliata, è sbagliato PENSARE che le potenze si possano SOMMARE. La sovrapposizione NON vale per le potenze.
La potenza è un prodotto, quindi non è + un'operazione lineare! Quindi la sovrapposizione vale solo x operaz. lineari

$\rightarrow$

→ 1) OGNI SOTTOCIRCUITO È EQUIVALENTE (=È RAPPRESENTABILE) ALLA SERIE DI UN GEN. di TENSIONE E UN RESISTORE.

Torniamo indietro → $v_0 = K_1 e_1 + K_2 e_2 + K_3 a_1 + K_4 a_2$

Effetti dei generatori → quello esterno è un c.to aperto. v_0 = Tensione del circuito interno quando l'esterno è un c.to aperto.

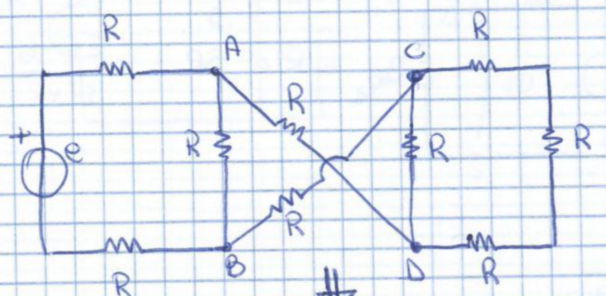
→ 2) v_0 È DEFINITA TENSIONE A VUOTO ed È LA TENSIONE DEL SOTTOC.TO CON USCITA IN CIRCUITO APERTO.

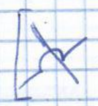
Questo fornisce il valore di v_0.

R_E → per trovarlo devo disattivare tutti i generatori interni. Cosa rimane nel sottoc.to? Resistenze e corto circuiti. R_E è resistenza di tt il sottoc.to.

→ 3) R_E È RESISTENZA EQUIVALENTE = RESISTENZA del SOTTOCIRCUITO DA VISTA DAI PUNTI A e B (DALL'USCITA), QUANDO TT I GENERATORI SONO ANNULLATI. CVD

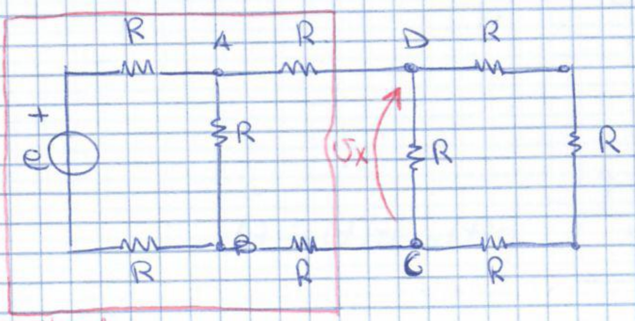
ES:





[= i due conduttori si scavalcano senza collegamento]

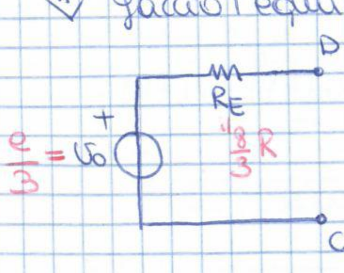
⇓

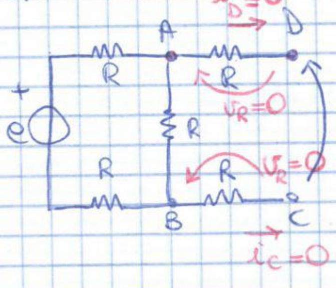


sottocircuito 1

Voglio trovare v_x. Se riuscissi a includere in un'unica parte un pezzo del circuito ⇒ $\boxed{\text{sottoc.to 1}}$ e quindi uso il Teorema.

⇓ faccio l'equivalente grazie al Teorema:

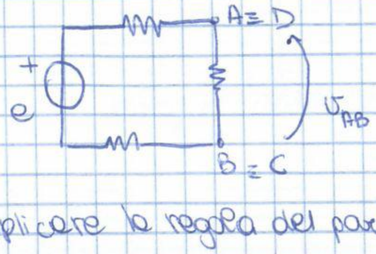




$D \equiv A$

$v_0 = v_{DC} = v_{AB}$

$C \equiv B$



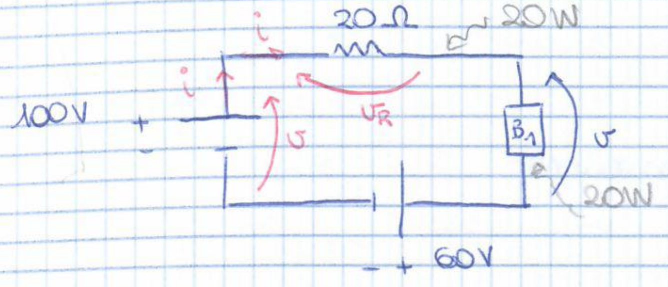
Quindi basta calcolare v_{AB}

⇐ Le due R tra D e C vanno via

Posso applicare la regola del partitore di tensione, $v_{AB} = \frac{e}{3}$. →

ESERCIZIO 12

Batteria E eroga una potenza di 100 W. Calcolare v, i e la p assorbita da B_1



$P_E = E \cdot i$ conv. gen. ⇒ pot. erogata!!

$i = \frac{P_E}{E} = 1\,A$

$v_R = 20 \cdot i = 20\,V$

Per verifica → bilancio delle potenze

$20W + 20W - 100W + 60W = 0$

Ok!!

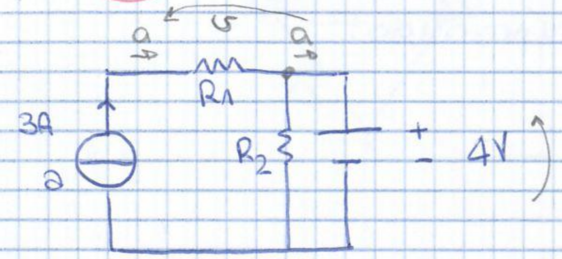
Abbiamo tutti i valori per le tensioni

$v = -60 + 100 - 20 = 20V$

$P_{B_1} = v \cdot i = 20V \cdot 1A = 20\,W$ Potenza assorbita, conv. utiliz.

ESERCIZIO 13

Potenza fornita da ogni elemento

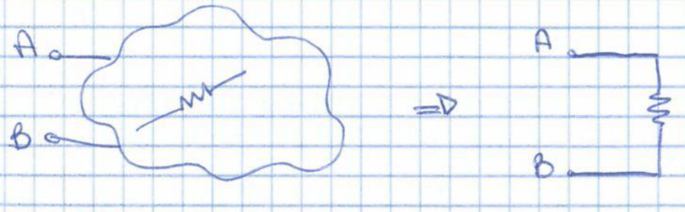


$R_2 = 1\,\Omega$

$R_1 = 2\,\Omega$

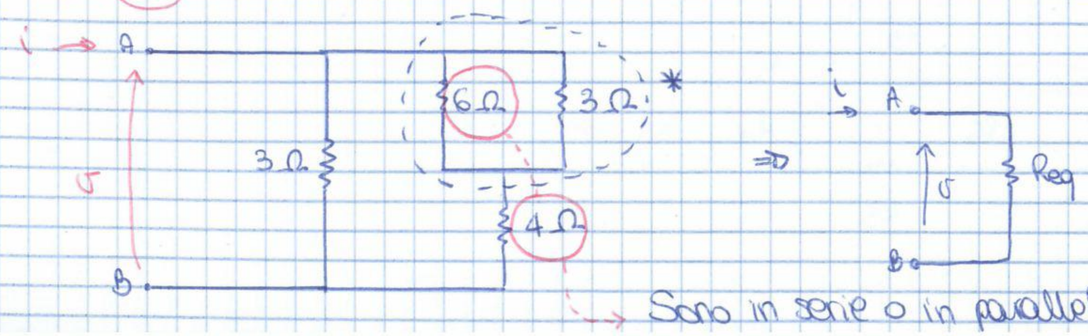
$a = 3A$

Calcolo delle resistenze equivalenti

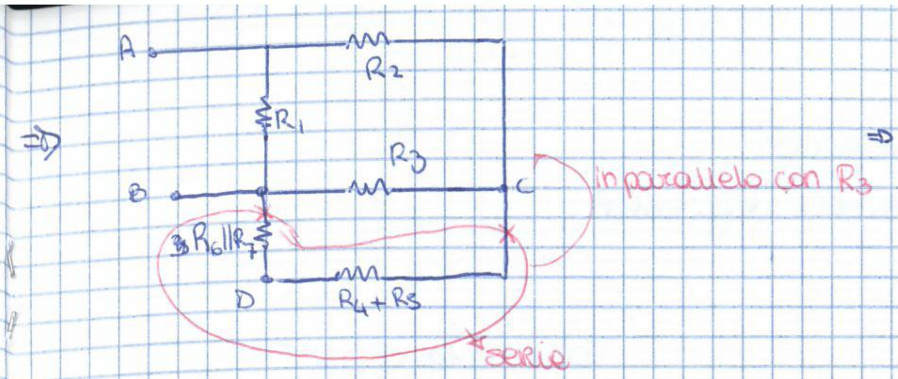


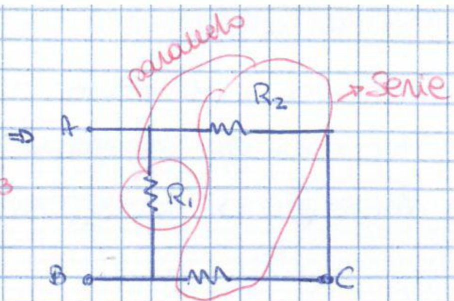
ESERCIZIO 21

Trovare la tensione tra A e B



Sono in serie o in parallelo? →

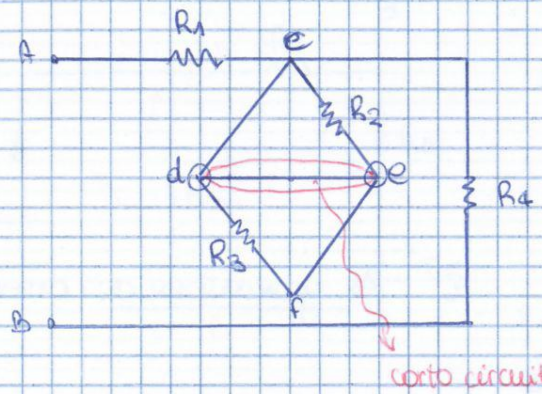




$R_3 \, // \, [(R_6 // R_7) + R_4 + R_5] = R'$

$\Rightarrow R_{AB} = R_1 \, // \, [R_2 + R']$

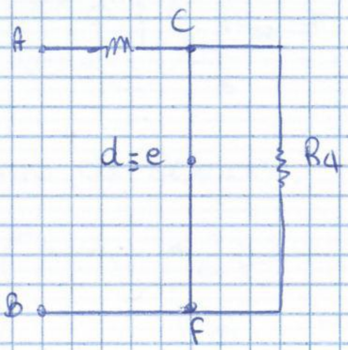
ESERCIZIO 23

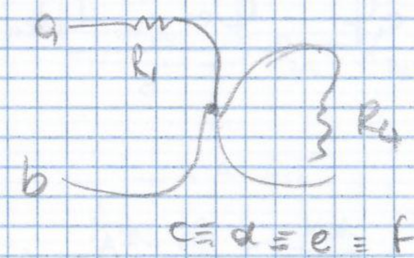


$R_{AB} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

$R_2 = 0$

$R_3 //$ corto circuito. Tra d ed f abbiamo un corto circuito





R_4 è corto circuitato, per cui $R_{eq} = R_1$

$$v_{AB} = \frac{-\frac{10\,V}{10\,\Omega} - \frac{2\,V}{5\,\Omega} - 4\,A}{\frac{1}{10\,\Omega} + \frac{1}{5\,\Omega}} = -18\,V$$

Calcolo v_R con KVL

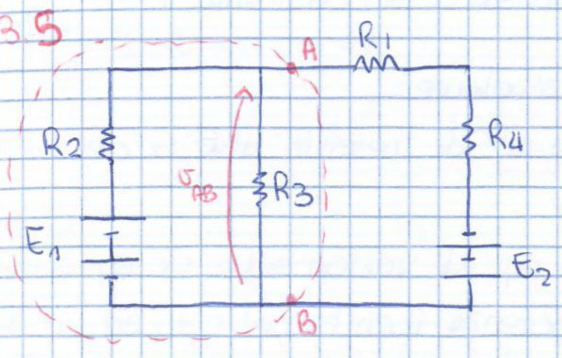
$$v_R = v_{AB} - (-2)$$

$$v_R = -18 - (-2)$$

$$v_R = -16$$

$$\boxed{i = \frac{v_R}{5} = -\frac{16}{5}\ A}$$

ES. 35



$E_1 = 12V$

$E_2 = 3V$

$R_1 = 2\,\Omega$

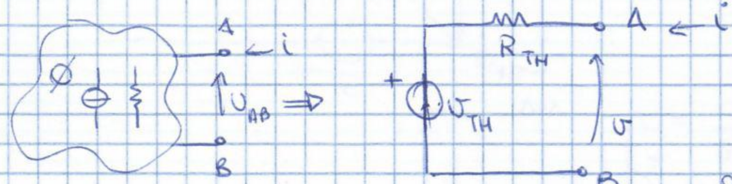
$R_2 = 4\,\Omega$

$R_3 = 4\,\Omega$

$R_4 = 5\,\Omega$

{ i su R_4 ?

