NUMERO: 987

DATA: 18/06/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Gemello

MATERIA: Controllo e Strumentazione + Eserc.

Prof. Pisano

SIMULINK

X DIAGRAMMA A BLOCCHI

$$g(s) = \frac{1}{0{,}01 s^2 + 0{,}02 s + 1}$$

APRO UN NEW MODEL, POI VADO SU · CONTINUOS : TRANSFER FCN → NUM: [1] DEN: [0,01 0.02 1]

· SOURCES : STEP → X DISTURBI

· SINK : SCOPE

POI START O DOPPIO CLICK SU SCOPE

X RITARDO ~~PURO~~ DA AGGIUNGERE INSERISCO → $e^{-\alpha \cdot s}$ ↳ RITARDO

TRANSPORT DELAY TRA STEP E TRANSFER FUNCTION

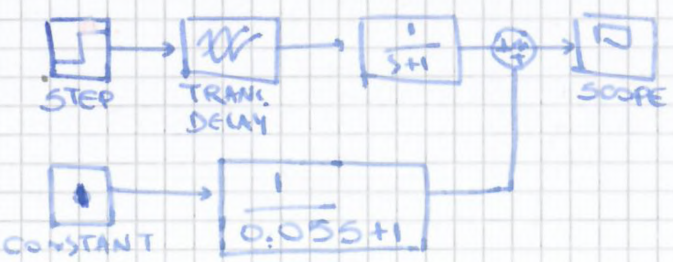
↳ LI MOLTIPLICA → INIZIA DOPO UN CERTO RITARDO

POSSO AGGIUNGERE DISPLAY (IN SINK) X TROVARE VALORE FINALE

SIMOUT → X VALORI SU MATHLAB (VALUE)

SIMULATION → CONFIGURATION PARAMETR (X CAMBIARE TIME STEP)

1) $$g(s) = \frac{2(s+1)(-s+1)}{(0{,}5s+1)(2s+1)(4s+1)}$$



X FARE GRAFICI X PUNTI

u = [1 : 2 : 11]

y = [3, 7, 9, 14, 17, 21]

PLOT (u, y)

WHO → SCRIVE TUTTE LE VAR DEFINITE FINO AD ORA

CLEAR F → CANCELLA LA VAR F

CLEAR ALL → CANCELLA TUTTE LE VAR

TOOLBOX → CI FA VEDERE 2 FUNZ.

1) NUM = [1 1]; → SERVE X NON FARLA VEDERE AL FONDO

DEN = [1 2 3]

G = tf (NUM, DEN) ← $G = \frac{x+1}{x^2+2x+3}$

2) s = tf ('s'); → ABBIAMO DEFINITIVO S COME VAR NEL DOM DI LAPLACE

G = ((s+1)/(s^2+2*s+3))

p = ROOTS (DEN) → CI DA GLI ZERI DI DEN

P = POLE (G) → TROVA I POLI

Q = ZERO (G) → TROVA GLI ZERI

BODE (G) → CI FA I DIAGRAMMI DI BODE DI G

[a, b] = BODE (G, 1) → RESTITUISCE RAPPORTO D'AMPIEZZA E SFASAM. DI G A FREQUENZA = 1

CERCARE SU INTERNET FUNZ. CHE FA I FRATTI SEMPLICI

RLOCUS (g) → TROVA LE RADICI

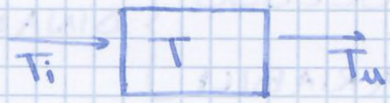
$\boxed{\text{VARIABILI DI PROCESSO}}$

T, P, COMPOSIZ, PORTATA, ...

- DI INGRESSO
- DI USCITA

} ALLE CORRENTI

- DI STATO

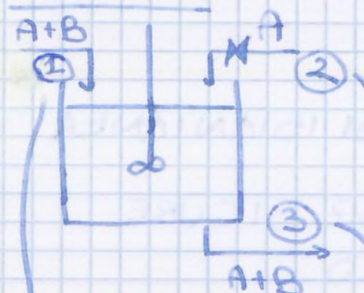


- DI INGRESSO
  - → MANIPOLATA → SE MODIFICABILE
  - → DISTURBO → SE NON MODIFICABILE

  DIPENDE DAL PROCESSO
  - → MISURABILE
  - → NON MISURABILE

- DI USCITA → MISURABILE / NON MISURABILE

ESEMPIO



ISOTERMO

NO REAZIONE

F. INCOMPRIMIBILI

→ $\cancel{T_2}, \cancel{P_2}, W_2, \cancel{X_2}=1$ → 1 VARIABILE

→ $\cancel{T_3}, \cancel{P_3}, W_3, X_3$ → VARIABILI

$\cancel{T_1}, \cancel{P_1}$ → PARAMETRI

W_1, X_1 → POTREBBERO ESSERE VARIABILI,

MA W_1 DATO, QUINDI PARAMETRO

↳ SOLO X_1 (COMPOSIZ. È VARIABILE)

VARIABILI:

X_1 → DISTURBO → NO STRUM. X MODIFICA

X_1, W_2 } D'INGRESSO

W_2 → MANIPOLABILE (CON VALVOLA)

STRATEGIA 1) CONTROLLO IN RETRO-AZIONE

MISURATO DI X_3, SE $X_3 \neq X_{SP}$ REGOLO W_2

- $\varepsilon = X_3 - X_{SP} = 0 \rightarrow$ NO ERRORE
- $\varepsilon > 0 \rightarrow W_2 \downarrow$
- $\varepsilon < 0 \rightarrow W_2 \uparrow$

FEEDBACK

STRATEGIA 2) CONTROLLO IN ANTEAZIONE

→ GIOCO IN ANTICIPO (VANTAGGIO)

MISURO X_1 E MANIPOLO W_2

$$W_2 \tau = W_1 \frac{X_{SP} - X_1 \tau}{1 - X_{SP}}$$

→ PROBL: NON HO CONTROLLO SE MODELLO DESCRIVE IN MODO ACCURATO

FEEDFORWARD

STRATEGIA 3) MISURO SIA X_1 CHE X_3 (METODO 1+2)

STRATEGIA 4) SERBATOIO MOLTO GRANDE

SENTO MENO LE PERTURBAZIONI

STRATEGIA 5) NO CONTROLLO, MA PIANIFICATO

ES: SEMAFORO → A CICLO APERTO

PROBL: REGOLAZIONE → X_{SP} COSTANTE

PROBL: ASSERVIMENTO → X_{SP} VARIABILE NON TEMPO

PROGETTAZIONE DI UN SIST. DI CONTROLLO

1) OBIETTIVI
2) SELEZIONE VARIABILI CONTROLLATA
3) SELEZ. VARIABILI MANIPOLATE
4) SELEZ. VARIABILI MISURATE

DOBBIAMO CONOSCERE COMPORTAM. X PROGETTAZ. CONTROLLO

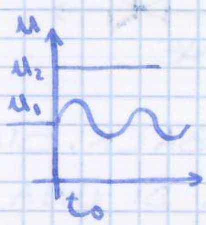
↓

ANALISI DINAMICA

1) FUNZIONI FORZANTI ⟶ FUNZ. CHE DESCRIVE COME VARIANO LE VARIABILI D'INGRESSO

↓

IN BASE A QUESTO FORZO



2) MODELLO MATEMATICO

X COSTO/TEMPI NON POSSO FARE TROPPE PROVE

↓

SIMULAZIONI (ANCHE X EVITARE SITUAZ. PERICOLOSE)

INSIEME DI RELAZIONI TRA LE ≠ VARIABILI X PRODURRE ASTRAZIONE DEL PROCESSO (APPROSSIMAZIONE)

↑

COMPROMESSO TRA ACCURATEZZA/SEMPLICITÀ

MODELLO MATEMATICO X:

1) PROGETTARE IL SIST. DI CONTROLLO DI UN PROCESSO (A COSTO NULLO)

2) COMPRENDERE IL PROCESSO

3) OTTIMIZZAZIONE → AL VARIARE DELLE CONDIZ.

↓

COSTI MINIMI, MAX PRODUTTIVITÀ

4) FORMAZIONE DEGLI ADDETTI ALL'IMPIANTO

X PROCESSI COMPLESSI

CON SIMULATORI DI PROCESSO

ANCHE X GESTIONE EMERGENZE

* MOD. A PARAM. DISTRIBUITI
↓
VARIABILE INDIPENDENTE FUNZ. DELLO SPAZIO E DEL τ
$y = y(\tau, x)$
→ ES: PFR

* MOD. A PARAM. CONC. → ES: CSTR
$y = y(\tau)$

- MOD. STATE-SPACE → RELAZ. TRA VAR. INGRESSO / USCITA / STATO

- MOD. INPUT-OUTPUT → RELAZ. VAR. INGRESSO / USCITA

DERIVAZIONE DI UN MODELLO MATEMATICO

DOBBIAMO TRASCURARE FENOMENI 2° CHE INCIDONO POCO
→ IPOTESI SEMPLIFICATIVE
↓
SCELTA SBAGLIATA → MOD. TROPPO COMPLICATO
→ MOD NON ACCURATO (TROPPO SEMPLICE)

1) OBIETTIVO DEL MODELLO
BACKGROUND → A CHI È DESTINATO → UTENTE

2) SCHEMA DEL PROCESSO

3) CLASSIFICAZ. VARIABILI DI PROCESSO

4) IPOTESI SEMPLIFICATIVE

5) EQUAZ. CONSERVAZIONE DI MATERIA / ENERGIA / QUANTITÀ DI MOTO

6) RELAZIONI AGGIUNTIVE

BILANCIO DI MATERIA:

ACCUMULO + USCITA = ENTRATA + ~~GENERAZ.~~ → $\varnothing$

$$\frac{d(V\rho)}{dt} + \cancel{\phi_u} = \cancel{\phi_i} \Rightarrow \frac{d(V\rho)}{dt} = 0 \Rightarrow V = COST$$

POICHE' $\rho = COST$

BILANCIO DI ENERGIA:

$U_i \sim H$

$H = f(T; p)$

$$dH = \underbrace{\left(\frac{dH}{dT}\right)_p}_{= C_p} dT + \cancel{\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)} dp$$

FLUIDO INCOMPRIMIBILE

$$\frac{d(\rho V \cdot C_p (T - T_{RIF}))}{dt} + \phi_u C_p (T_u - T_{RIF}) = \phi_i C_p (T_i - T_{RIF}) + \phi_v \lambda$$

POICHE' TUTTO CONDENSA

$$\rho V C_p \frac{dT}{dt} = \phi_f C_p (T_i - \cancel{T_{REF}} - T_u + \cancel{T_{REF}}) + \phi_v \lambda$$

$$\frac{dT}{dt} = \underbrace{\frac{\phi_f \cancel{C_p}}{\rho \cancel{C_p} V}}_{1/\tau} (T_i - T_u) + \underbrace{\frac{\lambda}{\rho V C_p}}_{\beta} \phi_v$$

$$\frac{dT_u}{dt} = \frac{1}{\tau}(T_i - T_u) + \beta \phi_v$$

ϕ_v → MANIP.

τ → PARAM.

T_i → DISTURBO

T	K
ϕ	$kg \cdot s^{-1}$
ρ	$kg \cdot m^{-3}$
t	s
C_p	$J \cdot kg^{-1} K^{-1}$
V	m^3
λ	$J \cdot kg^{-1}$

VARIABILE DI SCARTO

↳ DIFFERENZA DA VAR. A STAZION.

$T - T_S$ → STAZ.

