NUMERO: 970 DATA: 08/05/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Zago

MATERIA: Fisica II + Eserc.

Prof. Kaniadakis

FISICA II

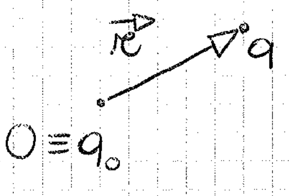
Giorgio Koniadakis

APPELLI: - 27 GENNAIO
- 11 FEBBRAIO
- 16 GIUGNO
- 5 SETTEMBRE

ESONERO 3h
→ TEORIA suff
→ ESERCIZI suff

- Mazzoldi, Nigro, Voci "Elementi di fisica, elettromagnetismo onde"
- Amelio Carolino Sporavigna "Esercizi di elettromagnetismo" Esculapio

$$\vec{F} = k\frac{q_0 q}{r^2}\vec{u}$$

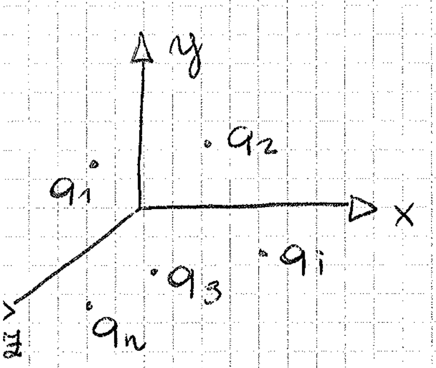


$$\vec{u} = \frac{\vec{r}}{r}$$

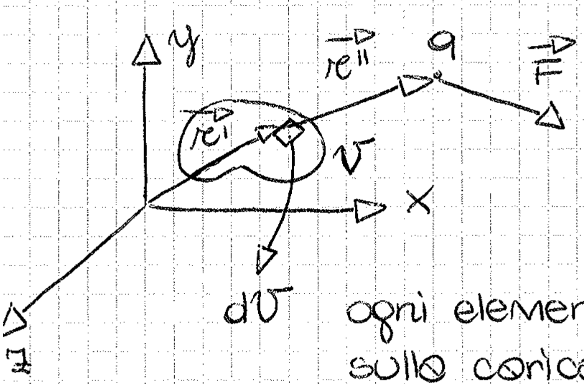
$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\vec{F} = k\frac{q_0 q}{r^3}\vec{r}$$



$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{N}\vec{F}_i$$



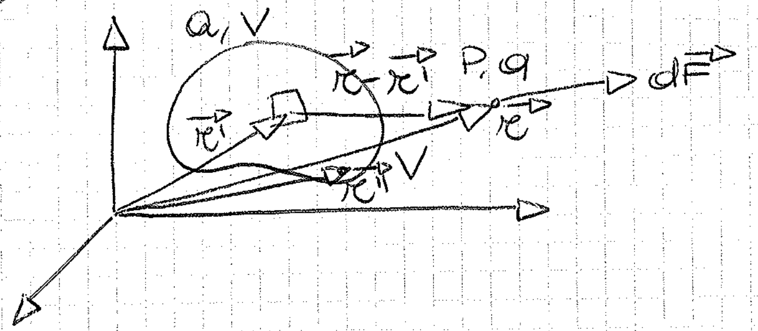
dV ogni elemento esercita una forza coulombiana sulla carica q

$\boxed{dq' = \rho\, dV}$ * DENSITÀ di CARICA (per corpi)

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{N} k q \frac{q_i}{r_i^3}\cdot \vec{r}_i$$

sommatoria dei contributi di ogni elemento rispetto alla carica

* $dq' = \rho(t, \vec{r}')\, dV$



$$dQ = \rho\, dV = \rho(\vec{r}', t)\, dV$$

$$d\vec{F} = kq \frac{dQ}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}(\vec{r}-\vec{r}')\, dV$$

$$\vec{F} = kq \int_V \frac{\rho(\vec{r}', t)}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}(\vec{r}-\vec{r}')\, dV$$

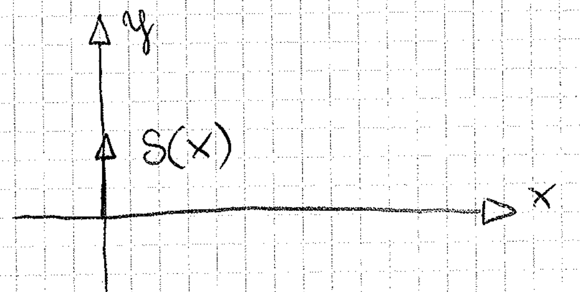
$\rightarrow \vec{F}(\vec{r}, t)$

$$\frac{\vec{F}(\vec{r}, t)}{q} = k \int_V \frac{\rho(\vec{r}', t)}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}(\vec{r}-\vec{r}')\, dV$$

$\rightarrow$ campo elettrico che Q esercita su q $\quad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$

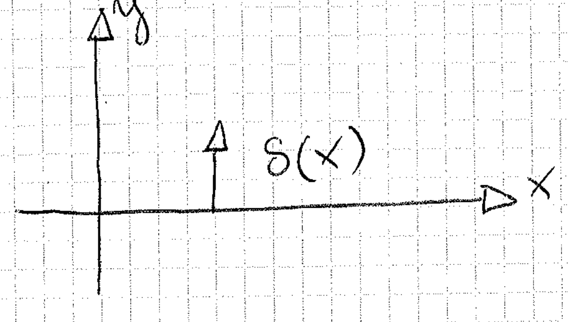
$$\vec{E}(\vec{r}, t) = k \int_V \frac{\rho(\vec{r}', t)}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}(\vec{r}-\vec{r}')\, dV \qquad \text{CAMPO ELETTRICO}$$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{kQ}{r^3}\vec{r}$$



$$\delta(x) = \begin{cases} 0 & x \neq 0 \\ +\infty & x = 0 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x)\, dx = 1$$



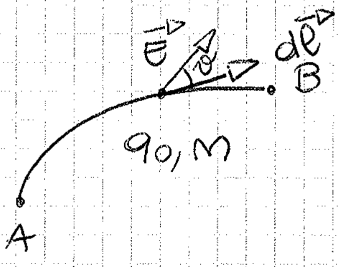
$$\delta(x-x_0) = \begin{cases} 0 & x \neq x_0 \\ +\infty & x = x_0 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x'-x'')\, f(x')\, dx' = f(x')$$

LAVORO

↳ associato alla FORZA ELETTRICA

- forza produce un lavoro



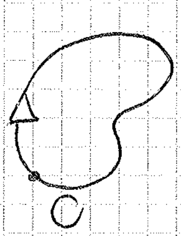
particella di carica q_0 si sposta lungo la sua traiettoria di $d\vec{l}$

$$\boxed{dW = \vec{F}\, d\vec{l}}$$

$$\boxed{W_{AB} = \int_{C_{AB}} \vec{F}\, d\vec{l} = q_0 \int_{C_{AB}} \vec{E}\, d\vec{l} = q_0\, \mathcal{E}_{AB}}$$ LUNGO una CURVA

$$\vec{F} = \vec{E} q$$

LAVORO lungo curva chiusa



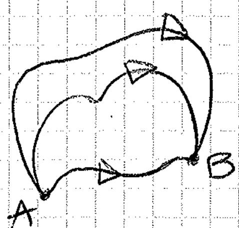
$$\boxed{W = \oint_C \vec{F}\, d\vec{l} = q_0 \oint_C \vec{E}\, d\vec{l} = q_0 \mathcal{E}}$$ LUNGO una CURVA CHIUSA

TENSIONE ELETTRICA nel CASO di CAMPI ELETTRICI STAZIONARI

$$\int_{C_{AB}} \vec{E}\, d\vec{l} = V(\vec{r}_A) - V(\vec{r}_B) = -\left[V(\vec{r}_B) - V(\vec{r}_A)\right] = -\Delta V_{AB}$$

↳ potenziale del campo elettrico

ΔV_{AB} → valore finale − valore iniz.