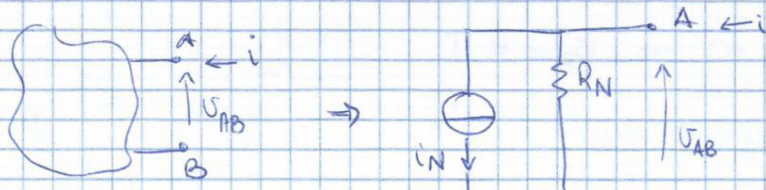
Teorema di Thevenin



$v_{TH} = v_{AB}\big|_{i=0}$

$R_{AB} = R_{TH}$ (gen indip. spenti)

Teorema di Norton



$i_N = \frac{v_{TH}}{R_{TH}}$

$i_N = i\big|_{v_{AB}=0}$ corto c.to

$R_N = R_{AB}$ (gen indip. spenti)

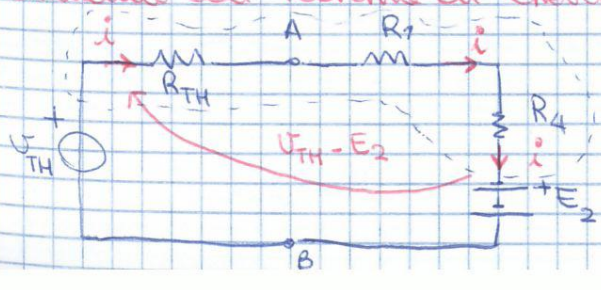
$\Downarrow$

$R_N = R_{TH}$

Tornando all'esercizio:

Strategia da seguire: devo calcolare i, quindi devo sostituire parte del c.to per semplificare i calcoli.

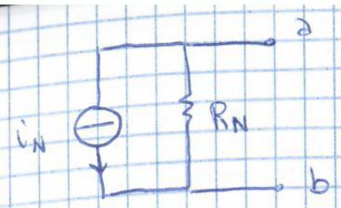
Sostituiamo con Teorema di Thevenin



$$i = \frac{v_{TH} - E_2}{R_{TH} + R_1 + R_4}$$ Applichiamo Ohm

v_{TH} e R_{TH} vanno calcolate. Sono le c.to equiv. di Thevenin del bipolo racchiuso

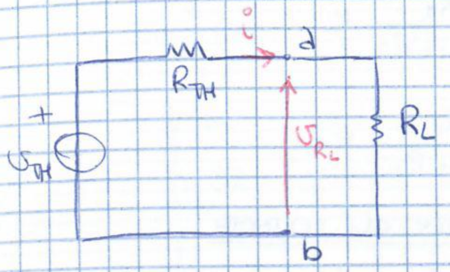
2)



$$\boxed{i_N} = \frac{v_{TH}}{R_{TH}} = \frac{E - RI}{R} = \boxed{\frac{E}{R} - I}$$

$$\boxed{R_N = R_{TH} = R}$$

3)



$$v_{TH} = E - RI = 8V$$

$$R_{TH} = R = 1\,\Omega$$

$$p = v_{R_L} \cdot i = (R_L \cdot i) \cdot i = R_L \cdot i^2 =$$

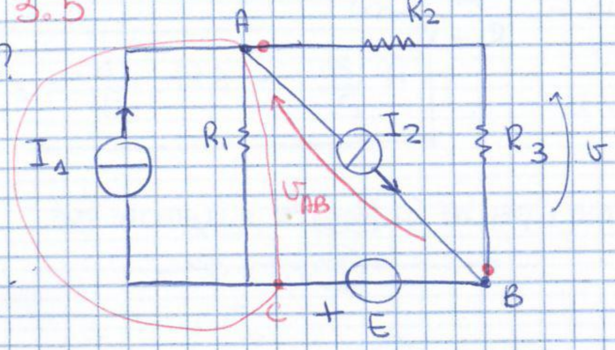
Conv. utilizz.

$$\Rightarrow i = \frac{v_{TH}}{R_L + R_{TH}}$$

Se $R_L = 1\,\Omega \Rightarrow i = 4A$

$$\boxed{p = 1\,\Omega \cdot (4A)^2 = 16\,W}$$

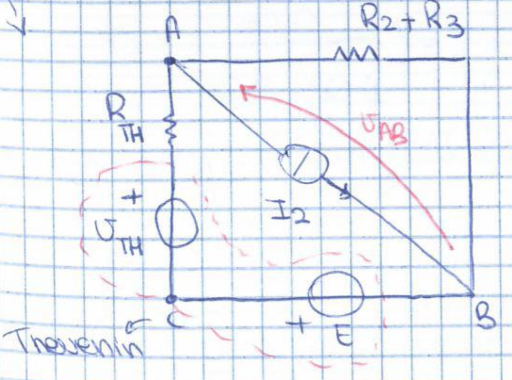
ES. 3.5



Se conoscessi v_{AB} = è la tensione fra i 2 p.ti rossi, ossia la tensione su R_2 e R_3 che sono in serie.
La tensione v è quella su una delle resistenze

$$v = \frac{R_3}{R_3 + R_2} v_{AB}$$

Il problema diventa calcolare v_{AB}. Tra i 2 nodi ~~xxxx~~: resistore, gen. di tensione, ma non posso applicare Millman x via della parte del c.to a dx.



Ora posso applicare Millman:

$$v_{AB} = \frac{\frac{*v_{TH} + E}{R_{TH}} - I_2}{\frac{1}{R_{TH}} + \frac{1}{R_2 + R_3}}$$

$\downarrow$

Poi la sostituisco nella formula x trovare v.

* Devo calcolare l'equivalente di Thevenin:

$v_{AC}\big|_{i=0} = v_{TH}$ è la tensione sul resistore R_1 con la corrente I_1

$$v_{TH} = R_1 I_1$$

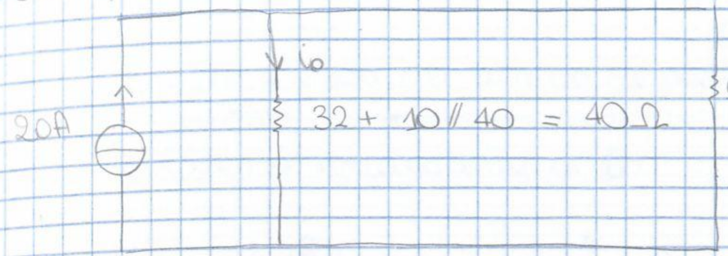
$$R_{TH} = R_1$$

i_o si ripartisce per poi riunirsi dopo i 2 resistori in //.
Allora i_1 è la corrente i_o che si è ripartita tra le 2 resistenze $\Rightarrow$ Partitore di corrente

$$i_1 = \frac{40\,\Omega}{40\,\Omega + 10\,\Omega}\, i_o = \frac{4}{5}\, i_o$$

Quindi dobbiamo calcolare i_o.

i_o è quello che scorre in tutto il bipolo.



$60\,\Omega \quad \frac{10 \cdot 40}{10+40} = \frac{4\cancel{0}0}{\cancel{5}0} = \frac{40^{\,8}}{\cancel{5}}$

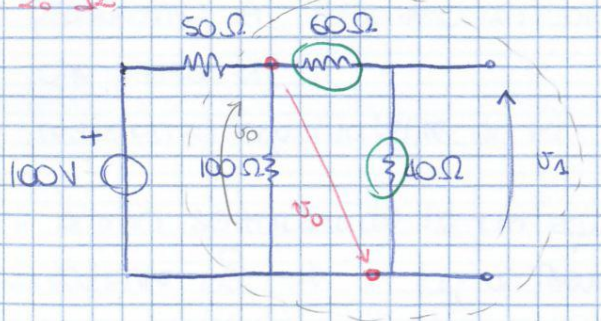
Di nuovo abbiamo il partitore di corrente.

$$i_o = \frac{60\,\Omega}{60+40} \cdot 20\,A = \frac{6}{\cancel{10}} \cdot \cancel{20} = 12\,A$$

$$\boxed{i_1 = \frac{4}{5} \cdot 12\,A = \frac{48}{5}\,A}$$

Circuito di partenza è stato analizzato applicando 2 volte il partitore di corrente.

ES. 2. 12

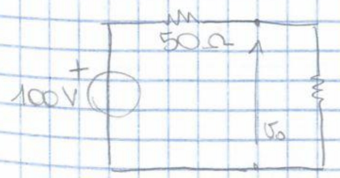


v_1 ?

Se conoscessi v_o (dimenticando il resto del c.to), come calcolo v_1?
v_1 è v_o che si ripartisce $\to$ partitore di tensione.

$$v_1 = \frac{40\,\Omega}{40\,\Omega + 60\,\Omega}\, v_o = \frac{2}{5}\, v_o$$

Vuol dire che devo calcolare v_o. $v_o \Rightarrow$ è la tensione sul resistore da $100\,\Omega$



$100 \,//\, (60+40) = 50\,\Omega$

$v_o \to$ partitore di tensione

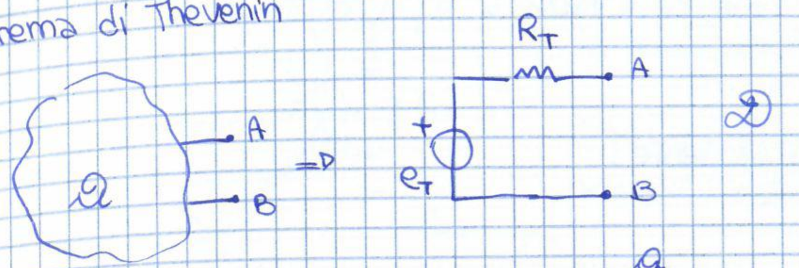
$$v_o = \frac{50\,\Omega}{50\,\Omega + 50\,\Omega}\, 100\,V = \frac{50}{\cancel{100}\,\Omega} \cdot \cancel{100}\,V = 50\,V$$

$$\boxed{v_1 = \frac{2}{\cancel{5}} \cdot \cancel{50}\,V = 20\,V}$$

Abbiamo nuovamente applicato 2 volte il partitore di tensione.

Ricordiamo che: 29/10/12

Teorema di Thevenin

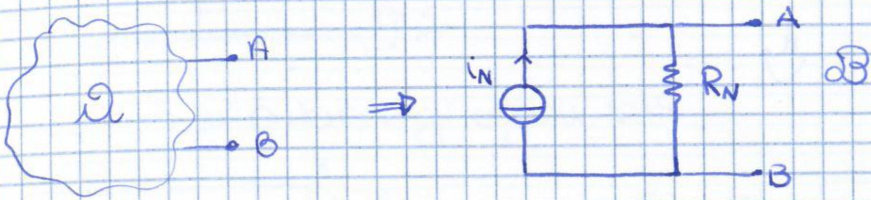


e_T : tensione a vuoto del circuito di partenza (v tra A e B del circuito $\mathcal{Q}$ non connesso a nulla)

R_T : Resistenza equivalente di $\mathcal{Q}$.

TEOREMA di NORTON

È molto simile a Thevenin (verrà svolto senza dimostrazione).



Molto simile: l'idea è la stessa. Non abbiamo + una struttura serie, ma parallelo.

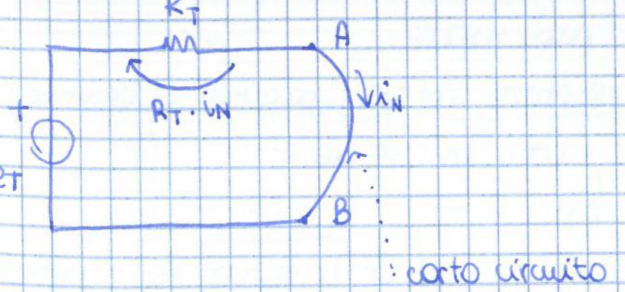
i_N : <u>corrente di corto circuito</u> di $\mathcal{Q}$ in A_B.

prendiamo A_ mettiamo un corto c.to tra A e B e guardare la corrente che passa lì.

R_N: resistenza equivalente di $\mathcal{Q}$ (è uguale ad R_T)

Se il primo sottocircuito ha un equivalente $\mathcal{D}$ e lo stesso sottoc.to ha un equivalente $\mathcal{B}$ $\Rightarrow$ Eq di Thevenin $\Leftrightarrow$ Eq. di Norton.

Partiamo dall'eq. di Thevenin

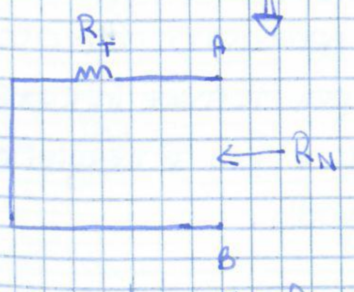


$e_T = R_T \cdot i_N$

$$\boxed{i_N = \frac{e_T}{R_T}}$$

R_N è la resistenza equivalente $\Rightarrow$ tutti i generatori devono essere spenti.

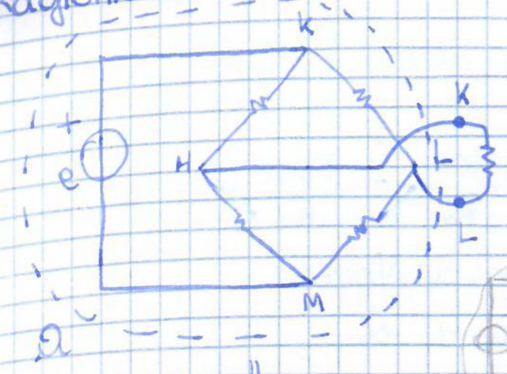
$\Downarrow$



$\Rightarrow$ $\boxed{R_T = R_N}$

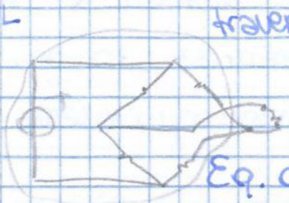
Proviamo a dimostrarlo al contrario →

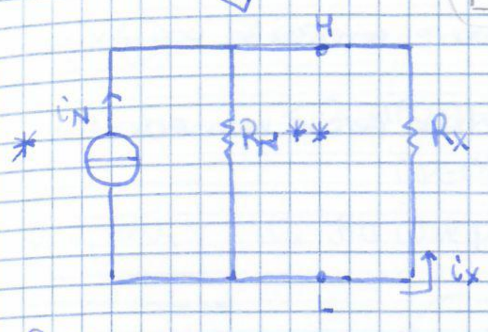
Ragioniamo in termini di Norton e Thevenin.



Se prendo tutto, tranne R_x, e lo metto in una scatola....