$y = T_u - T_{u,s}$

$u = \phi_v - \phi_{v,s}$

$d = T_i - T_{i,s}$

X SIST. STAZ: $0 = \frac{1}{\tau}(T_{i,s} - T_{u,s}) + \phi_{v,s} \cdot \beta$

DIN-STAZ: $\frac{d(T_u)}{dt} - \frac{dT_{u,s}}{dt} = \frac{1}{\tau}[(T_i - T_{i,s}) - (T_u - T_{u,s})] + \beta(\phi_v - \phi_{v,s})$

1) NON TUTTE LE $f(t)$ HANNO $\hat{f}(s)$
2) $f(t)$ DEF. SOLO IN $\mathbb{R}^+$
3) $f(t) \leftrightarrow \hat{f}(s)$
4) OPERATORE LINEARE

PROP:

1) $\mathcal{L}\{f'(t)\} = \int_0^{+\infty} f'(t) e^{-st} dt \leftarrow \int f'g = fg - \int g'f$

$= f(t)e^{-st}\Big]_0^{+\infty} - (-s)\int_0^{+\infty} f(t) e^{-st} dt$

$= \hat{f}(s) \cdot s - f(0)$

2) DERIVATA 2'

$$\begin{cases} g'(t) = f''(t) \\ g(t) = f'(t) \end{cases}$$

$\mathcal{L}\{f''(t)\} = \int_0^{+\infty} f''(t) e^{-st} dt$

$= \int_0^{+\infty} g'(t) e^{-st} dt$

$= g(t) e^{-st}\Big]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} (-s) e^{-st} \cdot \underbrace{g(t)}_{f'(t)} dt$

$= g(t) e^{-st}\Big]_0^{+\infty} + s\left\{ f(t) e^{-st}\Big|_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} f(t)(-s) e^{-st} dt \right.$

$\mathcal{L}\{f''(t)\} = \emptyset - f'(0) + s\left\{ 0 - f(0) + s\underbrace{\int_0^{+\infty} f(t) e^{-st} dt}_{\hat{f}(s)} \right.$

$= s^2 \hat{f}(s) - s f(0) - f'(0)$

3) DERIVATA ENNESIMA

$\mathcal{L}\{f^n(t)\} = \hat{f}(s) \cdot s^n - \sum_{k=0}^{n-1} f^{(n-1-k)}(0)\, s^k$

CASI $\neq$ → RADICI REALI DISTINTE ①
" " MULTIPLE ②
" " COMPLESSE ③

① α_i

$X(s-p_i)\big|_{s=p_i}$

X ES. PREC. $\longrightarrow Y = \dfrac{k}{s(\tau s+1)} \rightarrow \begin{cases} s=0 \\ \tau s+1=0 \Rightarrow s=\frac{1}{\tau} \end{cases}$

$$\underbrace{\frac{\cancel{s}k}{(\cancel{s}(\tau s+1))}}_{K}\Bigg|_{s=0} = \frac{A}{s}\cdot s + \underbrace{\frac{B\cdot s}{(s+1/\tau)}}_{0}\Bigg|_{s\neq 0}$$

$A = K$

$$\frac{K\cancel{(s+1/\tau)}}{\cancel{(s+1/\tau)}s}\Bigg|_{s=-1/\tau} = \frac{\overbrace{A(s+1/\tau)}^{0}}{s} + \frac{B(s+1/\tau)}{s+1/\tau}\Bigg|_{s=\frac{1}{\tau}}$$

$-K\tau = B$

$$\frac{K}{s(\tau s+1)} = \frac{K}{s} + \frac{(-K\tau)}{s+1/\tau} = \hat{Y}$$

$\mathcal{L}^{-1}\{\hat{Y}\} = Y$

$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{K}{s}\right\} = K$

$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{-K\tau}{s+1/\tau}\right\} = -K\tau\cdot e^{-t/\tau}$

$Y(t) =$

FUNZIONI FORZANTI → ≠ POSSIBILITÀ DI VARIAZ. DI d E u NEL TEMPO

1) FUNZ. A GRADINO

2) FUNZ. ONDA QUADRA

3) IMPULSO

4) RAMPA

5) SINUSOIDALE

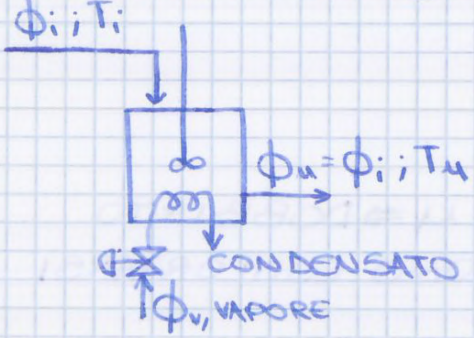
1) GRADINO DI AMPIEZZA A

$$u_G(t) = A\,H(t)$$

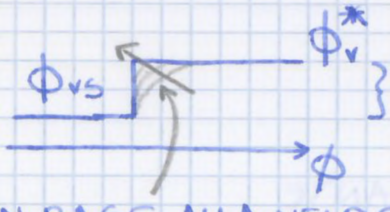
↳ HEAVISIDE

$$H(t) = \begin{cases} = 0 & t < 0 \\ = 1 & t \geq 0 \end{cases}$$

$$\mathcal{L}\{u_G(t)\} = A \int_0^{+\infty} \underbrace{H(t)}_{=1} e^{-st}\, dt = A \cdot \frac{1}{s}$$



$$T_i - T_{is} = d$$
$$\phi_v - \phi_{vs} = u$$
$$T_u - T_{us} = y$$



$\}\ \phi_v^* - \phi_{vs} = A$

IN BASE ALLA VELOC. DELL'ATTUATORE

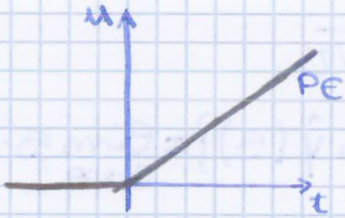
X CALCOLARE VARIA T AL VARIARE DI ϕ_v CON FUNZ. A GRADINO

APERTURA + CHIUSURA ISTANTANEA → DIFFICILE DA REALIZZARE

$\hat{u}(s) = A$

4) FUNZ. A RAMPA

$u(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ At & t>0 \end{cases}$



$\hat{u}(s) = \dfrac{A}{s^2}$

5) FUNZ. SINUSOIDALE → ANALISI DI FREQUENZA

NON NELLA PRATICA, MA UTILE x PROGETTARE CONTROLLORE

ESERCIZI

1) $\hat{X}(s) = \dfrac{s(s+1)}{(s+2)(s+3)(s+4)}$

$\hat{X}(s) = \dfrac{A}{s+2} + \dfrac{B}{s+3} + \dfrac{C}{s+4}$ $\quad \begin{cases} s=-2 \\ s=-3 \\ s=-4 \end{cases}$

$\left.\dfrac{s(s+1)\cancel{(s+2)}}{\cancel{(s+2)}(s+3)(s+4)}\right|_{s=-2} = \left. A\dfrac{\cancel{s+2}}{\cancel{s+2}} + B\dfrac{\cancel{s+2}}{s+3} + \emptyset \right|_{s=-2}$

$A = 1$

$\left.\dfrac{s(s+1)(s+3)}{(s+2)(s+3)(s+4)}\right|_{s=-3} = \left. \dfrac{A\cancel{(s+3)}}{(s+2)} + \dfrac{B\cancel{(s+3)}}{\cancel{(s+3)}} + \dfrac{C\cancel{(s+3)}}{(s+4)} \right|_{s=-3}$

$B = -6$

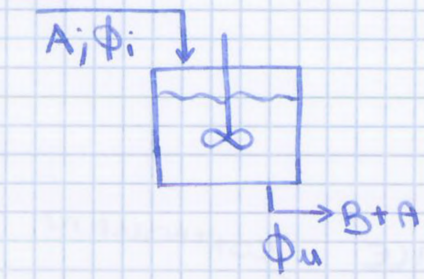
$\left.\dfrac{s(s+1)(s+4)}{(s+2)(s+3)(s+4)}\right|_{s=-4} = C \Rightarrow C = 6$

$\hat{Y} = \dfrac{1}{s+2} + \dfrac{-6}{s+3} + \dfrac{6}{s+4}$

$y = e^{-2t} - 6e^{-3t} + 6e^{-4t}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 23 di 171

ES



$2A \rightarrow B$

$R_A = -k C_A^2$

CSTR

ISOTERMO $\rightarrow T = COST$

$\phi_1 = \phi_u = \phi = COST$

$C_{Au}(\tau) = f(C_{Ai})$ OBIETTIVO

$C_{Ai}; \cancel{T_i}; \cancel{\phi_i}$

$C_{Au}; \cancel{T_u}; \cancel{\phi_u}$

$\cancel{C_A}; \cancel{T}; V$

C_{Ai} DISTURBO $\rightarrow d$

C_{Au} D'USCITA $\rightarrow y$

$\cancel{C_A}, V$ DI STATO $\rightarrow x$

IPOTESI SEMPLIFICATIVE: (Hp)

$\phi_u = \phi_i = COST$

$T = COST$

$\rho, C_p = COST$

$k = COST$

$C_A = C_{Au} \leftarrow$ PERFETTAM. MIX

BILANCI DI MATERIA:

$$e + \underbrace{\cancel{g}}_{\rightarrow 0} = u + \underbrace{\cancel{a}}_{\rightarrow 0}$$

$$\rho_i \phi_{is} = \rho_u \phi_{us} \rightarrow \phi_{is} = \phi_{us} \leftarrow \text{STATICO}$$

$$\rho_i \phi_i = \rho_u \phi_u + \frac{d(\rho V)}{dt} \Rightarrow \rho \frac{dV}{dt} = \emptyset \Rightarrow V = COST. \leftarrow \text{DINAMICO}$$

BILANCI AL COMPONENTE A:

STATICO: $\phi_u C_{Aus} = \phi_i C_{Ais} + R_A V$

USIAMO LAPLACE X RISOLVERLA:

$$C_A(t=\phi)=C_{AS}$$

$$y(t\neq\phi)=C_A(t=\phi)-C_{AS}=C_{AS}-C_{AS}=\phi$$

$$\frac{1}{\tau}\hat{d}-\frac{1}{\tau}\hat{y}-2kC_{AS}\hat{y}=s\hat{y}-\underbrace{y(0)}_{=0}$$

$$\hat{y}\left(s+\frac{1}{\tau}+2kC_{AS}\right)=\frac{1}{\tau}\hat{d}$$

$$\hat{y}=\underbrace{\frac{1}{\tau\left(s+\frac{1}{\tau}+2kC_{AS}\right)}}_{G_d}\hat{d}$$

$$\hat{d}\rightarrow\boxed{G_d}\rightarrow\hat{y}$$

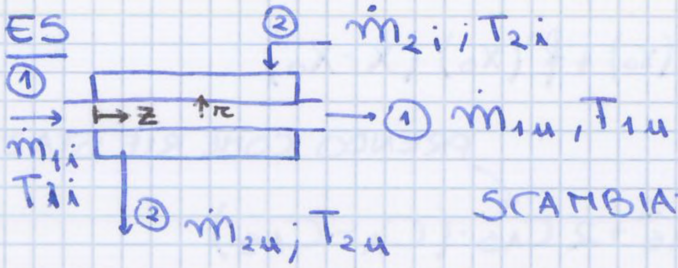
G_d → FUNZIONE DI TRASFERIMENTO

MODELLI A PARAMETRI DISTRIBUITI

$f(t;s)$

PFR, TUBO CON GAS ALL'INTERNO (PERDE p E SI ESPANDE)