- la tensione elettrica in un campo elettrico stazionario non dipende dalla traiettoria ma solo dal punto iniziale e finale del percorso

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^3}\vec{r}$$

$$V = \frac{kq}{r}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V = -\left(\vec{i}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z}\right) kq \; (x^2+y^2+z^2)^{-\frac{1}{2}} =$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(x^2+y^2+z^2)^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}(x^2+y^2+z^2)^{-3/2}\,2x = -\frac{x}{r^3}$$

$$= kq\left(\vec{i}\frac{x}{r^3} + \vec{j}\frac{y}{r^3} + \vec{k}\frac{z}{r^3}\right) = kq\left(\frac{x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}}{r^3}\right) =$$

$$= \frac{kq}{r^3}\vec{r}$$

$$\text{rot}\,\vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial E_{\cancel{z}}}{\partial \cancel{x}y} - \frac{\partial E_{x\cancel{y}}}{\partial \cancel{z}}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} + \frac{\partial E_z}{\partial x}\right) +$$

$\downarrow$

rotore

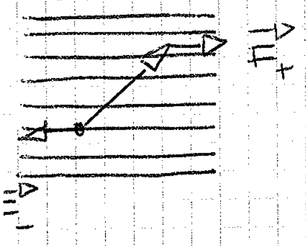
$$+\left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)\vec{k} = \vec{\nabla}\wedge\vec{E}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$$

$$\vec{\nabla}\wedge\vec{E} = \emptyset \qquad \text{rotore} = \emptyset$$

$$\text{rot}\,(-\vec{\nabla}V) = \left(\frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{\partial V}{\partial z}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(-\frac{\partial V}{\partial y}\right)\right)i + (\quad)\vec{j} + (\quad)\vec{k}$$

- rotore $= 0 \Rightarrow$ campo elettrico conservativo



$$U = -\vec{p}\,\vec{E}$$

$$\vec{M} = \vec{p} \wedge \vec{E}$$

$$\vec{M} = \vec{d} \wedge \vec{F}_+ = d \wedge q\vec{E} = \vec{p} \wedge \vec{E}$$

conservazione lavoro in $\vec{E}$ elettrostatico: $\oint \vec{E} \cdot \hat{u}_l \, dl = 0$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = 0$$

$$= (\omega_2 z - \omega_3 y)\vec{i} + (\omega_3 x - \omega_1 z)\vec{j} + (\omega_1 y - \omega_2 x)\vec{k}$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{v}(P) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \omega_2 z - \omega_3 y & \omega_3 x - \omega_1 z & \omega_1 y - \omega_2 x \end{vmatrix} = (2\omega_1, 2\omega_2, 2\omega_3) = 2\vec{\omega}$$

ENERGIA POTENZIALE ELETTROSTATICA

$\vec{F} \cdot d\vec{l} = -dW$ EN. POTENZIALE ELETTROSTATICA

$$\int_{A,\gamma}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{l} = -\int_{W(A)}^{W(B)} dW = W_A - W_B = \Delta W$$

CAMPO ELETTRICO $\vec{E}$

$\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q}$ $\vec{F}$ = forza elettrostatica tot

q = carica posta in P su cui agisce F

$\vec{F} = q\vec{E}$

$[E] = \dfrac{[F]}{q} = N/C = V/m$

$\;\;\;\;\;\;\;\;$ ↳ Volt

→ di una carica puntiforme

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r^2}\vec{u}_r$$

→ forza riferita alla carica sorgente che agisce su quella di prova q

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

→ generato da carica volumica

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\vec{u}_r$$

dq = carica infinitesima di Q che occupa un volume dV

$$dE = k\frac{dq}{r^2} = \frac{k\lambda dx}{r^2} \qquad r^2 = b^2 + (l+a-x)^2$$

$$\left.\begin{array}{l} \sin\vartheta = \dfrac{b}{r} \qquad r = \dfrac{b}{\sin\vartheta} \\ \cos\vartheta = \dfrac{l+a-x}{r} \end{array}\right\} \operatorname{tg}\vartheta = \frac{b}{l+a-x}$$

$$d\vec{E} = \frac{k\lambda}{\dfrac{b^2}{\sin^2\vartheta}}$$

$$x = l + a - r\cos\vartheta$$

$$\frac{dx}{d\vartheta} = r\sin\vartheta + \frac{dr}{d\vartheta}\cos\vartheta = r\sin\vartheta + b\frac{\cos^2\vartheta}{\sin^2\vartheta} =$$

$$\frac{dr}{d\vartheta} = \frac{-b\cos\vartheta}{\sin^2\vartheta}$$

$$= \frac{b}{\sin\vartheta}\sin\vartheta + b\frac{\cos^2\vartheta}{\sin^2\vartheta} = b + \frac{b}{\operatorname{tg}^2\vartheta} = b\left(1 + \frac{\cos^2\vartheta}{\sin^2\vartheta}\right) =$$

$$= b\,\frac{\sin^2\vartheta + \cos^2\vartheta}{\sin^2\vartheta} = \frac{b}{\sin^2\vartheta}$$

si poteva usare anche $\operatorname{tg}\vartheta = \dfrac{b}{l+a-x}$

$$\operatorname{tg}\vartheta(l+a-x) = b \rightarrow \operatorname{tg}\vartheta l + \operatorname{tg}\vartheta a - \operatorname{tg}\vartheta x = b \rightarrow$$

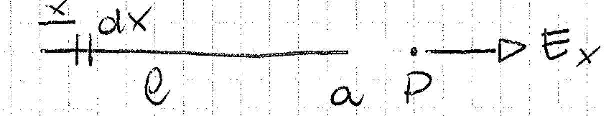
$$\rightarrow -\operatorname{tg}\vartheta x = b - \operatorname{tg}\vartheta l - \operatorname{tg}\vartheta a \rightarrow x = -\frac{b}{\operatorname{tg}\vartheta} + l + a$$

$$dE = \frac{k\lambda}{\dfrac{b^2}{\sin^2\vartheta}}\,\frac{b}{\sin^2\vartheta}\,d\vartheta = \frac{k\lambda}{b}\,d\vartheta$$

$$r^2 = b^2 + (l+a-x)^2$$

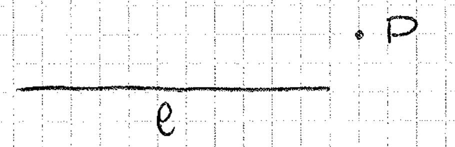
$$dE = \frac{k\lambda}{b}\,d\vartheta$$

2.



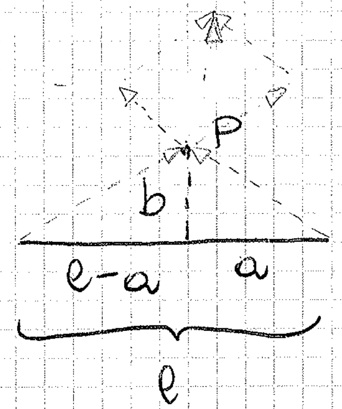
$$E_x = \int_0^l \frac{k\lambda dx}{(l+a-x)^2} = k\lambda \int_0^l \frac{dx}{(l+a-x)^2} \qquad E_x = k\lambda\left[\frac{1}{a} - \frac{1}{a+l}\right]$$

3. calcolare in P il campo $\vec{E}$

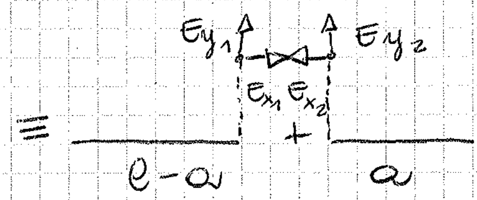


$a = 0$

4.



$\equiv$



principio sovrapp. effetti

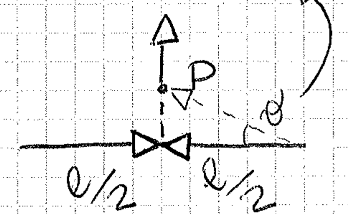
$$\begin{cases} E_{x_1} = k\lambda\left[\frac{1}{b} - \frac{1}{\sqrt{(l-a)^2+b^2}}\right] \\ E_{y_1} = \frac{k\lambda(l-a)}{b}\frac{1}{\sqrt{(l-a)^2+b^2}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_{x_2} = \frac{k\lambda(l-a)}{b}\frac{1}{\sqrt{(l-a)^2+b^2}} \\ E_{y_2} = \frac{k\lambda a}{b}\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}} \end{cases}$$

$$E_x = E_{x_1} - E_{x_2}$$
$$E_y = E_{y_1} + E_{y_2}$$

$\vartheta \in [\operatorname{arctg} 2b/l, \pi/2]$

5.



