NUMERO: 995

DATA: 27/06/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Sabbia

MATERIA: Ricerca Operativa

Prof. Norese

TERZO ESERCIZIO: APPLICAZIONE DI SIMPLESSO REVISIONATO

~~ESERCIZIO~~ 1

$$\min z = -4x_1 + x_2 + 30x_3 - 11x_4 - 2x_5 + 3x_6$$

$$\cancel{-2x_1 + 7x_3 + 2x_4 - 3x_6 \leq 20}$$
$$\cancel{-4x_1 + x_2}$$

$$\begin{aligned}
-2x_1 \quad\quad\; + 7x_3 + 2x_4 - 3x_6 &\leq 20 \\
-4x_1 + x_2 + 6x_3 + x_4 \quad\quad - x_6 &= 10 \\
-5x_3 + 3x_4 + x_5 - x_6 &= 35
\end{aligned}$$

Sapendo che la base B_k dell'iterazione k è $|x_1, x_4, x_6|$ con

$$B_k^{-1} = \begin{vmatrix} 1/12 & -7/24 & 1/24 \\ -1/6 & 1/12 & 5/12 \\ -1/2 & 1/4 & 1/4 \end{vmatrix}$$

Calcolare

A) la soluzione x_k, z_k e verificare se è ottima e unica

B) Calcolare l'intervallo di stabilità di $C_4 = 11$

(A) Moltiplico la colonna dei termini noti per B_k^{-1}

$$\begin{pmatrix} 1/12 & -7/24 & 1/24 \\ -1/6 & 1/12 & 5/12 \\ -1/2 & 1/4 & 1/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \\ 35 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 5/24 \\ 145/12 \\ 5/4 \end{vmatrix} \qquad \begin{aligned} x_1 &= 5/24 \\ x_4 &= 145/12 \\ x_6 &= 5/4 \end{aligned}$$

→ PER OTTENERE IL TABLEAU OTTIMO, AVENDO GIÀ B_k^{-1}, FACCIO COME CON I TERMINI NOTI, CIOÈ MOLTIPLICO OGNI COLONNA DI OGNI VARIABILE PER B_k^{-1} E OTTENGO LA COLONNA AGGIORNATA!

$$\min z = -4x_1 + x_2 + 30x_3 - 11x_4 - 2x_5 + 3x_6$$

$$\begin{aligned}
-2x_1 \quad\quad\; + 7x_3 + 2x_4 \quad\quad - 3x_6 + x_{7S} &= 20 \\
-4x_1 + x_2 + 6x_3 + x_4 \quad\quad - x_6 \quad\quad &= 10 \\
-5x_3 + 3x_4 + x_5 - x_6 \quad\quad &= 35
\end{aligned}$$

ESERCIZIO 2

$\min z = 3x_2 + 5x_4 - 5$

$x_1 - 3x_2 - x_4 = -4$

$2x_2 + x_3 - x_4 = 2$

$x_j \geq 0$

Per fare l'AGGIORNAMENTO uso

$$a'_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{pj}}{a_{pq}} a_{iq}$$

$$a'_{pj} = \frac{a_{pj}}{a_{pq}}$$

DOVE a_{pq} è il PIVOT

Trovare

A) la soluzione ottima

B) intervallo di stabilità del costo c_2

(A) Il problema non è in forma canonica

I° METODO = SIMPLESSO DUALE (troppo lungo)

II° METODO = COSTRUIRE IL MODELLO DUALE E OTTENERE L'OTTIMO, POI PASSARE ALLA SOLUZIONE OTTIMA DEL PRIMALE CON IL TEO DEGLI SCARTI COMPLEMENTARI

III° METODO = ALGORITMO DUALE

	x_1	x_2	x_3	x_4	
x_1	1	-3	0	-1	-4 →
x_3	0	2	1	-1	2
	0	3	0	5	5
		↑			

USCITA = quello con il b più negativo (RIGA)

ENTRATA = minimo rapporto $\left(\frac{r_j}{c_{pj}}\right)$ (COLONNA)

In questo caso ho:

$\frac{3}{-(-3)} = -1 \rightarrow$ ENTRA x_2

$\frac{5}{-(-1)} = 5$

AGGIORNO...

	x_1	x_2	x_3	x_4	
x_2	-1/3	1	0	1/3	4/3
x_3	2/3	0	1	-5/3	-2/3 →
	0	0	0	4	1
				↑	

AGGIORNO...

	x_1	x_2	x_3	x_4	
x_2	-1/5	1	1/5	0	6/5
x_4	-2/5	0	-3/5	1	2/5
	13/5	0	12/5	0	-3/5

$\} > 0$ STOP!

SOLUZIONI:

$x_2 = 6/5$

$x_4 = 2/5$

$z = 3/5$

ESERCIZIO 3

Si conosce l'inverso della base ottima e la base, costituita da x_4, x_6, x_3

Calcolare

(A) SOLUZIONE OTTIMA (esplicitarla completamente)

(B) QUALI RISORSE CONVIENE MODIFICARE E DI QUANTO

(C) SCRIVERE IL PROBLEMA DUALE DEL MODELLO DI PARTENZA, TROVARE LA SOLUZIONE OTTIMA E DISCUTERLA

$$\max z = 4x_1 + 5x_2 + 9x_3 + 11x_4$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \le 15$$
$$7x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 \le 120$$
$$3x_1 + 5x_2 + 10x_3 + 15x_4 \le 200$$
$$x_j \ge 0$$

$$B^{-1} \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1/5 \\ -5 & 1 & 1/5 \\ 3 & 0 & -1/5 \end{pmatrix}$$

(A)

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 1/5 \\ -5 & 1 & 1/5 \\ 3 & 0 & -1/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 15 \\ 120 \\ 200 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 85 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad \begin{matrix} x_4 = 10 \\ x_6 = 85 \\ x_3 = 5 \end{matrix}$$

$$z = 9(5) + 11(10) = 155$$

MINIMIZZO IL PROBLEMA

$$\min z = -4x_1 - 5x_2 - 9x_3 - 11x_4$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_{5s} = 15$$
$$7x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_{6s} = 120$$
$$3x_1 + 5x_2 + 10x_3 + 15x_4 + x_{7s} = 200$$

TI

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_{5s}	x_{6s}	x_{7s}	
x_4	1	1	1	1	1	0	0	15
x_6	7	5	3	2	0	1	0	120
x_3	3	5	10	15	0	0	1	200
	-4	-5	-9	-11	0	0	0	0