ES



SCAMBIATORE Q

$\dot{m}_1$; T_{1i}; T_{1u} $\qquad$ $T_1; T_2=f(z)$

$\dot{m}_2$; T_{2i}; T_{2u}

$T_1=f(t,z)$

$T_1(z=0)=T_{1i}$

$T_1(z=\ell)=T_{1u}$ $\qquad$ $\dot{m}_1, \dot{m}_2, T_1(t,z), T_2(t,z)$

3 VARIABILI DI PROCESSO

$d = T_{1i} - T_{1is} = T_1(z=\phi, t) - T_{1s}(z=\phi, t)$

$y = T_{1u} - T_{1us}$

$$\rho A_R C_p \frac{\partial (T_1 - T_{1s})}{\partial t} = -\dot{m} C_p \frac{\partial (T_1 - T_{1s})}{\partial t} + U \frac{A_L}{L}(T_w - T_1 - T_w + T_{1s})$$

$$\rho A_R C_p \frac{\partial y}{\partial t} = -\dot{m} C_p \frac{\partial y}{\partial z} - \frac{U A_L}{L} y$$

$y(z=\phi, t) = d$

$y(z, t=\phi) = T_1(z, t\neq 0) - T_{1s}(z) = \phi$

$\quad \hookrightarrow T_{1s}(z)$

$$\rho A_R C_p (s\hat{y} - y(t=\phi)) = -\dot{m} C_p \frac{d\hat{y}}{dz} - \frac{U A_L}{L} \hat{y}$$

$$\rho A_R C_p s\hat{y} = -\dot{m} C_p \frac{d\hat{y}}{dz} - \frac{U A_L}{L} \hat{y}$$

$$\hat{f}(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{+\infty} e^{-st} f(t)\, dt$$

SOLO RISPETTO A t, NON z

EQUAZ. DIFFERENZIALE A VARIABILI SEPARABILI

TUTTO DIPENDE DALLO CONDIZ. INIZIALE SCELTA

$$\left(\frac{\rho A_R C_p s}{\dot{m} C_p} + \frac{U A_L}{\dot{m} C_p L}\right) \int_0^z dz = -\int_{\hat{y}(z=0)}^{\hat{y}(t)} \frac{d\hat{y}}{\hat{y}}$$

$$\ln \hat{y} \Big|_{\hat{y}(z=0)}^{\hat{y}(t)} = -\left(\frac{\rho A_L C_p s}{\dot{m} C_p} + \frac{U A_L}{\dot{m} C_p L}\right) z$$

$$\ln \frac{\hat{y}(t)}{\hat{y}(z=0)} \qquad \hat{y}(z=0) = \hat{d}$$

$$\frac{\hat{y}(t)}{\hat{d}} = e^{-\frac{\rho A_R s}{\dot{m}} z - \frac{U A_L}{\dot{m} C_p} \cdot z}$$

$$\frac{kg \cdot m^2 \cdot m}{m^3\, kg \cdot s^{-1}} = [s]$$

$$Q(s) = \frac{N(s)}{D(s)}(s+b)^r$$

$$\alpha_{r-i} = \frac{1}{i!}\frac{d^{(i)}Q(s)}{ds^i}\Big|_{s=-b} \qquad i = 0 \dots r$$

ES

$$\hat{X}(s) = \frac{s+4}{(s+1)^2} = \frac{\alpha_1}{(s+1)} + \frac{\alpha_2}{(s+1)^2}$$

$$Q(s) = \frac{(s+4)}{(s+1)^2}\cdot(s+1)^2 = s+4$$

- $i = 0$; $r = 2$

$$\alpha_2 = \frac{d^{(0)}Q(s)}{ds^{(0)}}\Big|_{s=-1} = Q(s)\Big|_{s=-1} = s+4\Big|_{s=-1} = 3$$

- $i = 1$; $r = 2$

$$\alpha_1 = \frac{dQ(s)}{ds}\Big|_{s=-1} = \frac{d(s+4)}{ds}\Big|_{s=-1} = 1\Big|_{s=-1} = 1$$

$$\hat{X}(s) = \frac{1}{s+1} + \frac{3}{(s+1)^2}$$

$$\frac{1}{s-a} \rightarrow e^{at}$$

$$\frac{1}{s^2} \rightarrow t$$

$$x(t) = e^{-t} + 3t\underbrace{e^{-t}}_{\text{RITARDO}}$$

★ RADICI CONIUGATE COMPLESSE

$$\hat{X}(s) = \frac{N(s)}{(s-a)^2+b^2} \rightarrow p_{1,2} = a \pm bj$$

$$\hat{X}(s) = \frac{N(s)}{(s-a)^2+b^2} = \frac{\alpha_1 b}{(s-a)^2+b^2} + \frac{(s-a)\alpha_2}{(s-a)^2+b^2}$$

$$\begin{cases} \alpha_2 = \dfrac{-36 \cdot 2j}{-9 \cdot 2j} = 4 \\ \alpha_3 = -\dfrac{24+24}{9+9} = -\dfrac{8}{3} \end{cases}$$

$$\hat{X}(s) = \frac{\frac{8}{3}}{s} + \frac{12}{s^2+9} - \frac{\frac{8}{3}s}{s^2+9}$$

$$\frac{1}{s} \rightarrow 1$$

$$\frac{1}{s^2+a^2} \longrightarrow \frac{\sin(at)}{a}$$

$$\frac{s}{s^2+a^2} \longrightarrow \cos(at)$$

$$\hat{X}(s) = \frac{8}{3} + \frac{\cancel{12}^{\,4}}{\cancel{3}} \sin(3t) - \frac{8}{3}\cos(3t)$$

SISTEMI LINEARI A BASSO ORDINE

$$G_p(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \longrightarrow n_d \leq 1 \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

<u>SIST. DI 1° ORDINE</u>

$n_d = 1$

$$a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b\underbrace{u}_{f(t)}$$

$$\underbrace{\frac{a_1}{a_0}}_{\tau} \frac{dy}{dt} + y = \underbrace{\frac{b}{a_0}}_{K} u$$

K = GUADAGNO STATICO DEL PROCESSO

QUANDO y SENTE UNA VARIAZ. DI u

τ = TEMPO CARATTERISTICO DEL PROCESSO

↓

INDICE DELLA REATTIVITÀ

$$A\frac{dh}{dt} = \phi_1 - \underbrace{\phi_u}_{\to f(h)}$$

$V_a \ll V_b$

$$\rho g y_a + \frac{1}{2}\rho v_a^2 + \cancel{p_a} = \rho g y_b + \frac{1}{2}\rho v_b^2 + \cancel{p_b}$$

$$\rho (g)\cdot(\underbrace{y_a - y_b}_{h}) = \frac{1}{2}\rho(\underbrace{v_b^2 - v_a^2}_{v_b^2})$$

$$V_b = \sqrt{2gh} \qquad C = \sqrt{2g}\cdot\pi R^2$$

COST.

$$\phi_u = \pi R^2_{TUBO}\cdot V_b = C\sqrt{h}$$

$$\phi_{is} = \phi_{us} \Rightarrow \phi_{is} = C\sqrt{h_s} \quad (1)$$

$$A\frac{dh}{dt} = \phi_1 + C\sqrt{h} \quad (2)$$

$(2)-(1)$

$$A\frac{dh}{dt} = (\phi_i - \phi_{is}) - C(\sqrt{h} - \sqrt{h_s})$$

$$y = h - h_s$$

$$d = \phi_i - \phi_{is}$$

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x - x_0) \qquad \begin{cases} f(x) = \sqrt{h} \\ x = h \\ x_0 = h_s \end{cases}$$

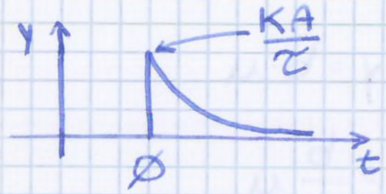
$$\sqrt{h} = \sqrt{h_s} + \frac{1}{2\sqrt{h_s}}(h - h_s)$$

$$A\frac{dh}{dt} = (\phi_i - \phi_{is}) - \frac{C}{2\sqrt{h_s}}(h - h_s)$$

$$A\frac{dh}{dt} = u - \frac{C}{2\sqrt{h_s}}y \qquad C^* = \frac{C}{2\sqrt{h_s}}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 35 di 171

$$y(t) = \frac{KA}{\tau} e^{-t/\tau}$$



SI COMPORTA COSÍ ∀ SIST. DEL 1° ORDINE CON DISTURBO DI IMPULSO A

INIZIAMO ANALISI DEL COMPORTAM. DINAMICO

* GRADINO DI AMPIEZZA A

$$\hat{u} = A \cdot \frac{1}{s}$$

$$\hat{y} = \frac{KA}{\tau(s+1/\tau)\cdot s} = \frac{\alpha_1}{s} + \frac{\alpha_2}{s+1/\tau}$$

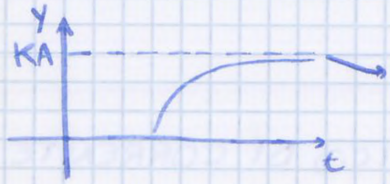
$p_1 = \emptyset \; ; \; p_2 = -1/\tau$

$\alpha_1)$ $\left.\frac{KA}{\tau(\cancel{s}+1/\tau)}\right|_{s=\emptyset} = \alpha_1\Big|_{s\neq 0} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{KA}{\cancel{\tau}(\cancel{s}+1/\cancel{\tau})} = KA$

$\alpha_2)$ $\left.\frac{KA}{\tau s}\right|_{s=-1/\tau} = \alpha_2 \Rightarrow \alpha_2 = -KA$

$$\hat{y} = \frac{KA}{s} - \frac{KA}{s+1/\tau}$$

$$y(t) = KA - KAe^{-t/\tau} = KA(1-e^{-t/\tau})$$



NUOVO STATO STAZIONARIO

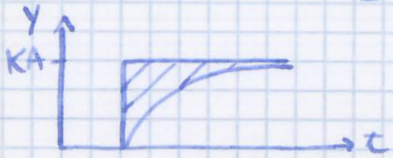
$\left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=\emptyset} = \frac{KA}{\tau} \neq \emptyset$ — SENTO SUBITO IL DISTURBO

↓

IN TUTTI I SIST. DI 1° GRADO

↓

DI GRADI MAGGIORI RITARDO

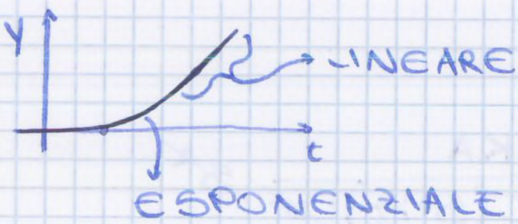


$$\hat{Y} = \frac{-KA\tau}{s} + \frac{KA}{s^2} + \frac{KA\tau}{(s+1/\tau)}$$

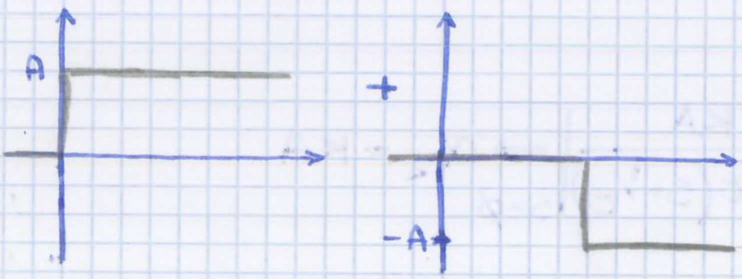
$\hat{R}(s)$	$R(t)$
• $\frac{1}{s}$	1
• $\frac{1}{s^2}$	t
• $s+b$	e^{-bt}

