



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

NUMERO: 1036

DATA: 15/07/2014

# **A P P U N T I**

STUDENTE: Cane

MATERIA: Nozioni di Topografia Domande + Eserc.

Prof. Manzino

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

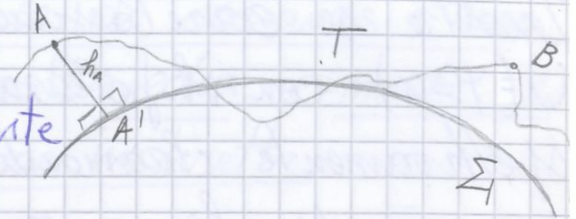
ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

1) Che cos'è il GEOIDE?

È la superficie ottenuta descrivendo con il metodo variazionale la superficie terrestre; per il posizionamento dei punti scelgo  $\Gamma$  (gamma) una superficie di distivello convenzionale in cui  $W = \text{cost}$  cioè il potenziale della superficie del mare in quiete

2) Metodo variazionale.

Prendo un ellissoide  $\Sigma$ , ipotizzo il centro di massa della Terra coincidente con il centro dell'ellissoide.



Proietto il p.to A su  $\Sigma$  definisco così la coordinata altimetrica  $h_A$  di A mentre le coordinate planimetriche sono definite

$(\varphi_A, \lambda_A) = (\varphi_{A'}, \lambda_{A'})$ . Ogni punto di  $T$  è definito da 3 coordinate  $\varphi = \text{LATITUDINE}$ ;  $\lambda = \text{LONGITUDINE}$ ;  $h = \text{ALTEZZA}$

3) Come passare dal Geoide allo Sferoide

Abbiamo definito  $V = G \iiint_{\Sigma} \frac{\rho d\tau}{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}$  con  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$

$\rho = \text{densità}$ ;  $x, y, z$  le coordinate del p.to P mentre  $a, b, c$  le coordinate del c.m. Dato che tramite alcune relazioni possiamo scrivere le polari  $\varphi, \lambda, z$  del Geoide correlate a  $X, Y, Z$

$$\begin{cases} X = z \cos \varphi \cos \lambda \\ Y = z \cos \varphi \sin \lambda \\ Z = z \sin \varphi \end{cases}$$

Allora posso scrivere anche il potenziale gravitazionale  $V$  in questa forma. Noto che si tratta di una sommatoria doppia di ordine  $n$  e grado  $m$ , il nostro scopo è ricavare A e B interni alla serie. Si nota che per i primi 3 gradi essi si ricavano tranquillamente

### 5) Propagazione della varianza somma di quantità (caso lineare)

Definisco una funzione lineare  $y = Ax + b$  per il teorema della media posso scrivere  $\mu_y = A\mu_x + b$  dunque reintroducendo le variabili posso scrivere  $y - \mu_y = A(x - \mu_x) + b$ . Per definizione di  $C_{yy} = M[(y - \mu_y)(y - \mu_y)^T]$ .

Sfruttando la linearità giungo a  $C_{yy} = A C_{xx} A^T$

Fondamentalmente media e matrice di varianza e covarianza delle misure dirette  $\checkmark$  ottengo media e matr. di varianza e covarianza delle misure indirette.

### 6) Propagazione della varianza prodotto di quantità (caso non lineare)

Definisco una funzione non lineare  $y = g(x)$ . Posso scrivere  $y = g(\mu_x) + \left[\frac{\partial g}{\partial x}\right](x - \mu_x)$  se chiamo  $A = \frac{\partial g}{\partial x}$  allora posso dire che  $C_{yy} = \left[\frac{\partial g}{\partial x}\right] C_{xx} \left[\frac{\partial g}{\partial x}\right]^T$

Otengo lo stesso risultato cioè  $C_{yy} = A C_{xx} A^T$  solo che  $A$  rappresenta tutte le derivate di  $g$  parziali.

### 7) Teorema della media + 2 Corollari

Definisco  $y = g(x)$  per definizione di media posso scrivere  $M[\bar{y}] = M_y[g(\bar{x})] = \int g(\bar{x}) f_x(\bar{x}) dx$

1° COROLLARIO Nel caso  $\checkmark$  funzione sia lineare allora  $y = Ax + b \Rightarrow \mu_y = A\mu_x + b$

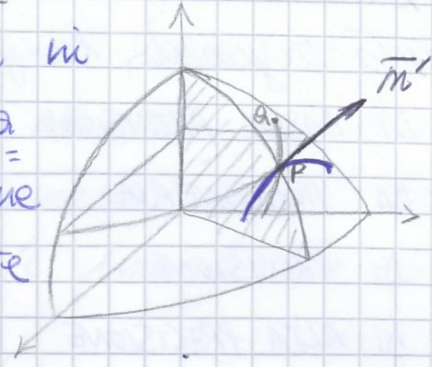
2° COROLLARIO Nel caso in cui  $\bar{x}$  è ben concentrata e  $y = g(x) \Rightarrow \mu_y = g(\mu_x)$

### 8) Minimi quadrati

Innanzitutto è un metodo che si usa quando devo compensare delle misure.

