NUMERO: 977

DATA: 20/05/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Zito

MATERIA: Scienze delle Costruzioni Esercizi

Prof. Valente

POLITECNICO di TORINO
Facoltà di INGEGNERIA EDILE
D.I.S.E.G.

Anno Accademico 2011 - 2012

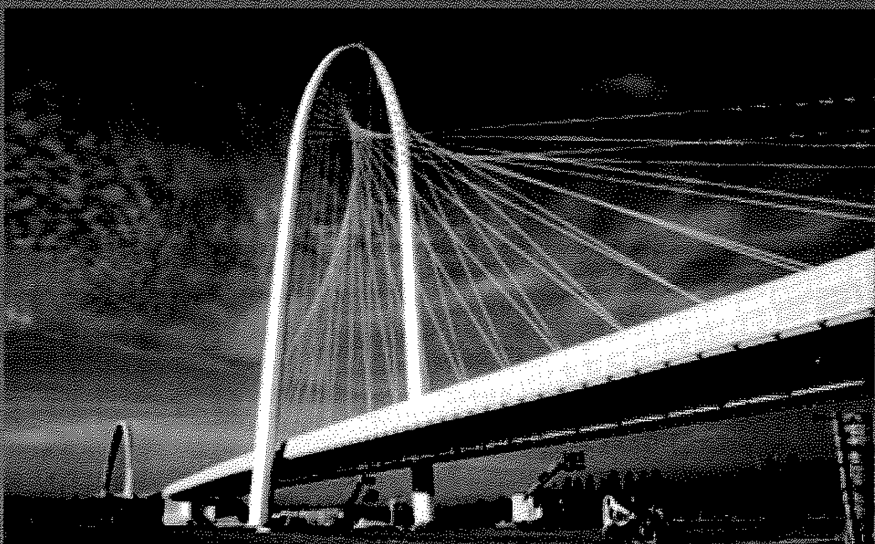
Corso di SCIENZA delle COSTRUZIONI

Prof. Ing. SILVIO VALENTE

Esercitatore Ing. FABRIZIO BARPI

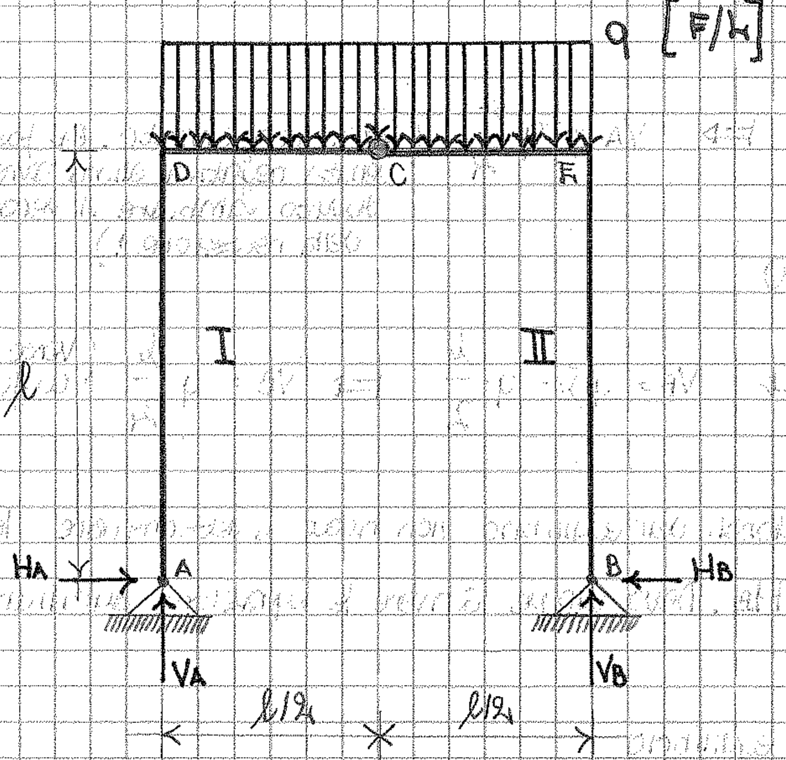
ESERCIZI di SCIENZA delle COSTRUZIONI tratti dai TEMI d'ESAME

A cura di : ALESSANDRO ZITO



fonte : SANTIAGO CALATRAVA - PONTE REGGIO EMILIA

ESERCIZIO 1 ISOSTATICA



Il telaio piano considerato e' soggetto ad un carico linearmente ripartito q.

E' vincolato esternamente per mezzo di 2 cerniere, ed internamente attraverso una cerniera interna.

1_ Classificazione del telaio (labile, isostatico, iperstatico)

- $gdl = 3 \times n = 3 \times 2 = 6$
- $gdv = 2^A + 2^B + (n-1)\cdot 2^C = 2^A + 2^B + (2-1)\, 2^C = 6$
- $gdl = gdl - gdv = 6 - 6 = 0 \Rightarrow$ struttura staticamente determinata, o isostatica condizione necessaria ma non sufficiente!!!

2_ Calcolo delle reazioni vincolari

- Applicazione delle equazioni globali dell'equilibrio

$\sum F_x = 0$

$\xrightarrow{+}) \; +H_A - H_B = 0$

$\sum F_y = 0$

$+\uparrow) \; +V_A - q\cdot l + V_B = 0$

$\sum M_B = 0$ (N.B. calcolo il momento rispetto il punto B)

$$(+\circlearrowleft) \; +H_A \cdot 0 - V_A \cdot l + q\cdot l \cdot \frac{l}{2} + V_B \cdot 0 + H_B \cdot 0 = 0$$

(N.B. H_A, V_B, H_B non hanno braccio rispetto a B)

A.F.

$$\ldots \quad H_A l = \frac{q l^2}{4} - \frac{q l^2}{8} \Rightarrow H_A l = \frac{2 q l^2}{8} - \frac{q l^2}{8} = \frac{q l^2}{8}$$

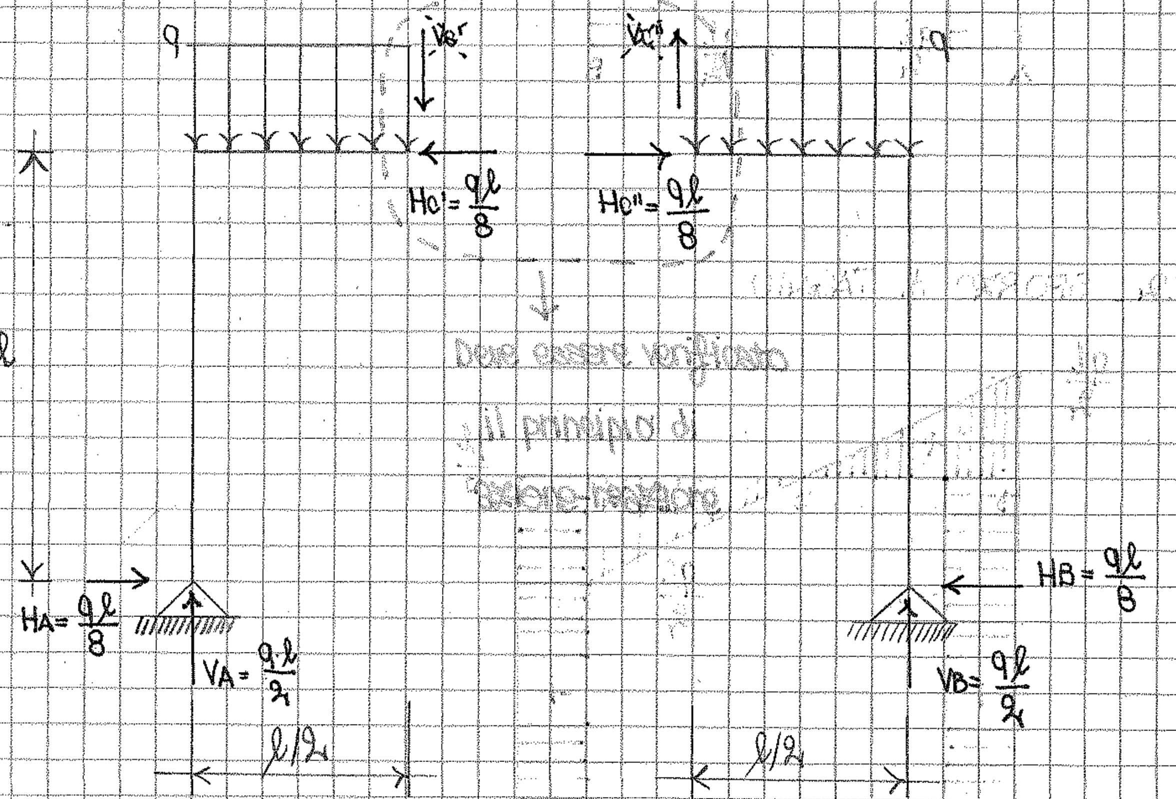
$$\Rightarrow H_A = \frac{q l}{8} \quad \text{(Verso confermato)}$$

$$\xrightarrow{+}) \quad + H_A - H_{C'} = 0 \Rightarrow H_A = H_{C'} \Rightarrow H_{C'} = \frac{q \cdot l}{8} \quad \text{(Verso confermato)}$$

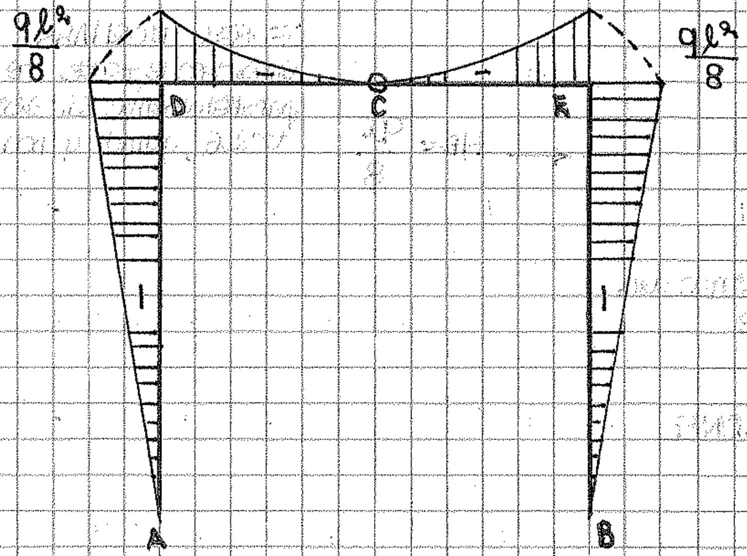
Riprendo l'equazione globale dell'equilibrio alla traslazione orizzontale

$$\xrightarrow{+}) \quad + H_A - H_B = 0 \Rightarrow H_A = H_B \Rightarrow H_B = \frac{q \cdot l}{8} \quad \text{(Verso confermato)}$$

4 _ SCHEMA GENERALE delle FORZE



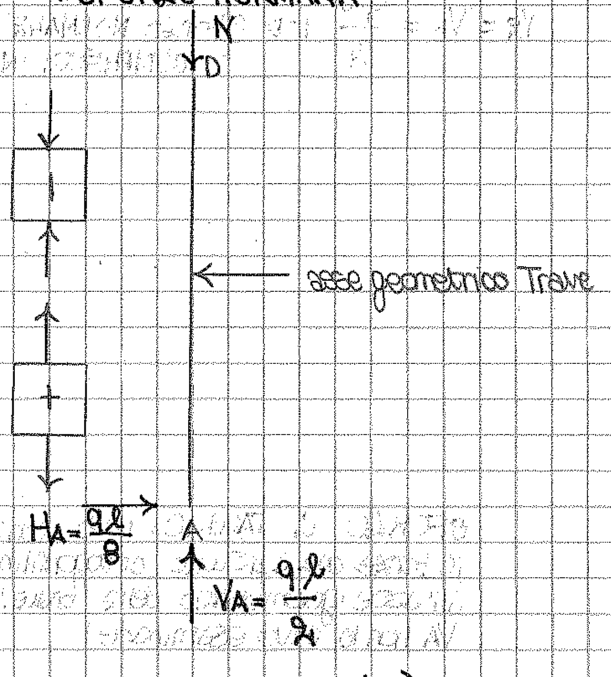
5.3 _ MOMENTO FLETTENTE



Calcoliamo le caratteristiche della sollecitazione per ciascun tratto del telaio.

TRATTO AD

*SFORZO NORMALE



SFORZO NORMALE: devo considerare le forze che agiscono parallelamente all'asse della trave !!!
H_A non e' da considerare!!!

EQUILIBRIO $\Rightarrow$ $\uparrow +)$ $+V_A - N = 0 \Rightarrow N = V_A \Rightarrow N = \frac{q \cdot l}{2}$

SFORZO NORMALE di COMPRESSIONE!!!

Da Sx verso Dx

$$M_E = -q \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} = -\frac{ql^2}{8}$$

$$M_B = H_B \cdot 0 + V_B \cdot 0 - q \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} + H_C \, l = -\frac{ql^2}{8} + \frac{ql}{8} l = 0$$

Da Dx verso Sx

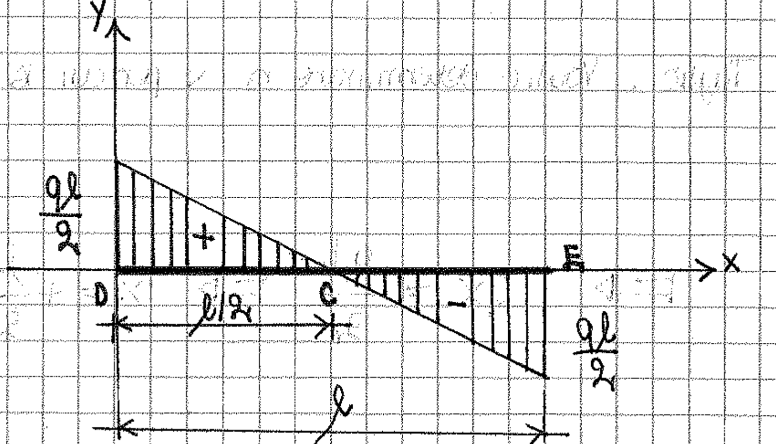
$$M_E = -H_B \cdot l = -\frac{ql}{8} \cdot l = -\frac{ql^2}{8} \quad \text{c.v.v.}$$

$$M_C = -H_B \cdot l + V_A \cdot \frac{l}{2} - q \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} = -\frac{ql^2}{8} + \frac{ql^2}{4} - \frac{ql^2}{8} =$$

$$= -\frac{2ql^2}{8} + \frac{2ql^2}{8} = 0 \quad \text{c.v.v.}$$

N.B. Quando il Taglio si annulla, la funzione momento può presentare un minimo o un massimo.

Per determinare il punto di annullamento del taglio possiamo seguire il seguente ragionamento



Considero un sistema cartesiano con origine in D.

Coordinate:

D(0,0) E(l,0)

Voglio verificare che il taglio si annulla in C.

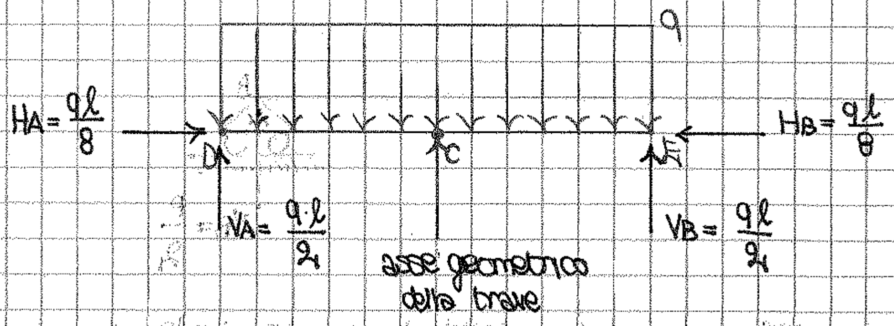
Scrivo l'equazione cartesiana di una retta $(y = mx + q)$

2 incognite (m & q) $\Longrightarrow$ 2 equazioni

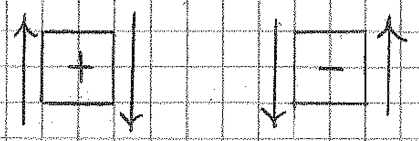
$\xrightarrow{+}) \quad +H_A - T = 0 \Rightarrow T = H_A \Rightarrow T = \frac{ql}{8}$

SFORZO di TAGLIO NEGATIVO: coppia di forze fa ruotare il solido in senso antiorario.

TRATTO DE



SFORZO di TAGLIO: devo considerare le forze che sono ortogonali all'asse geometrico della trave. (HB/HA non le devo considerare)



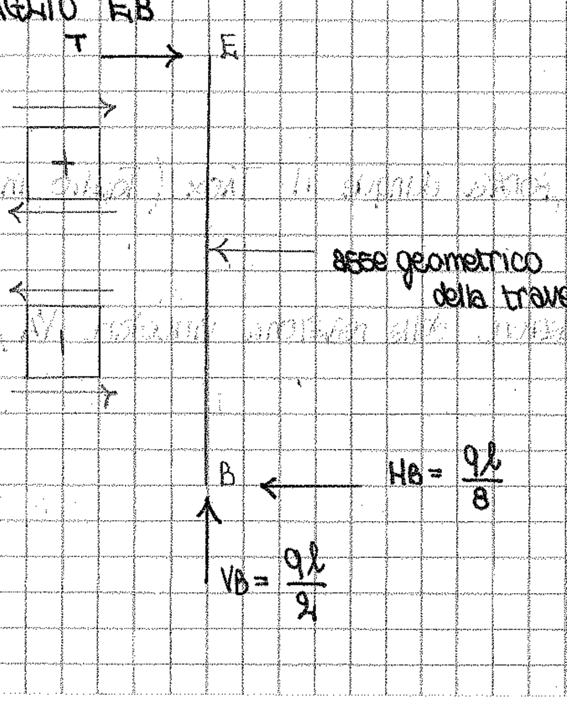
$T_{D_{DX}} = +V_A = \frac{q\cdot l}{2}$

$T_C = +V_A - q\cdot\frac{l}{2} = \frac{ql}{2} - \frac{ql}{2} = 0$

$T_{E_{SX}} = +V_A - q\cdot l = \frac{ql}{2} - ql = -\frac{ql}{2}$

$T_{E_{DX}} = +V_A - q\cdot l + V_B = \frac{ql}{2} - ql + \frac{ql}{2} = 0$

TAGLIO EB



SFORZO di TAGLIO: devo considerare le forze che agiscono ortogonalmente all'asse geometrico della trave. VB non la devo considerare!!

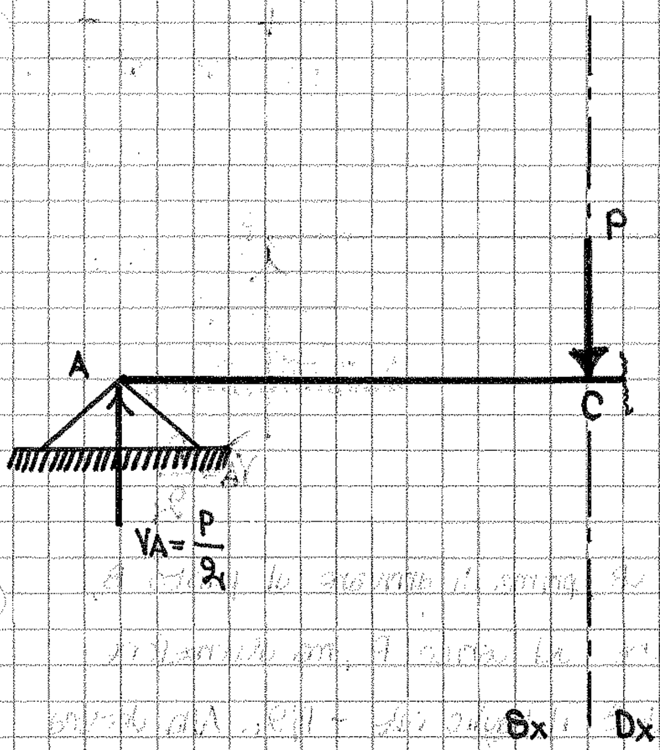
$\xrightarrow{+}) \quad +T - H_B = 0$

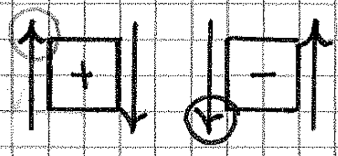
$T = H_B$

$T = \frac{ql}{8}$

A.Z.