$a = \frac{l}{2}$ (caso 4)

$$E_y = \frac{2k\lambda}{b}\frac{l}{\sqrt{l^2+4b^2}}$$
$$E_x = 0$$

6.

$l = \infty$ (caso 5)

$$\lim_{l\to\infty} \frac{2k\lambda}{b}\frac{l}{\sqrt{\underbrace{l^2+4b^2}}}$$

trascurabile $= o(l^2)$

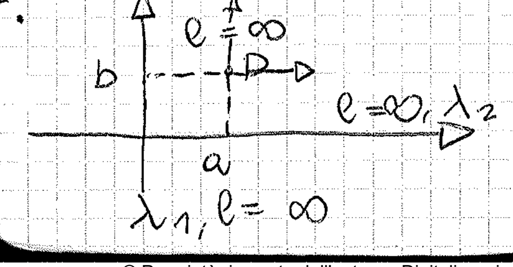
$$\frac{l}{l} = 1$$

$$\int_{\pi/2}^{0} 2dE_y = [E(\vartheta)]_{\pi/2}^{0} \qquad E_y = \frac{2k\lambda}{b}$$

$E_x = 0$

l'angolo ϑ all' ~~∞~~ tende a $\emptyset$

7.



$$E_x = \frac{2k\lambda_1}{a}$$

$$E_y = \frac{2k\lambda_2}{b}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 19 di 148

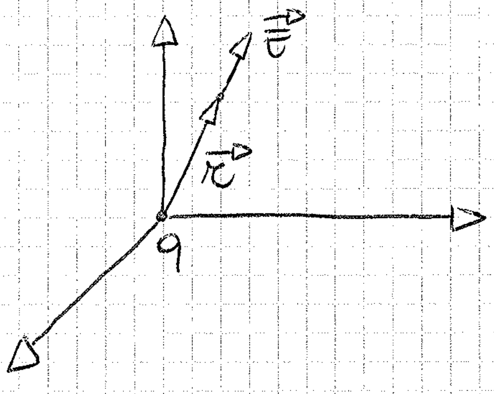
TEORIA di MAXWELL

10/10/2013

TEOREMA di GAUSS

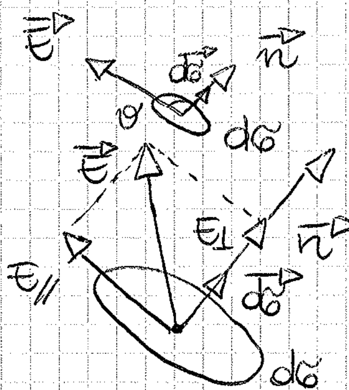
↳ 1° EQ.NE del teorema di Maxwell

LEGGE di COULOMB + principio sovrapposizione degli effetti



$$\vec{E} = \frac{kq}{r^3}\vec{r} \Rightarrow E = \frac{kq}{r^2}$$

- flusso campo elettrico through superficie → integrale doppio



$$\vec{d\sigma} = \vec{n}\, d\sigma$$

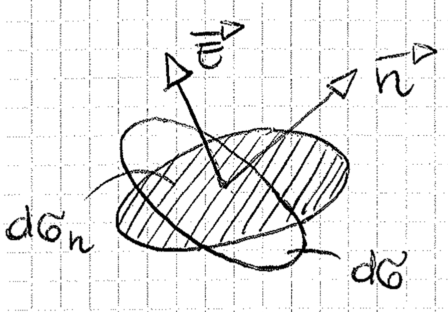
$$d\phi = \vec{E}\, \vec{d\sigma} = E\cos\vartheta\, d\sigma$$

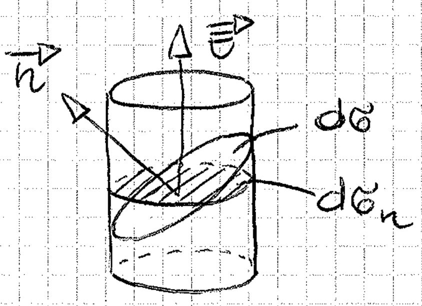
$$\vartheta = \frac{\pi}{2} \quad d\phi = \emptyset$$

$$\vartheta = 0 \quad d\phi = \text{massimo}$$

$$d\phi = \vec{E}\, \vec{d\sigma} = \left(E_\perp \vec{n} + E_{//}\vec{\tau}\right)\vec{n}\, d\sigma =$$
$$= E_\perp\, d\sigma =$$
$$= E\cos\vartheta\, d\sigma$$

- componente tangenziale non viene considerata ⇒ solo quella normale





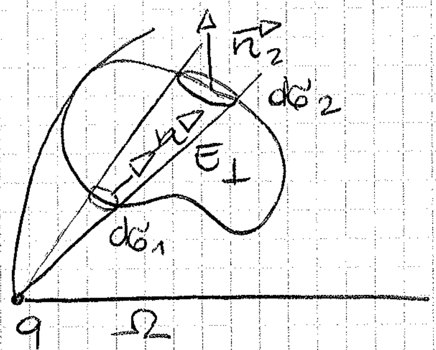
- $\vec{E}$ non necessariamente normale alla sup

$$\Phi = \oint_{\Sigma} d\Phi = kq \oint_{\Sigma} d\Omega = kq4\pi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q 4\pi =$$

↳ flusso su tutta la sup

$$= \frac{q}{\varepsilon_0}$$

sulla sup totale del corpo la carica vale $\Sigma \Phi = \frac{\Sigma q}{\varepsilon_0}$

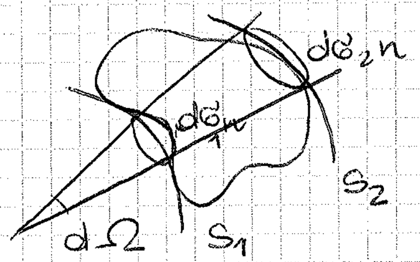


$$d\Phi = d\Phi_1 + d\Phi_2 = \vec{E}_1 d\vec{\sigma}_1 + E_2 d\vec{\sigma}_2 =$$

$$= \frac{kq}{r_1^2} \vec{u}_{r_1} \vec{n}_1 d\sigma_1 + \frac{kq}{r_2^2} \vec{u}_{r_2} \vec{n}_2 d\sigma_2$$

$$\frac{kq}{r_1^2}(-) d\sigma_{1n} + \frac{kq}{r_2^2} d\sigma_{2n} = -kq \frac{d\sigma_1 n}{r_1^2} + kq \frac{d\sigma_2 n}{r_2^2} =$$

$$= -kq d\Omega_1 + kq d\Omega_2 = -kq d\Omega + kq d\Omega = 0$$

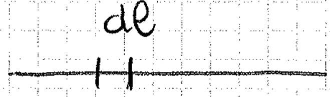


→ FLUSSO di un VETTORE through sup: $\Phi_E = \int \vec{E} \cdot \vec{u}_n \, ds$

→ LEGGE di GAUSS: $\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot \vec{u}_n \, ds = \frac{1}{\varepsilon_0} \underbrace{\sum q_i}_{\text{somma cariche della superficie}}$

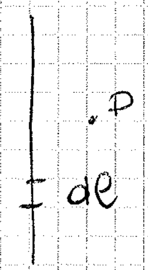
→ $\lambda = \frac{dq}{dl}$ DENSITÀ di CARICA LINEARE di dq in un tratto dl

dl → unità di lunghezza



assunto il fatto: distribuz. carica uniforme

es

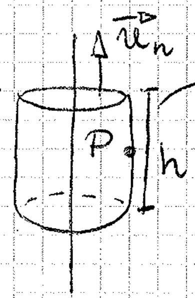


$\lambda = \frac{dq}{dl}$

$\Phi_E = \oint \vec{E} \, \hat{u}_n \, ds = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

