



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 979

DATA: 20/05/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Zito

MATERIA: Meccanica delle Terre II parte

Prof. Castelli

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

MdT

CAPITOLO

7

COMPORAMENTO MECCANICO delle
DISCONTINUITA'



Studente : Alessandro ZITO

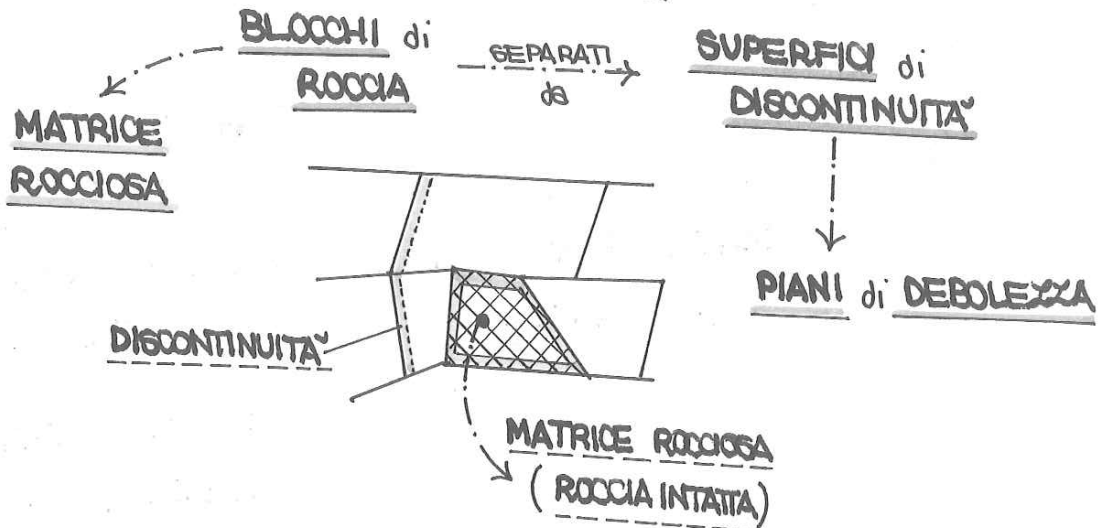
CAPITOLO 7 - COMPORAMENTO MECCANICO delle DISCONTINUITA'

LEZIONE

29/04/2013

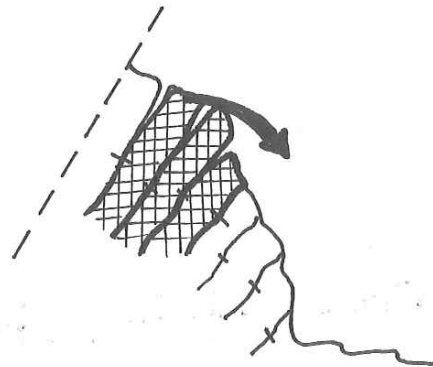
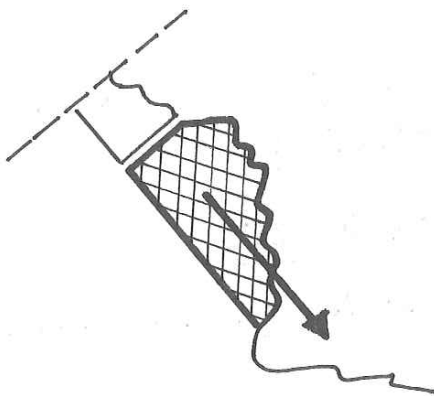
Ing. MARTA CASTELLI

AMMASO ROCCIOSO: e' costituito da 2 ENTITA':

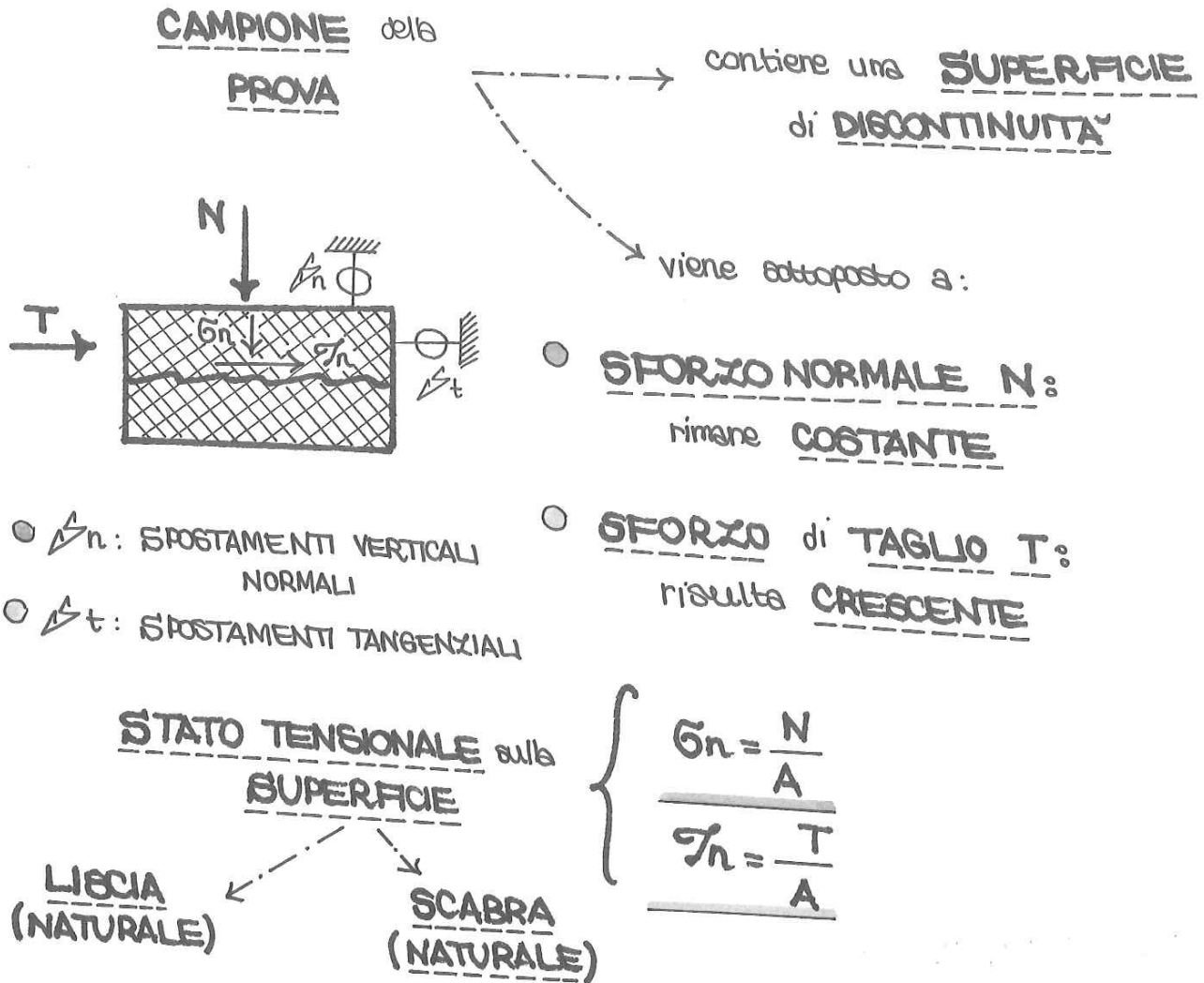


Il suo COMPORTAMENTO MECCANICO e' molto DIVERSO da quello che si puo' determinare in LABORATORIO su CAMPIONI di PICCOLA TAGLIA (MATRICE ROCCIOSA) a causa della PRESENZA di ZONE di DEBOLEZZA a SCALA MACROSCOPICA (DISCONTINUITA').

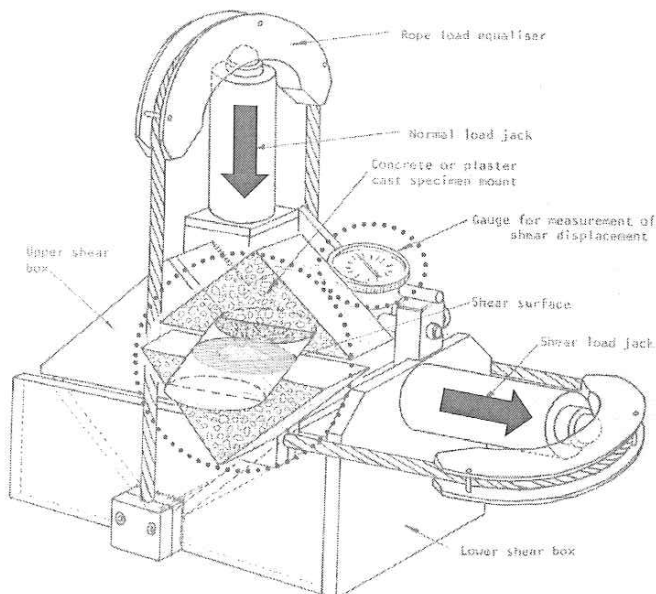
In alcuni CASI le CARATTERISTICHE delle DISCONTINUITA' diventano PREDOMINANTI, per esempio nel CASO della STABILITA' dei PENDII FRATURATI.



A.F.
213



Schema della attrezzatura



AF
215

Sulla SUPERFICIE di DISCONTINUITA' riscontriamo il seguente STATO TENSIONALE:

$\sigma_n = \frac{N}{A}$ $\tau_n = \frac{T}{A}$



nelle maggior parte dei casi quelle NATURALI.

SUPERFICIE LISCIA

La SUPERFICIE di DISCONTINUITA' LISCIA NON presenta SCORRIMENTI NORMALI. Inoltre lo SFORZO NECESSARIO per produrre SPOSTAMENTI TANGENZIALI, aumenta sino ad un VALORE LIMITE, con un COMPORTAMENTO PERFETTAMENTE PLASTICO.

⚠ Si osserva che facendo AUMENTARE il VALORE di σ_n , allora crescerà il VALORE di τ_n .

Durante la PROVA lo σ_n risulta COSTANTE, ma si effettuano PROVE con σ_n DIVERSE.

Gli SCORRIMENTI TANGENZIALI, potranno AUMENTARE, mentre lo SFORZO APPLICATO rimane COSTANTE.

3 PROVE → i RISULTATI che otteniamo li riportiamo su un GRAFICO τ - σ

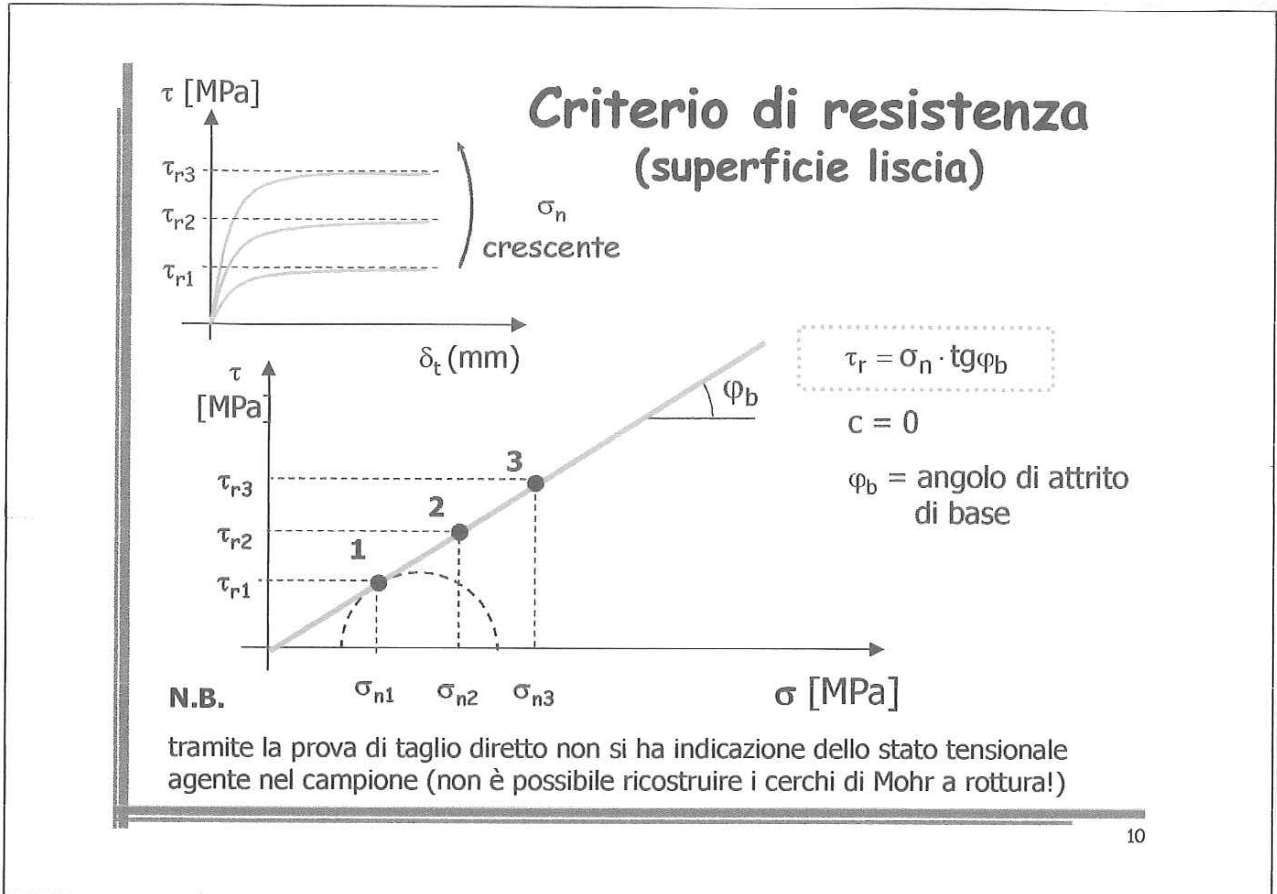
Definiamo un CRITERIO di RESISTENZA Otteniamo 3 PUNTI che possono essere INTERPOLATI

$$\tau_R = c + \sigma_n \cdot \operatorname{tg} \psi_B$$

○ $c = 0$. La COESIONE è NULLA, dato che la SUPERFICIE LISCIA è CARATTERIZZATA dal fatto che NON presenta LEGAMI SUPERFICIALI.

○ ψ_B : ANGOLO di ATTRITO di BASE

A7. 217



Angolo di attrito di base φ_b caratteristico del materiale

Dipende unicamente dalle dimensioni (granulometria) e dal tipo (mineralogia) dei grani presenti sulle superfici della discontinuità liscia

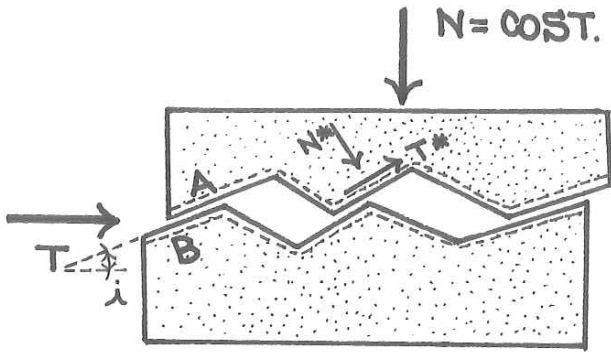
Tipo di roccia	φ_b
Scisti (alto contenuto di mica), marne	20°-27°
Arenarie, siltiti, gesso, gneiss, ardesia	27°-34°
Basalto, granito, calcare, conglomerati	34°-40°

11

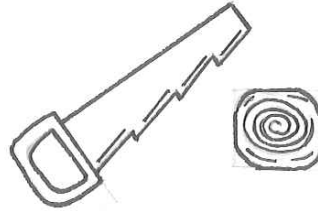
A.F.
249

MODELLO di PATTON

1956



Consideriamo la nostra SUPERFICIE SCABRA come una SUPERFICIE a DENTE di SEGA.



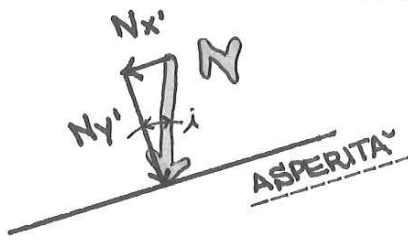
i : INCLINAZIONE della SUPERFICIE di DISCONTINUITA' (CONSTANTE).

Osserviamo che le 2 SUPERFICI A e B sono in CONTATTO solo in alcune ZONE che risultano essere INCLINATE, e solo su quelle e' possibile avere gli SCORRIMENTI Δt e Δn .

PATTON individua che il FENOMENO della DILATANZA e' dovuto all' INCLINAZIONE delle ASPERITA' della SUPERFICIE, ove tale INCLINAZIONE i risulta essere CONSTANTE.

