NUMERO: 1052 DATA: 01/09/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Raparelli

MATERIA: Fisica II + Eserc.

Prof. Descrovi

A.A. 2013/2014

FISICA II (1)

30/9/2013

LEZIONE 1

- PROFESSORE: EMILIANO DESCROVI (DISAT)
- TEL: 011 564 7354
- E-MAIL: emiliano.descrovi@polito.it
- CONSULENZA: su prenotazione
- UFFICIO: 2° piano, ingresso 1 (ex DIFIS)

Il corso dura 60 h, 45 h di lezione, 15 h esercitazione

- LEZIONE: LUN 13.00 - 14.30 5
  GIO 8.30 - 10.30
  VEN 13.00 - 14.30
- APPELLI: 27/1, 11/2, 16/6, 5/9

L'esame comprende scritto + orale facoltativo

scritto: durata 2h; quesiti a risp multipla e problemi

quesiti a risp multipla → 10/30; problemi → 20/30

Si può usare la calcolatrice

Orale → solo se voto ≥ 27/30 e dura 20-30 min ← soprattutto questo

- TESTI: "FISICA VOLUME 2" MAZZOLDI, Nigro e Voci - II Edizione (ED. EDISES)
  "ELEMENTI DI FISICA x L'UNIVERSITÀ 2" (VOLUME) Alonso, Finn, Addison-Wesley 1969
- ARGOMENTI: ELETTROSTATICA, ELETTRODINAMICA, MAGNETOSTATICA, MAGNETODINAMICA

ELETTROSTATICA, ELETTRODINAMICA → cariche e campi; MAGNETOSTATICA, MAGNETODINAMICA → poli e campi

Quindi → "elettromagnetismo"
1 Eq Gauss → statico
2 " campo magnetico → statico
3 " Faraday
4 " Ampere - Maxwell
(3, 4 → dinamico)
(1-4 → Eq. di Maxwell)

"elettromagnetismo" → fonde i quattro argomenti

Onde elettromagnetiche, Ottica Fisica, Ottica Geometrica

Ottica Fisica, Ottica Geometrica → luce

PROPRIETÀ DEL NABLA

- $\nabla(f+g) = \nabla f + \nabla g$
- $\nabla(f\cdot g) = f\nabla g + g\nabla f$ (derivata di un prodotto)
- $\nabla\cdot(\vec{f}+\vec{g}) = \nabla\cdot\vec{f} + \nabla\cdot\vec{g}$
- $\nabla\wedge(\vec{f}+\vec{g}) = \nabla\wedge\vec{f} + \nabla\wedge\vec{g}$

$\nabla\cdot\underbrace{\nabla f}_{\text{grad} f}$ = ottengo uno scalare $= \underbrace{\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}}_{\text{somma delle derivate seconde}}$

$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ => OPERATORE LAPLACIANO

RELAZIONI

- rot. rot $\vec{v} = \nabla\wedge(\nabla\wedge\vec{v})$ (è un vettore)
  $= \nabla\,\nabla\cdot\vec{v} - \nabla^2\vec{v}$
- rot. grad $f = \nabla\wedge(\nabla f) = 0$ (si può dimostrare)
  ↳ GRADIENTE IRROTAZIONALE → ad esempio un campo conservativo

Campo vettoriale scrivibile come gradiente di un campo scalare, il gradiente è 0, quindi il rotore è 0.

- div. rot $\vec{v} = \nabla\cdot(\nabla\wedge\vec{v}) = 0$ (si può dimostrare)
  ↳ campo vettoriale $\nabla\wedge\vec{v}$ è SOLENOIDALE (in qst caso)

Quindi se $\vec{v}$ è | $\left.\begin{array}{l}\vec{v} = \nabla f \\ \nabla\cdot\vec{v} = 0\end{array}\right\}$ equazione di LAPLACE, cioè $\nabla^2 f = 0$ => combina conservatività e solenoidalità

TEOREMI FONDAMENTALI

Hp: campo scalare $f(x,y,z)$

superficie di livello $\equiv f(x,y,z) = \text{cost}$

considerare $d\vec{s} = \vec{i}\,dx + \vec{j}\,dz + \vec{k}\,dz$

Th: $df = \nabla f\cdot d\vec{s} = 0$

↳ variazione infinitesima di f proiettata sulla superficie

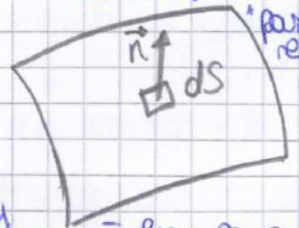
FLUSSO → si riferisce ad un campo $\vec{v}$

$\bar{\Phi}$

$\Phi_{(S)}$ → superficie attraverso cui "passa" il flusso

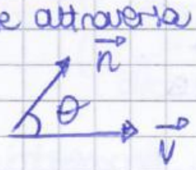
$$\Phi_{(S)} = \iint_S \vec{v}\cdot\vec{n}\, dS$$

$\vec{n}$ → vettore ⊥ a S

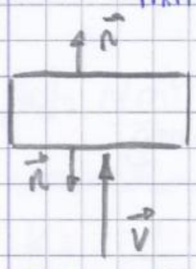


→ quantifica la quantità di campo che attraversa la sup.

flusso max → $\cos\theta = 1$ $\theta =$



min → $\cos\theta = 0$



il flusso totale è 0, xké si annulla!

TEOREMA DELLA DIVERGENZA (Gauss)

$$\Phi_S(\vec{v}) = \iiint (\nabla\cdot\vec{v})\, dV$$

$(\nabla\cdot\vec{v})$ → divergenza di $\vec{v}$

→ ricava il flusso dalla sup.

$\iiint$ → integrale di volume

TEOREMA DI STOKES

$$\oint_S \vec{v}\cdot d\vec{s} = \iint_{S'} (\nabla\wedge\vec{v})\cdot\vec{n}\, dS'$$

$\oint_S$ → circuitazione

$(\nabla\wedge\vec{v})\cdot\vec{n}$ → flusso del rotore

INDUZIONE → indurre una carica avvicinando un oggetto carico

tanto + è carico, tanto maggiore sarà l'effetto

INTERAZIONI FRA CARICHE

Coulomb → si concentrò sull'interazione fra cariche puntiformi

// a Newton x le masse

$F = k \frac{qQ}{r^2}$ ⇒ $\boxed{\text{LEGGE DI COULOMB}}$

r^2 → distanza fra le cariche

$[Q] = C$ (coulomb) → quantità di carica che si ottiene facendo passare la corrente di $1A$ in un secondo

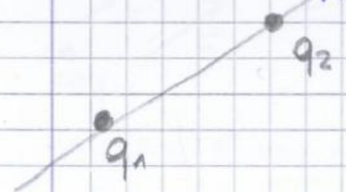
corrente → velocità / variaz. di carica nel tempo

$[k] = \frac{Nm^2}{C^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$

$k = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0}$ → permittività del vuoto o costante dielettrica del vuoto

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$

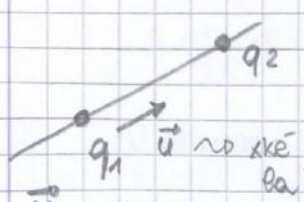
Quindi: $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{qQ}{r^2}$



⇒ la diret. di $\vec{F}$ è lungo la congiungente fra q e Q

se consideriamo q_1, si considera la forza che scaturisce da qst sorgente

X misurarla si deve utilizzare la carica di sonda q2.



$\vec{u}$ ⤳ xké voglio misurare la F di q_1

$\vec{u}$ = versore uscente da q_1

⇒ $\vec{F} = \vec{u} F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}$

F → il segno dipende da q_1 e q_2

$\vec{F}$ dipende anche da q_0 (sonda)

$\vec{E} = \frac{F}{q_0}$ ⇒ **CAMPO ELETTRICO** (o elettrostatico)

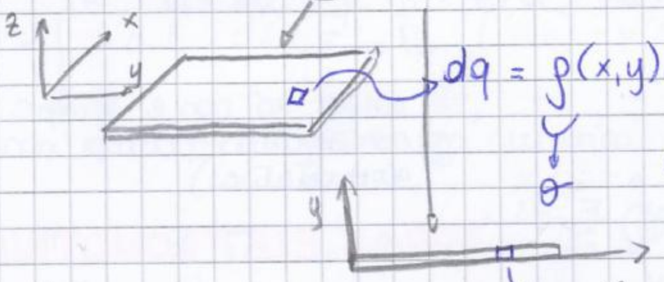
e^- // a $\vec{g}$ (campo gravitazionale)

$[E] = \frac{N}{C}$

svincola la descrizione di $\vec{F}$ dalla q di sonda

unicamente riferito a q_1 (puntiforme o massivo)

In caso di geometrie 2D o 1D (spessore trascurabile)

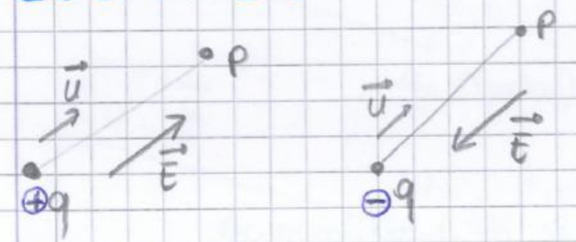


$dq = \rho(x,y)\, dS$ → ρ: σ, dS: $dxdy$

$dq = \rho(x)\, dx$ → ρ: λ

4/10/2013

LEZIONE 3



CONVENZIONE → $q > 0$ genera un campo uscente

→ $q < 0$ " entrante

Qual è l'energia associata a $\vec{E}$?

∃ xké causa un moto della carica puntiforme

En. ∼ W) $\vec{F} \cdot \vec{s}$) vettore spostamento

Considero $d\vec{s}$, $\vec{F} = q_0 \vec{E}$) carica sonda che si sposta di $d\vec{s}$

$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$ → contributo infinitesimo del lavoro

$\nabla(V+c) = \nabla(V)$ è sempre la stessa a prescindere da una costante additiva

La diff. di potenziale dà informazione sull'energia/lavoro × muovere una carica.

$$q_0 \Delta V = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = W$$

è la f.e.m. calcolata su un percorso aperto — contro la forza del campo (come in meccanica)

RICORDA se $W > 0$ $\Delta V < 0$ (lavoro esterno = resistivo)

$W < 0$ $\Delta V > 0$ — è un lavoro "subito"

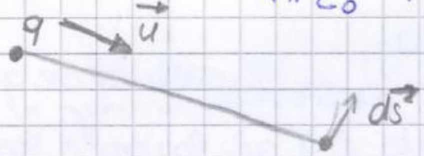
Calcolare W × andare da A a B:

$$W_{AB} = \int_A^B q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s} = -q_0 \left(V(B) - V(A)\right) = -q_0 \Delta V$$

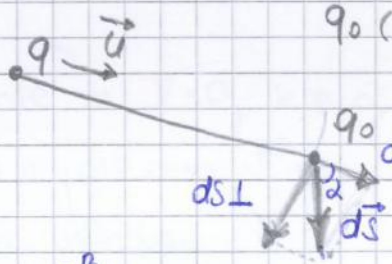
è lavoro "numerico" dipende anche dal segno di q_0

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u}$$ → lavoro di $\vec{E}$ × spostare q_0 per un $d\vec{s}$?

$$dW = q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} \vec{u} \cdot d\vec{s}$$) non è sempre una diret. radiale



se $d\vec{s} \perp \vec{u}$, non c'è un contributo nel lavoro

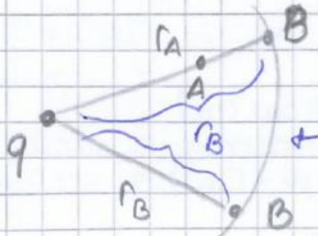


→ $\vec{u} \cdot d\vec{s} = 1 \cdot ds_{//}$) → $ds \cos\theta$

$ds_{//} \Rightarrow dr$ è l'unico a dare contributo in dW, quindi $dW = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dr}{r^2}$

$$W = \int_A^B \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dr}{r^2} = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0} \int_A^B \frac{dr}{r^2}$$

r è la distanza da q a q_0



⇐ A e B diventano r_A e r_B, quindi W dipende solo da A e B

in qst tratto il lavoro è nullo (caso particolare)

$W = -\Delta U$

$\Delta E_k = -\Delta U$ → conservazione EN. MECCANICA

$$\frac{1}{2} m v_B^2 + \underbrace{U_B}_{q_0 V_B} = \frac{1}{2} m v_A^2 + \underbrace{U_A}_{q_0 V_A}$$

il gradiente di V, ovvero la differenza spaziale di V, accelera / decelera le cariche

(vedi Millikan)

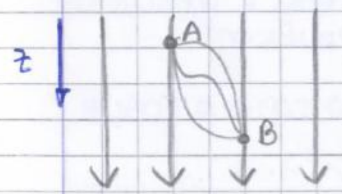
10/10/2013

LEZIONE 4

$\frac{1}{2} m v_B^2 + q V_B = \frac{1}{2} m v_A^2 + q V_A$ → in tutti sistemi in cui è prevista un' acc. di carica

Si può considerare, // a $\vec{g}$, un $\vec{E}$ uniforme (localmente) → // e con modulo uguale

non si apprezza la natura radiata del campo, in quanto ho una sup. infinitamente estesa



$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = E(z_B - z_A)$$

xò → $U_A = -E \cdot z_A + \underbrace{cost}_{\text{costante additiva presente nella definizione di potenziale}}$

Se all' ∞ $V = 0$, si può appunto considerare $cost = 0$

Ma in qst caso $\vec{E} = k$, xciò non va a 0, quindi cost deve rimanere nella definizione

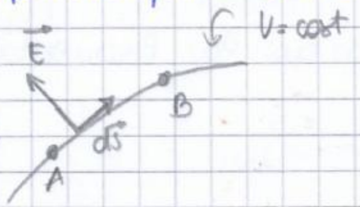
SUPERFICIE DI LIVELLO: luogo dei punti in cui $V = cost.$ → potenziale