Analizziamo il taglio nel tratto AC





"Camminiamo" sulla trave, in particolare percorriamo il tratto da A a C. Prima di C, quindi, alla sua sinistra, possiamo evidenziare che vi è la sola azione della reazione vincolare VA. Se oltrepassiamo il punto C, e ci troviamo alla sua destra allora si ha l'azione della forza P.

Riassumiamo tali osservazioni con le seguenti relazioni:

$$T_{ADX} = +V_A = + \frac{P}{2}$$

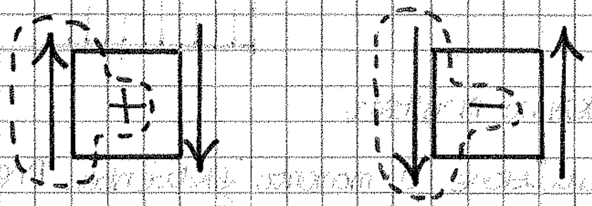
$$T_{CSX} = T_{ADX} = +V_A = + \frac{P}{2}$$

$$T_{CDX} = T_{CSX} - P = +V_A - P = \frac{P}{2} - P = - \frac{P}{2}$$

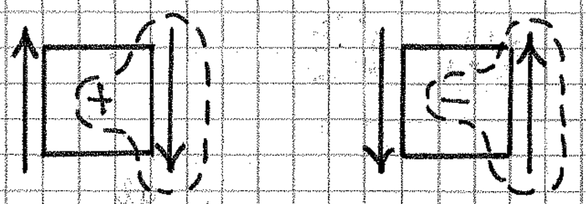
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 15 di 292

N.B. Il Taglio, lo sforzo normale o il Momento flettente possono essere calcolati dalla sinistra alla destra, o dalla destra alla sinistra di una trave.

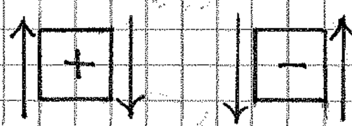
Se lo calcoliamo dalla sinistra alla destra consideriamo i seguenti segni

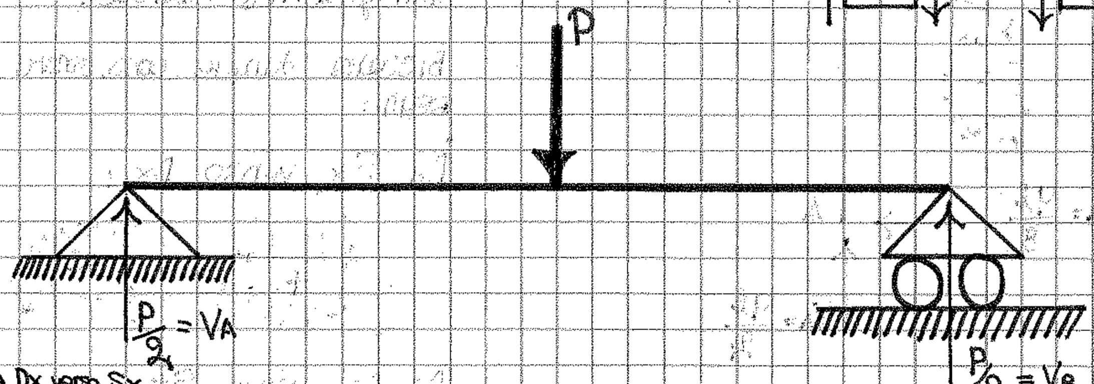


Se lo calcoliamo dalla destra verso la sinistra allora prendiamo in esame questi segni.



Proviamo a calcolare il taglio dalla destra verso la sinistra, della trave che stiamo studiando.





da Dx verso Sx

$T_{B\,DX} = 0$

$T_{B\,SX} = -P/2 = -V_B =$

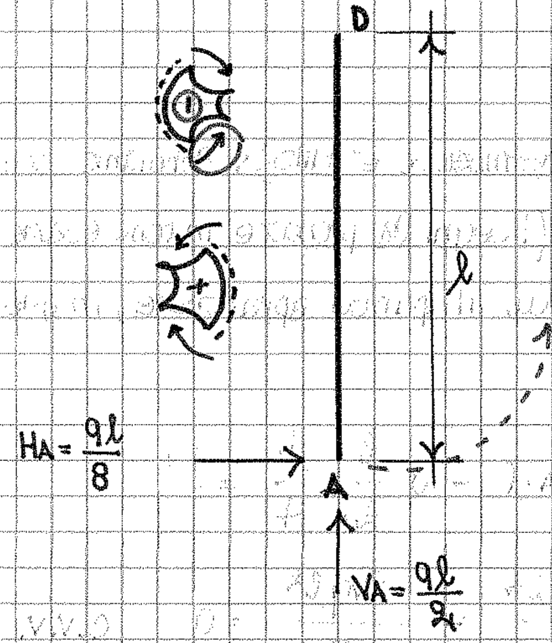
$T_{C\,DX} = -V_B = -P/2$

$T_{C\,SX} = -V_B + P = -P/2 + P = +P/2$

$T_{A\,DX} = -V_B + P = -P/2 + P = +P/2$

$T_{A\,SX} = -V_B + P - V_A = -P/2 + P - P/2 = 0$

Analizziamo il tratto AD



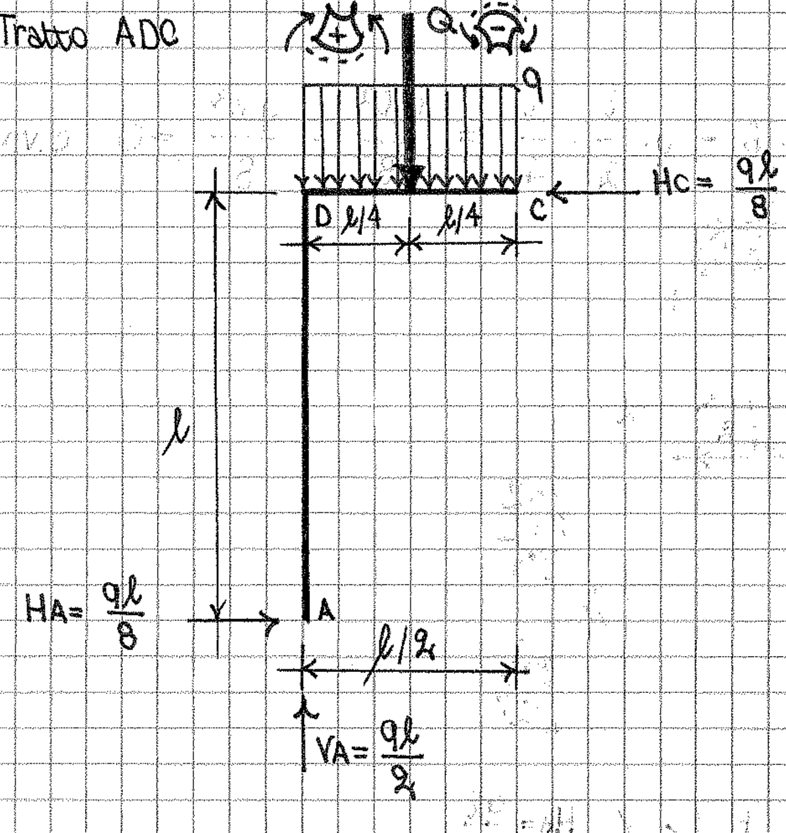
Reazione V_A: non ha braccio rispetto al punto B

Rotazione della forza H_A rispetto a D

Calcolo del momento rispetto a D

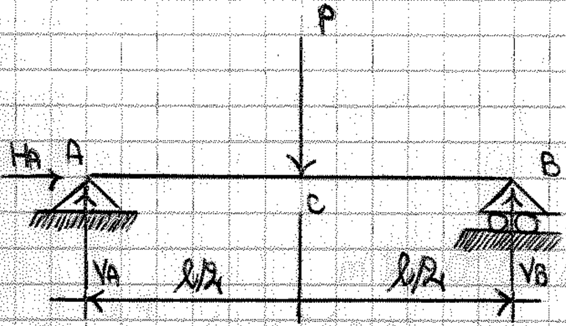
$$M_D = -H_A \cdot l = -\frac{ql^2}{8}$$ (Diagramma del momento con fibre tese verso l'alto!)

Tratto ADC



Considerando il tratto DC, verifichiamo che il momento in D sia $-\frac{ql^2}{8}$. Infatti, ai nodi si deve verificare l'equilibrio per quanto concerne il momento flettente.

ESEMPIO 5.01 Beer - Meccanica dei solidi



$gdl = 3 \times n = 3 \cdot 1 = 3$

$gdv = 2 + 1 = 3$

$gdlr = gdl - gdv = 3 - 3 = 0$

Struttura staticamente determinata

Equazioni dell'equilibrio

$\xrightarrow{+} \quad + H_A = 0$

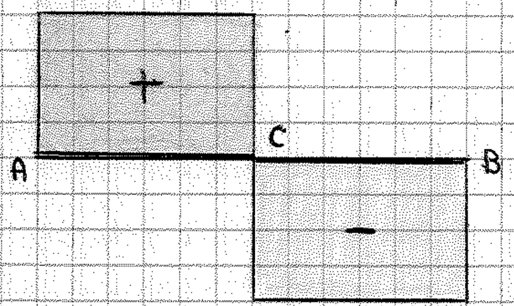
$+\uparrow \quad + V_A - P + V_B = 0 \implies V_B = P - V_A = P - \dfrac{P}{2} = P/2$

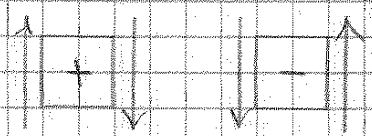
$B \circlearrowleft + \quad - V_A\, l + P(l/2) = 0 \implies V_A = \dfrac{P}{2}$

Diagramma dello sforzo normale

Lo sforzo normale lungo la trave e' nullo dato che le forze orizzontali hanno per modulo o intensita' 0.

Diagramma dello sforzo di taglio





Calcoli:

$T_{Asx} = 0{,}00\ kN \qquad T_{Adx} = + V_A = + P/2$

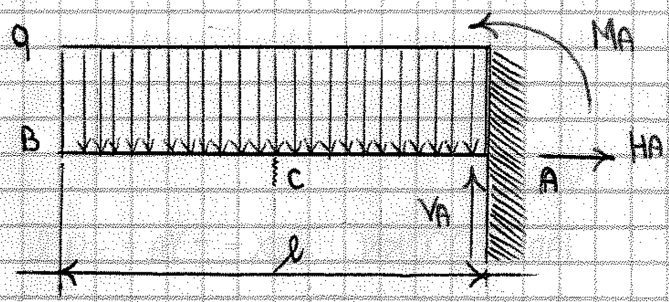
$T_{Csx} = T_{Adx} = + P/2 \qquad T_{Cdx} = + P/2 - P = - P/2$

$T_{Bsx} = T_{Cdx} = - P/2 \qquad T_{Bdx} = - P/2 + P/2 = 0{,}00$

— POSITIVO

— NEGATIVO

ESEMPIO 5.02 Beer - Meccanica dei solidi



$gdl = 3 \cdot n = 3 \cdot 1 = 3$

$gdv = 3$

$gdr = gdl - gdv = 3 - 3 = 0$

struttura staticamente determinata

Equazioni dell'equilibrio

$\xrightarrow{+}$ $+H_A = 0$

$+\uparrow$ $+V_A - q \cdot \ell = 0 \implies V_A = q\ell$

$A \circlearrowleft +$ $+M_A + q \cdot \ell \cdot \frac{\ell}{2} = 0 \implies M_A = -q\frac{\ell^2}{2}$

Schema delle forze

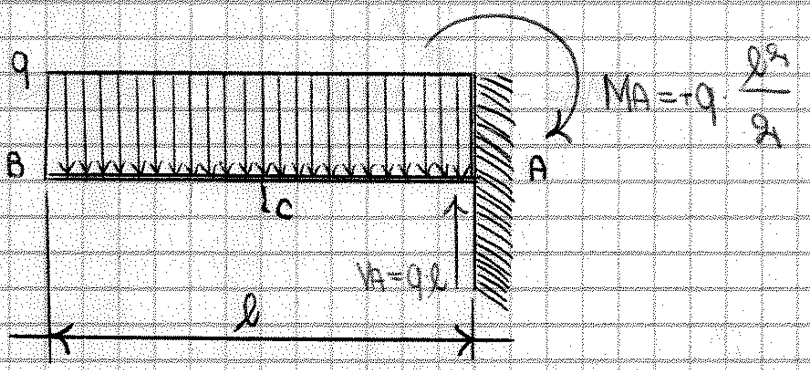
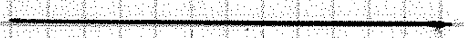


Diagramma dello sforzo normale

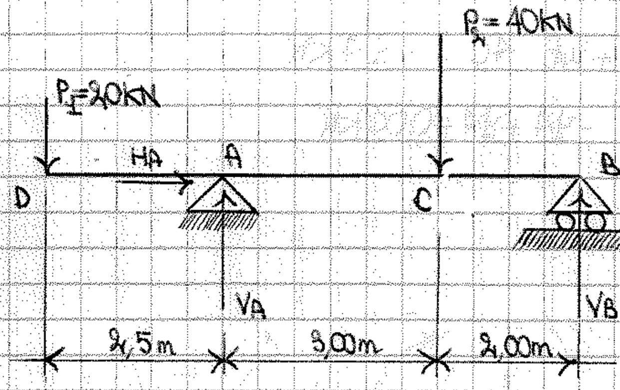


Lo sforzo normale lungo la trave è nullo dato che le forze parallele all'asse della stessa hanno per modulo zero

A.Z.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 23 di 292

ESERCIZIO SVOLTO 51 Beer - Meccanica dei Solidi



$gdl = 3 \cdot n = 3 \cdot 1 = 3$

$gdv = 1 + 2 = 3$

$gdlr = gdl - gdv = 3 - 3 = 0$

Struttura staticamente determinata

Equilibrio delle forze

$\xrightarrow{+}$ $+H_A = 0{,}00\,kN$

$+\uparrow$ $-P_1 + V_A - P_2 + V_B = 0 \Rightarrow V_B = P_1 + P_2 - V_A = 20 + 40 - 46 = 14\,kN$

B $\circlearrowleft +$ $+P_1 \cdot 7{,}5 - V_A \cdot 5 + P_2 \cdot 2 = 0 \qquad -V_A \cdot 5 = -P_1 \cdot 7{,}5 - P_2 \cdot 2$

$$\Rightarrow V_A = \frac{20 \cdot 7{,}5 + 40 \cdot 2}{5} = 46\,kN$$

Schema delle forze

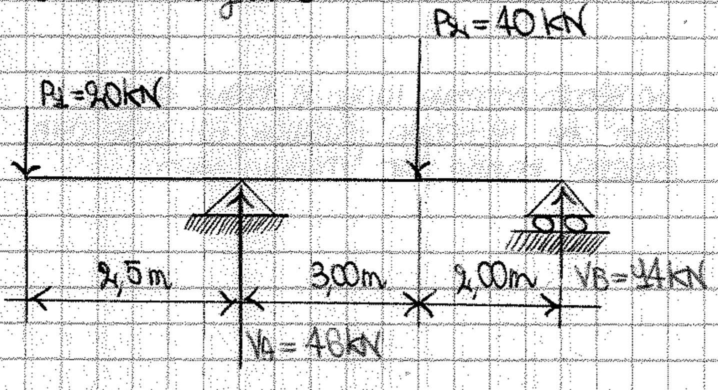
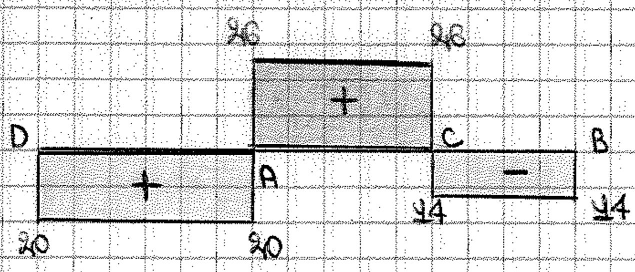
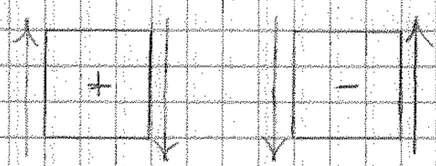


Diagramma dello sforzo di taglio



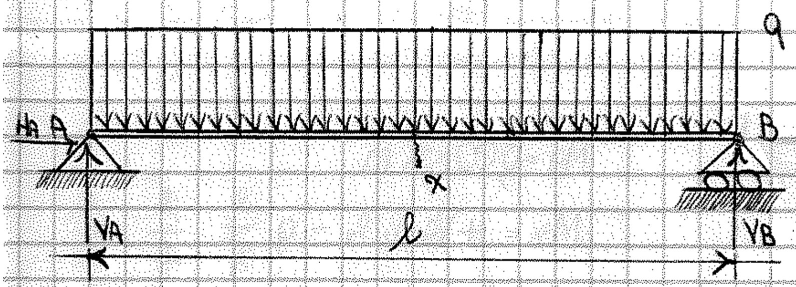


Calcoli

$T_{Dsx} = 0{,}00\,kN \quad T_{Ddx} = -P_1 = -20\,kN$

$T_{Asx} = T_{Ddx} = -20\,kN \quad T_{Adx} = T_{Asx} + V_A =$

ESEMPIO 5.03 Beer - Meccanica dei solidi



$gdl = 3 \cdot n = 3 \cdot 1 = 3$

$gdv = 2 + 1 = 3$

$gdlt = gdl - gdv = 3 - 3 = 0$

Struttura staticamente determinata

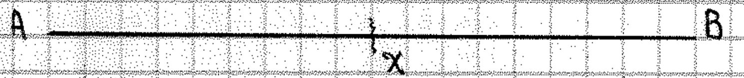
Equazioni dell'equilibrio

$\xrightarrow{+}$ $+H_A = 0{,}00\,kN$

$+\uparrow$ $+V_A - q\ell + V_B = 0 \Longrightarrow V_B = q\ell - q\dfrac{\ell}{2} = q\dfrac{\ell}{2}$

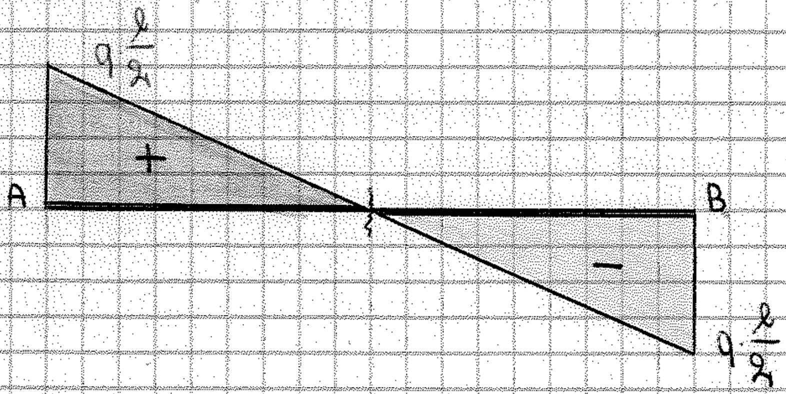
B $\circlearrowleft +$ $-V_A \ell + q\ell\dfrac{\ell}{2} = 0 \Longrightarrow -V_A \ell = -q\dfrac{\ell^2}{2} \Longrightarrow V_A = q\dfrac{\ell}{2}$

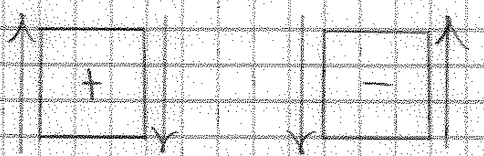
Diagramma dello sforzo normale



Lo sforzo normale lungo la trave è nullo dato che le forze parallele all'asse della stessa hanno per intensità zero.