CRITERIO di RESISTENZA

a. SCOMPOSIZIONE delle FORZE



$$\frac{N_{x'}}{\sin i} = \frac{N}{\sin 90^\circ}$$

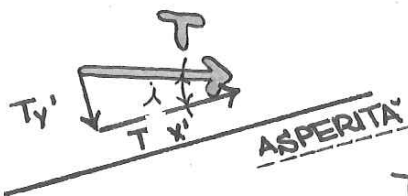
$$\Rightarrow N_{x'} = N \cdot \sin i$$

$$\frac{N_{y'}}{\sin(90^\circ - i)} = \frac{N}{\sin 90^\circ}$$

$$\Rightarrow N_{y'} = N \cdot \sin(90^\circ - i) = N \cdot \cos i$$

$$T^* = N^* \cdot \tan \phi$$

sulle AREE di CONTATTO che possono essere intese come LISCIE.



$$\frac{T_{y'}}{\sin i} = \frac{T}{\sin 90^\circ} \Rightarrow T_{y'} = T \cdot \sin i$$

$$\frac{T_{x'}}{\sin(90^\circ - i)} = \frac{T}{\sin 90^\circ} \Rightarrow T_{x'} = T \cdot \cos i$$

A.F.
221

CRITERIO di RESISTENZA di PICCO

⇒ dovuto a PATTON

PICCO

$$\tau_p = \sigma_n \cdot \operatorname{tg}(\psi_B + \lambda)$$

ANGOLO di DILATANZA

$\sigma_n \cdot \operatorname{tg} \lambda \equiv$ rappresenta la QUOTA di RESISTENZA AGGIUNTIVA rispetto a quella di BASE.

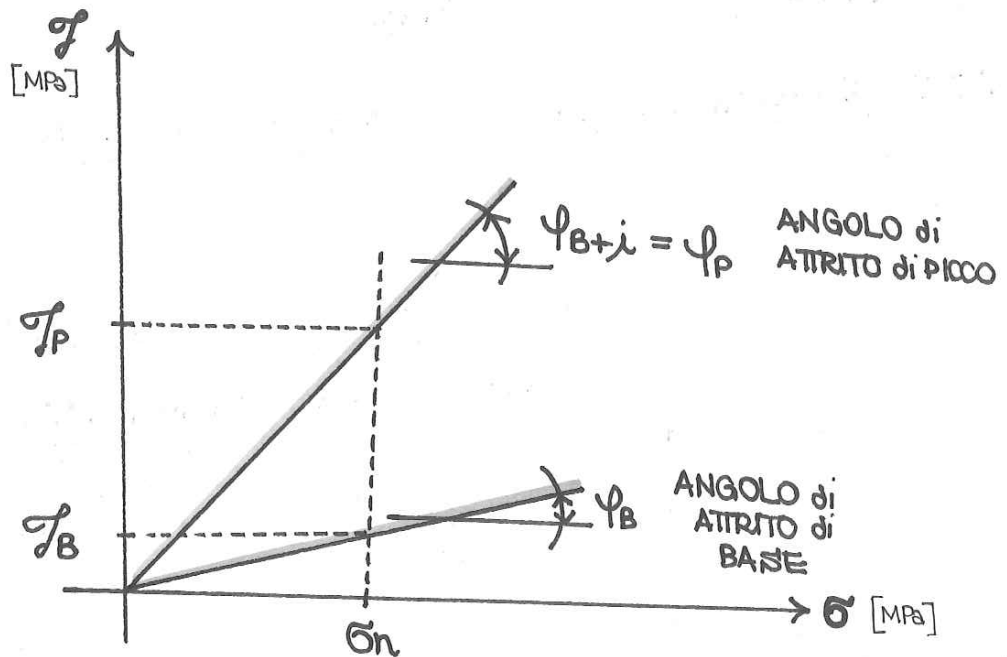
dovuta dallo SCAVALCAMENTO delle ASPERITA' (fenomeno della DILATANZA).

RUO-020

$$\tau_R = \sigma_n \cdot \operatorname{tg} \psi_B$$

ANALOGIA con la SUPERFICIE di DISCONTINUITA' LISCIA.

- e' funzione delle PROPRIETA' INTRINSECHE
- l'ANDAMENTO del CRITERIO di RESISTENZA e' LINEARE



LF.
223

RESIDUO

$$\tau_r = \sigma_n \cdot \tan \varphi_b \rightarrow \text{COSTANTE}$$

Angolo di attrito di picco

Per effetto della dilatanza, φ_p varia in funzione di:

- ✓ σ_n applicata
- ✓ rugosità della superficie
- ✓ resistenza delle asperità
- ✓ materiale (φ_b)

Criterio di BARTON

(1971, 1973, 1976, 1980, 1982, 1988, 1990...)

$$\varphi_p = i + \varphi_b = JRC \cdot \text{Log} \frac{JCS}{\sigma_n} + \varphi_b$$

Definizioni:

JRC = coefficiente di scabrezza (*Joint Roughness Coefficient*)

JCS = resistenza a compressione delle asperità (*Joint Compressive Strength*)

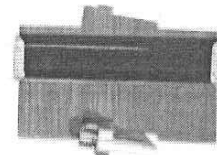
φ_b = angolo di attrito di base (sup. liscia) $\cong \varphi_r$

σ_n = sforzo normale agente sulla superficie

17

Determinazione dei parametri

JRC: determinazione di profili tramite Pettine di Barton (L 10 cm) e confronto con profili tipici

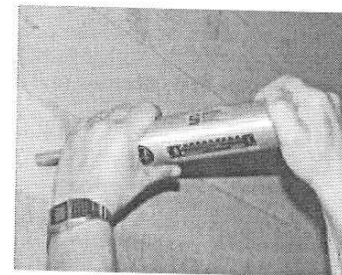


Pettine di Barton

JCS: utilizzo dello sclerometro (Martello di Schmidt)

Sulla base dei rimbalzi di una massa battente interna allo strumento.

I valori forniti dallo strumento vengono inseriti in un grafico che consente di stimare la resistenza a compressione delle pareti del giunto in funzione dell'inclinazione dello strumento e delle caratteristiche della roccia



Sclerometro

φ_b : prova di taglio su superfici artificiali

18

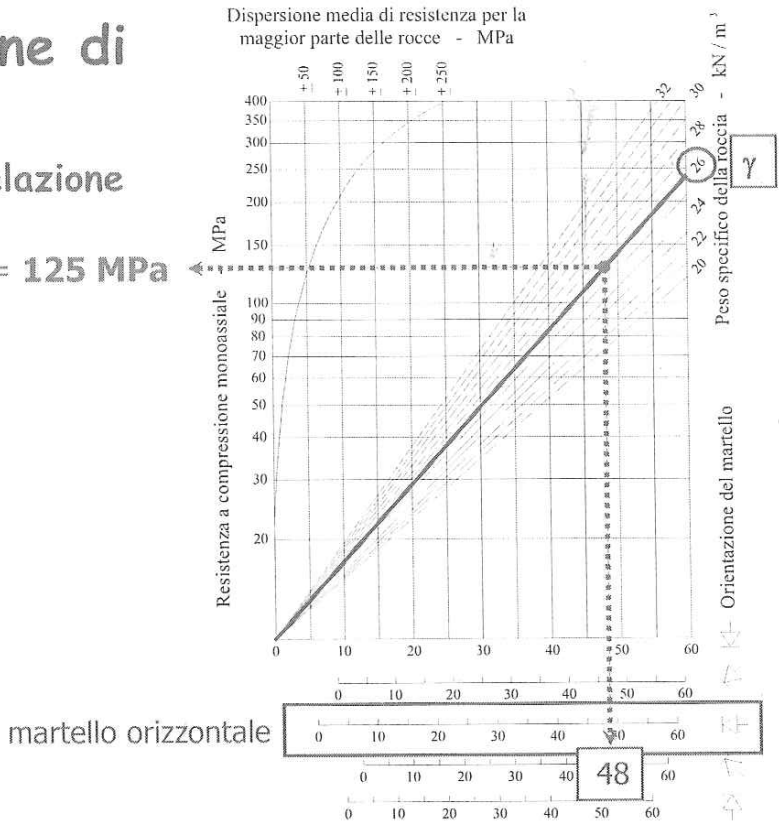
Handwritten signature
225

Determinazione di JCS

Diagramma di correlazione

JCS = 125 MPa

Dispersione media di resistenza per la maggior parte delle rocce - MPa



Limiti di validità

1) $\sigma_n = JCS$

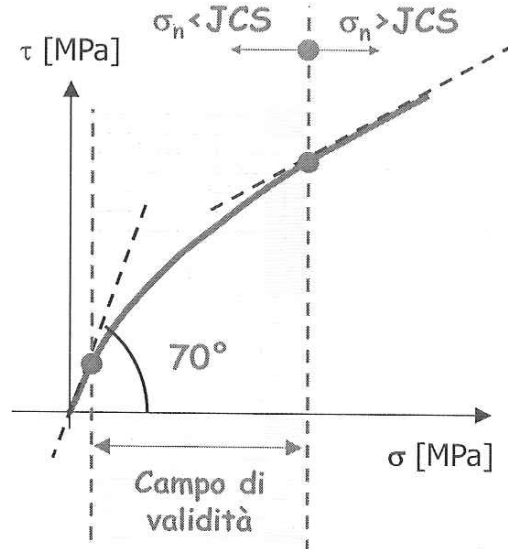
Per $\sigma_n > JCS$ le asperità si rompono per compressione

$$\Rightarrow \varphi_p = \varphi_r$$

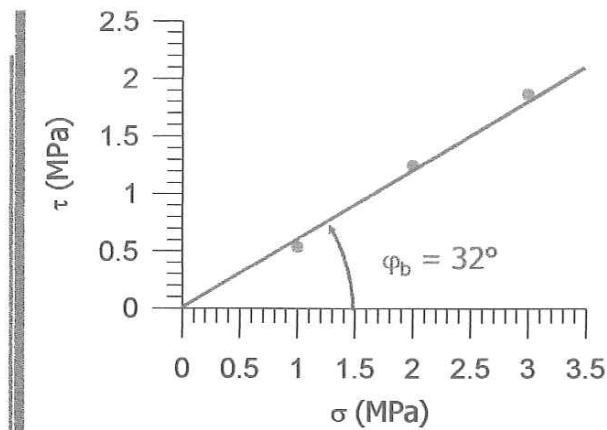
2) $\sigma_n \rightarrow 0$

Per $\sigma_n \rightarrow 0$ il criterio indicherebbe $\varphi_p \rightarrow \infty$, si considera allora un limite superiore per φ_p (70°)

$$\varphi_r < \varphi_p < 70^\circ$$



AS. 224



Angolo di attrito di base

(involuppo di resistenza)

Effetti di scala $JRC_n = JRC_0 \left(\frac{L_n}{L_0} \right) = 12 \left(\frac{15}{0.1} \right)^{-0.02 \cdot 12} = 3.60$

Angolo di attrito di picco

$$\varphi_p = JRC \cdot \text{Log} \frac{JCS}{\sigma_n} + \varphi_b = 3.60 \cdot \text{Log} \frac{10000}{20} + 32 = 41.50^\circ$$

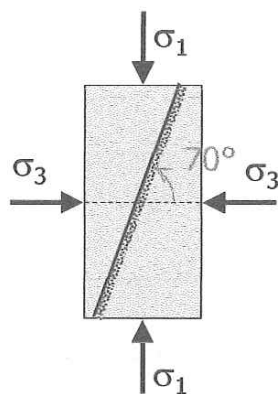
Esercizio 2

Il provino in roccia in figura è interessato da una discontinuità naturale avente le seguenti caratteristiche di resistenza al taglio:

$$JRC = 10$$

$$JCS = 25 \text{ MPa}$$

$$\varphi_b = 30^\circ$$



Determinare la resistenza al taglio della discontinuità nell'ipotesi che il provino venga sottoposto al seguente stato tensionale:

$$\sigma_1 = 9 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 = 2 \text{ MPa}$$

AF 229

Resistenza al taglio della discontinuità

criterio di Barton

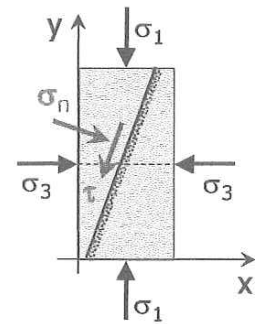
$$\varphi_p = JRC \cdot \text{Log} \frac{JCS}{\sigma_n} + \varphi_b$$

$$\left\{ \begin{array}{l} JRC = 10 \\ JCS = 25 \text{ MPa} \\ \varphi_b = 30^\circ \end{array} \right. \Rightarrow \varphi_p = 10 \cdot \text{Log} \frac{25}{2.80} + 30^\circ = 9.50^\circ + 30^\circ = \underline{\underline{39.50^\circ}}$$

$$\tau_p = \sigma_n \cdot \text{tg} \varphi_p = 2.80 \cdot \text{tg}(39.50) = \underline{\underline{2.31 \text{ MPa}}}$$

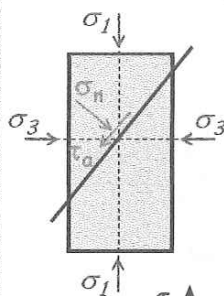
N.B. $\tau_p (2.31 \text{ MPa}) > \tau_{\text{agente}} (2.25 \text{ MPa})$

La discontinuità è in grado di sopportare lo stato tensionale imposto



29

N.B. Matrice rocciosa e discontinuità hanno resistenza al taglio diversa!

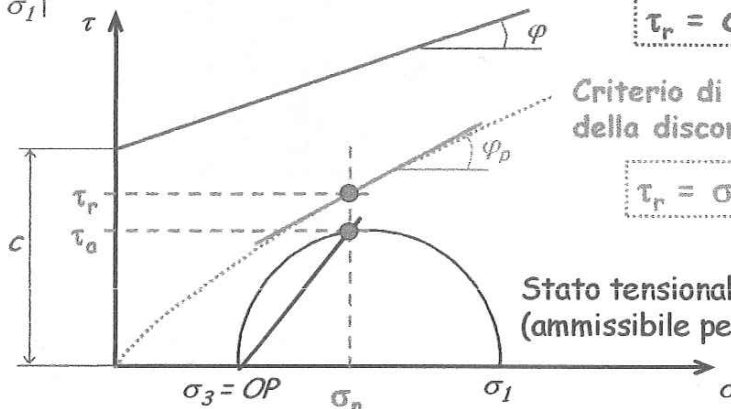


Criterio di rottura della matrice rocciosa:

$$\tau_r = c + \sigma_n \cdot \text{tg} \varphi$$

Criterio di rottura della discontinuità:

$$\tau_r = \sigma_n \cdot \text{tg} \varphi_p$$



Stato tensionale agente (ammissibile per entrambi)

30

AF. 231

3.1 Resistenza al taglio della matrice rocciosa

Piano $\tau - \sigma$
cerchi di Mohr a rottura

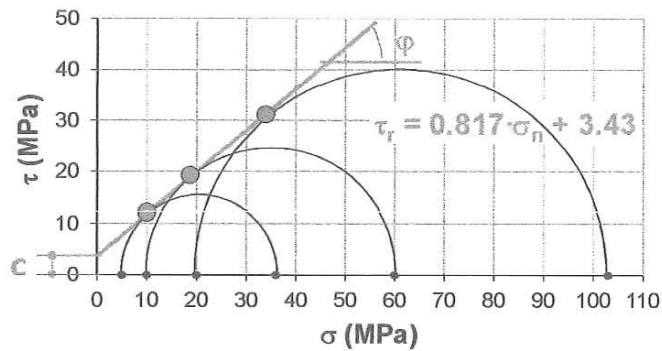
cerchio	σ_{3R} (MPa)	σ_{1R} (MPa)	σ_{med} (MPa)	τ_{Max} (MPa)
1	5	36	20.5	15.5
2	10	60	35	25
3	20	103	61.5	41.5

centro raggio

$$\tau_r = c + \sigma_n \cdot \text{tg}\phi$$

→ $c = 3.43 \text{ MPa}$

→ $\phi = \text{arctg}(0.817)$
 $= 39^\circ$



33

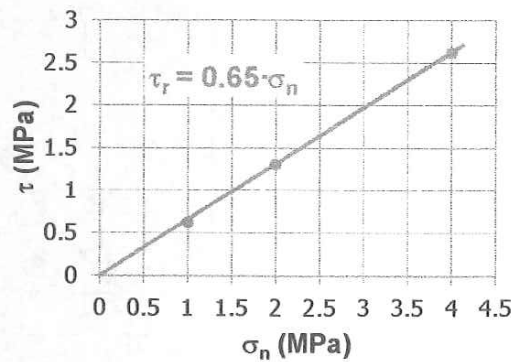
3.2 Resistenza al taglio della discontinuità

σ_n (MPa)	τ (MPa)
1	0.62
2	1.31
4	2.62

Discontinuità liscia

$$\tau_r = \sigma_n \cdot \text{tg}\phi_b$$

→ $\phi_b = \text{arctg}(0.65) = 33^\circ$



34

AS. 233

3.4 Stabilità della matrice rocciosa

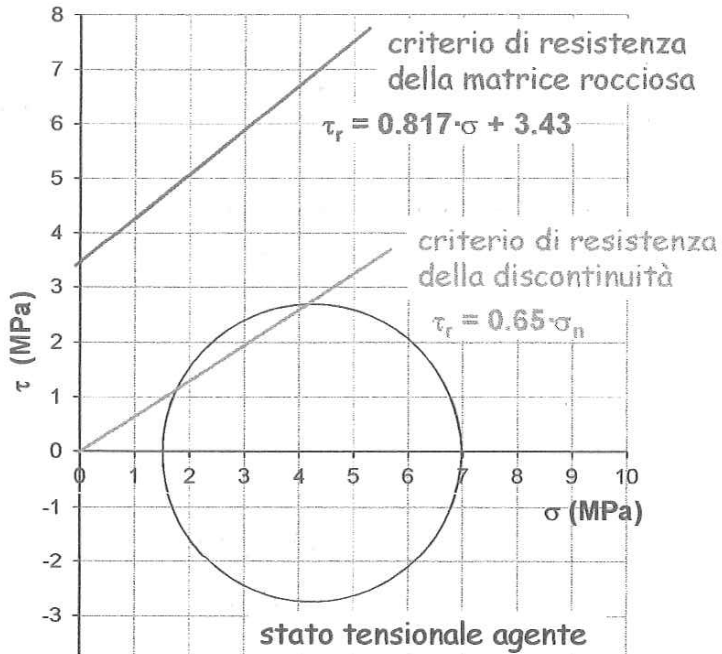
Lo stato tensionale agente è pienamente compatibile con la resistenza della matrice rocciosa