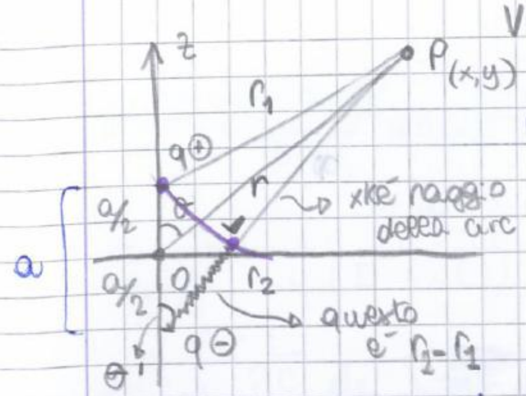
In qst caso, $\vec{E}$ è ⊥ alla superficie, xké $\vec{E} = -\nabla V$

$$q\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = q\int_A^B \underbrace{dV}_{\text{xké costante}} = 0$$

teorema del differenziale

Quindi il prodotto scalare è 0



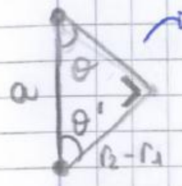


$$V(P) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\underbrace{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}_{\text{somma}}$$

dovuta alla sovrapposizione degli effetti

Se $r \gg a$ si può dire che $r_1 \sim r_2 \sim r$

Immagino di puntare il compasso: P con raggio r_1 e fare una circ.



approssimo questo triangolo (quando $r \gg a$) $\Rightarrow \theta \sim \theta'$

ANISOTROPIA: variazione del modulo e della direzione del campo rispetto ad un asse di simmetria

$r_2 - r_1 = a\cos\theta$

Quindi $V(P) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{a\cos\theta}{r^2} = \dfrac{|\vec{p}|\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

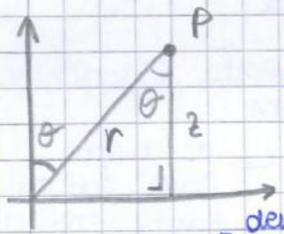
qst deriva da

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{(r_2 - r_1)}{r_1 r_2}\right)$$

la carica ha distrib. anisotropa e anche la boccetta dipende da come la guardo, infatti su un asse z il V non può essere uguale in tutti i punti

$\Rightarrow$ il potenziale è ANISOTROPO e ciò si riflette sul campo

Quindi V(P) dipende da θ



da qui $\cos\theta = \dfrac{z}{r} \Rightarrow \dfrac{pz}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = V(P)$.

derivata rispetto a x

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3zx}{r^5}$$

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3zy}{r^5}$$

: termini x e y compaiono nel raggio

$\Rightarrow$ la simmetria conferma l'anisotropia di V rispetto all'asse z.

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3\cos\theta - 1}{r^3}$$

Si potrebbero avere anche le coordinate cilindriche

CAMPO NON UNIFORME

Gradiente => derivata spaziale

$\vec{F}_{(-)} = -q\vec{E}$ (forza di $\vec{E}$ esercitata su $\ominus q$)

$\vec{E}$ ora non è cost

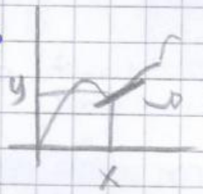
$\vec{F}_{(+)} = +q(\vec{E} + \Delta\vec{E})$ => linearizzo la differenza di $\vec{E}$

$$\Delta\vec{E} = \underbrace{\frac{\partial\vec{E}}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial\vec{E}}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial\vec{E}}{\partial z}\Delta z}_{\text{differenziale}} \quad (*)$$

=> non è infinitesimo

lo immagino come un differenziale finito. $\vec{E}$ quindi varia secondo le pendenze date dalle derivate

Riporto →



approssimo f a una retta => $\frac{\partial f}{\partial x}$ = pendenza => $\frac{dy}{dx}$ = pendenza

$dy = d' \, dx$ (*)

$$\vec{F}_{TOT} = \vec{F}_{(-)} + \vec{F}_{(+)} = q\,a_x\frac{\partial\vec{E}}{\partial x} + q\,a_y\frac{\partial\vec{E}}{\partial y} + q\,a_z\frac{\partial\vec{E}}{\partial z}$$

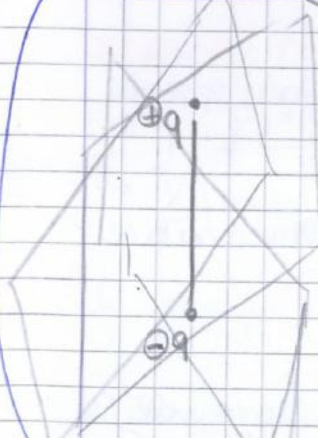
Sapendo che $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$, $\Delta x = a_x$, $\Delta y = a_y$, $\Delta z = a_z$

distanza lungo le componenti fra $q\oplus$ e $q\ominus$

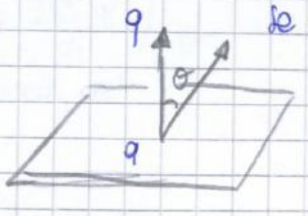
$$\boxed{\vec{F} = (\vec{p}\cdot\nabla)\vec{E}}$$

essendo scalare $q a_x \cdot \frac{\partial}{\partial x}$ applicato a $\vec{E}$ ...

11/10/2013



=> qualunque piano contenente il dipolo va bene x rappresentare il campo del dipolo



se guardo da un'altra angolazione le linee di campo avranno un altro rapp.

→ può dare origine anche a una rototraslazione

$\vec{F} = -q\nabla V = -\nabla U$ → la forza è il gradiente dell'en potenziale xké $\vec{E}$ è conservativo

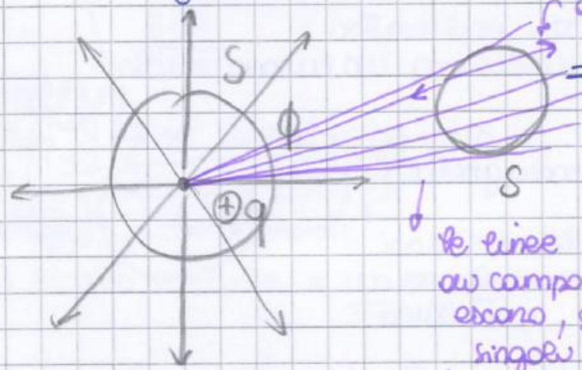
(∇V = $\vec{E}$)

Esempio :: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \vec{u}$ carica puntiforme

Considero una sup sferica di raggio R

$$\phi \vec{E} = \underbrace{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}}_{\text{è una costante xké io considero } \vec{E} \text{ sulla superficie, e sulla sup } R=K} \oint_S dS = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \cdot 4\pi R^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \text{(VERIFICATO)}$$

=> può essere qualunque sup.



=> quanto vale qui ϕ? è 0 xké non contiene alcuna carica

le linee di campo entrano e escono, sommando i singoli contributi ottengo 0

Se una sup. contiene un dipolo, la $Q_{TOT} = 0$, quindi $\phi = 0$

$\phi = 0$ => non è detto che il campo sia nullo

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{n}\, ds = 0$$

FORMA DIFFERENZIALE (LOCALE)

$$\frac{Q}{\varepsilon_0} = \int_V \frac{\rho(x,y,z)}{\varepsilon_0}\, dV$$

aggiunto dopo

V) raggiunto dalla sup. di integrazione

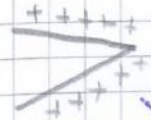
$\rho(x,y,z) = \frac{Q}{V}$ quale che sia V, basta che contenga Q

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{n}\, dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho(x,y,z)\, dV$$

Ricordando il teorema della divergenza:

$$\int_V \nabla \cdot \vec{E}\, dV = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho\, dV \Rightarrow \int_V \left(\nabla \vec{E} - \frac{\rho}{\varepsilon_0} \right) dV = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$) -> densità volumica di carica che genera $\vec{E}$


→ genera ionizzazione dell'aria circostante e causa un "vento" di e⁻

↳ campo maggiore

CAPACITÀ → si applica a conduttori carichi. Lega Q e V generato
↳ dip. da geometria conduttore
dalla Q sulla sup.
↓
carica depositata

Considero oggetto caricato con Q
↳ $dq = \sigma dS$ ↳ densità sulla sup

$$V = \frac{Q}{4\pi r \varepsilon_0}$$

$$V = \int \frac{\sigma dS}{4\pi r \varepsilon_0}$$ ⇒ vale x qualsiasi distribuzione di carica

$$C = \frac{Q}{V}$$
Q → carica aggiunta
V → potenziale scaturito da Q

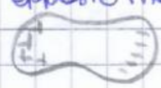
C è una costante x un conduttore → grandezza intensiva che racchiude le caratt. geometriche del conduttore.
↳ è relativa alla distribuzione di Q

$$[C] = \frac{C}{V} = \text{Farad} = F$$

C vale x oggetto singolo o cond. accoppiati

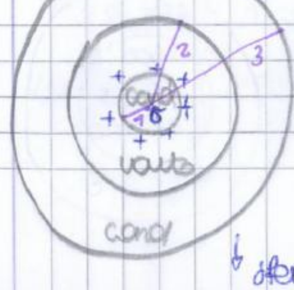
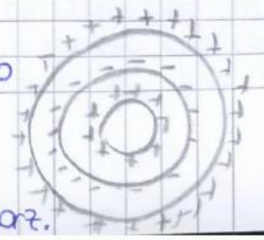
CASI PARTICOLARI

- 
  considero qst sup di Gauss: $\phi_\Sigma(\vec{E}) = 0$ xké $\vec{E} = 0$, quindi non vi sono cariche nette nella sup. interna
  ↳ somma di cariche = 0

GABBIA DI FARADAY
Spazio racchiuso in cui vi è una distr. di cariche opposte ma uguali in modulo =  e $\vec{E} = 0$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \underset{\text{xké conservativo}}{=} \int_{C_1} \vec{E} \cdot d\vec{s} + \int_{C_2} \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$
↳ circuitazione; $\int_{C_1} = 0$, $\int_{C_2} = 0$ ← xké interno

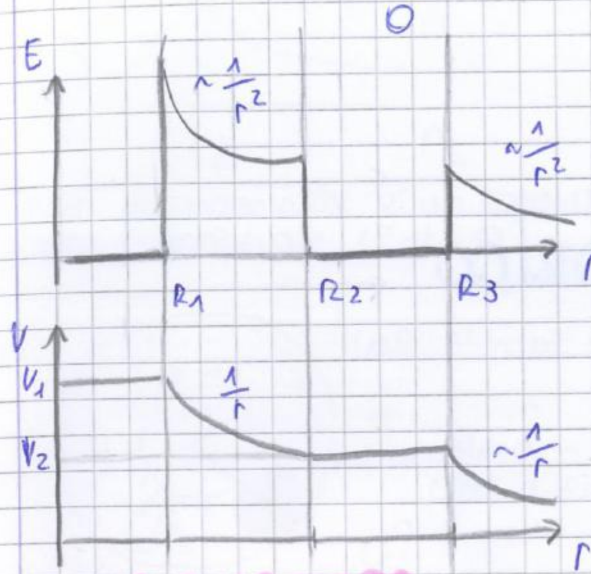
carica prima ① e x induzione quindi il resto dentro la cavità, $\vec{E} = 0$

- 
  ⇒ la δ genera un campo $\vec{E}$ che attrae ⊖ e respinge ⊕
  ↓
  ottengo 
  → si ha induzione completa
  le cariche sono bilanciate, ogni part.

$r \geq R_3$, $E = \underbrace{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}_{} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, $V = \underbrace{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}}_{= 0} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

questi sono i contributi dei gusci interni $= 0$

quindi il contributo è solo del guscio esterno

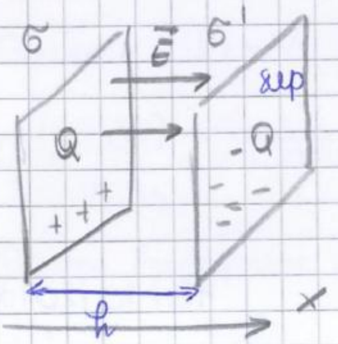


considero V_1 e V_2

CONDENSATORI

Deve esserci induzione completa → e quindi simmetria completa

Affaccio due conduttori carichi (e trascuro i bordi)



$\sigma = \sigma'$

→ immagino i piani ∞
I due conduttori sono le ARMATURE (possono essere dei cilindri, sfere)

Il condensatore definisce la geom dei 2 conduttori
Considero C e V delle 2 armature, quindi ΔV

$C = \frac{q}{V_1 - V_2}$

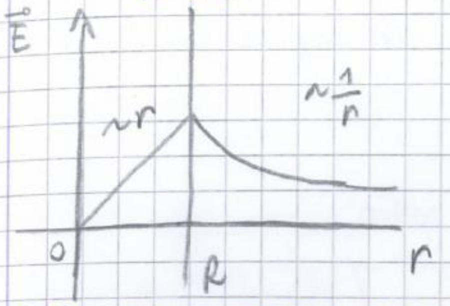
q) → è la stessa x induzione completa

$V_1 - V_2$) → ΔV affiancato da costanti

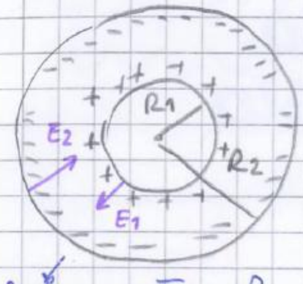
$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ => distribuzione planare, nel condensatore $\overset{\text{interno}}{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ (x ké doppio!)

$V_1 - V_2 = \int_1^2 \underbrace{E}_{\text{costante}} dx = E\int_1^2 dx = Eh$

$$\vec{E}(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R^2}\, r$$



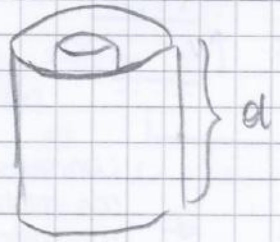
N.B. il condensatore è un conduttore, quindi la densità di carica è solo superficiale ($E_{int} = 0$)
↳ altrimenti è un altro materiale



vale l'indut. completa

=> due cond. a sez. cilindrica

C?



sono equipotenziali

X analogia con il cond. piano => x trovare E e quindi V e C, devo sommare i contributi di E

$E_2 = 0$ xké è un conduttore, e all'interno è 0 !!

