



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1016

DATA: 14/07/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Frison

MATERIA: Tecnica delle Costruzioni, 10CFU

Prof. Mancini

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

TECNICA DELLE COSTRUZIONI:

ARGOMENTI DEL CORSO:

TEORIA:

- 1) SICUREZZA STRUTTURALE
- 2) FLUAGGE
- 3) PLASTICITÀ
- 4) AZIONI
- 5) ROBUSTEZZA STRUTTURALE
- 6) MATERIALI DA COSTRUZIONE
- 7) BASIS OF STRUCTURAL DESIGN
- 8) FONDAMENTI PER IL PROGETTO

SICUREZZA STRUTTURALE

È il requisito fondamentale in ogni quasi di:

- 1_ PROGETTAZIONE
- 2_ COSTRUZIONE
- 3_ UTILIZZAZIONE

delle OPERE STRUTTURALI.

METODI DI VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA CHE
CONSENTONO DI VERIFICARNE LA POSITIVITÀ IN
TUTTI GLI STATI IN CUI VERRÀ A TROVARSI LA
STRUTTURA.

MISURA POSITIVA DELLA
SICUREZZA NEI DIVERSI
STATI.

→ STRUTTURA "AFFIDABILE"

METODO DI MISURA DELLA SICUREZZA

NELLE COSTRUZIONI: → **DETERMINISTICO** ①

1A METODO DELLE TENSIONI AMMISSIBILI:

→ metodo usato x 150 anni

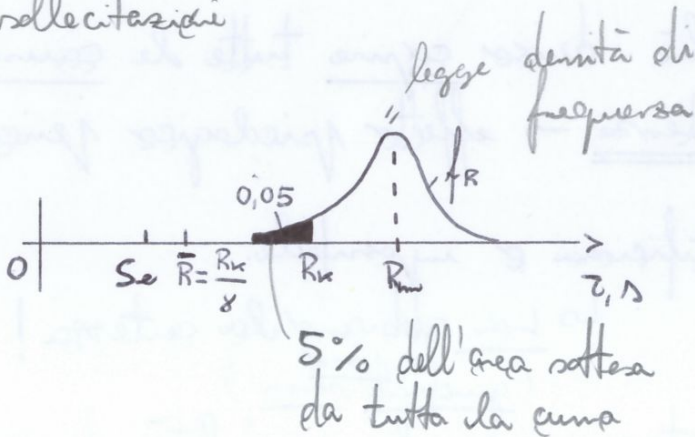
LA MISURA DELLA SICUREZZA AVVIENE NELLO SPAZIO DELLE TENSIONI.

[Sicurezza basata su un confronto nelle condizioni di esercizio.]

Tale metodo consiste nell'introdurre un MARGINE DI SICUREZZA tra tensione e carico MAX caratteristico della struttura e resistenza MAX del materiale.

τ : tensione
 D : sollecitazioni

→ condizioni di esercizio
 f_R : densità della resistenza del materiale



$$S_e \leq \bar{R} = \frac{R_k}{\gamma}$$

e anche

$$\sum S_e \leq \bar{R} = \frac{R_k}{\gamma}$$

S_e : ^(tensione ideale) combinazione tensoriale cui si fa riferimento nel caso di stati di sollecitazione combinati.

s_e : tensione "attuale" nel materiale dovuta alle azioni di esercizio e valutata con analisi elastica lineare in presenza di qualunque tipo di azione (dirette e indirette).

→ sollecitazione esterna a cui è esposto il materiale.

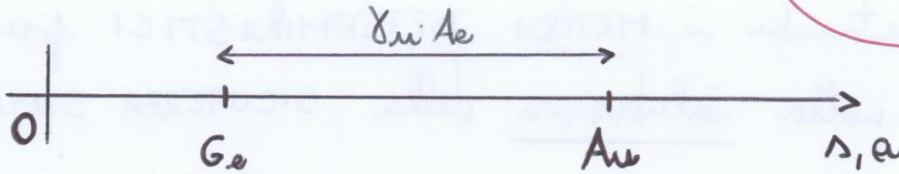
1B) METODO DI CALCOLO A ROTTURA: SPERIMENTI

La nata negli anni '50 in risposta alle esigenze delle tens. amm
LA MISURA DELLA SICUREZZA AVVIENE NELLO SPAZIO

DELLE FORZE.

Vade a valutare la risposta della str nella sua condizione ultima!

→ cioè agli vantaggi del metodo!



$$G_e + (Y_u \cdot A_e) \leq A_u$$

Sicurezza in confronto alla resist. ultima.

LIVELLI ↴

G_e : azioni permanenti di esercizio → cioè quella reale.

A_e : azioni variabili di esercizio

A_u : azioni variabili ultime

Y_u : coefficiente di sicurezza ultime

→ cioè quasi da str ha fornito tutte le risorse e resistenza

→ si considera la condizione ultima e non di esercizio.

→ CONDIZIONE CRITICA DI COLLASSO.

SVANTAGGI:

1) Misura della sicurezza ancora deterministica.

$X_{t\bar{e}}$ ha c'è hex analisi di tipo probabilistico!

2) Non valuta la condizione di esercizio. → ES. Si capota base al collasso, ma al ds può fermarsi in esercizio.

3) Coeff. di sicurezza ampi perché deve coprire tutte le cause di incertezza date azioni e resistenza. → effetto psicologico pericoloso.

VANTAGGI:

1) Possibilità di presa in conto di fenomeni anelastici e reologici e di incertezze di comportamento dei materiali.

→ $X_{t\bar{e}}$ analizza la str fino al collasso

METODO PROBABILISTICO DI LIVELLO 3 1

Elemento di valutare una probabilità di insuccesso (P_v)
(V.S.L.)

P_v da confrontare con valori fissati dalle norme $\rightarrow P_v^*$
 \hookrightarrow riguarda il tipo di str.

$$P_v \leq P_v^*$$

\rightarrow cosa per accettare
 cose rischio!

$P_v^* \rightarrow$ che valori assume?

① \rightarrow ROTTURA FRAGILE $\rightarrow 10^{-5} \div 10^{-7}$

- ES. $\left(\begin{array}{l} \text{Ls. senz. cls. con amata} \\ \text{- trave in acciaio} \rightarrow \text{acciaio in trazione} \\ \text{- cls. in compressione} \end{array} \right.$

\rightarrow è una rottura che per cause ridistribuz.
 e ha da grandi premesse

② \rightarrow ROTTURA DUTILE $\rightarrow 10^{-4} \div 10^{-5}$

- ES. $\left(\begin{array}{l} \text{Ls. - trave inflessa con fessuras. (ang. lesioni)} \\ \text{- cedimenti fessali} \end{array} \right)$

Nota $D'z$ → può essere calcolata la prob. di successo P_z e la prob. che il vettore \underline{X} si trovi all'interno di $D'z$. ↴

$$P_z = \int_{D'z} f_{\underline{X}}(x_1, x_2, \dots, x_m) dx_1 dx_2 \dots dx_m$$

Se siamo in grado di calcolare questo integrale, da questa operazione è possibile tirare fuori un numero che è l'esplicitazione della nostra sicurezza.

① Introdurre qualche semplificazione pratica...

tp → m variabili aleatorie → separate → fattori (R)
 ↘ sfacciate (S)
 → R
 → S.

S. trae c.A. → var. for → rend. ds
 rend. acciaio
 geom str
 ↳ var. sfer. → pensate ed est. dei
 carichi

$$R = g_R(x_1, x_2, \dots, x_m)$$

$$S = g_S(x_{m+1}, x_{m+2}, \dots, x_m)$$

Possiamo scegliere di integrare per linee orizzontali e per linee verticali....

→ VERT. →
$$P_Z = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_z^{+\infty} f_{R,S}(z,s) ds \right] dz$$

→ ORIZZ. →
$$P_Z = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^z f_{R,S}(z,s) dz \right] ds$$

② per introdurre da una ulteriore semplificazione...

→ R e S variabili indipendenti → cioè che appartiene all'insieme delle var. indipendenti

$$f_{R,S}(z,s) = f_R(z) \cdot f_S(s)$$

probab. congiunta → prodotto delle probab. semplici

è sempre così

NO, nelle str.