Il provino è stabile per:

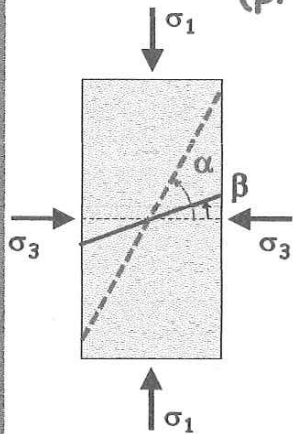
$$\beta < \beta_1$$

$$\beta > \beta_2$$



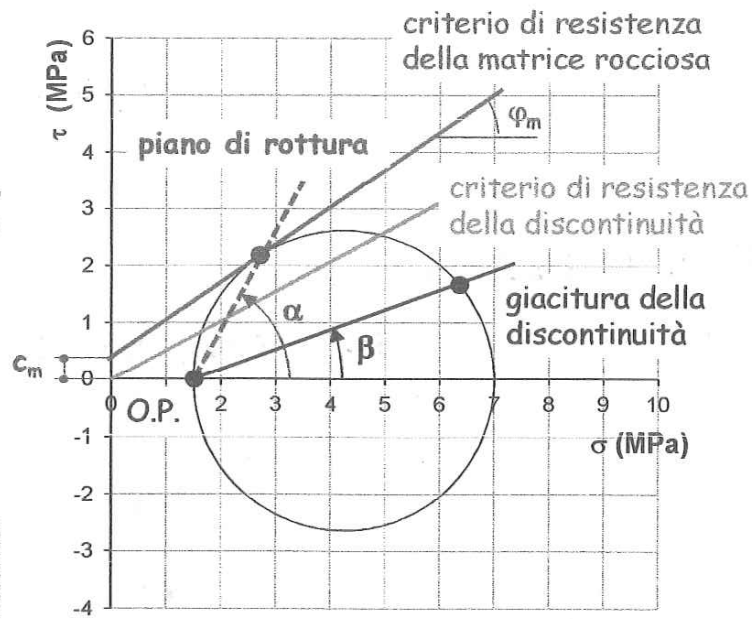
37

Esempio di rottura nella matrice rocciosa (provino con discontinuità)



inclinazione del piano di rottura:

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_m}{2}$$



38

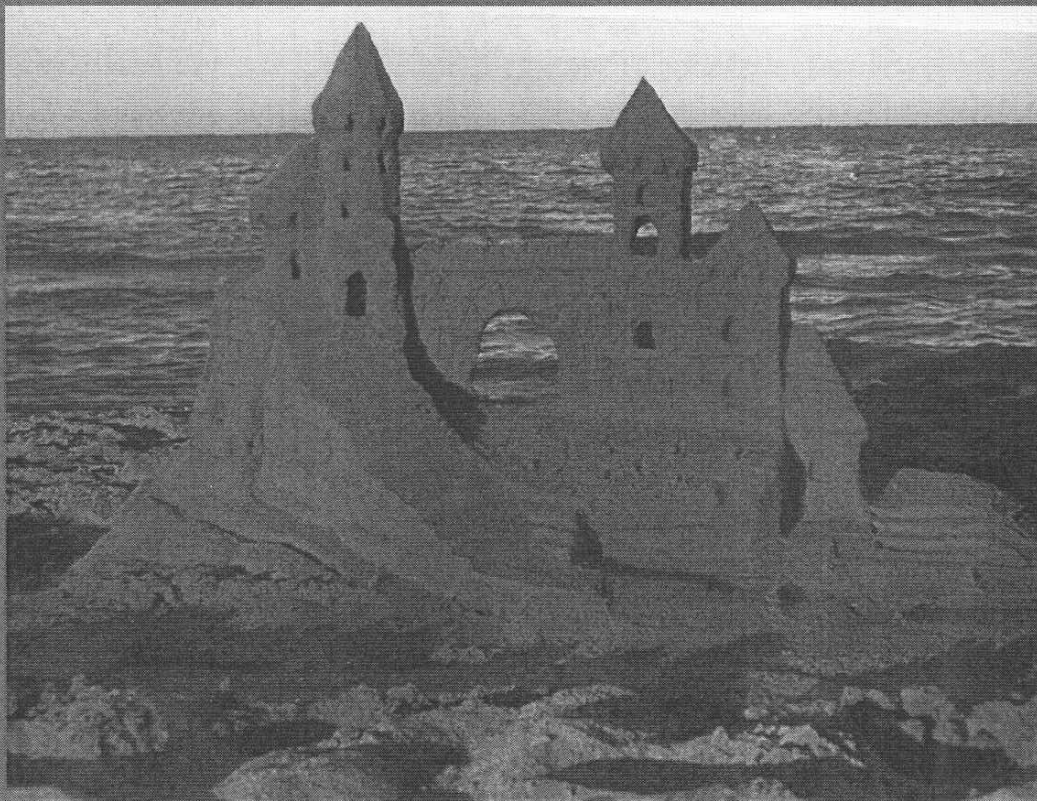
AL. 235

MdT

CAPITOLO

8

*COMPORTAMENTO MECCANICO
delle SABBIE*



Studente : Alessandro ZITO

CAPITOLO 8 - COMPORTAMENTO MECCANICO delle SABBIE

Lezione

Ing. Marta Castelli

COMPORAMENTO MECCANICO dei TERRENI a GRANA GROSSOLANA

Nel caso di **terreni sabbiosi**, sulla base dell'esperienza, diventa difficoltoso prelevare dei campioni che risultino essere **indisturbati**.

Si osserva, dunque, che le prove più indicate per indagare sul **comportamento meccanico** di tali terreni sono quelle in **SITO**.

Bisogna puntualizzare che, per avere un **inquadramento generale** del **comportamento** del **materiale** bisogna procedere attraverso delle **prove di laboratorio** perché, è per mezzo di queste prove che si può controllare le condizioni al contorno concernenti le tensioni e le deformazioni, e conoscere la **storia tensionale** del provino, affinché si individuino dei **fattori** che **maggiormente** ne influenzano il **comportamento**.

Caratteristiche del materiale

- ✓ **Alta permeabilità**
⇒ condizioni drenate per i carichi tipici dell'Ing. Civile

- ✓ **Particelle di grandi dimensioni (assenza di fenomeni chimici)**
comportamento regolato dallo stato di

- ✓ **Assenza di coesione (impossibilità di ottenere campioni indisturbati)**
⇒ prove di laboratorio per evidenziare i comportamenti
⇒ prove in sito per determinare i parametri

3

PUNTO 1 : ALTA PERMEABILITA'

per le condizioni drenate, i carichi devono essere applicati lentamente;

PUNTO 2 : PARTICELLE di GRANDI DIMENSIONI

Le particelle hanno una forma simile ad una sfera. Non presentano fenomeni chimici con l'acqua. Il loro comportamento risulta essere regolato dallo stato di addensamento e dalla densità relativa, che non sono caratteristiche insite nel materiale, ma sono funzione delle condizioni al contorno.

PUNTO 3 : ASSENZA di COESIONE


237

Lezione

Ing. Marta Castelli

PROVE di LABORATORIO

Riscontriamo delle analogie con quelle delle rocce viste ne capitolo precedente.

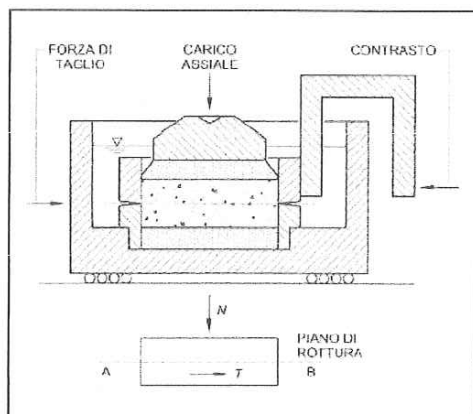
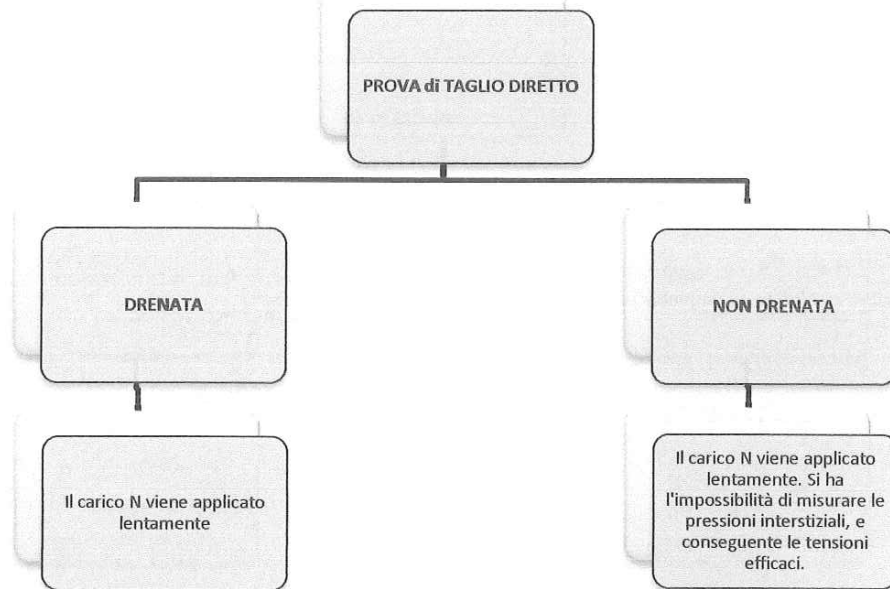
PROVA di TAGLIO DIRETTO

Principali differenze con la prova effettuata su roccia:

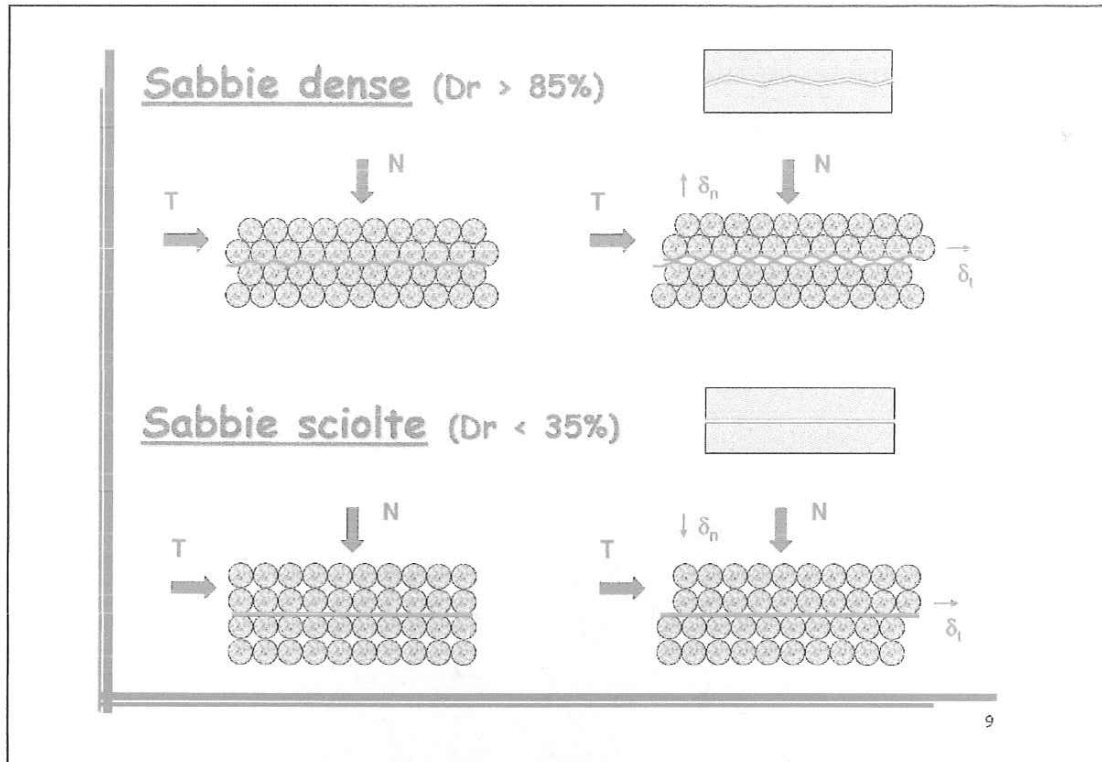
Il nostro campione deve essere saturo, quindi viene immerso in acqua.

Inoltre non risulta essere presente una discontinuità; imponiamo noi una superficie di rottura.

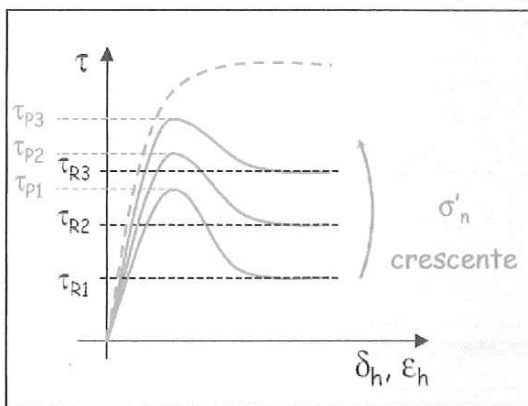
Al nostro campione applichiamo i carichi N e T. Misuriamo gli spostamenti δ_t e δ_n .



Schema dell'attrezzatura

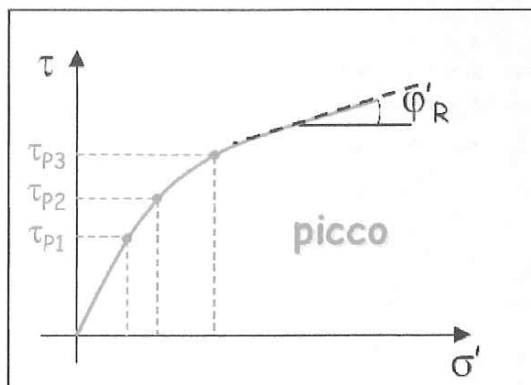


INVILUPPI di RESISTENZA delle SABBIE DENSE



Con l'aumento dello sforzo σ_n , aumenta la resistenza, ma diminuisce l'effetto della dilatanza.

Osserviamo che l'involuppo di resistenza nella condizione di picco non è lineare, in quanto la dilatanza è influenzata dal valore di σ_n .



L'angolo di attrito di picco ϕ'_R varia da 35° a 50° , angolo che dipende dallo stato di addensamento e dal livello di sforzo σ_n applicato.

M.C.
241

Parametri di resistenza

ϕ'_p dipende da:

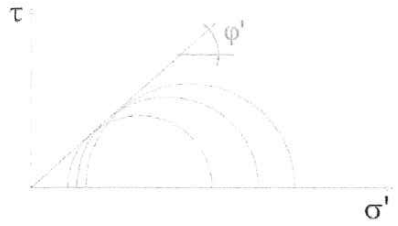
- ✓ grado di addensamento e_0
- ✓ tensione normale efficace (involuppo di resistenza non lineare)

MA: L'involuppo di resistenza può essere approssimato con una retta in un intervallo di variazione limitato di σ'_n

↓

ϕ' costante
per le variazioni di σ' incontrate
nei problemi applicativi

$\tau_R = \sigma' \cdot \text{tg} \phi' \quad (c' = 0)$



12

Influenza dell'acqua

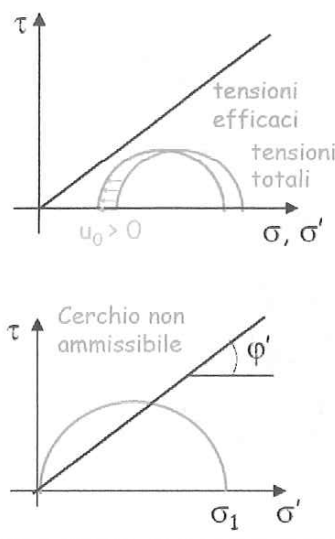
Campione secco: $u_0 = 0$ ($\sigma'_n = \sigma_n$)

Campione saturo: $u_0 > 0$ ($\sigma'_n = \sigma_n - u_0$)

spesso il valore di u_0 è trascurabile rispetto allo stato tensionale agente durante la prova. La prova inoltre avviene in condizioni drenate ($\Delta u = 0$)

⇒ è ancora possibile assumere $\sigma'_n = \sigma_n$

Un campione in queste condizioni non è in grado di sostenere il proprio peso (compressione monoassiale) a causa dell'assenza di coesione



13

A.L.
243

Conseguenze sulla stabilità dei versanti

Nel caso di piogge molto intense si possono creare improvvise e rapide colate di materiale liquefatto

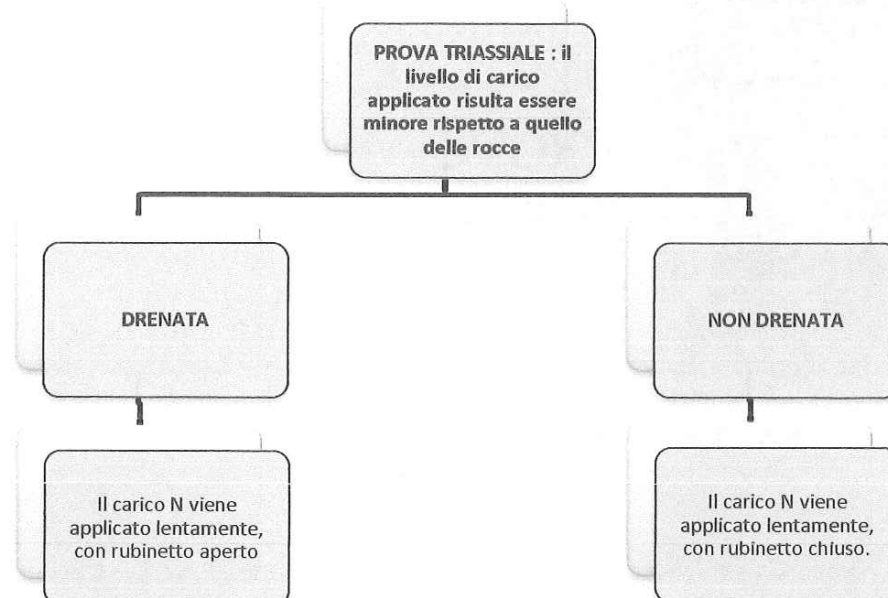
Esempio: 5 maggio 1998
Sarno (SA)
(ma anche Episcopio, Bracigliano, Quindici, Siano...)