$\hat{u}_n$ → normale alla sup. $\underbrace{\text{verso l'esterno}}_{\text{convenzionalm.}}$

└→ flusso through sup. chiusa



→ scelgo sup. chiusa, cilindro ideale

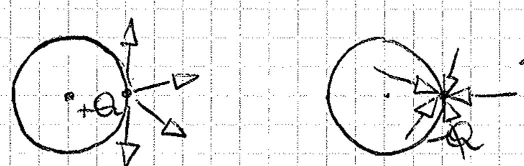
ciò che sta fuori dalla sup. di Gauss non ha alcun effetto

SIMMETRIA CILINDRICA

$Q = \lambda h$

$\vec{E} = \vec{E}(r)$

└→ solo funz della distanza ed è radiale



$\Phi_E = \int_{lat} E \, ds = E \int_{lat} ds = E \, 2\pi r h$

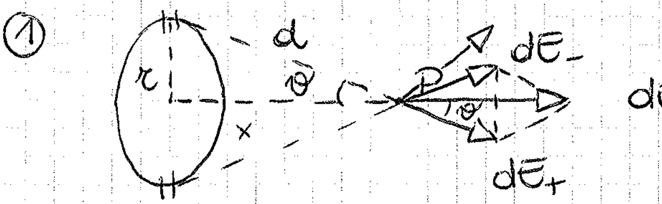
E → cost (raggio da cui dipende è cost)

└→ le basi del cilindro non contano $\vec{E}$ è tg

ESERCITAZIONE 2

16/10/2013

(1)



anello

$q, r \Rightarrow E(x)$?

$\lambda = \dfrac{q}{2\pi r}$

$$dE = dE_- \cos\vartheta + dE_+ \cos\vartheta = 2 dE_+ \cos\vartheta = \frac{2k\,dq}{d^2}\cos\vartheta$$

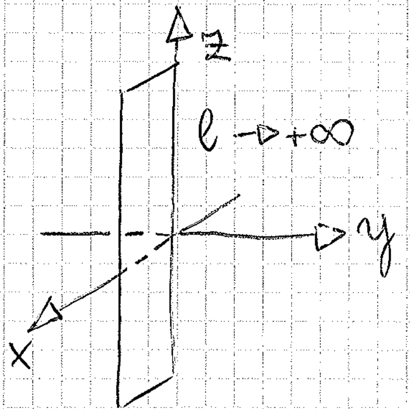
$$= \frac{2k\,dl\,\lambda}{r^2+x^2}\,\frac{x}{\sqrt{r^2+x^2}} = 2k\lambda\,\frac{x}{(r^2+x^2)^{3/2}}\,dl$$

$$E = \int dE = 2k\lambda\,\frac{x}{(x^2+r^2)^{3/2}}\int_0^{\pi r} dl$$

$$E = kq\,\frac{x}{(r^2+x^2)^{3/2}}$$

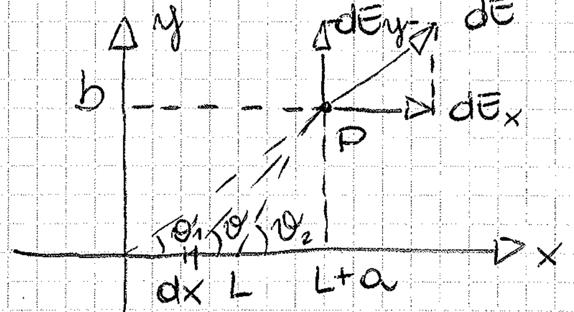
$\Rightarrow$ integro solo metà circonferenza perché c'è già 2 fuori dall'integrale $\Rightarrow$ integrando ottengo πr $\Rightarrow$ sostituisco $2\pi r\lambda = q$

(2)

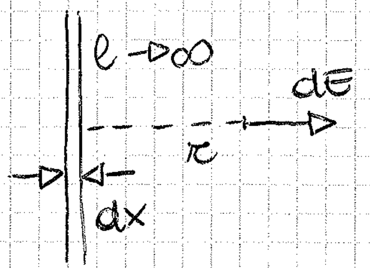


nostro $E(P)$

$\sigma, L, l \to +\infty$



segmentino dx = lunghezza infinitesimale
→ creo campo infinitesimale

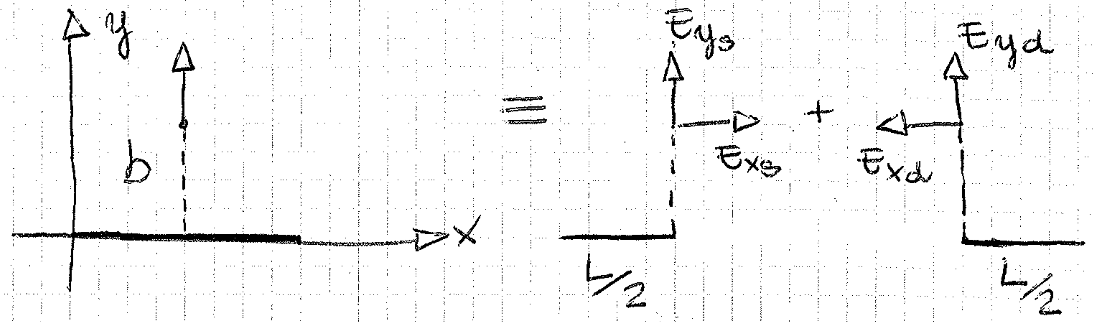


σ = densità di carica superficiale

$dq = \sigma dx$

$d\lambda$? ??

caso speciale

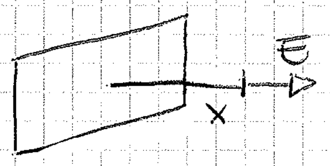


$$E_x = 0$$
$$E_y = E_{ys} + E_{yd} = 4k\sigma\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\frac{b}{\sqrt{b^2+\frac{L^2}{4}}}\right) =$$

caso speciale

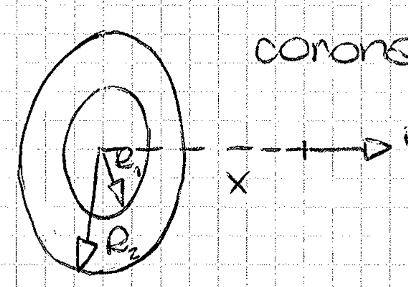
piano carico uniforme

$\lim L \to +\infty$ (caso precedente)



$$E = 2k\sigma\pi$$
$$E = \sigma/2\varepsilon_0$$

7) corona circolare → disco senza spessore bucato



↳ campo infinitesimale creato da carica infinitesimale

→ corona infinitesimale

→ area coroncina

$$\sigma = \frac{q}{\pi R_2^2 - \pi R_1^2} \qquad dA = \frac{1}{2\pi r}\ \frac{h}{dr}$$

$$dE = \frac{k\,dq\,x}{(r^2+x^2)^{3/2}} = \frac{k\sigma\,dA\,x}{(r^2+x^2)^{3/2}} = \frac{k\sigma x\, 2\pi r\, dr}{(r^2+x^2)^{3/2}}$$

$$E = k\sigma\, 2\pi x \frac{1}{2}\int_{R_1}^{R_2} \frac{2r\,dr}{(r^2+x^2)^{3/2}} = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+R_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+R_2^2}}\right)$$