IPER

collezioni

in base

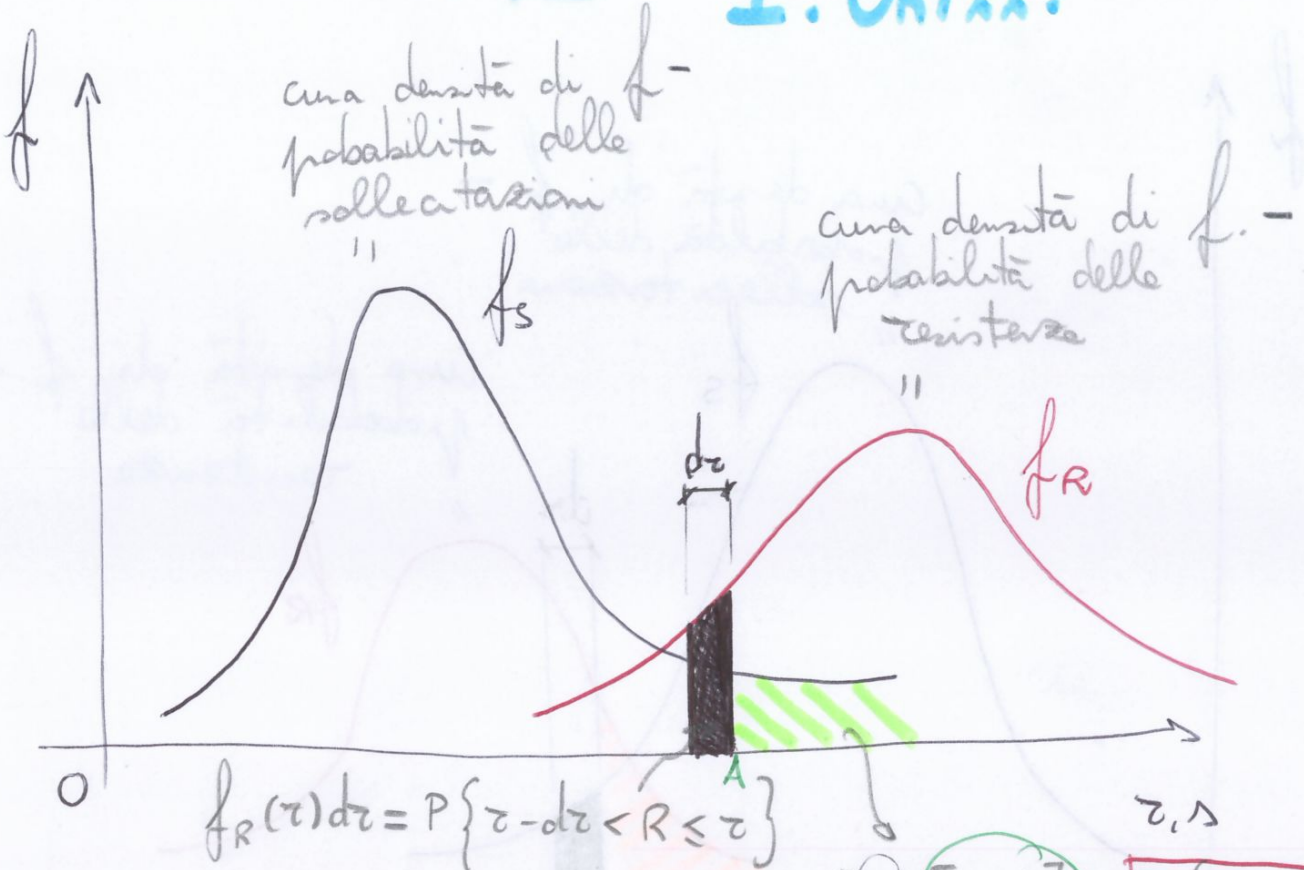
alla località

ci sono un metodo matematico x renderle indipendenti

→ POX lavorare in modo più semplice dal pte di vista matematico

Rappresentazione grafica:

I. ORIZZ.



- 1) Fissare una resistenza R .
- 2) Prob. $\rightarrow R \rightarrow$ area tratteggiata.

I.B. L'area sottesa da tutta la curva è 1!

CASO SFAVOREV.
 \rightarrow VERIFICA SFAVOR.

Area sottesa alla curva fino ad A

INTEGRALE DI CONVOLUZIONE, Xhe
 data a cambiare insieme resistenze e sollecitazioni!

\rightarrow MOLTO IMP. sapere quando le 2 curve si intersecano!

③ Introduriamo una ulteriore semplificazione

9

R e S due v.a. indipendenti,

abbiamo anche distribuzione normale.

↓
 siano cioè rappresentabili
 con delle gaussiane

questo non è
 sempre vero!
 Non tutte le
 variab. aleatorie
 sono d'accordo
 con le gaussiane

$$R \rightarrow N_R (\mu_R; \sigma_R)$$

→ μ : media

$$S \rightarrow N_S (\mu_S; \sigma_S)$$

σ : scarto quadratico medio

Inoltre la variabile aleatoria $Z = R - S$ è normale, che fun-
 (f. esito) di 2 variab.
 normali e
 distribuz.

$$Z \rightarrow N_Z (\mu_Z; \sigma_Z)$$

$$\rightarrow \mu_Z = \mu_R - \mu_S$$

$$\rightarrow \sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$$

$$P_z = \int_{\mathbb{R}} f_U(u) du = 1 - F_U(\mathbb{R}) = P_z(\mathbb{R})$$

quindi:

\mathbb{R} → indice di sicurezza che noi consideriamo per la valutazione della sicurezza della struttura.

RICORDA: \mathbb{R} espresso come:

$$\mathbb{R} = \frac{\eta_z}{\sigma_z} \rightarrow \text{rapporto tra } \boxed{\text{media}} \text{ e } \boxed{\text{varianza}}$$

della funzione densità di frequenza dell'evento (z).

Siccome il coeff. di variazione di una funzione densità di probabilità è il rapporto tra la varianza e la

media → $\boxed{z = \mathbb{R}^{-1}}$

$$C_z = \frac{\sigma_z}{\eta_z}$$

quindi:

$C_z \Rightarrow$ coeff. di variazione della variabile $z = \mathbb{R}^{-1}$
aleatoria

$$z = \frac{\sigma_z}{\eta_z}$$

$C_R (0,05 \div 0,20)$

$C_S (0 \div 0,3)$

C_R elevati \rightarrow Aumento di δ_0 non capita suff. P_e .

C_R limitati \rightarrow Significativa sensibilità di P_e con S .

\rightarrow δ_0 non è un buon indice di sicurezza.

Lo c'è anche una ragione fisica $\rightarrow \delta_0 = \frac{v_R}{v_S}$ ha da vedere sulla dispersione delle curve.

(b) \rightarrow Angera ^{no} capoe di Gauss.

\rightarrow Voglio una relazione accurata e semplice della sicurezza!

$$R = \frac{v_R - v_S}{\sqrt{v_R^2 + v_S^2}} = b$$



Introduciamo, siccome γ_0 non andava bene,
 dei maggi fattori di sicurezza. \rightarrow coeff.

$\gamma_k = \frac{R_k}{S_k}$) ma raddo più a confrontare delle medie case per
 ma dei valori caratteristici, cioè dei frattili delle
 funzioni di distribuzione di frequenza

$\gamma_d = \frac{R_d}{S_k}$ Resist. minima rispetto a R_k
 (frattile inferiore)

\hookrightarrow quindi valori che
 ha tenuto solo
 conto della media
 ma anche della
dispersione.

$\gamma_k \rightarrow$ coeff di sicurezza caratteristica

$\gamma_d \rightarrow$ coeff di sicurezza di calcolo

design
 cioè calcolo

coeff che individua
 il frattile $\rightarrow R \rightarrow 5\%$ (frattile
 inferiore)

coeff che individua
 il frattile $\rightarrow S \rightarrow 95\%$ (frattile
 maggiore)

frattile di ordine
 inferiore \rightarrow da 5% di più \rightarrow al 5%

moltiplica
e
divide

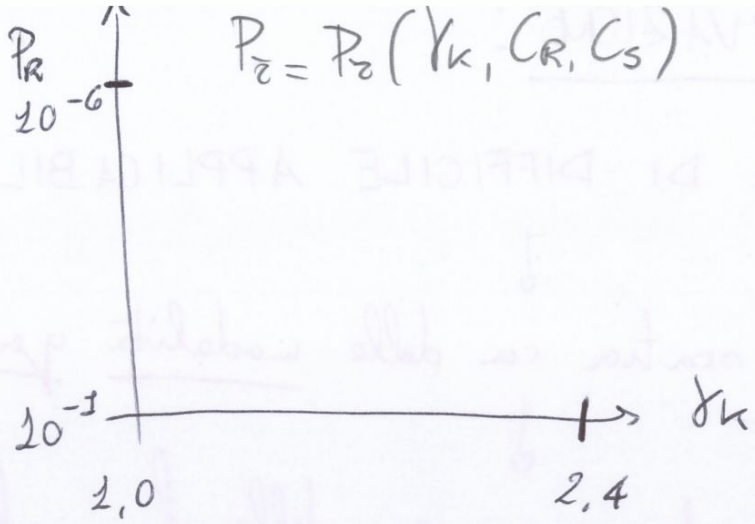
$$\gamma_k = \frac{R_k}{S_k} = \frac{n_R - k_R \cdot C_R}{n_S + k_S \cdot C_S} \cdot \frac{n_R}{n_S} = \gamma_0 \cdot \frac{1 - k_R \cdot C_R}{1 + k_S \cdot C_S}$$

$$\gamma_d = \frac{R_d}{S_d = S_k} = \frac{n_R - d_R \cdot C_R}{n_S + k_S \cdot C_S} \cdot \frac{n_R}{n_S} = \gamma_0 \cdot \frac{1 - d_R \cdot C_R}{1 + k_S \cdot C_S}$$

ha una resistenza a

Rapp. grafica:

γ_k



27

$P_z = P_z(\gamma_k, CR, Cs)$

Le valide le considerazioni fatte per γ_0 (anche se in modo ridotto)

Lo a γ_0 prima a 4,2

questo nel dire che il fascio è più compatto!