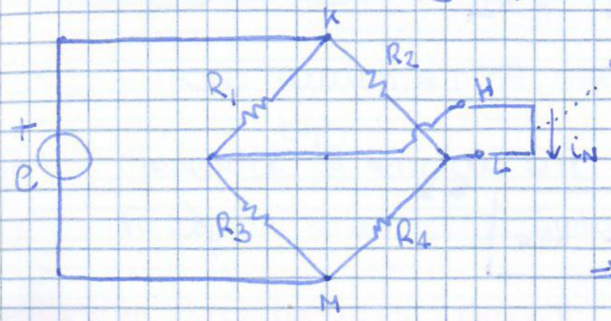
Ottengo un sotto circuito che si connette attraverso l'esterno con due soli nodi.



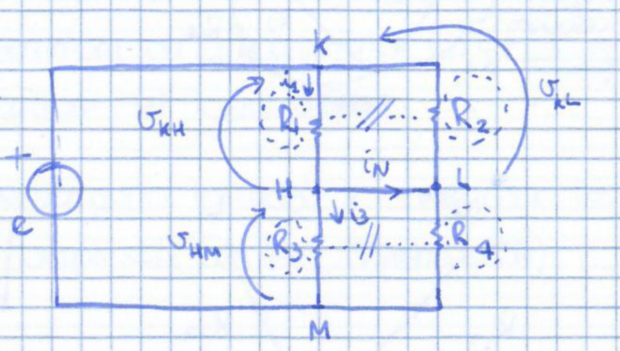


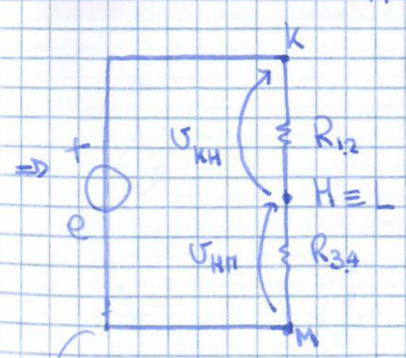
Eq. di Ω.
Circuito di base x il partitore di corrente.
Abbiamo utilizzato Norton x semplificare le cose.

Dobbiamo ricavarci gli equivalenti.



corto c.to.





$$R_{12} = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_2 + R_1}$$

$$R_{34} = R_3 \parallel R_4 = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$$

⇒ Partitore di tensione! Calcoliamo v_{KH}

$$v_{KH} = e \frac{R_{12}}{R_{12} + R_{34}}$$

⚠ Dobbiamo sempre calcolare i_N.

$v_{KL} = v_{KH}$ ⇒ Conoscendo v su R_1 e v su R_2 ⇒ calcolo la corrente su R_1 e R_2.

$$i_1 = \frac{v_{KH}}{R_1} = \frac{e}{R_1} \cdot \frac{R_{12}}{R_{12} + R_{34}}$$

Se con analogo procedimento, calcolo la corrente i_3 in R_3 così posso trovare i_N.

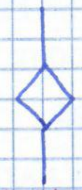
Trovo $v_{HM} = e \dfrac{R_{34}}{R_{12} + R_{34}}$, $i_3 = \dfrac{v_{HM}}{R_3} = \dfrac{e}{R_3} \cdot \dfrac{R_{34}}{R_{12} + R_{34}}$

→

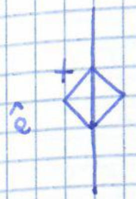
GENERATORI DIPENDENTI

Producono tensione e corrente in DIPENDENZA da un'altra tensione/corrente presente nel circuito.

Simbologia →



Generatori dipendenti di tensione



Generano una variabile in dipendenza da altre variabili, che possono essere o tensioni o correnti

2 TIPOLOGIE DI DIPENDENZA:

- $\boxed{\hat{e} = \alpha v_x}$, v_x fra due punti qualsiasi del c.to v_x, α = prop. diretta (cost) adimensionata
- $\boxed{\hat{e} = r_m \cdot i_x}$, i_x, r_m = trasforma corrente in tensione, sempre cost ma con dimensioni di una resistenza (Ω).

α, r_m = sono quantità note date dal costruttore del generatore.

NOTA: Generatori dip. di tensione sono artifici che vengono introdotti x spiegare la fisica di alcuni elementi più complessi (ad es. TRANSISTOR).

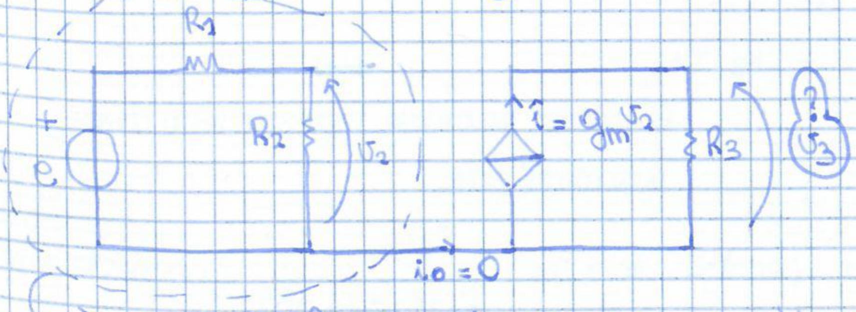
Generatore dipendente di corrente

Di nuovo ho due possibilità:

- $\boxed{\hat{i} = \beta i_x}$, β = cost adimensionata dato dal costrutore.
- $\boxed{\hat{i} = g_m v_x}$, g_m = cost, fa passare da tensione a corrente quindi → SIEMENS.

- Si chiamano anche GENERATORI PILOTATI.
- i_x, v_x → QUANTITÀ PILOTANTI / PILOTA.

Utilizzo di questi nuovi generatori:



Quantità pilotante: v_2

⇒

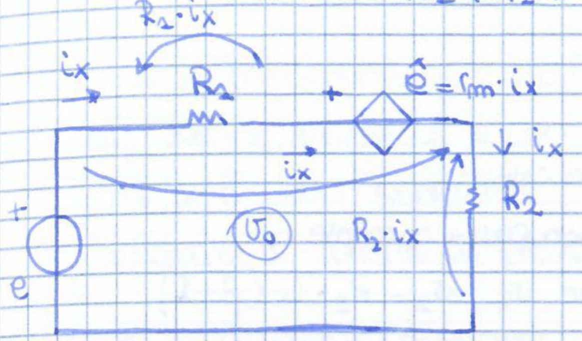
↳ è un monopolo ⇒ sul conduttore non c'è corrente

3) $v_i = v_{xy} \Rightarrow v_i = R_3 \cdot i_0 - R_3 \dfrac{R_3 i_0}{R_1+R_2+r_m+R_3} =$

$$= \frac{R_3 \cdot R_1 i_0 + R_3 R_2 i_0 + R_3 r_m i_0 + \cancel{R_3^2 i_0} - \cancel{R_3^2 i_0}}{R_1+R_2+r_m+R_3} =$$

$$= \frac{R_3 R_1 i_0 + R_3 R_2 i_0 + R_3 r_m i_0}{R_1 + R_2 + r_m + R_3} \quad ✓$$

ES:



$\boxed{v_0 = ?}$

Anche qui non è semplice xkè il generatore pilotato è pilotato da una variab. sullo stesso ramo.

1. considero il gen. pilotato come indip.

$v_1 = R_1 \cdot i_x$

$v_2 = R_2 \cdot i_x$

$\Rightarrow$ KVL sul percorso chiuso

$$e = R_1 \cdot i_x + \hat{e} + R_2 i_x$$

$\hat{e}$ dipende da $r_m \cdot i_x$

$$e = R_1 i_x + r_m i_x + R_2 i_x$$

$$i_x = \frac{e}{R_1 + r_m + R_2}$$

Quantità pilota

2) $\hat{e} = r_m \cdot \dfrac{e}{R_1 + r_m + R_2}$ completamente noto

3) $v_0 = -\left(R_1 \cdot i_x + \hat{e}\right)$, $v_0 = -\left(R_1 \cdot \dfrac{e}{R_1 + r_m + R_2} + r_m \dfrac{e}{R_1 + r_m + R_2}\right)$.

$$v_0 = \frac{-e(R_1 + r_m)}{R_1 + r_m + R_2}$$

✓ Tutte quantità note! ☺

quindi il generatore non può essere spento.

Coeff tra la porta e tutti gli altri generatori. Quello non viene spento: quindi i_x non può non esistere $\Rightarrow$ se i_x $\exists$, questo generatore pilotato funziona grazie ad i_x allora quello pilotato non può essere spento !!

⚠ Modifichiamo Thevenin per R_T $\Rightarrow$ calcolato con generatori indipendenti spenti.

NEWS: Quando bisognava calcolare R_T, spegnevo tutti i generatori e mi rimanevano tutte le resistenze e con trasformazioni tra // e serie lo sbrogliavo. Ora, però, ho il generatore ?? $\Rightarrow$ Torno alla def e metto un gen. e indipendente di corrente di prova. (Questo vale anche x Norton).

2a) Troviamo la quantità pilotante : i_x

i_2 = Bilancio di tutte le correnti entranti $= i_x + \beta i_x + i_p$

$v_{KH} \Rightarrow \underbrace{-R_1 i_x = R_2 i_2}$ combinata con l'eq. precedente $\Rightarrow$ trovo i_x

$$-R_1 i_x = R_2 (i_x + \beta i_x + i_p)$$

$$-i_x (R_1 + R_2 + \beta R_2) = R_2 i_p$$

$$i_x = -\frac{R_2 i_p}{R_1 + R_2 + \beta R_2} \quad ✓$$

2b) $i = -\dfrac{\beta R_2 i_p}{R_1 + R_2 + \beta R_2}$ ✓

2c) Trovare v_p, KVL su A-K-H-B-A

$$v_p + R_1 i_x = R_3 i_p$$

$$v_p + R_1 \left(-\frac{R_2 i_p}{R_1 + R_2 + \beta R_2} \right) = R_3 i_p$$

$$v_p = i_p \underbrace{\left(R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + \beta R_2} \right)}_{R_T}$$

R_T è il coeff. tra la tensione del gen. di prova e la corrente generata

$$R_T = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + \beta R_2}$$

è molto simile alla formula tra 2 resistori in // e poi in serie, ma c'è il coeff. β che va posizionato in modo corretto. X cui è necessario svolgere tutti i calcoli.

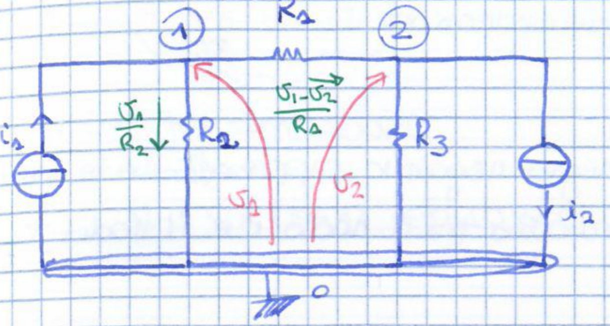
KCL sul nodo K : $i_0 = i_1 + i_2$

$$i_0 = \frac{v_K - v_M}{R_1} + \frac{v_K - v_P}{R_2}$$

⇒ SISTEMA di N-1 EQUAZIONI CON LE TENSIONI NODALI (N-1) COME INCOGNITE.
Ho trovato il modo x risolvere!!

Vale x qualsiasi circuito.

ES:



N = 3 nodi

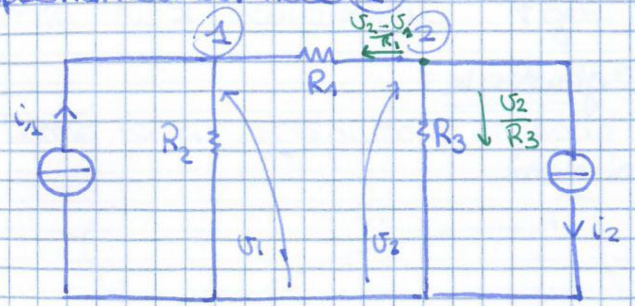
2 tensioni nodali
↓
sist 2×2

Definiamo le tensioni nodali

- KCL sul nodo 1:

$$i_1 = \frac{v_1}{R_2} + \frac{v_1 - v_2}{R_1}$$

Spostiamoci sul nodo 2



KCL sul nodo 2:

$$i_2 + \frac{v_2}{R_3} + \frac{v_2 - v_1}{R_1} = 0$$

Ora che ho il sistema, devo elaborarlo:

$$\begin{cases} v_1\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right) + v_2\left(-\frac{1}{R_1}\right) = i_1 \\ v_1\left(-\frac{1}{R_1}\right) + v_2\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1}\right) = -i_2 \end{cases}$$

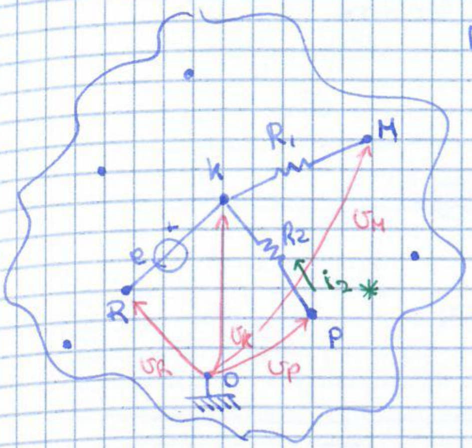
Possiamo scriverlo come matrice di vettori:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1} \end{bmatrix}}_{\text{matrice dei coeff. } (\underline{A})} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}}_{\text{vett incognite } \underline{v}} = \underbrace{\begin{bmatrix} i_1 \\ -i_2 \end{bmatrix}}_{\text{vett termini noti } \underline{b}}$$

$\underline{A}$: in tutte le posizioni abbiamo inversi delle resistenze (giusto xké moltiplicate per le tensioni danno le correnti).

- $\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}$: prima eq. al nodo. Le due resistenze attaccate al nodo 1

Se avessi un generatore di tensione?



N nodi

Percorso chiuso ORKO : KVL

$$v_R + e = v_K$$

$$\boxed{e = v_K - v_R}$$ e è una quantità nota

Le tensioni nodali non sono + var. indipendenti, una dipende dall'altra.