## 10) Sezioni normali e geodetiche

Sia  $m'$  la normale all'ellissoide in  $P$ , si dice **SEZIONE NORMALE** una qualunque curva ottenuta per intersezione dell'ellissoide con un piano avente per direttrice il vettore  $m'$



Una **GEODETICA** è una particolare curva che descrive localmente la traiettoria più breve tra due punti. Esistono infinite linee che li possono congiungere, fra queste viene definita geodetica quella linea che ha la minor lunghezza.

## 11) Definizione di sfera locale

È la miglior approssimazione della sfera in un p.to qualsiasi.

## 12) Livellazioni precisione del livello / livellazioni

Esistono vari tipi di livellazioni:

- 1) Livellazione geometrica
- 2) " idrostatica
- 3) " barometrica
- 4) " tachimetrica o distanziometrica
- 5) " trigonometrica
- 6) " eclimetrica

### LIVELLAZIONE GEOMETRICA:

Utilizza come strumento di misura il livello a cannocchiale esso è suddiviso principalmente in 3 parti: il cannocchiale il quale è appoggiato sulla traversa la quale può ruotare sul basamento.

Esistono varie metodologie per la determinazione del disti

13) Misura elettronica delle direzioni angolari  
 Per effettuare misure elettroniche delle direz. angolari si usano i TEODOLITI. Per mettere in stazione un teodolite è necessario rendere verticale l'asse primario; come? Basta rendere orizzontale l'asse  $a_2$  tramite una livella sferica e una terna. Ecco i passaggi:

- 1) MI POSIZIONO GROSSOLANAMENTE SUL PUNTO
- 2) FISSO MOLTO BENE IL TRIPIEDE
- 3) PER RENDERE VERTICALE LA LIVELLA TORICA USO 2 VITI CONTEMPORANEAMENTE IN MOTO SINCRONO E ALTERNO E SUCCESSIVAMENTE USO LA TERZA
- 4) OSSERVO IL PENDOLINO OTTICO E AGENDO SULLE VITI MI POSIZIONO SUL PUNTO
- 5) CORREGGO LA LIVELLA SFERICA AGENDO SULLE GAMBE
- 6) RIOSSERVO IL P.TO A TERRA E TRAMITE GLI SPOSTAMENTI SULLA BASE MI ALLINEO NUOVAMENTE SUL PUNTO
- 7) RIMETTO IN BOLLA LA LIVELLA TORICA

14) Matrice di ridondanza, a cosa serve?

Partiamo dal concetto di ridondanza globale ( $r$ ), cioè il numero intero  $r = m - n$ . La matrice di ridondanza si definisce come:  $R = I - P A N^{-1} A^T$  dove,

$I$  = Matrice identità

$A^T P A = N$  = Matrice normale ( $P$  matrice dei pesi)

$N^{-1}$  = L'inversa della matrice normale

È una matrice di dimensione  $m \cdot m$  detta appunto di RIDONDANZA contenente dei numeri puri ed indipendente dal sistema di riferimento scelto. La proprietà di questa matrice è indicare il contributo che ogni singola misura apporta alla ridondanza globale (DIFFERENZA TRA MISURE E INCOGNITE)

mo solo una proiezione PLANIMETRICA. Se ad esse associamo l'ALTEZZA ELLISSOIDICA  $h$  (distanza di un generico pto  $P$  dell'ellissoide misurata lungo la normale ellissoidica), si definisce così una terna di coordinate  $(\varphi, \lambda, h)$

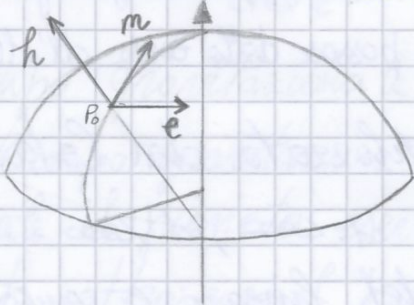
COORDINATE CARTESIANE GEOCENTRICHE (o ELLISSOCENTRICHE)

Sono coordinate cartesiane  $(X, Y, Z)$  riferite ad una terna geocentrica avente

- origine nel centro di massa della Terra
- Asse  $z$  diretto secondo l'asse polare medio terrestre
- Assi  $x$  e  $y$  sul piano equatoriale con  $x$  disposto secondo il meridiano fondamentale (regola mano destra)

COORDINATE CARTESIANE LOCALI (o EULERIANE)

Sono le coordinate cartesiane  $(e, m, h)$  riferite ad una terna eulériana avente:



- Origine in un punto  $P_0$  dell'ellissoide
- Asse  $h$  diretto secondo la normale ellissoidica per  $P_0$  (NB  $h$  non coincide con l'altezza ellissoidica in questo  $\bar{e}$  è la distanza del punto  $P_0$  dal piano  $m$ )