(B) Per capire quali risorse modificare calcolo i MOLTIPLICATORI, moltiplicando la riga costituita dai costi delle variabili in base (x_4, x_6, x_3) per B^{-1}

$$(-11, 0, -9)\ B^{-1} = (-5, 0, -2/5) \longrightarrow \lambda = [5, 0, 2/5]$$

Conviene incrementare b_1 e b_3, ma prioritariamente b_1 $(5 > 2/5)$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 7 di 52

ESERCIZIO 4

$\max z = x_1 + 5x_2 + x_3$

s.a. $3x_1 + x_2 - 2x_3 \leq 10$

$x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 12$

$2x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 5 \qquad x_j \geq 0$

$$B^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2/3 & 1/3 \\ 0 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix} \qquad (x_4, x_2, x_3) \text{ IN BASE}$$

(A) ESPLICITARE LA SOLUZIONE OTTIMA

(B) QUALE RISORSA PRIORITARIAMENTE VARIARE

(C) SCRIVERE IL PROBLEMA DUALE DEL MODELLO DI PARTENZA E TROVARE LA SOLUZIONE OTTIMA

(A) MINIMIZZO IL PROBLEMA

$\min z = -x_1 - 5x_2 - x_3$

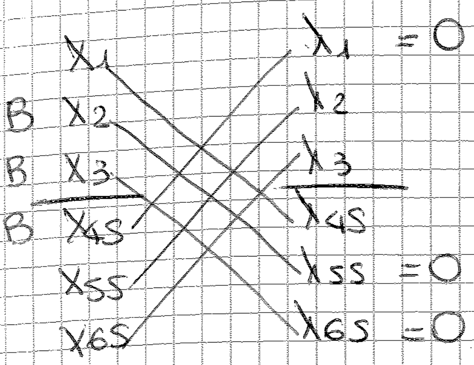
$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_{4S} &= 10 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_{5S} &= 12 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_{6S} &= 5 \end{aligned}$$

TROVO LA SOLUZIONE OTTIMA

$$\begin{pmatrix} 10 \\ 12 \\ 5 \end{pmatrix} B^{-1} = \begin{matrix} 10 \cdot 1 + 12 \cdot 0 + 5 \cdot 1 = \\ 10 \cdot 0 + 12 \cdot 2/3 + 5 \cdot 1/3 = \\ 10 \cdot 0 + 12 \cdot 1/3 + 5 \cdot 2/3 = \end{matrix} \begin{pmatrix} 15 \\ 29/3 \\ 22/3 \end{pmatrix} \qquad \begin{aligned} x_{4S} &= 15 \\ x_2 &= 29/3 \\ x_3 &= 22/3 \end{aligned}$$

$$z = 5 \cdot \frac{29}{3} + \frac{22}{3} = \frac{167}{3}$$

SCRIVO SULLA PRIMA COLONNA LE VARIABILI DEL PROBLEMA PRIMALE, COMPRESE QUELLE DI SCARTO, SULLA SECONDA COLONNA INVECE SCRIVO QUELLE DEL PROBLEMA DUALE. SE QUEST'ULTIME FOSSERO IN NUMERO MINORE DI QUELLE DELLA 1ª COLONNA AGGIUNGO VARIABILI DI SCARTO IN MODO DA AVERNE TANTE UGUALI SULLE DUE COLONNE



LE VARIABILI DELLA IIª COLONNA CORRISPON. A VARIABILI DELLA 1ª COLONNA CHE SONO IN BASE (B) SARANNO $= 0$

ORA RISOLVO IL PROBLEMA DUALE SAPENDO CHE $\lambda_1, \lambda_{5S}, \lambda_{6S} = 0$

$$\min V = 10\lambda_1 + 12\lambda_2 + 5\lambda_3$$

$$3\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3 \le 1 \qquad 3\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3 + \lambda_{4S} = 1$$
$$\lambda_1 + 2\lambda_2 - \lambda_3 \le 5 \qquad \lambda_1 + 2\lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_{5S} = 5$$
$$-2\lambda_1 - \lambda_2 + 2\lambda_3 \le 1 \qquad -2\lambda_1 - \lambda_2 + 2\lambda_3 + \lambda_{6S} = 1$$

RICORDARSI DI FARE QUESTO PASSAGGIO!!

$$\cancel{\begin{cases} 3\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3 + \lambda_{4S} = 1 \\ \lambda_1 + 2\lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_{5S} = 5 \\ -2\lambda_1 - \lambda_2 + 2\lambda_3 + \lambda_{6S} = 1 \end{cases}} \qquad \cancel{\begin{cases} \lambda_1 = 5 + \lambda_3 \\ 3(5 + \lambda_3) + 2\lambda_3 + \lambda_{4S} = 1 \\ -2(5 + \lambda_3) + 2\lambda_3 = 1 \end{cases}}$$

$$\cancel{\begin{cases} \lambda_1 = 5 + \lambda_3 \\ 15 + 3\lambda_3 + 2\lambda_3 + \lambda_{4S} = 1 \\ -10 - 2\lambda_3 + 2\lambda_3 = 1 \end{cases}}$$

$$\cancel{3\lambda_1} + \lambda_2 + 2\lambda_3 + \lambda_{4S} = 1$$
$$\cancel{\lambda_1} + 2\lambda_2 - \lambda_3 + \cancel{\lambda_{5S}} = 5$$
$$\cancel{-2\lambda_1} - \lambda_2 + 2\lambda_3 + \cancel{\lambda_{6S}} = 1 \longrightarrow \lambda_2 = 2\lambda_3 - 1 = 2 \cdot \frac{7}{3} - 1 = \frac{11}{3}$$

$$2(2\lambda_3 - 1) - \lambda_3 = 5$$
$$4\lambda_3 - 2 - \lambda_3 = 5 \rightarrow 3\lambda_3 = 7 \rightarrow \lambda_3 = \frac{7}{3}$$
$$\lambda_{4S} = 1 - \frac{11}{3} - 2 \cdot \frac{7}{3} = \frac{22}{3}$$

ESERCIZIO COMPLETO DI APO

2

T1	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	$-z$	b
x_5	14	28	18	14	1	0	0	0	0	800
x_6	1	1	1	1	0	1	0	0	0	20
x_7	5	11	6	5	0	0	1	0	0	110
x_8	5	-2,5	-5	0,3	0	0	0	1	0	20
$-z$	-11,6	9,8	10,9	10	0	0	0	0	1	0

TO	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	$-z$	b
x_5	0	11	0	-1,88	1	-16	0	0,4	0	188
x_3	0	0,75	1	0,47	0	0,5	0	-0,1	0	8
x_7	0	5,25	0	-0,47	0	-5,5	1	0,1	0	2
x_1	1	0,25	0	0,53	0	0,5	0	0,1	0	12
$-z$	0	-1,18	0	-1,27	0	-11,25	0	-0,07	1	-226,4