Quindi $V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} E\,dr = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{1}{r}\,dr = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\lg\frac{R_2}{R_1}$

$C = \frac{q}{V_1 - V_2}$) → dovuto a induzione

Bisogna immaginare il cilindro con un'altezza pari a d

$C = \frac{q}{V_1 - V_2} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\lambda \lg\frac{R_2}{R_1}} \cdot \lambda d = \frac{2\pi\varepsilon_0 d}{\lg\frac{R_2}{R_1}}$ => quindi dipende da caratt. geometriche

Solo ai bordi ci sono piccole deviazioni

$$\lg\frac{R_2}{R_1} = \lg\Big(1 + \underbrace{\frac{R_2 - R_1}{R_1}}_{x}\Big) \simeq \underbrace{\lg(1)}_{0} + \underbrace{\frac{R_2 - R_1}{R_1}}_{x}$$

sviluppo in un intorno di x secondo Taylor al primo ordine

Se $R_1 \sim R_2 \sim R$ e $R_2 - R_1 \ll R$, posso approssimare, quindi

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 d}{\frac{R_2 - R_1}{R_1}} = \frac{2\pi\varepsilon_0 d R}{h} = \frac{\varepsilon_0 \Sigma}{h}$$) → superficie laterale

Su n cond. collegati in serie si ha una stessa q

$V_C - V_B = \frac{Q}{C_1}$, $V_B - V_A = \frac{Q}{C_2}$

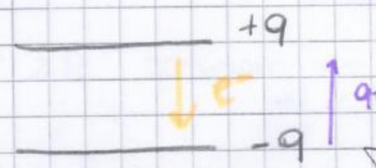
C_{eq}? $\Rightarrow (V_C - V_A) = \frac{q}{C_1} + V_B + \frac{q}{C_2} - V_B = V_C - V_A = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$

quindi un solo cond

$$C_{eq} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)^{-1}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

Capacità $\Rightarrow$ relativo all'immagazzinare en.



Come trasporto cariche da una piastra ad un'altra facendo sì che le 2 piastre da neutre si carichino, una ⊕ e l'altra ⊖?

Quando le cariche si muovono si crea un E, e x continuare a spostare bisogna compiere un lavoro contro il campo sempre maggiore. Infatti e⁻ spostato vorrebbe tornare su ⊕ !!

Idealmente il primo trasferimento è a spesa nulla.

$dW = V\,dq \rightarrow dW = F \cdot ds = dq\,E \cdot ds = dq \cdot V$

energia che sussiste sulle armature $\Rightarrow$ lavoro esterno che trasferisce cariche su piastre con carica netta $\neq 0$

$dW = \frac{Q}{C}\,dq$ carica complessiva caricata sulle piastre $\rightarrow$ causa una diff di potenziale

$$\boxed{W = \int dW = \int_0^Q \frac{q\,dq}{C} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}}$$

si oppone alla forza elettrostatica

U = energia potenziale associata al cond. allo stato carico = W lavoro esterno, x qst non c'è il meno in U, anzi, esso aumenta U

se W fosse stato fatto dalla F elettrostatica, allora metto il ⊖

$$\boxed{U = \frac{1}{2} Q V}$$ Quest'energia è all'interno del cond.

21/10/'13

$U = \frac{1}{2} qV$ => considero la sfera

$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$ (Raggio sfera) => sulla sup. V è costante

costante perché considero la sup. della sfera

Quindi $U = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$ => considero il volume di una sfera, quindi $\vec{E}$ non è costante

Sapendo che $U = \int_{\upsilon} \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 \, d\upsilon$ (*)

υ volume in cui esiste il campo

se

$r \geq R$ considero una sup. di Gauss e $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot \vec{u}_r$, $q = \rho \frac{4}{3}\pi R^3$

$r < R$ " e $\vec{E} = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot \vec{u}_r$, $q' < q$

q' è solo quella contenuta nella sup.

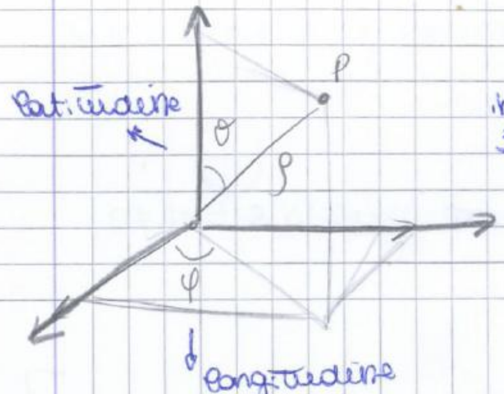
$= \underbrace{\rho}_{\text{omogenea e costante sul volume}} \cdot \underbrace{\frac{4}{3}\pi r^3}_{\text{volume sup.}}$

Quindi => $\vec{E} = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0} \vec{u}_r$ => ricorda l'andamento di $\vec{E}$ nel cilindro

(*) $U = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \int_{\upsilon} \frac{\rho^2 r^2}{3^2 \varepsilon_0^2} d\upsilon \Rightarrow \frac{1}{18} \int_{\upsilon} \frac{\rho^2 r^2}{\varepsilon_0} \cdot d\upsilon$

Bisogna esplicitare in r $d\upsilon$

C'è simmetria sferica, quindi uso coord. polari



sono 3 variabili <= → angolo zenitale
→ " azimutale
→ distanza da O

indip = 3 gradi di libertà

V_K dipende dallo spessore della lastra e dal materiale

$K = \frac{V_0}{V}$ → ddp nel vuoto; V → ddp con il mezzo isolante $\quad > 1$

costante dielettrica relativa = ε_r

è un numero puro che caratterizza il materiale

con il dielettrico

$E_K = \frac{V_K}{h} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 K}$ < campo nel vuoto => deriva da $V_K = \frac{V_0}{K}$ e $E_0 = \frac{V_0}{h} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

$E_0 - E_K = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{\varepsilon_0 K}$ definisco $\chi = K - 1$

suscettibilità

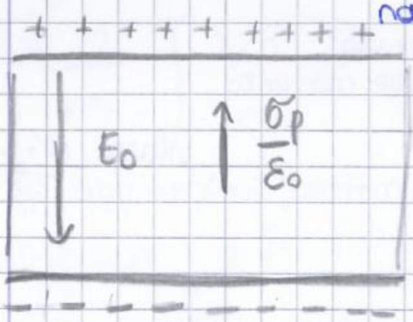
$E_0 - E_K = \frac{\chi}{1+\chi} \cdot \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ definisco $\sigma_p = \frac{K-1}{K}\sigma$ distribuzione superficiale di carica

Quindi $E_K = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma_p}{\varepsilon_0}$ => ricorda una sovrapposizione di effetti

E_0

ingloba le caratt. del dielettrico

è come se nel dielettrico ci fosse un campo che riduce E_0



σ_p è come se fosse una distribuzione di cariche

=> quando introduco un $\vec{E}$, sottopongo gli atomi del materiale a $\vec{E}$
le è isolante, le cariche non possono muoversi, ma $\vec{E}$ "deforma" la nube elettronica

Quindi il nucleo sarà spostato coerentemente con la direz. del campo mollaretta

Per ogni $\ominus\!\!\!\oplus$ → di sup $d\Sigma_0$ associo un dp:

$dp = P \cdot d\tau = P \cdot d\Sigma_0 \cdot dh$

considero dq distribuita con separazione dh su $d\Sigma_0$, ottengo

$dp = dh\, dq = d\Sigma_0 \cdot P\, dh$ ← eguaglio semplicemente

cilindro

In generale: sup. cilindretto

$\sigma_p = \dfrac{dq_p}{d\Sigma} = P \dfrac{d\Sigma_0}{d\Sigma} = P\cos\theta$

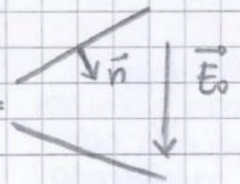
$\Rightarrow \sigma_p = \dfrac{dq_p}{d\Sigma} \cdot \dfrac{d\Sigma_0}{d\Sigma_0}$

$\sigma_p = P \dfrac{d\Sigma_0}{d\Sigma}$

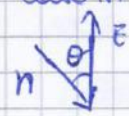
sup. del dielettrico

derivate

dielettrico =

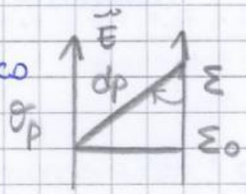


=> contemplo anche qst caso in cui



$\sigma_p = \vec{P} \cdot \vec{u}_n$) normale del dielettrico

densità di carica di polarizzazione



Calcolo il potenziale associato a σ_p

$V_p = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \displaystyle\int \dfrac{\sigma_p\, d\Sigma}{r} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \oint_\Sigma \dfrac{\vec{P} \cdot \vec{u}_n\, d\Sigma}{r}$ → integro su una sup chiusa

Quindi è il calcolo di un flusso!

$= \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \displaystyle\int \dfrac{\nabla \cdot \vec{P}}{r}\, dr$ ← TEOREMA DELLA DIVERGENZA

Se aggiungessi delle cariche, devo aggiungere i contributi di potenziale di qst cariche

RICORDA: se $\vec{P} = 0$, V_p è una costante

Ricapitoliamo:

$\vec{E}$ conservativo, circuitazione su percorso chiuso $= 0$, irrotazionale e $\vec{E} = -\nabla V$

$\oint_\Sigma \vec{E} \cdot \vec{u}_n\, d\Sigma = \oint_\Sigma E \cdot d\Sigma = \dfrac{q + q_p}{\varepsilon_0}$; $\nabla \cdot \vec{E} = \dfrac{\rho + \rho_p}{\varepsilon_0}$ => teorema della divergenza

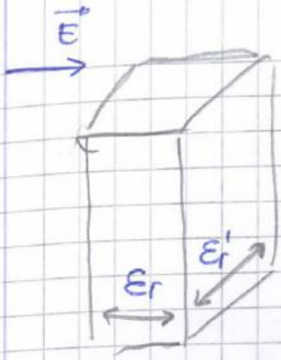
flusso

gauss: non nel vuoto ma in un materiale dielettrico

carica sulla sup.

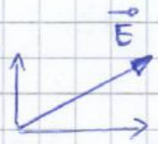
qst è dovuto alla polarizzazione

derivo in x, y, z, quindi nel volume → densità volumica



=> qst sono deformazioni $\neq$

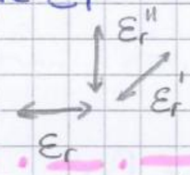
Se invece



il dielettrico tiene conto delle due componenti di $\vec{E}$, e quindi ci saranno due ε_r e due vettori induzione $\neq$

$\Leftarrow$ segue gli assi cristallografici

Potrebbero esserci anche 3 diverse ε_r e quindi ε_r diventa una matrice 3x3

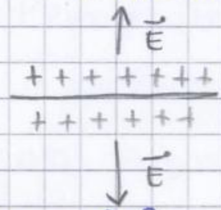


K_2	$\vec{E_2}, \vec{D_2}$
K_1	$\vec{E_1}, \vec{D_1}$

$\Downarrow$

in qst caso la comp. normale all'interfaccia non si conserva

=> il campo $\vec{E}$ attraversa 2 materiali diversi



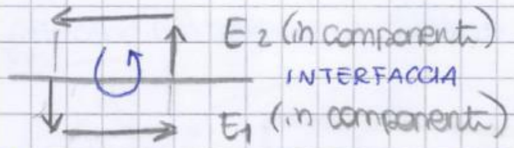
$$|\Delta \vec{E}| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$\downarrow$

se il materiale è uguale, i due $\vec{E} \perp$ si annullano!

Cosa succede alla comp. tangenziale?

$\Downarrow$



-> due campi diversi xké due diversi materiali

Calcolo la circuitazione, che deve essere $= 0$ x la conservatività

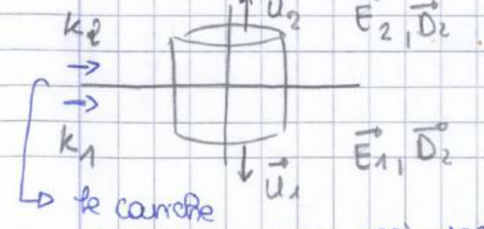
Rendo trascurabili le comp. $\perp$, quindi $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 = \int \vec{E_1} \cdot d\vec{s_1} + \int \vec{E_2} \cdot d\vec{s_2}$

$$\Rightarrow \underbrace{\int E_{1tg}}_{\text{comp. tangente di } \vec{E}} ds_1 + \int E_{2tg}\, ds_2 = 0$$

$|ds_1| = |ds_2|$

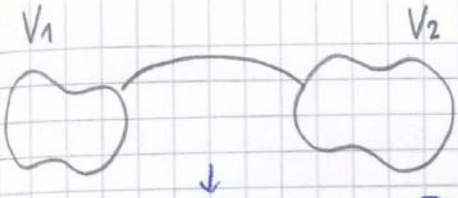
Quindi $(E_{1tg} \underbrace{-}_{ds_1 \text{ e } ds_2 \text{ sono discordi}} E_{2tg})\, ds = 0$, quindi attraverso l'interfaccia le comp. trasversali si conservano

Cosa succede a $\vec{D}$? => Uso Gauss sulla sup di base $d\Sigma$



Approssimo h ad un infinitesimo, quindi il flusso attraverso la sup laterale è trascurabile.