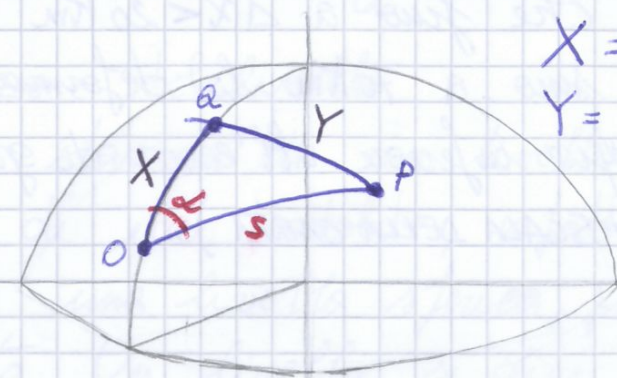
COORDINATE GEODETICHE POLARI

$S$  = Dist. polare

$\alpha$  = Azimuth

COORDINATE GEODETICHE ORTOGONA. o RETTANGOLARI

$X$  = lungh. arco meridiano  $\bar{c}$   
 $Y$  = " " di geodetica  $\bar{e}P$



## 19 Deformazioni possibili in una carta

Nelle cartografie possiamo avere 3 tipi di deformazioni:

DEFORMAZIONE LINEARE: Ad un area  $dS_c$  sull'ellissoide corrisponde un'area  $dS_e$  sulla carta. Il modulo di deformazione lineare vale:  $m = \frac{dS_c}{dS_e}$ ; nel caso in cui  $dS_c$  e  $dS_e$  siano uguali, significherebbe che in quella zona le distanze sono costanti.

DEFORMAZIONE ANGOLARE: Considerando un elemento  $dS_e$  di geodetica, uscente da  $P$  con azimuth  $\alpha$ , la trasformata del meridiano formerà con l'elemento  $dS_c$  sulla carta l'angolo  $\alpha'$ . Abbiamo quindi  $\delta = (\alpha' - \alpha)$

DEFORMAZIONE AEREALE: Ad una superficie  $dA_e$  sull'ellissoide, corrisponde una superficie  $dA_c$  sulla carta. Il modulo:  $m_A = \frac{dA_c}{dA_e}$

## 20 Campo gravitazionale e di gravità

Il campo gravitazionale terrestre è un fenomeno naturale per il quale il pianeta esercita un'attrazione sui corpi che si manifesta attraverso il peso. La forza attrattiva del nostro pianeta rispetto ad un altro corpo deriva dalla sua massa e dalla distanza:

$$\vec{F} = G \frac{Mm}{d^2} \quad G = \text{cost. di gravità} = 6,67 \cdot 10^{-11} \left[ \frac{m}{kg \cdot s^2} \right]$$

## 21 Messa in stazione del livello

La messa in stazione di un livello è più semplice rispetto a quella di un teodolite, infatti è sufficiente centrare accuratamente una livetta sferica, per mezzo delle viti di basamento. Un livello si dice rettificato quando l'asse di collimazione e la tangente centrale della livetta sono tra loro paralleli.



alcuni fotodiodi e offerta una sorgente luminosa; essi riusciranno a leggere i chiaro-scuro identificando l'angolo. Per sapere se aumentare o diminuire l'angolo basta notare se ancora prima la lettura di sinistra e poi quella di destra allora si somma.

### LETTURA WILDE T 2002

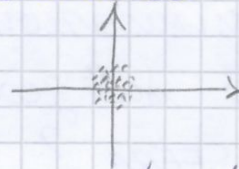
Abbiamo entrambi i cerchi di 52 mm di diametro divisi in 1024 intervalli alternativamente bianchi e neri.

Il segnale luminoso, tradotto dai fotodiodi in segnale elettrico, non è più un segnale statico ma una vera e propria onda elettromagnetica. Questo segnale proviene da due barriere di fotodiodi una solidale all'alidada (R); e una fissa al basamento (S). Durante la rotazione il segnale luminoso ad onda quadra trasformato in segnale elettrico dai fotodiodi permette di misurare continui spostamenti tra i segnali R e S. Così si ricava l'angolo.

ACCURATEZZA: Misura l'errore sistematico



PRECISIONE: Misura la dispersione



5 Sezioni normali e geodetiche: quanto differiscono?

È importante dire che la geodetica è quella che tra le  $\infty$  possibilità congiunge  $P_1$  nella più breve distanza.

Si dice essere una curva gobba perché non è ad un unico piano. Se andiamo oltre i 1000 km linealmente e 300 km angolarmente possiamo affermare che le 2 sezioni normali di andata e di ritorno non coincidono più.