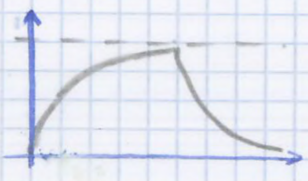
$$y(t) = -KA\tau + KAt + KA\tau\, e^{-t/\tau}$$

$$y(t) = KA\tau\left[e^{-t/\tau} + t/\tau - 1\right]$$



* ONDA QUADRA



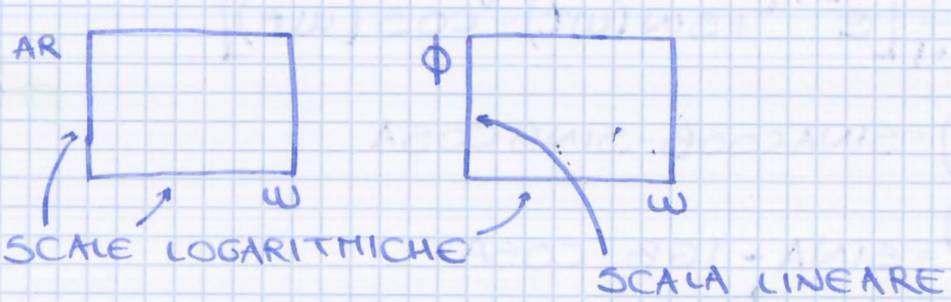


$$AR = \frac{AK/\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}{A} \quad \leftarrow \text{AMPIEZZA RISPOSTA}$$

$\downarrow$ AR VS ω

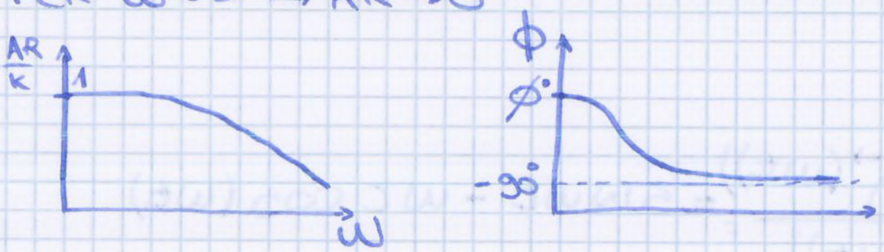
AL VARIARE DELLA FREQ. STUDIERÒ SFASAMENTO, AR

DIAGRAMMI DI BODE



PER $\omega \to 0 \Rightarrow AR \to K$

PER $\omega \to \infty \Rightarrow AR \to 0$

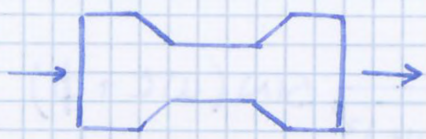


SISTEMA A GUADAGNO PURO

$y = Ku$

$\hat{y} = K\hat{u} \quad \longleftarrow \tau = 0 \rightarrow$ RISPOSTA VELOCISSIMA

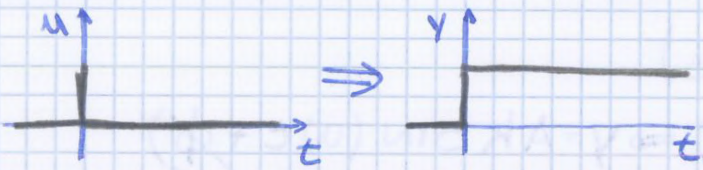
ES: VARIAZ. p X FLUIDO INCOMPRIMIBILE AL VARIARE DELLA PORTATA



$\Delta p \propto \phi$

$\phi = \frac{1}{R}\Delta p \rightarrow$ HAGEN-POISEUILLE

SE DISTURBO È UN IMPULSO ⇒ RISP: GRADINO



SE ABBIAMO UNA RAMPA ⇒ RISP: PARABOLA

UN <u>ESEMPIO</u> È UN SERBATOIO CON LIQUIDO INCOMPRIMIBILE SVUOTATA DA POMPA

ϕ_u NON DIPENDE DA h, MA È COSTANTE

$h = f(\phi_i)$

$u + \cancel{a} = e + \cancel{g} \Rightarrow \phi_{is} = \phi_{us}$ (1)

$u + a = e + \cancel{g}$

$\Downarrow$

$\phi_u + \frac{d(Ah)}{dt} = \phi_i$ (2)

$$A\frac{dh}{dt} = (\phi_i - \phi_{is}) - \cancelto{=0}{(\phi_u - \phi_{us})}$$

$$\begin{cases} y = h_i - h_{is} \\ u = \phi_i - \phi_{is} \end{cases}$$

$$A\frac{dy}{dt} = u \Rightarrow \frac{dy}{dt} = \frac{1}{A}u$$

$$s\hat{y} - \underbrace{y(0)}_{\to 0} = \underbrace{\frac{1}{A}}_{= K} u$$

$$\hat{y} = \frac{K}{s}\hat{u}$$

SISTEMI LINEARI DI ORDINE SUPERIORE

$G = \frac{N(\ )}{D(\ )} \to >1$

- 2° ORDINE
- ORDINE n
- ORDINE ∞ → RITARDO PURO

SISTEMI CON 2 PRIMI ORDINI IN SERIE

$$u \to \boxed{G_1} \xrightarrow{y_1} \boxed{G_2} \to y_2$$

$G_1 = \frac{K_1}{\tau_1 s + 1}$

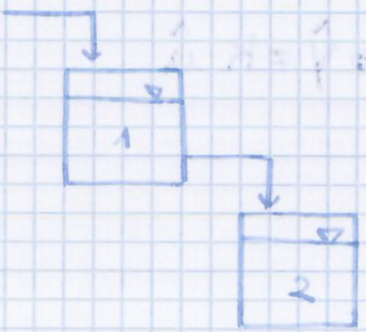
$y_2 = f(u)$

$G_2 = \frac{K_2}{\tau_2 s + 1}$

1) SERIE DI SISTEMI INTERAGENTI
2) SERIE DI SISTEMI NON INTERAGENTI

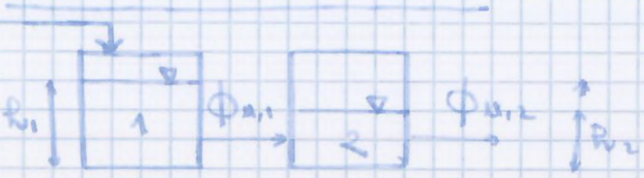
1) G_1 DIPENDE DA G_2 (E VICEVERSA)
2) G_1 NON È INFLUENZATO DA G_2

SISTEMI NON INTERAGENTI



$\phi_{u,1}$ NON INFLUENZATO DA (2)

SISTEMI INTERAGENTI



IL BATTENTE DEL 2 INFLUENZA $\phi_{u,1}$

$$\underbrace{\frac{A_1}{C_1}}_{\tau_1}\frac{dy_1}{dt}+\frac{C_1}{C_1}y=u\underbrace{\frac{1}{C_1}}_{K_1}$$ DIVIDIAMO TUTTO X C_1

$$\tau_1\frac{dy_1}{dt}+y_1=K_1u$$

$$\tau_1(\hat{y}_1\cdot s-\underbrace{y_1(0)}_{\to 0})+\hat{y}_1=K_1\hat{u}$$

CONDIZ $y_1(0)=0$ POICHÉ FA RIFERIM. A CONDIZ. STAZ.

$$\hat{y}_1=\frac{K_1}{\tau_1 s+1}\hat{u}$$

$$2)\ A_2\frac{dh_2}{dt}+C_2(h_2-h_{2S})=C_1(h_1-h_{1S})$$

$$\frac{d''(h_2-h_S)}{dt}$$

$$\frac{dy_2}{dt}\cdot A_2+C_2y_2=C_1y_1$$

$$\underbrace{\frac{A_2}{C_2}}_{\tau_2}\frac{dy_2}{dt}+y_2=\underbrace{\frac{C_1}{C_2}}_{K_2}y_1$$

$$\tau_2\underbrace{\frac{dy_2}{dt}}_{(y}+y_2=K_2y_1$$

$$\tau_2(s\hat{y}_2-\underbrace{y_2(0)}_{\to 0})+\hat{y}_2=K_2\hat{y}_1$$

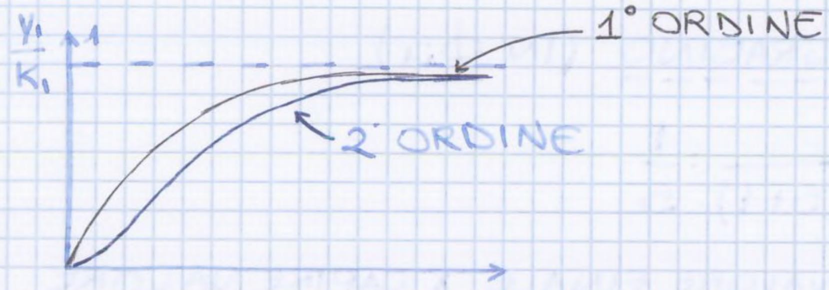
$$\hat{y}_2=\frac{K_2}{\tau_2 s+1}\hat{y}_1$$

OBIETTIVO ERA: $h_2=f(\phi_{i1})$

$$\hat{y}_2=\frac{K_1\cdot K_2}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}\hat{u}$$

$K=K_1\cdot K_2$

$$\hat{y}_2=\frac{K}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}\cdot\hat{u}$$



RISPOSTA + ATTENUATA AL DISTURBO
(+ RILUTTANZA)

SISTEMA INTERAGENTE

DIFFERENZA: $\phi_{1u} = C_1(h_1 - h_2)$

EQUAZIONI STAZIONARIE:

1) $\cancel{\rho}\,\phi_{u1,s} = \cancel{\rho}\,\phi_{i1,s} \longrightarrow \phi_{i1,s} - C_1(h_{1s} - h_{2s}) = 0$

2) $\cancel{\rho}\,\phi_{u2,s} = \cancel{\rho}\,\phi_{i2,s} \longrightarrow C_1(h_{1s} - h_{2s}) = C_2 h_{2s}$

EQUAZ. DINAMICHE:

1) $\frac{d(A_1 h_1 \cancel{\rho})}{dt} + \cancel{\rho}\, C_1(h_1 - h_2) = \cancel{\rho}\,\phi_{i1}$

$A_1 \frac{dh_1}{dt} + h_1 C_1 - h_2 C_1 = \phi_{i1}$

2) $\frac{d(A_2 h_2 \cancel{\rho})}{dt} + C_2 h_2 = C_1(h_1 - h_2)$

VARIABILI DI SCARTO

1) $A_1 \frac{dh_1}{dt} + C_1(\underbrace{h_1 - h_{1s}}_{y_1}) - C_1(\underbrace{h_2 - h_{2s}}_{y_2}) = \underbrace{\phi_{i1} - \phi_{i1,s}}_{u}$

$\underbrace{\frac{A_1}{C_1}}_{\tau} \frac{dy_1}{dt} + y_1 - y_2 = \underbrace{\frac{1}{C_1}}_{K_1} u$

SIST. INTERAGENTE SI COMPORTA COME SIST. NON INTERAGENTE CON $\tau \neq$

SISTEMI DEL SECONDO ORDINE

$\tau = \sqrt{\frac{a_2}{a_0}}$ → TEMPO CARATTERISTICO (REATTIVITÀ

$2\zeta\tau = \frac{a_1}{a_0}$ → COEFF. SMORZAM.)