Diagramma dello sforzo di taglio





Calcoli:

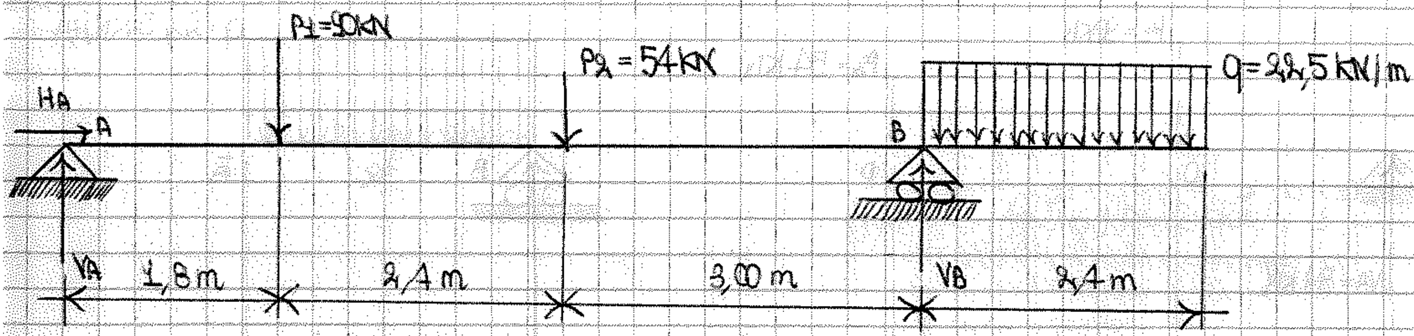
$T_{Asx} = 0{,}00\,kN$ $T_{Adx} = +V_A = q\dfrac{\ell}{2}$

$T_C = +V_A - q\dfrac{\ell}{2} = 0{,}00\,kN$

$T_{Bsx} = -q\dfrac{\ell}{2}$ $T_{Bdx} = -q\dfrac{\ell}{2} + q\dfrac{\ell}{2} = 0{,}00\,kN$

AZ.

ESERCIZIO SVOLTO 5.3 Beer - Meccanica dei solidi



$gdl = 3 \cdot n = 3 \cdot 1 = 3$

$gdv = 2 + 1 = 3$

$gdlr = gdl - gdv = 3 - 3 = 0$

Struttura staticamente determinata

Equazioni dell'equilibrio

$\xrightarrow{+} \quad +H_A = 0,00 kN$

$+\uparrow \quad +V_A - P_1 - P_2 - q\,2,4 + V_B = 0$

$A \; \circlearrowleft + \quad -P_1\,1,8 - P_2\,(2,4+1,8) + V_B(3+2,4+1,8) - q\,2,4\,(1,2+3+2,4+1,8) = 0$

Dalla relazione dell'equilibrio dei momenti ottengo la reazione vincolare V_B

$7,2 V_B = +P_1 \cdot 1,8 + P_2 \cdot 4,2 + 2,4 \cdot q \cdot (8,4) = 0$

$7,2 V_B = 90 \cdot 1,8 + 54 \cdot 4,2 + 2,4 \cdot 22,5 \cdot 8,4 = 0$

$7,2 V_B = 842,4 \; kN\,m$

$V_B = \dfrac{842,4}{7,2} = 117 \; kN$

Dalla relazione dell'equilibrio delle forze verticali ottengo la reazione vincolare V_A

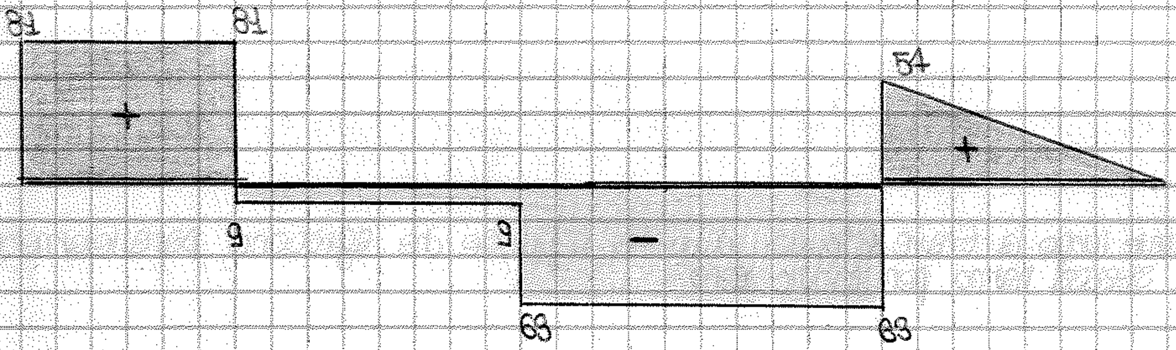
$+V_A = P_1 + P_2 + q\,2,4 - V_B$

$+V_A = 90 + 54 + 22,5\,2,4 - 117$

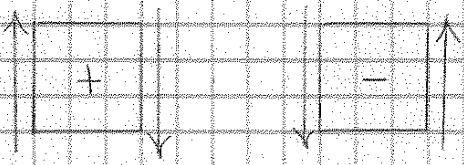
$+V_A = 81 \; kN$

A. Z.

Diagramma dello sforzo di taglio



Calcoli



$T_{Asx} = 0{,}00\,kN$

$T_{Adx} = +V_A = +81\,kN$

$T_{Csx} = T_{Adx} = +81\,kN$

$T_{Cdx} = T_{Csx} - P_1 = +81 - 90 = -9\,kN$

$T_{Dsx} = T_{Cdx} = -9\,kN$

$T_{Ddx} = T_{Dsx} - P_2 = -9 - 54 = -63\,kN$

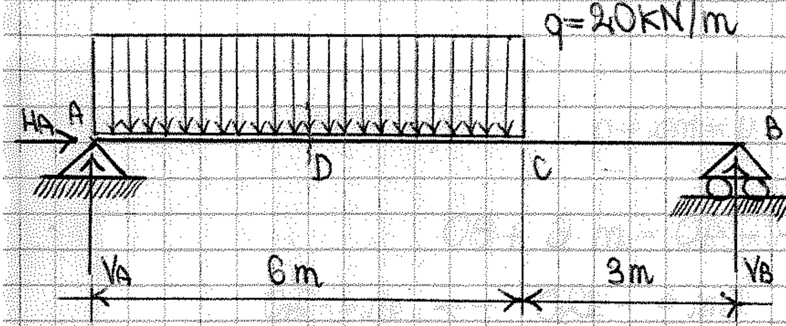
$T_{Bsx} = T_{Ddx} = -63\,kN$

$T_{Bdx} = T_{Bsx} + V_B = -63 + 117 = +54\,kN$

$T_E = T_{Bdx} - q \cdot 2{,}4 = +54 - 22{,}5 \cdot 2{,}4 = 0{,}00\,kN$

A.L.

ESERCIZIO SVOLTO 5.04 Beer - Meccanica dei Solidi



$gdl = 3 \cdot n = 3 \cdot 1 = 3$

$gdv = 2 + 1 = 3$

$gdlr = gdl - gdv = 3 - 3 = 0$

Struttura staticamente determinata.

Equazioni dell'equilibrio

$\xrightarrow{+}$ $+H_A = 0$

$+\uparrow$ $+V_A - q \cdot 6 + V_B = 0 \Longmapsto V_B = q \cdot 6 - V_A \Longmapsto V_B = 20 \cdot 6 - 80 = 40\,kN$

B $\circlearrowleft +$ $-V_A \cdot 9 + q \cdot 6 \cdot 6 = 0 \Longmapsto -9V_A = -36\,q \Longmapsto V_A = 4q \Longmapsto V_A = 4 \cdot 20 = 80\,kN$

Schema delle forze

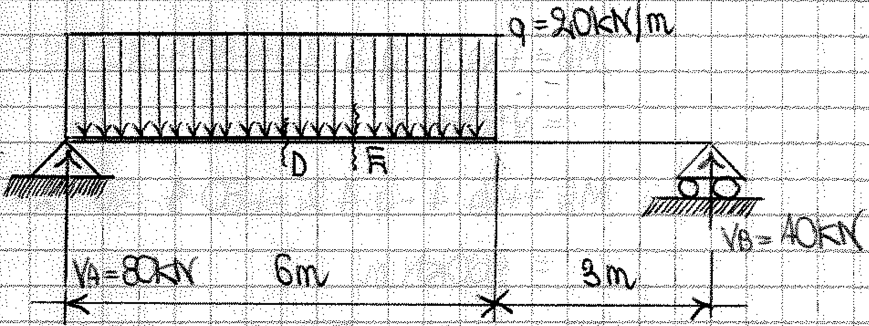
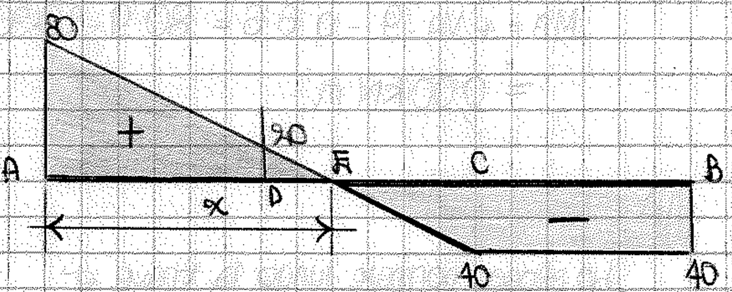
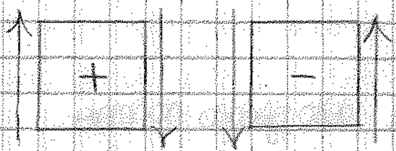


Diagramma dello sforzo di taglio





A.Z.

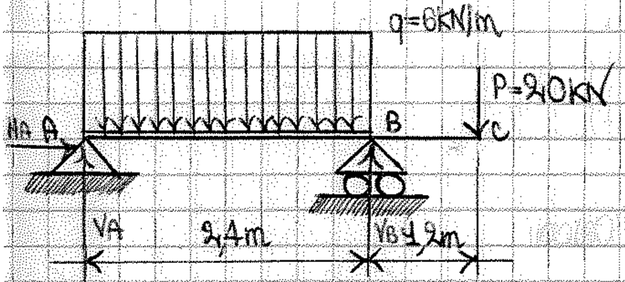
Calcoli:

$T_{Asx} = 0{,}00\,kN \quad T_{Adx} = +V_A = +80\,kN$

$T_D = +V_A - q \cdot 3 = 80 - 20 \cdot 3 = 20\,kN$

$T_C = +V_A - q \cdot 6 = 80 - 20 \cdot 6 = -40\,kN$

ESERCIZIO SVOLTO 5.7 Beer - Meccanica dei solidi



$gdl = 3 \cdot n = 3 \cdot 1 = 3$

$gdv = 1 + 2 = 3$

$gdlr = gdl - gdv = 3 - 3 = 0$

Struttura staticamente determinata

Equazioni dell'equilibrio

$\xrightarrow{+}$ $+H_A = 0$

$+\uparrow$ $+V_A - q \cdot 2{,}4 + V_B - P = 0 \implies V_B = q \cdot 2{,}4 + P - V_A \Rightarrow V_B = 6 \cdot 2{,}4 + 20 + 2{,}8$

$\to V_B = 37{,}2\,kN$

B $\circlearrowleft +$ $-V_A \cdot 2{,}4 + q \cdot 2{,}4 \cdot 1{,}2 - P \cdot 1{,}2 = 0 \implies -2{,}4 V_A = P \cdot 1{,}2 - q \cdot 2{,}4 \cdot 1{,}2$

$$\to V_A = \frac{q \cdot 2{,}4 \cdot 1{,}2 - P \cdot 1{,}2}{2{,}4} =$$

$$= \frac{6 \cdot 2{,}4 \cdot 1{,}2 - 20 \cdot 1{,}2}{2{,}4} = -2{,}8\,kN$$

Schema delle forze

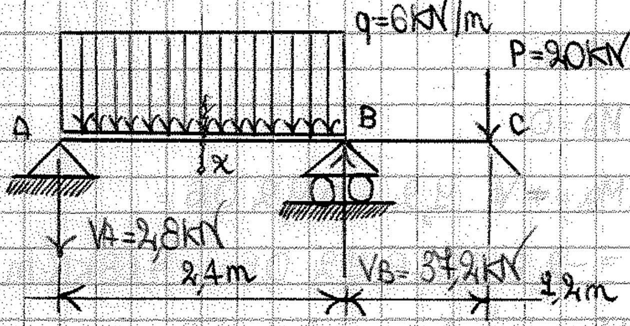
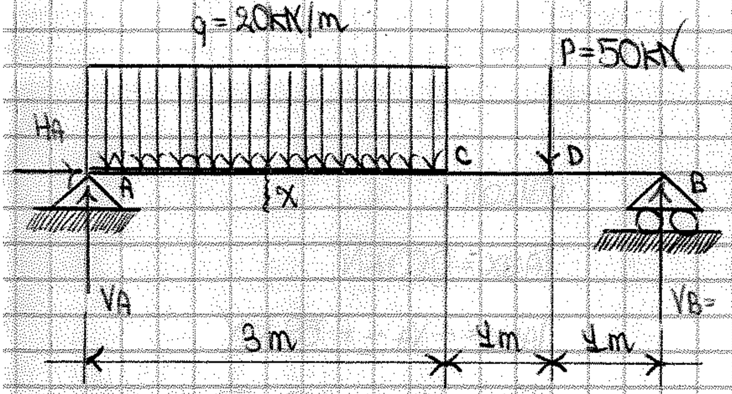


Diagramma dello sforzo normale

A.L.

Lo sforzo normale lungo la trave è nullo dato che le forze la cui retta d'azione è parallela all'asse della trave stessa hanno per modulo zero

ESERCIZIO SVOLTO 5.8 Beer - Meccanica dei solidi



$gdl = 3 \cdot n = 3 \cdot 1 = 3$

$gdv = 1 + 2 = 3$

$gdbt = gdl - gdv = 3 - 3 = 0$

Struttura staticamente determinata

Equazioni dell'equilibrio

$\xrightarrow{+}$ $+ H_A = 0{,}00\ kN$

$+\uparrow$ $+V_A - 3q - P + V_B = 0 \Rightarrow V_B = -V_A + 3q + P \Rightarrow V_B = -52 + 3 \cdot 20 + 50$

$\Rightarrow V_B = 58\ kN$

B (+) $-5V_A + q \cdot 3 \cdot 3{,}5 + P \cdot 1 = 0 \Rightarrow -5V_A = -10{,}5\, q - P$

$\Rightarrow V_A = \dfrac{10{,}5q + P}{5} = \dfrac{10{,}5 \cdot 20 + 50}{5} =$

$= 52\ kN$

Schema delle forze

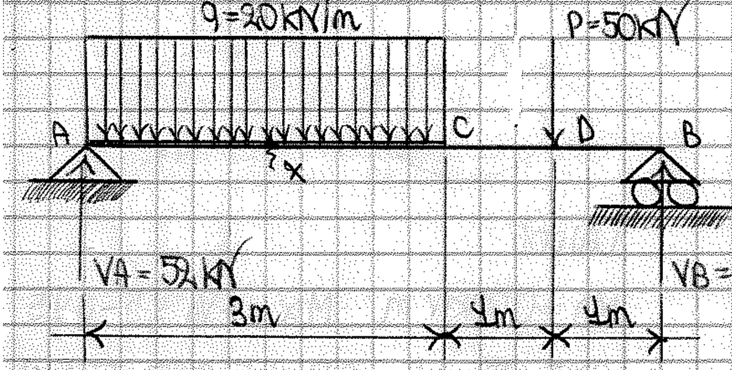


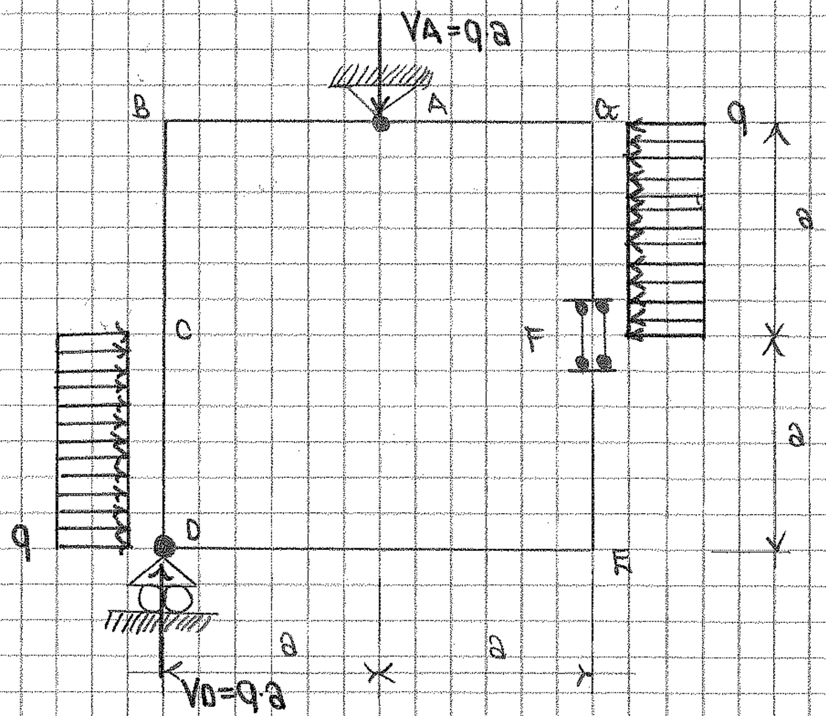
Diagramma dello sforzo normale

A. Z.

Lo sforzo normale lungo la trave è nullo dato che le forze le cui rette d'azione sono parallele all'asse della stessa, hanno per modulo zero.

APPELLO 08/07/2008 ESERCIZIO ISOSTATICA

Timpiegato 50 min 56sec



Verifica isostaticità della struttura

$gdl = 3 \times n = 3 \times 3 = 9 \quad n = n°\ aste\ struttura = 3$

$gdv = 1 + 2 + 2 + (2-1)\,2 + (2-1) \cdot 2 = 9$

$gdl_{e} = gdl - gdv = 9 - 9 = 0 \Rightarrow$ struttura staticamente determinata

$\rightsquigarrow$ cond. necessaria ma non suff.

Calcolo reazioni vincolari esterne

$\xrightarrow{+}) \quad + H_A + q - q = 0 \quad \Rightarrow H_A = 0$

$^{A}\circlearrowleft^{+}) \quad + q \cdot a \cdot \frac{3}{2}a - q \cdot a \cdot \frac{a}{2} - V_D \cdot a = 0$

$\Rightarrow - V_D \cdot \cancel{a} = q\,\frac{a^{\cancel{2}}}{2} - \frac{3}{2}\,q a^{\cancel{2}} \quad \Rightarrow V_D = \frac{3}{2}\,qa - \frac{1}{2}\,qa$

$V_D = q \cdot a$

$+\uparrow) \quad + V_D - V_A = 0 \quad \Rightarrow V_A = V_D \quad \Rightarrow V_A = q \cdot a$

S.L.

TRATTO A'' G F''

$\xrightarrow{+}) \; +H_A - qa = 0 \rightarrow H_A = qa \rightsquigarrow H_{F''} = 0$

$F'' \circlearrowleft^{+}) \quad +qa\cdot\frac{a}{2} - V_{A''}\cdot a + M_{F''} - q\cdot a\cdot a = 0$

$M_{F''} = \frac{1}{2}qa^2 - q\frac{a^2}{2} + qa^2 \Rightarrow M_{F''} = qa^2$ OK!!!