1) DATO IL TABLEAU INIZIALE TI, SAPENDO CHE LA SOLUZIONE OTTIMA HA IN BASE X_5, X_3, X_7, X_1 E CHE B^{-1} È L'INVERSO DELLA BASE OTTIMA CALCOLARE IL TABLEAU OTTIMALE

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -16 & 0 & 0,4 \\ 0 & 0,5 & 0 & -0,1 \\ 0 & -5,5 & 1 & 0,1 \\ 0 & 0,5 & 0 & 0,1 \end{pmatrix}$$

A = per aggiornare le colonne delle variabili basta moltiplicare per B^{-1} (PRODOTTO RIGHE PER COLONNE)

ESEMPIO CON X_1:
la colonna di TI è $\begin{pmatrix} 14 \\ 1 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 14 \\ 1 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot B^{-1} = \begin{matrix} 14(1) + 1\cdot(-16) + 5(0) + 5(0,4) = \\ 14(0) + 1(0,5) + 5(0) + 5(-0,1) = \\ 14(0) + 1(-5,5) + 5(1) + 5(0,1) = \\ 14(0) + 1(0,5) + 5(0) + 5(0,1) = \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

CHE È LA COLONNA DI X_1 DEL TABLEAU AGGIORNATO!

B = Per aggiornare i termini noti faccio come per il procedimento A (stesso metodo che uso per trovare la soluzione ottima)

C = per trovare i costi

COSTI VARIABILI IN BASE

I = PRENDO I COSTI DEL TABLEAU INIZIALE DELLE VARIABILI IN BASE ALL'OTTIMO NEL LORO ORDINE (X_5, X_3, X_7, X_1)

QUINDI NEL NOSTRO CASO ABBIAMO $C_b = (0, -10,9, 0, -11,6)$

II° = LI MOLTIPLICO PER B^{-1} $(C_b \cdot B^{-1})$

TROVANDO COSÌ I MOLTIPLICATORI $(\lambda = C_b \cdot B^{-1})$

N.B. = PRIMA DI FARLI DIVENTARE MOLTIPLICATORI DEVO CAMBIARE SEGNO

CHE SONO I COSTI DELLA MATRICE B^{-1}

2) QUALI RISORSE CONVERREBBE AUMENTARE E PERCHÉ?

DEVO RAGIONARE SUI MOLTIPLICATORI
↓
PER TROVARLI VEDI PUNTO 1

dal punto 1 ho trovato $\lambda = [\underset{b_1}{0},\ \underset{b_2}{11{,}5},\ \underset{b_3}{0},\ \underset{b_4}{0{,}07}]$

REGOLA
<u>CONVIENE AUMENTARE I MOLTIPLICATORI ≥ 0</u>

In questo caso conviene aumentare b_2 e b_4, ma prioritariamente b_2 perché il suo moltiplicatore >> di quello di b_4

3) NOTA θ, PERTURBAZIONE TENDENZIALE DEI TERMINI NOTI, CALCOLARE IL VALORE DI $K>0$ PER CUI LA SOLUZIONE RIMANE OTTIMA IN BASE

$$\theta = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 40 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \underbrace{X_B}_{\text{colonna dei termini noti}} + K B^{-1}\theta > 0$$

dove $K \cdot B^{-1} = \begin{pmatrix} -80 \\ 2{,}5 \\ 12{,}5 \\ 2{,}5 \end{pmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 188 \\ 8 \\ 2 \\ 12 \end{bmatrix} + K \begin{bmatrix} -80 \\ 2{,}5 \\ 11{,}5 \\ 2{,}5 \end{bmatrix} \geq 0 \qquad K = \frac{188}{80} = \boxed{2{,}35}$$

N.B. = NON CONSIDERO IL SEGNO NEGATIVO

3') E SE FOSSE $\forall K$, QUINDI ANCHE PER $K<0$?

N.B. = HO MESSO IL SEGNO NEGATIVO

$$\begin{bmatrix} 188 \\ 8 \\ 2 \\ 12 \end{bmatrix} + K \begin{bmatrix} -80 \\ 2{,}5 \\ 12{,}5 \\ 2{,}5 \end{bmatrix} \qquad \mathrm{MAX}\left(-\frac{8}{2{,}5} ;\ -\frac{2}{12{,}5} ;\ -\frac{12}{2{,}5}\right) =$$

$$= \mathrm{MAX}(-3{,}2 ;\ -0{,}16 ;\ -4{,}8) = \boxed{-0{,}16}$$

~~[illegible]~~

5 CALCOLARE LA STABILITA' DELL'OTTIMO AL VARIARE DEI COEFF DI COSTO DELLE VARIABILI FUORI BASE

↓ quanto bisogna variarli per farli entrare in base? quanto ci costa?

r_J ($r_J = C_J - C^*_J$) = misura lo scarto tra il costo di x_J e un valore perturbato di costo tale da rendere la variabile conveniente e farla entrare in base

r_J ↓ COSTO DEL TABLEAU FINALE

C^*_J ↓ VALORE PERTURBATO

$r_J / C_J \times 100$ = variazione % del costo necessaria a rendere interessante l'attività x_J

TO	x_1	x_2 *	x_3	x_4 *	x_5	x_6	x_7	x_8	b
x_5	0	11	0	-1,88	1	-16	0	0,4	188
x_3	0	0,75	1	0,47	0	0,5	0	-0,1	8
x_7	0	5,25	0	-0,47	0	-5,5	1	0,1	2
x_1	1	0,25	0	0,53	0	0,5	0	0,1	12
$-z$	0	-1,28	0	-1,27	0	-11,15	0	-0,07	-226,4

COSTI RIDOTTI FINALI
(< 0 = 0)

* lavoro su queste 2 variabili (FUORI BASE ALL'OTTIMO) perché su quelle in base NON lavoro, mentre le altre variabili fuori base sono di SCARTO per cui NON ci lavoro (anche perché non hanno i costi nel tableau iniziale)

ANALISI DI STABILITA'

$C^*_2 = 9,8 - (-1,28) = 11,08$

$C^*_4 = 10 - (-1,27) = 11,27$

REGOLA

$C^*_i = \begin{pmatrix}\text{COSTO DI } i \\ \text{TABLEAU} \\ \text{INIZIALE}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{COSTO DI } i \\ \text{TABLEAU} \\ \text{FINALE}\end{pmatrix}$