N - 1 tensioni nodali

⇓

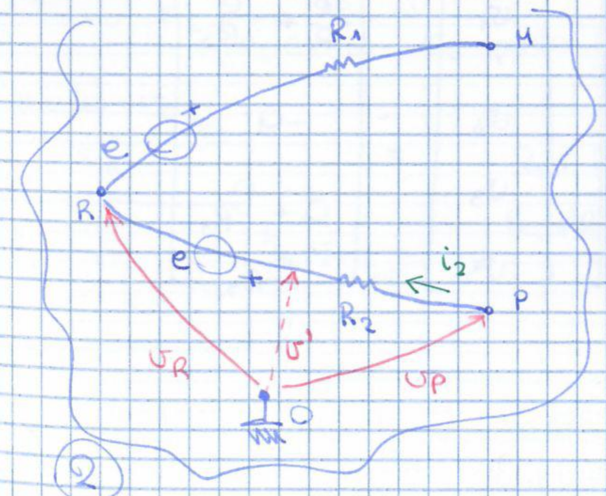
(N-1) x (N-1) equazioni ⇒ NO! Non posso + scrivere N-1 eq. indipendenti perché 2 sono legate da e.

Quindi

Il generatore di tensione mette il crisi il metodo dei nodi. Allora bisogna modificare il circuito di partenza.

Avrò $\underline{N-2}$ equazioni. ∀ gen. di tensione devo ridurre di un nodo (= ridurre di un'equazione il sistema).

Come faccio a ridurre di un nodo?



Ho fatto sparire k

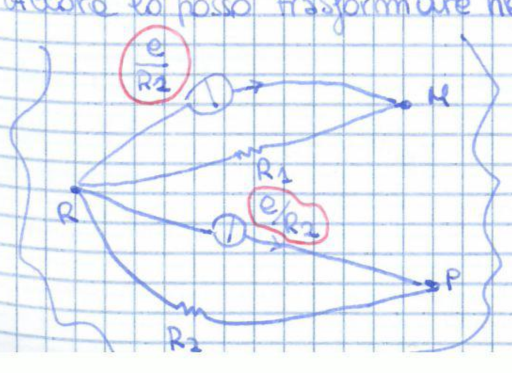
$$i_2 = \frac{v_P - v'}{R_2} = \boxed{\frac{v_P - (v_R + e)}{R_2}}$$

$$v' = v_R + e$$

$$* \; i_2 = \frac{v_P - v_K}{R_2} = \boxed{\frac{v_P - (v_R + e)}{R_2}}$$

Sono uguali. Quindi la parte 2 del c.to è EQUIVALENTE al c.to di partenza.

Ora ho un ramo con un generatore in serie con un resistore ⇒ equivalente di Thevenin. Allora lo posso trasformare nell'equivalente di Norton.



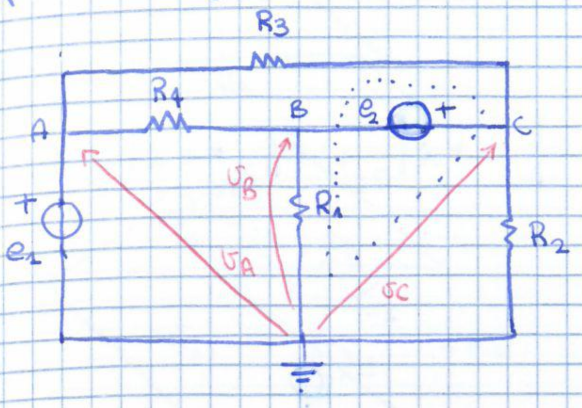
Ora posso applicare il metodo!

⇓

ESERCITAZIONI del SIMONE

ESERCIZIO 2.14.

Sovrapposizione degli effetti



Tengo acceso un generatore x volta e trovo le grandezze richieste.

v_A ?

v_B ?

v_C ?

v_A quanto vale? $e_1 \Rightarrow$ impone che la tensione ai suoi terminali sia proprio e_1

$$v_A = e_1$$

v_B e v_C sono legate dalla maglia di tensione

$$v_B = v_C - e_2$$

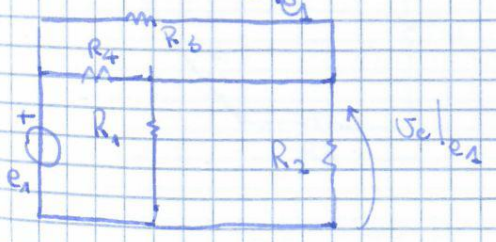
L'unica da calcolare è $\boxed{v_C}$. Vogliamo applicare la sovrapposizione degli effetti.
Possiamo applicare Millman? No, perchè ai 2 nodi non ho collegati gli elem.
Potremmo anche applicare Thevenin.

$$v_C = v_C\big|_{e_1} + v_C\big|_{e_2}$$

$v_C\big|_{e_2}$ … e_1 spento, e_2 acceso.

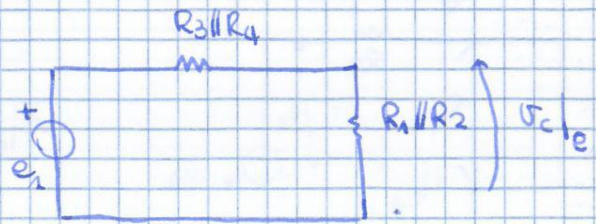
$v_C\big|_{e_1}$ … e_1 acceso, e_2 spento

- Calcolo $v_C\big|_{e_1}$



$R_1 // R_2$

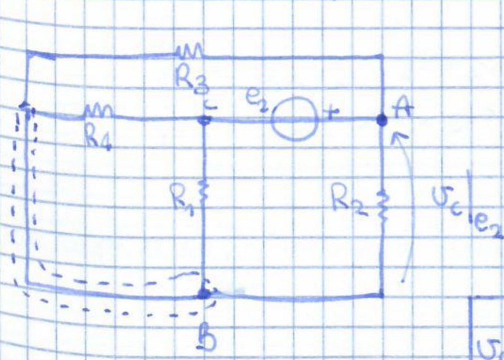
$R_4 // R_3$



$$\boxed{v_C\big|_{e_1} = \frac{R_1 // R_2}{(R_1 // R_2) + (R_4 // R_3)} \cdot e_1}$$

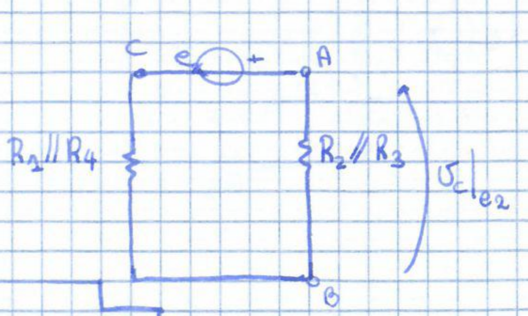
PARTITORE

- Calcolo di $v_C\big|_{e_2}$



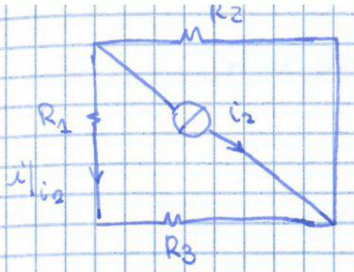
$R_2 // R_3$

$R_1 // R_4$



$$v_C\big|_{e_2} = \frac{R_2 // R_3}{(R_2 // R_3) + (R_1 // R_4)} \, e_2$$

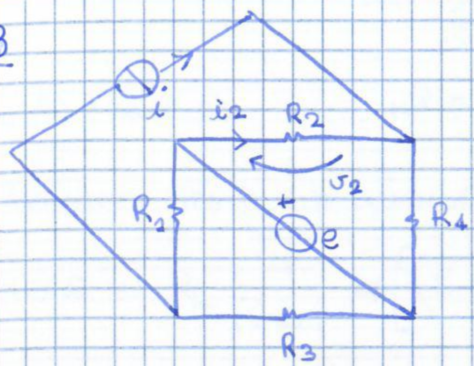
$- i|_{i_2}$



Partitore di corrente

$$i|_{i_2} = -i_2 \frac{R_2}{R_2+R_3+R_1}$$

ES. 2.18

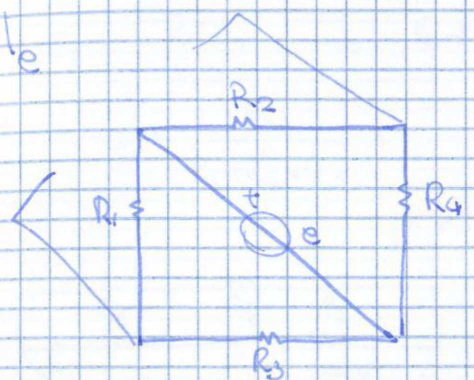


$P_2 = v_2 \cdot i_2 = R \cdot i_2^2$: Potenza dissipata?

$v_2 = v_2|_e + v_2|_i$

$i_2 = i_2|_e + i_2|_i$ ⇒ Calcolo solo questa!

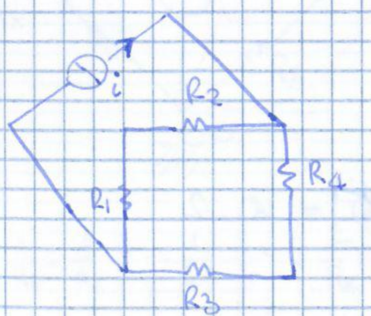
• $i_2|_e$



$i_2|_e = \frac{e}{R_2+R_4} =$ R_2 e R_4 serie

$= \frac{80}{75}$ A

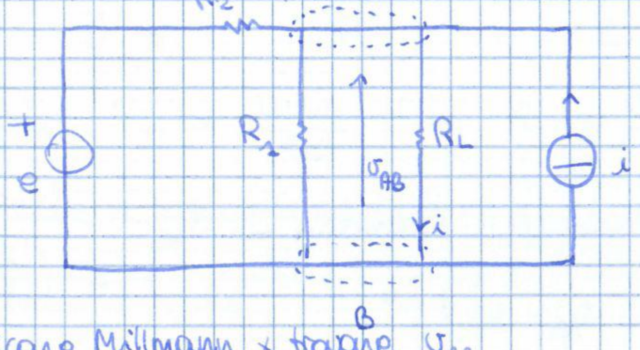
• $i_2|_i$: $R_2 // R_4$



$$i_2|_i = -\frac{R_4}{R_4+R_2}\, i = -\frac{60}{75} \cdot 2 = -\frac{120}{75} \text{ A}$$

$i_2 = -\frac{40}{75}$ A

ES. 3.6



Calcolare i in funzione di R_L

$e = 10 V$ $R_1 = 4 \Omega$

$i = 5 A$ $R_2 = 6 \Omega$

Posso applicare Millmann x trovare v_{AB}.

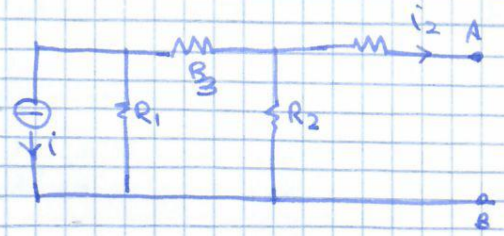
$$v_{AB} = \frac{\ldots + \frac{1}{R_2} + i}{\frac{1}{\ldots} + \frac{1}{\ldots} + \frac{1}{\ldots}}$$

$i = \frac{1}{R_L} v_{AB}$

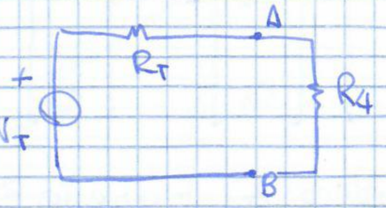
→

ES. 3.8

Eq. di Thevenin alla sx dei morsetti AB



$$i = \frac{v_T}{R_4 + R_T}$$



$R_T = (R_1 + R_3) /\!/ R_2$

v_T tensione tra A e B quando $i = 0$. $\quad v_T = v_{AB}\big|_{i=0}$

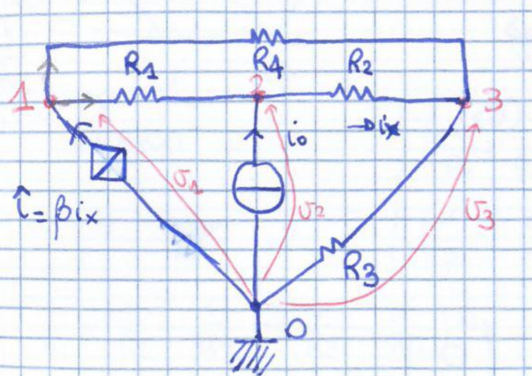
Tensione su $R_2\big|_{i=0}$ $\Rightarrow \left[(R_2 \text{ serie } R_3) /\!/ R_1 \right] /\!/ i$

$$v_T = R_2 i_2 = R_2 \cdot \frac{-R_1}{R_1 + R_2 + R_3} i$$

dove $i_2 = -\dfrac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} i$

METODO dei NODI con i Gen. PILOTATI

5/11/12



Sistema e matrice 3x3.

Consideriamo il gen. pilotato cm indipendente.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_4} \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \end{bmatrix}}_{\underline{\underline{A}}} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{i} \\ i_0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\underline{b}}$$

Il gen $\hat{i}$ è però dipendente! Porta dentro $i_x \Rightarrow$ tensioni nodali.

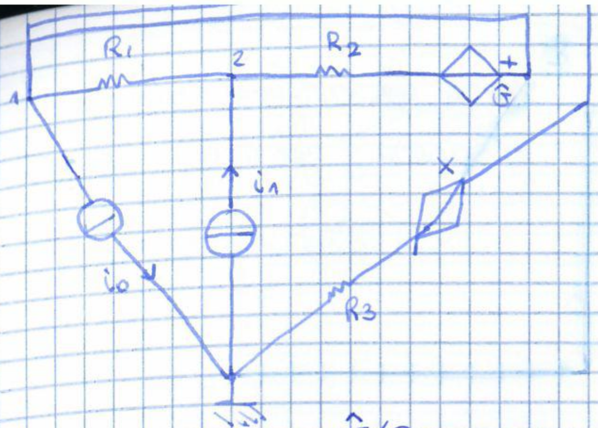
$$\hat{i} = \beta i_x, \quad i_x = \frac{v_2 - v_3}{R_2} \Rightarrow \hat{i} = \beta \frac{v_2 - v_3}{R_2}$$

Devo portare le variabili al loro posto.