CORONA = Σ corone infinitesimali → integrale

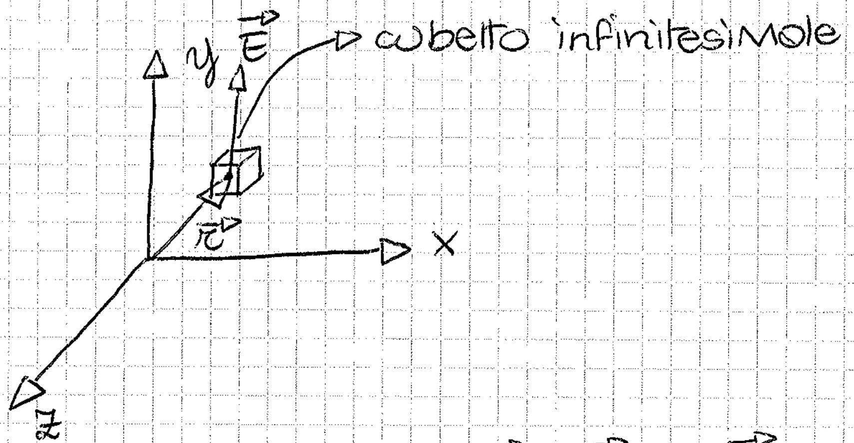
sovrapposizione di due dischi 1 carico +, l'altro − *

17/10/2013

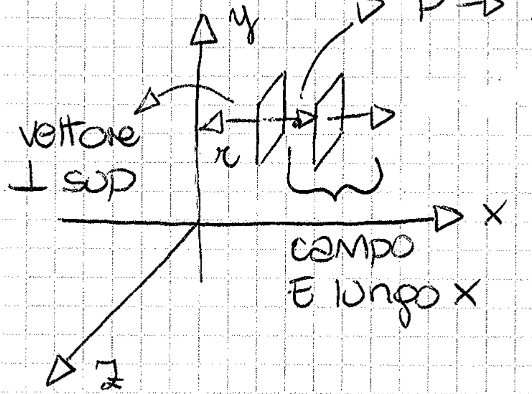
- superficie chiusa qualsiasi → calcolo flusso (quindi il campo) il risultato dell'integrale non dipende dalla forma della superficie MA dalla carica totale racchiusa nella superficie
- interazione cariche puntiformi nel campo $\vec{E}$ → legge di Coulomb

$$\oint_{\Sigma} \vec{E}\, d\vec{\sigma} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \underbrace{\rho}_{\text{densità di caricare}} dV$$

TEOREMA di GAUSS in forma differenziale



$P \to \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$



→ stesso $\vec{E}$ che c'è al centro

faccia dx e sx del cubetto

solo le componenti ⊥ alla superficie danno contributo al flusso mentre quelle // no

$$d\Phi = d\Phi_x + d\Phi_y + d\Phi_z$$

→ somma di 3 contributi through superficie ⊥ agli assi

$$d\Phi_x = -E_x\left(x - \frac{dx}{2}, y, z\right) dy\,dz + E_x\left(x + \frac{dx}{2}, y, z\right) dy\,dz$$

$$E_{x_{sx}} = \left(x - \frac{dx}{2}, y, z\right) \qquad E_{x_{dx}} = \left(x + \frac{dx}{2}, y, z\right)$$

flusso proporzionale al volume
theorema di Gauss tramite semplificazione con sviluppo di Taylor

$$d\Phi = \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}\right) dV = \operatorname{div}\vec{E} \cdot dV$$

↳ divergenza $\vec{E}$ $= \vec{\nabla}\vec{E}$

$$\boxed{d\Phi = \vec{\nabla}\vec{E}\, dV} \qquad \boxed{d\Phi = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho\, dV}$$

carica racchiusa dalla sup. $/\varepsilon_0$ = teorema di Gauss

$$dq = \rho(\vec{r})\, dV$$

$$q = \int_V \rho(\vec{r})\, dV$$

$$\vec{\nabla}\vec{E}\, \cancel{dV} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho\, \cancel{dV} \Rightarrow \boxed{\vec{\nabla}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

TEOREMA di GAUSS in forma differenz.

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\oint_\Sigma \vec{E}\, d\vec{\sigma} = \frac{q}{\varepsilon_0} \rightarrow \vec{\nabla}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

aspetto coulombiano

$$\oint_\Gamma \vec{E}\, d\vec{l} = 0 \qquad \vec{\nabla}\wedge\vec{E} = 0$$

$$\rightarrow \vec{E} = -\vec{\nabla}V$$

conservatività del campo elettrico

$$\left.\begin{array}{l}\vec{\nabla}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\\ \vec{E} = -\nabla V\end{array}\right\} \vec{\nabla}(-\vec{\nabla}V) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla}V) = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

carica tot → carica infinitesimale in quanto volume è infinitesimale

$dq = \rho dV$

↳ densità del n° di particelle per carica

VETTORE DENSITÀ di CORRENTE

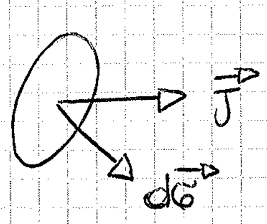
$\boxed{J = \rho \vec{v}}$

nuova informazione → velocità cariche / → densità cariche

↓

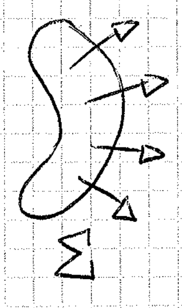
STATO CINETICO PARTICELLE

flusso J through superficie:



$\boxed{di = \vec{J} d\vec{\sigma}}$

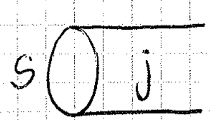
il flusso della densità di corrente through sup. definisce intensità di corrente



$\boxed{i = \int_{\Sigma} \vec{J} d\vec{\sigma}}$

intensità di corrente

$i = JS \qquad J = \frac{i}{S}$



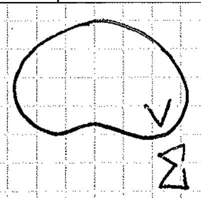
EQUAZIONE di CONTINUITÀ

$J = \rho \vec{v} \qquad \{\rho, \vec{v}\} ; \{\rho, \vec{J}\}$

$J \Leftrightarrow \rho$

↳ funz. scalare

↳ funz. vettoriale



$$\oint_\Sigma \rho \underbrace{\vec{v}\, d\vec{\sigma}}_{dV}$$

$$i = \oint_\Sigma \vec{J}\, d\vec{\sigma} \qquad i = -\frac{\partial q}{\partial t}$$

se c'è una diminuzione di carica voglio $i > 0$ (per questo ho il segno -)

$$dq = \rho\, dV \qquad q = \int_V \rho\, dV$$

$$\oint_\Sigma \vec{J}\, d\vec{\sigma} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho\, dV$$

TEOREMA della DIVERGENZA di GAUSS

$$\oint_\Sigma \vec{J}\, d\vec{\sigma} = \int_V \vec{\nabla}\vec{J}\, dV$$

Il flusso di un vettore through sup. chiusa = all'integrale del volume per la divergenza di J

$$\int_V \nabla\vec{J}\, dV + \frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho\, dV = \emptyset$$

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t}\, dV + \int_V \nabla\vec{J}\, dV = \emptyset$$

$$\int_V \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla\vec{J}\right) dV = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla\vec{J} = \emptyset$$

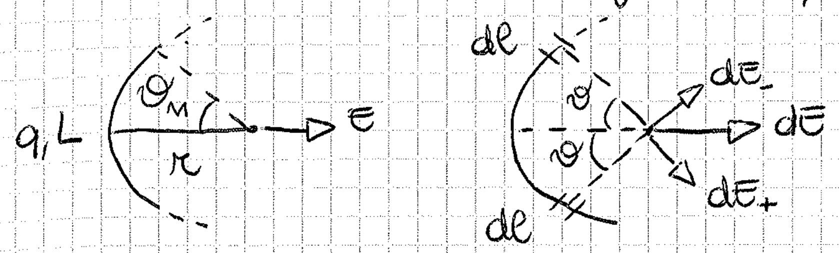
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}(\rho\vec{v}) = 0$$

in correlazione ρ e J

- simmetria per traslazioni temporali → sistema conserva energia
- " " " spaziali → invarianza quantità di moto

ESERCITAZIONE 3 23/10/2013

① arco di circonferenza, lunghezza L, $q \Rightarrow E$, centro?