-> le cariche di polarizzazione all'interfaccia sono $\neq$



=> collego 2 conduttori a potenziale ≠

↓ x creare equipotenzialità deve esserci un passaggio di carica

(RICORDA V↑, q↑)

A causa di una d.d.p, si ha spostamento di cariche

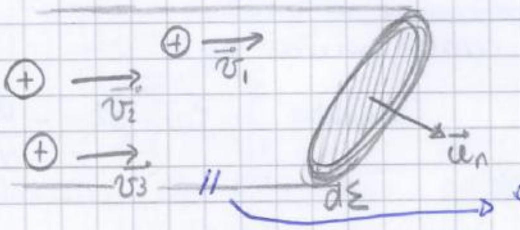
$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ → cariche che si spostano x riequilibrare il sistema

$= \frac{C}{s} = A$ (Ampere)

x mantenere la ddp (come ad esempio una pila) e quindi un flusso di corrente costante devo usare un artificio

Infatti $\underbrace{i(t)}_{\text{non è detto che sia costante}} = \frac{dq}{dt}$ (derivata temporale di q)

! Devo passare al limite



Quante cariche passano attraverso $d\Sigma$ di un conduttore in un Δt?

qst lunghezza è $= v\Delta t$ (MRU)

$\Delta q = \underbrace{n}_{\text{densità volumica}} \cdot \Delta V_{ol} = n \cdot d\Sigma \cdot \underbrace{v \cdot \Delta t}_{\text{"altezza" del volume}} \underbrace{\cos\theta}_{\text{deriva dall'angolo fra } \vec{v} \text{ e } \vec{u}_n} \cdot q$ → unità di carica

$di = n q \, d\Sigma \, v \cos\theta$ — carica elementare (e-)

definisco $\vec{j} = n q \vec{v}$ => DENSITÀ DI CORRENTE $= \frac{A}{m^2}$ — densità di carica superficiale

$di = \vec{j} \cdot \vec{u}_n \, d\Sigma$ => quindi è un flusso! del campo vettoriale $\vec{j}$

$i_{TOT} = \int_\Sigma \vec{j} \cdot \vec{u}_n \, d\Sigma = \Phi(\vec{j})$

se $\vec{j} \parallel \vec{u}_n$ => $i = j\Sigma$, quindi se $\Sigma\uparrow$, $i\uparrow$

$\vec{j} = n_+ q \vec{v}_+ - n_- q \vec{v}_-$ => se ci sono cariche di segno opposte che si muovono

↳ la i_{TOT} cmq aumenta xké le velocità sono "opposte" ma aumenta

↳ solo xké i segni sono ≠

no la i

esotico

x il teorema della divergenza:

$$\int_V \nabla\cdot\vec{j}\, dV = -\int \frac{d\rho}{dt}\, d\tau = \int_\Sigma \vec{j}\cdot\vec{n}\cdot d\Sigma \quad \text{(flusso)}$$

Posso sommare algebricamente, a prescindere da τ e Σ

$$\nabla\cdot\vec{j} + \frac{d\rho}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \text{EQ. DI CONTINUITÀ IN FORMA LOCALE}$$

$\frac{d\rho}{dt} \rightarrow \frac{\partial\rho}{\partial t}$ derivata parziale (è + corretto)

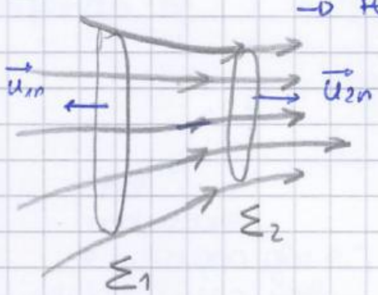
è uno scalare in x, y e z

quindi punto x punto vale qst relazione

Se ρ non cambia nel tempo:

$\frac{d\rho}{dt} = 0$, quindi $\nabla\cdot\vec{j} = 0$ (*) $\Rightarrow$ $\vec{j}$ è <u>SOLENOIDALE</u>

Esempi



→ flusso del campo $\vec{J}$ (le linee seguono le traiettorie delle cariche che fluiscono)

Considero 2 sezioni Σ_1 e Σ_2, ortogonali al flusso.

(*)

Assumo che $\underbrace{\rho \text{ interna} = \text{costante}}_{\text{"stazionarietà"}}$, quindi il flusso $\int_{\Sigma_1+\Sigma_2} \vec{J}\cdot\vec{u}_n\, d\Sigma = 0$

$$\Rightarrow \underbrace{\int_{\Sigma_1} \vec{j}\cdot\vec{u}_{1n}\, d\Sigma_1}_{} + \int_{\Sigma_2} \vec{j}\cdot\vec{u}_{2n}\, d\Sigma_2 = 0$$

I versori puntano verso l'esterno delle sup., quindi i due flussi sono discordi → qst è < 0 !

$= -i_1 + i_2 = 0$ (vedi lez. precedente)

$= \underbrace{i_2 = i_1}_{\text{indica la carica totale che attraversa le superfici}}$ quindi l'intensità di corrente si conserva

↓ è analogo alla portata dei fluidi

$\vec{J}\uparrow$ se la sezione ↓

$$\frac{1}{N}\sum \vec{v}_{i+1} = \underbrace{\frac{1}{N}\sum \vec{v}_i}_{\text{ast è uguale a } 0} - \underbrace{\frac{eE}{m}\cdot\tau}$$

2st termine non si annulla nella media xké è uguale x tutte le q

=> faccio una media fra N urti, assumendo che fra un urto e l'altro intercorre un $\Delta t = \tau$

ast è uguale a

0

$-\frac{eE}{m}\cdot\tau$ = velocità di deriva = v_d con cui si sposta la carica grazie ad E.

↳ se E=0 si ha $\frac{1}{N}\sum \vec{v}_{i+1} = \frac{1}{N}\sum \vec{v}_i = 0$ (velocità media)

max velocità ottenibile, fra un urto e l'altro, da una carica

N.B: la carica non ha una v = cost o una a = cost xké esistono urti.

Quindi le cariche si spostano in virtù di un E e sono soggette a urti.

τ => è diverso a seconda del materiale in cui si muove q.

Sapendo che $\vec{J} = n_+ q \vec{v}_+ - n_- q \vec{v}_-$

$$\vec{J} = -n e \vec{v}_d = +n\frac{e^2}{m}\cdot\vec{E}\cdot\tau$$

Nel conduttore si muovono gli e^-, quindi sostituisco nelle formule

Introduco $\underbrace{\sigma}_{\text{"conducibilità"}} = \frac{ne^2\tau}{m}$, quindi $\vec{J} = \sigma\vec{E}$

densità di corrente

è una grandezza intensiva xké non dipende da geometrie

← LEGGE DI OHM (vale punto x punto)

$=$

$\vec{E} = \rho\vec{J}$

"resistività" $= \frac{1}{\sigma}$

$\frac{\vec{F}\cdot\vec{s}}{t} = \vec{F}\cdot\vec{v}$ forza del campo $\vec{E}$

$\vec{F}\cdot\vec{v}_d\cdot \underbrace{n}_{\text{densità volumica}} = P_{(\tau)}$ è l'unità di volume => potenza necessaria x unità di volume x movimentare le cariche nel volume

↓

quindi bisogna spendere lavoro x mantenere il moto delle cariche

$= n(-e)\vec{E}\cdot\vec{v}_d = \vec{j}\cdot\vec{E} = j\cdot E$ (xké sono //)

E e J sono // e ⊥ Σ

$$dP = \underbrace{\vec{J} \cdot \vec{E} \cdot \Sigma}_{\text{qst è il flusso}} \cdot dl$$

$$= \underbrace{\frac{i}{\Sigma}}_{J} \cdot \underbrace{i \frac{\rho}{\Sigma}}_{\vec{E}} \cdot \Sigma \, dl \quad \text{(da legge di OHM)} \quad = \underbrace{\rho \, i^2 \frac{dl}{\Sigma}}_{}$$

Potenza finita associata al volumetto $\Sigma \cdot dl$

$$\underbrace{P_{TOT}}_{} = i^2 \int \underbrace{\frac{\rho}{\Sigma}}_{} dl = i^2 \frac{\rho}{\Sigma} l = i^2 R$$

su un tratto finito → dipende da R e quindi di l e Σ, mentre P_T resta costante

costante (infatti ρ è tipica del materiale)

$$P = i^2 R \Rightarrow P = \underbrace{V}_{} \cdot i$$

ddp presa agli estremi di l considerato x misurare R e P

l → tratto finito di conduttore

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 45 di 162

GENERATORI

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s} = Ri$$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = R_T \cdot i \Rightarrow$$ qst è la legge di Ohm $\Rightarrow$ x ciò è una circuitazione, quindi dovrebbe essere $=0$, dato che $\vec{E}$ è conservativo

↳ percorso chiuso

Come si fa a mantenere i?

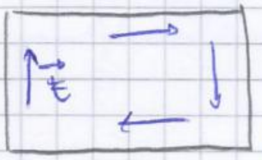
In caso di puro campo $\vec{E}$, $V_A - V_A = 0$ (percorso chiuso)

↓

x essere concordi con Ohm, la d.d.p. deve essere $\neq 0$

⇓

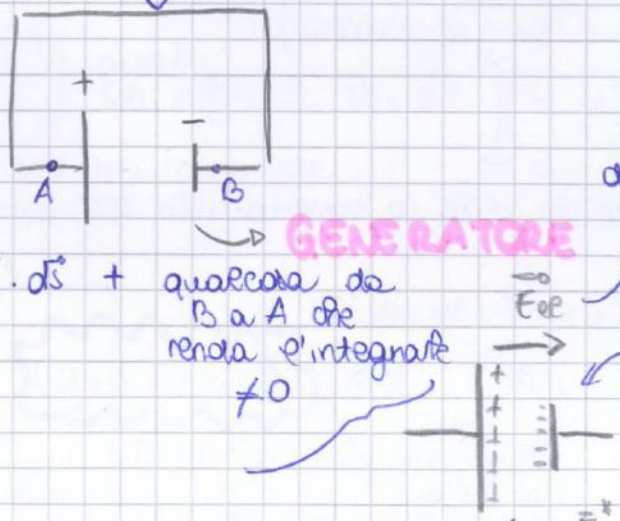
$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} \neq 0 \Rightarrow f.e.m$$



percorso chiuso

GENERATORE $\Rightarrow$ elemento attivo che genera una f.e.m in grado di rendere $\neq 0$ l'integrale

⇓



elettrostatico

GENERATORE

qst campo $\vec{E}_{el}$ è dovuto al fatto di aver una separazione di cariche

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s} + \text{qualcosa da B a A che renda l'integrale } \neq 0$$

circuitazione da A a B

la distribuzione di carica crea un $\vec{E}$ opposto a $\vec{E}$ elettrostatico

Devo continuare a fornire cariche $+q$ alla piastra ⊕ in modo che ci sia d.d.p e quindi un flusso di corrente $\rightarrow$ deve esserci un campo che strappa cariche ⊕ dalla piastra ⊖

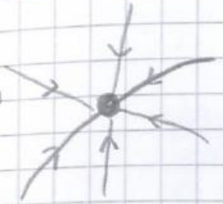
↓

Ciò è opera del campo elettromotore! $\vec{E}^*$

Quindi $$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = \int_A^B \vec{E}_{el}\cdot d\vec{s} + \int_B^A (\vec{E}_{el}\cdot d\vec{s}) + \vec{E}^*\cdot d\vec{s} \neq 0$$

Quindi $\mathcal{E}$ non è tutta utilizzata x mantenere la ddp, ma parte del lavoro è usato x vincere la resistenza interna

LEGGI DI KIRCHOFF



Ra 3 rami!! (almeno)

NODO = punto di incontro tra almeno 3 rami:

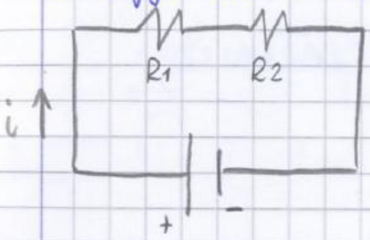
MAGLIA = percorso chiuso che va da un nodo all'altro.

1° legge di Kirchoff

$$\sum_k i_k = 0$$ (conservazione della carica)

(tutte entranti o tutte uscenti)

2° legge di Kirchoff



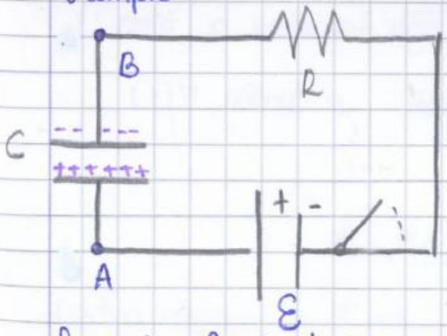
N.B. i va dal ⊕ al ⊖ del generatore

$$\underbrace{\sum R_k i_k}_{\text{cadute di potenziale}} = \underbrace{\sum_k \mathcal{E}_k}_{\text{attraverso una maglia}}$$ → fem che alimentano le maglie

N.B. x i segni si usa una convenzione

nel caso $i(R_1 + R_2) - \mathcal{E} = 0$

Esempio:



In $t=0$ chiudo il circuito.

Come varia $i(t)$?

N.B: Considero $r_{int} = 0$

Sapendo che si tratta di un c.to chiuso, nel gen. il campo $\vec{E}^*$ trasferisce cariche e C si carica x induzione completa: la carica $q_0 = C \cdot \mathcal{E}$ = V cond.

q_0: caricata sul cond. (complessivamente)

$V_A - V_B = \mathcal{E} - r i$, con $r i = 0$

questa è quella finale, quando è finita la carica

31/10/2013

Le extracorrenti di entrata e uscita compaiono quando le capacità non sono ancora completamente cariche / scariche

l'energia utilizzata x caricare|scaricare è restituita in corrente, quindi il condensatore diventa generatore

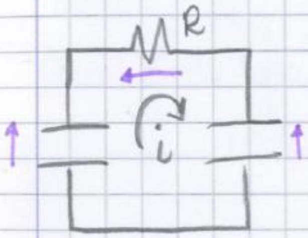
All'inizio non sono collegati, poi li unisco con una R

Qual è la i che circola?

N.B. I cond sono carichi, infatti hanno una V

Quando si collegano, essendo in //, si arriva ad una V di equilibrio

Se $V_1 > V_2$, e $V\uparrow$ se $q\uparrow$, si ha un movimento di cariche verso V_2 (x arrivare ad equilibrio)



$$i = \underbrace{-}_{\text{qst}}\frac{dq_1}{dt} = \frac{dq_2}{dt}$$

perché q_1 diminuisce e va a depositarsi sul secondo condensatore

↓

quindi il primo cond. movimenta delle cariche, è come un GENERATORE

$$q_1 = C_1V_1 \Rightarrow \underbrace{\frac{q_1}{C_1}}_{V_1} = \underbrace{Ri}_{V_R} + \underbrace{\frac{q_2}{C_2}}_{V_2}$$ (2° legge di Kirchoff)

istante x istante qst è soddisfatto!

$$\frac{q_1(t)}{C_1} = Ri(t) + \frac{q_2(t)}{C_2}$$

Derivo rispetto a t $\Rightarrow$ $-\frac{i}{C_1} = R\frac{di}{dt} + \frac{i}{C_2}$

xké q_1 diminuisce

$$R\frac{di}{dt} = -i\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) \Rightarrow R\frac{di}{dt} = -\frac{i}{C_{eq}} \qquad C^{-1} = C_1^{-1} + C_2^{-1}$$

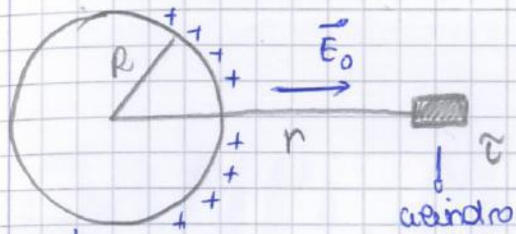
2° legge x la 2° maglia => $R_2 i_2 + R_4 i_2 - R_3(i_1 - i_2) = \mathcal{E}_2$

Unendo le eq ottengo $i_1 = -0{,}8A$ e $i_2 = 0{,}5A$.