NODO A

$\xrightarrow{+}) \; -H_{A''} + H_{A'} = 0 \Rightarrow H_{A'} = H_{A''} \Rightarrow H_{A'} = qa$

$+\uparrow) \; +V_{A'} - V_A - V_{A''} = 0 \quad -V_{A''} = +V_A - V_{A'} \Rightarrow V_{A''} = V_{A'} - V_A = \frac{1}{2}qa$

TRATTO A' B C D'

$\xrightarrow{+}) \; -H_{A'} + qa + H_{D'} = 0$

$H_{D'} = H_{A'} - qa \Rightarrow H_{D'} = qa - qa \Rightarrow H_{D'} = 0$

$D' \circlearrowleft^{+}) \quad +H_{A'}\cdot 2a - q\cdot a\cdot\frac{a}{2} - V_{A'}\cdot a = 0$

$-V_{A'}\cdot\cancel{a} = q\cancel{a}\frac{a}{2} - 2qa\cancel{a}$

$V_{A'} = 2qa - q\frac{a}{2} \Rightarrow V_{A'} = \frac{3}{2}qa$

$+\uparrow) \; +V_{D'} - V_{A'} = 0 \quad V_{D'} = V_{A'}$

$\Rightarrow V_{D'} = \frac{3}{2}qa$

NODO D

$+\uparrow) \; -V_{D'} + V_D + V_{D''} = 0 \Rightarrow V_{D''} = V_{D'} - V_D \Rightarrow V_{D''} = \frac{3}{2}qa - qa$

$V_{D''} = \frac{1}{2}qa$

$\xrightarrow{+}) \; +H_{D'} + H_{D''} = 0 \Rightarrow H_{D''} = -H_{D'} \Rightarrow H_{D''} = 0 \rightsquigarrow H_{D'} = 0$

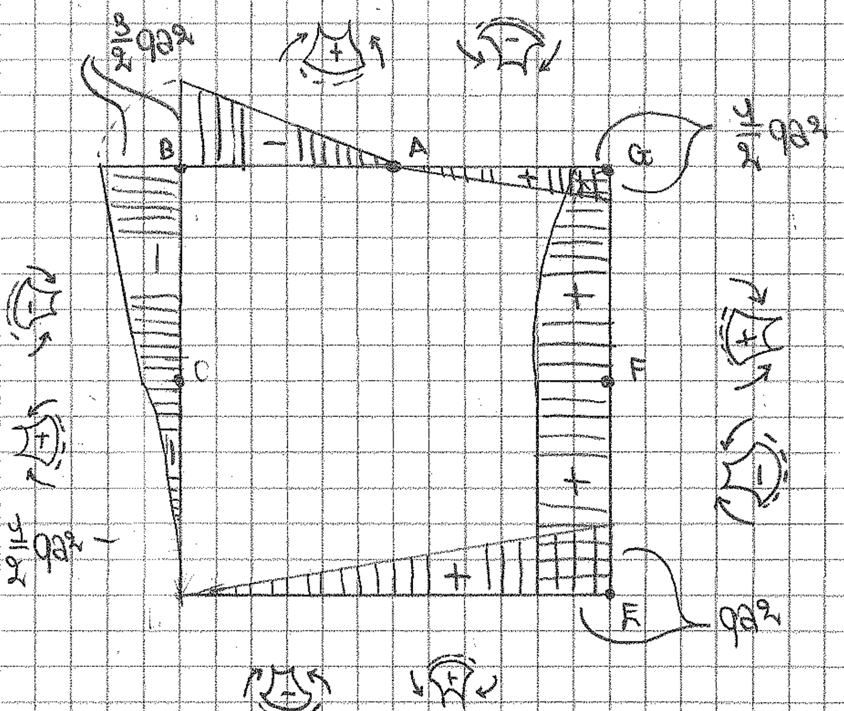
TRATTO D'' E F'

$+\uparrow) \; +V_{F'} - V_{D''} = 0 \Rightarrow V_{F'} = V_{D''} \Rightarrow V_{F'} = \frac{1}{2}qa$

$F' \circlearrowleft^{+}) \quad +V_{D''}\cdot 2a - M_{F'} = 0 \quad M_{F'} = V_{D''}\cdot 2a \Rightarrow M_{F'} = \frac{1}{2}qa\cdot 2a = qa^2$

A.Z.

MOMENTO FLETTENTE



$$M_E = +V_{D''} \cdot 2a = +\frac{1}{2}qa \cdot 2a = +qa^2$$

$$M_F = +V_{D''} \cdot 2a = +\frac{1}{2}qa \cdot 2a = +qa^2$$

$$M_C = -q \cdot a \cdot \frac{a}{2} = -\frac{1}{2}qa^2$$

$$M_{C\,dx} = -V_{A'} \cdot a + H_{A'} \cdot a = -\frac{3}{2}qa^2 + qa^2 = = -\frac{1}{2}qa^2$$

$$M_B = -V_{A'} \cdot a = -\frac{3}{2}qa^2$$

$$M_B = -q \cdot a \cdot \frac{3}{2}a = -\frac{3}{2}qa^2$$

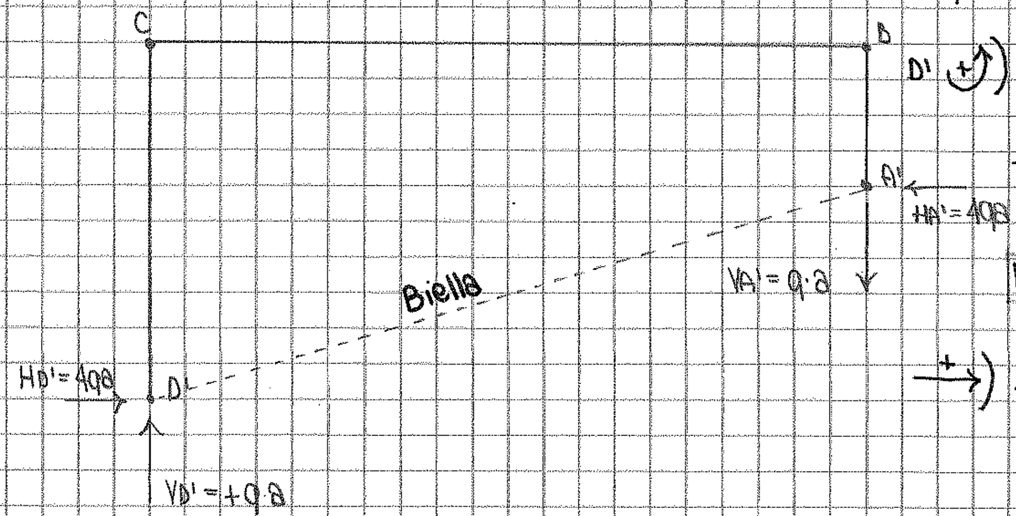
$$M_A = -q \cdot a \cdot \frac{3}{2}a + \frac{3}{2}qa \cdot a = -\frac{3}{2}qa^2 + \frac{3}{2}qa^2 = 0{,}00$$

$$M_G = +V_{A''} \cdot a = +\frac{1}{2}qa^2$$

$$M_G = +M_{F''} - qa \cdot \frac{a}{2} = qa^2 - \frac{1}{2}q\frac{a^2}{2} = +\frac{1}{2}qa^2$$

CALCOLO REAZIONI VINCOLARI INTERNE

TRATTO A'BCD'



EQ. CARDINALI della STATICA

$+\uparrow)\quad -V_{A'} + V_{D'} = 0$

$V_{D'} = V_{A'} \Rightarrow \boxed{V_{D'} = qa}$

$D'\ (+\circlearrowleft)\quad -V_{A'} \cdot 2a + H_{A'} \cdot \frac{a}{2} = 0$

$\frac{a}{2} \cdot H_{A'} = V_{A'} \cdot 2a$

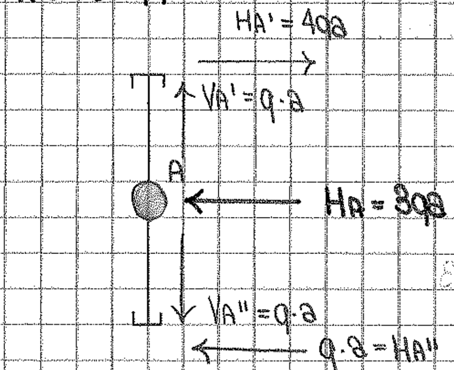
$\boxed{H_{A'}} = 2q \cdot a^2 \cdot \frac{2}{a} = \boxed{4qa}$

$\xrightarrow{+})\quad + H_{D'} - H_{A'} = 0$

$H_{D'} = H_{A'}$

$\boxed{H_{D'} = 4qa}$

NODO A



EQ. CARDINALI della STATICA

$+\uparrow)\quad + V_{A'} - V_{A''} = 0 \Rightarrow V_{A'} = V_{A''} \Rightarrow \boxed{V_{A'} = qa}$

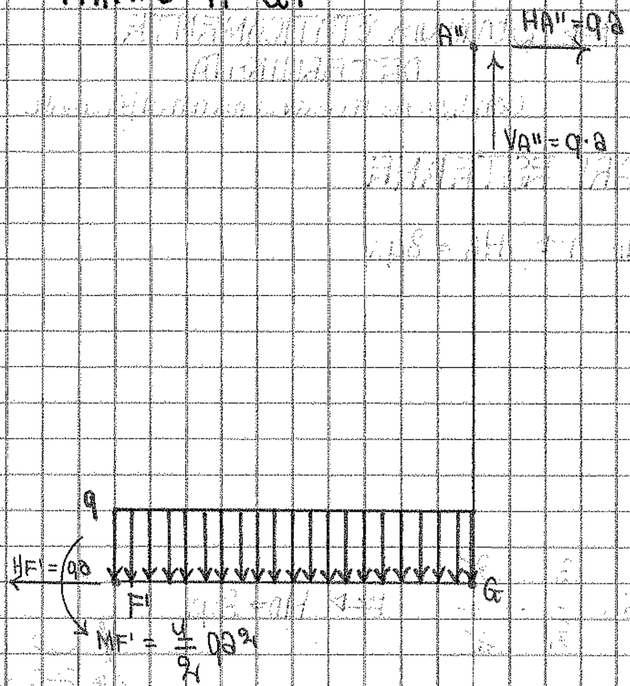
$\xrightarrow{+})\quad + H_{A'} - H_A - H_{A''} = 0$

$- H_{A''} = H_A - H_{A'}$

$H_{A''} = + H_{A'} - H_A \Rightarrow H_{A''} = 4qa - 3qa$

$\boxed{H_{A''} = qa}$

TRATTO A''GF'



EQ. CARDINALI della STATICA

$+\uparrow)\quad + V_{A''} - q a = 0 \Rightarrow \boxed{V_{A''} = +qa}$

$\xrightarrow{+})\quad + H_{A''} - H_{F'} = 0$

$H_{F'} = H_{A''} \Rightarrow \boxed{H_{F'} = qa}$

$(+\circlearrowleft)\quad + M_{F'} - H_{A''} \cdot \frac{3}{2} a + V_{A''} \cdot a - q a \cdot \frac{a}{2}$

$M_{F'} - \frac{3}{2} q a^2 + q a^2 - \frac{1}{2} q a^2 = 0$

$M_{F'} = \frac{3}{2} q a^2 - q a^2 + \frac{1}{2} q a^2$

$M_{F'} = + q a^2$

SCHEMA GENERALE delle FORZE

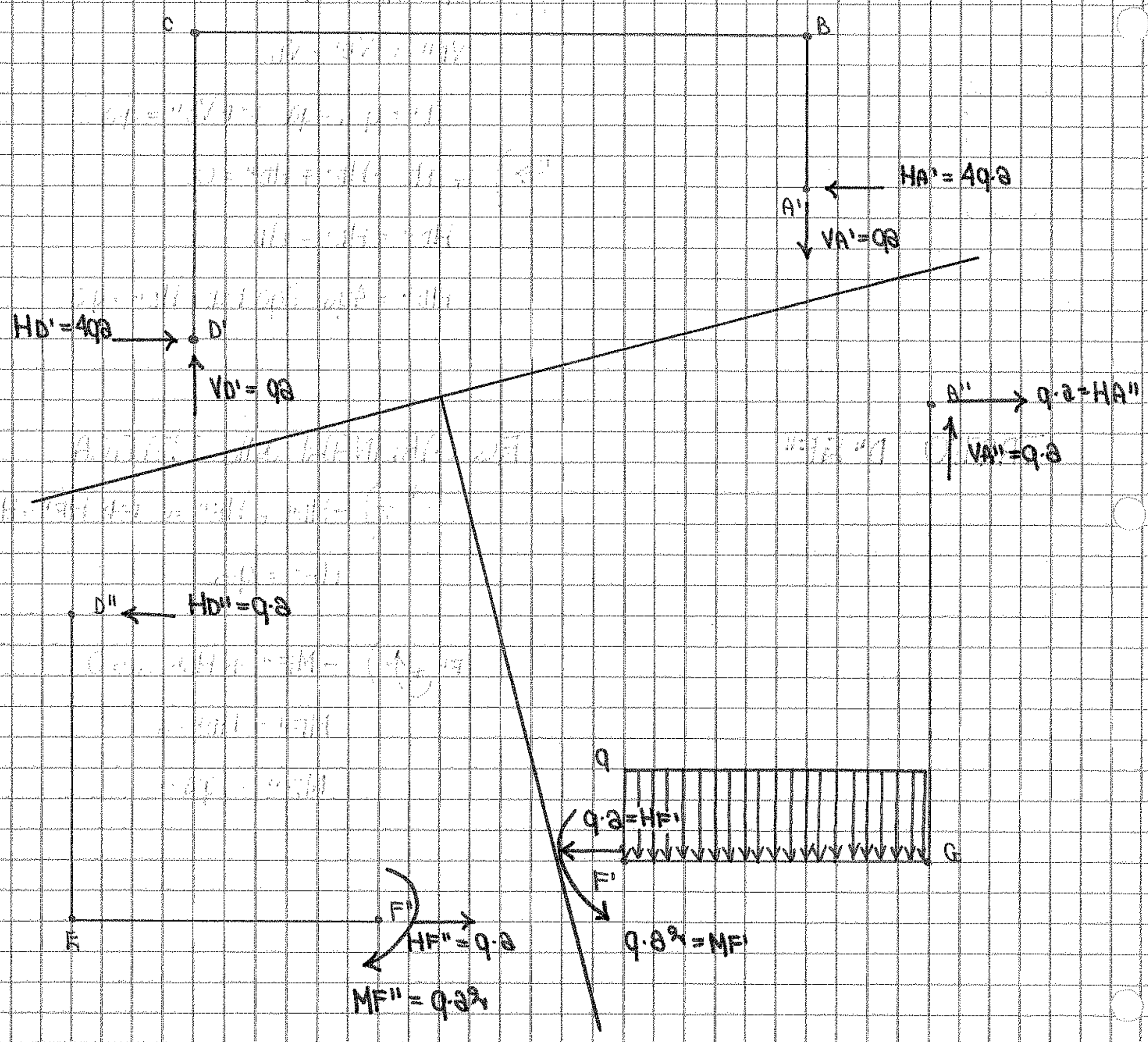
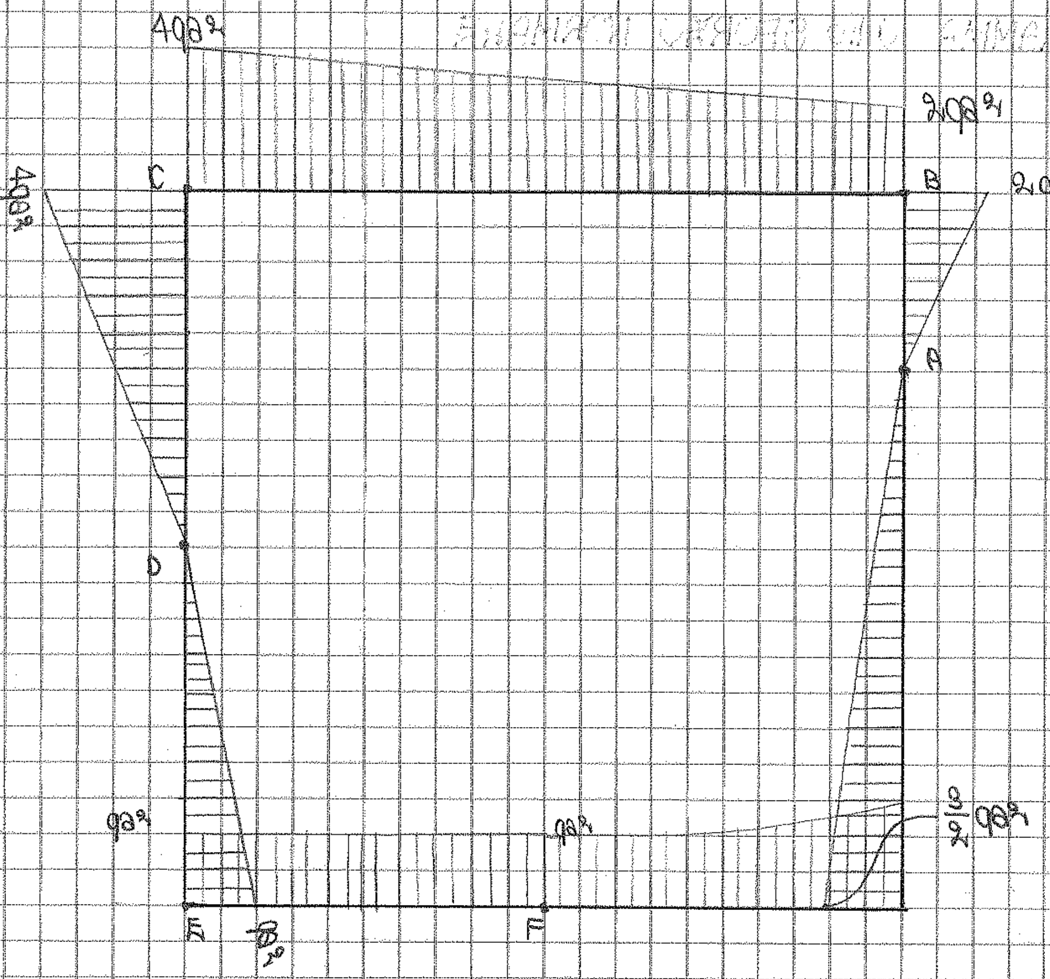
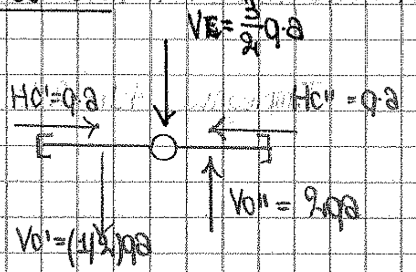


DIAGRAMMA del MOMENTO FLETTENTE



NODO C



$\xrightarrow{+}) \; +H_{C'} - H_{C''} = 0$

$H_{C''} = H_{C'} \implies H_{C''} = qa$

$+\uparrow) \; +V_{C''} - V_C - V_{C'} = 0$

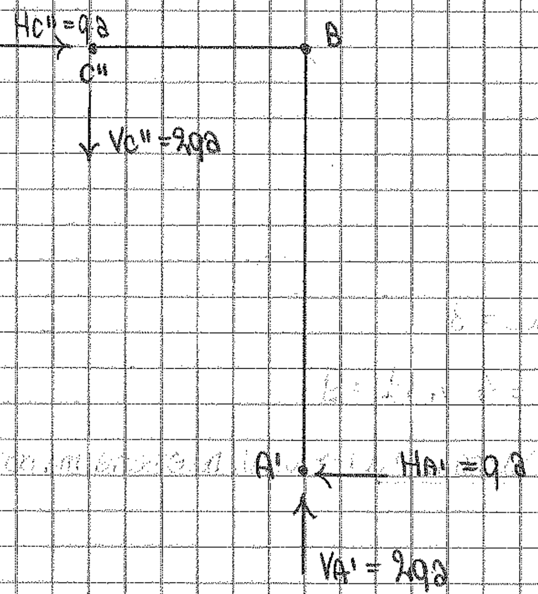
$\implies V_{C'} = V_C - V_{C''}$

$-V_{C'} = \frac{3}{2} q\cdot a - 2qa$

$V_{C'} = 2qa - \frac{3}{2} qa$

$V_{C'} = \frac{1}{2} qa$

TRATTO C''BA' (Biella)



$\xrightarrow{+}) \; +H_{C''} - H_{A'} = 0$

$\implies H_{C''} = H_{A'} \implies H_{A'} = qa$

$A' \circlearrowleft +) \; -H_{C''}\cdot 2\cancel{a} + V_{C''}\cdot \cancel{a} = 0$

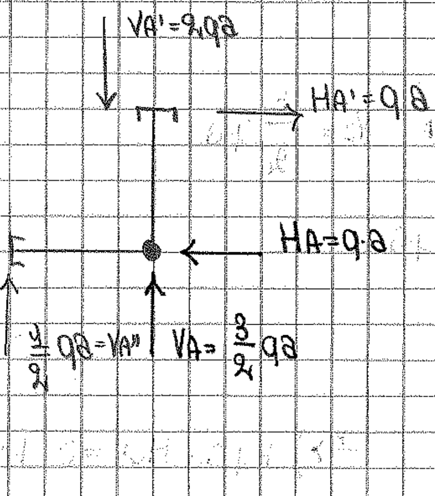
$V_{C''} = 2H_{C''}$

$V_{C''} = 2q\cdot a$

$+\uparrow) \; -V_{C''} + V_{A'} = 0$

$V_{A'} = V_{C''} \implies V_{A'} = 2qa$

NODO A



$\xrightarrow{+}) \; +H_{A'} + H_{A''} - H_A = 0$

$H_{A''} = H_A - H_{A'}$

$H_{A''} = qa - qa \implies H_{A''} = 0$

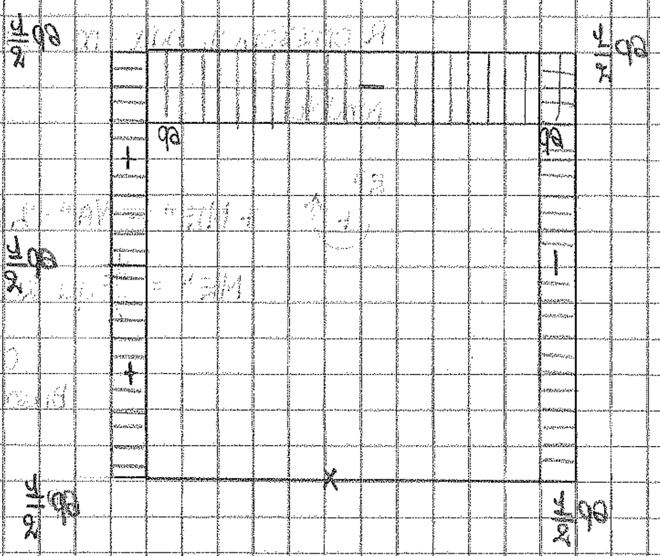
$+\uparrow) \; +V_{A''} + V_A - V_{A'} = 0$