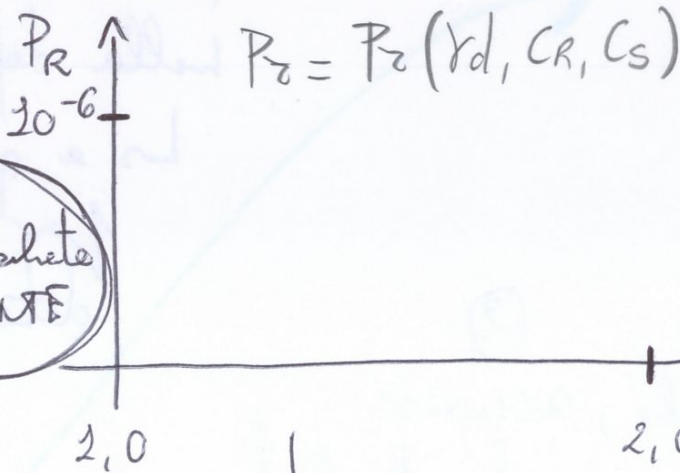
→ utilizzando γ_k , il fascio di curve è ancora molto ampio!

γ_k non è un buon indice per misurare la sicurezza a collasso

Rapp. grafica:

γ_d

P_r sensibile COSTANTE



γ_d è un buon indice di sicurezza. γ_{d0} range limitato x questa fase di applicazione!

FASCIO DI CURVE SI È COMPATTATO ULTERIORMENTE

= la scala delle pressioni si è ulteriormente ridotta.

$\gamma_d = 1,5$

valore nominale impiegato

riuscita a dare una prob. rottura abb. soddisfacente $\approx 5 \cdot 10^{-4} \div 10^{-5}$

METODO PROBABILISTICO DI LIVELLO 2

LIVELLO 3 → espone il concetto generale di validazione della sicurezza
↓

LIVELLO 2 → lo rende possibile in termini applicativi
↳ non è ancora un metodo generato da progettisti → si da codificatori e numerari

Funzione di stato limite

$g(D, T) = 0$, cioè stato nullo

→ che essere approssimato × ottenere una valore di carattere numerico.

$g(D, T) = 0$ → APPROSSIMATA

↓
Diversi modi × approssimarla

1) FORM → lineare e quindi serie delle di 1° ORDINE

2) SORM → non lineare e quindi serie delle di 2° ORDINE

FORM → utilizza appross. 1° ORD.

SORM → utilizza appross. 2° ORD.

× rappresenta in modo appross. la funzione di stato limite.

FORM → FOSM → entrare in gioco variabili del 1°/2° ORDINE quindi medie e varianze.

AFOSM → come FOSM solo che PROCEDURA AVANZATA (+ getate)

Scarto quadratico medio $\rightarrow \sigma_Z^2 \approx \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \frac{\partial g}{\partial x_i} \frac{\partial g}{\partial x_j} \underbrace{\text{cov}(x_i, x_j)}$

La covarianza di 2 variabili x_i, x_j è il MOMENTO del 2° ORD. rispetto alle rispettive medie μ_{x_i}, μ_{x_j} .

σ_Z^2 \rightarrow Approssimazione che mai introduciamo.

Se le variabili (x_i) possono essere supposte indipendenti

$$\sigma_Z^2 \approx \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)^2 \text{var}(x_i)$$

\downarrow
 questo ci consente una ulteriore semplificazione

Rappresentata in questo modo appross. la f. S.L. possiamo valutare B

$$L_s \quad B = \frac{\sigma_Z}{\sigma_X}$$

TAB. valori di

B in funzione della prob. di rottura.

prob. rottura $\rightarrow B$ e viceversa

$B \rightarrow$ prob. di rottura che ci aspettiamo.

$$B_{HL} = \frac{NR - Ns}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}$$

Variabili
Standardizzate

$$\rightarrow \begin{cases} R' = \frac{R - NR}{\sigma_R} \\ S' = \frac{S - Ns}{\sigma_S} \end{cases}$$

$$\rightarrow \boxed{\text{F.S.L.}} \rightarrow \sigma_R R' - \sigma_S S' + NR - Ns = 0$$

Se $\boxed{R, S}$ assumono $\boxed{\text{distribuzioni normali}}$ e
la $\boxed{\text{funzione di S.L.}}$ è lineare

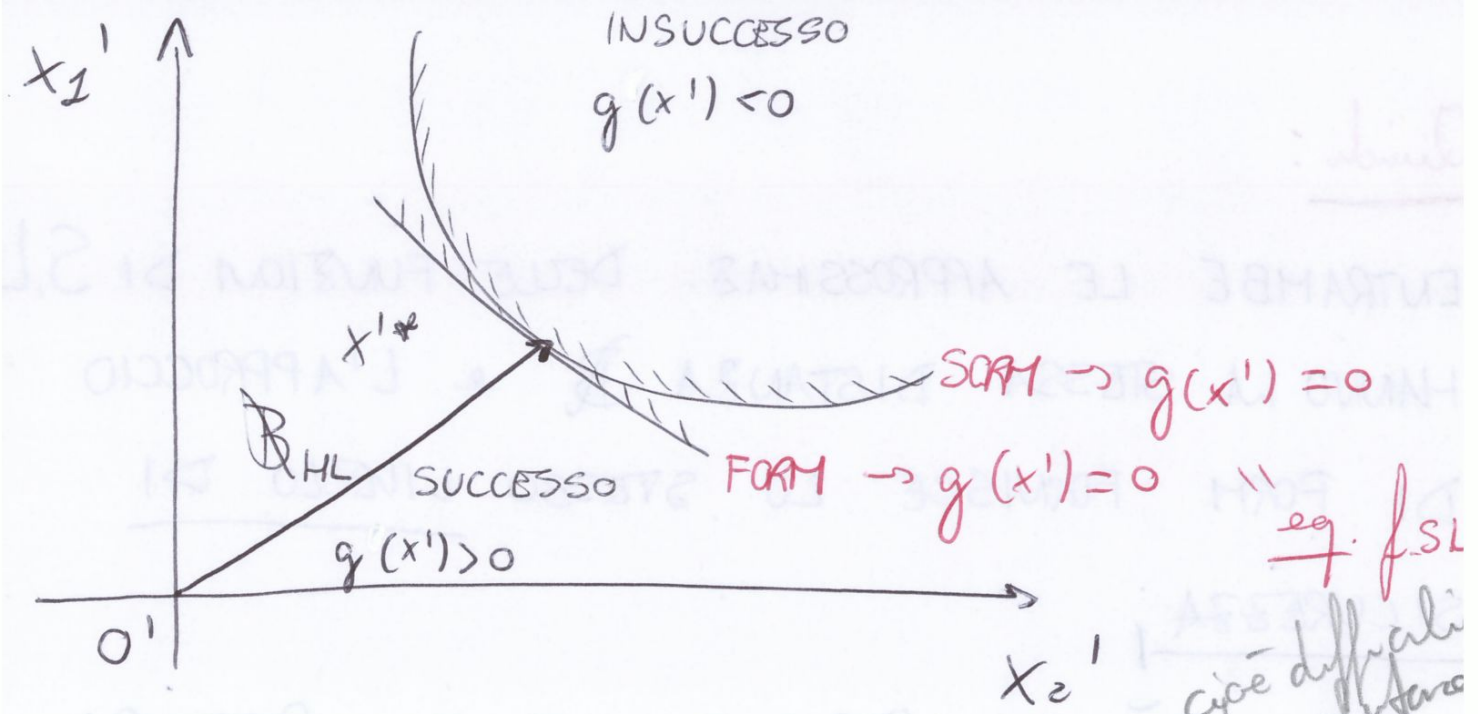
(FSM/AFSM)
 \rightarrow i ② METODI danno valori coincidenti, cioè
 la stessa probabilità di rottura.

ma se la f. S.L. non è lineare, la determinazione
 di B_{HL} diventa più complessa e i ② METODI danno
 delle probabilità di rottura diverse! \rightarrow diversa un
 indagine di ottimi

SORM

FORM e SORM $f_{min} = B_{HL}$ se

S.S.L. lineare oppure se la regolarità della superficie è tale che ha ci siano concavità / convessità localizzate (curvature non/zero)



Se invece le curvature non risultano nella superf. S.L. e non possono essere rappresentate correttamente con una linearizzazione \rightarrow segue fuori delle differenze significative nella valutazione della probabilità di rottura tra FORM e SORM. she ?

SORM \rightarrow SI, sublupa in serie di Taylor della
 funzione $g(x)$, x_0 si arresta al 2° ORDINE,
non al 1° caso il FORM!

\rightarrow viene migliorato l'approccio di FORM includendo
informazioni sulla curvatura della f.s.l.

questo modo di procedere può essere ulteriormente implementato
 con una ulteriore proposta di Breiteng:

dice che la probabilità di cattura può essere
 calcolata con: o successo

$$P_f \approx \phi(-R) \prod_{i=1}^{n-1} (1 + R \cdot k_i)^{-1/2}$$

k_i : curvatura principali nel pts di minima distanza

R : valutato tramite FORM

Da una valutazione migliore del SORM? SI e NO, dipende
 dalla forma della superf. S.L.