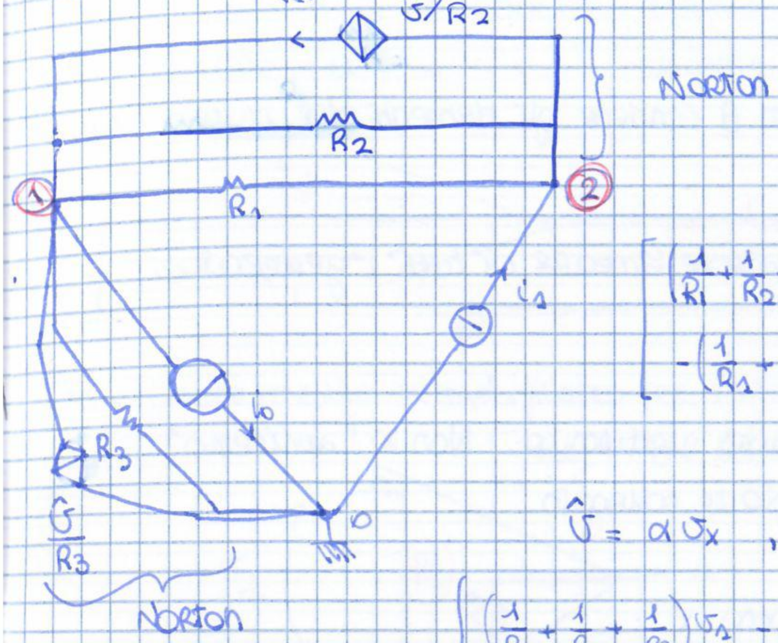
$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4}\right) v_1 - \frac{1}{R_1} v_2 - \frac{1}{R_4} v_3 = \beta \frac{v_2 - v_3}{R_2} = \underbrace{\beta \frac{v_2}{R_2} - \beta \frac{v_3}{R_2}}$$ le porto a sx

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4}\right) v_1 - \left(\frac{1}{R_1} + \beta/R_2\right) v_2 - \left(\frac{1}{R_4} - \frac{\beta}{R_2}\right) v_3 = 0$$

La prima equazione viene così e posso modificare la matrice $\underline{\underline{A}}$ →



Dobbiamo fare l'equiv. di Norton x togliere i gen. di corrente.



Ora possiamo scrivere la matrice x ispezione.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right) & -\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) \\ -\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) & \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) \end{bmatrix}}_{\underline{\underline{A}}} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -i_0 + \frac{\hat v}{R_2} + \frac{\hat v}{R_3} \\ i_1 - \frac{\hat v}{R_2} \end{bmatrix}}_{\underline{\underline{b}}}$$

$\hat v = \alpha v_x$, $v_x = v_1$ $\Rightarrow$ $\hat v = \alpha v_1$: è una variab.

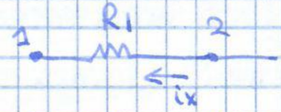
$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right) v_1 - \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) v_2 = -i_0 + \frac{\alpha v_1}{R_2} + \frac{\alpha v_1}{R_3} \\ -\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) v_1 + \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) v_2 = i_1 - \frac{\alpha v_1}{R_2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}-\frac{\alpha}{R_3}-\frac{\alpha}{R_2}\right) v_1 - \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) v_2 = -i_0 \\ -\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}-\frac{\alpha}{R_2}\right) v_1 + \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) v_2 = i_1 \end{cases}$$

Ecco il nuovo sistema.

Per esercizio:

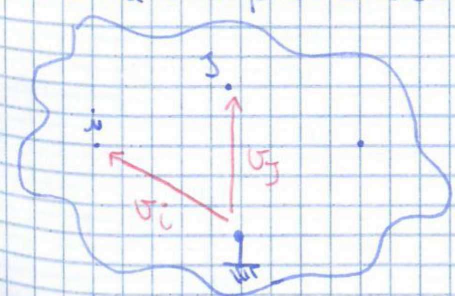
Riparto da ⊛, ma il gen. pilotato di tensione $\hat v = r_m \cdot i_x$, quindi comandato da i_x che passa per R_1.



⚠ i_x dovrà essere in funzione delle 2 tensioni nodali.

$$i_x = \frac{v_2 - v_1}{R_1}$$

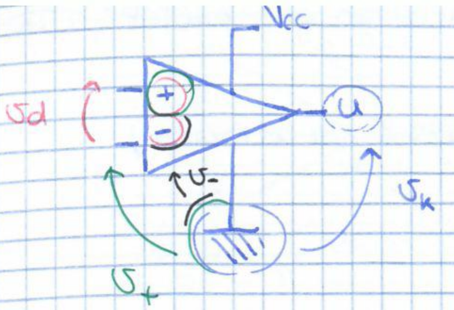
Riprendiamo quanto detto precedentemente:



Possiamo sempre scrivere:

$\underline{A} \cdot \underline{v} = \underline{b}$ → termine noto dei generatori indip.

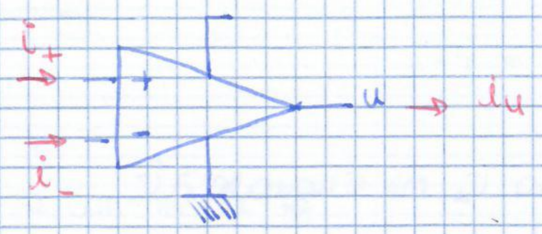
$\underline{v}$ → incognite



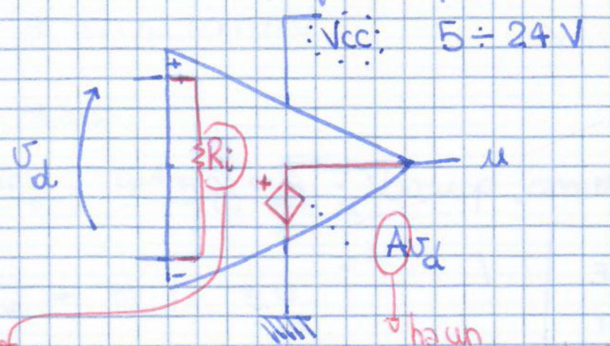
$v_d = v_+ - v_-$

$\forall$ terminale si può pensare che ci sia della corrente.

Convenzione
- Terminali +, - → corrente entrante
- Terminale u → " uscente



Descrizione molto semplificata per l'interno:



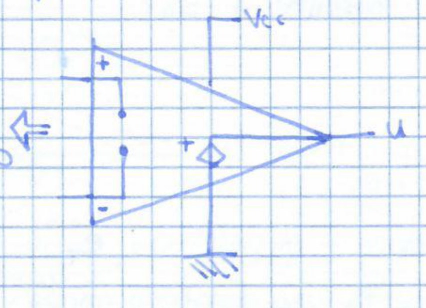
valore enorme $10^6 \div 10^{13}\ \Omega$

ha un valore grandissimo, anche 10^8

Il gen. dipendente dipende dalla tensione v_d che si genera tra il terminale + e quello -.

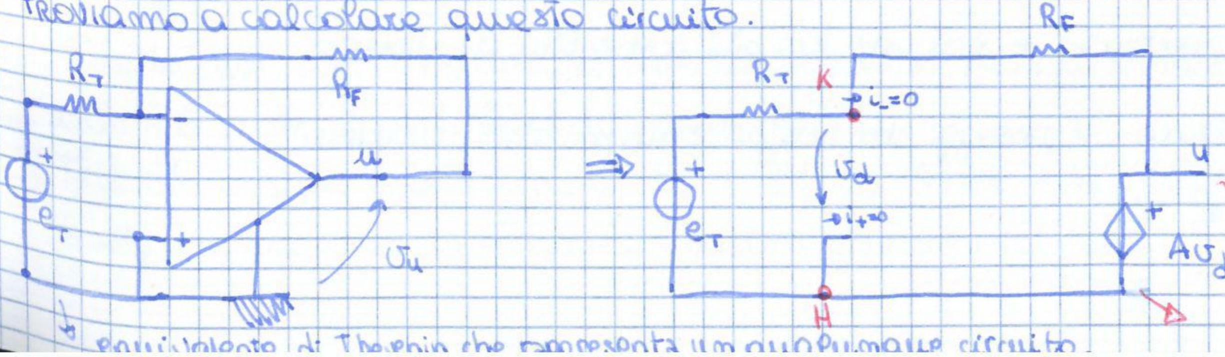
Se R_i è grandissima → i praticamente non passa. Semplifichiamo → R_i diventa un c.to aperto.
Il coeff. A per il momento lo lasciamo.

i_+ e i_- diventano ∅



$\boxed{i_+ = i_- = 0}$

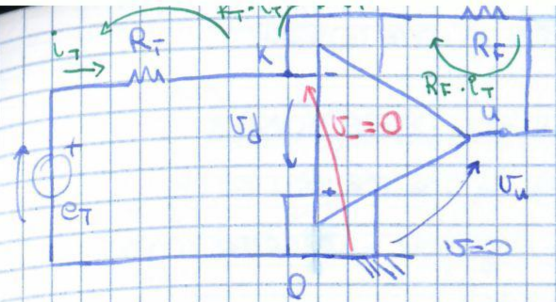
Proviamo a calcolare questo circuito.



C.to equivalente

u è lasciato a vuoto

equivalente di Thevenin che rappresenta un qualunque circuito.



⚠ Il terminale − non è connesso per c.to c.to a ⏚.
Il nodo k è in
CORTO CIRCUITO VIRTUALE (non è un vero corto c.to, ma l'effetto è uguale).

Percorso chiuso:

$0 \xrightarrow{Th} K \xrightarrow{OpAmp} 0$ applico KVL

$e_T = R_T \cdot i_T + \underbrace{v_-}_{=0} \Rightarrow \overbrace{e_T = R_T \cdot i_T}^{note}$

$i_T = \dfrac{e_T}{R_T}$ (come se fosse Norton)

Prendiamo K:
- R_T } la corrente di R_T
- R_F } finisce in R_F
- Polo − ⇒ non ha corrente

Percorso chiuso

$u \xrightarrow{R_F} K \xrightarrow{OpAmp.} 0 \rightarrow u$

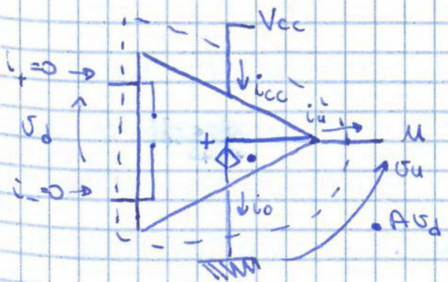
$v_u + R_F \cdot i_T = v_- \;(=0)$

$v_u = -R_F \cdot i_T \Rightarrow \boxed{v_u = -R_F \cdot \dfrac{e_T}{R_T}}$ ✓ Stesso risultato di prima

RAGIONAMENTO DA APPLICARE !! ⏚

7/11/12

Se includo OpAmp in una superficie chiusa



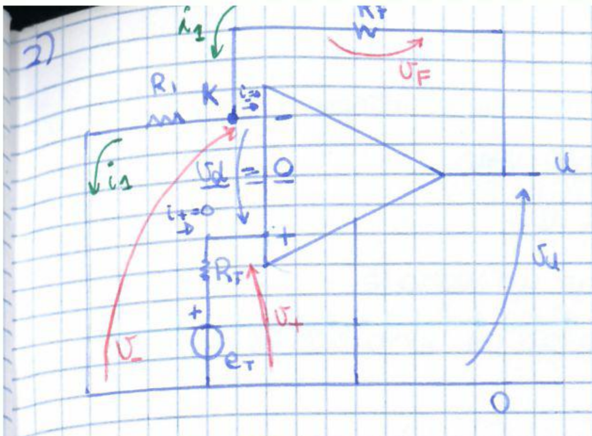
KCL sulla sup. chiusa

$\underbrace{\cancel{i_+} + \cancel{i_-} + i_{cc}}_{entranti} = \underbrace{i_o + i_u}_{uscenti}$

Le 3 correnti i_o, i_{cc}, i_u si devono bilanciare

L'uscita può essere considerata come un generatore pilotato dalla tensione dei due poli a sx (dal negativo al positivo)
Tensione a vuoto nell'uscita è $v_u = Av_d$. Anche A ha un valore grandissimo
Basta poco per v_d ⇒ v_u assume un valore grandissimo, cosa non molto positiva

2)



Nello R_T ⇒ Tensione = 0, ma c'è il generatore e_T, per cui la tensione $\boxed{v_+ = e_T}$

$v_d = 0$ ⇒ il nodo (−) avrà tensione uguale a e_T

$$\boxed{v_- = e_T}$$

La tensione v_- è la tensione su R_1 ⇒ metto la corrente su R_1 verso sinistra.