$K = \frac{b}{a_0}$ → AMPLIFICAZIONE

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = bu$$

$$\tau^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + \dots$$

$\zeta \geq 1$ SMORZATO

ESEMPIO: SERIE DI 2 SIST. DEL 1° ORDINE NON INTERAG.

$$G = \frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1}$$

$$G_{\substack{NON \\ INTER}} = \frac{K_1 K_2}{\tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2) s + 1}$$

$K = K_1 K_2$

$\tau^2 = \tau_1 \tau_2 \Rightarrow \tau = \sqrt{\tau_1 \tau_2}$

$$2\zeta\tau = \tau_1 + \tau_2 \Rightarrow \zeta = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2\sqrt{\tau_1 \tau_2}}$$

② $\zeta = 1$ CRITICAMENTE SMORZATO

$r_{1,2} = -\frac{1}{\tau}$

REAGISCE + VELOCEM. POSSIBILE SENZA PORTARE A OSCILLAZIONI

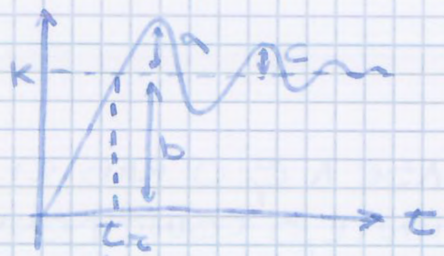
DERIVATA NULLA A $t \to 0$

SE $t \to \infty \Rightarrow \to K$

③ $0 > \zeta > 1$ FUNZIONI SINUSOIDALI

NONOSTANTE DISTURBO SIA A GRADINO

CHE TENDONO A DECRESCERE IN AMPIEZZA NEL TEMPO



t_r = TEMPO X RAGGIUNGERE LA 1ª VOLTA LO STAZ. → DI RISALITA

t_p = TEMPO DI MASSIMA ESCURSIONE (1° PICCO)

t_s = TEMPO ASSESTAM. → ESCURSIONE CON MAX 5%

$1{,}05b < y < 0{,}95b$

OVERSHOOT → $OS = a/b$

VELOCITÀ DI SMORZAM: $DR = c/a$

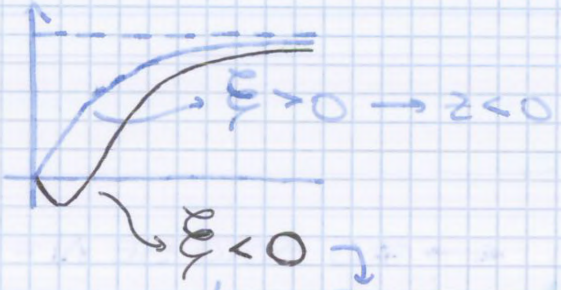
PERIODO DI OSCILLAZ. (P) = t TRA a E c

$n_d - n_N \geq 0$

ZERI INFLUENZANO LA RISPOSTA

LA PRESENZA DI UNO ZERO VELOCIZZA LA VELOC. X ARRIVARE ALLO STAZ. E ABBASSA DI UN GRADO IL SIST.

↳ES: DA 2° ORDINE A 1° ORDINE ⇒ $\left.\frac{dy_t}{dt}\right|_0 \neq 0$



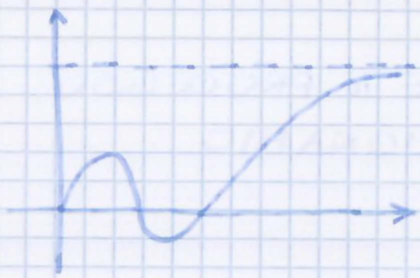
$z = \frac{-1}{\xi}$

SOLUZ. DI UNA RADICE

RISPOSTA INVERSA

MOLTO COMPLESSI

SE CI SONO + ZERI

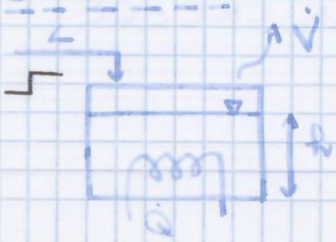


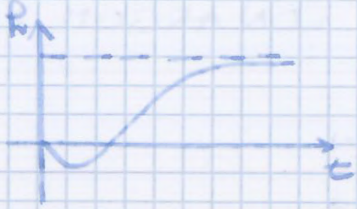
RISPOSTA INVERSA SE

1 ZERO POSITIVO

RADICI DISPARI

ESEMPIO

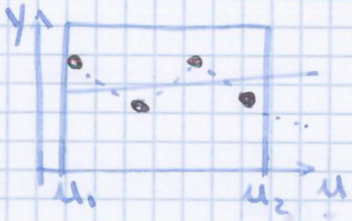




© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 55 di 171

POSSIAMO SCEGLIERE QUELLO A NOI ASSOMIGLIA DI +

PROBL: ESTRAPOLAZIONI FUORI DALL'INTERVALLO



$y = au + b$

$a, b = ?$

IDENTIFICAZIONE DI PROCESSO

≠ DA SIMULAZIONE DI PROCESSO (CONOSCO MODELLO, PRECIDO y)

REGRESSIONE LINEARE/NON LINEARE

$\min_{a,b} J$ → FUNZIONE DI COSTO

$ISE = \sum_{i=1}^{n} (\tilde{y}_i - y_i)^2$ INTEGRAL SQUARE ERROR

TEORICO SPERIM.

$IAE = \sum_{i=1}^{n} |(\tilde{y}_i - y_i)$ INTEGRAL ABSOLUTE ERROR

ISE, IAE DEVONO ESSERE MINIME

1) OBIETTIVO DEL MODELLO
→ USO FINALE
→ BACKGROUND UTENTE

2) y, u ← IDENTIFICARE

3) PROGRAMMARE GLI ESPERIMENTI
$[u_{MIN}; u_{MAX}]$ → INTERVALLO

4) SCELTA MODELLO → DA GRAFICO

5) IDENTIFICAZIONE DI PROCESSO

A) $G_A = \frac{K}{\tau s + 1} \Rightarrow K, \tau$

B) $G_B = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-\alpha s} \Rightarrow K, \tau, \alpha$

C) $G_C = \frac{K}{\tau^2 s + 2\xi\tau s + 1} e^{-\alpha s} \Rightarrow K, \tau, \xi, \alpha$

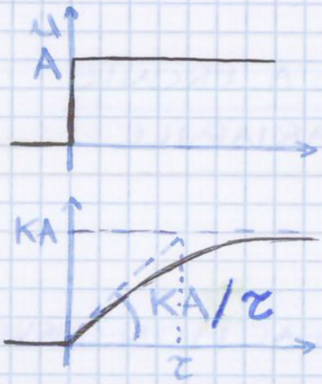
→ REGRESSIONE DATI SPERIM.

→ METODO GRAFICO

6) CONVALIDA → CAMBIO IL DISTURBO E VEDO SE E' IN ACCORDO

METODO GRAFICO X 5)

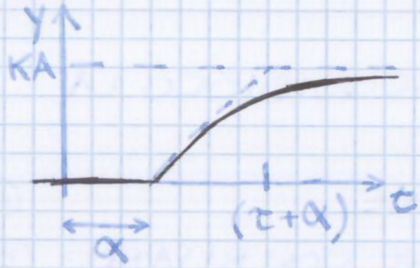
A) 1° ORDINE



RICAVO K DA VALORE ASINTOTICO

UNA VOLTA RICAVATA K TRACCIO LA TANGENTE ALLA RETTA X DETERMINARE (τ = INTERSEZIONE TRA RETTA TANG. ALL'ORIGINE E ALLA RETTA TANG. ALLO STAZION., OVVERO L'ASINTOTO)

B) 1° ORDINE + RITARDO

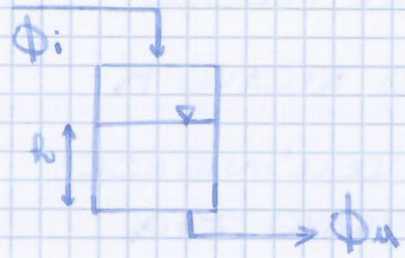


DETERMINO K DALLO STAZ.

α = PUNTO DI DISTACCO

τ = COME PRIMA $- \alpha$

2a) $\phi_i = 87\ l/min$ $\quad h = ?$



OBIETTIVO:
$h = h(\phi_i)$

IPOTESI:
ISOTERMO $\Rightarrow \rho = COST.$
(ϕ_i NON DIPENDE ϕ_u)

BILANCIO STAZ: $\cancel{a} + u = \cancel{g} + e$

$$\cancel{\rho}\,\phi_{u_s} = \cancel{\rho}\,\phi_{i_s} \Rightarrow \phi_{u_s} = C_1 \cdot h_{1s} = \phi_{is} \quad (1)$$

$$h_{is} = \frac{\phi_{is}}{C_1} = \frac{0,037\ m^3/min}{0,1\ m^2/min} = 0,37\ m$$

BILANCIO DINAMICO: $a + u = \cancel{g} + e$

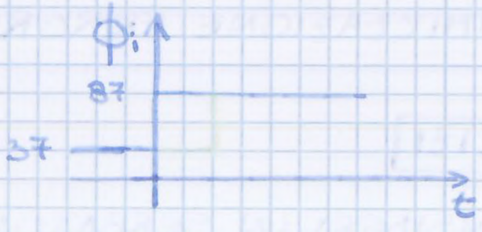
$$\frac{d(A h \cancel{\rho})}{dt} + \cancel{\rho}\, C_1 h = \phi_i \cancel{\rho} \quad (2)$$

$$(2)-(1) \Longrightarrow A\frac{dh}{dt} + C_1(\underbrace{h - h_s}_{y}) = \underbrace{\phi_i - \phi_{is}}_{u}$$

$$A\frac{dy}{dt} + C_1 y = u$$

$$\frac{A}{C_1}\frac{dy}{dt} + y = u \cdot \frac{1}{C_1} \qquad \tau = \frac{A}{C_1} \qquad K = 1/C_1 \qquad \begin{cases} \tau = 2,5 \\ K = 10 \end{cases}$$

$$\tau\frac{dy}{dt} + y = K u$$



$$2,5(\hat{y}(s) - y(0)) = 10\,\hat{u} - \hat{y}$$

$$\hat{y} = \frac{10}{2,5 \cdot s + 1}\hat{u}$$

$$\hat{u} = \frac{|87 - 37|}{s} = \frac{50}{s}$$

X BODE METODO CLASSICO:

$\hat{y} = G\,\hat{u}$

$\hat{u} = \dfrac{A\omega}{s^2+\omega^2}$ MOLTO COMPLICATO

METODO ALTERNATIVO:

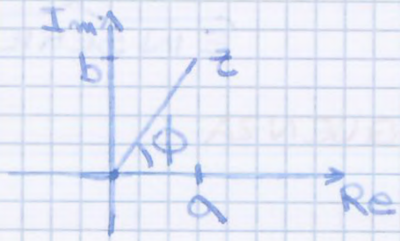
$G(s)\big|_{s=j\omega}$ ← IMMAGINARIO PURO

$G(s)\big|_{j\omega} = Re(\omega) + j\,Im(\omega)$

$AR = |G(j\omega)|$ ← MODULO DI G

$\phi = \angle G(j\omega)$ ← ARGOMENTO DI G

$z = a + jb$



$|z| = \sqrt{a^2+b^2}$

$AR = |G(j\omega)| = \sqrt{Re^2(\omega) + Im^2(\omega)}$

$\phi = \angle G(j\omega) = \tan^{-1}\left(\dfrac{Im(\omega)}{Re(\omega)}\right)$