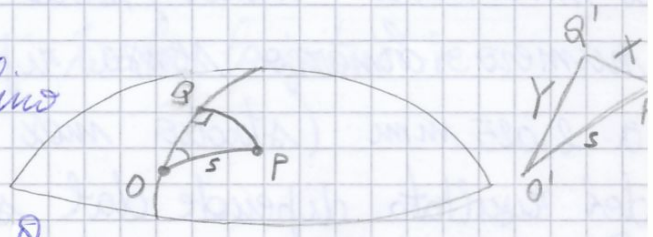
Infine bisogna ricordare che la geodetica è una curva che assomiglia all'inizio alla sez. normale di andata mentre alla fine tende a coincidere con la sez. normale di ritorno.

si conclude che per scopi planimetrici in un raggio  $s$  di  $1000m$  si può sostituire all'ellissoide, la sfera locale passante per  $P$ . Per scopi altimetrici non si può andare oltre gli  $800m - 1000m$  con la medesima sostituzione

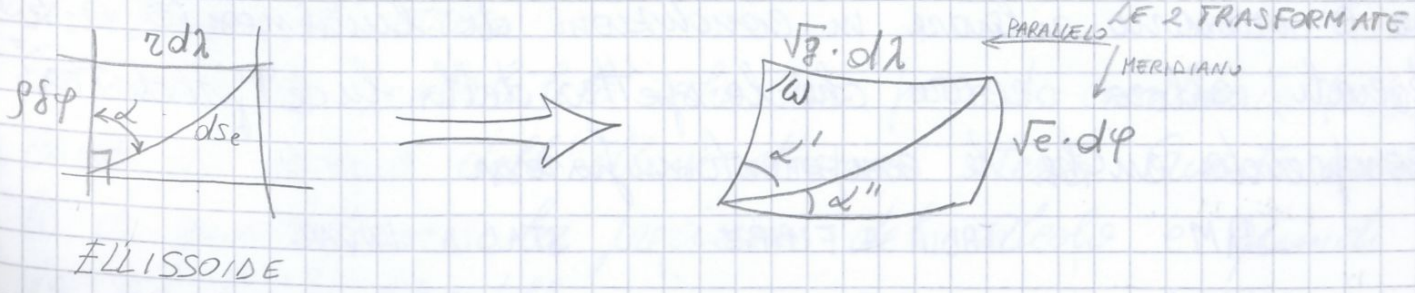
### 23 Teorema di Legendre

È possibile dimostrare che una figura ellissoidica, può essere risolta con i teoremi della trigonometria sferica.

- 1) Cominciamo con il dire che la  $\Sigma$  degli angoli interni di un triangolo sferico equivale a:  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \pi + 3E$
- 2)  $3E$  si definisce ECCESSO SFERICO, infatti <sup>per</sup> ogni angolo si commette un errore =  $E$
- 3) Da  $O$  conduciamo la GEODESICA fino a  $P$  e successivamente la GEODESICA  $\perp$  al meridiano fino a  $Q$
- 4) Grazie a tale Teorema so che  $O'P' = s$ ;  $Q'P' = X$ ;  $Q'O' = Y$  quindi stessi lati ma angoli diminuiti di  $E$
- 5) Tramite opportune relazioni si può quindi passare da coordin.  $X, Y$  a coordin.  $\lambda, \varphi$  e viceversa



### 24 Moduli di deformazione - Rappresentazioni

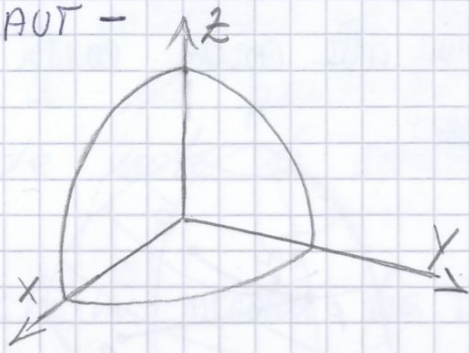


$$m^2 = e' \Rightarrow ds_c = \sqrt{e'} \cdot ds_e = \frac{\sqrt{e}}{\rho} \quad (\text{TRASF. MERIDIANO PER } \lambda = 0^\circ)$$

$$m^2 = g' \Rightarrow ds_c = \sqrt{g'} \cdot ds_e = \frac{\sqrt{g}}{r} \quad (\text{TRASF. PARALLELO PER } \lambda = 90^\circ)$$

31 Come si arriva all'equazione della geodetica!

- EQUAZIONE DI CLAIRAUT -



1) Consideriamo una sezione

2) Sappiamo che ogni superficie attorno a z si può scrivere in questo modo:  $X^2 + Y^2 - g(z) = 0$

3) Ad esempio la nota eq. dell'ellissoide può essere  $\Rightarrow$  anche scritta:  $X^2 + Y^2 - (a^2 - \frac{z^2}{1-e^2}) = 0$   $\frac{X^2 + Y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

4) Ricavo le derivate parziali:

$$\frac{\partial f}{\partial X} = 2X \quad ; \quad \frac{\partial f}{\partial Y} = 2Y$$

5) Con  $z$  il raggio del parallelo e  $\lambda$  la longitudine:

$$X = z \cos \lambda \quad ; \quad Y = z \sin \lambda$$

6) Tramite algoritmi mi ricavo l'equazione della GEODETICA

$$z \sin \alpha = \text{cost} \quad (\text{Relazione di Clairaut})$$

In soldoni in ciascun p.to della GEODETICA è costante il prodotto del seno dell'azimut della GEODETICA per il raggio del parallelo.