45 diverse frane dai versanti del Monte Alvaro, ricoperto di coltri piroclastiche:
160 morti

16

PROVA TRIASSIALE



AS.
245

Prove in sito

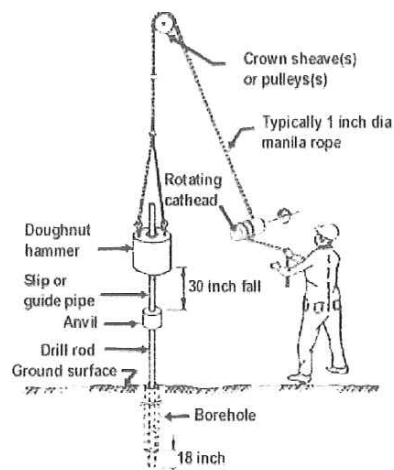
Determinazione di: D_R , ϕ' in modo empirico

Prove penetrometriche: resistenza del terreno alla penetrazione di un utensile standardizzato

- Dinamiche (infissione a percussione)
SPT (standard penetration test)
- Statiche (infissione ad avanzamento costante)
CPT (cone penetration test)

17

Prova penetrometrica dinamica (SPT)



Si misura:

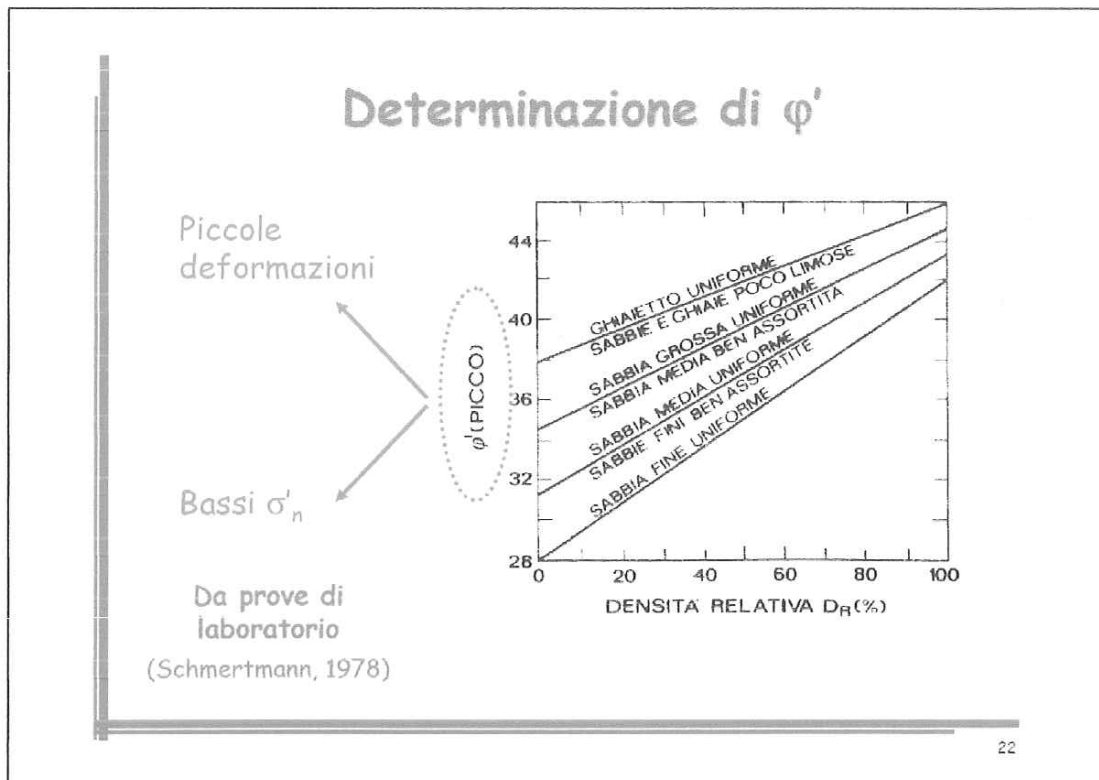
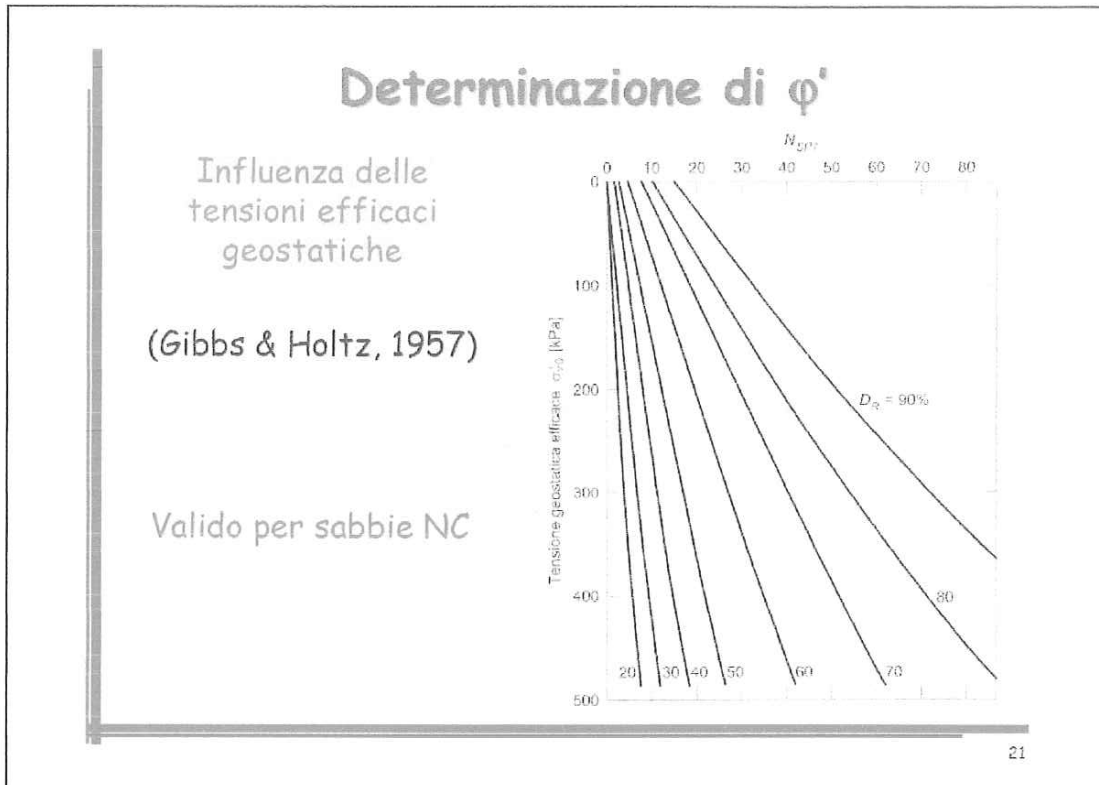
N_{SPT}

numero di colpi necessario ad infiggere un campionatore standard per la profondità di 30 cm (1 piede), battendo con un maglio di 63.5 Kg (140 libbre) con una altezza di caduta di 76.2 cm (30 pollici)

utilizzata per le sabbie e le ghiaie

18

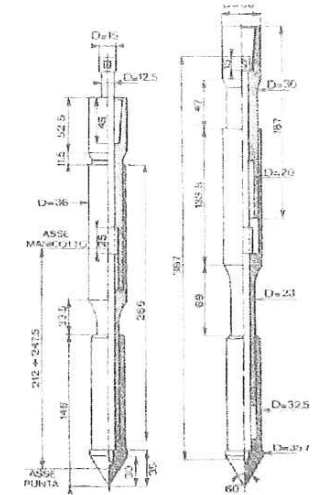
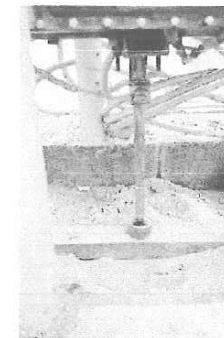
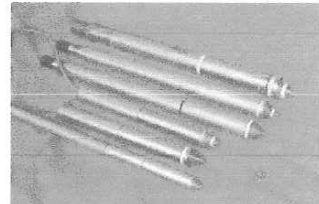
AS.
247



M.C.
249

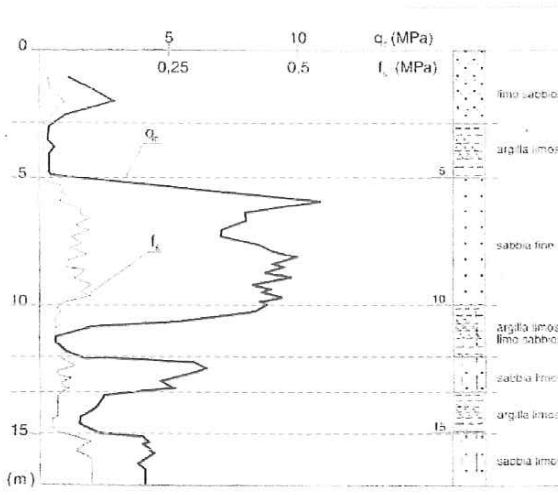
La strumentazione (CPT)

Avviene con rotazioni a velocità costante

25

Esempio dei risultati



Otteniamo risultati riguardanti la resistenza alla punta q_c e quella laterale f_s . Abbiamo indicazioni concernenti la stratigrafia del terreno, perchè valori diversi di resistenza alla punta sono sinonimo di materiale diverso.

limo sabbioso
argilla limosa
sabbia fine
argilla limosa limo sabbioso
sabbia fine
argilla limosa
sabbia limosa

26

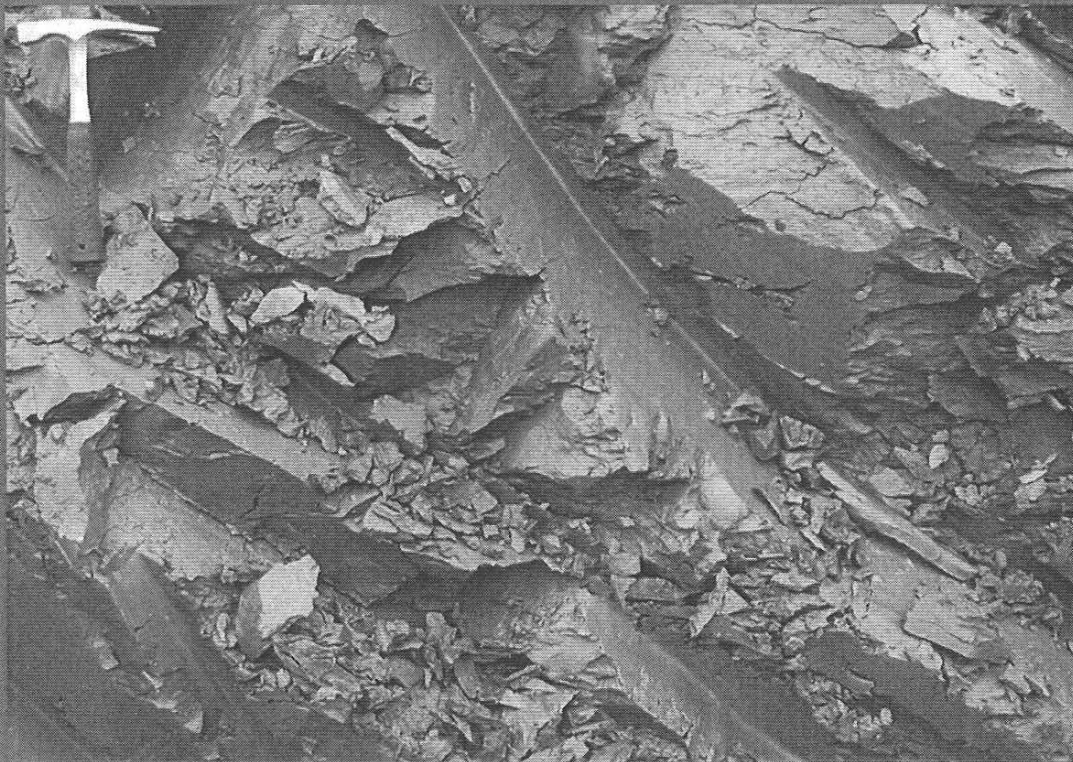
M.C.
251

MdT

CAPITOLO

9

COMPORTAMENTO MECCANICO
delle ARGILLE



Studente : Alessandro ZITO

CAPITOLO 9 - COMPORTAMENTO MECCANICO delle ARGILLE

Lezione 09/05/2013

Ing. Marta Castelli

COMPORAMENTO MECCANICO dei TERRENI a GRANA FINE

Secondo la classificazione **British Standard & MIT**, i terreni a grana fine sono costituiti da grani le cui dimensioni sono variabili, in diametro, da **0,002 mm a 0,06 mm**; in particolare distinguiamo:

- **LIMI** : dimensioni dei grani, in diametro, da 0,002 a 0,06 mm
- **ARGILLE** : dimensioni dei grani, in diametro, < 0,002 mm.

CARATTERISTICHE del MATERIALE

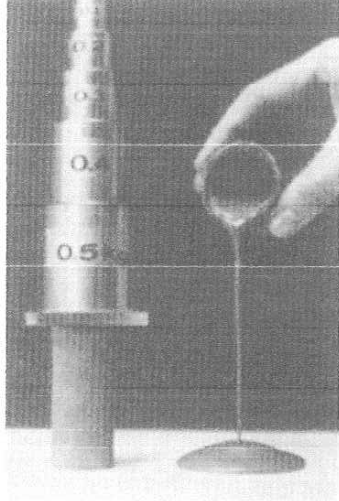
- **BASSA PERMEABILITA'** : il coefficiente di permeabilità o conducibilità idraulica K risulta essere inferiore a 10^{-8} m/s. Siamo dunque in presenza di condizioni **NON DRENATE** con rubinetto **CHIUSO**. Se noi applichiamo un carico ad un provino saturo, nasceranno all'interno del campione delle sovrappressioni interstiziali Δu diverse da 0. Il problema è determinare tali Δu .
- **PARTICELLE di PICCOLE DIMENSIONI e ALLUNGATE** : sono di notevole importanza le forze di superficie, in funzione della composizione mineralogica, alcune particelle posseggono carica negativa. Quando quest'ultime vengono a contatto con l'acqua, si osservano fenomeni fisici e chimici di interazione. La componente d'acqua entrata in contatto diventa acqua adsorbita. Il comportamento meccanico risulta regolato dal contenuto d'acqua w assieme alla composizione mineralogica che ne definisce la consistenza.
- **PRESENZA di COESIONE** : permette di estrarre campioni indisturbati, dunque è possibile effettuare prove di laboratorio su di essi; in particolare le prove triassiali in condizioni drenate e non drenata.