Potrei calcolare le potenze dissipate su ciascun resistore e le sommo → pot$_{TOT}$ dissipata

Poi trovo la pot generata dai generatori => $\mathcal{E}_1 i_1 + \mathcal{E}_2 i_2$ (facendo attenzione ai segni)

ESERCIZIO su interazioni:



sfera metallica carica che genera un $\vec{E}$

cilindro dielettrico con $k = \varepsilon_r$

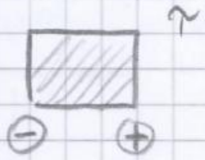
$R = 0{,}01\,m$

$r = 5R$

$V = 2 \cdot 10^4\,V$ (sfera)

$\varepsilon_r = 3$

Qual è la forza di interazione? => $\exists$ xké τ si polarizza



=> $\vec{p}$ ha quindi un momento di dipolo permanente

Essendo // a $\vec{E}$, non ruota, ma trasla

$\vec{F} = (\vec{p} \cdot \nabla) \cdot \vec{E}_0$, sono // quindi posso abbandonare la notazione vettoriale

=> $F = p \dfrac{dE_0}{dr}$) l'asse del cilindro è radiale!

$E_0 = \dfrac{q\,(\text{sfera})}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$; x trovare q : $V = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

$E_0 = \dfrac{RV}{r^2}$

$\vec{p}$? => mi avvalgo di $\vec{P} = \dfrac{q}{S}\vec{u}_n$ (densità sup. di carica, che è anche la densità volumica del $\vec{p}$) — vettore polarizzazione

Quindi $\tau\vec{P} = \vec{p}$

$E_{TOT} = E_0 - E_K = E_0 - \dfrac{P}{\varepsilon_0}$) $= \sigma_p = \dfrac{q}{S_p}$

all'interno del dielettrico!

$$= \frac{\rho}{2\pi d} \int_a^b \frac{dr}{r} \Rightarrow R = \frac{\rho}{2\pi d} \lg \frac{b}{a}$$

$i = \int \vec{J} \cdot \vec{u}_n \, d\Sigma =$ → varia al variare della sezione! / i due termini sono cmq //

$\Rightarrow$ considero sup. int $\Rightarrow i = \vec{J}_{int} \cdot 2\pi a d$

sup. ext $\Rightarrow i = \vec{J}_{ext} \cdot 2\pi b d$

quindi $\vec{J}$ non è un campo uniforme ma scala linearmente con il raggio. Agli estremi è di quest valori.

4/11/2013

CAMPI MAGNETICI

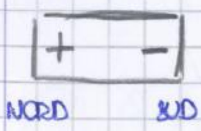
nel vuoto, nel conduttore o nello spazio

derivano da osservazione sperimentale

anche qui sussiste attrazione e repulsione

se le cariche sono messe in movimento, i campi magnetici le influenzano, quindi si traducono in forza su di esse

le sorgenti di campo magnetico non possono mai essere ricondotte a entità singola → è presente una forma bipolare



BIPOLO MAGNETICO

non esiste un "blocco" singolo (N) o (S), non si può isolare una porzione di materia che presenti solo le caratt. di (N) o (S) ($\neq$ da carica, in cui esiste la carica ⊕ o ⊖ puntiforme) $\Rightarrow$ ad oggi non $\exists$ il monopolo magnetico

x qst motivo le linee di campo sono sempre linee chiuse (osservato)

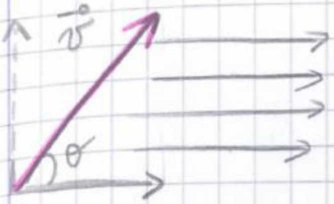
il flusso del campo $\vec{B}$ (magnetico) attraverso una sup. chiusa è 0 xké tanto ne esce tanto ne entra

come nel dipolo elettrico

$$\oint_\Sigma \vec{B} \cdot \vec{n} = 0$$

teorema divergenza

$\nabla \cdot \vec{B} = 0$ quindi $\vec{B}$ è solenoidale $\Rightarrow$ 2° eq. di Maxwell, analogo a Gauss x il campo $\vec{E}$



$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$
$$= q(\vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp}) \wedge \vec{B}$$

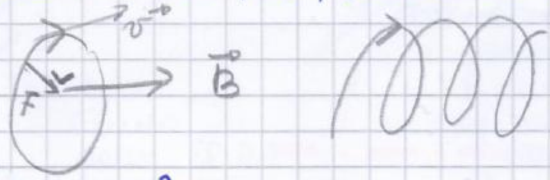
$$\vec{v}_{\parallel} = \vec{v}\cos\theta$$
$$\vec{v}_{\perp} = \vec{v}\,\text{sen}\,\theta \Rightarrow \text{solo qst influisce nella forza}$$

$$\vec{F} = \underbrace{q\vec{v}_{\parallel} \wedge \vec{B}}_{=\vec{0}} + q\vec{v}_{\perp} \wedge \vec{B}$$

attorno alle linee di $\vec{B}$

ns caso $\otimes$ $\vec{F}$

L'acc ricevuta è centripeta, quindi la q inizia a ruotare, nel nostro caso →



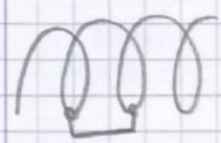
(rototrasla)

qst è ciò che deriva dalla combinazione dei moti circolare (attorno a $\vec{B}$) e rettilineo (lungo le linee di $\vec{B}$)
↓
dal momento che $\vec{v}$ ha due comp.

$$a_c = \frac{F}{m} = \frac{v_{\perp}^2}{r} = \frac{q v_{\perp} B}{m} \Rightarrow r = \frac{m v_{\perp}}{qB}$$

r: raggio di curvatura del moto di q

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{v\,\text{sen}\,\theta}{r} = \frac{qB}{m}$$



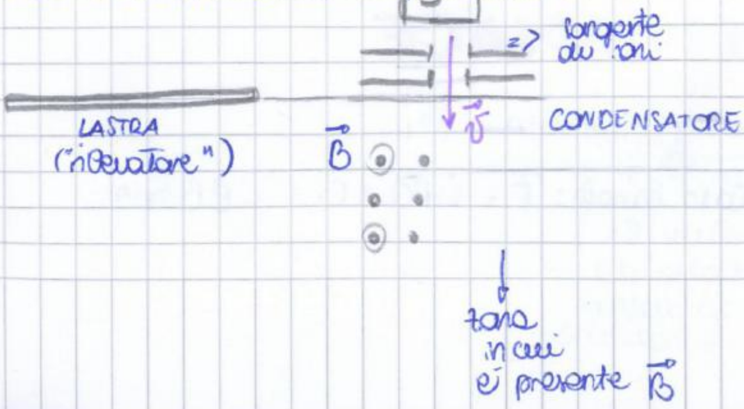
P = passo ⇒ spazio percorso quando q fa un giro completo

$p = v_{\parallel} \cdot T$) periodo

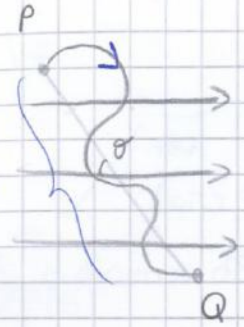
(la terra ha un campo $\vec{B}$ che infatti devia gli oggetti spaziali)

SPETTROMETRO DI MASSA

Misura il rapporto carica/massa a livello molecolare di alcune sostanze



Se invece

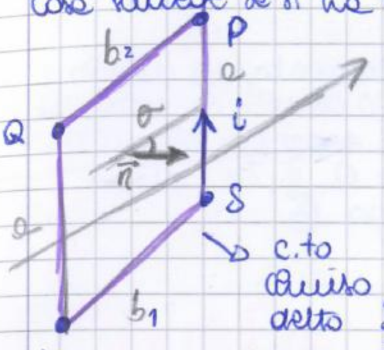


$\vec{F} = i\,\vec{PQ} \wedge \vec{B} = i\ell B \sin\theta$

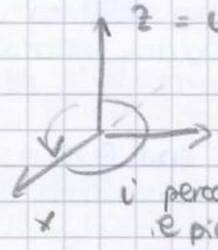
vale xp.to x p.to

Infatti in termine di sen;
x ogni curva si ha
una compensazione
di effetti
$\sin\theta$ (tra P e Q) è l'unico a rimanere)

Cosa succede se si ha un c.to chiuso?



↘ c.to chiuso detto SPIRA (idealmente rigida e indeformabile)

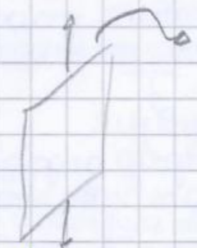


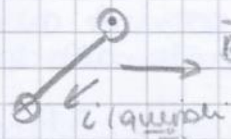
i percorre il piano xy ruotando attorno a z (asse)

se b_1 = ↓ $\vec{F_L}$ e su b_2 = ↑ $\vec{F_L}$

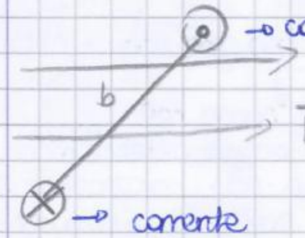
xké la spira è rigida

$\vec{F}_{PQ} + \vec{F}_{RS} = 0$ (si annullano) → infatti in modulo sono uguali



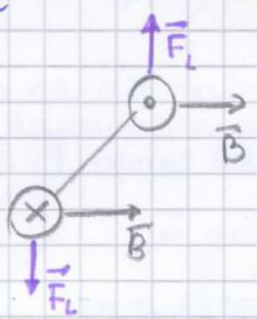


i (quindi 0) e di conseguenza la F è ⊙ (regola mano destra)



⊙ → corrente lungo a

⊗ → corrente lungo a

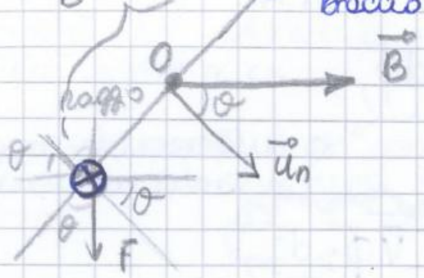


$M = \overset{\text{a sono 2 forze}}{2}\, i a B \underbrace{\frac{b}{2}}_{\text{distanza da O delle 2 forze}} \sin\theta$ (angolo tra $\vec{r}$ e $\vec{F}$)

$\vec{r} \wedge \vec{F}$

$|\vec{F}_{SR}| = |\vec{F}_{QR}| = i\,a\,B \underbrace{\sin\theta}_{=1}$ xké sono ⊥

è una coppia, quindi ci sarà un momento $M = i a B \underbrace{b \sin\theta}_{\text{braccio}}$ che agisce sul corpo rigido



Dato che $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$, noto che $i \vec{\nabla}\phi$ è una forza

↓

aumenta con l'aumentare di i e delle variazioni spaziali di $\vec{B}$ (cioè del suo flusso)

$$\vec{F} = i \vec{\nabla}\phi(\vec{B})$$

$$\vec{M} = i \frac{\partial \phi(\vec{B})}{\partial \theta} \Rightarrow \text{da formule}$$

Quindi il flusso concatenato e il campo $\vec{B}$ concatenato al c.to sono gli unici che agiscono con una $\vec{F}$ sul c.to

↓

il FLUSSO CONCATENATO determina le azioni meccaniche

CAMPO MAGNETICO

Il $\vec{B}$ è il vettore di interazione con le cariche in movimento

↓

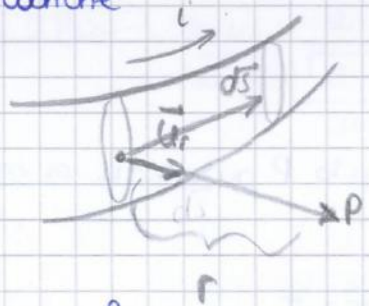
subiscono forze di natura magnetica e anch'esse sono in grado di generarlo

corrente che fluisce nel conduttore

el. infinitesimo di conduttore, il vettore indica la direz. lineare (unit. sole ≠0)

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{d\vec{s} \wedge \vec{u}_r}{r^2} \Rightarrow \textbf{1° LEGGE ELEMENTARE DI LAPLACE}$$

campo infinitesimo prodotto da q in movimento o da una porzione di conduttore, in cui si spostano cariche, che quindi ha variazioni spaziali nel tempo.