DIMOSTRAZIONE

$\hat{y} = G\,\hat{u}$

$\hat{y} = G(s)\dfrac{A\omega}{s^2+\omega^2}$

$\hat{y} = \underbrace{\sum \dfrac{A_i}{s-z_i}}_{\text{DA ESPANS. } G(s)} + \underbrace{\dfrac{B_1}{s-j\omega} + \dfrac{B_2}{s+j\omega}}_{\text{ESPANS. DA } \hat{u}}$

$$\frac{G(j\omega)A\cancel{\omega}}{2j\cancel{\omega}} = B_1$$

TRALASCIANDO I CALCOLI:

$$B_2 = \frac{-AG(j\omega)}{2j}$$

$$y(t)\Big|_{t\to+\infty} = \left(\frac{AG(j\omega)}{2j} - \frac{AG(-j\omega)}{2j}\right)\cdot \cos(\omega t) +$$
$$+j\left(\frac{AG(j\omega)}{2j} + \frac{AG(-j\omega)}{2j}\right)\sin(\omega t)$$

$$G(j\omega) = Re(\omega) + jIm(\omega)$$

$$y(t)\Big|_{t\to+\infty} = \frac{A}{2j}\left[\cancel{Re(\omega)} + jIm(\omega) - \cancel{Re(\omega)} +\right.$$
$$\left. + jIm(\omega)\right]\cos(\omega t) + \frac{jA}{2j}\left[Re(\omega) + j\cancel{Im(\omega)} +\right.$$
$$\left. + Re(\omega) - j\cancel{Im(\omega)}\right]\cdot \sin(\omega t)$$

$$y(t)\Big|_{t\to+\infty} = \frac{A}{2}2Im(\omega)\cos\omega t + \frac{A}{2}2Re(\omega)\sin(\omega t)$$
$$= A\left[Im(\omega)\cdot\cos(\omega t) + Re(\omega)\cdot\sin(\omega t)\right]$$

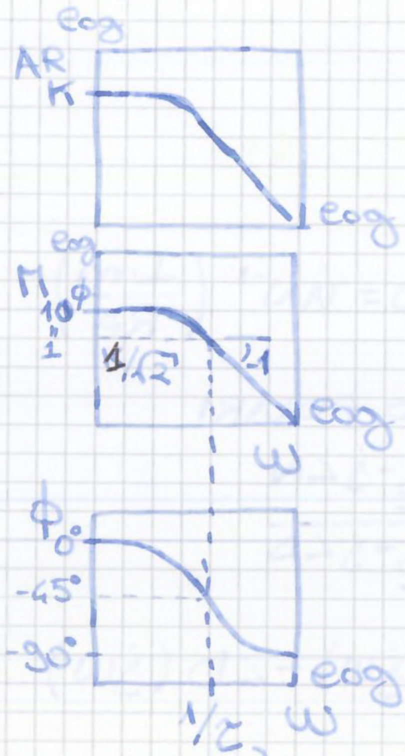
$$p\cos(\theta) + q(\sin\theta) = \rho\sin(\theta + \psi)$$

$$\rho = \sqrt{p^2 + q^2}$$

$$\psi = \tan^{-1}\left(\frac{p}{q}\right)$$

$$y(t) = A\sqrt{Re^2 + Im^2}\,\sin(\omega t + \phi)$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{Im}{Re}\right) \qquad AR = \sqrt{Re^2 + Im^2}$$



OPPURE $M = \frac{AR}{K}$

MAGNITUDE

GUADAGNO DEL PROC.

$$\log\left(\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}\right) = -1\log(\omega\tau)$$

SE ω GRANDE $\approx \sqrt{\omega^2\tau^2} = 1/\omega\tau$

SE ω PICCOLO $\approx 1/\sqrt{1}$

CON LOGARITMO (NELLA SCALA)

$1/\tau$ → FREQUENZA DI CROSSOVER O BREAK FREQUENCY

ESERCIZIO 2

2 SIST. IN SERIE → SOVRASMORZATO

$$G = \frac{K}{\tau_1\tau_2 s^2 + (\tau_1+\tau_2)s + 1}$$

$$G = \frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1}$$

$\tau^2 = \tau_1\tau_2 \Rightarrow \tau = \sqrt{\tau_1\tau_2}$

$2\zeta\tau = \tau_1 + \tau_2 \Rightarrow \zeta \ \frac{\tau_1+\tau_2}{2\sqrt{\tau_1+\tau_2}}$

$\zeta > 1$

$\frac{\tau_1+\tau_2}{2\sqrt{\tau_1\tau_2}} > 1 \Rightarrow \tau_1+\tau_2 > 2\sqrt{\tau_1\tau_2}$

$\tau_1^2 + \tau_2^2 + 2\tau_1\tau_2 > 4\tau_1\tau_2$

ESERCIZIO

$\hat{R}(s) = \dfrac{K(\xi s+1)}{s(\tau s+1)}$ ANTICIPO-RITARDO CON DISTURBO A GRADINO $\left(\frac{1}{s}\right)$

X QUALE VALORE DI ξ/τ, $R(t \to +\infty) > R(t \to \phi)$?

$$\lim_{t \to \infty} R(t) = \lim_{s \to 0} s\,\hat{R}(s) = \frac{K(\cancel{\xi s}+1)}{1} = K$$

$$\lim_{t \to 0} R(t) = \lim_{s \to \infty} s\,\hat{R}(s) = \lim_{s \to \infty} \frac{K(\xi s+1)}{\tau s+1} = \frac{K\xi}{\tau}$$

$$K > \frac{K\xi}{\tau} \Rightarrow \frac{\xi}{\tau} < 1$$

ESERCIZIO

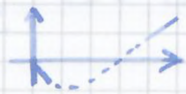
$G(s) = G_1(s) - G_2(s)$

$G_1(s) = \dfrac{K_1}{\tau_1 s+1}$ $\quad G_2(s) = \dfrac{K_2}{\tau_2 s+1}$

TALE SIST. PUÒ ESIBIRE RISP. INVERSA?
SE SÌ, QUANDO?

SE, IN CASO DI RADICI DISPARI, ALMENO UNA RADICE > 0

RISP. INVERSA SE $\lim_{t \to 0} G_1'(t)$ HA SEGNO OPPOSTO A $\lim_{t \to +\infty} G_1'(t)$



$$\lim_{t \to +\infty} R(t) = \lim_{s \to \phi} s\,\hat{R}(s) = \lim_{s \to 0} s \cdot G(s) \cdot \frac{1}{s}$$

$\frac{1}{s}$ ↳ GRADINO (SCELTO DA NOI)

$$= \lim_{s \to \phi} \left[\frac{K_1}{\tau_1 s+1} - \frac{K_2}{\tau_2 s+1}\right] = K_1 - K_2$$

SIST. CAPACITIVO

$$G(s)=\frac{K}{s}$$

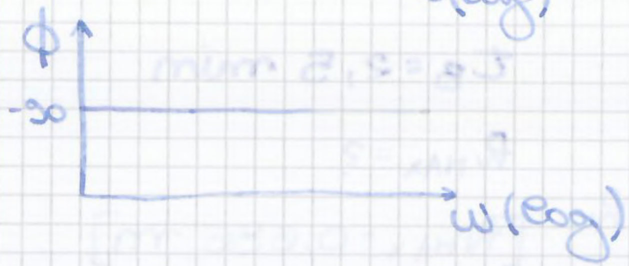
$$G(j\omega)=\frac{K}{j\omega}\cdot\frac{j}{j}=j\frac{K}{j^2\omega}=-j\frac{K}{\omega} \quad \begin{cases} Re=\emptyset \\ Im=-K/\omega \end{cases}$$

$$AR=\frac{K}{\omega} \qquad \phi=-TAN^{-1}(+\infty)=-90°$$

POICHE' SCALA DOPPIO LOGARITMICA

$$M=\frac{1}{\omega} \qquad \lim_{\omega\to+\infty} \log\frac{1}{\omega}$$

$$=-\underbrace{\log\omega}_{\text{ASCISSA}}$$



ANTICIPO DEL PRIMO ORDINE

$$G(s)=K(\xi s+1)$$

$$G(j\omega)=K+K\xi\omega j \quad \begin{cases} Re=K \\ Im=K\xi\omega \end{cases}$$

$$AR=K\sqrt{1+\xi^2\omega^2} \qquad \phi=TAN^{-1}(\xi\omega)$$

$$\omega\xi\to\emptyset \qquad AR/K\to 1$$

$$\omega\xi\to+\infty \qquad AR/K\to+\infty$$

$$\lim_{\omega\to+\infty}\log\left(\sqrt{1+\xi^2\omega^2}\right)=\log(\xi\omega)^{2/2}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 71 di 171

SE $\rho > 1$ COMPORTAM. OPPOSTO (VS L'ALTO)

SE $\rho = 1$ 2 RETTE ORIZZONTALI

RITARDO PURO

$$G(s) = e^{-\alpha s}$$

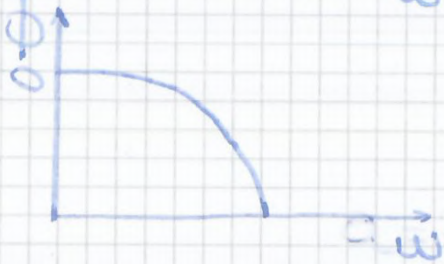
$$G(j\omega) = e^{-j\alpha\omega} = \cos(\alpha\omega) - j\sin(\alpha\omega)$$

$$AR = \sqrt{\cos^2 + \sin^2} = 1$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{-\sin(\alpha\omega)}{\cos(\alpha\omega)}\right) = -\tan^{-1}(\tan(\alpha\omega)) = -\alpha\omega$$

CAMBIA LINEARMENTE CON ω

↳ CI VIENE UN EXP. SUL GRAFICO



PRODUCE UN'INSTABILITÀ NEL PROCESSO

SIST. CON RITARDO

$$G(s) = G^*(s)\, e^{-\alpha s}$$

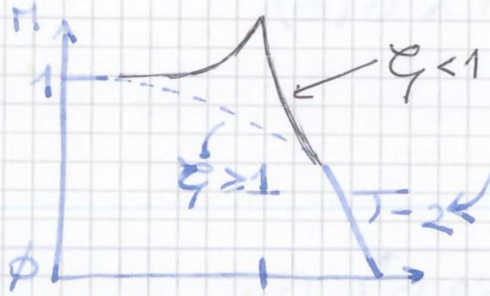
$AR = AR^*$ RITARDO NON MODIFICA AMPIEZZA

$$\phi = \phi^* - \alpha\omega$$

DA USARE IN CASO DI RITARDO

$$AR = \frac{K}{\sqrt{(1-\omega^2\tau^2)^2 + (2\xi\tau\omega)^2}}$$

$$\phi = tg^{-1}\left(\frac{-2\xi\tau\omega}{1-\omega^2\tau^2}\right)$$

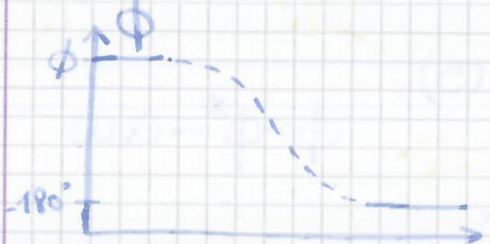


$\xi < 1$ → RISONANZA → PER $\xi < \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\log\sqrt{-\omega^4}$

PICCO IN:

$$\omega = \frac{1}{\tau}\sqrt{1-\xi^2}$$



SIST. 2° ORDINE + ANTICIPO

$$G(s) = \frac{K(\xi s+1)}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}$$

CASI $\neq$ IN BASE A SE: $\begin{cases} \xi < \tau_1 < \tau_2 \\ \tau_1 < \xi < \tau_2 \\ \xi > \tau_2 > \tau_1 \end{cases}$