METODO PROBABILISTICO DI LIVELLO 1 2

LIVELLO 2 ha ancora operative \times i progettisti ma solo \times materiali

→ a volte applicate
& grandi q.e.

le usate \times tenere
i coeff di sicurezza
dei livelli probab. +
basi che sono quelli
che poi vanno in mano
ai progettisti.

LIVELLO 1 → Viene ulteriormente semplificato questo
approccio probabilistico

CONFRONTO TRA 2 VALORI SIGNIFICATIVI DI R e S,
detti VALORI DI CALCOLO
anziché le leggi complete di n variabili aleatorie.

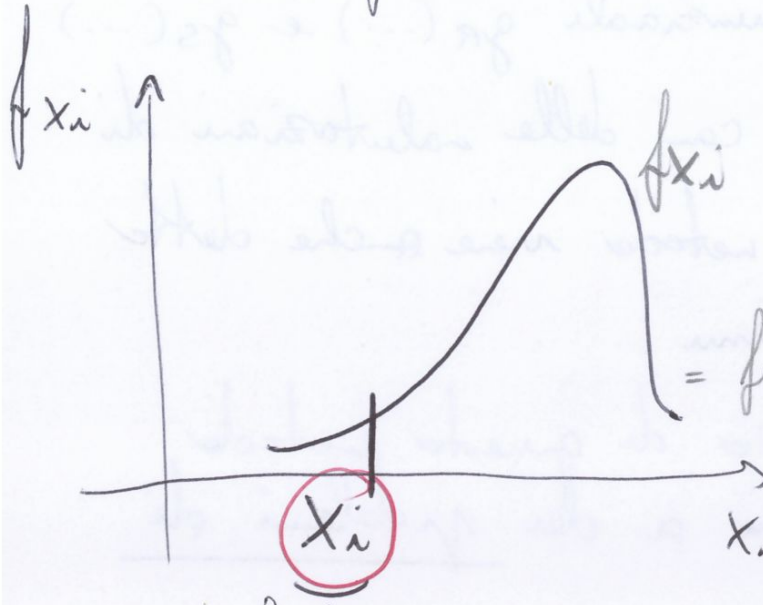
Valori di calcolo → Resistenza:

$$R_d = g_R (X_{1\text{ESTR}}, X_{2\text{ESTR}}, \dots, X_{n\text{ESTR}})$$

design
funzione delle
“variabili”
valori

resistenza.
casuali
estremi

Resistenze → frattile 5% (0,05) → frattili inferiori



$$i = (1, 2, \dots, m)$$

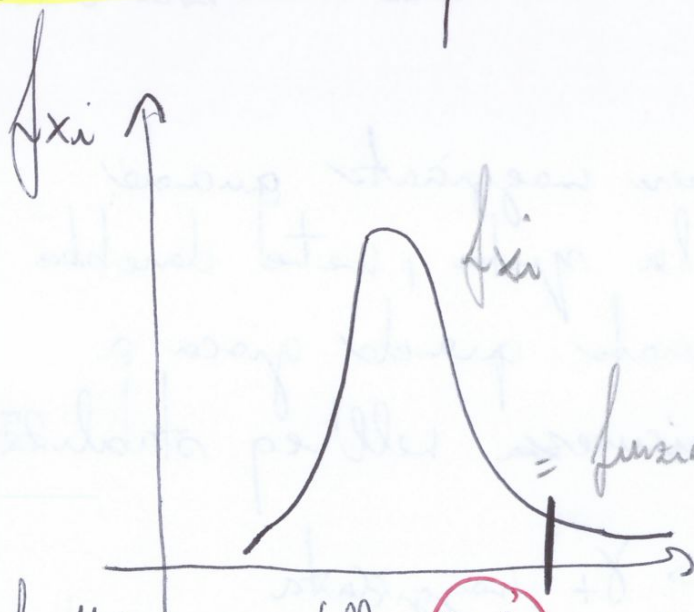
$$F_{Xi}(X_{i \text{ ESTR. INF.}}) = 0,05$$

= funzione densità di frequenza

frattile 5% della funzione densità di frequenza che stiamo considerando

→ Rappresenta l'estremo inferiore che noi assumiamo × Rappresenta la resistenza.

Sollecitazioni → frattili 95% (0,95) → frattili superiori



$$i = (m+1, m+2, \dots, m)$$

$$F_{Xi}(X_{i \text{ ESTR. SUP.}}) = 0,95$$

= funzione densità di frequenza

frattile 95% della f. densità di freq. che stiamo considerando

X_i (valore canale) generica

→ Rapp. l'estremo superiore

e quindi non avrebbe senso assumere 2 valori \neq
dello stesso parametro \times la verifica di consistenza e
quindi si assume un valore unico superando questo
problema di coerenza con UN VALORE DETERMINISTICO.

→ Quindi il problema si risolve in tali casi assumendo
per tale ~~caso~~ un valore deterministica anziché 2
valori esteriori!

Coef. sicurezza:

LATO RESISTENZE $\rightarrow \gamma_m$ (m : materiale)

LATO SOLLECITAZIONI $\rightarrow \gamma_f$ (f : forze)

FATTORE DI COMPORTAMENTO $\rightarrow \gamma_m$

il metodo deriva da quello di livello 1, ma alcune variabili diventano **DETERMINISTICHE**.

in questo METODO / APPROCCIO

si preferisce fare una verifica allo STATO LIMITE

↓
verifica della sicurezza in tutte le situazioni che possono comportare una risposta insoddisfacente della struttura.

Per alcuni meccanismi conflanti si può introdurre

$\gamma_m = \gamma_{Rd} \rightarrow \gamma_{he}$ applicato alle resistenze, con riduzione di γ_m .

γ_{he} ? Alcune volte il modello fisico di calcestruzzo non esiste, abbiamo solo un modello empirico

Se l'empirismo non è coperto da un modello fisico corrono il rischio di essere un campo di applicazione troppo limitato " $\gamma_{Rd} \times$ capire queste incertezze!"

Incertezze di modello \rightarrow

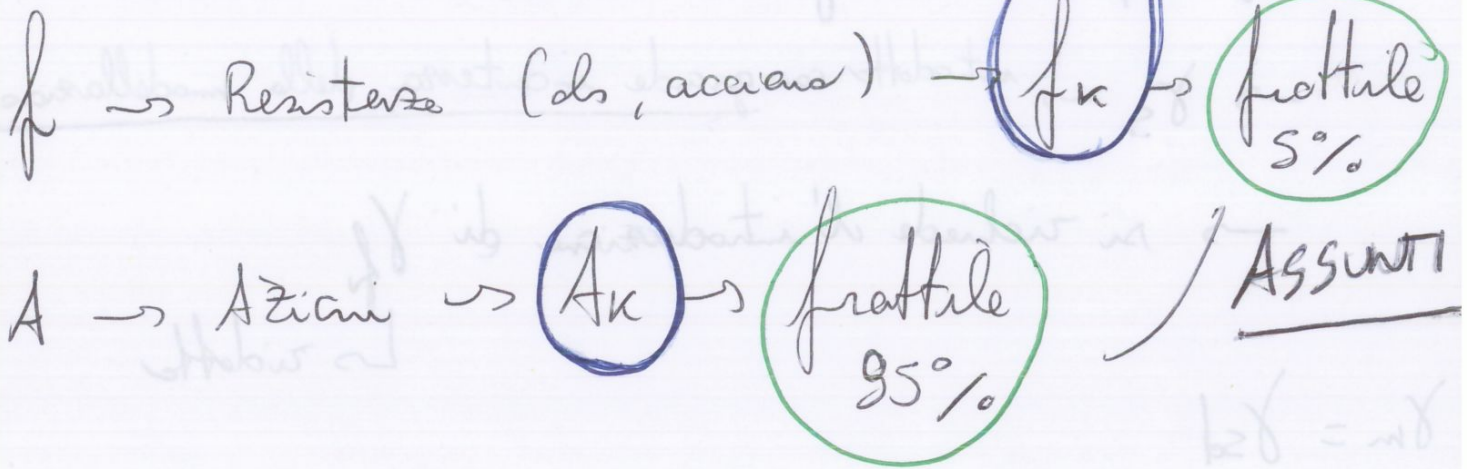
$$R_d \Rightarrow \frac{R_d}{\gamma_{Rd}}$$

ATO RESISTENZE si considerano aleatorie le

- resist. a rottura f_c, f_y \rightarrow quindi le resist. a rottura dei materiali.
di acciaio

ad esse applichiamo il coeff di sicurezza γ_m .

Quindi le uniche variabili aleatorie che restano
 nel metodo semi-prob. sono



Π
 ∇

Valori caratteristici rappresentativi
 esse funzionali estremi, delle
 variabili che stanno considerando
 come aleatorie.