$\vec{u}_r$ indica la direzione del p.to in cui si vuole calcolare il campo magnetico

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot i \oint \frac{d\vec{s} \wedge \vec{u}_r}{r^2} \Rightarrow \textbf{LEGGE DI LAPLACE - AMPERE}$$

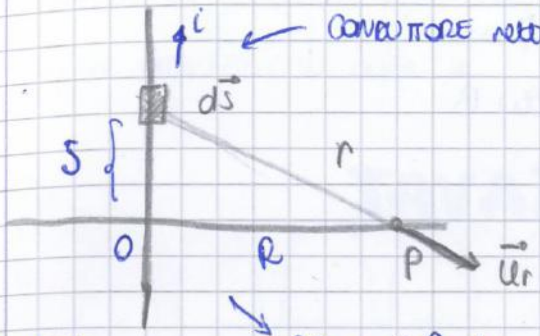
↳ se è un c.to chiuso → qst è il campo f.n.to generato da un c.to sul punto P

μ_0 = PERMITTIVITÀ MAGNETICA NEL VUOTO

↓

// a ε_0

Quindi $\varepsilon_0 \mu_0$ è anch'essa una velocità, ovvero quella di propagazione delle onde elettromagnetiche

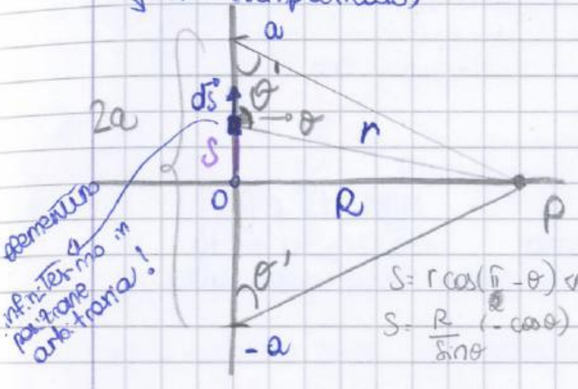


$\Rightarrow$ voglio trovare l'effetto di $\vec{B}$ prodotto dal filo su un punto P dello spazio

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{d\vec{s} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$$

N.B. Nel caso elettrico solo la comp. radiale è quella che sopravvive, gli altri si compensano, in qst caso, $\vec{B}$, invece no $\Rightarrow$ le comp // al filo si annullano

conduttore finito (semplificato)



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{ds}{r^2} \sin\theta \quad \Rightarrow \text{se } \uparrow i \text{ e P a dx, il campo } \vec{B} \text{ è } \otimes$$

$$\sin\theta = \sin(\pi - \theta) = \frac{R}{r} \rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{\sin^2\theta}{R^2}$$

$$S = \frac{R(-\cos\theta)}{\sin\theta} \Rightarrow \underbrace{dS}_{\text{deriv. in } d\theta} = \frac{R\, d\theta}{\sin^2\theta}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{\sin\theta \, d\theta}{R} = -\frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d(\cos\theta)}{R}$$

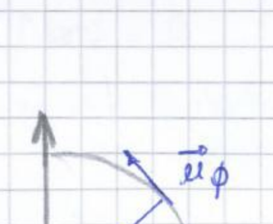
N.B: due angoli supplementari (θ e $\pi - \theta$) hanno lo stesso seno

$$B_a = \int_{\cos\theta_1}^{0} -\frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{d(\cos\theta)}{R} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \cos\theta_1$$

$$B_{TOT} = 2B_a = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \cdot \underbrace{\frac{a}{\sqrt{R^2+a^2}}}_{\cos\theta_1} \Rightarrow \text{se } a \rightarrow \infty$$

trovo il B prodotto da un filo indefinito (*)

8/11/2013



P.to x P.to, se si mantiene la stessa distanza dal filo conduttore, è uguale in modulo, ma cambia di direzione; è sempre tg alla circonferenza di raggio $= \overline{OP}$

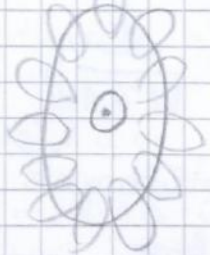
Da qualsiasi angolazione io guardo, xké il filo è unidimensionale $\rightarrow \vec{B}$ è sempre tg

ciò mette in luce il carattere azimutale di $\vec{B}$

(*) è un limite finito xké aN e aD procedono a $+\infty$ con la stessa velocità.

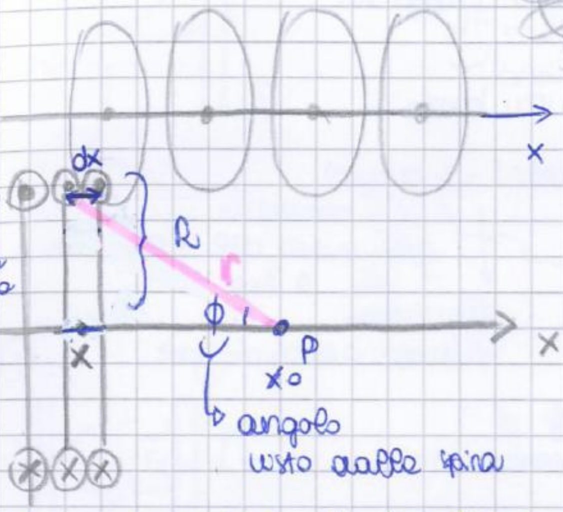
se $x \uparrow\uparrow$, il campo è sempre + debole. È max quando $x = 0$, cioè nel centro.

Quindi $\vec{B}$ calcolato sull'asse di una spira circolare è "uniforme", sempre orientato in asse x.



Nel centro tutti i contributi di $\vec{B}$ creano un campo lungo la direz. di $\odot$. (centro spira)

perché B e i stesse i su tutte le spire



Considero un insieme impacchettato di spire infinitamente sottili e in modo che $\forall$ p.to dell'asse x $\exists$ un centro di una spira.

=> SOLENOIDE RETTILINEO

N = numero spire $\quad$ d = lunghezza solenoide

$\eta = \frac{N}{d}$ => densità spessore, ad altezza R

Considero dx associato alla posizione x => $\eta \cdot dx$ ottengo una SPIRA EQUIVALENTE al tratto dx → rendo continuo e non + discreto il solenoide

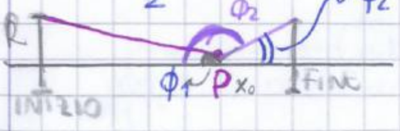
$$dB = \mu_0 \frac{R^2}{2r^3} \underbrace{i\eta dx}_{\text{corrente equivalente}}$$

R = raggio spira
r = distanza dal tratto dx e P (posizione generica)

$$\begin{cases} r \operatorname{sen}\phi = R \\ -x + x_0 = R \frac{\cos\phi}{\sin\phi} \end{cases} \Rightarrow dx = \frac{R}{\sin^2\phi} d\phi$$

→ derivo rispetto a ϕ

$$dB = \frac{\mu_0 i\eta}{2} \sin\phi \, d\phi$$



ϕ_2' complementare di ϕ_2

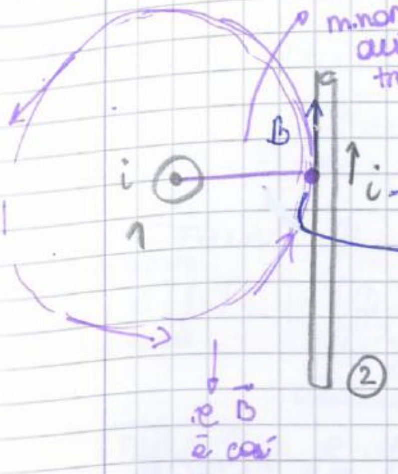
integro dB da ϕ_1 a ϕ_2

$$= \int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{\mu_0 i\eta}{2} \sin\phi \, d\phi = \frac{\mu_0 i\eta}{2}(\cos\phi_1 - \cos\phi_2)$$

NB. cos è pari!

=> tutte le spire contribuiscono

11/11/2013



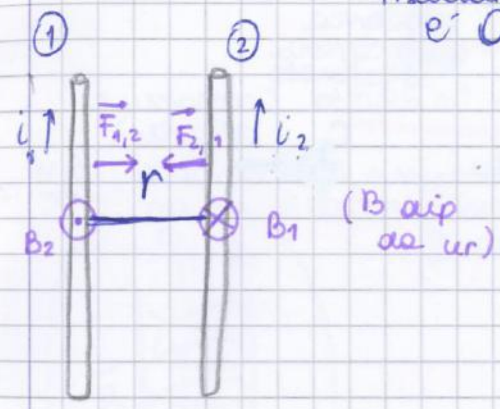
=> fili ortogonali

qui $\vec{B}$ è // a i_2, quindi

$\underbrace{dF}_{\text{forza risultante sul tratto}} = i\, d\vec{s} \wedge \vec{B} = 0$

Inoltre $= (\underbrace{d\vec{s}_2 \cdot \vec{u}_r}_{\text{nullo solo nel momento in cui integro su tutto il filo}})\, d\vec{s}_1 - (\underbrace{d\vec{s}_2 \cdot d\vec{s}_1}_{\text{nullo p.to per p.to}})\, \vec{u}_r$

la F risultante è 0!



se le correnti sono concordi, i fili si attraggono

se:

$i\uparrow \quad \downarrow i$ => si respingono

$\otimes$

$\overleftarrow{F_{2,1}} \qquad \overrightarrow{F_{2,1}}$

$\underbrace{F}_{\text{deriva da integrazione}} = \mu_0 \dfrac{i_1 i_2}{2\pi r}\, d$) lunghezza filo

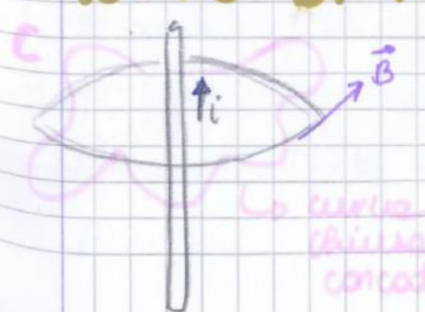
può essere // a attraz. e repulsione elettrica

ma in qst caso non si parla di sorgente puntiforme, ma di filo esteso, o cmq oggetto percorso da corrente

ma fanno parte di un c.to chiuso

se i fili non sono rettilinei, le F possono essere associat. a variazioni di flusso del campo $\vec{B}$

LEGGE DI AMPERE



$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint_C \underbrace{\frac{\mu_0 i}{2\pi r}\, \vec{u}_\phi}_{\text{campo generato da un filo}} \cdot d\vec{s}$

C) attraverso il c.to C passa i e c'è variaz. di flusso

$\phi_{2,1} = M_{2,1}\, i_2$

Inoltre $\underbrace{M_{2,1} = M_{1,2}}_{\text{si dimostra}} = M$ => COEFFICIENTE DI MUTUA INDUZIONE

se $\Sigma_1 = \Sigma_2$ e $i_1 = i_2$, compare un unico c.to a cui si associa

il flusso $\phi = Li$, COEFFICIENTE DI AUTOINDUZIONE $= L$

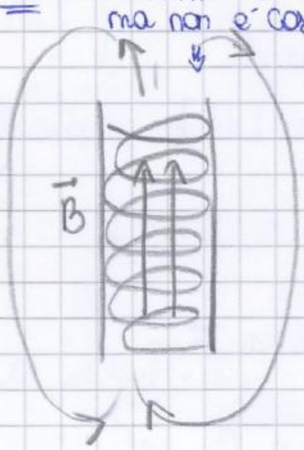
$$\boxed{[M]} = [L] = \frac{[\phi]}{[i]} = \frac{[B][\Sigma]}{C/s} = \frac{N}{\frac{C}{s} \cdot m} \cdot m^2 \cdot \frac{s}{C}$$

$|\vec{B}|$ = (x legge el. di Laplace) $= \frac{F}{i \cdot ds} = \frac{N}{\frac{C}{s} \cdot m} = T$ (tesla)

$$= T \cdot m^2 \cdot \frac{C}{s} = \underbrace{Wb}_{\text{weber}} \cdot \frac{C}{s} = \frac{Wb}{A} = H \text{ (Henry)}$$

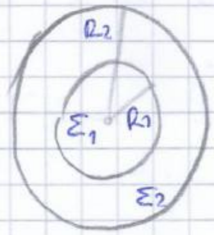
weber ($T \cdot m^2$ = flusso)

N.B. Solitamente si assume che un campo ext a un solenoide sia nullo, ma non è così



=> xò mano a mano che ci si sposta dall'asse $\vec{B} \to 0$, quindi può essere trascurato

ESERCIZIO



i_2, n_2 (densità di spire)

i_1, n_1

=> solenoidi uno dentro l'altro

flusso complessivo di ②

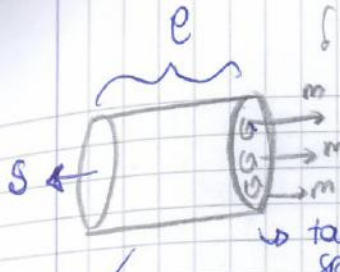
Il campo ext di Σ_1 è 0 (x approssimazioni)

$\phi_{1,2}$ => ~~prima devo trovare~~ il flusso x unità di volume lunghezza $= n_2 \underbrace{\Sigma_2}_{\text{sup. totale per unità di lunghezza}} \cdot B_1$

(?)

B generato da ①

$B_1 = \mu_0 n_1 i_1$ => $n_2 \Sigma_2 n_1 \mu_0 i_1$



costruiamo elementini che hanno $\vec{m}$, quindi che $\vec{m}$ è legato a una spira, posso immaginare il conduttore come un insieme di spire → ogni porzione di materia è una spira

$$\underbrace{M \cdot (S\ell)}_{\substack{\text{momento complessivo}\\\text{sul pezzo}}} = (M \cdot \ell) \cdot S \Rightarrow M = \frac{i_m}{\ell}$$

volume

$[\,] = A$ → qst è come se fosse una spira

ℓ lunghezza

→ tante spire con $\vec{m} \perp$ a sup

pezzo di materiale

associato alla portione di materia

i_m = corrente di magnetizzazione
↓
corrente equivalente /efficace/ effettiva associata a un vettore di magnetizzazione

14/11/2013

$M = \frac{i_m}{\ell}$ è quindi la densità lineare di corrente ($\parallel$ a $\vec{p}$)

i_m → corrente che scorre nella portione di materia

↓ può essere chiamato $\vec{j}_{sm}$

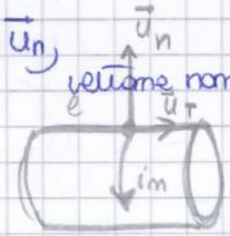
$i_m = M\ell$ (se $M = \text{cost}$ p.to x p.to lungo il pezzo), altrimenti

$$i_m = \int_0^\ell M \, d\ell$$

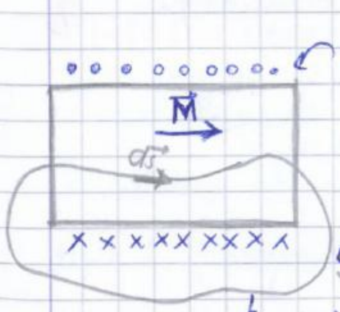
Le singole correnti delle singole (a sono associate a i_m → è un flusso di corrente che scorre lateralmente al pezzo, come se esso fosse una grossa spira

$$i_m = \ell \cdot \vec{M} \cdot \vec{u}_T = \ell \cdot \vec{M} \wedge \vec{u}_n$$

$\vec{u}_T$ vettore tg al cilindro, $\vec{u}_n$ vettore normale al cilindro



quindi il cilindro può essere pensato come un solenoide x corso da corrente



i_m che scorre in un avvolgimento fittizio di spire

C → percorso chiuso

→ concatena le spire che vi passano attraverso

$$\oint_C \vec{M} \cdot d\vec{s} = i_m \Rightarrow \text{corrente complessiva "concorde" a } i_m \text{ concatenata al c.to}$$

$\oint_C$ → è una circuitazione

Qst i_m include le correnti concatenate a C

$$\Rightarrow \text{teorema di Stokes: } \int_{\Sigma} (\text{rot}\,\vec{M}) \cdot \vec{u}_n \, d\Sigma = \int_{\Sigma} \vec{j}_m \cdot \vec{u}_n \, d\Sigma$$