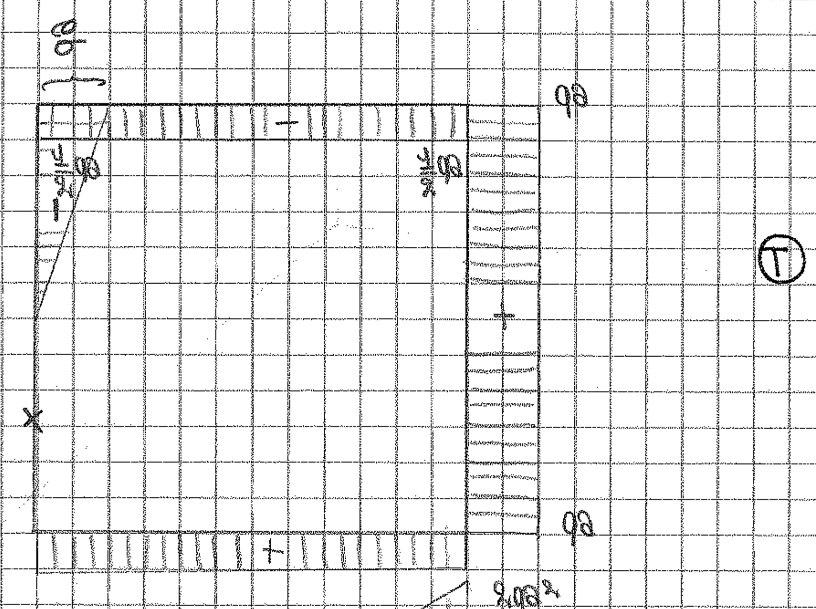
$V_{A''} = V_{A'} - V_A$

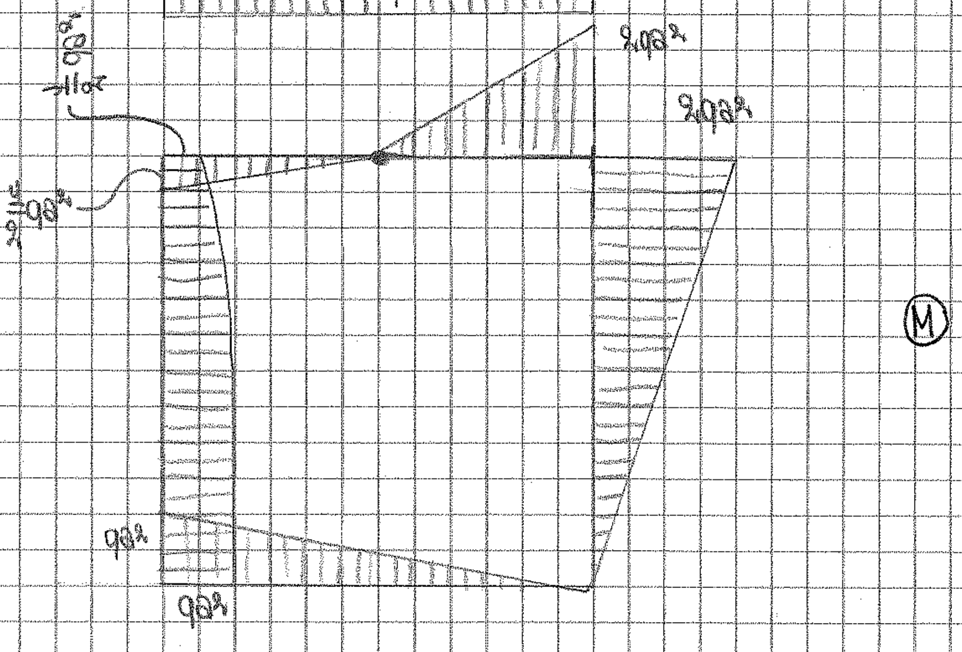
$V_{A''} = 2qa - \frac{3}{2} qa$

$V_{A''} = \frac{1}{2} qa$

DIAGRAMMI della SOLLECITAZIONI



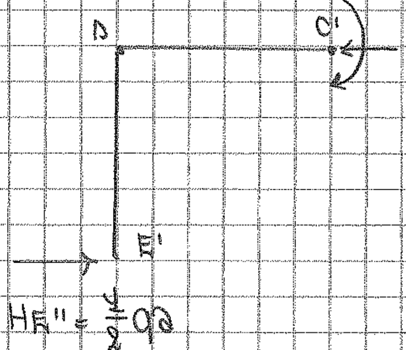




Calcolo delle reazioni vincolari interne

Schemi del corpo libero

Tratto C'DE'



$\xrightarrow{+}) \; +H_{E''} - H_{C'} = 0$

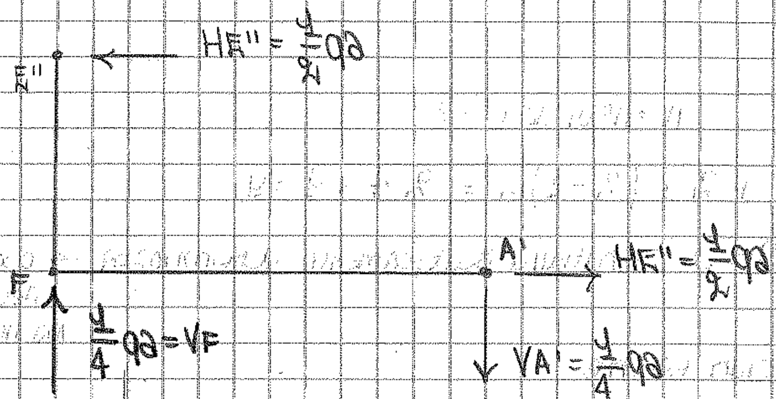
$H_{E''} = H_{C'}$

$H_{C'} = \frac{1}{2}qa$

$C' \; (\circlearrowleft +) \; -M_{C'} + \frac{1}{2}qa \cdot a = 0$

$M_{C'} = \frac{1}{2}qa^2$ OK!!!

TRATTO E''FA'



$+\uparrow) \; +V_F - V_{A'} + V_{E''} = 0$

$V_{E''} = V_{A'} - V_F$

$V_{E''} = 0$

$A' \; (\circlearrowleft +) \; -V_F \cdot 2a + H_{E''} \cdot a = 0$

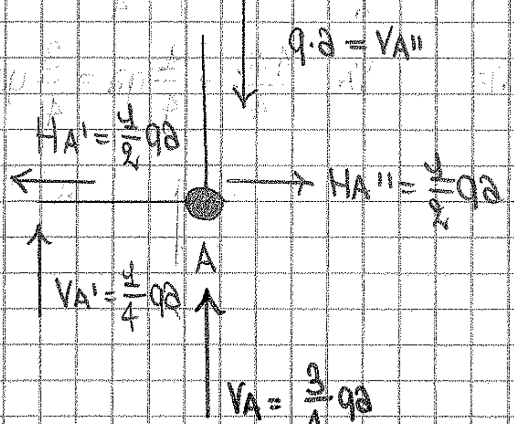
$H_{E''} = 2V_F$

$H_{E''} = \frac{1}{2}qa$

$\xrightarrow{+}) \; -H_{E''} + H_{A'} = 0$

$H_{A'} = \frac{1}{2}qa$

NODO A



$+\uparrow) \; +V_A - V_{A''} + V_{A'} = 0$

$V_{A'} = V_{A''} - V_A$

$V_{A'} = \frac{4}{4}qa - \frac{3}{4}qa = \frac{1}{4}qa$

$\xrightarrow{+}) \; -H_{A'} + H_{A''} = 0$

$H_{A''} = H_{A'} \Rightarrow H_{A''} = \frac{1}{2}qa$

Diagrammi della sollecitazione

Diagramma dello sforzo normale N

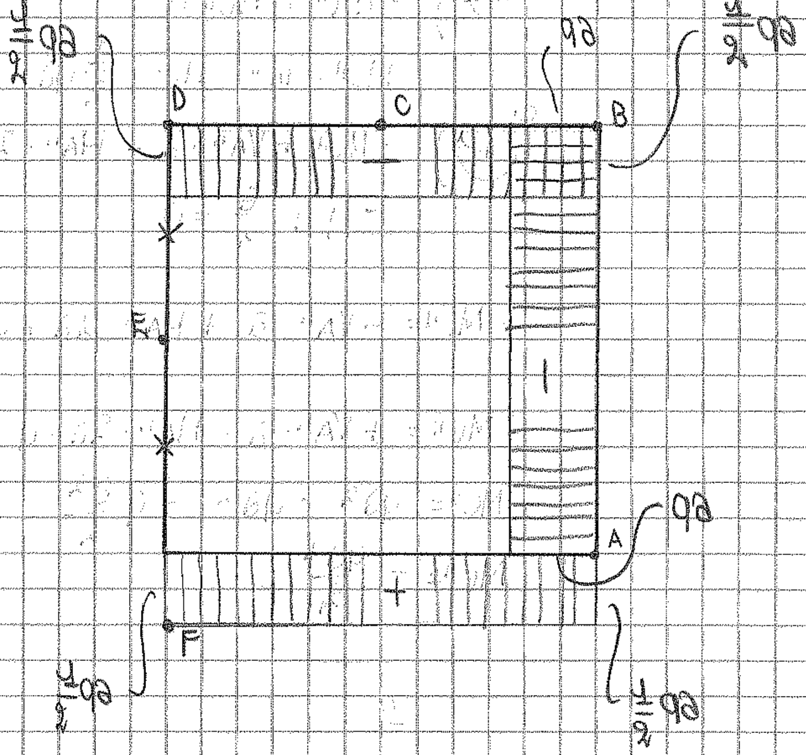
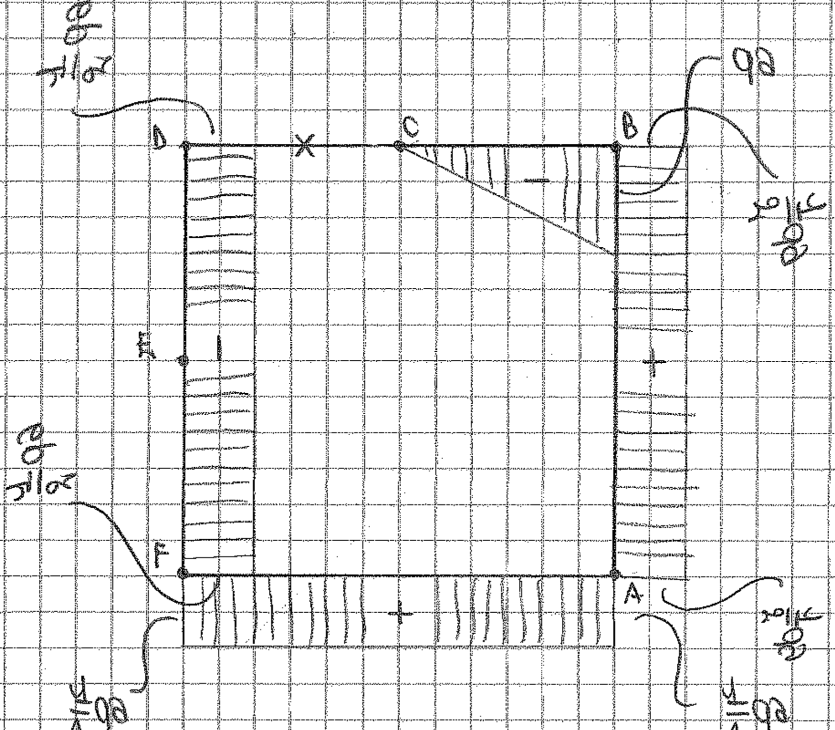
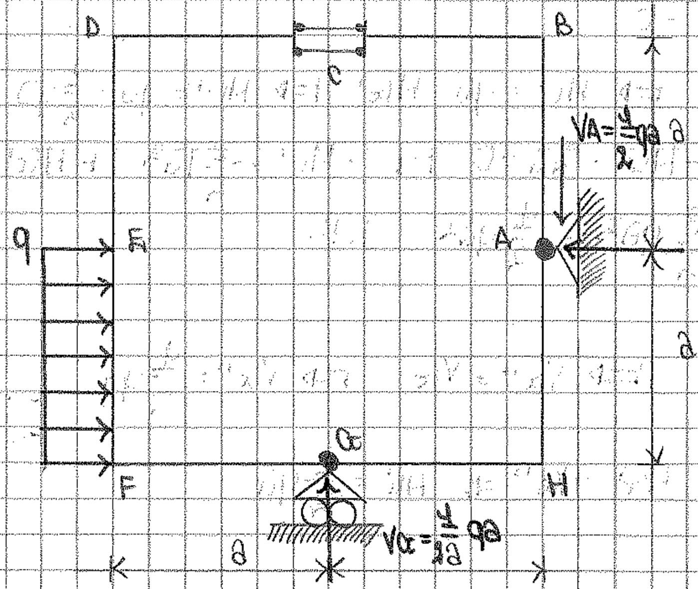


Diagramma dello sforzo di Taglio T



APPELLO 19 GENNAIO 2010 ESERCIZIO ISOSTATICA

Timpiegato 49min 35s



Verifica isostaticita' della struttura

$gdl = 3 \times n = 3 \times 3 = 9$ $n° = n°\ aste = 3$

$gdv = 1 + 2 + 2 + (2-1)2 + (2-1)2 = 2 \cdot 4 + 1 = 9$

$gdlr = 9 - 9 = 0$ struttura staticamente determinata ⟶ condizione necessaria ma non sufficiente

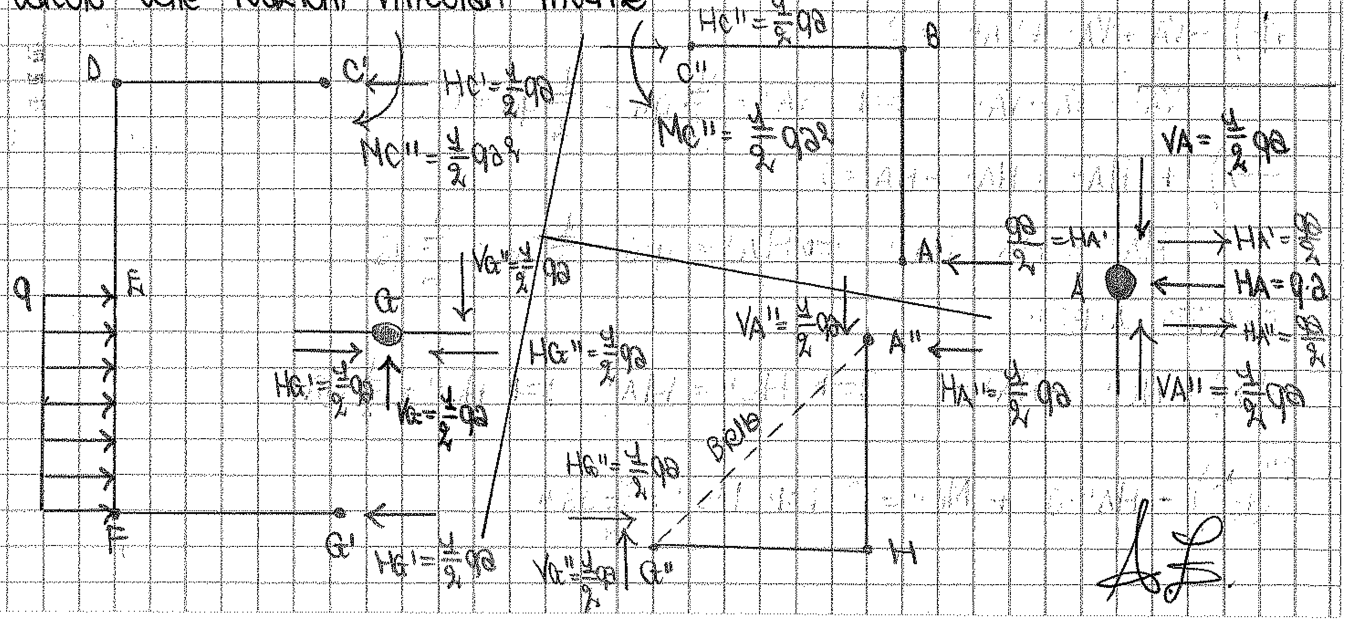
Calcolo delle reazioni vincolari esterne

$\xrightarrow{+}) \quad + qa - H_A = 0 \qquad H_A = qa$

$\overset{A}{\circlearrowleft +}) \quad + q \cancel{a} \frac{a}{2} - V_G \cdot \cancel{a} = 0 \quad \Rightarrow \quad V_G = \frac{1}{2} qa$

$+\uparrow) \quad - V_A + V_G = 0 \quad \Rightarrow \quad V_A = V_G \quad \Rightarrow \quad V_A = \frac{1}{2} qa$

Calcolo delle reazioni vincolari interne



Diagrammi della sollecitazione

Diagramma dello sforzo normale

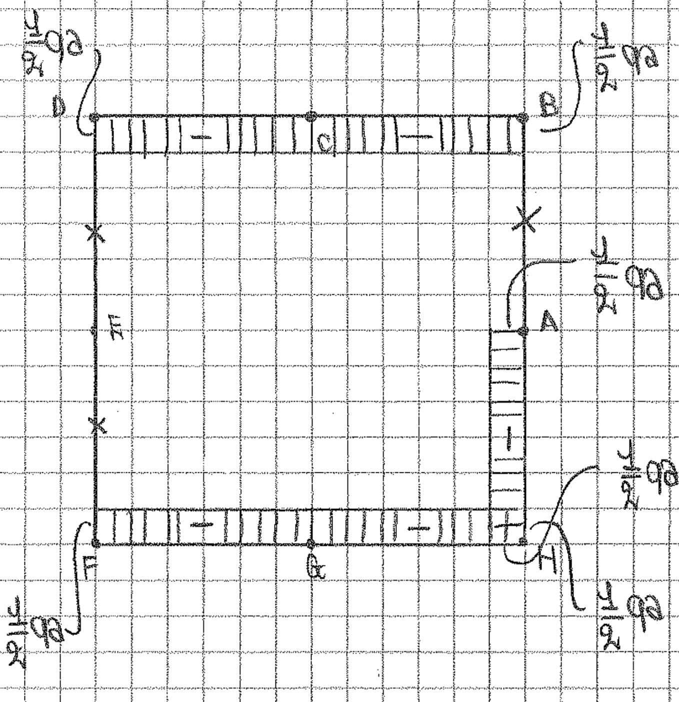


Diagramma dello sforzo di Taglio

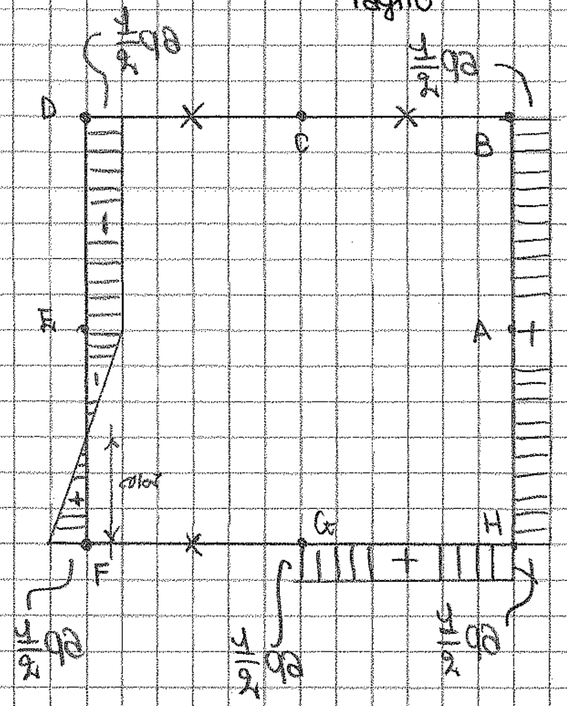
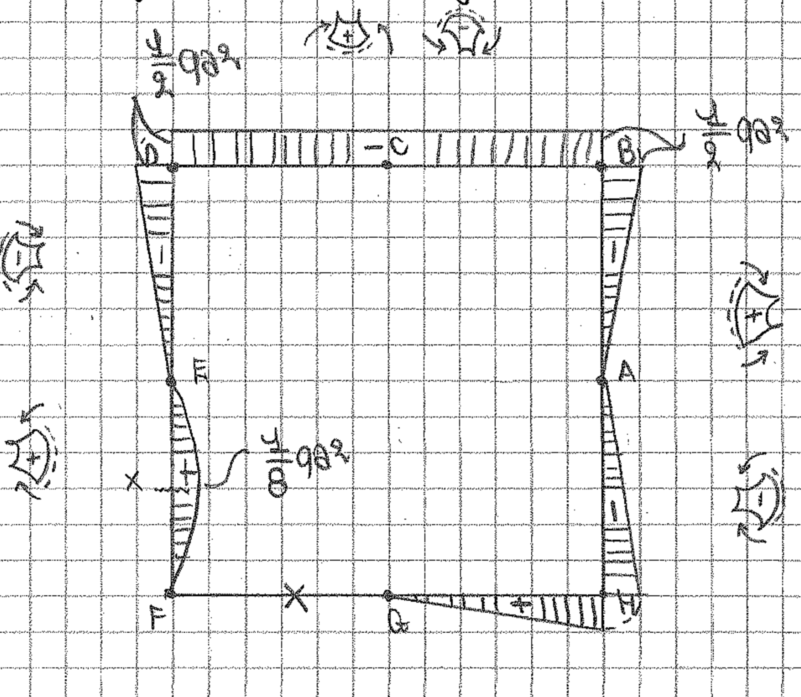