CALCOLO DELLA PERCENTUALE

$C_2 \longrightarrow \dfrac{1,28}{9,8} \times 100 = 13\%$

$C_4 \longrightarrow \dfrac{1,27}{10} \times 100 = 12,7\%$

REGOLA

$\dfrac{\text{COSTO TABLEAU FINALE}}{\text{COSTO TABLEAU INIZIALE}} \times 100$

5) CALCOLARE LA STABILITÀ DELL'OTTIMO AL VARIARE DEI COEFFICIENTI DI COSTO DELLE VARIABILI IN BASE

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	b
x_5	0	11	0	-1,88	1	-16	0	0,4	188
② x_3	0	0,75	1	0,47	0	0,5	0	-0,1	8
x_7	0	5,15	0	-0,47	0	-5,5	1	0,1	2
① x_1	1	0,25	0	0,53	0	0,5	0	0,1	12
$-z$	0	-1,28	0	-1,27	0	-11,25	0	-0,07	-226,6

VARIABILI IN BASE: x_5, x_3, x_7, x_1 → LAVORO SOLO SU x_1 e x_3
↓
NON LAVORO SU x_5 e x_7 ANCHE SE SONO IN BASE PERCHÉ SONO DI <u>SLACK</u>!

① LAVORO SU x_1

PRENDO IL SUO COSTO INIZIALE DAL TABLEAU INIZIALE → $C_1 = 11,6$

$$r_2^* = r_2 - \Delta C_1 \underbrace{B^{-1} A_2} = -1,28 - \Delta C_1 \cdot 0,25 \rightarrow \frac{-1,28}{0,25} = -5,12$$

r_2: COSTO DI x_2 DEL TABLEAU FINALE

$B^{-1}A_2$: ELEMENTO DI INTERSEZIONE TRA LA COLONNA x_2 e la riga x_1

→ IN PRATICA CONFRONTO IN QUESTO CASO x_1 CON TUTTE LE VARIABILI FUORI BASE

$$r_4^* = r_4 - \Delta C_1 B^{-1} A_4 = -1,27 - \Delta C_1 \cdot 0,53 \rightarrow \frac{-1,27}{0,53} = -2,4$$

$$r_6^* = r_6 - \Delta C_1 B^{-1} A_6 = -11,25 - \Delta C_1 \cdot 0,5 \rightarrow \frac{-11,25}{0,5} = -22,5$$

$$r_8^* = r_8 - \Delta C_1 B^{-1} A_8 = -0,07 - \Delta C_1 \cdot 0,1 \rightarrow \frac{-0,07}{0,1} = -0,7$$

DECREMENTO = MIN DEI NEGATIVI
se non c'è → $-\infty$

INCREMENTO = MIN DEI POSITIVI
se non c'è → $+\infty$

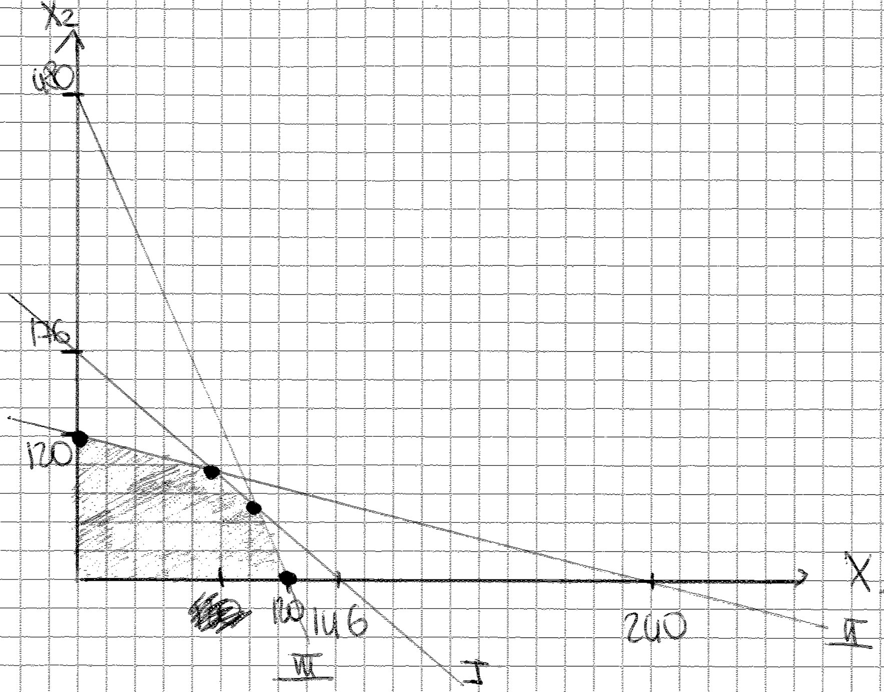
In questo caso C_1:
NESSUN LIMITE ALL'INCREMENTO
0,7 = MASSIMO DECREMENTO AMMISSIBILE

PRIMO ESERCIZIO = TROVARE LA SOLUZIONE CON IL METODO GRAFICO

① $\max z = 780\,x_1 + 1000\,x_2$

$3x_1 + 2{,}5x_2 \leq 440$ (I)
$0{,}5x_1 + x_2 \leq 120$ (II)
$2x_1 + 0{,}5x_2 \leq 240$ (III) $x_{1,2} \geq 0$

	x_1	x_2
I	0	176
	146,7	0
II	0	120
	240	0
III	0	480
	120	0



FACCIO SALIRE LA FUNZIONE OBIETTIVO, L'ULTIMO VERTICE DELL'AREA AMMISSIBILE CHE TOCCA È LA SOLUZIONE OTTIMA.

$$\begin{cases} 3x_1 + 2{,}5x_2 = 440 \\ 0{,}5x_1 + x_2 = 120 \\ 2x_1 + 0{,}5x_2 = 240 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 + 2{,}5(120 - 0{,}5x_1) = 440 \\ x_2 = 120 - 0{,}5x_1 \\ 2x_1 + 0{,}5x_2 = 240 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 80 \\ x_2 = 120 - 40 = 80 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = 80 \\ x_2 = 80 \end{array}$$