Σ) sup racchiusa da C

$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = i$ => LEGGE DI AMPERE

qst può essere scritto × Stokes come il flusso di $\nabla \wedge \vec{H}$ e quindi come $\phi(\vec{j})$

$\nabla \wedge \vec{H} = \vec{j}$

$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$ -> relazione costitutiva del materiale

coeff. di proporzionalità

N.B. χ_m può non essere costante

$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H}$

$= \mu_0 (k_m) \vec{H} = \mu \vec{H}$

$\mu_r \gtrless 1$ (qst distingue materiali para - dia - ferro magnetici)

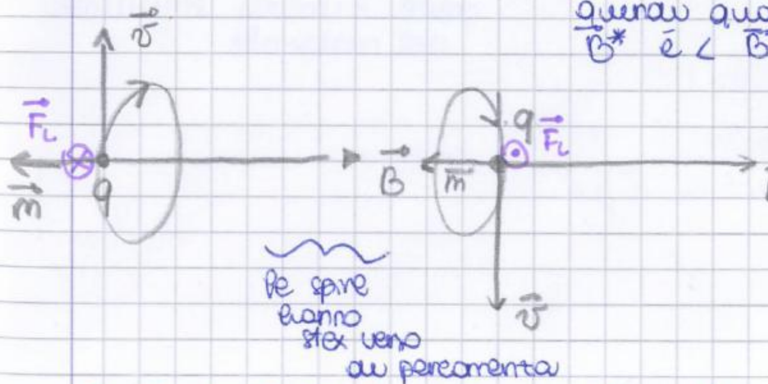
N.B. χ_m = SUSCETTIVITÀ MAGNETICA

DIAMAGNETISMO

riguarda materiali in cui ogni singola porzione di materia non è associabile a una spira. Sono magneticamente inerti

$\mu_r < 1$ e $\chi_m < 0$ -> xciò $\vec{B}$ e $\vec{H}$ sono discordi

quindi quando si vanno a sommare $\vec{B}^*$ è < $\vec{B}$ (nel vuoto)



=> $\vec{m}$ è opposto a $\vec{B}$

PARAMAGNETISMO

Il materiale è pensabile come un insieme di spire, ma sono orientate in modo casuale.

Se applico $\vec{B}$ avrò un rinforzo di qst -> orienta i $\vec{m}$ associati a qst spire

$\mu_r > 1$, quindi $\vec{B}$ e $\vec{H}$ sono concordi

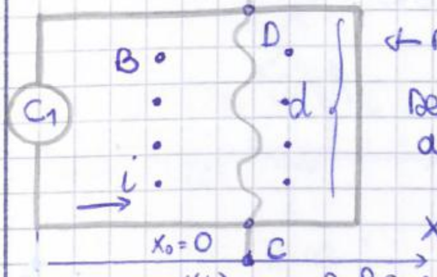
$M = C \frac{H}{T}$ temperatura

C include la densità del materiale. è una costante del mat

FISICA II (2)

15/11/2013

ESERCITAZIONE



← maglia

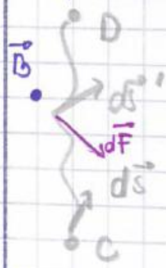
Devo descrivere la dinamica meccanica del filo → calcolare la v assunta al tempo t_1 a partire da $t_0 = 0$ in cui accendo $\vec{B}$ e $x(t_1)$

dal c.to

$x(t)$ → il filo si può spostare!

DATI $i = 2A$
$d = 0{,}2\,m$
m (massa filo) $= 2 \cdot 10^{-3}$ kg
$\vec{B} = 0{,}5\,T$
$t_1 = 0{,}1\,s$

$d\vec{F} = i\, d\vec{s} \wedge \vec{B}$ (Laplace)
→ fa spostare il filo



$d\vec{s}$ e $\vec{B}$ sono sempre ⊥, quindi in modulo $\vec{F}$ è uguale lungo tutto il filo
Ciò che cambia è la sua orientazione

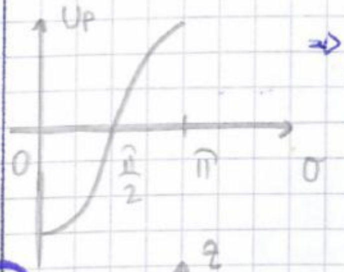
Lungo tutto il filo, x ogni ansa, le comp. $d\vec{s}$ non parallele all'asse x si annullano.

Quindi nell'integrale restano solo le comp. // all'asse x
→ non ho problema di angoli, ciò che conta è $\overline{CD} = d$

F (integrata) $= i d B$
$F = ma$

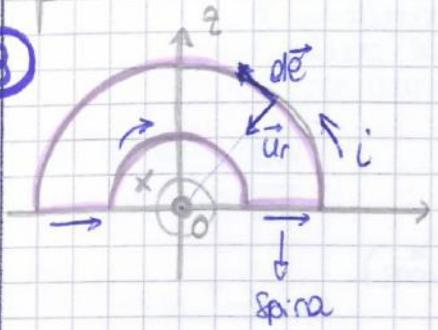
$a = \frac{F}{m}$
$a = \frac{idB}{m}$

cinematica
$x = \overset{0}{x_0} + \overset{0}{v_0} t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow 0{,}5\,m$
$v = \underset{0}{v_0} + at \Rightarrow 10\ \frac{m}{s}$



⇒ qst è l'andamento di U_P, quindi vedo il max e il min

3



DATI: $r = 10\,cm$

$R = 15\,cm$

$i = 20A$

calcolare $\vec{B}$ interno e $\vec{m}$

Con Laplace → $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot i \frac{d\vec{l} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$ distanza

Uso la sovrapposizione degli effetti sui "lat." delle spire x trovare $\vec{B}$ complessivo

Tratti orizzontali $d\vec{l} \parallel \vec{u}_r$, quindi $d\vec{B} = 0$

tratti circolari → $B_b = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{b^2} \int dl = b\pi \quad (2\pi r : 2)$

distanza costante

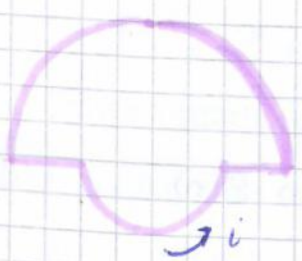
$B_b = \frac{\mu_0}{4} \frac{i}{b} \vec{u}_x$ (vedo prodotto vettoriale)

$B_a = -\frac{\mu_0}{4} \frac{i}{a} \vec{u}_x$

$B_{TOT} = \frac{\mu_0}{4}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) i$

$m = i \frac{\pi}{2} \cdot (b^2 - a^2) \quad \frac{\pi b^2 - \pi a^2}{2} \; i$ ⇒ $\vec{m} = i \Sigma \vec{u}_n$ (normale a Σ)

area spira interessata



Qst caso

$B_{TOT} = \frac{\mu_0}{4}\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a}\right) i$

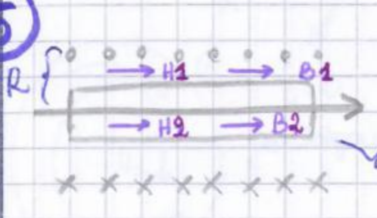
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 77 di 162

$$B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \underbrace{\frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2}}$$

qst fattore
al max é = 1
É un fattore geometrico,
infatti se $r > b$, la corrente
non aumenta in quanto all'ext é = 0

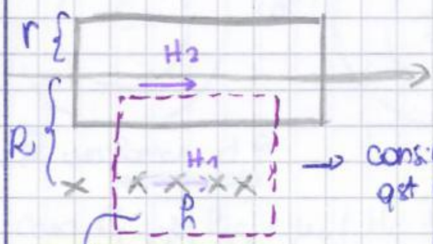
$$r = b \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

5



trovare $\vec{H}, \vec{B}, \vec{M}$ (vettore magnetizzazione dentro il materiale)

$B(H)$
→ interno e $B(H)$ esterno



η = densità spire

→ considero qst c.to chiuso

al di fuori del solenoide il campo é = 0!

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = H_2 h = \eta i h$$

circuitazione

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = H_2 h - H_1 h = 0$$

$H_2 = H_1 = \eta i \Rightarrow$ conservazione del campo H_{tg} dal passaggio da un materiale a un altro

$$B_1(ext) = \mu_0 H + \mu_0 \underset{=0}{M} = \mu_0 H$$

non c'é vettore magnetizzazione

$B_2 = \mu_0 \mu_r \eta i \rightarrow \mu_0 (H + \chi_m H) = \mu_0 \eta i (1 + \chi_m)$ ⇒ B NON si conserva tangenzialmente ma ortogonalmente

$M_1 = 0$ (fuori dal materiale), $M_2 = \chi_m H = \chi_m \eta i$

la "lunghezza" del toro

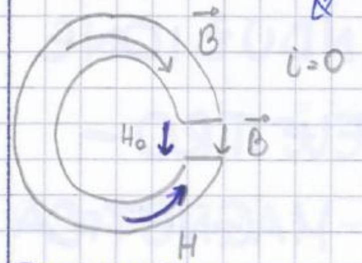
x Ampere ho $\rightarrow \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = H(S - h) + H_0 h = Ni$

circuitazione — spessore interferro

Quindi ho: $\begin{cases} H_0 = \dfrac{B}{\mu_0} \\ B = \dfrac{\mu_0 N i}{h} - \mu_0 \dfrac{S-h}{h} H \end{cases}$

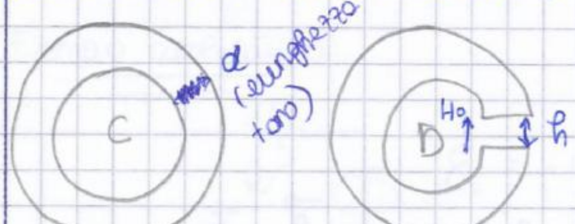
Immaginando di porre $i = 0$ (dopo aver magnetizzato il toro)

$B = -\mu_0 \dfrac{S-h}{h} H \Rightarrow$ B e H hanno verso opposto, ma stessa direzione



Quindi
c'è una discontinuità di H
riconducibile
alla discontinuità di $H_\perp$ nel
passaggio fra materiali

ESERCIZIO (vedi Mazzoldi)



Quindi: nell'interferro H e B sono discordi e non c'è magnetizzazione (M)

$\vec{M}$ uniforme d, h

Caso C $\Rightarrow B_C = \mu_0 (H_C + M)$ $\quad B_C = \mu_0 M$

$H_C = 0 \quad (i = 0)$

Caso D $\rightarrow$ ① $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 (i + i_m)$ se $i = 0 \Rightarrow \mu_0 i_m$

② $i_m = \int \vec{M} \cdot d\vec{s} = M(d - h)$

qst circuitaz contribuisce solo per d-h

$\Rightarrow \oint B = \mu_0 i_m$

$\oint B = \mu_0 M (d-h)$

$B \cdot d = \mu_0 M (d-h)$

xké M ext = 0 e $B_0 = B_D$ xké costante!!

① $\vec{B} = cost$ (da es. precedente) e ② $\Rightarrow d \cdot B = \mu_0 M (d - h)$

$B_D = \mu_0 M \dfrac{(d-h)}{d}$ e B e M sono concordi (xké: termini sono positivi)

Posso trovare H e H_0

vedi quad vecchio $\quad H_0 - \dfrac{B_D}{\mu_0} = \dfrac{d-h}{d} M$ (all'esterno, $\rightarrow H_0$) e $H_D = \dfrac{-h B_D}{\mu_0 (d-h)}$ (interno) $\rightsquigarrow H_D = \dfrac{B_D}{\mu_0} - \dfrac{d B_D}{(d-h)\mu_0} = \dfrac{-h B_D}{\mu_0 (d-h)}$

$$\phi = \int \vec{B} \cdot \vec{u}_n \, d\Sigma$$

$$\mathcal{E}_i = \underbrace{\oint \vec{E}_i}_{\text{campo indotto da } \vec{B}} \cdot d\vec{s}$$

=> circuitazione $\neq 0$ quindi $\vec{E}_i$ non è conservativo, muove le cariche spendendo energia

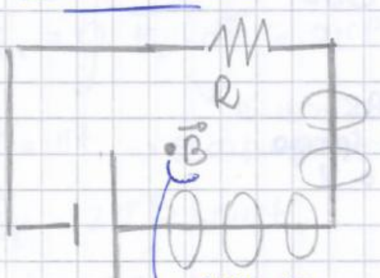
STOKES $\rightarrow \mathcal{E}_i = \int_{\Sigma} \nabla \wedge \vec{E} \cdot \vec{u}_n \, d\Sigma$

Σ sup racchiusa da circuitatore

$$= -\frac{d}{dt} \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot \vec{u}_n \, d\Sigma$$

Quindi $\nabla \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ => forma differenziale di legge di FARADAY - NORMAN - LENTZ

Esempio applicativo:



$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\phi}{dt}$$

crea un autoflusso è il $\vec{B}$ concatenato al c.to in cui passa i

Se $\mathcal{E}_i \uparrow$, è come se aggiungessi un generatore al c.to

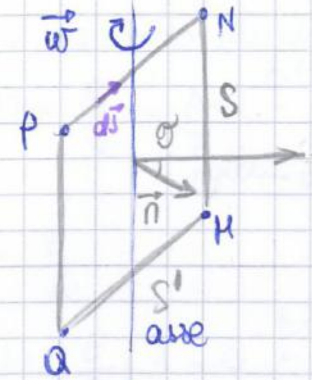
si oppone alla f.e.m. che l'ha generata, ovvero quella del generatore

qst giustifica il segno $\ominus$

Se aumento la tensione del generatore, $i \uparrow$, $\vec{B} \uparrow$ e $\phi(\vec{B}) \uparrow$ (nel tempo) si crea una $\mathcal{E}_i$ che si oppone e quindi riduce la corrente, se $i \downarrow$ quindi $\frac{d\phi}{dt} < 0$ e $\mathcal{E}_i$ è positiva ... Così via fino a raggiungere variazioni sempre + piccole che portano a una situazione di stazionarietà

porta la i a REGIME

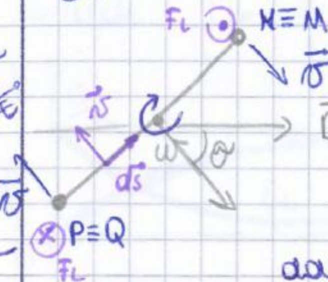
Invece che usare una barra posso usare una spira rotante (AZIONE MECCANICA) immersa in $\vec{B}$



=> se la spira ruota → quindi c'è energia meccanica, c'è variazione di $\phi(\vec{B})$ in essa!