Diagramma del Momento flettente



$M_A = 0,00$

$M_B = -H_{A'}\cdot a = -\frac{1}{2}qa^2$

$M_C = -H_{A'}\cdot a = -\frac{1}{2}qa^2$

$M_D = -M_{C'} = -\frac{1}{2}qa^2$

$M_E = -M_{C'} + H_{C'}\cdot a = -\frac{1}{2}qa^2 + \frac{1}{2}qa^2 = 0$

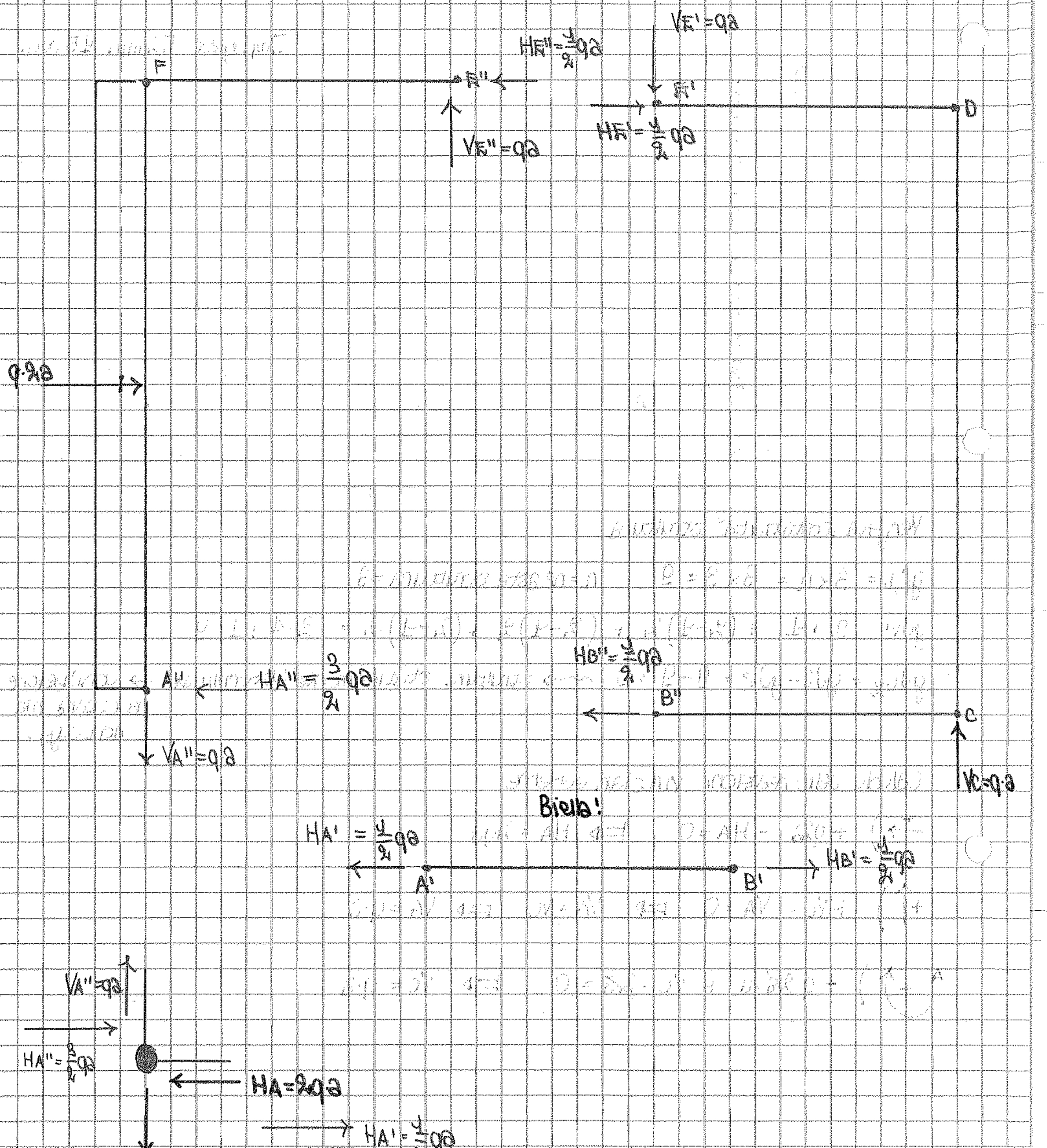
$M_x = -M_{C'} + H_{C'}\cdot\frac{3}{2}a - q\cdot\frac{a}{2}\cdot\frac{a}{4} = -\frac{1}{2}qa^2 + \frac{3}{4}qa^2 - \frac{qa^2}{8} = -\frac{4}{8}qa^2 + \frac{6}{8}qa^2 - \frac{qa^2}{8} = +\frac{1}{8}qa^2$

$M_F = -M_{C'} + H_{C'}\cdot 2a - q\cdot a\cdot\frac{a}{2} = -\frac{1}{2}qa^2 + \frac{1}{2}qa\cdot 2a - \frac{1}{2}qa^2 = 0,00$

$M_H = -H_{A''}\cdot a = -\frac{1}{2}qa^2$

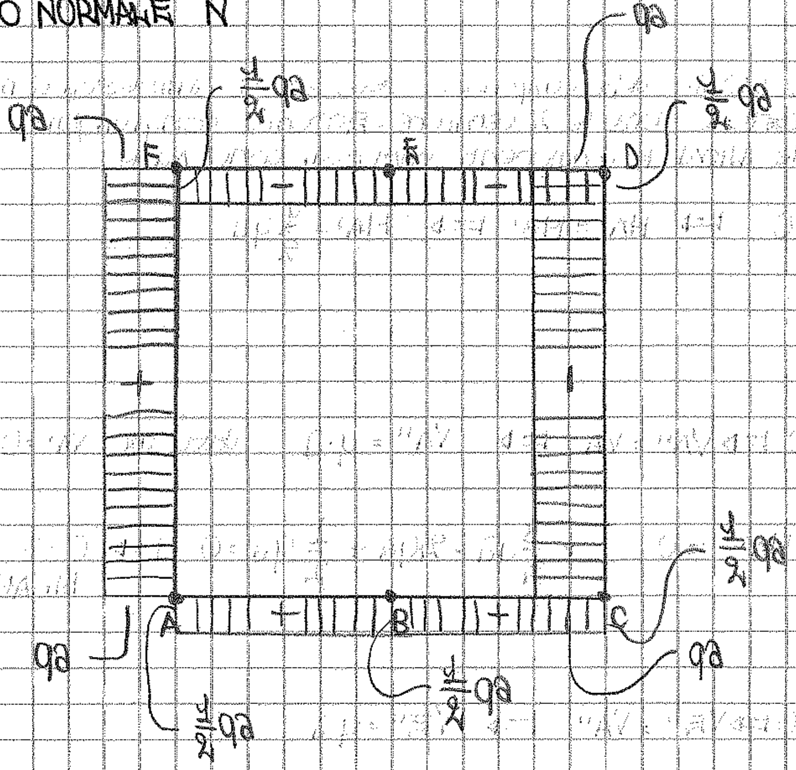
$M_G = +V_{A''}\cdot a - H_{A''}\cdot a = \frac{1}{2}qa^2 - \frac{1}{2}qa^2 = 0$

Diagramma del corpo libero

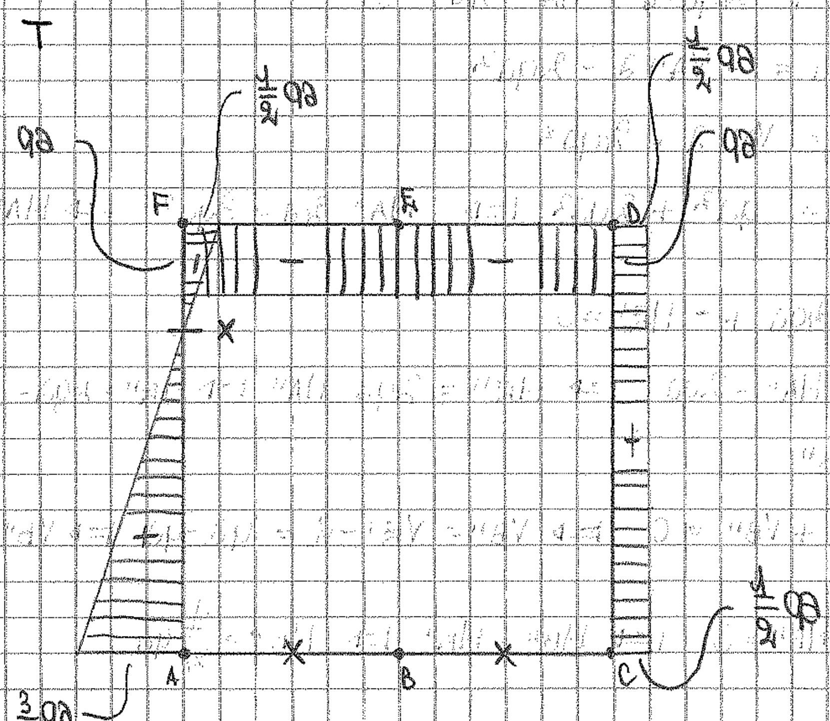


DIAGRAMMI della SOLLECITAZIONE

SFORZO NORMALE N



TAGLIO T



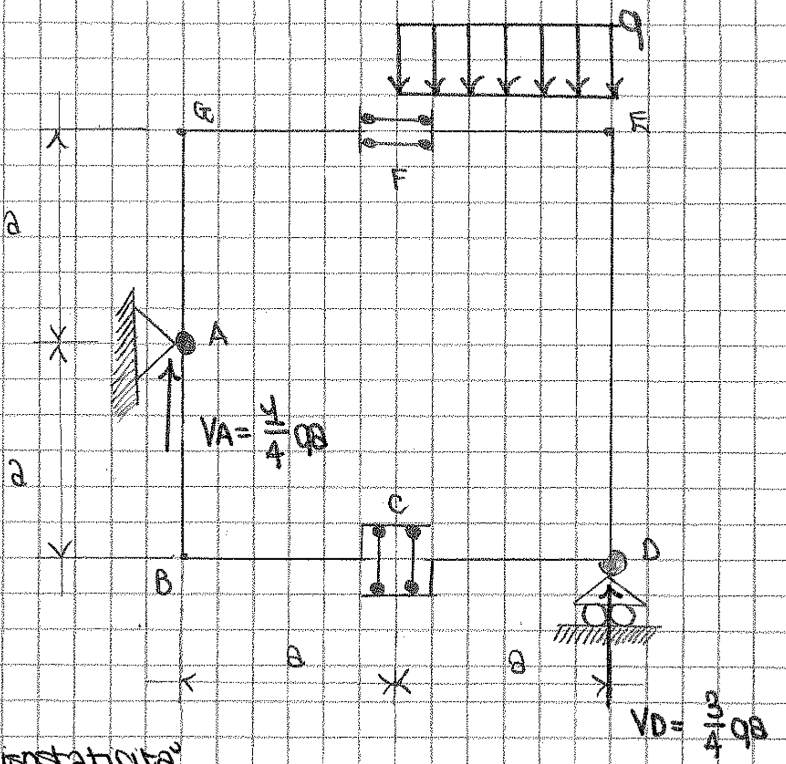
RICERCA pt ANNULLAMENTO TAGLIO x

$x = 0{,}00 \quad y = \frac{3}{2}qa \qquad y = mx + q \rightsquigarrow y = q \rightsquigarrow q = \frac{3}{2}qa$

$x = 2a \quad y = -\frac{1}{2}qa \qquad y = mx + q \qquad -\frac{1}{2}qa = m \cdot 2a + \frac{3}{2}qa$

$\cancel{2a} \cdot m = -2q\cancel{a} \Rightarrow m = q \cdot (-1) \Rightarrow m = -q$

APPELLO 1 MARZO 2011 — ESERCIZIO ISOSTATICA



Timpiegato 40min 21sec

Verifica isostaticità

$gdl = 3 \times n = 3 \times 3 = 9$

$gdv = 2 + 2 + 1 + 2 + (2-1) \cdot 2 = 4 \cdot 2 + 1 = 9$

$gdlr = gdl - gdv = 9 - 9 = 0$ → struttura staticamente determinata
⤳ cond. necessaria ma non suff.

Reazioni vincolari esterne

$\xrightarrow{+}) \quad + H_A = 0$

$A \; (+\circlearrowleft) \quad - q \cdot \cancel{a} \cdot \frac{3}{2} a + V_D \cdot 2\cancel{a} = 0 \Rightarrow 2 \cdot V_D = \frac{3}{2} qa \Rightarrow V_D = \frac{3}{4} q \cdot a$

$+\uparrow) \quad + V_D - V_A - qa = 0 \Rightarrow V_A = V_D - qa \Rightarrow V_A = \frac{3}{4} qa - \frac{4}{4} qa \quad V_A = -\frac{1}{4} qa$

TRATTO C''DEF'

$\xrightarrow{+}) \; + H_{F'} = 0$

$+\uparrow) \; -q\,a + \frac{3}{4}qa + V_{C''} = 0 \Rightarrow V_{C''} = q\cdot a - \frac{3}{4}qa = \frac{1}{4}qa$

$F' \; +\circlearrowleft) \; -M_{C''} + V_D \cdot a - q\cdot a \cdot \frac{a}{2} + M_{F'} = 0 \Rightarrow M_{F'} = +\frac{qa^2}{4} - \frac{3}{4}qa^2 + \frac{qa^2}{2} = 0$

TRATTO A'BC'

$+\uparrow) \; +V_{A'} - V_{C'} = 0 \Rightarrow V_{A'} = V_{C'} \Rightarrow V_{A'} = \frac{1}{4}qa$

$\xrightarrow{+}) \; + H_{A'} = 0$

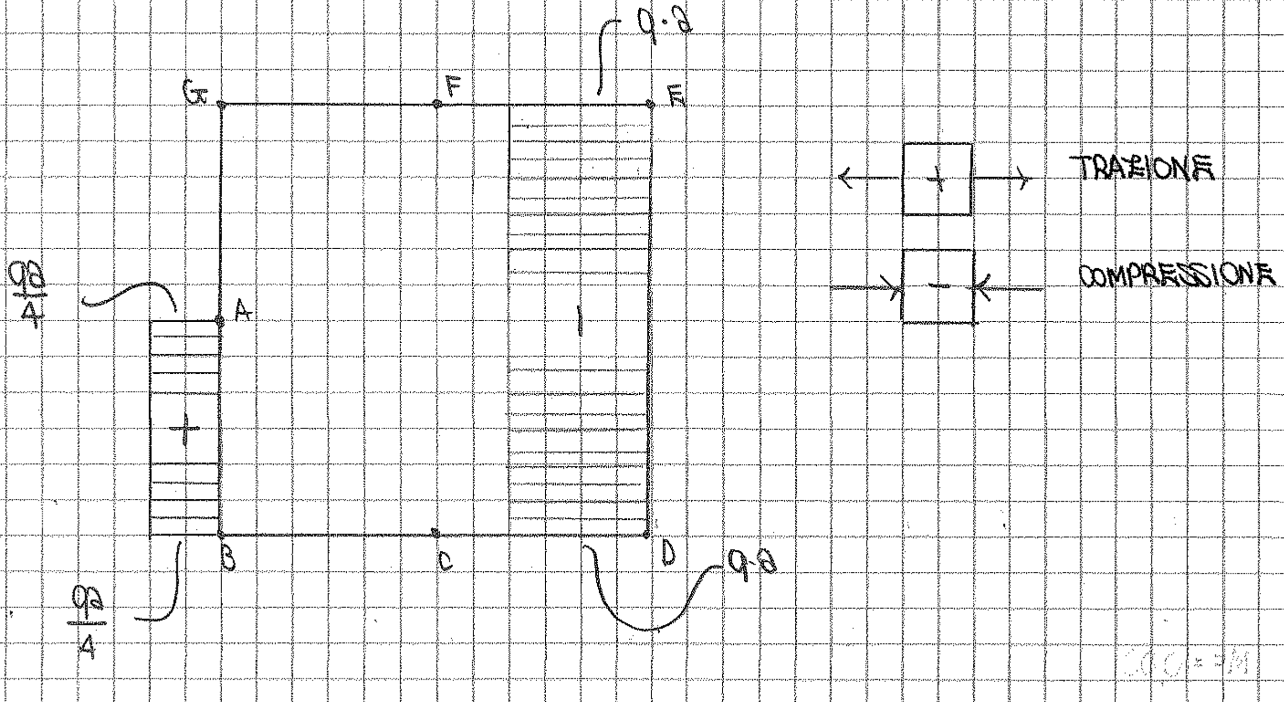
$\circlearrowleft +) \; - V_{A'} \cdot a + M_{C'} = 0 \Rightarrow M_{C'} = \frac{1}{4}q\,a\,a \Rightarrow M_{C'} = \frac{1}{4}qa^2$

NODO A

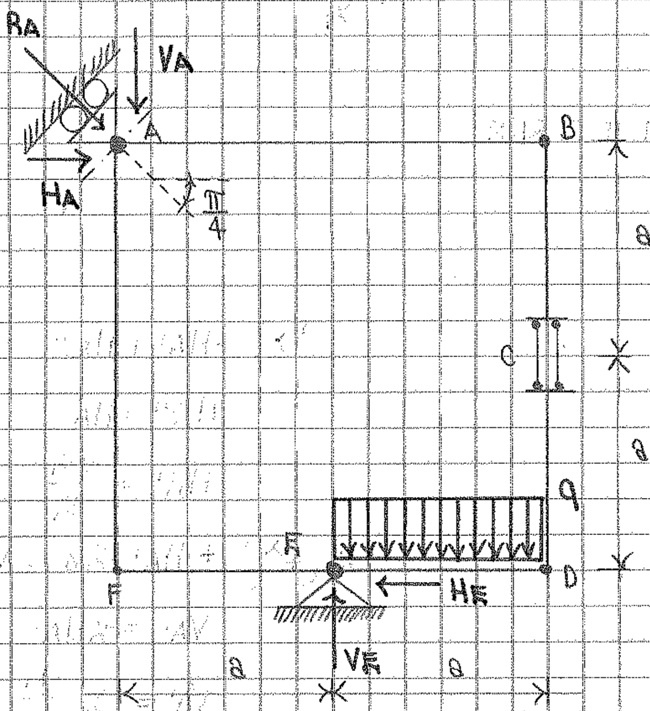
$+\uparrow) \; +V_A - V_{A'} + V_{A''} = 0 \quad V_{A''} = V_{A'} - V_A = \frac{1}{4}qa - \frac{1}{4}qa = 0$

DIAGRAMMI della SOLLECITAZIONE

SFORZO NORMALE N



APPELLO 27 GIUGNO 2011 ESERCIZIO ISOSTATICA



T impiegato 58min 54s

VERIFICA ISOSTATICITA'

$gdl = 3 \times n = 3 \times 3 = 9$ $n = 3$ aste struttura

$gdv = 2 + (2-1)2 + 2 + (2-1)2 + 1 = 8 + 1 = 9$

$gdlr = gdl - gdv = 9 - 9 = 0$ STRUTTURA STATICAMENTE DETERMINATA

$\Rightarrow$ c.n ma non suff.