ξ PORTA A UNA TRASLAZ. DI $\pm 90°C$

$\xi < 0$ → ZERO > → RISP. INVERSA → $-90°C$

$\xi > 0$ → ZERO < → $+90°C$

LA MAGNITUDE NON HA + PENDENZA -2, MA -1

SE $\xi < \tau_1 < \tau_2$ ABBIAMO UN MINIMO ($< -90°C$) IN ϕ

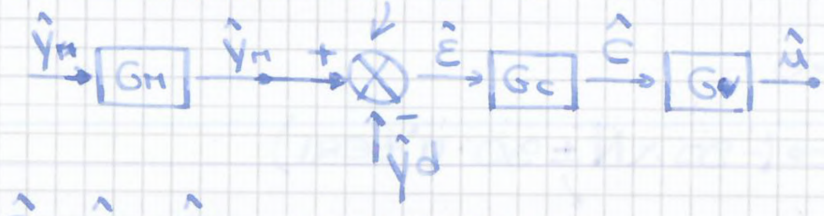
SE $\tau_1 < \xi < \tau_2$ NON ABBIAMO PICCO DI MINIMO, MENTRE M E' $\approx$

$\hat{y}_m = G_m \cdot \hat{y}$

FUNZ. DEL MISURATORE

VALORE MISURATO

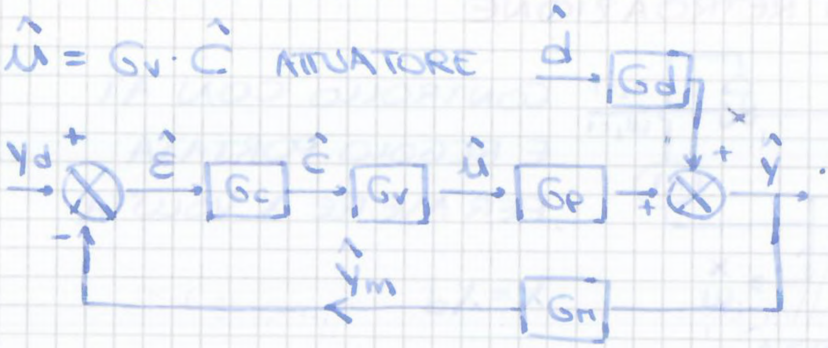
IL COMPARATORE INVECE



$\hat{\varepsilon} = \hat{y}_d - \hat{y}_m$ COMPARATORE

$\hat{c} = G_c \cdot \hat{\varepsilon}$ CONTROLLORE

$\hat{u} = G_v \cdot \hat{c}$ ATTUATORE



SISTEMA AD ANELLO CHIUSO

ORA DEFINIAMO LEGGE DI CONTROLLO (G_c)

PROBL. DI ASSERVIMENTO → CAMBIO $\hat{y}_d$ DESIDERATO

REGOLO $\hat{u}$ X ASSERVIRE $\hat{y}_d$

PROBL. DI CONTROLLO → TENGO $\hat{y}$ COSTANTE

IN REGOLAZIONE DESIDERATO

REGOLO $\hat{u}$ X COMPENSARE VARIAZ. DI $\hat{d}$

A VOLTE I 2 PROBL. CONTEMPORANEI

VANTAGGIO: SEMPLICE

SVANTAGGIO: OSCILLA T

SE ABBASSO α AVRÒ GAP < QUINDI < OSCILLAZ.,
MA + COMANDI → > USURA

$\boxed{\text{LOGICA DI CONTROLLO PROPORZIONALE}}$

$$P(t) = K_c \cdot \varepsilon(t) + P_s$$

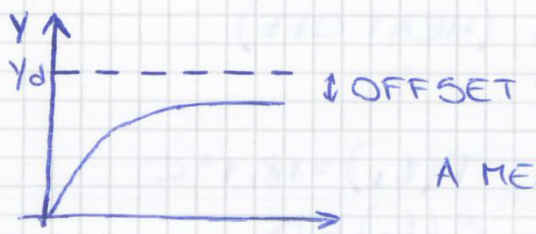
$\hookrightarrow P_s|_{\varepsilon(t)=\emptyset}$

$$C(t) = p(t) - p_s = \underbrace{K_c}_{\text{GUADAGNO PROPORZIONALE}} \cdot \varepsilon(t)$$

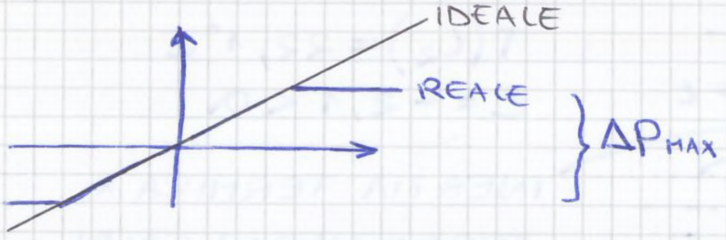
$$\hat{C}(s) = K_c \hat{\varepsilon}(s) \qquad G_c = K_c$$

PB =

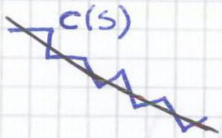
SE $K_c > 0 \Rightarrow$ USCITA DEL CONTROLLARE AUMENTA CON L'AUMENTARE DELL'ERRORE



NON ARRIVO MAI A Y_d
A MENO DI UN SIST. CAPACITIVO



X TOGLIERE RUMORE POSSO USARE FILTRO TIPO MEDIA MOBILE



$\boxed{\text{CONTROLLORE PROP. INTEGRALE DERIVATIVO - PID}}$

NON APPLICABILE SE C'È RUMORE

$$c(t) = K_c\left[\varepsilon(t) + \frac{1}{\tau_I}\int_0^t \varepsilon(t')\,dt' + \tau_D \frac{d\varepsilon}{dt}\right]$$

SVANTAGGIO: RISP. TROPPO BRUSCA/AGGRESSIVA

DA EVITARSI

SOSTUISCO $\frac{d\varepsilon}{dt} \rightarrow \frac{dy}{dt}$

AZIONE DIRETTA $\rightarrow K_c < 0 \Longrightarrow p\uparrow$ SE $y_m \uparrow$

AZIONE INVERSA $\rightarrow K_c > 0$

p AUMENTA SE y_m DIMINUISCE

VALVOLE
- AIR-TO-OPEN → SE AUMENTIAMO p X APRIRE VALVOLA
- AIR-TO-CLOSE → VICEVERSA

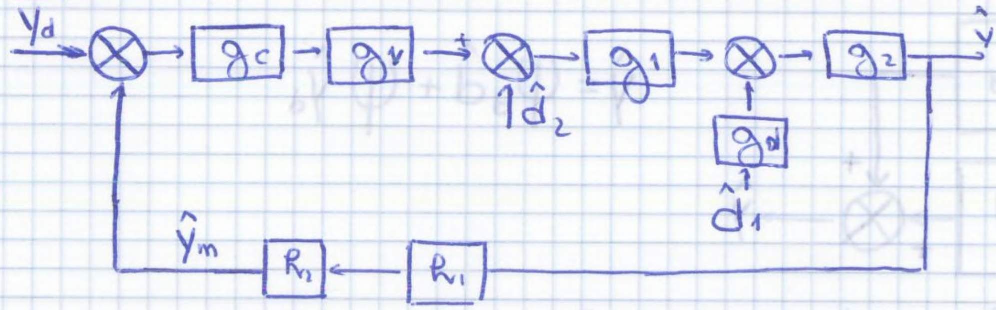
SE $y > y_d$ DIMINUISCO p CON AIR-TO-OPEN X DIMINUIRE LA PORTATA

$y\uparrow, p\downarrow$ ↳ INVERSA

CON AIR-TO-CLOSE SE $y_m > y_d$, p DEVE ↑ X CHIUDERE UN PO' LA VALVOLA

$y\uparrow, p\uparrow$ ↳ DIRETTA

ES 1



$$\psi_d \text{ (DA } \hat{y}_d \text{ A } \hat{y}) = \frac{g_c g_v g_1 g_2}{1 + g_c g_v g_1 g_2 k_1 k_2}$$

$$\psi_{d_1} \text{(DA } \hat{d}_1 \text{ A } \hat{y}) = \frac{g_d \cdot g_2}{1 + //}$$

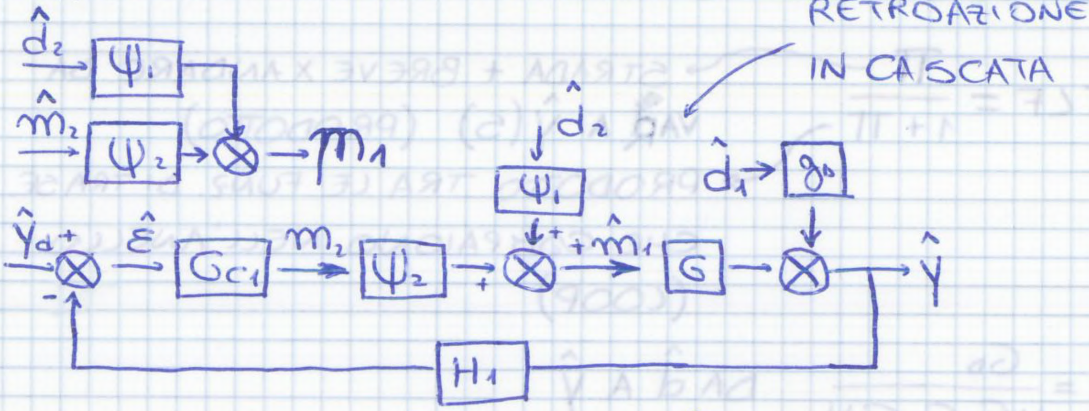
$$\psi_{d_2} \text{(DA } \hat{d}_2 \text{ A } \hat{y}) = \frac{g_1 \cdot g_2}{1 + //}$$

ES 2

$$\psi_1 = \frac{g_D}{1 + k_1 g_{c1}}$$

NON SI RIESCE A FARE CON METODO DI PRIMA SUBITO

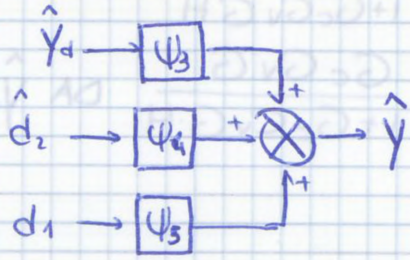
TRASFORMO ANELLO INTERNO



$$\psi_1 = \frac{1}{1 + G_{c2} G_v H_2}$$

$$\psi_2 = \frac{G_{c2} G_v}{1 + //}$$

$$\psi_3 = \frac{G_{c1} \psi_2 G}{1 + //}$$



$$\psi_4 = \frac{G_D}{1 + //} \qquad \psi_5 = \frac{\psi_1 G}{1 + //}$$

SUPPONIAMO CHE INGRESSO SIA = ALL'USCITA

$$\left.\begin{array}{l}\hat{y}_m = \hat{y} \to h_v = 1 \\ \hat{u} = \hat{c} \to g_v = 1\end{array}\right\}$$ MISURATORE E RILEVATORI IDEALI

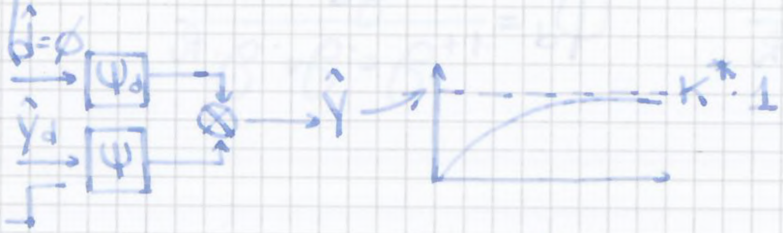
$$g = \frac{K}{\tau s + 1}$$

$$\psi = \frac{K_c \cdot 1 \cdot \frac{K}{\tau s+1}}{1 + K_c \cdot 1 \cdot \frac{K}{\tau s+1} \cdot 1} = \frac{\frac{K_c K}{1+K_c K}}{\frac{\tau}{1+KK_c}s + 1}$$

$$\left\{\begin{array}{l} K^* = \frac{KK_c}{1+KK_c} \\ \tau^* = \frac{\tau}{1+KK_c}\end{array}\right. \Rightarrow \psi = \frac{K^*}{\tau^* s + 1}$$