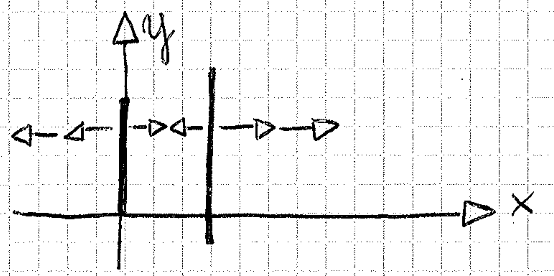
$$dE = 2\frac{k\,dq}{r^2}\cos\vartheta = 2\frac{kq\cos\vartheta}{Lr^2}\,dl = \frac{2kq}{Lr}\cos\vartheta\, d\vartheta$$

$$E = \frac{2kq}{Lr}\int_0^{\vartheta_M}\cos\vartheta\, d\vartheta = \frac{2kq}{Lr}\sin\vartheta_M = \frac{2kq}{Lr}\sin\frac{L}{2r}$$

$\rightarrow$ sovrapposizione cariche

② 2 piani // ∞, σ_1, σ_2 $\Rightarrow E(x), V(x)$?

$\rightarrow$ sovrapposizione campi



$x=0$ $x=d$

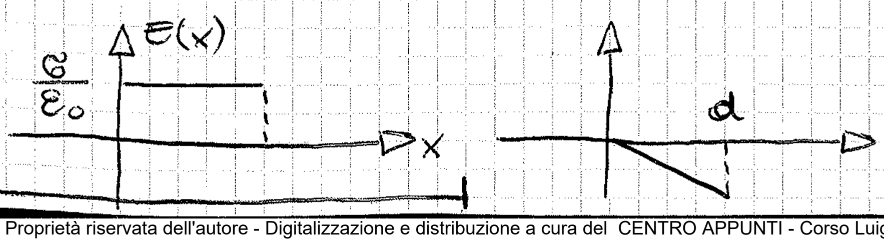
σ_1 σ_2

$$E(x); V(x) = \begin{cases} x<0 & -\frac{\sigma_1+\sigma_2}{2\varepsilon_0} \; ; \; \frac{\sigma_1+\sigma_2}{2\varepsilon_0}x + C_1 \\ 0<x<d & \frac{\sigma_1-\sigma_2}{2\varepsilon_0} \; ; \; \frac{\sigma_2-\sigma_1}{2\varepsilon_0}x + C_2 \\ x>d & \frac{\sigma_1+\sigma_2}{2\varepsilon_0} \; ; \; \frac{-\sigma_1+\sigma_2}{2\varepsilon_0}x + C_3 \end{cases}$$

$$E = -\frac{dV}{dx} \Rightarrow V = -Ex + C$$

caso speciale es 2

③



$\sigma_1 = \sigma = -\sigma_2$

scelto $C_1 = C_2 = C_3 = 0$

$2\pi r L E = \frac{1}{\varepsilon_0}$ $\rightarrow$ nessuna carica sul cilindro

$2\pi r L E = \frac{0}{\varepsilon_0} \Rightarrow r < R \; ; \; E = 0$

carica sulla superficie del cilindro quindi all'interno non c'è carica

$\Sigma_2 \equiv$ superficie cilindro coassiale r, L

$2\pi r L E = \frac{1}{\varepsilon_0} \lambda L$

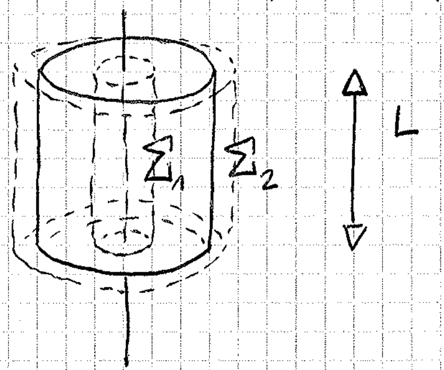
$\sigma A = \underbrace{\sigma 2\pi r}_{\lambda} L = q$ $\rightarrow$ densità di carica superficiale

$\lambda \rightarrow$ densità di carica lineare

$E = \frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_0 r} \quad ; \quad k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

$\Rightarrow r > R \; ; \; E = \frac{2k\lambda}{r}$

(10) cilindro pieno, ∞, λ, R



$\Sigma_2 : \; 2\pi r L E = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0}$

$r > R \quad E = \frac{2k\lambda}{r}$

$\Sigma_1 : \; 2\pi r L E = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho V_1$

$q_L = \lambda L$ oppure $q_L = \rho \cdot \pi R^2 L$

$\Rightarrow \lambda \cancel{L} = \rho \pi R^2 \cancel{L} \Rightarrow \rho = \frac{\lambda}{\pi R^2}$ densità di carica volumica

$2\pi r L E = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\lambda}{\pi R^2} V_1$

$2\pi \cancel{r} \cancel{L} E = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\lambda}{\cancel{\pi} R^2} \underbrace{\cancel{\pi} r^{\cancel{2}} \cancel{L}}_{= V_1} \Rightarrow 2\pi E = \frac{\lambda}{\varepsilon_0} \cdot \frac{r}{R^2}$

(12) guscio cilindrico, R_1, R_2, q, λ, ρ

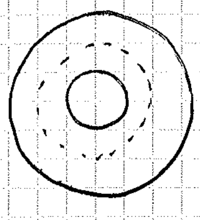
all'interno campo $E = \emptyset$

$r < R_1 \qquad E(r) = \emptyset$

$r > R_2 \qquad E(r) = \dfrac{2k\lambda}{r}$

$R_1 \leq r \leq R_2 \;; \; E(r) = \dfrac{2k\rho\,(r^2 - R_1^2)}{r}$

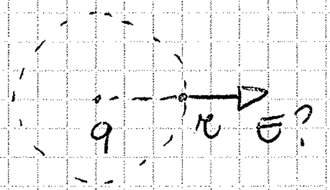
} se $r = R_2$ coincidono le formule



$2\cancel{\pi} r \cancel{L} E = \dfrac{L\rho}{\varepsilon_0} \cdot \cancel{L}\cancel{\pi}(r^2 - R_1^2)$

$q = \rho \cdot L\pi(r^2 - R_1^2)$

(4)



$4\pi r^2 E = \dfrac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \dfrac{kq}{r^2}$

prendo sup. sferica concentrica con carica q e di raggio $\vec{r}$ (punto in cui calcolare $\vec{E}$)

(5) sfera cava di raggio R, q, E = ?

per sapere E esterno $\Rightarrow$ considero sfera Σ_2

$\Sigma_2 = 4\pi r^2 E = \dfrac{q}{\varepsilon_0}$

per sapere E interno $\Rightarrow$

$\Sigma_1 = 4\pi r^2 E = \dfrac{0}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = 0$

$\emptyset$ perché la carica è sulla superficie

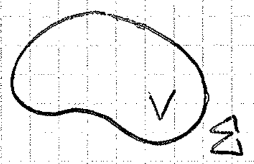
24/10/2013

$$\left.\begin{array}{l}\rho(\vec{r},t)\\ \vec{J}(\vec{r},t)\end{array}\right\}$$ non sono indipendenti

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t}+\vec{\nabla}\vec{J}=0}$$

EQUAZIONE della CONTINUITÀ $\Rightarrow$ conservazione carica

$$i=-\frac{\partial q}{\partial t} \qquad i=\oint_{\Sigma}\vec{J}\,d\vec{\sigma}$$



$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t}\,dV+\int_V \vec{\nabla}\vec{J}\,dW=0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho\,dV+\int_V \vec{\nabla}\vec{J}\,dW=0$$

$$\frac{dq(V)}{dt}+\int_V \vec{\nabla}\vec{J}\,dW=0$$

$$\frac{dq}{dt}=0 \Rightarrow q=\lim_{V\to\infty} q(V)$$ $\longrightarrow$ costante nel tempo

$$\oint_{\Sigma}\vec{J}\,d\vec{\sigma}=\int_V \vec{\nabla}\vec{J}\,d\vartheta$$

$$\frac{dq(V)}{dt}+\oint_{\Sigma}\vec{J}\,d\vec{\sigma}=0$$

$$\lim_{r\to\infty}\rho(\vec{r},t)=0$$

ρ deve tendere all'∞ per avere una carica finita

$\Downarrow$

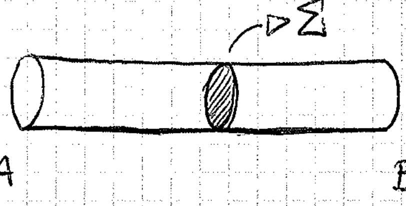
l'integrale di superficie deve valere $\emptyset$

$$q(V)=\int dV\,\rho(\vec{r},t)$$

- non ci sono sorgenti di cariche $\Rightarrow$ la carica si conserva

LEGGE di OHM

- conduttore rettilineo di sezione Σ e lunghezza h



$$J = \underbrace{\frac{1}{\rho}}_{\sigma} E \quad ; \quad i = J\Sigma \quad \Rightarrow \quad i = \frac{\Sigma E}{\rho} \quad \Rightarrow \quad \boxed{E = \frac{\rho i}{\Sigma}}$$