32 L'ellisse d'errore

Definisce la probabilità che un p.to di coordinate  $(x, y)$  cada all'interno dell'ellisse d'errore stessa. Questo consente di quantificare la precisione del calcolo e quindi la significatività delle misure.

### 35) Equazioni parametriche dell'ellissoide

Sono equazioni che permettono di calcolare le coordinate cartesiane "ellissocentriche"  $X, Y, Z$  di un punto  $P_0$  situato sulla superficie dell'ellissoide note le coordinate geografiche di quest'ultimo.

L'ellissoide è quella superficie che in media ha il campo magnetico = 0  $\Rightarrow M_0(T) = 0$ .

### 36) Raggio di curvatura

I MERIDIANI sono sezioni normali principali da che ogni piano meridiano è di simmetria

La seconda sezione normale principale si ottiene con un piano normale all'ellissoide e  $\perp$  al meridiano



detto piano verticale. Viene anche detta GRAN NORMALE che in realtà è il nome del suo RAGGIO DI CURVATURA

### Trasformazioni di variabili casuali

Sia  $X$  la variab. casuale "lancio di un dado non truccato"

$X:$	{	1	2	3	4	5	6	
		1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	

e  $g(x)$  la sua corrispondenza:

$X$  PARI  $\rightarrow$   $Y$  TESTA

$X$  DISPARI  $\rightarrow$   $Y$  CROCE

riche  $g(2) = g(4) = g(6) = \text{TESTA}$  e  
 $g(1) = g(3) = g(5) = \text{CROCE}$

Si può costruire una nuova variabile casuale

infine ho

$$\sigma_{xy} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m x_i y_j f_{ij} - M_x M_y$$

Quindi

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^4 x_i^2 p_i - M_x^2 = (1 \cdot 0,4 + 4 \cdot 0,3 + 9 \cdot 0,2 + 16 \cdot 0,1) - 4 = 1$$

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^3 y_i^2 q_i - M_y^2 = (16 \cdot 0,2 + 25 \cdot 0,5 + 31 \cdot 0,3) - 36 = 4$$

$$\sigma_{xy} = 1 \cdot (4 \cdot 0,1 + 5 \cdot 0,2 + 9 \cdot 0,1) + 2 \cdot (4 \cdot 0,1 + 5 \cdot 0,2) + 3 \cdot (5 \cdot 0,1 + 9 \cdot 0,1) + 4 \cdot (9 \cdot 0,1) - 12 = 0,9$$

Si ha allora

$$\sigma_{xy} = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0,9 \\ 0,9 & 4 \end{pmatrix}$$

39) Teorema di propagazione della varianza

Sotto le ipotesi del II corollario del Teorema della media se la variab. casuale  $Y$  è una funz. delle variab. casuale  $X$  allora:

$$Y = g(X) \Rightarrow \sigma^2 = g'(\mu_x)^2 \sigma_x^2$$

40) Condizioni di rettifica di un teodolite

Un teodolite si dice rettificato quando:

- 1) L'asse di rotazione  $a_1$  passa per il centro goniometrico orizzontale ed è  $\perp$  al suo piano
- 2) L'asse di rotazione  $a_2$  è  $\perp$  ad  $a_1$ , passa per il centro del relativo goniometro
- 3) L'asse  $a_3$  è  $\perp$  all'asse  $a_2$
- 4)  $a_1, a_2, a_3$  si incontrano in un solo punto o detto centro strumentale

La rappresentazione conforme di Gauss (o TRASVERSA) UTM è la carta più usata ed è adottata in Italia dall'14M1 e recentemente anche dal Catasto. È una carta conforme quindi nel campo topografico (10-15 km) è possibile agire apportando modifiche alle sole distanze lineari. Per ogni carta conforme è sufficiente la lunghezza del meridiano origine, nella carta di Gauss si è deciso per  $\lambda = 0$  di prenderlo IN VERA LUNGHEZZA.

A differenza della carta di Mercatore in cui le deformazioni  $f(u)$  davano come risultato derivate successive alla prima = 0, ora esse dipendono da  $\varphi$ , dunque non possono essere = 0.

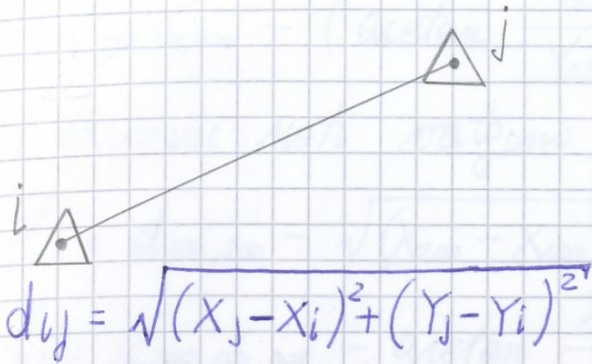
I meridiani e i paralleli non sono più rette ma curve aventi origine comune in  $\lambda = 0$ . Le deformazioni lineari per lunghe distanze sono molto marcate, infatti la distanza vera si mantiene solo sul fuso origine. Per limitare tali deformazioni si è deciso di suddividere tale carta in FUSI; l'Italia è tra il FUSO OVEST 32 e il FUSO EST 33 a  $6^\circ \div 18^\circ$ .