CALCOLO delle REAZIONI VINCOLARI ESTERNE

EQ. GLOBALI della STATICA

$\xrightarrow{+})\ + H_A - H_E = 0$

$+\uparrow)\ + V_E - V_A - q \cdot a = 0$

$E\ +\circlearrowleft)\ - H_A \cdot 2a + V_A \cdot a - q \cdot a \cdot \frac{a}{2} = 0$ $H_A = V_A$ perché l'inclinazione $R_A = \pi/4$

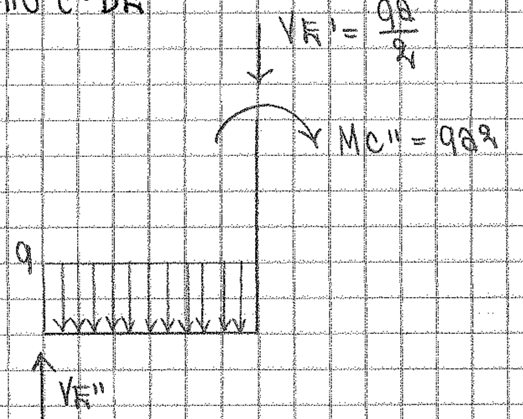
$\Rightarrow E\ +\circlearrowleft)\ - V_A \cdot 2\cancel{a} + V_A \cdot \cancel{a} - q \cancel{a} \frac{a}{2} = 0$

$-2V_A + V_A - q \cdot \frac{a}{2} = 0$

$-V_A = +q \frac{a}{2} \Rightarrow V_A = -q \cdot \frac{a}{2}$

$+\uparrow)\ + V_E = V_A + qa \Rightarrow V_E = -q \cdot \frac{a}{2} + q \cdot a \Rightarrow V_E = +q \frac{a}{2}$

TRATTO C'' DE'



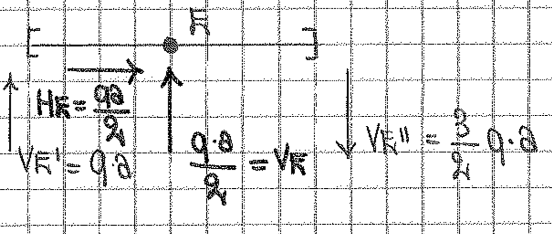
$+\uparrow)\ +V_E'' - V_E' - q\cdot a = 0$

$V_E'' = V_E' + q\cdot a$

$V_E'' = \frac{qa}{2} + qa$

$V_E'' = \frac{3}{2} q\cdot a$ OK!

NODO E



$+\uparrow)\ +V_E' + V_E - V_E'' = 0$

$-V_E'' = -V_E' - V_E$

$V_E'' = V_E' + V_E$

$V_E'' = qa + \frac{qa}{2} = \frac{3}{2} qa$

RIEPILOGO delle FORZE

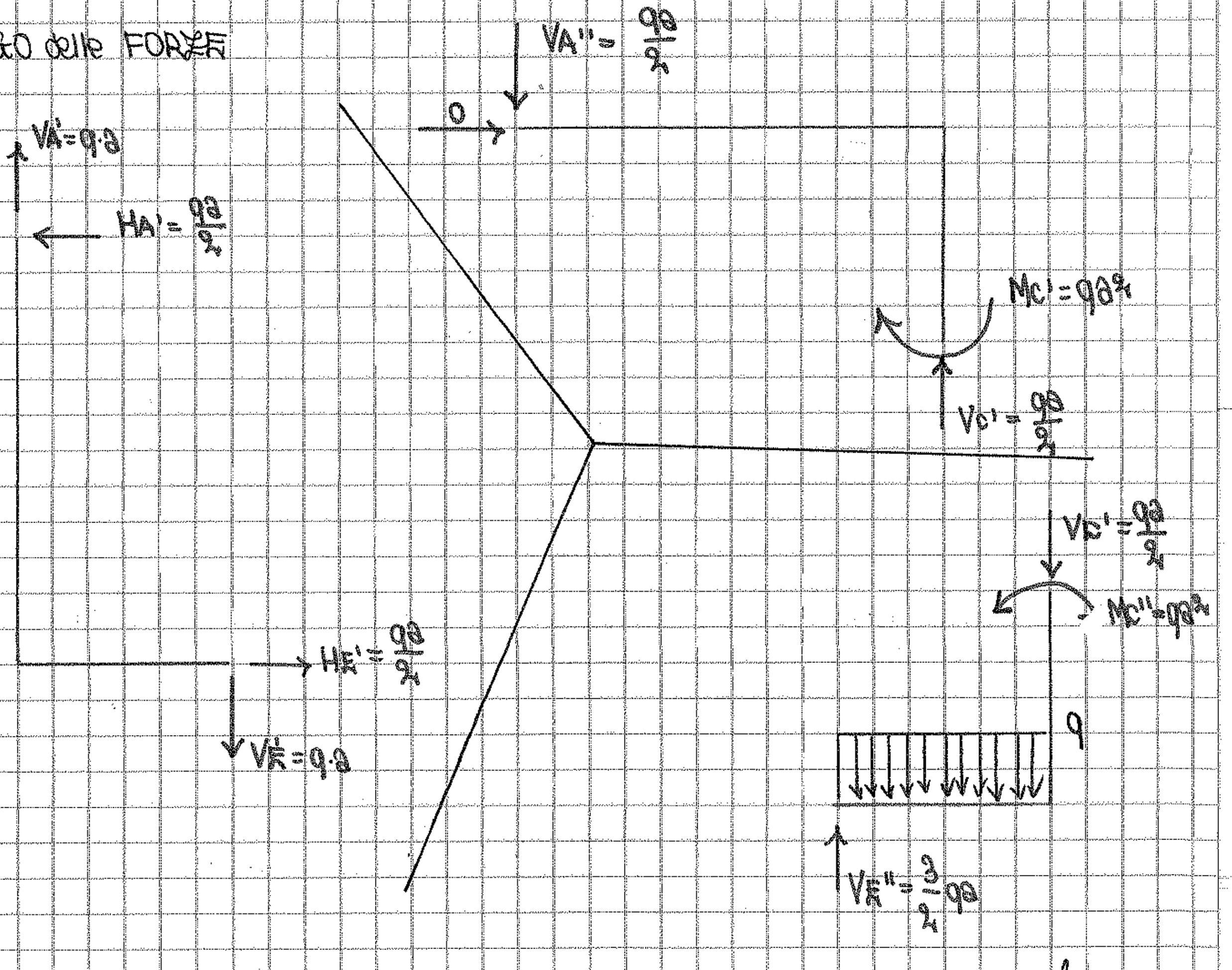
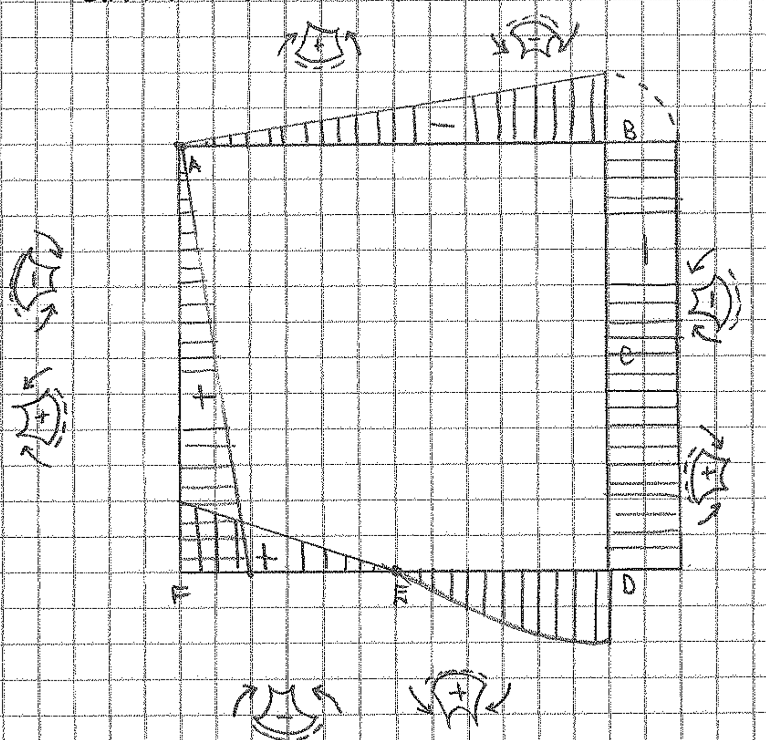


DIAGRAMMA del MOMENTO FLETTENTE



$M_E = 0$ cerniera interna

$M_F = + V_E' \cdot a = q \cdot a \cdot a = qa^2$

$M_A = - H_E' \cdot 2a + V_E' \cdot a = - \frac{qa}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2}a + qa \cdot a = -qa^2 + qa^2 = 0$

$M_B = - V_A'' \cdot 2a = - \frac{qa}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2}a = - q \cdot a^2$

$M_C = M_B = -qa^2$

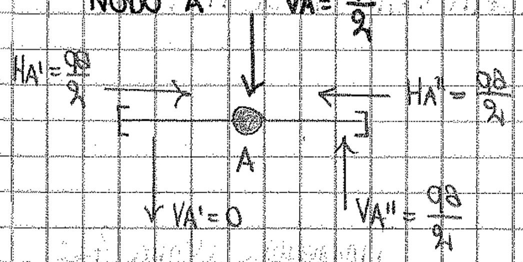
$M_D = + M_C'' = + qa^2$

$M_D = - V_E'' \cdot a + q \cdot a \cdot \frac{a}{2} = - \frac{3}{2} qa \cdot a + \frac{qa^2}{2} = -qa^2$

$M_E = - M_C'' + q \cdot a \cdot \frac{a}{2} + q \cdot \frac{a}{2} a = - qa^2 + qa^2 = 0$

A.L.

NODO A



$+\uparrow)\ -\cancel{V_A'}^{=0} - V_A + V_A'' = 0$

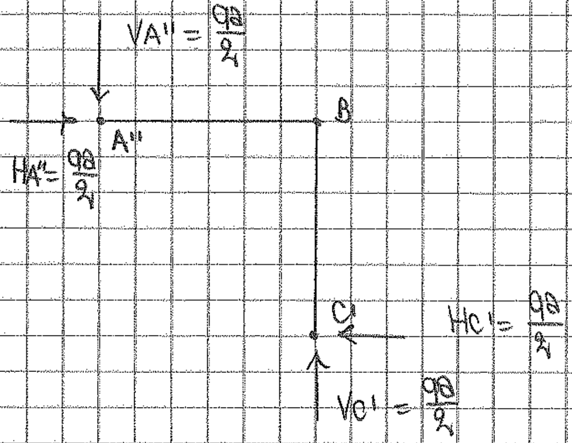
$V_A'' = V_A$

$V_A'' = \frac{qa}{2}$

$\xrightarrow{+})\ +H_A' - H_A'' = 0$

$H_A' = H_A'' \Rightarrow H_A' = \frac{qa}{2}$

TRATTO A''BC' (Biella)



$+\uparrow)\ +V_C' - V_A'' = 0$

$V_C' = V_A'' \Rightarrow V_C' = \frac{qa}{2}$

$C'\ \circlearrowleft +)\ -H_A'' \cdot \cancel{a} + V_A'' \cancel{a} = 0$

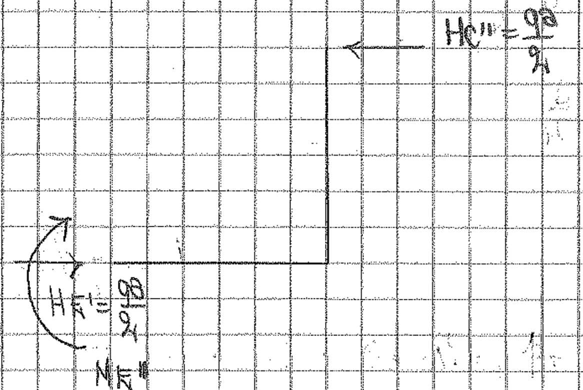
$V_A'' = H_A''$

$V_A'' = \frac{qa}{2}$

$\xrightarrow{+})\ +H_A'' - H_C' = 0$

$H_C' = H_A'' \Rightarrow H_C' = \frac{qa}{2}$

TRATTO C''DE''



$\xrightarrow{+})\ +H_E' - H_C'' = 0$

$H_E' = H_C'' \Rightarrow H_E' = \frac{qa}{2}$

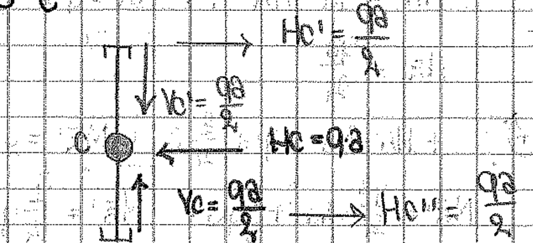
$+\uparrow)\ V_E' = 0$

$E'\ \circlearrowleft +)\ +H_C''\ a - M_E' = 0$

$M_E' = H_C'' \cdot a$

$M_E' = \frac{qa^2}{2}$ OK!!!

NODO C



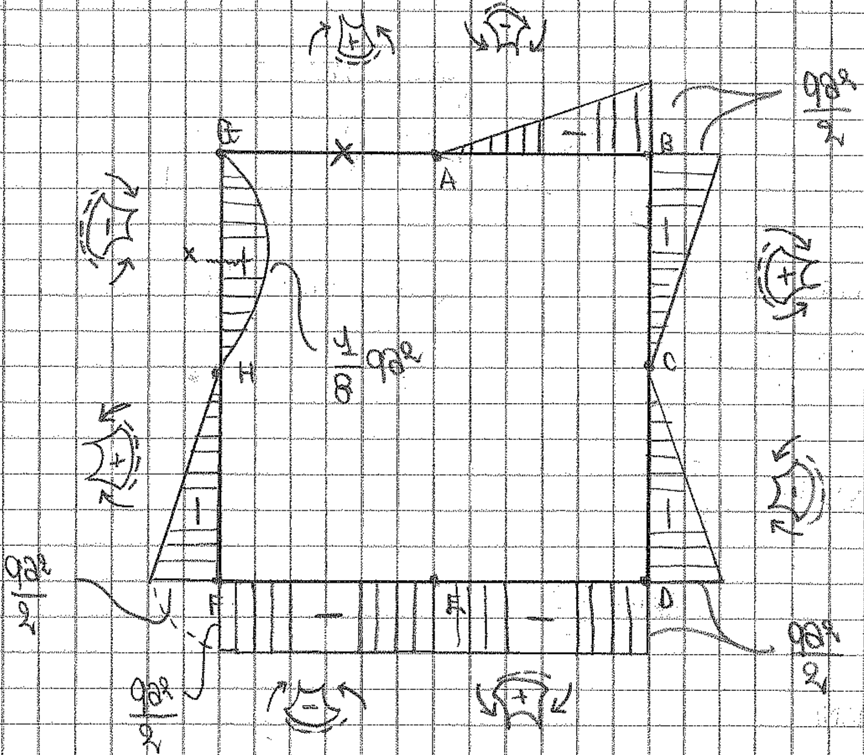
$+\uparrow)\ -V_C' + V_C = 0 + V_C'' = 0$

$V_C'' = V_C' - V_C \quad V_C'' = \frac{qa}{2} + - \frac{qa}{2} = 0$

$\xrightarrow{+})\ H_C'' = H_C - H_C' \Rightarrow H_C'' = \frac{qa}{2}$

$y=0 \Rightarrow 0 = -qx + \frac{qa}{2} \qquad -\frac{qa}{2} = -qx \qquad x = +\frac{a}{2}$

DIAGRAMMA DEL MOMENTO FLETTENTE



$M_E = -M_E' = -\frac{qa^2}{2}$

$M_F = -M_E' = -\frac{qa^2}{2}$

$M_H = -M_E' + H_E' \cdot a = -\frac{qa^2}{2} + \frac{qa^2}{2} = 0$

$M_X = -M_E' + H_E' \frac{3}{2} a - q \cdot a/2 \cdot \frac{a}{4} = -\frac{qa^2}{2} + \frac{3}{4} qa^2 - \frac{qa^2}{8} = \left(-\frac{4}{8} + \frac{6}{8} - \frac{1}{8}\right) qa^2$

$M_X = +\frac{1}{8} qa^2$

$M_G = -M_E' + H_E \cdot 2a - q \cdot a \cdot \frac{a}{2} = -\frac{qa^2}{2} + qa^2 - \frac{qa^2}{2} = 0$

$M_A = 0$

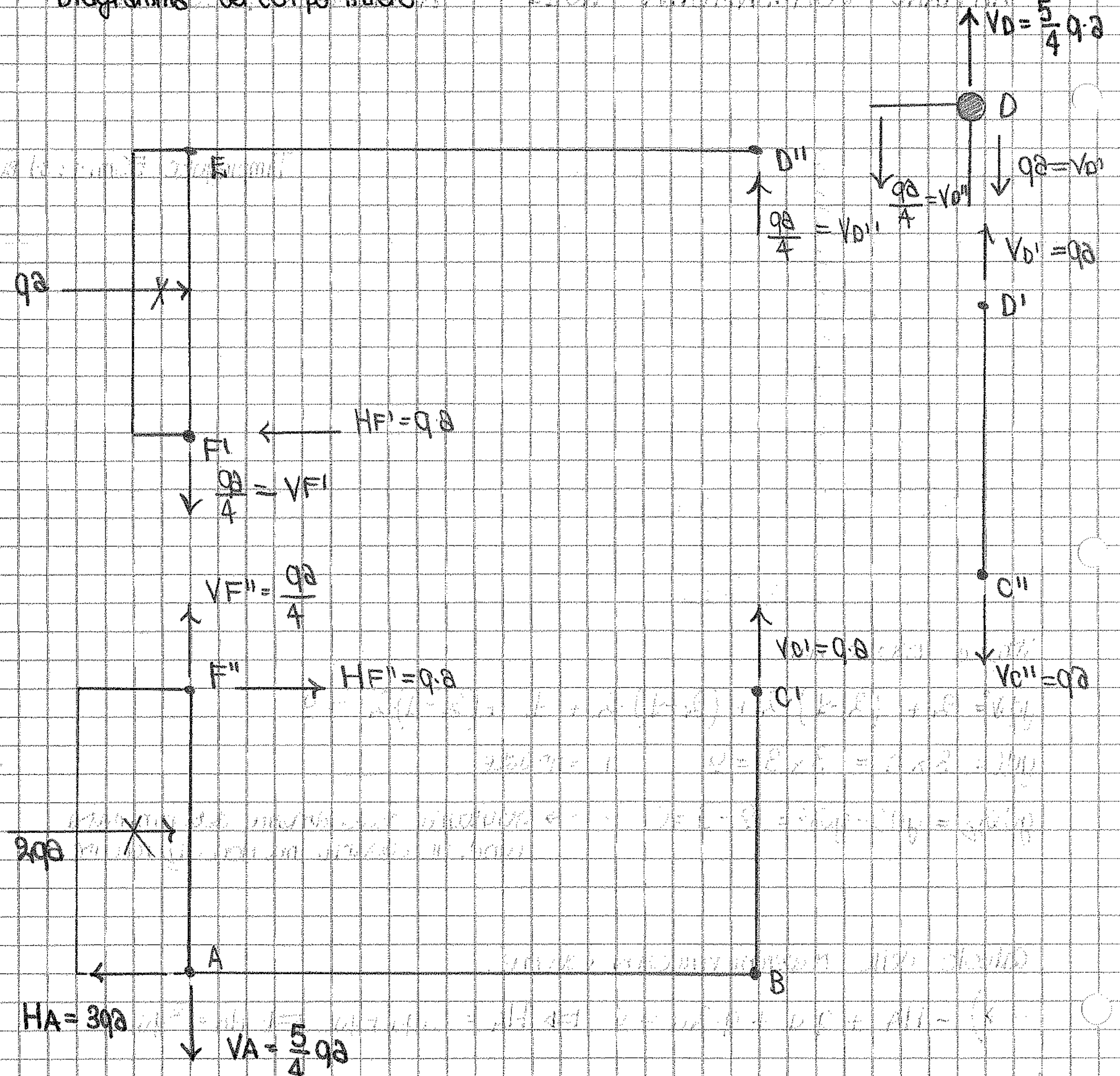
$M_B = -V_A'' \cdot a = -\frac{qa^2}{2}$