$V = Eh \Leftarrow$ da $\vec{E} = -\vec{\nabla} V$

$\hookrightarrow$ potenziale

$\boxed{E = \frac{V}{h}} \Leftarrow$ da definizione che collega $\vec{E}$ con dV

$$E = -\frac{dV}{dx} \Rightarrow dV = -E dx \Rightarrow \int_A^B dV = -E \int_0^h dx \; *$$

$\hookrightarrow$ potenziale

$$\left.\begin{array}{l} E = \frac{V}{h} \\ E = \frac{\rho i}{\Sigma} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{V}{h} = \frac{\rho i}{\Sigma} \Rightarrow V = \underbrace{\frac{\rho h}{\Sigma}}_{R = \frac{\rho h}{\Sigma}} i = \boxed{V = Ri}$$

LEGGE OHM

$R = \frac{\rho h}{\Sigma}$ RESISTENZA

$* \; V_B - V_A = -Eh$

$V_A - V_B = Eh \Rightarrow V = Eh$

$E = \frac{F}{q} \qquad \frac{[N]}{[C]}$

$V = Eh \qquad \frac{[N]}{[C]}[m] = \text{Volt}$

$\rho = \frac{m}{Ne^2\tau} \qquad \frac{kg}{\frac{1}{m^3} C^2 s} = \frac{[kg][m^3]}{[C^2][s]}$

$\left(\int_V P = \int_V \sigma E^2 \right)$ per l'intero volume

$P_v = \sigma E^2$ $\quad P_v$ = potenza per unità di volume

$P_v = \rho J^2$

$dP = \underbrace{P_v dV}_{\text{volume}} = P_v \Sigma\, dh = \rho J^2 \Sigma\, dh = \rho \frac{i^2}{\Sigma^2} \Sigma\, dh =$

$= \rho \frac{dh}{\Sigma} i^2$

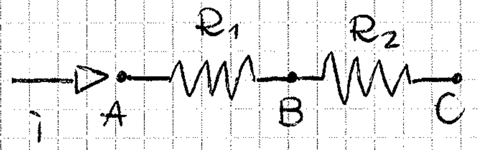
$P = \int dP = \int_0^h \rho \frac{dh}{\Sigma} i^2 = \rho \frac{i^2}{\Sigma} \int_0^h dh = \rho \frac{h}{\Sigma} i^2 = R i^2$

$\boxed{P = R i^2}$ $\qquad \boxed{V = R i}$

$\boxed{P = \frac{V^2}{R}}$

$\boxed{P = V i}$

RESISTORI in SERIE



$V_A - V_B = R_1 i$

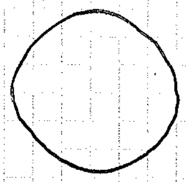
$V_B - V_C = R_2 i$

$V_A - V_C = R i \Rightarrow \boxed{R = R_1 + R_2}$ RESISTENZA COMPLESSIVA

$V = (R_1 + R_2) i$

$V = R i$

$$E = \begin{cases} r < R & 0 \\ r > R & \dfrac{kq}{r^2} \end{cases} \qquad q = \rho_s 4\pi R^2$$



$$4\pi r^2 E = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

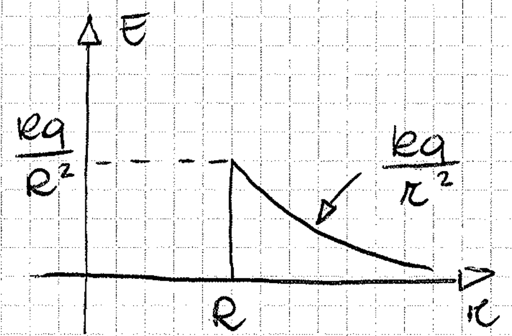
$$E = -\frac{dV}{dr} \Rightarrow dV = -E\,dr$$

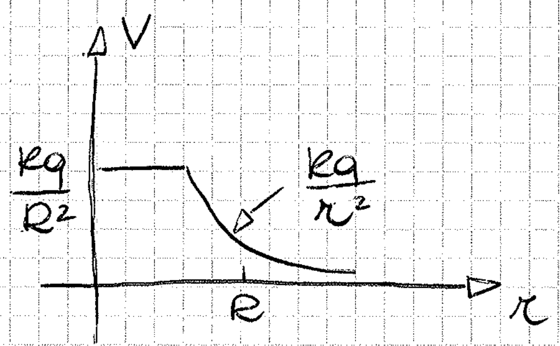
$$V = C - \int E\,dr = C - kq\int \frac{dr}{r^2} = \qquad r^{-2} \rightarrow \frac{r^{-2+1}}{-2+1} = -\frac{1}{r}$$

$$= C + \frac{kq}{r}$$

$$V = \begin{cases} r < R & C_1 = \dfrac{kq}{R} \\ r > R & C_2 + \dfrac{kq}{r} \end{cases} \qquad C_2 = 0$$

$$q = \rho_s 4\pi R^2$$





$$q = \oint_\Sigma \rho_s\, d\sigma,\ V \Rightarrow C = \frac{q}{V} \qquad C = \frac{q}{\frac{kq}{R}} = \frac{R}{k} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

└▷ capacità conduttore

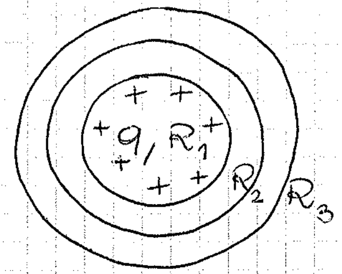
⇓

dipende solo esclusivamente dalla geometria del conduttore e sempre * ε°

ESERCITAZIONE 4

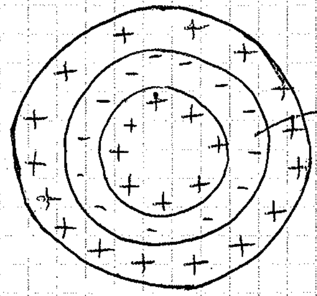
30/10/2013

(1)



sfera R_1, q+
circondata da un guscio sferico (R_2, R_3) conduttore
capacità sistema?

guscio R_2 inizialmente nullo una volta posta la sferetta carica, cariche > 0 all'interno della superficie della sfera



necessario per garantire il campo $\vec{E}$ all'interno del conduttore sia nullo

$$\text{campo } E, V = \begin{cases} r < R_1 & 0^{*} & cost_1 \\ R_1 < r < R_2 & \frac{kq}{r^2} & \frac{kq}{r} + cost_2 \; ^{*} \\ R_2 < r < R_3 & 0 & cost_3 \\ r > R_3 & \frac{kq}{r^2} & \frac{kq}{r} + cost_4 \end{cases}$$

$$* \; E = -\frac{dV}{dr} \Rightarrow dV = -E\,dr \Rightarrow V = -\int E\,dr$$

$$E = \nabla V \Rightarrow \nabla V = \emptyset$$

$$* \int \frac{kq}{r^2}$$

costanti dell'integrazione arbitrarie

$$V(+\infty) = 0 \Rightarrow cost_4 = 0$$

$$V(R_3^-) = V(R_3^+) \Rightarrow cost_3 = \frac{kq}{R_3}$$

(?)