$i_1 = \frac{v_-}{R_1} = \frac{e_T}{R_1}$ $\qquad v_F = R_F \cdot i_1$

PERCORSO CHIUSO : $u \xrightarrow{R_F} K \to 0 \to u$ $\qquad$ KVL

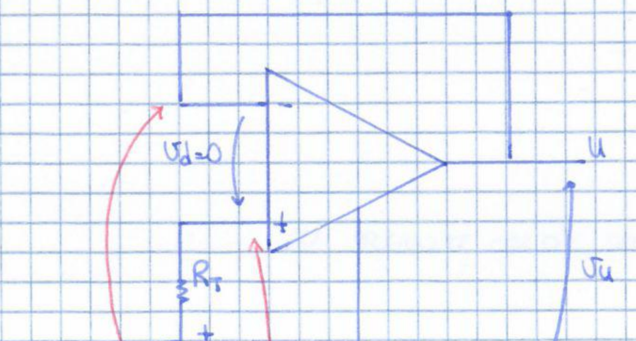
$v_u = v_F + v_-$ ⇒ $v_u = v_F + e_T$

$$v_u = R_F \cdot \frac{e_T}{R_1} + e_T$$

$$\boxed{v_u = e_T\left(\frac{R_F}{R_1} + 1\right)} \quad ✓$$

La parentesi è sicuramente una quantità positiva. Quindi la tensione d'uscita è proporzionale al generatore di partenza NON cambiato di segno.
La chiamo CONFIGURAZIONE NON INVERTENTE. Inoltre $v_u > e_T$ ⇒ Amplificatore

2bis)



Quindi

$$\boxed{v_u = e_T}$$

È molto utile !
*

"VOLTAGE FOLLOWER" (Inseguitore di tensione).

* Supponiamo

⤷ segnale utile

Prendo la parte sx e la sostituisco con Thevenin
Anche la parte dx la sostituisco con Thevenin ma non avendo generatori nel sottocircuito, ottengo ∅ per il gen. di tensione.

* C.TO di MISURA

** C.TO di ELABORAZIONE

$$= e_1 \frac{R_+\left(1+\frac{R_F}{R_2}\right)}{R_1 + R_+} - \frac{R_F}{R_2} e_2 = e_1 \frac{R_+\left(1+\frac{R_F}{R_2}\right)}{R_+\left(1+\frac{R_1}{R_+}\right)} - \frac{R_F}{R_2} e_2 \; (=) \; \checkmark$$

Commenti ⇒ Differenza pesata dei 2 generatori che ho attaccato nel c.to.

Supponiamo:

e_2 con R_2 $\quad e_1$ con R_1 mentre R_F e R_+ sono state inserite da noi. Se scelgo R_F e R_+ in modo da semplificare, ottengo:

scegliendo $\cancel{1} + \frac{R_F}{R_2} = \cancel{1} + \frac{R_1}{R_+} \Rightarrow \frac{R_F}{R_2} = \frac{R_1}{R_+}$

$v_u = e_1 \ldots$ può esserci un'altra scelta:

$$1 + \frac{R_F}{R_2} = \left(1 + \frac{R_1}{R_+}\right)\frac{R_F}{R_2} \Rightarrow$$

$$v_u = e_1 \frac{R_F}{R_2} - e_2 \frac{R_F}{R_2} = \boxed{\frac{R_F}{R_2}(e_1 - e_2)} \; \checkmark$$

$$\frac{R_2 + R_F}{R_2} = \frac{R_+ + R_1}{R_2 R_+} R_F$$

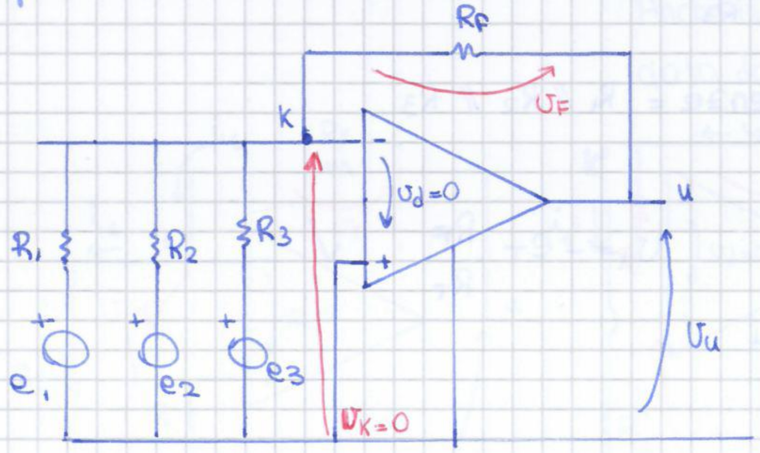
CONFIGURAZIONE DIFFERENZIALE ⇒ AMPLIFICATORE DIFFERENZIALE

$$R_F\left(1 + \frac{R_2}{R_F}\right) = \frac{R_+\left(1+\frac{R_1}{R_+}\right)}{R_2} R_F \Rightarrow \boxed{\cancel{1} + \frac{R_2}{R_F} = \cancel{1} + \frac{R_1}{R_+}}$$

sempre da rispettare

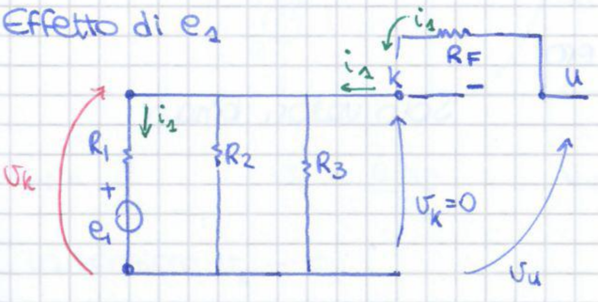
Utile perché se si devono confrontare dei segnali (a livello cardiaco/muscolare...) simmetrici, come nei ventricoli, allora se si usa questo sist ⇒ Thevenin 1 = sensore su un ventricolo, Thevenin 2 → sensore sull'altro ventricolo ⇒ uscita: ho un unico risultato che, se è zero significa che i due ventricoli lavorano allo stesso modo.

4)



Usiamo la sovrapposizione

• Effetto di e_1



R_2 e R_3 non hanno tensione.

$$v_k = R_1 i_1 + e_1$$
$$v_k = 0$$

$$i_1 = -\frac{e_1}{R_1}$$

$$v_F = R_F \cdot i_1 = v_u' \Rightarrow \boxed{v_u' = -\frac{e_1}{R_1} \cdot R_F}$$

Se interpretiamo le terne in senso binario

$(0,0,0) \to 0 \qquad (1,0,0) \to 1 \qquad (1,1,0) \to 3 \qquad (0,1,0) \to 2$

$|v_u| = \frac{R_F}{R_2}$

Scelgo: $\frac{R_F}{R_1} = 1$

$\frac{R_F}{R_2} = 2$

Guardiamo $4 \to (0,0,1) \Rightarrow \frac{R_F}{R_3} = v_u$

Scelgo: $\frac{R_F}{R_3} = 4$ Come ottengo valore 5?

$(1,0,1) \Rightarrow v_u = \frac{R_F}{R_1} + \frac{R_F}{R_3}$

E con le scelte che ho fatto ottengo proprio 5.

Se estendo il discorso, ottengo sempre questi risultati. Quindi ottengo un criterio per trovare $R_1, R_2, \ldots$

$\frac{R_F}{R_1} = 1 \to R_1 = R_F$

$\frac{R_F}{R_2} = 2 \to R_2 = \frac{1}{2} R_F$

$\frac{R_F}{R_3} = 4 \to R_3 = \frac{1}{4} R_F$

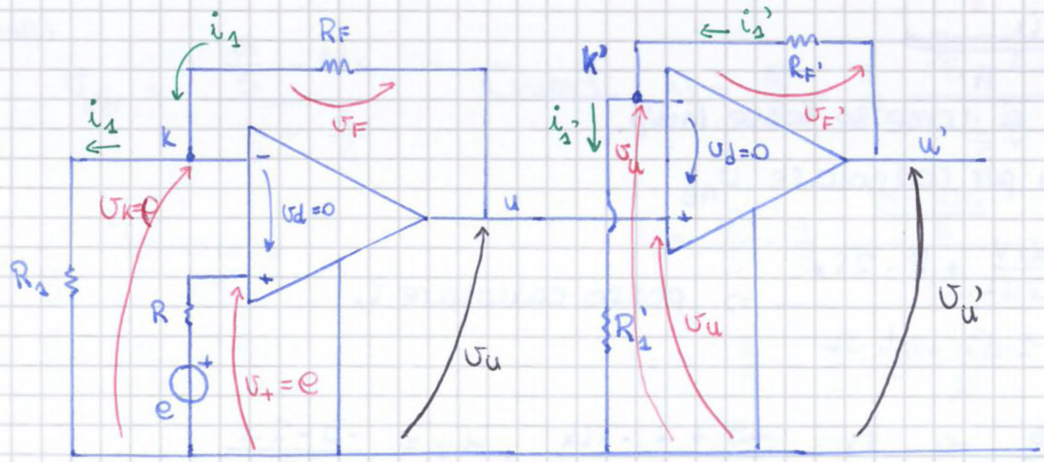
...

Converto una sequenza binaria nell'equivalente decimale, analogico.

CONVERTITORE DIGITALE-ANALOGICO

Molto utilizzato: nel cellulare il fatto di sentire la voce è dato proprio dal convertitore. Anche la conversione di bit in musica nel MP3 è data da questo c.to. Anche le TV.

6)



uscita del 1° → polo + del 2° = COLLEGAMENTO A CASCATA

$i_1 = \frac{e}{R_1} \qquad v_F = \frac{e \cdot R_F}{R_1} \qquad v_u = e\left(\frac{R_F}{R_1} + 1\right)$

La tensione $v_{K'} = v_u$

$i_1' = \frac{v_u}{R_1'} \qquad v_{F'} = \frac{R_F' \cdot v_u}{R_1'} \qquad v_{u'} = \underset{v_{K'}}{v_u} + v_u \frac{R_F'}{R_1'}$

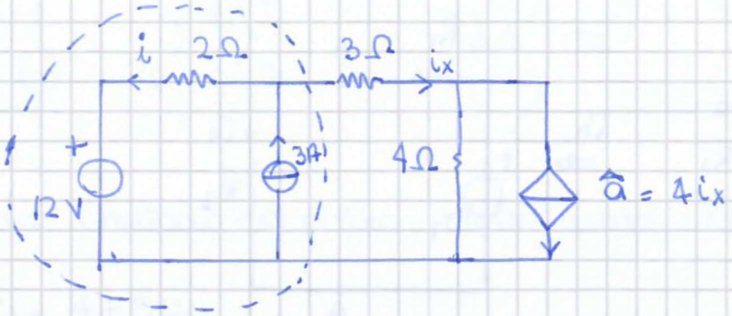
Regola →

$v_u' = v_u \cdot \left(1 + \frac{R_F'}{R_1'}\right)$

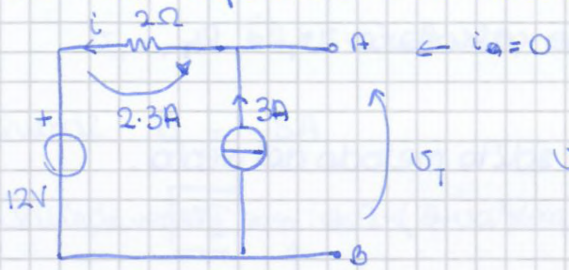
4) $v = -1\,\Omega \cdot i_x = \boxed{\frac{6}{7}\,V}$

Es 4.2

$i = ?$

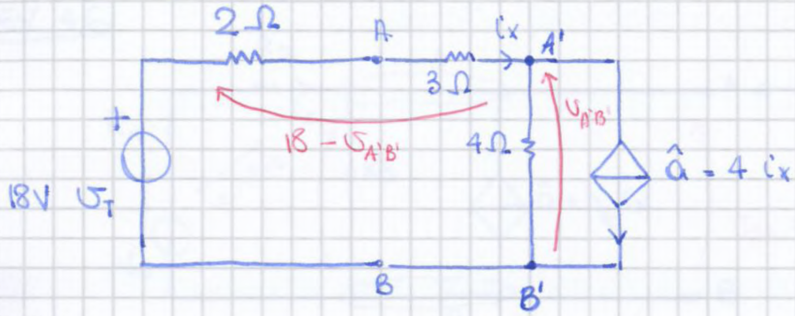


Posso fare l'equivalente di Thevenin.



$v_T = 12V + (2 \cdot 3A) = 18\,V$

Spengo gen. corrente e tensione $\rightarrow$ $R_T = 2\,\Omega$



Tra A' e B' posso applicare Millman per calcolare $v_{A'B'}$

Tra A', B' la tensione è ∅.

$$i_x = \frac{18 - v_{A'B'}}{2+3} = \frac{18}{5} - \frac{1}{5} v_{A'B'}$$

Millmann

$$v_{A'B'} = \frac{\frac{18}{5} - 4i_x}{\frac{1}{5} + \frac{1}{4}}$$

Quindi: $i_x = \frac{18}{5} - \frac{1}{5} \frac{\frac{18}{5} - 4i_x}{\frac{1}{5} + \frac{1}{4}}$

$$i_x = \frac{18}{5} - \frac{(18 - 20i_x)4}{45}$$

$$i_x = \frac{18}{5} - \frac{18 \cdot 4}{45} + \frac{80 i_x}{45}$$

$$i_x = \frac{18}{5} - \frac{1}{5} \frac{\frac{18 - 20i_x}{5}}{9/20}$$

$$i_x = \frac{18}{5} - \frac{1}{5} \cdot \frac{18 - 20i_x}{\cancel{5}} \cdot \frac{\cancel{20}^{4}}{9}$$

i_x = VALORE TOT

Ora dobbiamo calcolare $\underline{i}$. Legge di Kirchoff

$$i = 3 - i_x \quad ✓$$

→

ES. 4.4

$\hat{a} = g_m v_1$, $g_m = 5\,S$

$v_2 = ?$

Pilota v_1

Devo usare il metodo del pilota. Posso usare KCL:

$$i_1 = 4 + 5 v_1$$

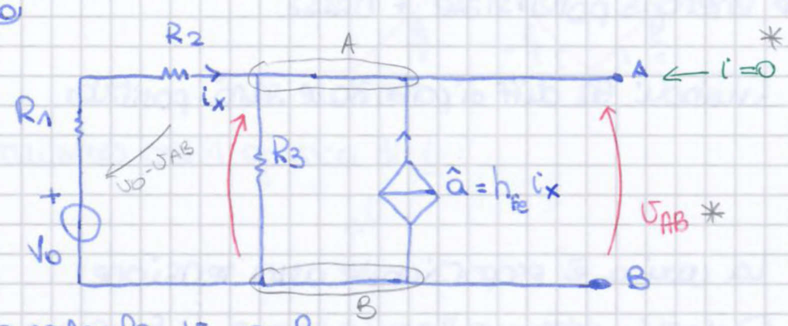
$$v_1 = 1 \cdot (4 + 5 v_1) \Rightarrow -4 v_1 = 4 \Rightarrow v_1 = 1\,V$$

Quindi $\hat{a} = -5A$

Quindi $\boxed{v_2} = -4\Omega\,(5 v_1) = \boxed{20\,V}$

La corrente esce dal p.to a potenziale + alto

Es. 4.6



$h_{fe} = \beta$

Equivalente di Thevenin?