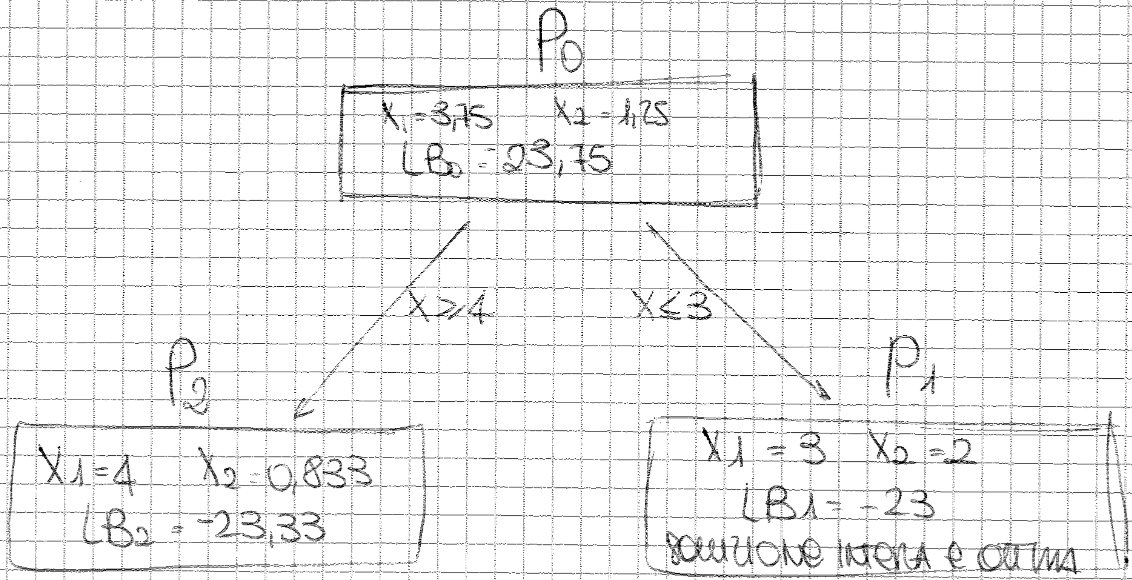
$$z = 780(80) + 1000(80) = 140.000$$

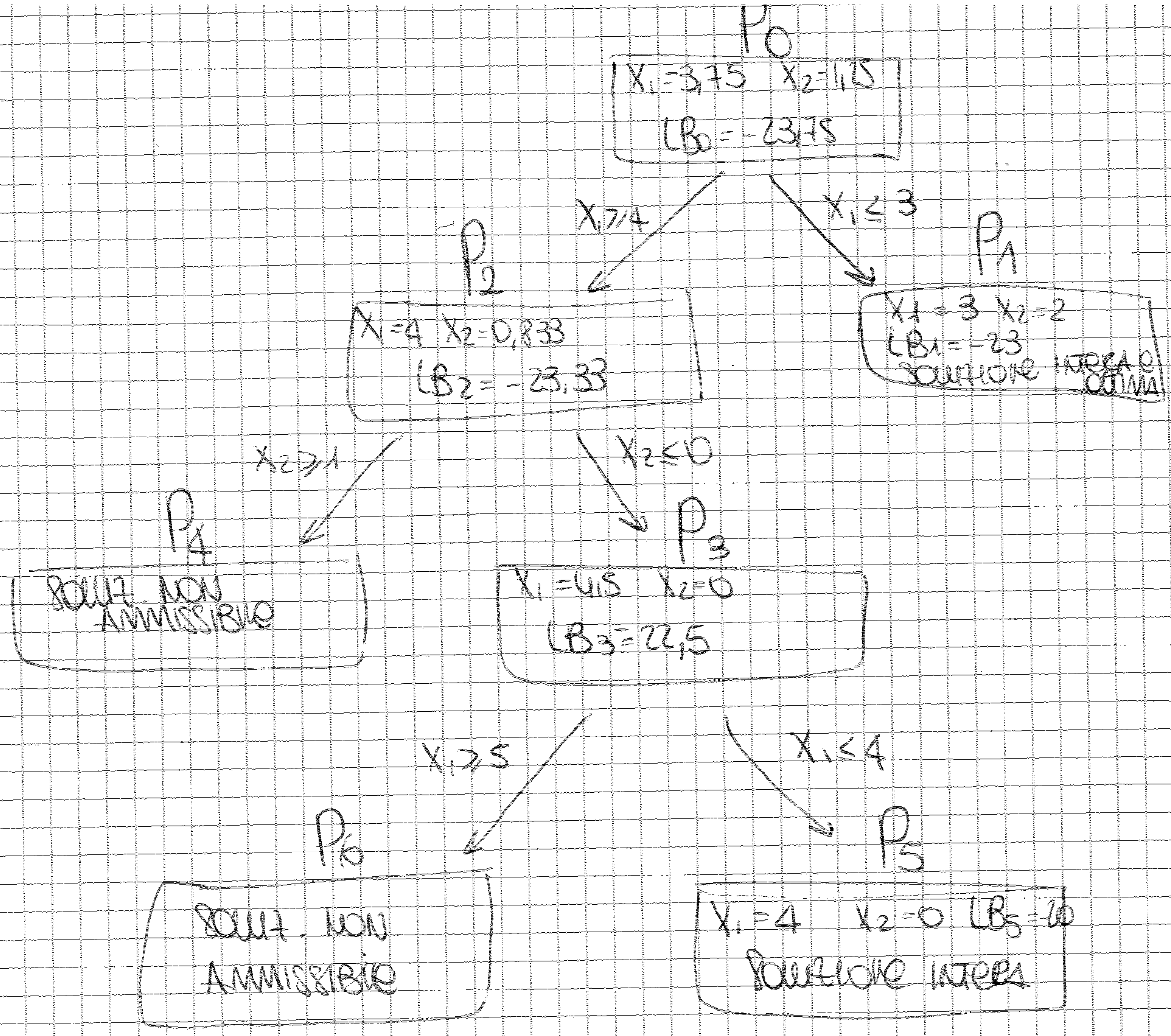
$x_1 \rightarrow P_2$

?

→ HO CHIUSO TUTTI I NODI!

$x = [3,2]$ $\quad z = -23$





QUANDO UNA SOLUZIONE NON È AMMISSIBILE

quando i vincoli iniziali del problema risultano incompatibili con i vincoli di branch relativi a quel passaggio.