Un campione di marna viene immerso all'interno di un recipiente di acqua distillata. Subisce un rigonfiamento, perchè aumenta il contenuto d'acqua, e di conseguenza aumenta notevolmente il volume

253 *A.S.*

Argille Sensitive (Quick Clays)

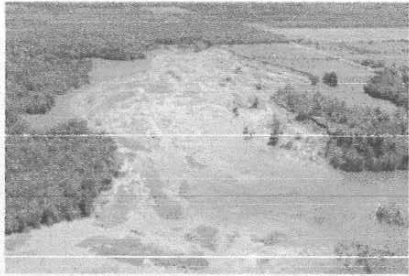



Basta allora un piccolo
stimolo meccanico perché
questi terreni possano
improvvisamente "liquefare"


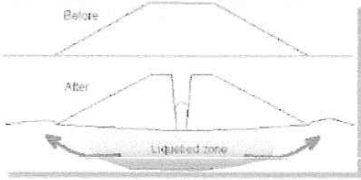
Tipiche delle regioni del
nord
(Norvergia, Canada, Alaska)

7

Argille sensitive (quick clays) conseguenze



Lemleux Landslide, June 20, 1993



8

A.S.
255

Lezione 09/05/2013

Ing. Marta Castelli

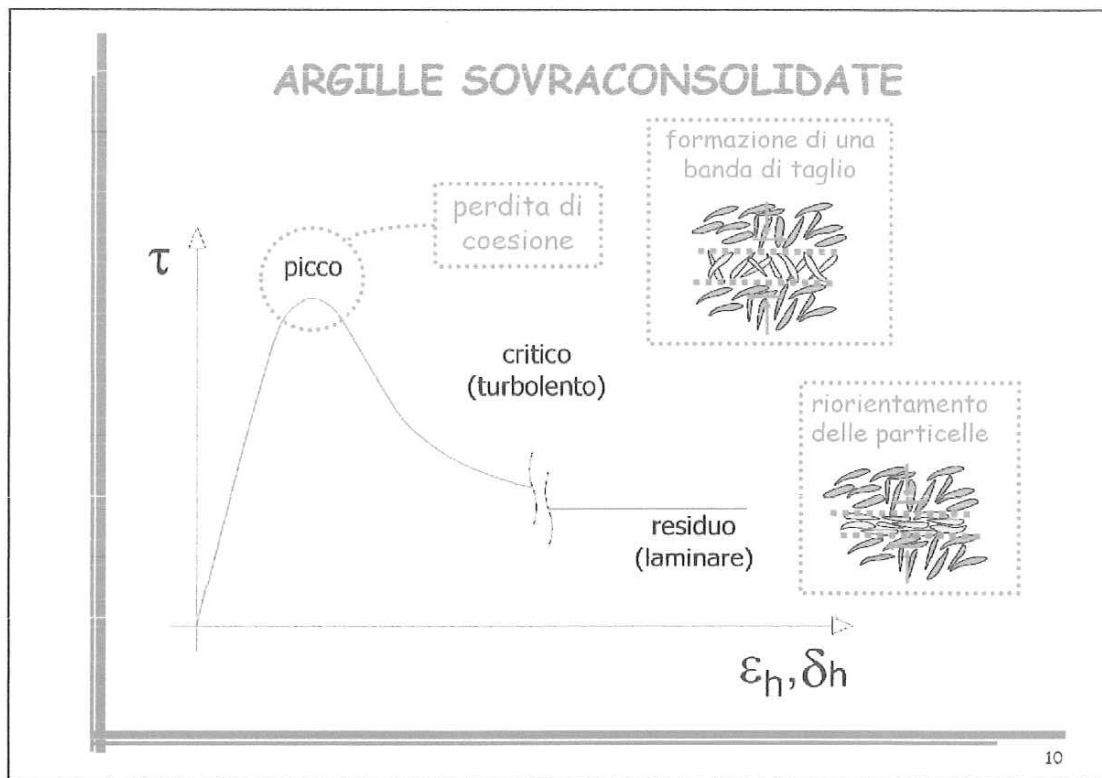
ARGILLE SOVRACONSOLIDATE

Le **Argille Sovraconsolidate** hanno un comportamento di tipo **FRAGILE**. Gli spostamenti tendono a diminuire con il raggiungimento del critico turbolento fino ad arrivare al residuo.

Arrivando a **PICCO**, abbiamo una **perdita di COESIONE**, con il raggiungimento della massima tensione di taglio, con formazione della rottura all'interno del terreno.

Arrivati alla **BANDA di TAGLIO**, abbiamo le piastrine che si distribuiscono lungo la direzione del taglio applicato. Questo riorientamento fa sì che resistenza residua (spostamento relativo del 50%) sia minore rispetto a quella dello stato critico (spostamento relativo del 10%).

Il **comportamento di tipo fragile** comporta un **aumento della DILATANZA**, dunque un aumento del volume e dunque un aumento del contenuto d'acqua.



A.F.
257

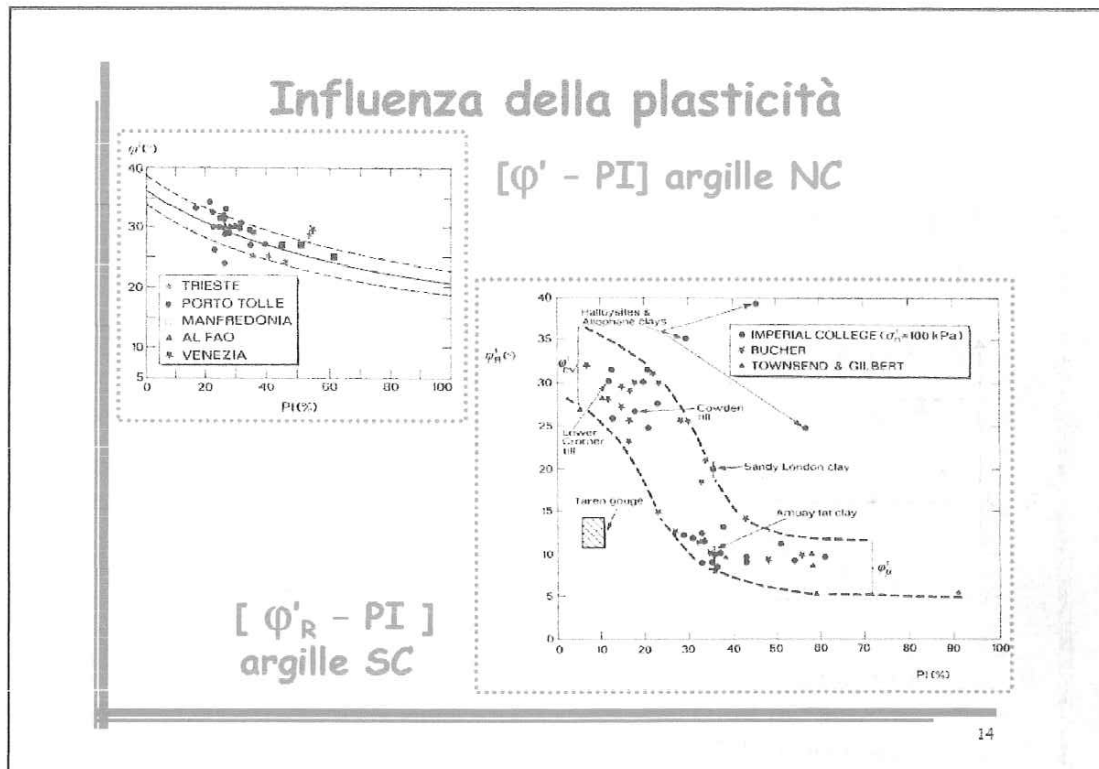
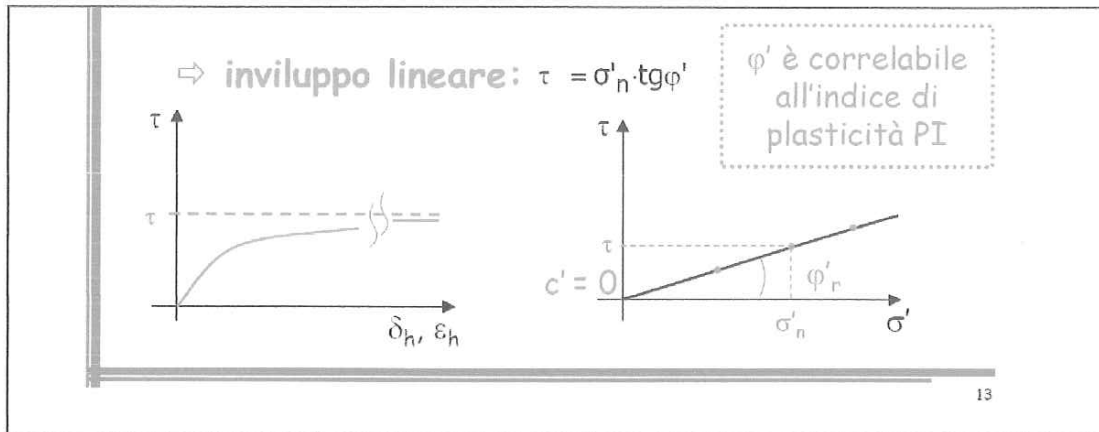
Lezione 09/05/2013

Ing. Marta Castelli

ARGILLE NORMALCONSOLIDATE

Le Argille Normalconsolidate hanno un comportamento di tipo perfettamente **PLASTICO**. Non si osservano i fenomeni di **DILATANZA**, **COESIONE**. Abbiamo il riorientamento delle particelle.

All'aumentare dell'INDICE di PLASTICITA', diminuisce la resistenza RESIDUA.



N.B. : le ARGILLE SOVRACONSOLIDATE hanno una propria COESIONE, mentre quelle NORMALCONSOLIDATE hanno una COESIONE APPARENTE che comporta una $u < 0$.

A.F.
259

Lezione 09/05/2013

Ing. Marta Castelli

Le Prove di taglio sono semplici da effettuare, ma hanno poche potenzialità; infatti non consentono di determinare il quantitativo d'acqua che il campione scambia con l'esterno, ed è difficile quantificare il valore delle pressioni interstiziali.

La prova di taglio diretto viene utilizzata per indagare sul comportamento del nostro provino nell'istante dello stato di picco, dello stato critico, ma non riusciamo ad arrivare allo stato residuo. In generale attraverso queste prove andiamo a definire quale sia l'angolo di attrito di picco e la coesione nello stato di picco.

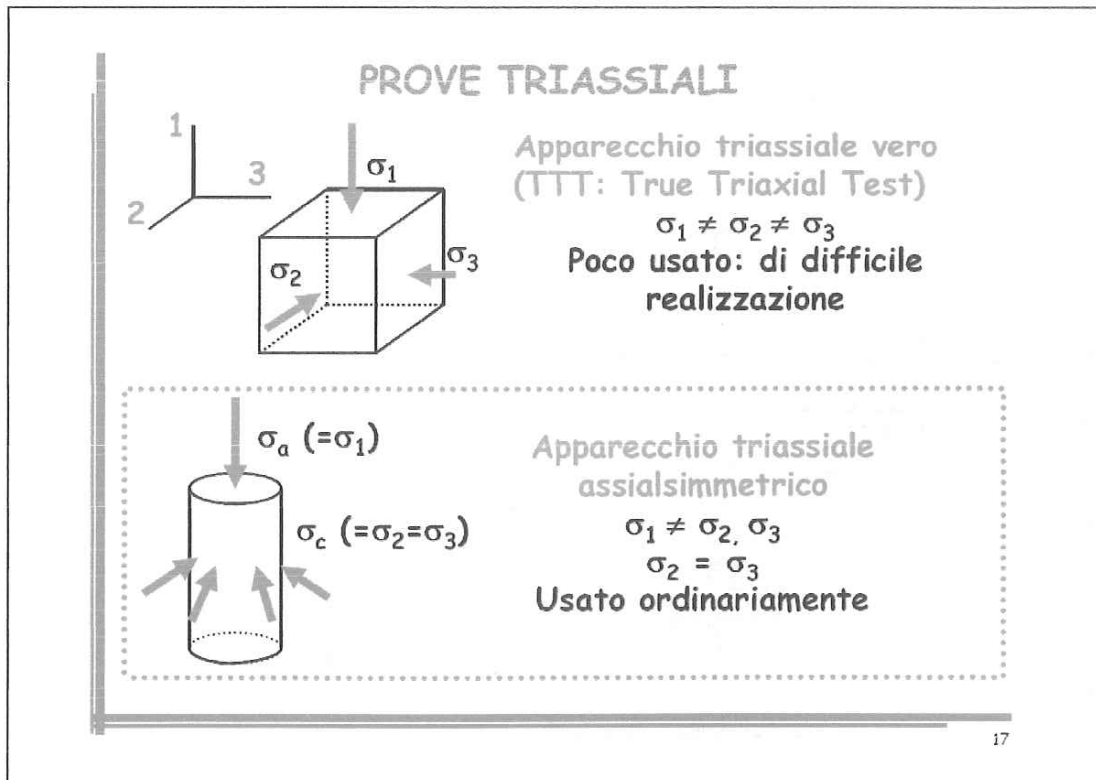
Oltre lo Stato critico, non riusciamo ad effettuare delle valutazioni con la prova di taglio diretto, perchè lo spostamento relativo tra le due facce risulta essere del 50%, dunque la tensione σ_n varia, dunque non permane costante. Questo è dovuto al fatto che:

$$\sigma_n = \frac{N}{A}$$

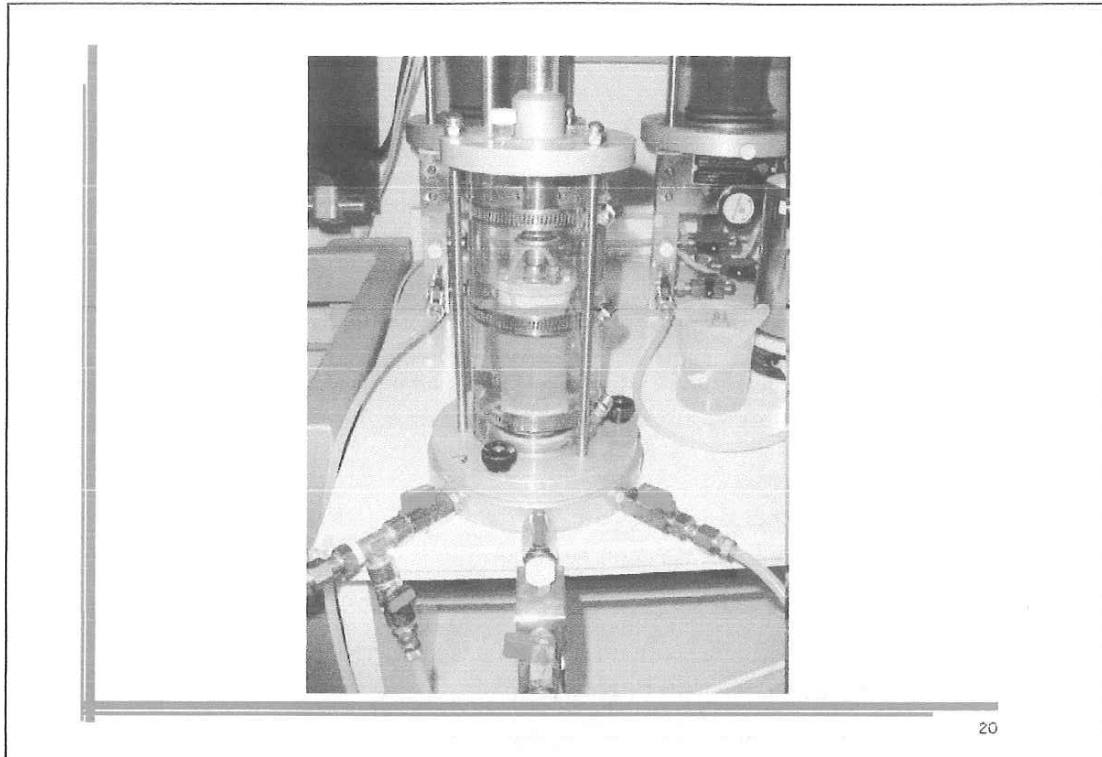
ma la superficie di contatto A di contatto si dimezza, essendoci uno spostamento relativo pari al 50%.

La prova di taglio torsionale o anulare viene utilizzata per determinare i parametri di resistenza nella condizione residua. Lo sforzo di taglio viene applicato sulla medesima superficie che ruota. Il campione viene spalmato all'interno della macchina in modo accurato. La prova viene effettuata in condizioni drenate, ed il carico viene applicato con velocità molto contenute.

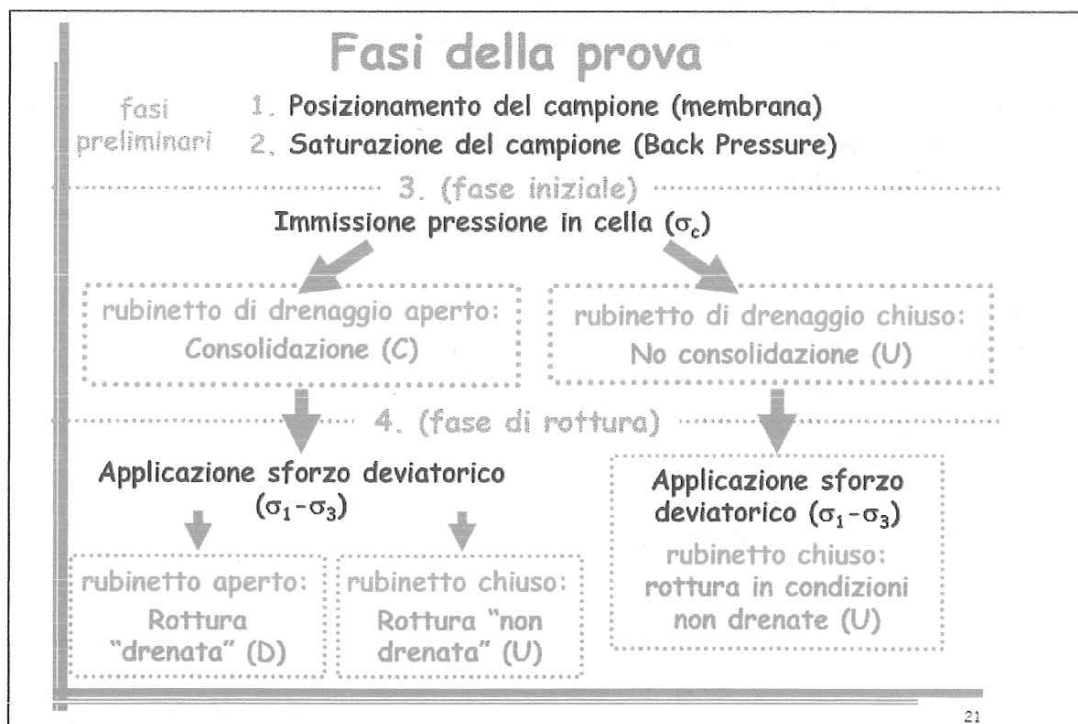
PROVE TRIASSIALI



A.L.
261



La membrana impermeabile in neoprene o in lattice viene utilizzata per isolare il provino dall'esterno. La cella di carico viene disposta sotto una pressa, attraverso la quale si applica una forza assiale. La dissipazione delle Δu avviene attraverso l'espulsione di acqua dal provino. Se il rubinetto di drenaggio è chiuso allora l'acqua non può fuoriuscire dal provino. I tubi di drenaggio sono almeno 2. Per fare delle prove su campioni di argilla, bisogna prima saturarla.