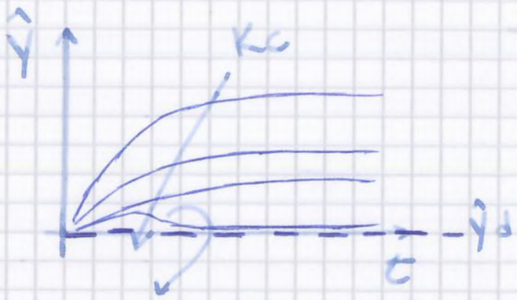
$$\psi_d = \frac{\frac{1}{\tau s+1}}{1 + K_c \cdot 1 \cdot \frac{K}{\tau s+1} \cdot 1} = \frac{\frac{1}{1+KK_c}}{\frac{\tau}{1+KK_c}s + 1}$$

$$\left\{ K_d^* = \frac{1}{1+KK_c} \right. \Rightarrow \psi_d = \frac{K_d^*}{\tau^* s + 1}$$



$$\hat{y} = \psi \underset{1/s}{\underset{\parallel}{\hat{y}_d}} + \cancel{\psi_d \underset{\emptyset}{\underset{\parallel}{\hat{d}}}} = \frac{K^*}{\tau^* s + 1} \cdot \frac{1}{s}$$

$$\lim_{t \to +\infty} y(t) = \lim_{s \to 0} s\hat{y} = \lim_{s \to 0} \frac{sK^*}{\tau^* s + 1} \cdot \frac{1}{s} = K^* \Rightarrow \text{OK!}$$



GOBBA x K_c MOLTO GRANDE

CASO GENERICO:

$\begin{cases} \hat{d} = \varnothing \\ \hat{y}_d = 1/s \end{cases}$ g, g_d GENERICO

$$\psi = \frac{K_c g}{1 + K_c g} \qquad \hat{y} = \psi \hat{y}_d + \psi_d \underbrace{\hat{d}}_{\varnothing}$$

$$\hat{y} = \frac{g K_c}{1 + g K_c} \cdot \frac{1}{s}$$

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to\varnothing} s\hat{y} = \lim_{s\to\varnothing} \frac{g K_c \cdot \cancel{s}}{(1 + g K_c)\cancel{s}} = \frac{K K_c}{1 + K K_c}$$

SE NON CAPACITIVO PURO $\lim_{s\to\varnothing} g = K$

SE CAPACITIVO PURO: $g = \frac{K}{s}$

$$\hat{y} = \psi \underbrace{\hat{y}_d}_{= 1/s}$$

$$\psi = \frac{g g_c}{1 + g g_c} = \frac{K K_c / s}{1 + K K_c / s} = \frac{K K_c}{s + K K_c}$$

$$\lim_{t\to+\infty} y(t) = \lim_{s\to\varnothing} s\hat{y} = \lim_{s\to\varnothing} s\left[\frac{K K_c}{s + K K_c} \cdot \frac{1}{s}\right] = 1$$

NO OFFSET

OFFSET SCOMPARE SE C'È UN TERMINE INTEGR.

O
- → DAL PROCESSO → CAPACITIVO
- → DAL CONTROLLO → PROP. INTEGRALE

$\boxed{\text{PROP. DERIVATIVO}}$

$$g_c = K_c (1 + \tau_D s)$$

C'È UN TERMINE D'ANTICIPO, QUINDI CAMBIERÀ LA NATURA DEL PROCESSO

OFFSET PRESENTE

DA 1° ORDINE ⇒ ANTICIPO - RITARDO
→ 1° ORDINE → 1° ORDINE

SE $g_v = 1$; $h = 1$

$$\psi = \frac{g \cdot g_c}{1 + g \cdot g_c} = \frac{K_c(\tau_D s + 1) g}{1 + K_c(\tau_D s + 1) g}$$

$$\hat{y}_d = \frac{1}{s}$$

$$\hat{y} = \frac{K_c(\tau_D s + 1) g}{1 + K_c(\tau_D s + 1) g} \cdot \frac{1}{s}$$

$$\lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{s \to 0} \hat{y}(s) \cdot s =$$

$$= \lim_{s \to 0} \frac{K_c(\tau_D s + 1) g}{1 + K_c(\tau_D s + 1) g} = \frac{KK_c}{1 + KK_c} < 1$$

$$\text{OFFSETT}: 1 - \frac{KK_c}{1 + KK_c}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 89 di 171

$1+\frac{2}{3s+1}\cdot 4\left(1+\frac{3}{4s}\right)\cdot 1\cdot 1=\emptyset$

$12s^2+4s+8(4s+3)=\emptyset$

$12s^2+36s+24=0 \Rightarrow s^2+3s+2=\emptyset$

$s_{1,2}=\left\langle \begin{matrix}-2\\-1\end{matrix}\right. \Rightarrow$ ENTRAMBE NEGATIVE → STABILE

SE POLINOMIO DI GRADO > 3 DIFFICILE DA RISOLVERE

USIAMO METODI x VEDERE SE RADICI > 0 <

METODO DI ROUTH

VALE SE CON UNA POLINOMIALE PURA

$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^{n-2} + \ldots + a_n = \emptyset$

$a_0 > \emptyset$ SENNÒ CAMBIO TUTTO DI SEGNO (x AVERE FORMA NORMALE)

$\forall a_i > \emptyset$ POTREBBE ESSERE STABILE (CONDIZ. NECESSARIA NON SUFFIC.)

COSTRUIAMO LA MATRICE DI ROUTH

$$\begin{array}{c|cccc}
1 & \boxed{a_0} & a_2 & a_4 & \cdots \\
2 & a_1 & a_3 & a_5 & \cdots \\
3 & b_1 & b_2 & b_3 & \\
4 & c_1 & c_2 & c_3 & \\
\cdots & & & & \\
n+1 & & & &
\end{array}$$

$b_1=\frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}$

$b_2=\frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1}$

$c_1=\frac{b_1 a_3 - a_1 b_2}{b_1}$

$c_2=\frac{b_1 a_5 - a_1 b_3}{b_1}$

$b_3=\frac{a_1 a_6 - a_0 a_7}{a_1}$

SE TUTTI I COEFF. DELLA **1ª COLONNA DELLA MATRICE** SONO $>\emptyset$, TUTTE LE RADICI SONO $<\emptyset$ (STABILE)

$$g = \frac{K}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)(\tau_3 s+1)}$$

PER QUALE INTERVALLO DI K_c È STABILE = ?

$$1 + g g_v g_c h = \emptyset$$

$$1 + g K_c = \emptyset$$

$$g = \frac{6}{(2s+1)(4s+1)(6s+1)}$$

$$1 + \frac{6 K_c}{(2s+1)(4s+1)(6s+1)} = \emptyset$$

$$48 s^3 + 44 s^2 + 12 s + 1 + 6 K_c = \emptyset$$

$1 + 6K_c > \emptyset$

$K_c > -1/6$

1	48	12
2	44	$1+6K_c$
3	$\frac{480-288K_c}{44}$	$\emptyset$
4	$1+6K_c \Longrightarrow K_c > -\frac{1}{6}$	

$$b_1 = \frac{44 \cdot 12 - 48 \cdot (1+6K_c)}{44} = \frac{480 - 288 K_c}{44}$$

$$\frac{480 - 288 K_c}{44} > \emptyset \Rightarrow K_c < \frac{480}{288} < 1,67$$

$$-\frac{1}{6} < K_c < 1,67$$

POSSIAMO SIA SCEGLIERE X AZIONE DIRETTA, SIA CHE X AZIONE INVERSA

PARTIAMO SEMPRE DA PROPORZIONALE X DETERMINARE K_c, POI DA QUESTO USIAMO LOGICO DI CONTROLLO D'INTERESSE

X USARE METODO DI ROUTH CON PI O PD DEVO FARE I CALCOLI IN MODO ITERATIVO (IN PARTI SEMPLICI) X TROVARE τ_I, τ_D

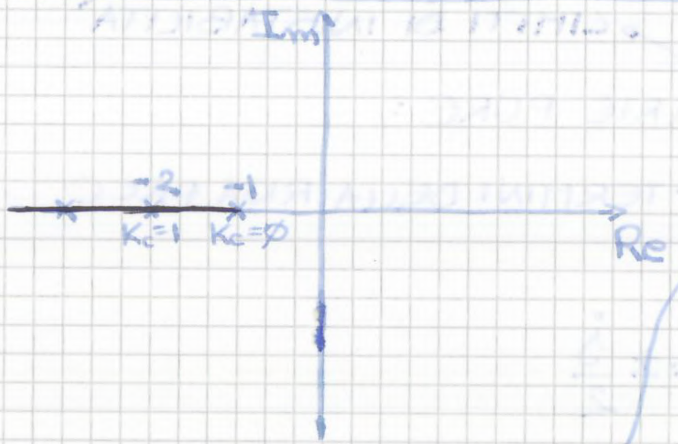
ES

$k_v = 1 \quad g_v = 1 \quad g = \frac{1}{s+1}$

$1 + \frac{K_c}{s+1} = \emptyset \rightarrow s + 1 + K_c = \emptyset \rightarrow s = -1 - K_c$

$-1 - K_c < 0 \quad K_c > -1$

DIAGRAMMA DEL LUOGO DELLE RADICI



PIANO DI GAUSS

$s + 1 + K_c = \emptyset$

K_c	s
$\emptyset$	-1
1	-2

$K_c > \emptyset$ (CONTROLLORE AD AZIONE INVERSA)

SE INVECE CONTROLLORE AD AZ. DIRETTA $K_c < \emptyset$

LA REGIONE CON $Re > \emptyset$ È INSTABILE

LIMITE DI INSTABILITÀ = INTERSEZ CON ASSE Im

ES

$g = \frac{1}{(2s+1)(4s+1)(6s+1)} \qquad \psi = \frac{g K_c}{1 + g K_c}$

$k_v = 1 \quad g_v = 1 \quad g_c = K_c$

PROGETTO DEL CONTROLLORE

1) SCELTA DELLA LEGGE DI CONTROLLO

2) DETERMINAZ. PARAMETRI CONTROLLORE (TUNING)

1) P, PI, PD, PDI

P → + SEMPLICE
SE OFFSET NON È UN PROBLEMA OPPURE IL PROCESSO NON CONTROLLATO È DI TIPO CAPACITIVO (AD. ESEMPIO X CONTROLLO DI LIVELLO

PI → NON SI VUOLE OFFSET (PROBL: LENTO)

PID → X RIDURRE L'INERZIA DEL PROCESSO
SE VARIABILE MISURATA NON HA RUMORE

PD → RARO, IN SOSTITUZIONE AL PROPORZ. PURO X RIDURRE L'INERZIA (È COME LAVORARE A K_C >, SENZA INSTABILITÀ)
RIDUCO SIA OFFSET, CHE INERZIA

2) P → K_C
PI → K_C, τ_I
PID → K_C, τ_I, τ_D
PD → K_C, τ_D
← DETERMINAZ. PARAMETRI

1) CONOSCENDO UN MODELLO DEL PROCESSO
1a) DETTAGLIATO
1b) APPROSSIMATO
1c) ANALISI IN FREQUENZA
2) NON HO UN MODELLO