"3. MODELLI ED ESERCIZI PER E II e III"

ESERCIZIO 1 (ASSUNZIONE DI PERSONALE)

FASE 1 ELECTRE II

COSTRUZIONE TABELLA

	J_+	$J_=$	J_-	$P^+ \geq P^-$	$P^+ + P^=$	VETO	S
a_1, a_2	2, 4, 5, 6	/	1, 3	SI	0,75		$a_1 S a_2$
a_1, a_3	2, 5	3, 4, 6	1	SI	0,90		$a_1 S a_3$
a_1, a_4	3, 4, 5, 6	2	1	SI	0,80		$a_1 S a_4$
a_1, a_5	2, 4, 5, 6	/	1, 3	SI	0,75		$a_1 S a_5$
a_1, a_6	2, 3, 4, 5, 6	1	/	SI	1		$a_1 S a_4$
①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧

QUESTA TABELLA È STATA FATTA SOLO PER a_1 COME ESEMPIO MA VA FATTA CON TUTTE LE AZIONI

① = scrivo le azioni che sto confrontando

② = scrivo i criteri in cui la Iª azione è migliore della IIª

③ = " " " " " le azioni sono uguali

④ = " " " " " la Iª azione è peggiore della IIª

⑤ = se il numero dei criteri in cui la prima azione è migliore della IIª è maggiore del numero dei criteri in cui la Iª azione è peggiore della IIª scrivo **SI**, altrimenti NO.

⑥ = sommo i pesi dei criteri in cui la Iª azione è migliore o uguale alla IIª

⑧ = se al punto ⑤ ho scritto SI e se al punto ⑥ il numero è ≥ soglia forte ⟹ la Iª azione surclassa la IIª

⑦ = ?

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 29 di 52

~~a_1 a_1 $D^+_3 = \{a_3\}$ $C^+_3 = \{a_3\}$~~

~~K=3~~ ~~K=4~~ ~~K=5~~

PREORDINE DALL'ALTO
PARTO DAL MIGLIORE E FINISCO CON IL PEGGIORE
↳ COLUI CHE NON È SURCLASSATO DA NESSUNO

PREORDINE DAL BASSO
PARTO DAL PEGGIORE E FINISCO CON IL MIGLIORE
↳ COLUI CHE NON SURCLASSA NESSUNO

STARE ATTENTI AI VETI!!!
se $a_1 S a_2$ ma c'è veto allora $a_1 \not S a_2$

K=3 $a_2 \quad a_4$ $D^+_3 = \{a_2, a_4\}$ $C^+_3 = \{a_2, a_4\}$

$a_6 \quad a_5$ $a_2 \times a_4$

K=4 $a_6 \quad a_5$ $D^+_4 = \{a_6, a_5\}$ $C^+_4 = \{a_5, a_6\}$

$a_6 \times a_5$

$P(A)^+ = \{a_1\} > \{a_3\} > \{a_2, a_4\} > \{a_5, a_6\}$

PREORDINE DAL BASSO

K=1 $D^-_1 = \{a_5, a_6\}$ $C^-_1 = \{a_5, a_6\}$

$a_5 \quad a_6$

K=2 $a_1 \rightarrow a_2 \leftarrow a_3$, $a_1 \rightarrow a_3$, $a_1 \rightarrow a_4$ $D^-_2 = \{a_2, a_4\}$ $C^-_2 = \{a_2, a_4\}$

$a_2 \times a_4$

K=3 $a_1 \rightarrow a_3$ $D^-_3 = \{a_3\}$ $C^-_3 = \{a_3\}$

K=4 a_1 $D^-_4 = \{a_1\}$ $C^-_4 = \{a_1\}$

$P(A)^- = \{a_1\} > \{a_3\} > \{a_2, a_4\} > \{a_5, a_6\}$

$P(A)^+ = P(A)^- = \{a_1\} > \{a_3\} > \{a_2, a_4\} > \{a_5, a_6\}$

PREORDINE DAL BASSO

K=1 $\quad \bar{D}_1 = \{a_1, a_2, a_5\} \qquad \bar{C}_1 = \{a_1, a_2\}$

$a_1 \quad a_2$

$a_5 \rightarrow a_1$

K=2 $\quad a_3 \leftarrow a_4 \qquad \bar{D}_2 = \{a_3, a_5\} \qquad \bar{C}_2 = \{a_3\}$

$a_5 \qquad a_3 \leftarrow a_5$

K=2 $\quad a_4 \quad a_5 \qquad \bar{D}_3 = \{a_4, a_5\} \qquad \bar{C}_3 = \{a_5\}$

$a_4 \rightarrow a_5$

K=3 $\quad a_4 \qquad \bar{D}_4 = \{a_4\} \qquad \bar{C}_4 = \{a_4\}$

$P(A^-) = \{a_4\} > \{a_5\} > \{a_3\} > \{a_1, a_2\}$

$P(A)^+$ e $P(A)^-$ NON SONO UGUALI

COSTRUZIONE GRAFO FINALE

1 un'azione può essere posta prima di un'altra se è prima di quest'ultima in uno dei preordini e prima o ex aequo nell'altro
2 due azioni sono poste nella stessa classe solo se lo sono già in entrambi i preordini
3 due azioni sono incomparabili se una è prima dell'altra in un preordine e ~~ed~~ viceversa nell'altro preordine

$P(A) = \{a_4\} > \{a_5\} > \{a_3\} > \{a_1\} > \{a_2\}$

PREORDINE DAL BASSO

K=1 $D^-_1 = \{a_{35}\}$ $C^-_1 = \{a_{35}\}$

K=2 $a_{146} \longrightarrow a_2$ $D^-_2 = \{a_2\}$ $C^-_2 = \{a_2\}$

K=3 a_{146} $D^-_3 = \{a_{146}\}$ $C^-_3 = \{a_{146}\}$

$P(A)^- = \{a_{146}\} > \{a_2\} > \{a_{35}\}$

<u>GRAFO FINALE</u> $(P(A)^+ = P(A)^-)$

$P(A) = \{a_{146}\} > \{a_2\} > \{a_{35}\}$

ESERCIZIO PROPOSTO 1

dalla tabella data:

$a_1 S a_2$ $a_2 S a_5$ $a_3 S a_2$ $a_4 S a_6$ $a_6 S a_2$

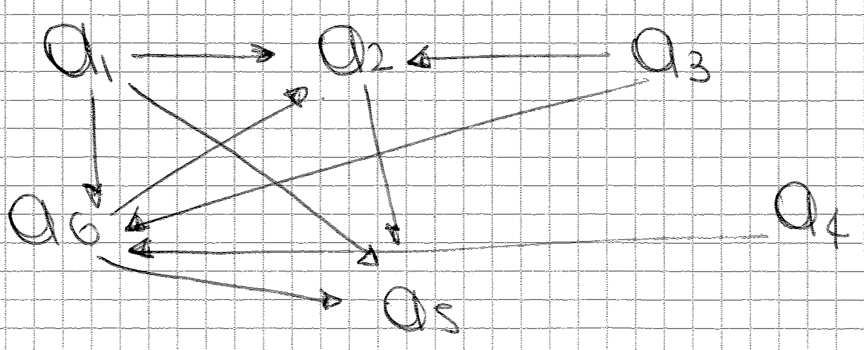
$a_1 S a_5$ $a_3 S a_6$ $a_6 S a_5$

$a_1 S a_6$

soglia (0,75)

$a_1 S a_4$ $a_4 S a_5$ $a_5 S a_3$

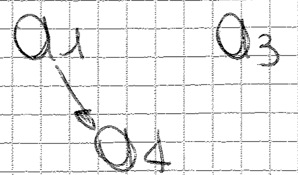
SOGLIA DEBOLE (0,67



CONTROLLO CHE NON CI SIANO CIRCUITI!