A.F.

Fase iniziale della prova

Non drenata U (Undrained): si applica una pressione di cella (isotropa) con rubinetto chiuso: si generano $\Delta u \neq 0$ ($\Delta V = 0$)

Drenata C (Consolidation): si applica una pressione di cella con rubinetto aperto: avviene consolidazione ($\Delta u = 0$ $\Delta V \neq 0$)

fase di consolidazione

{

CI Cons. Isotropa: $\sigma'_{hc} / \sigma'_{vc} = 1$

Ck₀ Cons. Condizioni k₀: $\sigma'_{hc} / \sigma'_{vc} = k_0$

CA Cons. Anisotropa: $\sigma'_{hc} / \sigma'_{vc} \neq 1$

23

Fase di rottura

- ✓ Si applica uno sforzo deviatorico ($\sigma_1 - \sigma_3$) che porta il materiale a rottura
- ✓ Diversi possibili stress-path: varia una delle due tensioni principali mentre l'altra resta costante

Percorsi delle sollecitazioni (stress-path):

CS

$\sigma_a = \text{cost}$

$\sigma_c = \text{diminuisce}$

CC

$\sigma_a \text{ aumenta}$

$\sigma_c = \text{cost}$

ES

$\sigma_a = \text{diminuisce}$

$\sigma_c = \text{cost}$

EC

$\sigma_a = \text{cost}$

$\sigma_c = \text{aumenta}$

24

A.L.
265

Scopo della prova

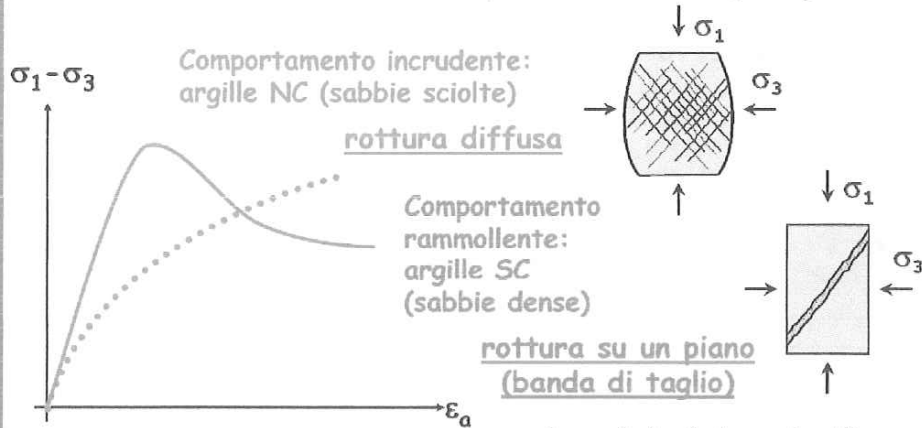
1. Ricavare le curve sforzi-deformazioni dei terreni (argille e sabbie ricostituite) e delle rocce
2. Ricavare i parametri di resistenza del materiale:

Tensioni efficaci \Rightarrow $\left\{ \begin{array}{l} \cdot \text{Angolo di resistenza al taglio (picco)} \varphi'_p \\ \cdot \text{Coesione } c' \end{array} \right.$

Tensioni totali \Rightarrow Resistenza al taglio non drenata c_u

27

Curve sforzi-deformazioni (CC)



Si ricavano i moduli di deformabilità $\left\{ \begin{array}{l} \text{condizioni drenate } E' \\ \text{condizioni non drenate } E_u \end{array} \right.$

Tangente (iniziale): E_i

Secante (al 50% dello sforzo deviatorico a rottura): E_s

28

M. Castelli
267

Lezione

Ing. Marta Castelli

Parametri delle pressioni interstiziali di Skempton

E' una formula empirica, ottenuta per mezzo di diversi processi di carico effettuati attraverso prove triassiali.

$$\Delta u = B * [\Delta\sigma_3 + A * (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)]$$

Tale formula sta ad indicare che le variazioni delle pressioni interstiziali in un terreno variano in funzione delle sollecitazioni imposte. ATTENZIONE!!!! Questa è una formula empirica che NON può essere usata per fare delle valutazioni in Sito. Questa può essere applicata in Laboratorio in termini qualitativi per evidenziare come variano le pressioni interstiziali Δu , e per capire se esse sono positive o negative.

Studiamo nel dettaglio i parametri A e B:

il Parametro A è funzione del GRADO di SOVRACONSOLIDAZIONE e dallo STATO TENSIONALE. Tale parametro si ricava in FASE di ROTTURA con un processo di COMPRESSIONE per CARICO, ove $\Delta\sigma_3 = 0$.

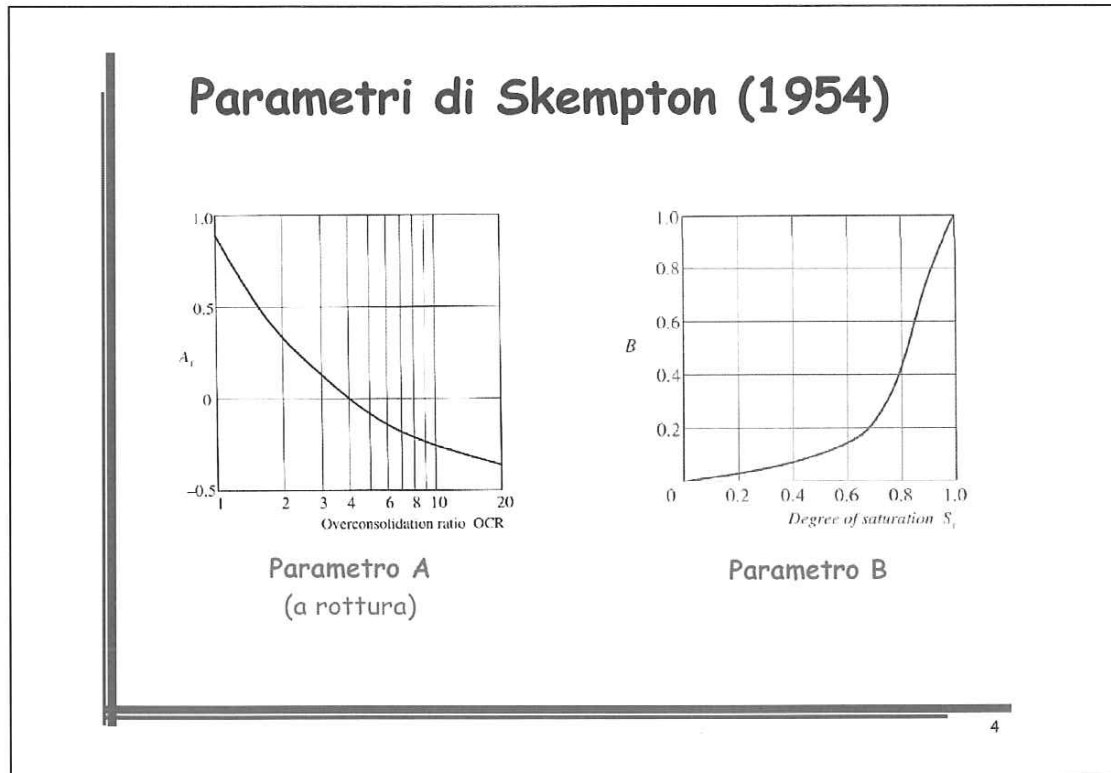
$$\Delta u = A \cdot \Delta\sigma_1 \rightarrow A = \frac{\Delta u}{\Delta\sigma_1}$$

Il parametro B è funzione del GRADO di SATURAZIONE. Si ricava tramite uno sforzo isotropo con

$$\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3 = 0;$$

$$\Delta\sigma_{isotropa} = \Delta\sigma_3 = \Delta\sigma_1$$

Il parametro B viene assunto pari ad 1, nel caso in cui il campione risulta essere SATURO (in generale quando si effettua una prova triassiale il campione risulta essere saturo!)



A.S.
269

se $\Delta\sigma_3 \neq 0$ $\Delta\sigma_1 = 0$ (Percorsi CS o EC)

$$\Delta u = \Delta\sigma_3 - A\Delta\sigma_3$$

$$\begin{cases} A = 1 \Rightarrow \Delta u = 0 & \text{argille NC} \\ A = 0 \Rightarrow \Delta u = \Delta\sigma_3 & \text{argille poco SC} \\ A = -\frac{1}{2} \Rightarrow \Delta u = \frac{3}{2}\Delta\sigma_3 & \text{argille molto SC} \end{cases}$$

↓

in condizioni di scarico ($\Delta\sigma_3 < 0$)
si ha sempre $\Delta u \leq 0$

6

PERCORSO COMPRESIONE per SCARICO o ESTENSIONE per CARICO

$$\Delta u = B^*[\Delta\sigma_3 + A^*(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)]$$

ma $\Delta\sigma_3$ è diversa da zero 0 ed inoltre $B=1$ (il campione è saturo). Quindi rimane che

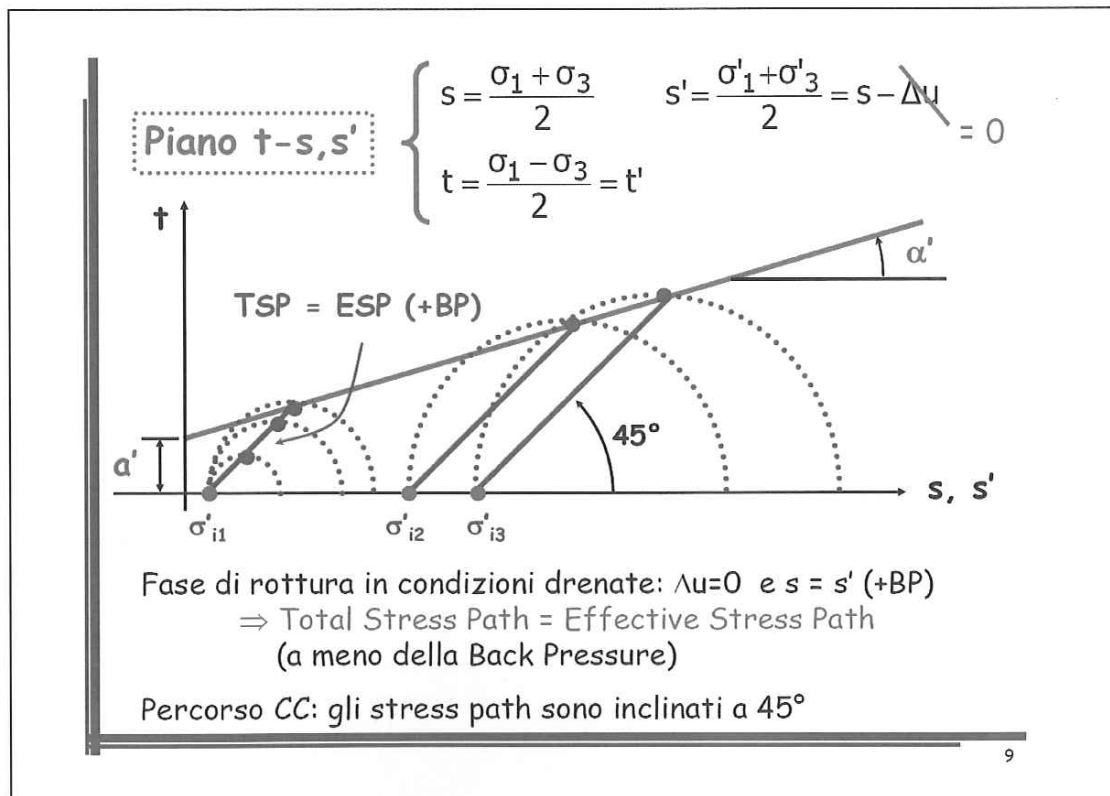
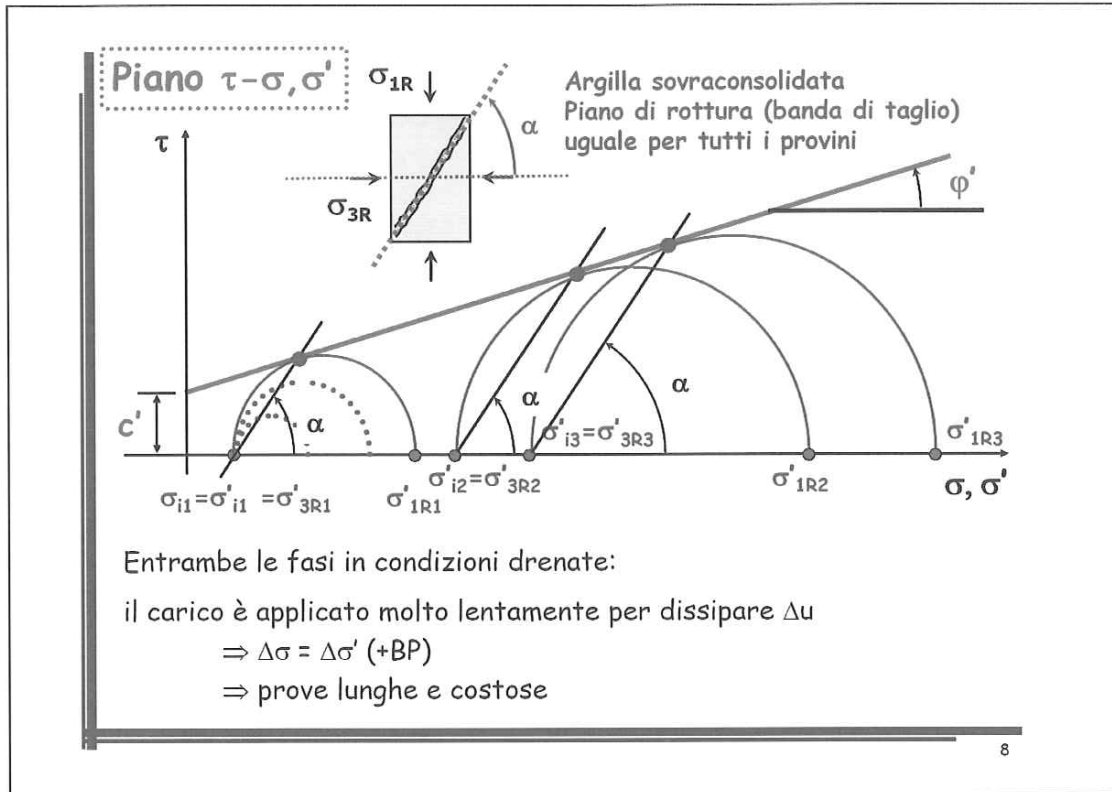
$\Delta u = \Delta\sigma_3 - A \cdot \Delta\sigma_3$; essendo $\Delta\sigma_1 = 0$. Se le argille di cui trattasi sono **NORMALCONSOLIDATE** il **PARAMETRO di SKEMPTON A** è **UGUALE ad 1**, dunque la pressione interstiziale $\Delta u = 0$, dato che

$$\Delta u = \Delta\sigma_3 - 1 \cdot \Delta\sigma_3.$$

Se le Argille sono **DEBOLMENTE SOVRACONSOLIDATE** il **PARAMETRO di SKEMPTON A**, per cui ne conseguirà che la pressione interstiziale $\Delta u = \Delta\sigma_3$.

Nel caso in cui lavorassimo con argille **MOLTO SOVRACONSOLIDATE**, $\Delta\sigma_1 > 0$, ma il **PARAMETRO A di SKEMPTON** è $=(-1/2)$, dunque le

$$\begin{aligned} \Delta u &= \Delta\sigma_3 - A \cdot \Delta\sigma_3 \rightarrow \\ &= \Delta\sigma_3 + (1/2) \cdot \Delta\sigma_3 = (3/2) \cdot \Delta\sigma_3 \end{aligned}$$



M. Castelli
273

PROVA CIU : CONSOLIDATA NON DRENATA ISOTROPA

Prima fase:

abbiamo la fase della consolidazione. Viene applicato uno sforzo isotropo, dunque con la tensione di cella che risulta essere uguale alla tensione assiale.

$$\sigma_a = \sigma_c = \sigma_i$$

alla fine della fase $\sigma' = \sigma - BP$ ($\Delta u = 0$);

Seconda fase:

abbiamo la fase della rottura in condizione NON drenate. Viene applicato il percorso di sollecitazione di compressione per carico, dunque con la tensione di cella imposta costante come quella della fase precedente, e con la tensione assiale > 0 .

$$\Delta \sigma_a > 0; \Delta \sigma_c = 0$$

alla fine della fase $\sigma' = \sigma - \Delta u - BP$ ($\Delta u = 0$);

N.B. : si eseguono un minimo di tre prove, per interpolare l'INVILUPPO di RESISTENZA

N.B. : I provini sono saturi (Back Pressure)

SECONDA FASE : FASE di ROTTURA

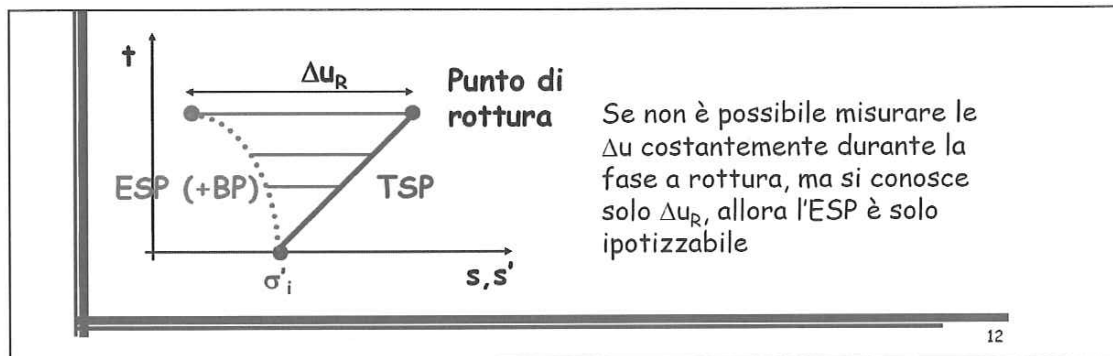
$$\text{Essendo } \Delta u \neq 0 \Rightarrow \text{TSP} \neq \text{ESP} \text{ (ESP} = \text{TSP} - \Delta u)$$

La variazione di Δu non è lineare al procedere della prova, ma è funzione dello stato tensionale applicato.