RESISTENZE: $f_d = \frac{f_k}{\gamma_m}$

SOLLECITAZIONI: $S = S \left(\sum_i \gamma_{fi} \psi_i A_{ki} \right)$

\nearrow \times cambia le
 azioni
 \searrow \rightarrow peno essere \neq

Riassunto:

LIVELLO 3 → Calcolo dell'integrale di
 conduttanza \times la prob. → $F_z = \int_{D^2} f_{R,S}(\tau, \nu) dz d\nu$

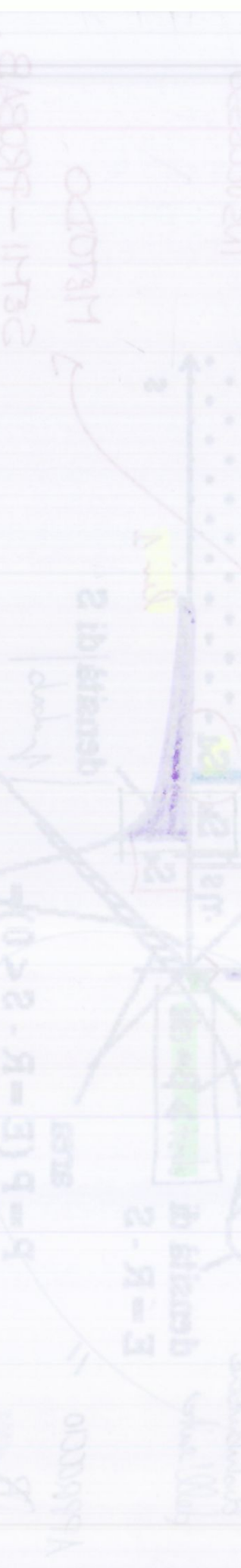
LIVELLO 2 → è in LIV. 3 oppure linearizzato

$$N_E \geq R^* \cdot \delta_E$$

LIVELLO 1 → f_{ts} (M1)

TENSIONI ARM. → f_{ts} (M) in cui

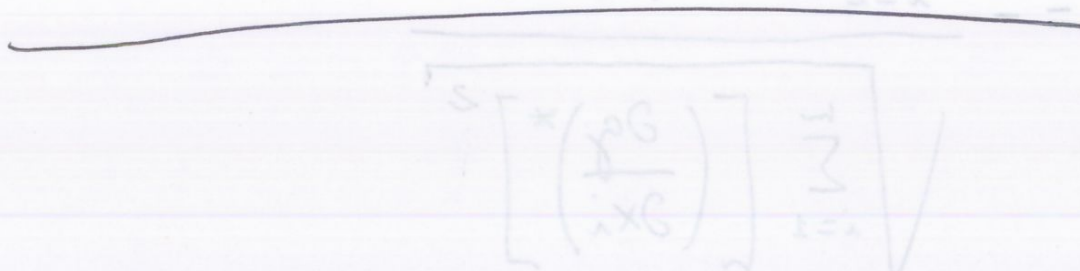
$$R \ll R_{el}$$



SORM:

Sviluppo in serie di Taylor di una funzione non lineare $g(x) = g(x_1, x_2, \dots, x_m)$ nell'intorno del valore $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*)$ vale:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_m) = g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*) + \sum_{i=1}^m (x_i - x_i^*) \frac{\partial g}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m (x_i - x_i^*) \cdot (x_j - x_j^*) \frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial x_j} + \dots$$



Quindi possiamo dire che l'atteggiamento delle valutazioni di carattere probabilistico da un numero N di valutazioni di carattere deterministico sui valori estratti dalle funzioni densità di frequenza. **IMP.** Fatta l'operazione -----

Alla fine devo valutare se la valutazione fatta è accurata e no ----

→ Valutazione accurata ed efficace della simulazione!
Ls di carattere numerico

Come si fa a scegliere questi valori ?? → per le combinazioni deterministiche.

La generazione dei valori avviene nell'intervallo $(0,1)$ tramite generatore di numeri casuali,

è uno strumento quattro matematico (di calcolo)

ES. Programma di calcolo

Numero generato equogitato alla CDF corrispondente

Quindi, prendo il numero, estraneo nella distribuzione di frequenza cumulativa (CDF) della variabile che ci interessa e pariamo alla funzione densità di probabilità (PDF) e otteniamo il valore corrispondente della variabile casuale che

METODO MONTE CARLO:

Il metodo Monte Carlo consiste nel cercare la soluzione di un problema, rappresentandolo quale parametro tramite l'esame di un campione ottenuto mediante sequenze di numeri casuali.

La simulazione Monte Carlo è ben eseguita se il valore medio di queste misure sulle realizzazioni del sistema converge al valore vero.

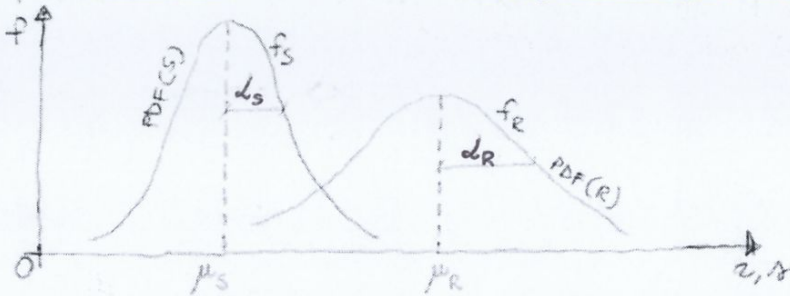
M.C.

SPIEGAZIONE:

È una tecnica di simulazione che consente di valutare la probabilità di successo nel caso di funzioni di stato limite esplicite ed implicite.

Il metodo Monte Carlo consiste nei seguenti passi:

1. definizione del problema considerando tutte le variabili casuali
2. quantificazione di tutte le variabili casuali tramite le PDF (funzioni densità di probabilità)



μ_S : Vedi
 μ_R : disegna.
 μ_S : media → Valore assunto.
 μ_R :

Oss: un aumento di μ_S comporta l'incremento di probabilità di rottura (perché aumenta l'area comune tra f_S e f_R), lo stesso vale per L_S

Oss: diminuire μ_R vuol dire passare ad esempio da trave con $4\phi 20$ e $4\phi 18$

definisco funzione di stato limite $g(z, r) = 0$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{lineare FORM} \\ \text{non lineare approssimata con funzione di II ordine SORM} \end{array} \right.$

$g = M_R - M_S$
 \hookrightarrow momento resistente
 \hookrightarrow momento sollecitante

Oss: dominio di successo $g > 0$ cioè $M_R > M_S$ (la struttura crolla)

- generazione dei valori delle variabili casuali

→ Oss: faccio ciclo $i = 1, \dots, N$ dove $N = 10^{m+2}$ se 10^m è la sicurezza richiesta dalle normative (es. 10^5 per materiali fragili)

generazione $f_R, f_S, A \rightarrow$ carico sollecitante

il pc genera numeri tra 0 e 1



- valutazione deterministica per ogni insieme di valori delle variabili casuali (spenitentesime) (valuto funzione stato limite $g = M_R - M_S$)
- valutazione di informazioni probabilistiche da N valutazioni (si tiene in memoria tutte le volte che $g < 0$) $M_R \leq g < 0$
 \hookrightarrow n° volte \times cui $g < 0$
- valutazione dell'accuratezza ed efficienza della simulazione
 $P_R = \frac{N_R}{N}$

RICHIAMI:

VARIABILE ALEATORIA $X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ è definita come una funzione avente come dominio lo spazio campionario Ω e come codominio l'insieme dei numeri reali.

→ classificazione → V.A. → discrete ES. risultati del lancio di un dado
 ↓
 continue ES. azioni applicate alle strutture, resistenze dei materiali

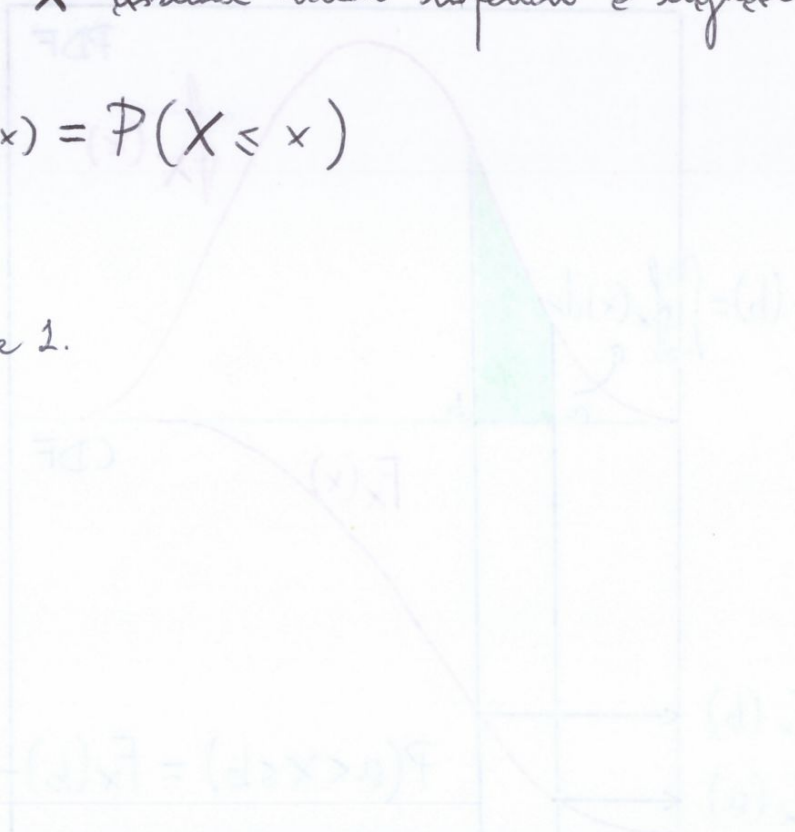
FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE CUMULATIVA (V.A. CONTINUE)