PREORDINE DALL'ALTO

K=1 $D^+_1 = \{a_1, a_3, a_4\}$ $C^+_1 = \{a_1, a_3\}$



$P(A) = \{a_1\} > \{a_3\} > \{a_4\} > \{a_6\} > \{a_2\} > \{a_5\}$

ANALISI DI ROBUSTEZZA

Per analizzare la robustezza della soluzione applico di nuovo la fase II cambiando 2/3 volte la __soglia debole__ abbassandola ogni volta di qualche centesimo (0,65 → 0,63 → 0,61), lasciando invariata la soglia forte.

A questo punto creerò diversi grafici finali in relazione alle diverse soglie deboli adottate.

__Ragionando sui grafici__ deduco che la soluzione è robusta se, cambiando le soglie, i grafici non cambiano (o, se cambiano, cambiano di poco).

ORA RIPORTO IL GRAFICO OTTENUTO CON Cd=0,67 E QUELLI CHE SI OTTENGONO CON Cd=0,65 E Cd=0,62

0,75/0,67	0,75/0,65	0,75/0,63
a_1	a_1	a_1
↓	↓	↓
a_3	a_3, a_4	a_4
↓	↓	↓
a_4	a_6	a_3
↓	↓	↓
a_6	a_2	a_6
↓	↓	↓
a_2	a_5	a_2
↓		↓
a_5		a_5

In questo caso è robusta solo la 1ª e l'ultima parte della soluzione.
La parte centrale, cioè quella costituita da a_3 e a_4 non è robusta perché, cambiando progressivamente le soglie, queste 2 azioni si invertono e ciò non è un buon segnale per la robustezza

SCEGLO QUALE TENERE!

ANALISI ROBUSTEZZA = la faccio su un grafico solo, ma basandomi anche sugli altri ~~[illegible]~~ La soluz. va analizzata pezzo per pezzo (inizio, corpo, coda), se quella parte è ricorrente allora è robusta anche se presenta difetti (è robusta valutando la sua problematicità!)

SENSIBILITÀ = se a piccoli cambiamenti di soglie corrispondono grandi differenze

"ESERCIZI PROPOSTI SU SCALE E SOGLIE"

DEFINIZIONE DI SOGLIE → implica la conoscenza della procedura che ha generato le valutazioni o coloro che le hanno fornite

Il criterio esaminato è un vero criterio?
Si è in questa situazione quando si dispone di chiare indicazioni sulle preferenze decisionali e gli elementi informativi utilizzati per modellizzare un criterio non sono affetti da incertezza.
Si hanno POCHI STATI DI VALUTAZIONE, ben distinti che indicano situazioni differenti in termini preferenziali e ogni scarto di valutazione sul criterio è significativo di preferenza netta.

espressi da esperti mediante stime o giudizi

Inoltre a un vero criterio deve essere associata una scala ORDINALE
In questo tipo di scala lo scarto numerico tra valutazioni non ha significato in quanto l'informazione è contenuta solo nella posizione relativa.

Quando la scala è CARDINALE* bisogna considerare:
1. AFFIDABILITÀ DEI DATI UTILIZZATI NELLA VALUTAZIONE
2. RELAZIONE DIRETTA O MOLTO INDIRETTA TRA DATO E VALUTAZIONE
3. NATURA DELLA PROCEDURA UTILIZZATA PER OTTENERE LA VALUTAZIONE

SITUAZIONI MENO INCERTE → dove ho dati grezzi e posso quindi mettere 0 come soglia di indifferenza oppure un numero > 0 ma comunque molto basso

SITUAZIONI PIÙ INCERTE → la fonte non è molto chiara, per cui la soglia deve maggiore e proporzionale al livello di incertezza associato alla valutazione

* lo scarto metrico tra 2 valutazioni contiene informazioni. Le valutazioni espresse con questa scala possono essere associate a una misura diretta o a una elaborazione di dati di varia natura.

C'è infine l'ANALISI DELLA DISTRIBUZIONE DELLE VALUTAZIONI SULLA SCALA che aiuta ad analizzare il problema dell'incertezza informativa e a definire soglie appropriate.
Quando alcune valutazioni sono prossime tra loro è possibile

"ESEMPI PER LA CERNITA" (CLASSI)

ESEMPIO 1 - ASSEGNAZIONE DEI CANDIDATI ALLE CLASSI

$a_i \rightarrow$ AZIONI

$b_h, c_k \rightarrow$ RIFERIMENTI

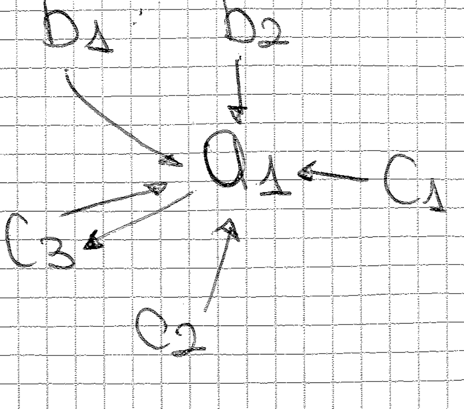
ACCETTABILE
SURCLASSA ALMENO 1 b_h
SURCLASSA ALMENO 1 c_k
NON È SURCLASSATA DA NESSUN c_k

RIFIUTABILE
NON SURCLASSA NESSUN b_h
È SURCLASSATA DA ALMENO 1 b_h
È SURCLASSATA DA ALMENO 1 c_k

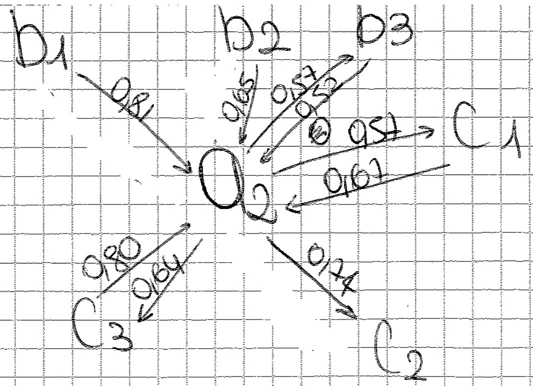
INCERTA
altrimenti

	$a_i\ b_h$	$b_h\ a_i$	$a_i\ c_k$	$c_k\ a_i$
a_1	0,404	0,869	0,365	0,636
	0,506	0,688	0,365	0,818
			0,768	0,636
a_2	0,960	0,708	0,768	0
	0,575	0,657	0,818	0,384
			0,546	0,468
a_3	0	0,869	0,546	0,768
	0,478	0,657	0,728	0,636
			0,684	0,365