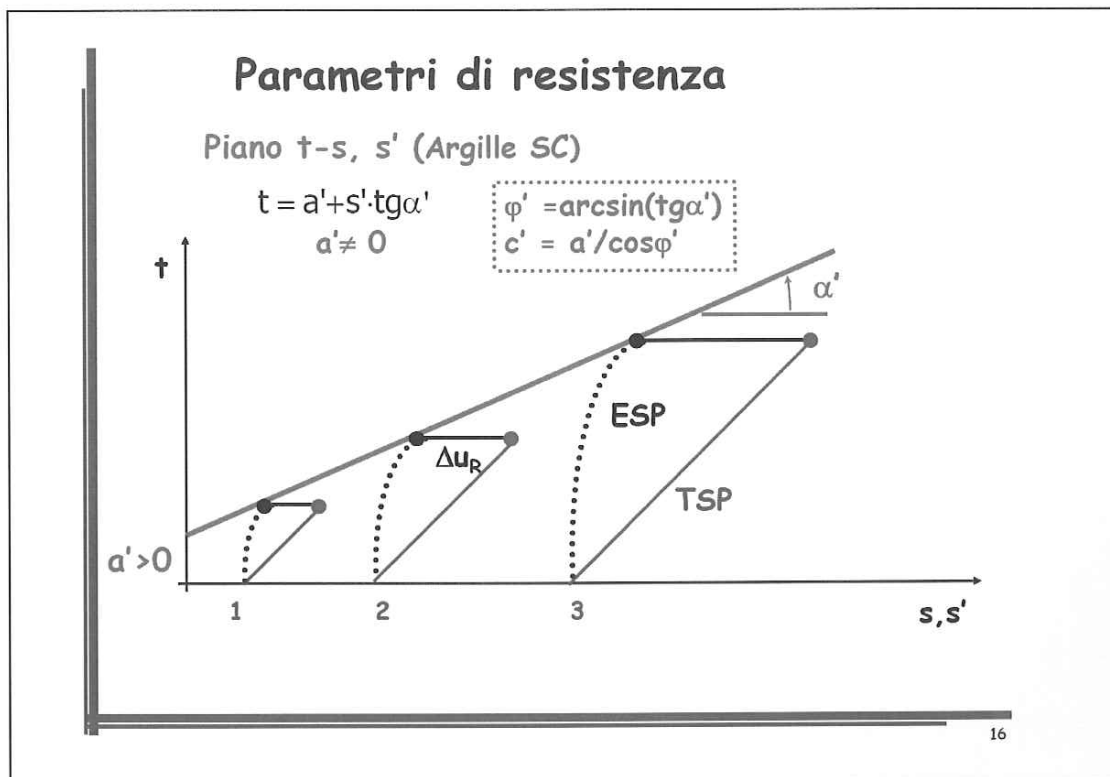
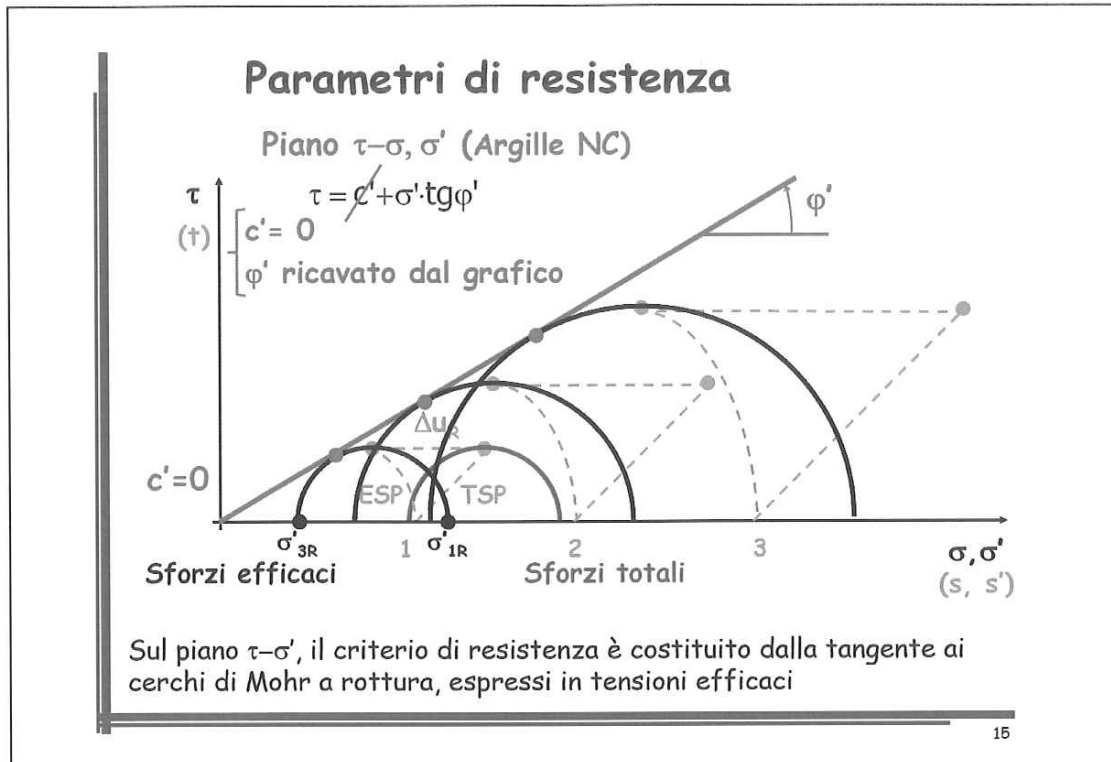
Per campioni saturi:

$$\Delta u = \Delta \sigma_3 + A^* (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) = fz(A)$$

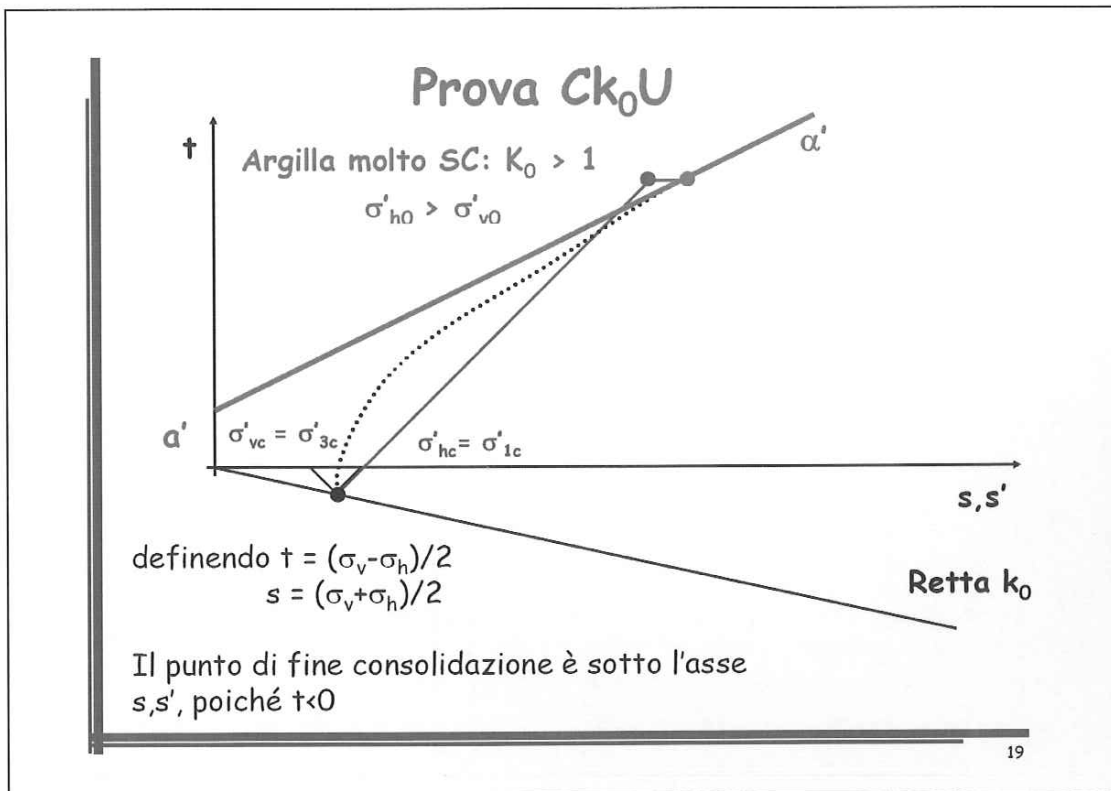
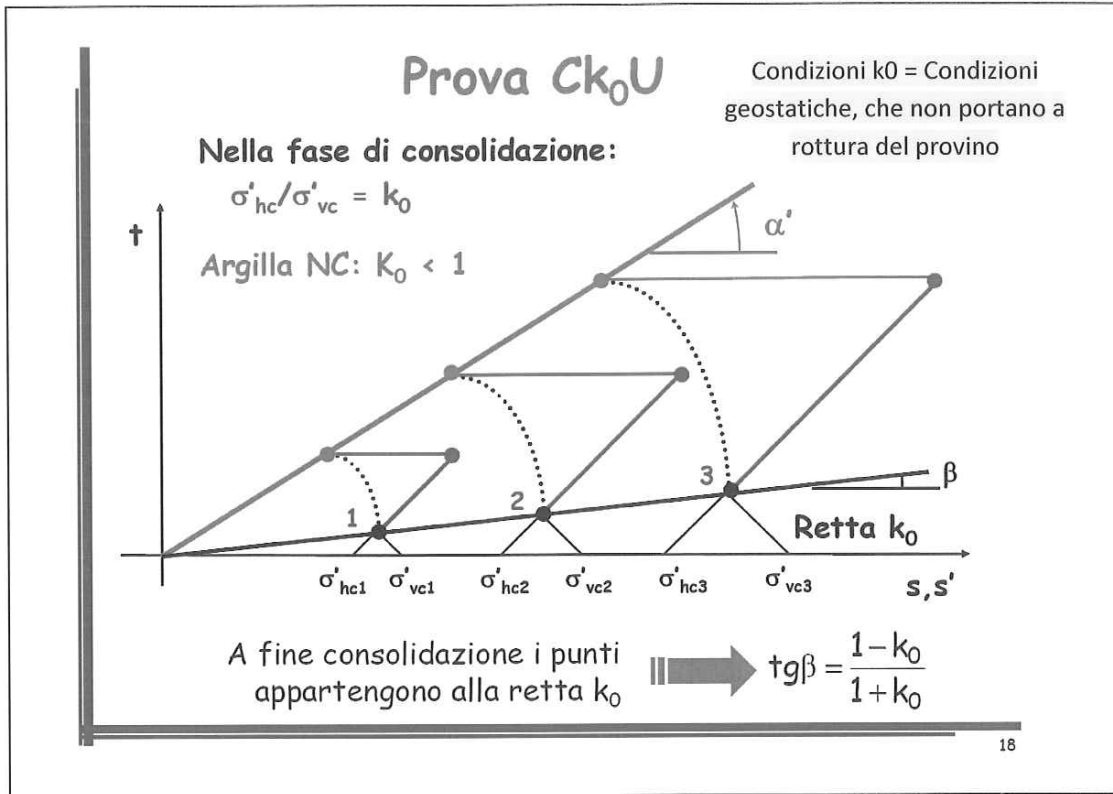
Riprendendo i valori del parametro A di SKEMPTON, osserviamo che per le argille normalconsolidate $A > 0$, dunque $\Delta u > 0$



A.F.



A.S.
277



A.S.
279

Piano τ - σ Se si riportano sul piano τ - σ i risultati della prova si nota che i cerchi di Mohr a rottura delle tensioni totali sono uguali e traslati

L'involuppo che si ricava è orizzontale, tangente ad ogni cerchio nel punto $(\tau_{max}, \sigma_{media})$

Tale involuppo può essere descritto dai parametri:

$$\begin{cases} C_u = \tau_{max} \\ \varphi_u = 0 \end{cases}$$

(NB) Questi parametri NON rappresentano coesione ed angolo di attrito perché sono espressi in termini di SFORZI TOTALI

22

Perché?

I 3 provini sono campionati alla stessa profondità:

$$\sigma'_{v0} = \sigma_{v0} - u_0$$

$$\sigma'_{h0} = K_0 \sigma'_{v0}$$

Dopo il campionamento il materiale è scarico:
 $\sigma_v = \sigma_h = 0$

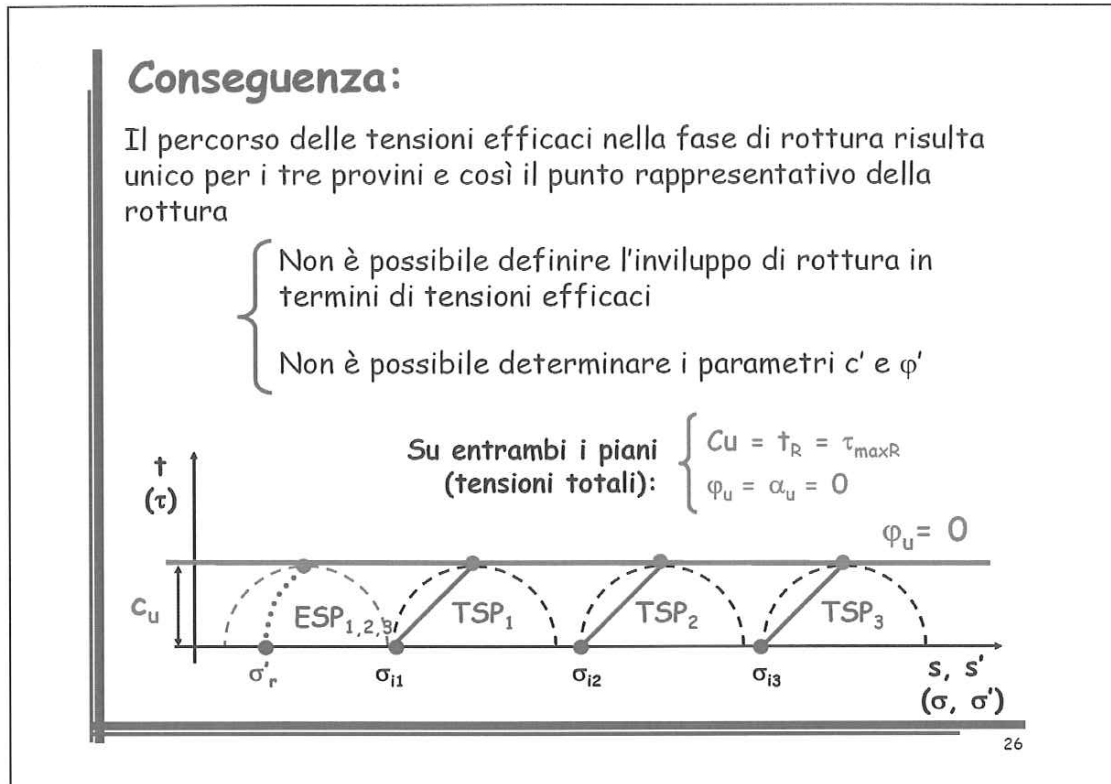
Si instaura perciò una pressione idraulica negativa:
 $u_r < 0$

$\sigma'_r = -u_r$ isotropa

Uguale per tutti i provini

23

A.B.
281



Se io campiono i tre provini, e li porto in laboratorio li scaricherò del peso proprio del terreno, quindi delle tensioni totali agenti su di essi.

Ma nei provini vi è la presenza d'acqua. Ciò vuol dire che si instaurerà una pressione idraulica negativa u_r , dunque tutti i miei tre campioni avranno il medesimo comportamento a sforzo efficace perchè $\sigma'_r = -u_r$. Io applicherò nella PRIMA FASE (NON DRENATA) una pressione isotropa σ_i (uguale nella direzione "assiale" e "radiale"), che comporterà un aumento delle pressioni interstiziali (la fase è NON DRENATA, dunque ritornando al capitolo della consolidazione la valvola dello stantuffo è chiusa!)..

applicando i Parametri di Skempton so che :

$$\Delta u = B^*[\Delta(\sigma_3) + A^*[\Delta(\sigma_1) - \Delta(\sigma_3)]]$$

Essendo lo sforzo isotropo (dunque uguale in tutte le direzioni), ciò che moltiplica il parametro A si elide, quindi avremo che:

$$\Delta u = B^*[\Delta(\sigma_3)].$$

assumendo $B=1$ (campione saturo) ed essendo $\Delta(\sigma_3) = \sigma_i$ allora si evince che tutto lo sforzo totale è finito sull'acqua.