Ultimamente si è pensato fosse opportuno adottare un fattore di scala  $CR = 0,996$  che equivale a un cilindro secante a cavallo del meridiano origine in sostituzione del cilindro tangente. In questo modo il fuso origine non è più rappresentato in vera lunghezza ma le deformazioni sono state molto ridotte.

Importante è capire come trovare il coeff. di compensazione tra le distanze reali e quelle sulla carta ( $\mu$ ). Non ci resta che ricavare il modulo di deformazione ( $m$ ), che per queste carte vale

# Qua leora dall' esercizio

## DISTANZA $d_{ij}$

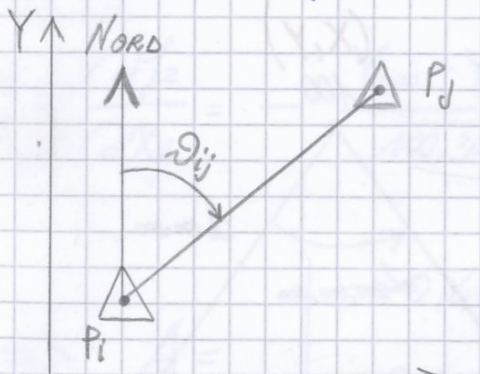


## PSEUDODISTANZA $P_{ij}$

$$P_{ij} = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2} + \underbrace{\Sigma}_{\text{COSTANTE}}$$

In entrambi i casi se chiede la linearizzazione, è necessario calcolare le derivate parziali:  $\frac{\partial f}{\partial X_i}$ ;  $\frac{\partial f}{\partial X_j}$ ;  $\frac{\partial f}{\partial Y_i}$ ;  $\frac{\partial f}{\partial Y_j}$

## AZIMUTH $\vartheta_{ij}$

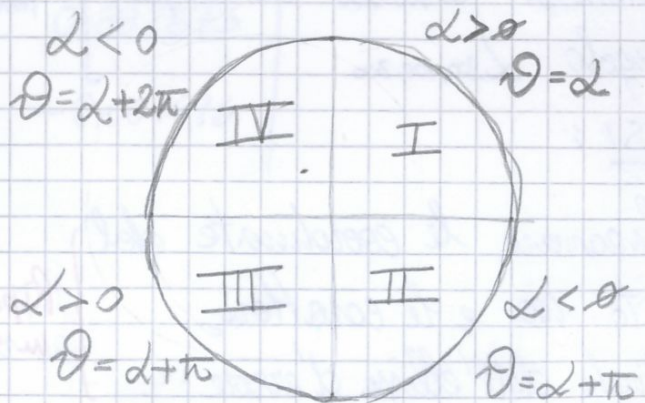


esistem  $\left( \frac{X_j - X_i}{Y_j - Y_i} \right) - \vartheta_{ij} = \alpha$

## Per la linearizzazione

Basta ricavare:

$$\frac{\partial f}{\partial X_i}; \frac{\partial f}{\partial Y_i}; \frac{\partial f}{\partial X_j}; \frac{\partial f}{\partial Y_j}$$



DIREZIONI AZIMUTALI  $t_{ij}$ : La direzione azimutale è l'angolo azimutale misurato in  $P_i$  tra la direzione dello zero del cerchio del teodolite ed il p.to  $P_j$ . La d.a. differisce dall'azimut tra i p.ti  $i$  e  $j$  dell'angolo si detto "CORREZIONE D'ORIENTAMENTO"

Inanzitutto, è possibile esprimere le misure della distor-  
 zione e dell'angolo come funzioni  $f(x) = 0$

$$d_{100,200} - \sqrt{(X_{200} - X_{100})^2 + (Y_{200} - Y_{100})^2} = 0$$

$$\alpha_{200,100,300} - \left( \arctan \frac{X_{300} - X_{100}}{Y_{300} - Y_{100}} + \pi \right) + \arctan \frac{X_{200} - X_{100}}{Y_{200} - Y_{100}} + \pi = 0$$

I termini noti valgono

$$l_1 = d_{100,200} - \sqrt{(X_{200} - X_{100})^2 + (Y_{200} - Y_{100})^2} = 519 - 518,312 = 0,688$$

$$l_2 = \alpha_{200,100,300} - \arctan \frac{X_{300} - X_{100}}{Y_{300} - Y_{100}} + \arctan \frac{X_{200} - X_{100}}{Y_{200} - Y_{100}} =$$