$M_C = +H_A'' \cdot a - V_A'' \cdot a = \frac{qa^2}{2} - \frac{qa^2}{2} = 0$

$M_D = -H_C'' \cdot a = -\frac{qa^2}{2}$

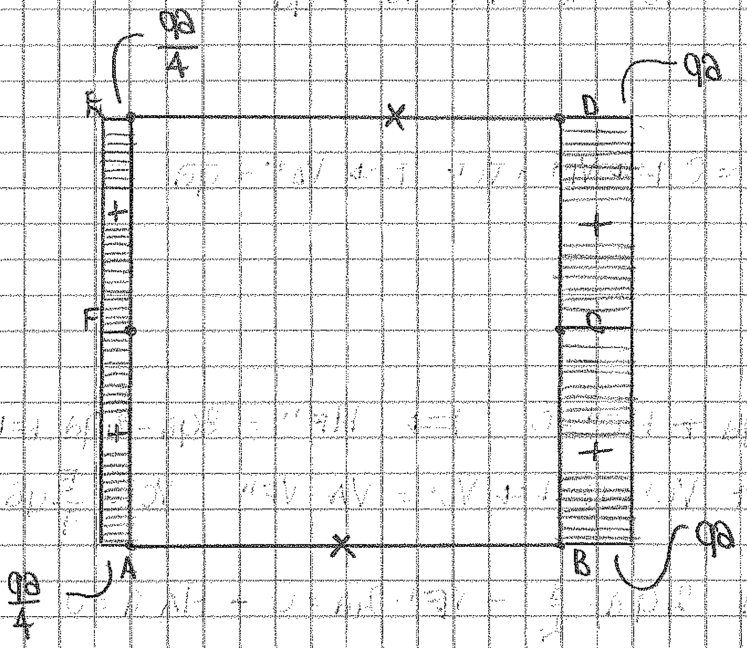
$M_D^{sx} = -M_E'' = -\frac{qa^2}{2}$

Diagramma del corpo libero

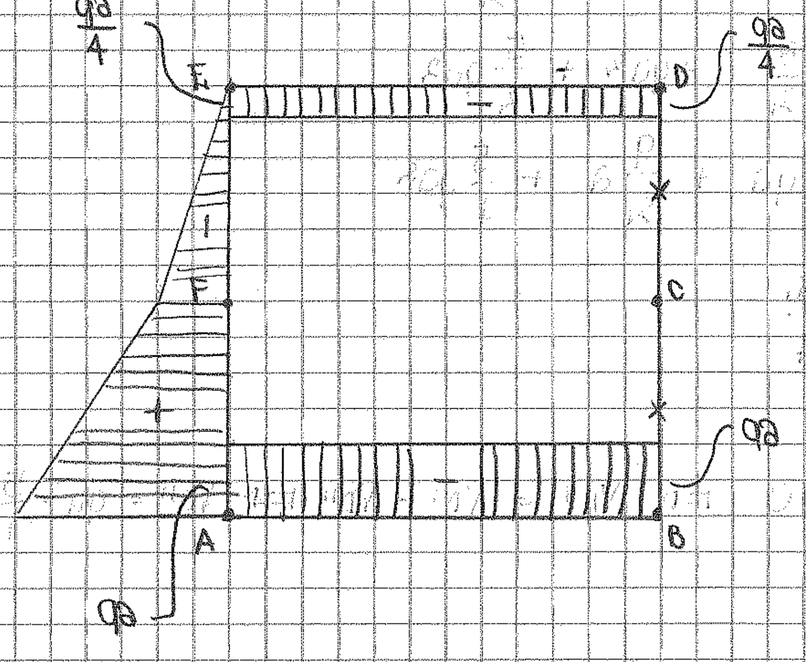


DIAGRAMMI della SOLLECITAZIONE

SFORZO NORMALE



TAGLIO



POLITECNICO di TORINO
Facoltà di INGEGNERIA EDILE
D.I.S.E.G.

Anno Accademico 2011 - 2012

Corso di SCIENZA delle COSTRUZIONI

Prof. Ing. SILVIO VALENTE

Esercitatore Ing. FABRIZIO BARPI

SEZIONE II : SPOSTAMENTI

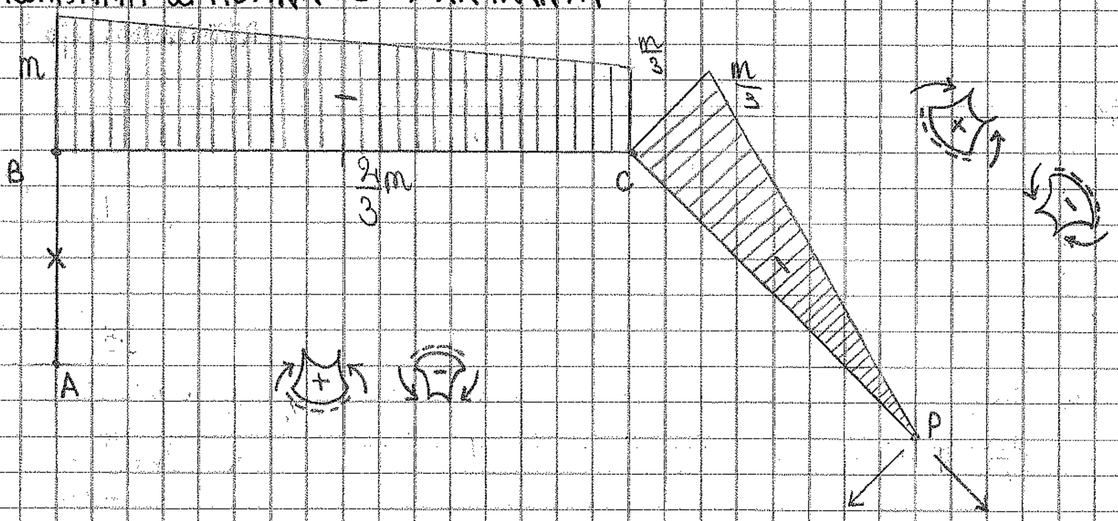
A cura di : ALESSANDRO ZITO

fonte : STAZIONE FdSI TORINO PORTA SUSA

Calcolo del lato CP

$$CP = \sqrt{(4\ell)^2 + (4\ell)^2} = \sqrt{32\ell^2} = 5{,}66\ell$$

DIAGRAMMA del MOMENTO FLETTENTE



$$M_C = -\frac{m\sqrt{2}}{24\cancel{\ell}} \cdot 5{,}66\cancel{\ell} = -0{,}333\,m = -\frac{m}{3}$$

Calcolo del segmento CK

$$\overline{CK} = BC \cdot \cos 45° = 8\ell \cos 45° = 5{,}66\,\ell$$

Calcolo del segmento BK

$$\overline{BK} = BC \cdot \operatorname{sen} 45° = 4\sqrt{2}\ell \quad \Longmapsto \text{BRACCIO della FORZA } H_{P'}$$

Calcolo del BRACCIO della FORZA $V_{P'}$

$$\overline{PK} = \overline{CK} + \overline{CP} = 4\sqrt{2}\ell + 5{,}66\ell = 11{,}32\ell$$

Calcolo del Momento in B

$$M_B = -H_{P'} \cdot 5{,}66\ell - V_{P'} \cdot 11{,}32\ell + m = -\frac{m\sqrt{2}}{24\cancel{\ell}}\cancel{\ell}(5{,}66 + 11{,}32) + m =$$

$$= -\frac{m\sqrt{2}}{24} \cdot 5{,}66\ell - \frac{m\sqrt{2}}{24} \cdot 11{,}32\ell + m = (-0{,}333 - 0{,}667 + 1)m = 0$$

Calcolo della rotazione nel punto P

Applico la Relazione di Simpson

$$\int f(x)\,dx = \frac{b-a}{6}\cdot\left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right]$$

TRATTO AB

$$\int_A^B M_0 \cdot M_1 \, dS = 0$$

TRATTO BC

$$1 \times \varphi_P = \int_B^C \frac{M_0 \cdot M_1}{E \cdot I}\, dS \Rightarrow E \cdot I \cdot 1 \times \varphi_P = \frac{\cancel{8}^{4}\ell}{\cancel{6}_{3}}\left[(-m)0 + \left(-\frac{2}{3}m\right)\left(\frac{1}{3}\right)4 + \left(-\frac{m}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\right] = \frac{4}{3}\ell\left[-\frac{8}{9}m - \frac{2}{9}m\right] = \frac{4}{3}\ell\cdot\left[-\frac{10}{9}m\right]$$

$$\Rightarrow \varphi_P = -\frac{40}{27}\frac{m \cdot \ell}{E I}$$

TRATTO CP

$$\int_C^P M_0 M_1 \, dS = E I \cdot \varphi_P$$

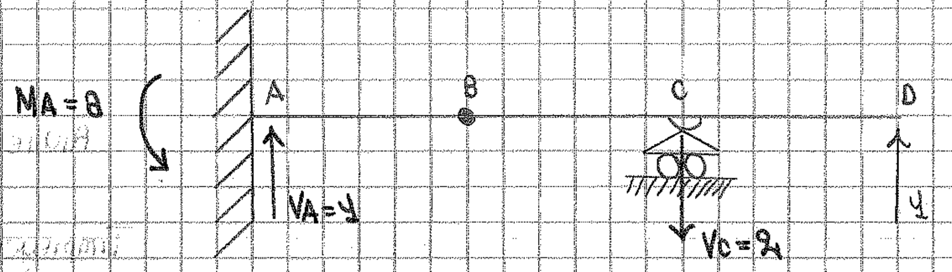
$$E \cdot I \cdot 1 \times \varphi_P = \frac{{}^{2}\cancel{4}\sqrt{2}\,\ell}{\cancel{6}\,3}\left[\left(-\frac{m}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right) + 4\cdot\left(-\frac{m}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right) + (0)(1)\right] =$$

$$E \cdot I \times \varphi_P = \frac{2\sqrt{2}}{3}\ell\left[-\frac{2m}{9} - \frac{{}^{5}\cancel{20}m}{\cancel{36}\,9} + 0\right] = \frac{2\sqrt{2}}{3}\ell\cdot\left[-\frac{7}{9}m\right]$$

$$\varphi_P = -\frac{14\sqrt{2}}{27}\cdot\frac{m\ell}{E \cdot I}$$

$$\varphi_{P\,\text{struttura complessiva}} = -\frac{40\,m\ell}{27\,EI} - \frac{14\sqrt{2}\,m\ell}{27\,EI}$$

STRUTTURA FITTIZIA



TRATTO BCD

$(+\curvearrowleft)\ +1 \cdot 2\cancel{a} - V_C \cdot \cancel{a} = 0 \qquad V_C = 2$

STRUTTURA TOTALE

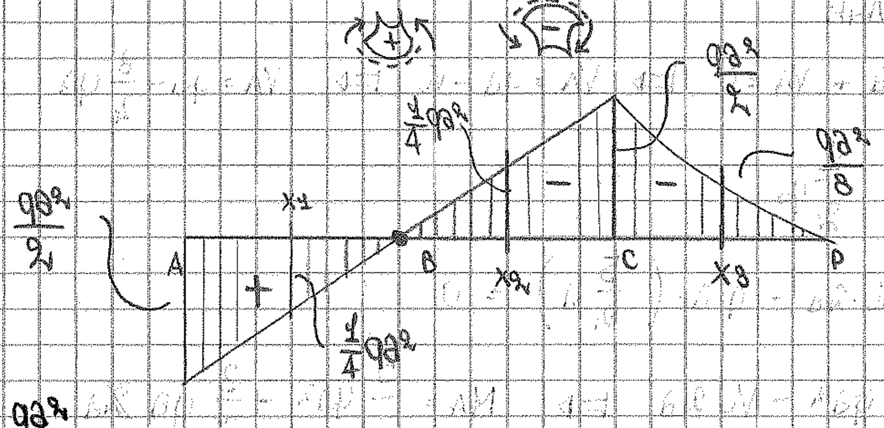
$+\uparrow)\ +V_A - V_C + 1 = 0 \Rightarrow V_A = V_C - 1 \Rightarrow V_A = 1$

$\overset{A}{(+\curvearrowleft)}\ - V_C \cdot 2a + 1 \cdot 3a - M_A = 0$

$-M_A = -3a + 4a \qquad -M_A = +1 \cdot a \qquad M_A = -a$

DIAGRAMMI dei MOMENTI

M_0



$M_A = +\frac{qa^2}{2}$

$M_B = +M_A - V_A \cdot a = \frac{qa^2}{2} - \frac{qa}{2} \cdot a = 0$

$M_C = +M_A - V_A \cdot 2a = \frac{qa^2}{2} - \frac{qa}{2} \cdot 2a = -\frac{1}{2}qa^2$

$M_D = +M_A - V_A\, 3a + V_C \cdot a - q \cdot a \cdot \frac{a}{2} = \frac{qa^2}{2} - \frac{3qa^2}{2} + \frac{3qa^2}{2} - \frac{qa^2}{2} = 0$

$$= \frac{a}{6}\cdot\left[-\frac{qa^3}{2} - \frac{qa^3}{2}\right] = -\frac{qa^4}{6}$$

TRATTO BC

$$\int_B^C M_0 M_1 \, ds = \frac{a}{6}\left[0\cdot 0 + \cancel{4}\left(-\frac{1}{\cancel{4}}qa^2\right)\left(+\frac{a}{2}\right) + \left(-\frac{1}{2}qa^2\right)(+a)\right]$$

$$= \frac{a}{6}\left[-\frac{qa^3}{2} - \frac{1}{2}qa^3\right] = -\frac{qa^4}{6}$$

TRATTO CP

$$\int_C^P M_0 M_1 \, ds = \frac{a}{6}\left[\left(-\frac{1}{2}qa^2\right)(+a) + \cancel{4}\left(-\frac{qa^2}{\cancel{8}_2}\right)\left(+\frac{a}{2}\right) + 0\cdot 0\right]$$

$$= \frac{a}{6}\cdot\left[-\frac{qa^3}{2} - \frac{qa^3}{4}\right] = \frac{a}{\cancel{6}_2}\cdot\left[-\frac{\cancel{3}1}{4}qa^3\right]$$

$$= -\frac{qa^4}{8}$$

$$E\cdot I \times v_P = \sum \int_S M_0 M_1 \, ds$$

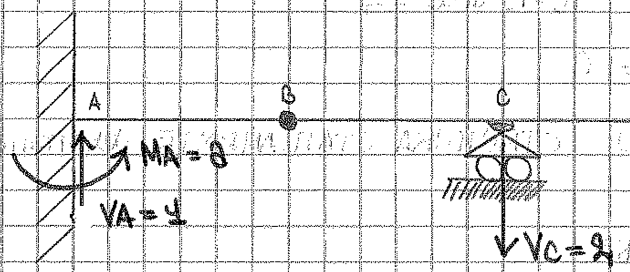
$$E\cdot I \times v_P = -\frac{\cancel{2}^1 qa^4}{\cancel{6}_3} - \frac{qa^4}{8} = -\frac{8qa^4}{24} - \frac{3qa^4}{24} = -\frac{11}{24}qa^4$$

$$v_P = -\frac{11}{24}\frac{qa^4}{E\cdot I}$$

$$= qa^2 \left(\frac{4+6-10-1}{8} \right) = -\frac{1}{8} qa^2$$

$$M_P = +M_A - V_A \cdot 3a + V_C \cdot a - q\,a \cdot \frac{a}{2} = +\frac{1}{2} qa^2 - \frac{3}{2} qa^2 + \frac{3}{2} qa^2 - q \cdot \frac{a}{2} = 0$$

RICHIEDE SPOSTAMENTO VERTICALE in P $\Rightarrow$ applico una forza verticale unitaria come grandezza esplorativa



$\xrightarrow{+}$) $+H_A = 0$

EQ. AUSILIARIA TRATTO BCP

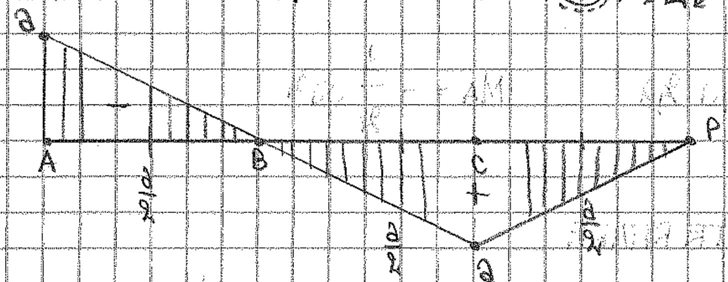
B $\overset{+}{\curvearrowright}$) $+1 \cdot 2a - V_C \cdot a = 0 \Rightarrow V_C = 2$

STRUTTURA GLOBALE

$+\uparrow$) $+V_A + 1 - V_C = 0 \qquad V_A = V_C - 1 \qquad V_A = 1$

A $\overset{+}{\curvearrowright}$) $+1 \cdot 3a - V_C \cdot 2a + M_A = 0 \Rightarrow M_A = 4a - 3a \qquad M_A = a$

DIAGRAMMA MOMENTO FITTIZIO



$M_A = -M_A = -a$

$M_B = -M_A + V_A \cdot a = 0 \quad -a + a = 0$

$M_C = -M_A + V_A \cdot 2a = -a + 2a = a$

$M_P = -M_A + V_A \cdot 3a - V_C \cdot a =$

$= -a + 3a - 2a = 0$

DETERMINAZIONE dello spostamento V'_P con applicazione della FORMULA di SIMPSON

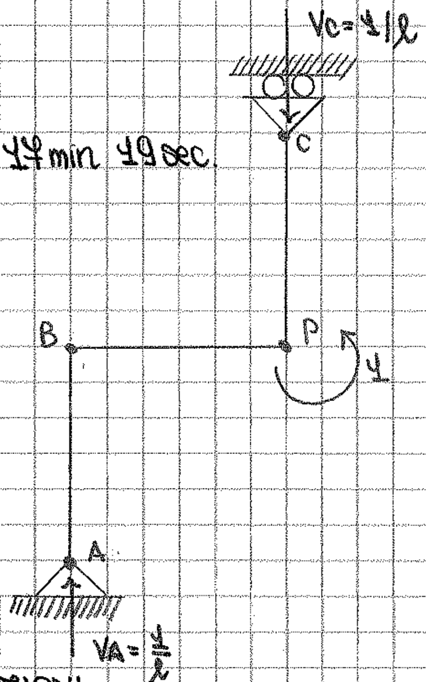
TRATTO AC

$$\int_A^C M_0 M_1 \, dS = \frac{2a}{6} \cdot \left[(-a)\left(\frac{1}{2} qa^2\right) + 4(0)(0) + (+a)\left(-\frac{1}{2} qa^2\right) \right] =$$

APPELLO 5 SETTEMBRE 2008 ESERCIZIO SPOSTAMENTI

φ_P del pt. P ⟹ applico una rotazione unitaria in P come grandezza esplorativa.

Timpiegato 17 min 19 sec



Verifica isostaticità struttura

$gdl = 3 \times n = 3 \times 1 = 3$

$n = n°$ aste struttura $= 1$

$gdv = 2 + 1 = 3$

$gdlc = gdl - gdv = 3 - 3 = 0$

⟹ struttura staticamente determinata → condizione necessaria ma non suff.

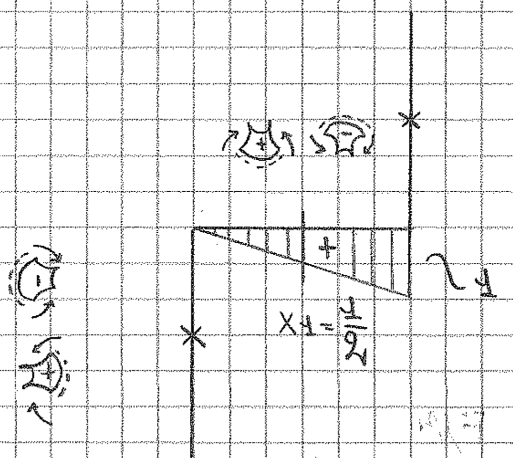
CALCOLO REAZIONI

$A \circlearrowleft^{+}) \; +1 - V_C \cdot l = 0 \Rightarrow V_C = \dfrac{1}{l}$

$+\uparrow) \; +V_A - V_C = 0 \Rightarrow V_A = V_C \Rightarrow V_A = \dfrac{1}{l}$

$\xrightarrow{+}) \; H_A = 0$

DIAGRAMMA dei MOMENTI FITTIZI



$M_B = 0{,}00$

$M_P = +V_A \cdot l = \dfrac{1}{l} \cdot l = 1$

$M_{x1} = +V_A \cdot \dfrac{l}{2} = \dfrac{1}{l} \cdot \dfrac{l}{2} = \dfrac{1}{2}$

$M_C = 0{,}00$