Allora posso definire il quantitativo d'acqua totale per ogni campione che sarà uguale a $u_{tot} = \sigma_i + u_r$.

Adesso applico il principio degli sforzi efficaci di Terzaghi, osservando che in generale

A.B.
283

Perché un'analisi in termini di tensioni totali?

- ✓ Quando in sito il terreno si trova in condizioni non drenate, una variazione di carichi genera sovrappressioni interstiziali Δu
- ✓ Le tensioni efficaci (e quindi la resistenza del materiale) possono essere calcolate solo se si è in grado di determinare Δu
- ✓ Tale determinazione è generalmente impossibile perché Δu è influenzata:
 - ⇒ dalla storia tensionale
 - ⇒ dallo stress-path seguito
 - ⇒ dai caratteri strutturali del deposito (es: anisotropia, presenza di fratture, ecc.)
 - ⇒ da fenomeni di plasticizzazione locale (riorientamento dei grani, variazioni di indice dei vuoti)

30

Analisi della resistenza di un terreno

In condizioni DRENATE:
($\Delta u=0$)

In termini di tensioni efficaci

$$\tau_R = c' + \sigma'_n \cdot \text{tg} \varphi'$$

Determinazione di c' e φ' in laboratorio:
 ↗ prove CD
 ↘ prove CU

In condizioni NON DRENATE:
($\Delta u \neq 0$, impossibile da determinare)

In termini di tensioni totali

$$\tau_R = C_u$$

Determinazione di C_u in laboratorio:
 ↗ prove UU
 $C_u = f_z$ della profondità di prelievo (σ'_{v0})
 ↘ prove CU
 $C_u = f_z$ di σ'_{vc} in fase di consolidazione

31

A.S.
285

Determinazione sperimentale di C_u

Altri fattori che influenzano il valore di C_u :

- ✓ disturbo del campione (tipo di campionamento, profondità, OCR, ecc.)
- ✓ stato tensionale riprodotto in laboratorio
 - ⇒ tipo di consolidazione (isotropa, k_0)
 - ⇒ rotazione dei piani principali e rottura progressiva
- ✓ Storia tensionale (OCR)

Nella pratica corrente si assumono le seguenti relazioni:

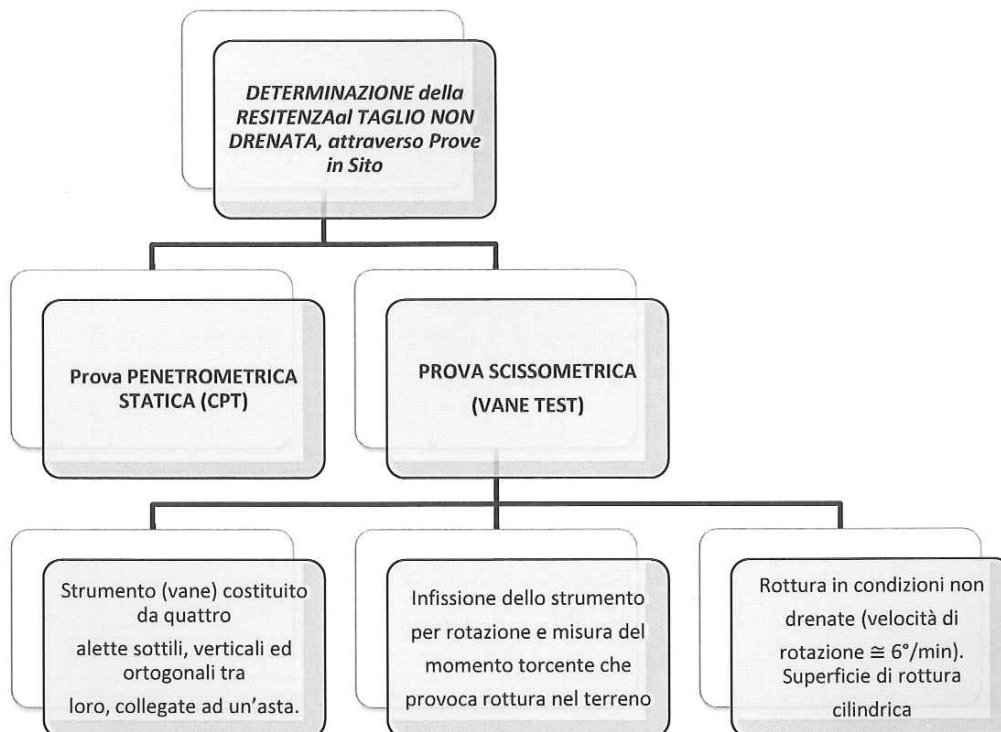
$$\frac{C_u(\text{NC})}{\sigma'_v} = \text{cost}$$

Argille NC

$$\frac{C_u(\text{SC})}{\sigma'_v} = \frac{C_u(\text{NC})}{\sigma'_v} \cdot \text{OCR}^m$$

Argille SC ($m=0.8$)

34



A.L.
287

ESERCITAZIONE 7

ING. MARTA CASTELLI

RESISTENZA al TAGLIO dei TERRENI

ha si determina per mezzo:

- PROVE in SITO per TERRENI a GRANA GROSSOLANA:

PROVA PENETROMETRICA DINAMICA (SPT)

- PROVE di LABORATORIO per TERRENI a GRANA FINE:

PROVE di COMPRESSIONE TRIASSIALE (CD, CU, UU)

COMPORIAMENTO MECCANICO dei TERRENI (RESISTENZA e DEFORMABILITA'): f (GRANULOMETRIA)

$\phi > 60 \text{ mm}$	CIOTTOLI
$2 \text{ mm} < \phi < 60 \text{ mm}$	GHIAIA
$0.06 \text{ mm} < \phi < 2 \text{ mm}$	SABBIA
$0.002 \text{ mm} < \phi < 0.06 \text{ mm}$	LIMO
$\phi < 0.002 \text{ mm}$	ARGILLA

Grana grossolana

Grana fine

Le PROVE SPERIMENTALI da eseguire per la DETERMINAZIONE dei PARAMETRI di RESISTENZA (e DEFORMABILITA') dipendono della POSSIBILITA' di ESTRARRE CAMPIONI INDISTURBATI dal SITO.

A.S.
289

TERRENI a GRANA FINE (ARGILLEE)

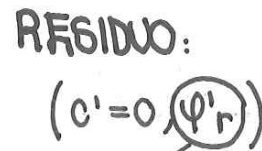
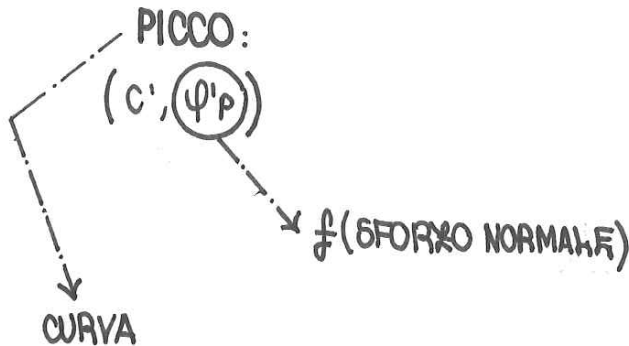
CRITERI di RESISTENZA

○ In CONDIZIONI DRENATE ($\Delta u = 0$) Non abbiamo SOVRAPPRESSIONI INTERSTIZIALI.

In termini di TENSIONI EFFICACI

$$\tau_c = c' + \sigma'_n \cdot \operatorname{tg} \psi'$$

CRITERIO di COULOMB
LINEARE



$f(\text{MINERALOGIA MATERIALE})$

⇒ LINEARIZZAZIONE dell'INVOLUPPO valida per un CERTO INTERVALLO dello SFORZO NORMALE APPLICATO.

○ In CONDIZIONI NON DRENATE ($\Delta u \neq 0$)

In TERMINI di TENSIONI TOTALI

$$\tau_R = c_u$$

CRITERIO di TRESCA

IMPOSSIBILE da DETERMINARE
in SITO

Non applichiamo il CRITERIO di COULOMB perché questo si basa sugli SFORZI EFFICACI, che sono INDETERMINABILI perché dobbiamo conoscere le PRESSIONI IDRAULICHE.

MODELLO di COMPORTAMENTO: MATERIALE PURAMENTE
COSSIVO

42.
2/21

? Quali PARAMETRI si ottengono dalle VARIE PROVE?

LABORATORIO

- TAGLIO DIRETTO $\Rightarrow c'$ e $\psi'p$
- TAGLIO ANULARE $\Rightarrow \psi'_{R}$ ($c'_{R}=0$)
- TRIASSIALI $\Rightarrow c'$ e $\psi'p$ (PROVE CD e CU)
 $\Rightarrow c_u$ (PROVE UU e CU)

SITO

- CPT $\Rightarrow c_u$
- VANE TEST $\Rightarrow c_u$

PROVE TRIASSIALI per la DETERMINAZIONE dei PARAMETRI di RESISTENZA

① CONSOLIDATE - DRENATE (CD) $\left\{ \begin{array}{l} CID: CONSOLIDATA ISOTROPA \\ CKoD: CONSOLIDATA in CONDIZIONI ko \\ CAD: CONSOLIDATA ANISOTROPA \end{array} \right.$

② CONSOLIDATE - NON DRENATE (CU) $\left\{ \begin{array}{l} CIU: CONSOLIDATA ISOTROPA \\ CKoU: CONSOLIDATA in CONDIZIONI ko \\ CAU: CONSOLIDATA ANISOTROPA \end{array} \right.$

③ NON CONSOLIDATE - NON DRENATE (UU) \Rightarrow solo in TERMINI di SFORZI TOTALI.

STRESS PATH a ROTTURA di COMPRESSIONE CARICO (CC) per tutte le PROVE,
 con $\Delta\sigma_c = \Delta\sigma_3 = 0$ e $\Delta\sigma_a = \Delta\sigma_1 > 0$.

A.S.
29 3

ESERCIZIO 4 - PROVE CID

Utilizzando i risultati di una serie di PROVE di TIPO CONSOLIDATO DRENATO, determinare i PARAMETRI di RESISTENZA al TAGLIO dell'ARGILLA.

PROVA	1	2	3
σ'_c [kPa]	400	200	300
$(\sigma_1 - \sigma_3)_R$ [kPa]	240	438	644

PIANO τ - σ FASE a ROTTURA

PROVA 1:

$$\sigma'_{3R} = \sigma'_c = \sigma_{3R} \Rightarrow \sigma'_{3R} = 400 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{1R} = (\sigma_1 - \sigma_3)_R + \sigma_{3R} = \sigma_{1R} \Rightarrow \sigma'_{1R} = 240 + 400 = 640 \text{ kPa}$$

PROVA 2:

$$\sigma'_{3R} = \sigma'_c = \sigma_{3R} \Rightarrow \sigma'_{3R} = 200 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{1R} = (\sigma_1 - \sigma_3)_R + \sigma_{3R} = \sigma_{1R} \Rightarrow \sigma'_{1R} = 438 + 200 = 638 \text{ kPa}$$

PROVA 3

$$\sigma'_{3R} = \sigma'_c = \sigma_{3R} \Rightarrow \sigma'_{3R} = 300 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{1R} = (\sigma_1 - \sigma_3)_R + \sigma_{3R} = \sigma_{1R} \Rightarrow \sigma'_{1R} = 644 + 300 = 944 \text{ kPa}$$

$$!!! (\sigma_1 - \sigma_3)_R = (\sigma'_1 - \sigma'_3)_R \text{ poichè } \Delta u = 0$$

$$\sigma_R = \sigma_{R'} = \frac{\sigma'_{4R} + \sigma'_{3R}}{2} = \frac{340 + 400}{2} = \frac{440}{2} = 205 \text{ kPa}$$

PROVA 2 - FASE di CONSOLIDAZIONE

$$\sigma'_{4C} = \sigma'_{4C} = \sigma'_{3C} = \sigma'_{3C} = 200 \text{ kPa}$$

$$t_C = t'_C = \frac{\sigma'_{4C} - \sigma'_{3C}}{2} = \frac{200 - 200}{2} = 0 \text{ kPa}$$

$$\sigma_C = \sigma'_C = \frac{\sigma'_{4C} + \sigma'_{3C}}{2} = \frac{200 + 200}{2} = 200 \text{ kPa}$$

PROVA 2 - FASE di ROTTURA

$$t_R = t'_R = \frac{\sigma'_{4R} - \sigma'_{3R}}{2} = \frac{438}{2} = 219 \text{ kPa}$$

$$\sigma_R = \sigma'_R = \frac{\sigma'_{4R} + \sigma'_{3R}}{2} = \frac{638 + 200}{2} = 419 \text{ kPa}$$

PROVA 3 - FASE di CONSOLIDAZIONE

$$\sigma'_{4C} = \sigma'_{4C} = \sigma'_{3C} = \sigma'_{3C}$$

$$t_C = t'_C = \frac{\sigma'_{4C} - \sigma'_{3C}}{2} = \frac{300 - 300}{2} = 0 \text{ kPa}$$

$$\sigma_C = \sigma'_C = \frac{\sigma'_{4C} + \sigma'_{3C}}{2} = \frac{300 + 300}{2} = 300 \text{ kPa}$$

PROVA 3 - FASE di ROTTURA

$$t_R = t'_R = \frac{-\sigma'_{3R} + \sigma'_{4R}}{2} = \frac{944 - 300}{2} = 322 \text{ kPa}$$

$$\sigma_R = \sigma'_R = \frac{\sigma'_{4R} + \sigma'_{3R}}{2} = \frac{944 + 300}{2} = 622 \text{ kPa}$$

A.L.
294

ESERCIZIO 2 - PROVE CU

Utilizzando i RISULTATI di una SERIE di PROVE di tipo consolidato - non drenato, determinare i PARAMETRI di RESISTENZA al TAGLIO dell'ARGILLA.

PROVA	1	2	3
σ'_c [kPa]	100	250	400
$(\sigma_1 - \sigma_3)_R$ [kPa]	340	410	474
μ_R [kPa]	-42	64	177

PIANO $\sigma - \tau$ FASE a ROTTURA

PRIMA PROVA

$$\sigma_{3R} = \sigma_c = \sigma'_c = 100 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{1R} = \sigma_{3R} + (\sigma_1 - \sigma_3)_R = 100 + 340 = 440 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{3R} = \sigma_{3R} - \mu_R = 100 - (-42) = +142 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{1R} = \sigma_{1R} - \mu_R = 440 - (-42) = +482 \text{ kPa}$$

!!! Le TENSIONI TOTALI ed EFFICACI non coincidono durante la FASE di ROTTURA poiché $\Delta u \neq 0$.

SECONDA PROVA

$$\sigma_{3R} = \sigma_c = \sigma'_c = 250 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{1R} = (\sigma_1 - \sigma_3)_R + \sigma_{3R} = 410 + 250 = 660 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{3R} = \sigma_{3R} - \mu_R = 250 - 64 = 186 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{1R} = \sigma_{1R} - \mu_R = 660 - 64 = 596 \text{ kPa}$$

TERZA PROVA

$$\sigma_{3R} = \sigma_c = \sigma'_c = 400 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{1R} = (\sigma_1 - \sigma_3)_R + \sigma_{3R} = 474 + 400 = 874 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{3R} = \sigma_{3R} - \mu_R = 400 - 177 = 223 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{1R} = \sigma_{1R} - \mu_R = 874 - 177 = 697 \text{ kPa}$$

Δz
299

FASI della ROTTURA

PROVA 1

$$\tau_R' = \tau_R = \frac{\sigma_{1R}' - \sigma_{3R}'}{2} = \frac{482 - 442}{2} = 20 \text{ kPa}$$

$$\sigma_R' = \sigma_R = \frac{\sigma_{1R}' + \sigma_{3R}'}{2} = \frac{482 + 442}{2} = 462 \text{ kPa}$$

$$\sigma_R = \frac{\sigma_{1R} + \sigma_{3R}}{2} = \frac{440 + 400}{2} = 420 \text{ kPa}$$

PROVA 2

$$\tau_R' = \tau_R = \frac{\sigma_{1R}' - \sigma_{3R}'}{2} = \frac{596 - 486}{2} = 55 \text{ kPa}$$

$$\sigma_R = \frac{\sigma_{1R} + \sigma_{3R}}{2} = \frac{660 + 250}{2} = 455 \text{ kPa}$$

$$\sigma_R' = \frac{\sigma_{1R}' + \sigma_{3R}'}{2} = \frac{596 + 486}{2} = 541 \text{ kPa}$$

PROVA 3

$$\tau_R' = \tau_R = \frac{-\sigma_{3R}' + \sigma_{1R}'}{2} = \frac{694 - 223}{2} = 235 \text{ kPa}$$

$$\sigma_R = \frac{\sigma_{1R} + \sigma_{3R}}{2} = \frac{844 + 400}{2} = 622 \text{ kPa}$$

$$\sigma_R' = \frac{\sigma_{1R}' + \sigma_{3R}'}{2} = \frac{694 + 223}{2} = 458 \text{ kPa}$$