$\vec{E}_i = \vec{v} \wedge \vec{B}$ → $\vec{E}_i$ espresso a partire dalla F_L ($\exists$ xké c'è $\vec{B}$ e il c.to si sposta, quindi ha una velocità)

$d\mathcal{E}_i = \vec{E}_i \cdot d\vec{s}$ (x definizione di potenziale)



qst induce anche il verso di $\vec{E}$

(velocità tg del punto) → qst è la velocità delle cariche dovuta al moto della spira

f.e.m indotta ∈ (Faraday) È una en. complessiva sul c.to

$\mathcal{E}_i = \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{s} = 2vBs\sin\theta$ (PM e QN non contribuiscono) => $\vec{v} \wedge \vec{B} \cdot d\vec{s}$ nei tratti PM $\vec{E}$ è $\perp$ a $d\vec{s}$, quindi il prodotto scalare è $= 0$!

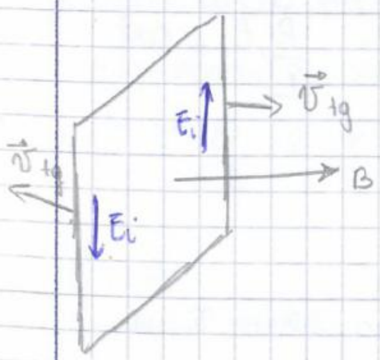
↳ è una Σ di 4 integrali

$\theta = \omega t$ => θ dip. da t

$\mathcal{E}_i = 2vB\sin\omega t$

↳ è sinusoidale, quindi inverte il senso di i ogni mezzo giro!

21/11/2013



il segno di $\mathcal{E}_i$ cambia e quindi anche il verso di i indotta

=

CORRENTE ALTERNATA

↓

x mezzo periodo scorre in un senso, poi nell'altro

Quando chiudo l'interruttore si ha una variaz. di i nel c.to

$t=0$ (quando chiudo)

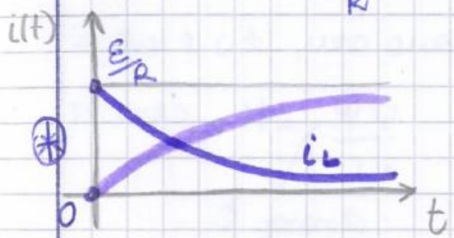
$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} - \underbrace{A}_{\text{ingloba anche } \frac{A}{R}} e^{-\frac{R}{L}(t)}$ => in $t=0$ ho $0 = \frac{\mathcal{E}}{R} - A \cdot 1$ e quindi

$A = \frac{\mathcal{E}}{R}$

$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$ => TRANSITORIO

se $t \to +\infty$: $i(+\infty) = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - 0^+)$

quindi $i \Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{R}$ che rispetta la legge di Ohm



=> quindi i_L si "oppone" a $i(t)$, mano a mano che $\mathcal{E}\uparrow$, e quindi $i(t)\uparrow$, la i_L diventa sempre + piccola

i_L = EXTRACORRENTE DI CHIUSURA (legata alla presenza di L)

↳ compare quando chiudo il c.to

Quindi $\underbrace{i(t)}_{\text{in ogni istante}} = i_L(t) + \underbrace{i_{+\infty}}_{\text{i' della legge di Ohm}}$

Se invece a c.to funzionante, apro il c.to => in $t_0 = 0$

$i(0)$ = condizioni stazionarie e quindi Ohm

$i(t) \cong \frac{\mathcal{E}}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau'}}$

cambia la R complessiva associata al c.to!

=> è restituita l'energia spesa in precedenza dal gen. x creare i e combattere i_L

$R' \gg R$
↳ R all'infinito

quindi $\tau' = \frac{L}{R'} \ll \tau$

quindi la durata di qst i è minore di quella x portare i a condizioni asintotiche $= \frac{\mathcal{E}}{R}$

(*) si vede che $\mathcal{E}$ deve spendere + energia x creare i, in quanto deve combattere contro la i_L.

$u_m = \frac{1}{2\mu} B^2$ => energia x unità volumica

en. che genera B associato alla corrente che circola, è immagazzinata nel solenoide → $\vec{B}$ è generato quando la i è stazionaria, infatti:

$$B = \mu \frac{N}{\ell} i = \text{cost}$$

en. spesa x portare $i(t)$ a i_∞ vincendo i_L, creata da $\mathcal{E}_i$, creata da $d\phi(\vec{B})$, creata da $i(t)$!!

Ricordando che $\underbrace{u_e}_{U/V} = \frac{1}{2}\underbrace{\varepsilon}_{\text{permettività dielettrica relativa}} E^2$ analogo a $\frac{1}{2\mu} B^2 = u_m$

Se ho 2 c.ti, uno avverte la presenza dell'altro

Ricordo $M = \frac{\phi_{1,2}}{i_1} = \frac{\phi_{2,1}}{i_2}$ => MUTUA INDUZIONE

ϕ generato da 1 su 2

$$\mathcal{E}_{i,1} = -\frac{d\phi_{2,1}}{dt} = -M\frac{di_2}{dt}$$

(1) $\underbrace{\mathcal{E}(t)}_{\text{fem del gen (1)}} - \underbrace{L_1 \frac{di_1}{dt}}_{\text{fem di } L_1} = R_1 i_1$ (se non ci fosse l'altro circuito che ha un effetto di mutua induzione)

Quindi

(1) $\mathcal{E}(t) - L_1 \frac{di_1}{dt} - M\frac{di_2}{dt} = R_1 i_1$

(2) => ho una i_2 che varia nel tempo xké i_1 varia e quindi causa una variaz. di ϕ attraverso il secondo c.to

$-L_2 \frac{di_2}{dt} - M\frac{di_1}{dt} = R_2 i_2$

N.B. il secondo c.to non ha gen !!

⇓

sistema ACCOPPIATO DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI

⇓

tutto ciò è legato al fatto di "pagare" dell'energia x portare in una condizione stazionaria (i_1 e i_2) i due c.ti.

Le sorgenti sono ρ (magnetico) e $\vec{J}$ elettrico

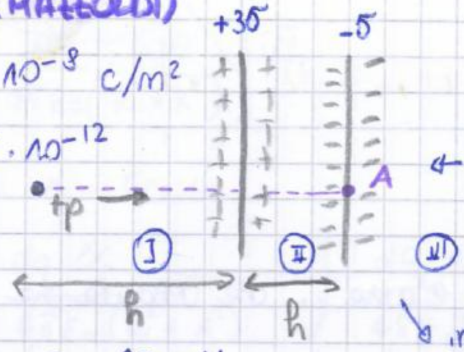
22/11/2013

Es. 2.15 (MAZZOLDI)

$\sigma = 1{,}77 \cdot 10^{-8}\ C/m^2$

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$

$h = 4cm$

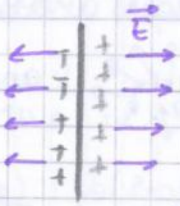


← due piani carichi

in tutto lo spazio c'è $\vec{E}$, generato da un piano carico

E_k iniziale di p = 100 eV

Trovare E_k in A



$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ indip dalla distanza dal piano, il quale è assunto come ∞

se invece il piano è caricato negativamente

Ns caso $\vec{E}_+ = \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0}$, $\vec{E}_- = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

Però i piani sono vicini, quindi su +p agiscono entrambi → sovrapposizione degli effetti

In (I) $\longrightarrow \vec{E}_-$, $\longleftarrow \vec{E}_+$. Il campo totale è $= \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ (diretto come $\vec{E}_+$)

(II) $\longrightarrow \vec{E}_+$, $\longrightarrow \vec{E}_-$ $\quad \vec{E}_{Tot} = \frac{2\sigma}{\varepsilon_0} = 4000\ V/m$

Applico il P.C.E x trovare $E_k(A)$

E_k (iniziale) $\longrightarrow$ E_k finale + U_p finale (supponendo che $U_p(0) = 0$)

$$-\int_{IN}^{FIN} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \Delta U_p \Rightarrow \int_0^A = \int_I + \int_{II}$$

x (direzione ds)

$E_I h - E_{II} h$ = E potenziale finale

da qui trovo E_k finale = 180 eV

$r^2 = \underbrace{R + x^2}_{\text{nš caso } (2R)^2}$

$$\vec{E}_{TOT} = \left[\int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+x^2)} \cdot \cos\theta \right] \vec{u}_x$$

Poi vedo che $x = r\cos\theta$

$$\int \frac{dq \; x/r}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+x^2)} = \int \frac{dq \; x}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+x^2)^{3/2}}$$

$$E(x) = \frac{x \int dq \Rightarrow Q \text{ (carica sull'anello)}}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+x^2)^{3/2}}$$

dip. da x (anche il segno)

$$E_k(0) + U_p(0) = E_k(\text{finale}) + U_p(\text{finale})$$

$E_k(0) = 0$

$$E_{k(F)} = -\Delta U_p$$

$$-\Delta U_p = \int_0^{2R} \vec{E} \cdot \vec{ds} = \int_0^{2R} \frac{Q x}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+x^2)^{3/2}} dx = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \int_0^{2R} \frac{x}{(R^2+x^2)^{3/2}} dx$$

$-\Delta U_p = -q \Delta V_{(0-2R)}$ => + semplice

Nel potenziale devo applicare la sovrapposizione degli effetti (N.B. è uno scalare)

$$V_{TOT} = \int_{\text{anello}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r} \int dq = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$V(dq) = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

x trovare $V(x) \Rightarrow \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+x^2)^{1/2}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+x^2)^{1/2}}$; U_p posseduta da e^+ (protone)

$$\Delta V = \int_0^{2R} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+x^2)^{1/2}} dx \Rightarrow V(0) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} \Rightarrow U_p(0) = \frac{Qe}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$V(2R) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{5} R} \Rightarrow = \frac{Qe}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{5} R}$$

$$\Delta U_p = \frac{Q(\sqrt{5}-1) \cdot e}{4\pi\varepsilon_0 R \sqrt{5}}$$

1237 eV

$$E_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 (d-x)^2} \Rightarrow E_{2x} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 (d-x)^2}$$

(pto qualsiasi) interno a ①

va in verso opposto rispetto a x

N.B. il modulo è SEMPRE >0, le comp. possono essere <0, a seconda del sistema di riferimento scelto

$$E_x = E_{1x} + E_{2x} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(d-x)^2}\right)$$

$$\frac{dE_x}{dx} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{2}{x^3} + \frac{2}{(d-x)^3}(-1)\right)$$

$$= -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2}{x^3} + \frac{2}{(d-x)^3}\right)$$

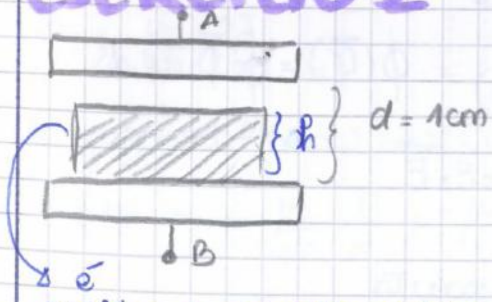
$x = \frac{d}{2}$, quindi $\Rightarrow -\frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{8}{d^3} + \frac{8}{d^3}\right)$

$$-\frac{8q}{\pi\varepsilon_0 d^3}$$

$$F = 6{,}3 \cdot 10^{-30} \cdot \left(-\frac{8q}{\pi\varepsilon_0 d^3}\right)$$

infatti la forza è diretta in senso opposto a X

ESERCIZIO 2



← condensatore piano

$V_{AB_0} = 100V$

N.B. il cond è scollegato.

Q → carica del cond

è inserito un cristallo di bromuro di tallio con $\varepsilon_r = 173$

$h = 9{,}5\ mm$

$(d-h)$ = intercapedine

Estraggo il cristallo ... qual è ora la ΔV_f?

Per trovare $\Delta V \to Q = C\Delta V$ oppure $\Delta V = Ed$ (deriva da $-\int \vec{E}\cdot d\vec{s}$)

$$\underbrace{\Delta V_0}_{\text{quella iniziale}} = \Delta V_2 + \Delta V_1 = \text{somma dei 2 pot} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}\left[\frac{h}{\varepsilon_r} + (d-h)\right]$$

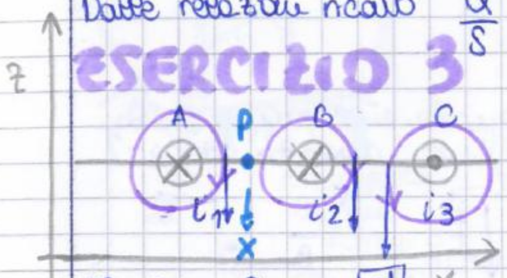
(*)

Quando elimino il materiale:

$$\underbrace{E_f}_{\text{nel vuoto}} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S} \rightarrow E_f d = \Delta V_f = \frac{Q}{\varepsilon_0 S} d$$

Dalle relazioni ricavo $\frac{Q}{S}$ (*) e quindi trovo ΔV_f

ESERCIZIO 3



=> tre fili equidistanti

$AB = BC = 5\,cm = \boxed{d}$ $\qquad d = \overline{AB}$

$i_1 = i_2 = I \; ; \; i_3 = 2I$

In quale punto del segmento $\overline{AC}$, il campo totale $\vec{B}$ è $=0$?

$B_A = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{x}$) distanza di un pto dal filo A

$B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{(d-x)}$

$B_3 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{2I}{(2d-x)}$

} qst sono i moduli

Le componenti possono esser <0

$$B_{z\,tot} = -\frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I}{x} + \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I}{(d-x)} - \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{2I}{(2d-x)}$$

→ i segni sono rispetto a P e z

$$B_{z\,tot} = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(-\frac{1}{x} + \frac{1}{(d-x)} - \frac{1}{(2d-x)}\right) = 0$$

(x trovare dove è 0)

$$-\frac{1}{x} + \frac{1}{(d-x)} - \frac{1}{(2d-x)} = 0$$

→ N.B. devo escludere le distanze che coincidono con il filo xkè lì $B \Rightarrow +\infty$

$2d \neq x$ e $x \neq d$

$$(d-d)(2d-x) + x(2d-x) - (dx - x^2) = 0$$

$X =$