ADOTTO COME SOGLIA $\delta = 0,550$



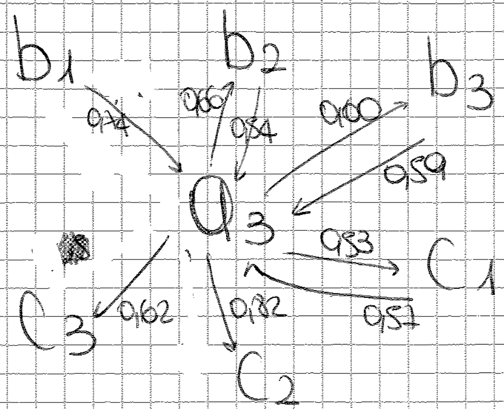
a_1 è RIFIUTABILE



$R\ [0{,}58\ ,\ 0{,}67]$

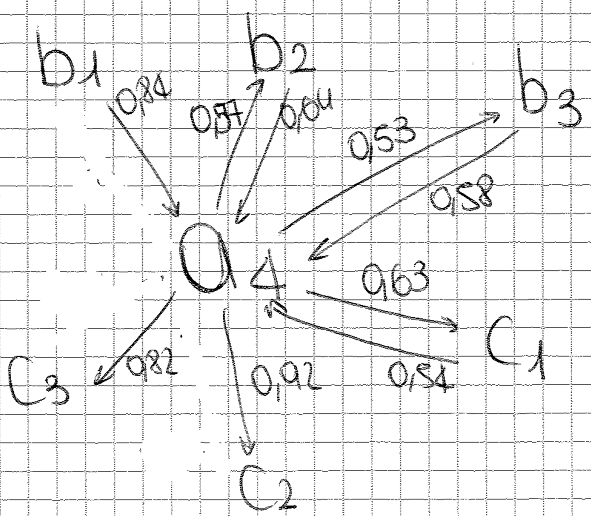
$\lambda \leq 0{,}57$
$\lambda \geq 0{,}67$
NON È ACCETTABILE

$\lambda \geq 0{,}58$
~~$\lambda \geq 0{,}52$~~
$\lambda \leq 0{,}61$
È ACCETTABILE



$A\ [0{,}58\ ,\ 0{,}66]$

$\lambda \leq 0{,}66$
$\lambda \geq 0{,}58$
È ACCETTABILE



$A\ [0{,}55\ ,\ 0{,}57]$

$\lambda \leq 0{,}57$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 43 di 52

a_3 DALL'ALTO

$a_3 \not S b_2$

$a_3 S b_1 \longrightarrow a_3 \in C_2$

a_4 DALL'ALTO

$a_4 \not S b_2$

$a_4 \not S b_1 \longrightarrow a_4 \in C_1$

ELECTRE TRI OTTIMISTA

a_1 DAL BASSO

$b_1 \not S a_1$

$b_2 \not S a_1 \longrightarrow a_1 \in C_3 \longrightarrow$ APPARTIENE ALLA CLASSE MIGLIORE POICHE NON E SURCLASSATA DA NESSUN b

a_2 DAL BASSO

$b_1 \not S a_2$

$b_2 \not S a_2 \longrightarrow a_2 \in C_3$

a_3 DAL BASSO

$b_1 \not S a_3$

$b_2 S a_3 \longrightarrow a_3 \in C_2$

a_4 DAL BASSO

$b_1 \not S a_4$

$b_2 S a_4 \longrightarrow a_4 \in C_2$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 45 di 52

PROBLEMA DI PRODUZIONE 1

3 MODELLI I, II, III

OGNI MODELLO RICHIEDE 2 TIPI DI MATERIALI GREZZI $\begin{cases} A \leq 4000 \\ B \leq 6000 \end{cases}$

I → 2A + 4B

II → 3A + 2B

III → 5A + 7B

$F_1 = 2F_2 = 3F_3$

FORZA DISPONIBILE = 700 UNITÀ

DOMANDA $\begin{cases} I = 200 \\ II = 200 \\ III = 180 \end{cases}$ PROFITTO $\begin{cases} I = 30 \\ II = 20 \\ III = 50 \end{cases}$

x_i → quantità prodotta del modello i

FUNZIONE OBIETTIVO: $\max\ 30x_1 + 20x_2 + 50x_3$

VINCOLI:

$x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{3}x_3 \leq 700$ (forza lavoro)

$$\left.\begin{array}{l} x_1 \geq 200 \\ x_2 \geq 200 \\ x_3 \geq 180 \end{array}\right\} \text{domanda}$$

$$\left.\begin{array}{l} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 4000 \\ 4x_1 + 2x_2 + 7x_3 \leq 6000 \end{array}\right\} \text{materiali}$$

$x_i \geq 0$ INTERO $\forall i$

PROBLEMA UTILIZZO MANODOPERA

TURNI

1) 02-10
~~[illegible]~~
2) 06-14
3) 10-18
4) 14-22
5) 18-02
6) 22-06

X_i = N° INSERVIENTI CHE INIZIANO ALL'INIZIO DI i

$$\min \; X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6$$

$X_6 + X_1 \geq 4$

$X_1 + X_2 \geq 8$

$X_2 + X_3 \geq 10$

$X_3 + X_4 \geq 7$

$X_4 + X_5 \geq 12$

$X_5 + X_6 \geq 5$ $\quad X_i \geq 0 \;\; \forall i$

PROBLEMA SU PIÙ LINEE DI PRODUZIONE

3 PEZZI → SU 4 LINEE DI PROD

X_{ji} = NUMERO DI PROD J SULLA LINEA i

$$\left.\begin{array}{l} X_{11} + X_{21} + X_{31} \leq 100 \\ X_{21} + X_{22} + X_{23} \leq 150 \\ X_{31} + X_{32} + X_{33} \leq 80 \\ X_{41} + X_{42} + X_{43} \leq 200 \end{array}\right\} \text{vincoli capacità}$$