I termini della MATRICE  $L$  vicino:  $= -0,001258402 \text{ rad.}$

$$a_{11}^1 = \frac{\partial f_1}{\partial X_1} = \frac{X_{100} - X_{200}}{d_{100,200}} ; \quad a_{11}^2 = \frac{\partial f_1}{\partial Y_1} = \frac{Y_{100} - Y_{200}}{d_{100,200}}$$

$$a_{21}^1 = \frac{\partial f_2}{\partial X_1} = - \frac{Y_{300} - Y_{100}}{100,300^2} ; \quad a_{21}^2 = \frac{\partial f_2}{\partial Y_1} = \frac{X_{300} - X_{100}}{100,300^2} - \frac{X_{200} - X_{100}}{100,200^2}$$

$$\Rightarrow A = \begin{vmatrix} -0,469987 & 0,882673 \\ -0,000274 & -0,001496 \end{vmatrix}$$

$$X = A^{-1} l = \begin{vmatrix} 0,0861 \\ 0,8254 \end{vmatrix}$$

$$f \approx (447,086 ; 758,825)$$

[...]



Es 2

Calcolare la MEDIA e SGM della variabile continua  $f(x) = e^{-x}$  definita nel semiasse positivo dei reali, scrivere inoltre la variabile  $Z$  standardizzata

$$M[X] = \mu_x = \int_0^{+\infty} x \cdot f(x) dx$$

$$\mu_x = \int_0^{+\infty} x \cdot e^{-x} dx = \lim_{a \rightarrow +\infty} \int_0^a x e^{-x} dx$$

$$= \lim_{a \rightarrow +\infty} -x e^{-x} dx \Big|_0^a = \lim_{a \rightarrow +\infty} [e^{-x} \cdot (-1-x)]_0^a$$

$$= \lim_{a \rightarrow +\infty} [e^{-a}(-1-a) - e^0 \cdot (-1-0)] = 1$$

$$SGM = \sigma(x) = \int_0^{+\infty} (x - \mu_x)^2 \cdot f(x) dx = \int_0^{+\infty} (x - 1) \cdot e^{-x} dx$$

$$= \int_0^{+\infty} (x-1)^2 e^{-x} dx = \lim_{a \rightarrow +\infty} \int_0^a (x-1)^2 e^{-x} dx =$$

$$= \lim_{a \rightarrow +\infty} [-x(x-1)^2 e^{-x} - 2(x-1)e^{-x} - 2e^{-x}] \Big|_0^a = 1$$

$$\Rightarrow SGM = \sigma(x) = \pm 1$$

Scrivo ora la variabile standardizzata  $Z$

$$Z = e \left( \frac{-x - \mu_x}{\sigma_x} \right) = e \left( \frac{-x - 1}{1} \right)$$

# COMPENSAZIONE MINIMI QUADRATI DI UNA RETE DI LIVELLAZIONE

DATI:

$$Q_{100} = 10 \text{ m}$$

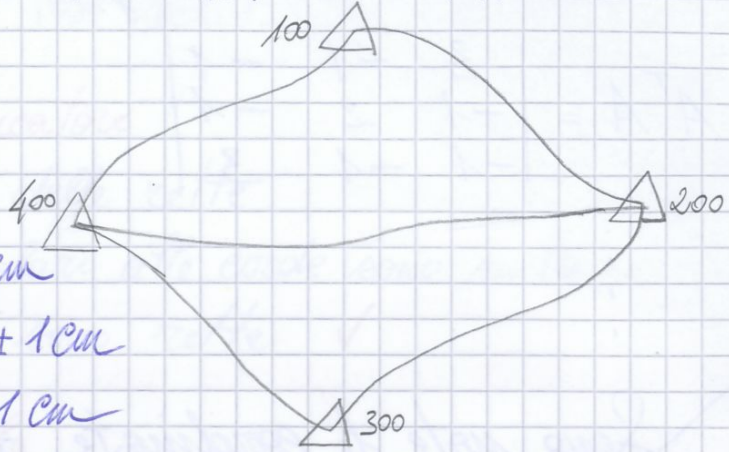
$$\Delta_{100-200} = Q_{200} - Q_{100} = 100 \text{ m} \pm 1 \text{ cm}$$

$$\Delta_{200-300} = Q_{300} - Q_{200} = 100 \text{ m} \pm 1 \text{ cm}$$

$$\Delta_{300-400} = \dots = 100 \text{ m} \pm 1 \text{ cm}$$

$$\Delta_{400-100} = \dots = -300,2 \text{ m} \pm 1 \text{ cm}$$

$$\Delta_{200-400} = \dots = 200,2 \text{ m} \pm 1 \text{ cm}$$



Ricavare le quote  $Q_{100}, Q_{200}, Q_{300}$ ; la loro matrice di varianze-covarianze delle quote e degli scarti, la matrice di ridondanze

NB La RIDONDANZA LOCALE, A PARITÀ DI SGM; nel lato 200-400 È MAGGIORE, in quanto collega vertici, che nel grafo, sono più distanti del vertice precedente o successivo