è funzione di distribuzione cumulativa $F_X(x)$ di una V.A. X , esprime la probabilità che X assuma valori inferiori e uguali al numero reale x :

$$F_X(x) = P(X \leq x)$$

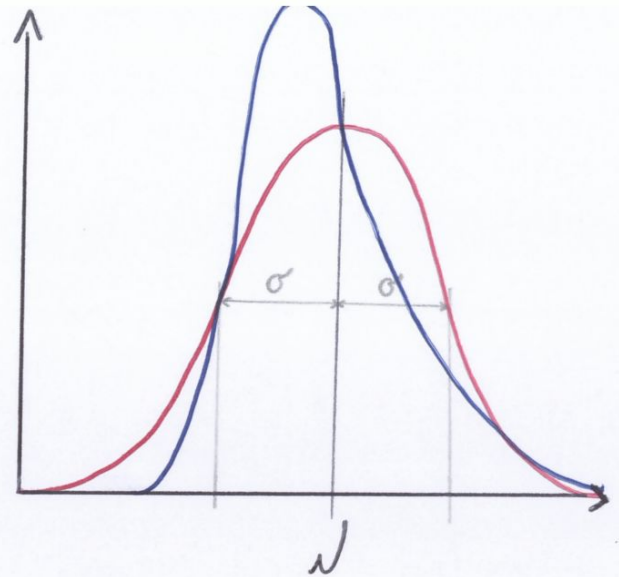
→ sempre non negativa.

→ monotona non decrescente tra 0 e 1.



Distribuzione normale

Distribuzione log-normale



variabile standardizzata $Z \rightarrow Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \rightarrow$ riconduce il problema allo studio di una gaussiana con $\mu = 0$ e $\sigma = 1$.

METODO PROBABILISTICO DI LIV. 3: $P_0 \leq P_0^*$ (max) 10

P_0^* : → ROTTURA FRAGILE $10^{-5} \div 10^{-7}$ (sez ds in amata)

↙ ROTTURA DUTTILE $10^{-4} \div 10^{-5}$ (cedimenti fadali)

↘ CONDIZ. ESERCIZIO $10^{-2} \div 10^{-3}$ (Defiaz, fessurazioni, vibrazioni)

D'_0 : DOMINIO DI INSUCCESSO (dominio in cui verifica ha soddisfatta)

$$P_0 = \int_{D'_0} f_{\underline{x}}(x_1, x_2, \dots, x_m) dx_1 dx_2 \dots dx_m$$

$f_{\underline{x}}$: funzione densità di probabilità congiunta delle m variabili aleatorie

$$R = g_R(x_1, x_2, \dots, x_m) \quad ; \quad S = g_S(x_{m+1}, \dots, x_n)$$

variabile ESITO → $E = R - S$ → = 0 zetta esito
 ↙ < 0 dan. insuccesso
 ↘ > 0 dan. successo

$$P_0 = P(E < 0) = \int_{D'_0} f_{R,S}(\tau, \nu) d\tau d\nu \rightarrow \text{integrale di condvezione}$$

INT. VERT. → $P_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{\tau}^{+\infty} f_{R,S}(\tau, \nu) d\nu \right] d\tau =$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_R(\tau) \left[\int_{\tau}^{+\infty} f_S(\nu) d\nu \right] d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} f_R(\tau) \cdot [1 - F_S(\tau)] d\tau$$

$$\beta = \frac{N_R}{\sigma_R} = \frac{N_R - N_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} = \frac{\frac{N_R}{\sigma_S} - \frac{N_S}{\sigma_S}}{\sqrt{\frac{\sigma_R^2}{\sigma_S^2} + \frac{\sigma_S^2}{\sigma_S^2}}} = \frac{\delta_0 - 1}{\sqrt{\delta_0^2 \sigma_R^2 + \sigma_S^2}}$$

$$\delta_0 = \frac{N_R}{N_S} \rightarrow \text{coeff. sicurezza centrale}$$

↳ ha è un buon indice di sicurezza che ha da una info sulla dispersione delle 2 curve.

variabili standard:

$$\varphi = \frac{R - N_R}{\sigma_R} \rightarrow R = \varphi \cdot \sigma_R + N_R$$

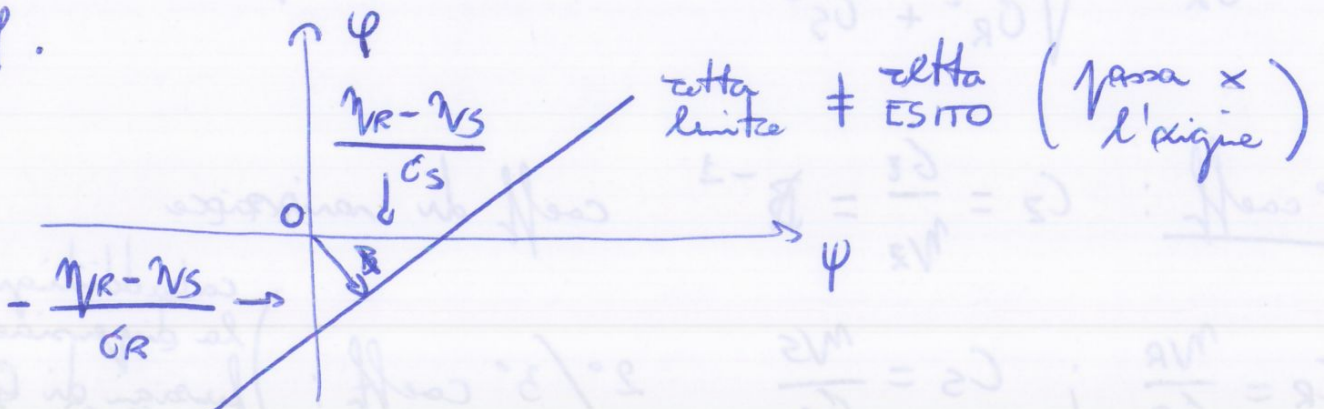
$$\psi = \frac{S - N_S}{\sigma_S} \rightarrow S = \psi \cdot \sigma_S + N_S$$

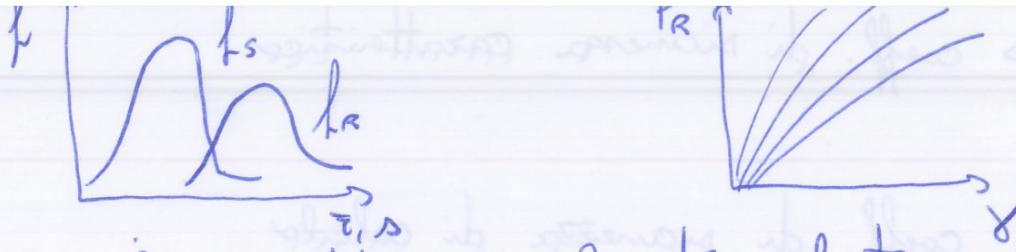
eq "retta" entro:

$$E = R - S = \varphi \cdot \sigma_R + N_R - \psi \cdot \sigma_S - N_S = 0$$

è l'equazione della retta distante β dall'origine del piano φ, ψ .

φ, ψ .





- 2) Espone il concetto generale di valutazione della sicurezza
- 2) Metodo più complesso.
- 3) Metodo di difficile applicabilità → si scarta con delle modalità operative
- 4) Non si conoscono f_s, f_R (densità di probab. R, S) → Ci manca informazione base.

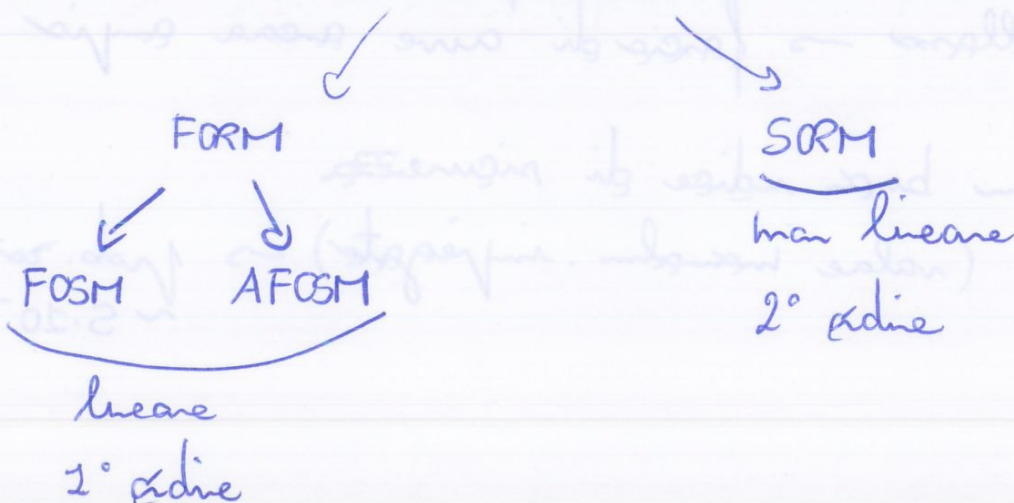
METODO PROBABILISTICO DI LIV. 2:

- 2) Rende possibile in termini applicativi il metodo LIV. 3
- 2) Non è ancora un metodo operativo per progettisti
- 3) Metodo as per edificatori e manutentori

FUNZIONE DI STATO LIMITE

→ $g(\Delta, \tau) = 0$ → stato nullo

↓
APPROSSIMATA:

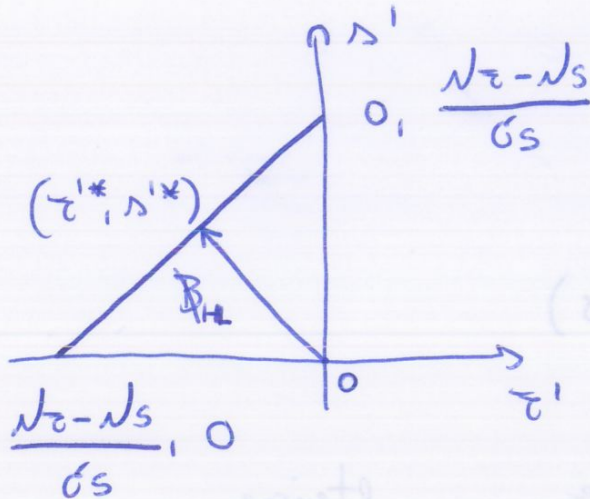


FORM \rightarrow AFOSM

Introduzione di variabili normali standard X_i'

$$X_i' = \frac{x_i - \mu_{x_i}}{\sigma_{x_i}} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

media nulla
deviazione standard unitaria



$$B_{HL} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}$$

- \rightarrow indice di sicurezza
- \rightarrow distanza minima dall'origine degli assi rispetto alla retta di stato limite.

HL : HASOFER - LINT

variabili standardizzate:

$$R' = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R}$$

$$S' = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S}$$

Equazione di stato limite:

$$\sigma_R \cdot R' - \sigma_S \cdot S' + \mu_R - \mu_S = 0$$

se R, S assumono distribuzioni normali e f. S.L. lineare, allora FOSM / AFOSM danno valori coincidenti (stessa P_0).

se x_0 f. S.L. non lineare, la determinazione di B_{HL} è più complessa. \rightarrow Diventa un problema di ottimizzazione

\hookrightarrow I 2 metodi danno $P_0 \pm$

SORM \rightarrow sviluppo in serie di Taylor della funzione $g(x)$
 Lo si arresta al 2° ORDINE e non al
 2° ORDINE come nel FORM.

sviluppo in serie di Taylor di una funzione non lineare
 $f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_m)$ nell'intorno del valore
 $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*)$

$$f(x_1, x_2, \dots, x_m) = f(x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*) + \sum_{i=1}^m (x_i - x_i^*) \frac{\partial f}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m (x_i - x_i^*) \cdot (x_j - x_j^*) \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} + \dots$$

quindi:

si è migliorato l'approccio di FORM includendo informazioni sulla curvatura della f.s.l.

ATT. Implementazione ulteriore solo se la superf. è abb. regolare nell'intorno delle medie \rightarrow BREITUNG

Rob. rottura $\rightarrow P_f \cong \phi(-B) \prod_{i=1}^{m-1} (1 + B \cdot k_i)^{-1/2}$

(appross. migliore del SORM)

k_i : curvatura principali nel punto di minima distanza

B : valutato tramite FORM

METODO SEMI - PROBABILISTICO AGLI STATI LIMITE: 20

IV. 2 → complicato usuali → per i dati estremi da scegliere
 ↓
 non si conoscono tutte le curve di densità di frequenza per ogni variabile.

→ Allora si introduce questo metodo nuovo:

Alcune delle variabili aleatorie assunte come deterministiche e l'effetto delle aleatorietà ed incertezze è coperto dall'introduzione di coeff. di sicurezza γ . → 3 TIPI!

Coef. sicurezza γ :

- 1) dato resistenza → γ_m (materiale)
- 2) dato sollecitazioni → γ_f (forze)
- 3) fattori di compatimento → γ_m

assunti come **DETERMINISTICI**:

1) Dimensioni geometriche (coperte da tolleranze)

2) Legare funzionale delle resistenze σ_R → $\frac{R_d}{\gamma_{Rd}}$
 (risultati sperimentali)

3) Legare funzionale delle sollecitazioni σ_S

↓
 $S_d = \gamma_{sd}$
 ($\gamma_{sd} = \gamma_m$)

γ_m → RIDOTTI!
 γ_f → RIDOTTI!

per empirismo
 (casi di applicazione
 troppo limitate)
 $(\gamma_{Rd} = \gamma_m)$

METODO MONTECARLO:

22

Tecnica di simulazione \rightarrow Ottego delle valutazioni di carattere probabilistico da un numero N di valutazioni di carattere deterministico su valori estratti dalle funzioni densità di frequenza.

N_f simulazioni numeriche \rightarrow Probab. di vittoria e $\rightarrow P_f = \frac{N_f}{N}$
insuccesso

CASI

$N_f : q < 0 \rightarrow$ DOM. INSUCCESSO

N : CASI TOTALI (simulaz. numeriche)

\rightarrow funzione di stato limite con variabili casuali.

\rightarrow quantificazione delle variabili casuali con funzioni densità di probabilità (PDF)

\rightarrow generazione dei valori delle variabili casuali. $[0, 1]$

\downarrow
 \rightarrow CDF \rightarrow PDF \rightarrow valore critico. variabile casuale da utilizzare.

STATO LIMITE \rightarrow legato ad un specifico requisito



Stato della situazione raggiunto al quale, essa non è in grado di soddisfare il requisito.

\rightarrow DOM. INSUCCESSO \rightarrow requisito non soddisfatto

\rightarrow DOM. SUCCESSO \rightarrow requisito soddisfatto

confini tra i 2 DOM \rightarrow STATO LIMITE

PROBABILITÀ
DI INSUCCESSO \rightarrow probabilità di non soddisfare
il requisito di stato
limite

FUNZIONE DI
STATO LIMITE \rightarrow

RAPPRESENTAZIONE ANALITICA
DELLA CONDIZIONE DI STATO
LIMITE. \rightarrow quindi espone
una condizione raggiunta la quale
la situazione non può più svolgere
le funzioni e non soddisfare più
le condizioni per cui è stata
necessaria.

M. PROB. LIV. 2 :

superate le difficoltà operative del livello 3

funzione S.L. $g(\sigma, \tau) = 0$ è approssimata

↳ FORM lineare (retta)

↳ SORM non lineare \rightarrow f. 2° ORD. (parabola)

FORM \rightarrow FOSM \rightarrow ignora le leggi di distribuzione delle variabili casuali

↓

AFOSM \rightarrow considera le leggi di distribuzione delle variabili casuali

FOSM: approssimazione di 1° ORD in serie di Taylor della funzione di S.L. linearizzata ai valori medi

↳ Usa solo medie e varianze delle variabili casuali (normali e log-normali)

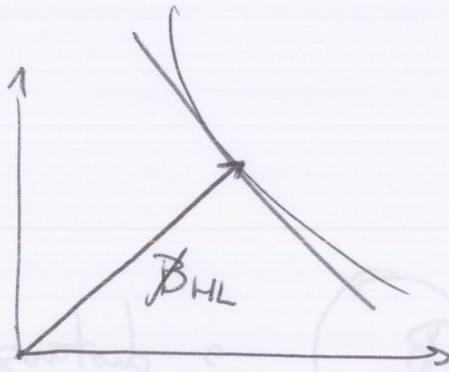
funzione

$$Z = g(x) = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Per f. S. L. non lineari

RHL → METODO DEI MOLTIPLICATORI DI LA GRANGE

FORM



f. 2° ORD.
no lineari

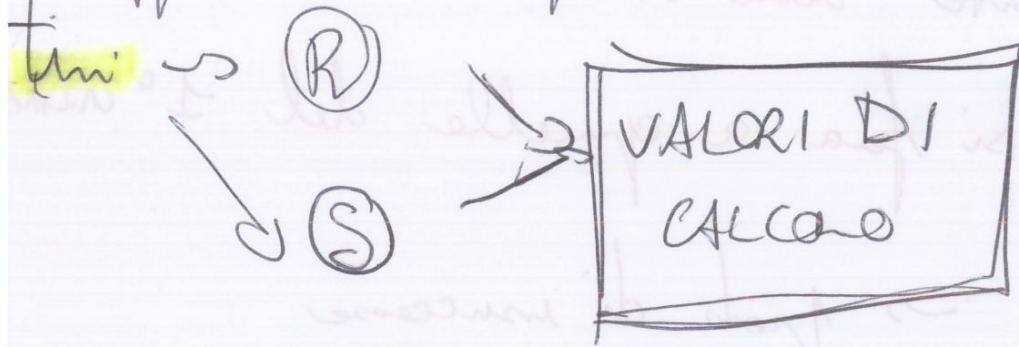
Entambe le approssimaz. delle f. S. L. hanno la stessa distanza B e l'approccio di FORM fornisce la stessa livello di sicurezza.

In realtà la probabilità di rottura dell'appross. a lineare della funzione dovrebbe essere minore per via della sua forma.