Devo calcola v_T e R_T.

v_T : $\quad v_T = v_{AB}\Big|_{i=0}$

Metodo del pilota: calcolo i_x

$$i_x = \frac{V_0 - v_{AB}}{R_1 + R_2} \quad , \quad v_{AB} = \text{Millmann} = \frac{\frac{V_0}{R_1+R_2} + \hat{a}}{\frac{1}{R_1+R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{\frac{V_0}{R_1+R_2} + h_{fe} i_x}{\frac{1}{R_1+R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{R_3\left[V_0 + h_{fe}(R_1+R_2) i_x\right]}{R_1 + R_2 + R_3}$$

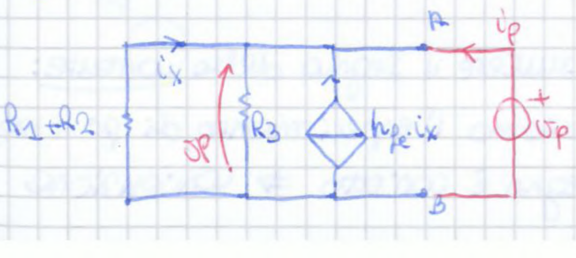
Sostituiamo v_{AB} in i_x e così otteniamo i_x:

$$i_x = \frac{V_0}{R_1 + R_2} - \frac{1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_3\left[V_0 + h_{fe}(R_1+R_2)\, i_x\right]}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Calcolata $i_x \Rightarrow$ calcoliamo $v_T = v_{AB}$

Calcoliamo ora R_T (spengo gen indip):

V_0 = corto c.to



Calcolare $i_p \Rightarrow \frac{v_p}{i_p} = R_T$

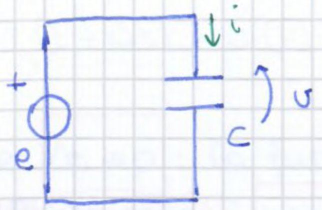
Metodo del pilota:

→

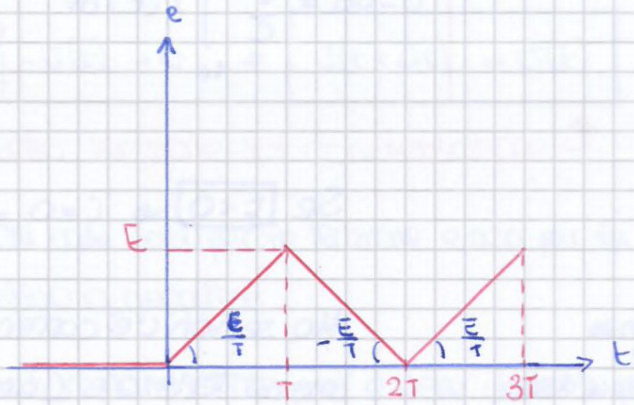
Prendiamo un condensatore

$$i = C\,\frac{dv}{dt}$$

Colleghiamo il condensatore con un gen. di tensione



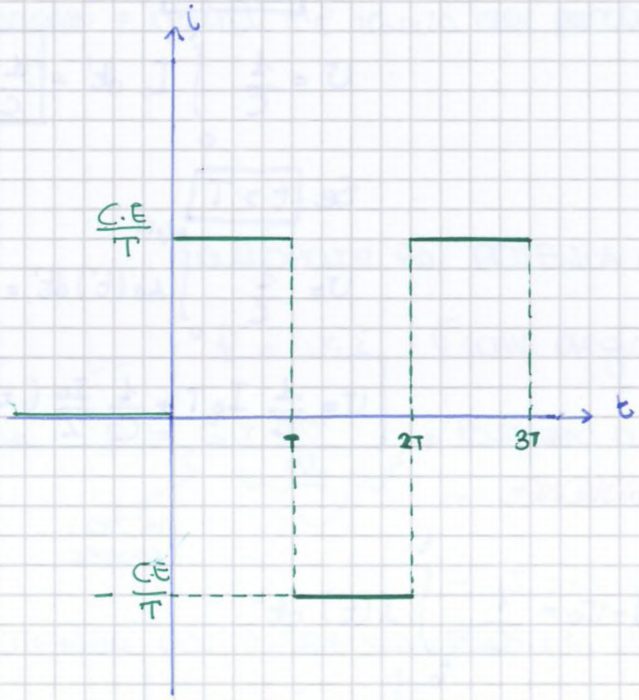
La v del condensatore deve essere concorde con e. Quindi la corrente sarà:
Supponiamo che il gen. produca una tensione che cambia nel tempo.



Onda triangolare

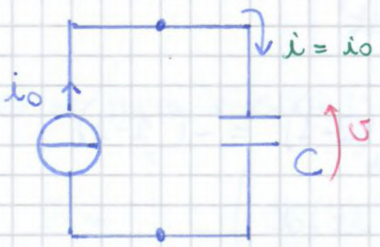
$v = e$

Costruiamo ora il grafico di i:



Tensione e corrente hanno una forma completamente diversa! La tensione è triangolare, mentre la corrente è squadrata. Questo è l'effetto della deriv.

Prendiamo ora un gen di corrente:



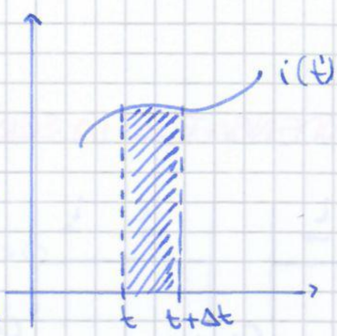
Diamo una forma alla corrente i_0 per poi ricavare la tensione v.

$$v(t+\Delta t) - v(t) = \frac{1}{C}\left[\int_{t_0}^{t+\Delta t} i(t')\,dt' - \int_{t_0}^{t} i(t')\,dt'\right]$$

$$v(t+\Delta t) - v(t) = \frac{1}{C}\left[\cancel{\int_{t_0}^{t} i\,dt'} + \int_{t}^{t+\Delta t} i\,dt' - \cancel{\int_{t_0}^{t} i\,dt'}\right]$$

$$v(t+\Delta t) - v(t) = \frac{1}{C}\left[\int_{t}^{t+\Delta t} i\,dt'\right]$$

è come avere:



Se $\boxed{\Delta t \to 0}$: la funz. integranda non può essere ∞ ⇒ assurdo!
L'integrale è uguale a zero. Quindi:

$$v(t+\Delta t) - v(t) = 0 \Rightarrow \boxed{v(t+\Delta t) = v(t)}$$

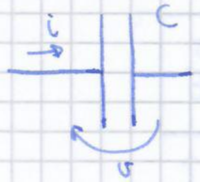
CONDIZIONE di CONTINUITÀ!

Continuità della tensione sul condensatore

⚠ La continuità vale solo per la tensione e non per la corrente! Infatti la corrente ha salti da positivo a negativo.

In un condensatore, la corrente può essere definita punto x punto grazie alla 2^ eq. di funzionamento, invece con la 3^ eq. la tensione è definita grazie all'integrale della corrente e quindi c'è traccia del percorso della corrente ⇒ il condensatore ha MEMORIA !!

PROPRIETÀ:



Calcolare la POTENZA assorbita dal condensatore:

$$p = v \cdot i \quad \text{(conv. degli utilizzatori)}$$

$$i = C\frac{dv}{dt} \Rightarrow p = \underbrace{C}_{\text{cost.} \geq 0 \text{ sempre!}}\, v \frac{dv}{dt}$$

Possiamo avere:
- $v > 0$ che cresce ⇒ $v\frac{dv}{dt} > 0$
- $v > 0$ che cala ⇒ $v\frac{dv}{dt} < 0$

Quindi la POTENZA può essere sia NEGATIVA che POSITIVA. Ma sappiamo che:

$$p = \frac{dE}{dt} \Rightarrow \boxed{E - E_0 = \int_{t_0}^{t} p(t')\,dt'}$$

t_0 = il condensatore inizia a funzionare.

$E_0 = 0$ ⇒ mom. iniziale (prima di t_0 il condens. non funzionava)

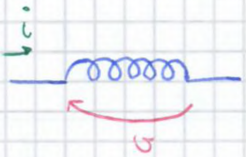
$$E = \int_{t_0}^{t} C v \frac{dv}{\cancel{dt'}}\cancel{dt'} \Rightarrow E = C\int_{t_0}^{t} v\,dv, \quad E = C\left[\frac{1}{2}v^2\right]_{t_0}^{t}, \quad E = \frac{C}{2}\left[v^2(t) - \underbrace{\cancel{v^2(t_0)}}_{0}\right]$$

⇒

INDUTTORE

In analogia al condensatore, anche l'induttore ha equazione con derivata.

Simbologia:

solenoide: 

conv. degli utilizzatori

$$\boxed{v = L\,\underbrace{\frac{di}{dt}}}$$

1^ Eq. di funzionamento

L: cost. coeff. di prop., >0

È simile all'equazione del condens.

$[L]$: INDUTTANZA = u.m. $\frac{V}{A/s}$ = henry, H

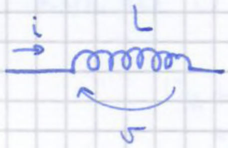
Se vogliamo esprime la corrente:

$$\boxed{i = \underbrace{i_0}_{\substack{\text{corrente} \\ \text{al p.to iniziale} \\ (\text{spesso è } = 0)}} + \frac{1}{L} \cdot \int_{t_0}^{t} v(t')\,dt'}$$

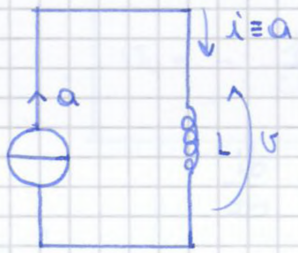
2^ Eq. di funzionamento

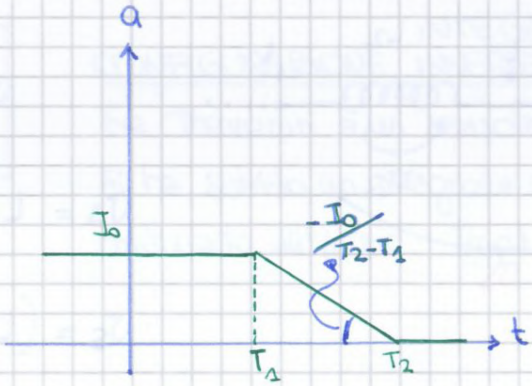
La corrente dipende dall'integrale della tensione → induttore mantiene memoria della storia precedente della tensione.

Prendiamo un induttore in un c.to:

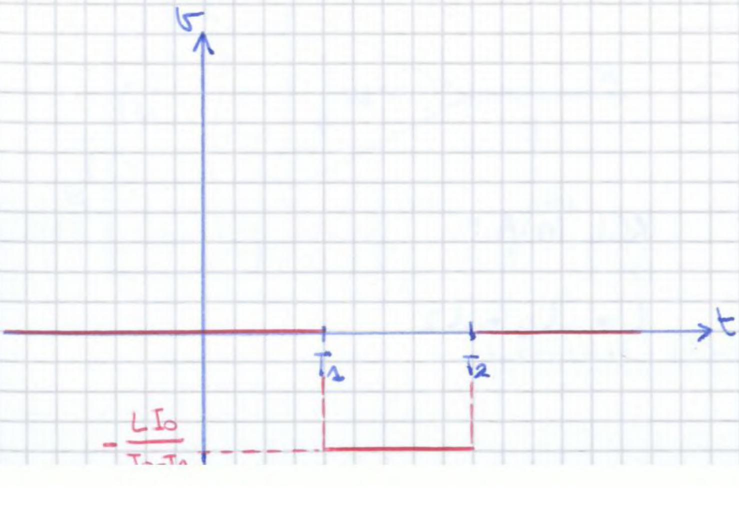


$$v = L\,\frac{di}{dt}\quad,\quad i = i_0 + \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v(t')\,dt'$$





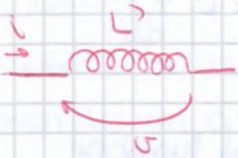
Ricaviamo la TENSIONE:



$$i = \frac{1}{L_1} \int_{t_0} v(t')\,dt' + \frac{1}{L_2} \int_{t_0} v(t')\,dt'$$

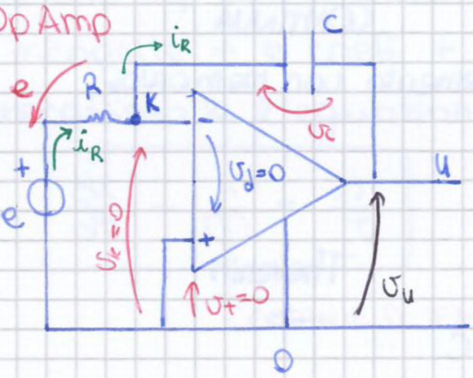
$$\boxed{i = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}\right) \int_{t_0}^{t} v(t')\,dt'}$$

$\Downarrow$



$$\boxed{\frac{1}{L'} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}}$$

Con OpAmp



$$i_R = \frac{e}{R}$$

Sul condensatore: se la corrente è data possiamo trovare la tensione.

$$v_C = \frac{1}{C} \int_{t_0}^{t} i_R\,dt'$$

$$v_C = \frac{1}{CR} \int_{t_0}^{t} e\,dt' \quad \leftarrow \quad v_C = \frac{1}{C} \int_{t_0}^{t} \frac{e}{R}\,dt'$$

KVL fra $0 \longrightarrow u \xrightarrow{(c)} K \longrightarrow 0$

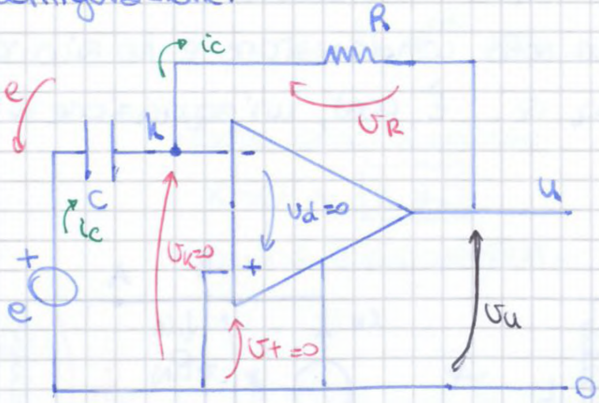
$$v_u + v_c = v_k \quad \Rightarrow \quad v_u + v_c = 0 \quad \Rightarrow \quad v_u = -v_c$$

$$\boxed{v_u = -\frac{1}{CR} \int_{t_0}^{t} e\,dt'}$$

INTEGRATORE
CONFIGURAZIONE INVERTENTE

Se Thevenin è un sensore $\rightarrow$ all'uscita si ha subito un integrale di quel sensore misurato all'inizio. Imp!