1) Costruisco il sistema, già lineare

$$Y = AX + a$$

2) Ipottizziamo  $\sigma_{e_0} = 0,01 \text{ m}$  la matrice dei pesi diviene la matrice identità, infatti

$$P_i = \frac{\sigma_{e_0}^2}{\sigma_{e_i}^2} = 1$$

$$\begin{array}{l} \Delta_{100-200} \\ \Delta_{200-300} \\ \Delta_{300-400} \\ \Delta_{400-100} \\ \Delta_{200-400} \end{array} = \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{array} \begin{array}{l} Q_{200} \\ Q_{300} \\ Q_{400} \end{array} + \begin{array}{l} -Q_{100} \\ 0 \\ 0 \\ Q_{100} \\ 0 \end{array}$$

## In preparazione al test scritto

### 1) Nella carta di Mercatore

- Le geodetiche sono delle rette
- Le deformazioni angolari alle corde sono nulle
- Le sezioni normali sono rette ✓

### 2) La ridondanza locale

- È bene che sia minima
- È bene che sia massima ✓
- Può assumere valori compresi tra  $-1$  e  $+1$

### 3) Nella carta italiana

- Le deformazioni lineari massime sono del 4%
- Le deformazioni lineari minime sono  $+0 - 4$  per mille
- Le deformazioni lineari massime in valore assoluto sono  $+0 - 4$  decimillesimi ✓

### 4) La simulazione per le reti

- Permette di compensare le misure senza conoscere a priori la loro precisione
- Permette di ricavare la matrice di ridondanza senza fare misure ✓
- Permette di ricavare il vettore degli scarti senza fare misure

### 5) La livellazione geometrica di alta precisione

- Ha un errore chilometrico di 1 mm
- Ha un errore chilometrico di 5 mm
- Ha un errore chilometrico di 0,3 mm ✓

## 12) Il geoido

- a) È una superficie fisica ✓
- b) È una superficie matematica ✓
- c) È una superficie che approssima la superficie terrestre

## 13) Come misuro con precisione i dislivelli?

- a) Con la livella
- b) Con il teodolite
- c) Con la livellazione geometrica ✓

## 14) Il modulo di deformazione lineare della carta di Gauss.

- a) Non varia per distanze inferiori a 100km
- b) Non varia con l'azimut ✓
- c) È costante ✓

## 15) La sfera locale

- a) È la sfera che meglio approssima il globo terrestre
- b) Cambia in funzione della longitudine ✓
- c) Cambia in funzione della latitudine ✓

## 16) Le correzioni alle corde della carta di Gauss

- a) Sono correzioni lineari
- b) Sono valide all'interno del campo geodetico
- c) Sono diverse in B ed A se B ed A sono distinti ✓

## 17) L'errore quadratico medio chilometrico in livellazione geometrica

- a) Si applica alla distanza espressa in Km
- b) Si applica al quadrato della distanza espressa in Km
- c) Si applica alla radice quadrata della distanza in Km ✓

## 24) Sferoide ed ellissoide

- I semiassi sono leggermente diversi ma con precisione  $10^{-4}$  sono circa uguali
- Hanno gli stessi semiassi ✓
- Hanno semiassi e schiacciamento leggermente diverso ✓

## 25) La matrice di ridondanza

- Non dipende dall'aver eseguito le misure ✓
- Non dipende dalle coordinate ✓
- Non dipende dai pesi

## 26) Dopo la compensazione se le misure sono Gaussiane il $\tau_0$

- Deve essere uguale al  $\tau_0$  iniziale
- appartiene ad una distribuzione chi quadro ✓
- Deve diminuire rispetto al  $\tau_0$  iniziale

## 27) Lo SAM della somma di più misure

- È maggiore della somma degli SAM delle singole misure
- È uguale alla somma degli SAM delle singole misure
- È minore della somma degli SAM delle singole misure ✓

## 28) Il merid geografico e il merid cartografico

- Sono coincidenti
- Differiscono di angoli positivi e negativi ✓
- Dipendono dalla deviazione della verticale

## 29) Se il coefficiente di correlazione lineare è nullo

- Le variabili sono incorrelate ✓
- Le variabili sono linearmente dipendenti
- Le variabili sono linearmente indipendenti

La sezione normale che conduce da TORINO a PANTELLERIA

- è la stessa che riporta da Pantelleria a Torino
- può essere confusa con la geodetica
- Ha azimut costante ✓

1) distanziometri EDM

- Hanno onde portanti metriche e decometriche ✓
- Hanno onde portanti infrarosse ✓
- Hanno onde portanti impulsive

La carta di Mercatore

- Le trasformate delle geodetiche sono delle rette
- Ha modulo di deformazione lineare 1 all'equatore ✓
- è una carta cilindrica

L'ondulazione del geoido in Italia

- è  $\sigma$  su due assi geografici
- è sempre positiva ✓
- Ha media nulla