FORM ignora la curvatura della f. S. L. che
usa un'approssimaz di solo 1° ORDINE.

MET. PROB. LIV. 1: Metodo dei livelli estremi

Verifica della sicurezza in un generico stato si effettua confrontando $\textcircled{2}$ valori significativi



Anziché le leggi di variabile aleatorie.

$$R_d = g_R(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$S_d = g_S(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

→ deve verificarsi

$$R_d \geq S_d$$

α
SICUREZZA

Resistenze → fragili 5% (0,05) \textcircled{inf}

Sollecitazioni → fragile 95% (0,95) \textcircled{sup}

N.B. IMP. Il metodo non tiene conto delle ALEATORICITÀ ed INCERTEZZE dei legami funzionali ($g_R(\dots)$) e ($g_S(\dots)$).

- δ_m → lato resistenze (m : materiale)
- δ_f → lato sollecitazioni (f : forze)
- δ_m → fattore di concentrazione

Valori caratteristici (k) e di progetto (d)
per calcoli come frattili delle
distribuzioni:

→ frattile 5% per resist. caract.

→ frattile $\approx 0,1\%$ per resist. calcolate
(1‰)

MIGLIACCI → Rappresentazione unitaria dei metodi
di verifica della sicurezza.

- lato sollecitazioni le uniche variabili aleatorie considerate sono le azioni (A) di cui si considera la statistica dei massimi, per cui è necessaria l'introduzione dei coefficienti γ_f , nonché di ulteriori coefficienti ψ (coefficienti di combinazione) che tengono conto del riferimento unitario alla statistica dei massimi

→ Per le uniche variabili aleatorie considerate (f ed A) si assumono i valori caratteristici f_k (frattile 5%), A_k (frattile 95%).

Per le altre cause di aleatorietà si introducono:

- Resistenze

$$f_d = \frac{f_k}{\gamma_m}$$

- Sollecitazioni

$$S = S \left(\sum_i \gamma_{f_i} \psi_i A_{k_i} \right)$$

Formulazioni pratiche per costruzioni in c.a., c.a.p., acciaio

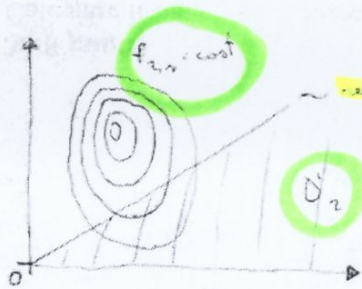
② **PROBABILISTICO** : → (da qui discando i coeff. di sicurezza) si introduce il concetto di stato limite.
 → condizione stato limite : condizione per la quale la struttura non soddisfa più i requisiti prestazionali richiesti dalla struttura.
 → funzione stato limite : la funzione di stato limite esprime in forma analitica una condizione raggiunta la quale la prestazione della struttura non è più soddisfatta.

Oss: Si definiscono due variabili aleatorie R ed S $\begin{cases} R = g_r(x_1, \dots, x_n) \\ S = g_s(x_{m+1}, \dots, x_n) \end{cases}$

dove: R resistenza (variabile favorevole, cooperante alla sicurezza)

S sollecitazione (variabile sfavorevole)

X è il valore rappresentativo delle variabili aleatorie



$f_{r,s}$: funzione densità di probabilità (pdf)

D_2 : dominio successo

* considero la variabile aleatoria $E = R - S$ (E: auto)

$E = R - S$ $\begin{cases} E = 0 & \text{sono in condizioni di S.L. (stato limite)} \\ E < 0 & \text{sono in situazione di insuccesso} \\ E > 0 & \text{sono in sicurezza} \end{cases}$

P_c^* → rottura fragile = $10^{-5} \div 10^{-7}$

- ↳ sex ds non anata
- ↳ trante in acciaio

rottura che non consente
ridistribuzione e non da
grandi preannunci!

P_c^* → rottura duttile = $10^{-4} \div 10^{-5}$ (+ grande)

- ↳ trae inflessa
con fessurazioni
e ampie deformazioni

P_c^* → condizioni di esercizio = $10^{-2} \div 10^{-3}$

↳ dipende dalla struttura

(x durabilità $\approx 10^{-1}$)


⑤ METODO PROBABILISTICO (LIVELLO 1: detto "dei valori estremi", è quello adottato dalle norme vigenti nelle verifiche agli S.L. Ipotizzare l'indipendenza reciproca delle due variabili elastone R ed S e prevedere di dedurre dalle rispettive "statistiche" f_R ed f_S due valori caratteristici disgiunti, una R_k per la resistenza, una S_k per la snonni. (SEMI-PROB.)

Prob $[R < R_k] = p$ e Prob $[S > S_k] = p$

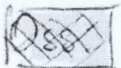
per la verifica dovrà risultare $S_k < R_k$

(Quando le incertezze considerabili dei dati ottenuti per via sperimentale introduco γ_S e γ_R che sono coefficienti parziali di sicurezza, per la verifica dovrà risultare $\gamma_S S_k < \frac{R_k}{\gamma_R}$)

-> questo modo di operare corrisponde implicitamente ad assumere prefissati valori delle probabilità limite $p = 10^{-k}$ con k misura della sicurezza

 se faccio la rappresentazione unitaria dei metodi di verifica delle sicurezza trovo un punto $M(S_d, R_d)$ sulla rete limite che rappresenta il p.to delle tensioni ammissibili.

$(S_d = \gamma_S S_k ; R_d = \frac{R_k}{\gamma_R})$



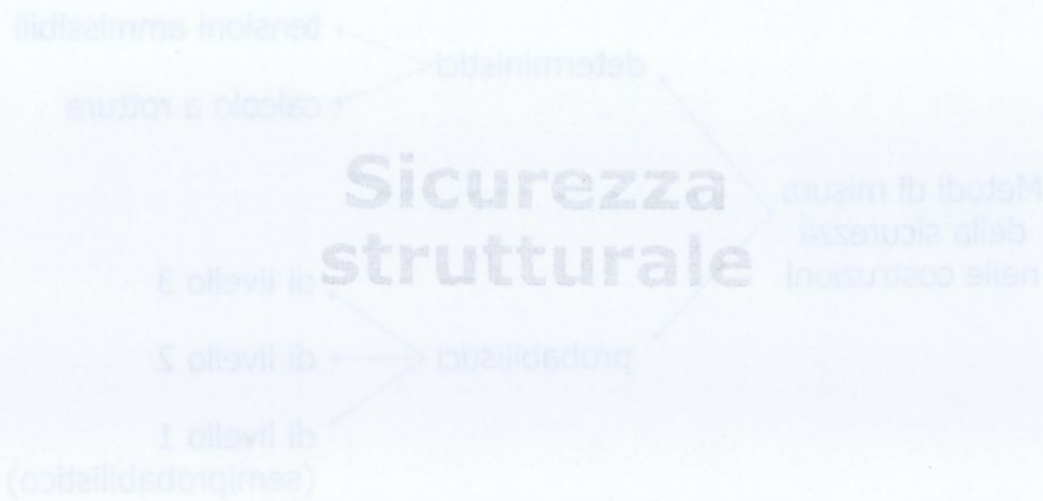
METODO DETERMINISTICO VS METODO PROBABILISTICO:

A causa dei problemi e delle incertezze legati al metodo delle tensioni ammissibili, gli ingegneri hanno cercato negli anni di approssimare il problema da un diverso punto di vista definendo la sicurezza metodo probabilistici.

=> La sollecitazione e la resistenza sono modellate su variabili elastiche (tramite anche nuovo concetto stato limite)



Il metodo di livello 3 risulta di difficile applicabilità per la manca conoscenza delle leggi di distribuzione di frequenza delle variabili elastiche (cioè della reciproca dipendenza tra R ed S, ci sono incertezze insite nella voluzione delle probabilità di insuccesso di un determinato evento).



Sicurezza strutturale

Requisito fondamentale in ogni operazione di:

1. progettazione
 2. costruzione
 3. utilizzazione
- delle opere strutturali

Metodi di valutazione della sicurezza che consentano di verificarne la positività in tutti gli stati in cui verrà a trovarsi la struttura

Misura positiva della sicurezza nei diversi stati
=
struttura "affidabile"



$\sum S_e$ rappresenta la combinazione tensionale (tensione ideale) cui si fa riferimento nel caso di stati di sollecitazione combinati

S_e tensione "puntuale" nel materiale dovuta alle azioni di esercizio e valutata con analisi elastica lineare in presenza di qualunque tipo di azione (dirette e indirette)

R_k frattile 5% della distribuzione di frequenza delle resistenze (**resistenza caratteristica**)

$\bar{R} = \frac{R_k}{\gamma}$ tensione ammissibile

γ coefficiente di sicurezza



Svantaggi del metodo delle tensioni ammissibili

1. sollecitazioni valutate in modo deterministico senza considerare alcuna incertezza e/o aleatorietà
2. elasticità lineare che non consente di tener conto di fenomeni anelastici e reologici (fessurazione, fluage, ...) e della eventuale non-linearità di comportamento del materiale
3. coefficienti di sicurezza necessariamente ampi perchè devono coprire tutte le cause di incertezza lato azioni e resistenze \Rightarrow effetto psicologico pericoloso
4. misura reale della sicurezza artificiosa o impossibile