Altra configurazione:



$$i_c = C\,\frac{de}{dt}$$

$$v_u = -v_R = -R \cdot i_c$$

$$\boxed{v_u = -R \cdot C\,\frac{de}{dt}}$$

CIRCUITO DERIVATORE

$v_{AB} = L \dfrac{di_L}{dt}$

$i_R = \dfrac{v_{AB}}{R_N}$

Posso applicare KCL in A:

$$i_N = \frac{v_{AB}}{R_N} + i_L$$

$$i_N = \frac{L \frac{di_L}{dt}}{R_N} + i_L$$ divido tutto per $\frac{L}{R_N}$:

EQ. DIFFERENZIALE 1° ORDINE A COEFF. COSTANTI NON OMOGENEA

$$\frac{di_L}{dt} + \frac{1}{L/R_N} i_L = \frac{i_N}{L/R_N} \checkmark$$

Come prima ho una sola incognita $\Rightarrow i_L$.

Se prendo un qualunque c.to contenente o un (C) o un (L) posso sempre scrivere una eq. diff 1° ordine a coeff cost non omogenea, ovviamente $\neq$ perchè ho 2 incognite $\neq$ e coeff. $\neq$.

Se generalizzo le 2 equazioni:

$$\boxed{\frac{dx}{dt} + \frac{x}{\tau} = \frac{s}{\tau}}$$

τ → COSTANTE DI TEMPO

$$\begin{cases} \text{C}: & x = v_C \\ & \tau = R_T C \\ & s = e_T \\ \text{L}: & x = i_L \\ & \tau = L/R_N \\ & s = i_N \end{cases}$$

Soluzione:

$$x(t) = x_{om}(t) + x_p(t)$$

x_{om}: soluz. dell'omogenea $\quad \dfrac{dx_{om}}{dt} + \dfrac{x_{om}}{\tau} = 0$

x_p: soluzione particolare: Funz. dello stesso tipo del termine noto

• Soluzione eq. omogenea:

$x_{om} = ke^{at}$ Verifica: derivo rispetto al tempo:

$$kae^{at} + \frac{ke^{at}}{\tau} = 0$$

$$e^{at}\left(ka + \frac{k}{\tau}\right) = 0 \quad \forall t \setminus +\infty, -\infty$$

$$e^{at} \neq 0 \Rightarrow ka + \frac{k}{\tau} = 0$$

$$k\left(a + \frac{1}{\tau}\right) = 0$$

Non ha senso scegliere $k = 0 \Rightarrow \boxed{k \neq 0}$

quindi è la parentesi $= 0$

$$a + \frac{1}{\tau} = 0$$

$$\boxed{a = -\frac{1}{\tau}}$$

QUINDI:

$x_{om}(t) = \underset{\neq 0}{K} e^{-t/\tau}$, K non lo conosco ancora.

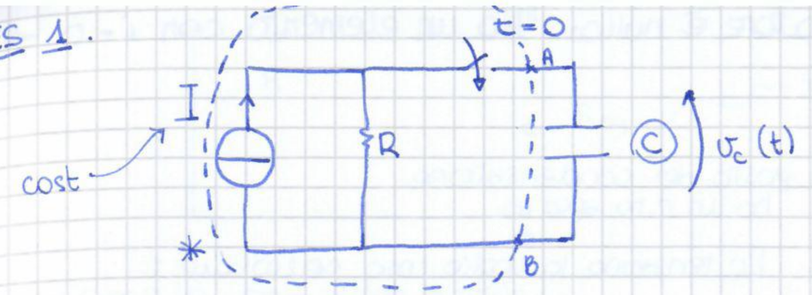
$\boxed{\tau} = \begin{cases} R_T C \\ L/R_N \end{cases}$

C ed L sono cost positive

$R_T = R_N \Rightarrow$ resistenza del c.to {} quando spengo i gen. indip. $\Rightarrow > 0$!

quindi $\boxed{\tau > 0}$!! sempre.

ES 1.



Ad un certo istante di tempo chiudiamo l'interruttore.

INCOGNITA

$v_c(t) = ?$

C.to con un bipolo dinamico (C) + 1 gen. costante

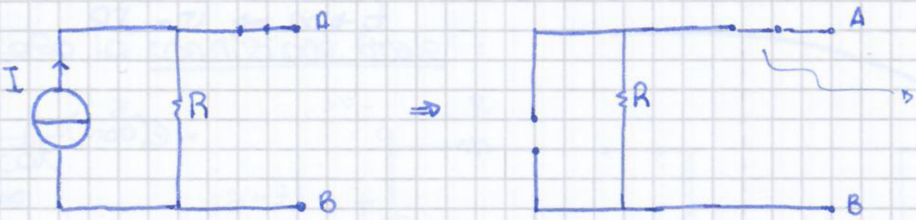
Posso subito scrivere:

$$v_c(t) = \left(v_c(0) - v_c(\infty)\right) e^{-t/\tau} + v_c(\infty) \qquad \text{per } t \geq 0$$

Non so quanto vale $v_c(0)$, $v_c(\infty)$, τ.

Calcolo τ:

$\tau = R_T \cdot C$ Devo risolvere la Resistenza di Thevenin.*



l'interruttore è chiuso perché la formula vale per un tempo ≥ 0, t ≥ 0.

$R_T = R$

$\tau = C \cdot R$

Troviamo la condizione iniziale.

$v_c(0)$ Dobbiamo fare un ragionamento per trovarla.

Nel momento in cui l'interruttore si chiude le cariche dal generatore passano sul condensatore. Ricordiamoci che sul condensatore v deve essere una funz. continua, quindi non può fare salti ⇒ anche nel momento 0 non può fare salti, quindi v_c al momento iniziale deve essere uguale a v_c all'ultimo istante dopo la chiusura. cioè all'ultimo istante prima della chiusura

$v_c(0^-) = v_c(0^+)$

0^-: prima chiusura — mi basta sapere questo

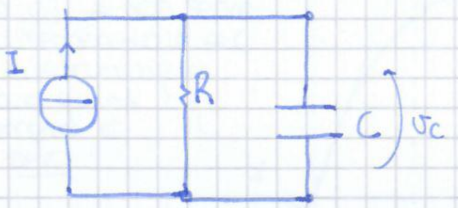
0^+: dopo chiusura

⇒ in questo momento sul condensatore $v = 0$ $i = 0$ ⇒

⇒ $v_c = 0$

Siccome $v_c(0^-) = v_c(0^+)$ ⇒ $v_c(0^+) = 0$

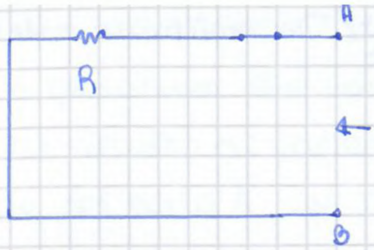
Calcolo la condizione finale



Per $t \to \infty$

⇓

L'esponenziale è nullo ⇒ gen costanti continuo a mantenerci. Se tutto è costante anche la tensione sul condensatore è costante ⇒



$\leftarrow$ Req $\rightarrow$ $R_N = R$ $\qquad \tau = \frac{L}{R}$

Troviamo la condizione iniziale:

$$i_L(0) = i_L(0^+)$$

istante successivo alla chiusura dell'interruttore.

Di nuovo non so quanto vale la corrente che gira. Mi ricordo, però, che la corrente sull'interruttore deve essere continua.

$$i_L(0^+) \stackrel{!}{=} i_L(0^-)$$ ultimo istante prima che si chiuda l'interruttore

$$i_L(0^-) = 0 = i_L(0^+)$$

l'interruttore è ancora aperto

⚠ Le condizioni iniziali non sono sempre zero, possono cambiare

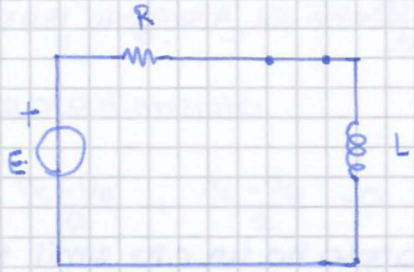
Calcolo la condizione finale:

$i_L(\infty)$

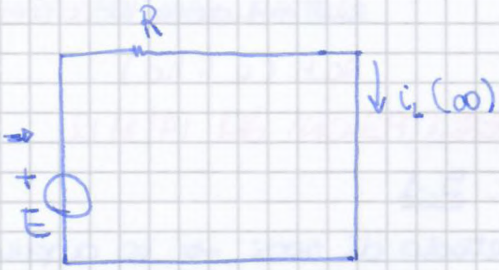
$t \to \infty$

$\Downarrow$

L'esponenziale è esaurito.



$\Rightarrow$



Quindi in tutto il c.to ci sono solo elementi costanti. Ma se i_L è costante $\Rightarrow$ $\frac{di_L}{dt} = 0 \Rightarrow v_L = 0 \Rightarrow$ L'induttore diventa un corto c.to.

$$i_L(\infty) = \frac{E}{R}$$

Quindi:

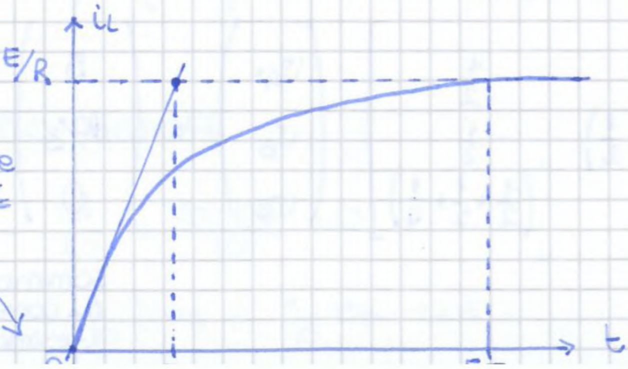
$$i_L(t) = \left(0 - \frac{E}{R}\right) e^{-t/{L/R}} + \frac{E}{R} \qquad \text{per } t \geq 0$$

$$i_L(t) = -\frac{E}{R} e^{-tR/L} + \frac{E}{R}$$

$$i_L(t) = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-tR/L}\right) \qquad \text{per } t \geq 0$$

Grafico:

La soluz da $(-\infty, 0]$ $\Rightarrow$ non serve l'eq. differenziale perché l'interruttore è aperto e quindi la corrente è zero!



La tensione $v = v_C \Rightarrow$ RISOLVO solo per v_C

Questa è la procedura standard. Questo metodo si basa sulla legge di kirc.

Torniamo al circuito di partenza:

Il potenziale del nodo A $\rightarrow v_A = 10$ V

Posso ottenere le stesse equazioni precedenti applicando KCL a tutti i nodi tranne a quello a cui è connesso il gen. di tensione.

KCL su A' : $\frac{v_{A'} - 10}{2} + \frac{v_{A'}}{2} + \frac{v_{A'} - v_C}{2} = 0$

corrente sul resistore tra 2 Ω tra A e A'

resistore tra A' e 0

resistore di 2Ω tra A' e C.

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) v_{A'} - \frac{1}{2} v_C = 5$$

ECCO LA PRIMA EQ. DELLA MATRICE PRECEDENTE !!

KCL su B: $\frac{v_B - 10}{3} + \frac{v_B}{6} + \frac{v_B - v_C}{2} = 0$

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right) v_B - \frac{1}{2} v_C = \frac{10}{3}$$

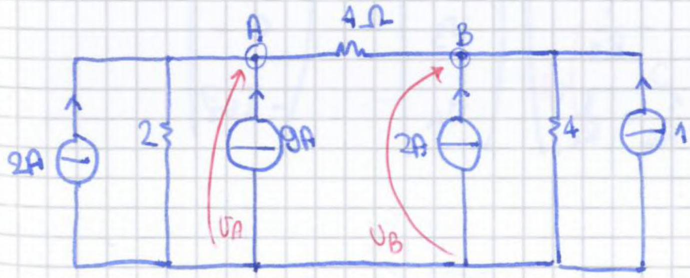
2^ EQ della MATRICE

Sul nodo C: lo stesso procedimento

$$\frac{v_C}{4} + \frac{v_C - v_{A'}}{2} + \frac{v_C - v_B}{2} = 0$$

$$\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) v_C - \frac{1}{2} v_{A'} - \frac{1}{2} v_B = 0$$

Es. 5.2



$$\begin{pmatrix} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_A \\ v_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+9 \\ 2+1 \end{pmatrix}$$

Ottieniamo il sistema !

Es. 5.3

Risoluzione attraverso Kirchoff

NODO A: $\frac{v_A - 10}{10} + \frac{v_A}{10} + \frac{v_A - v_B}{10} = 0$

$$\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}\right) v_A - \frac{1}{10} v_B = +1$$