$$V(R_2^-) = V(R_2^+) \Rightarrow \frac{kq}{R_2} + cost_2 = cost_3 \Rightarrow cost_2 = cost_3 + - \frac{kq}{R_2}$$

$$\Rightarrow cost_2 = \frac{kq}{R_3} - \frac{kq}{R_2} = kq\left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2}\right)$$

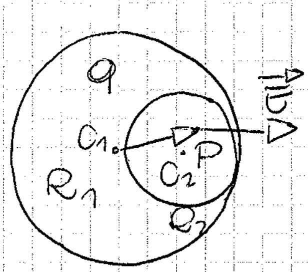
(?)

$$V(R_1^-) = V(R_1^+) \Rightarrow cost_1 = \frac{kq}{R_1} + cost_2 = \frac{kq}{R_1} + kq\left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2}\right)$$

(2) sfera q, R_1

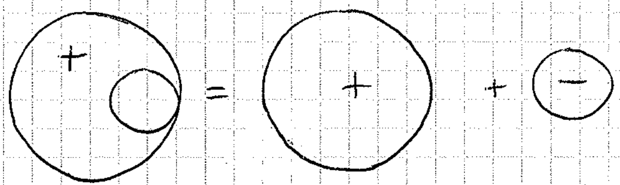
sistema non simmetrico, cavità sferica R_2 eccentrica
||
sovrapposizione di due campi simmetrici dati dalle due sfere

E all'interno delle due sfere nel punto P?



$$\rho = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi\left(R_1^3 - R_2^3\right)}$$

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0}$$



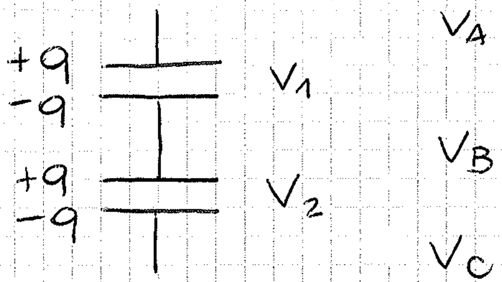
E all'interno della cavità è uniforme, se le sfere fossero concentriche sarebbe nullo

$$\vec{E}(P) = \vec{E}_+(P) + \vec{E}_-(P)$$

$$\vec{E}(P) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \overrightarrow{C_1P} - \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \overrightarrow{C_2P} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\overrightarrow{C_1P} - \overrightarrow{C_2P}\right) =$$

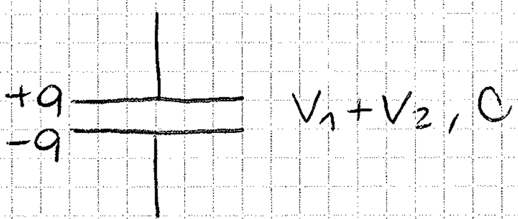
$$= \frac{\rho}{3\varepsilon_0} C_1C_2$$

condensatori in serie



- 3 potenziali
- posso immaginare di aver caricato solo il primo conduttore mentre gli altri si sono caricati per induzione

condensatore equivalente:



$$\left.\begin{aligned} C_1 = \frac{q}{V_1} &\Rightarrow V_1 = \frac{q}{C_1} \\ C_2 = \frac{q}{V_2} &\Rightarrow V_2 = \frac{q}{C_2} \end{aligned}\right\} V_1 + V_2 = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{C}\, q \Rightarrow V = \frac{q}{C} \Rightarrow C = \frac{q}{V}$$

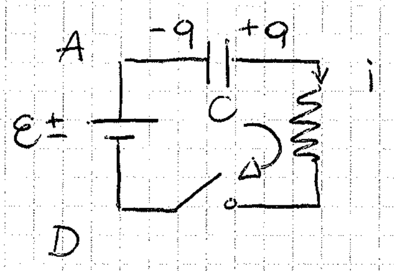
↳ capacità condensatore equivalente

//	$C = C_1 + C_2$
serie	$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

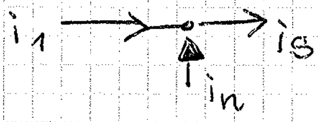
CONDENSATORI → conduttori caricati per induzione

ARMATURA → superficie equipotenziale del condensatore

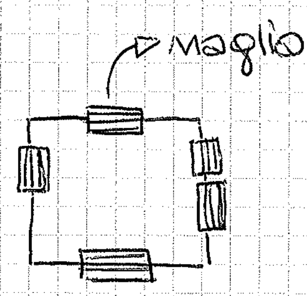
CIRCUITI RC



nodi

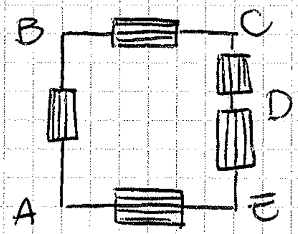


$$\begin{cases} \sum_{n=1}^{N} i_n = 0 & 1^{\circ} \text{ LEGGE di KIRCHOFF} \\ \sum_{n=1}^{M} \Delta V_n = 0 & 2^{\circ} \text{ LEGGE di KIRCHOFF} \end{cases}$$



corrente elettrica entrante nel nodo → POSITIVA

corrente elettrica uscente dal nodo → NEGATIVA



$\Delta V_{AB} = V_B - V_A$ $\quad$ $\Delta V_{CD} = V_D - V_C$ $\quad$ $\Delta V_{DE} = V_E - V_D$ +

$-\Delta V_{EA} = V_A - V_E$

$$V_B - V_A + V_C - V_B + V_D - V_C + V_E - V_D + V_A - V_E = 0$$

$$\Delta V_{AB} + \Delta V_{BC} + \Delta V_{CD} + \Delta V_{DE} + \Delta V_{EA} = \emptyset$$

- Il nodo è un punto in cui non si ha accumulo di parti_celle

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 59 di 148

. carica condensatore con generatore e filo elettrico

$$\left[\ln|q - C\varepsilon|\right]_0^q = -\frac{1}{RC}\, t \qquad \int \frac{dx}{x+a} = \ln(x+a)$$

$$\ln|q - C\varepsilon| - \ln|0 - C\varepsilon| = -\frac{1}{RC}\, t$$

$$\ln|q - C\varepsilon| - \ln C\varepsilon = -\frac{1}{RC}\, t$$

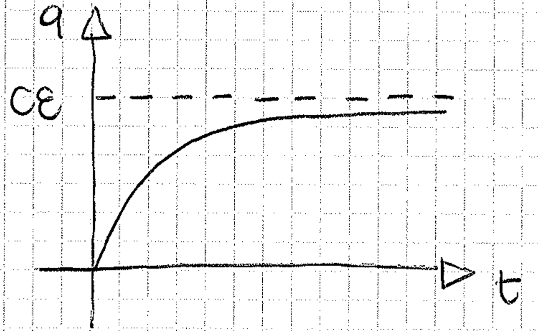
$$\ln\left|\frac{q - C\varepsilon}{C\varepsilon}\right| = -\frac{1}{RC}\, t$$

$$\left|\frac{q - C\varepsilon}{C\varepsilon}\right| = e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$\frac{q}{C\varepsilon} - 1 = \pm e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$q = C\varepsilon\left(1 \pm e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$$

per avere $t=0 \Rightarrow$ valido segno $\ominus$ per avere giusto valore



il condensatore si carica ma con $q = +\infty$ è $C\varepsilon$

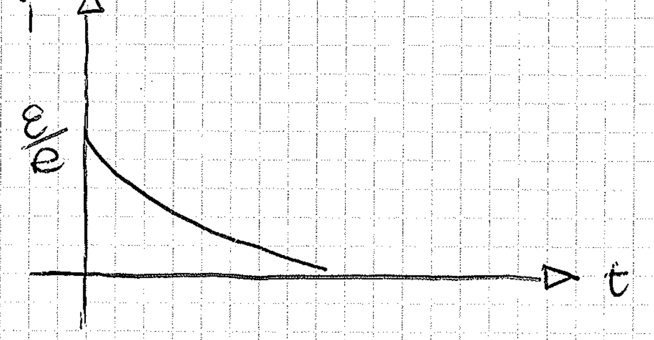
$q(\infty) = C\varepsilon$

la carica che può accumulare il condensatore all' ∞

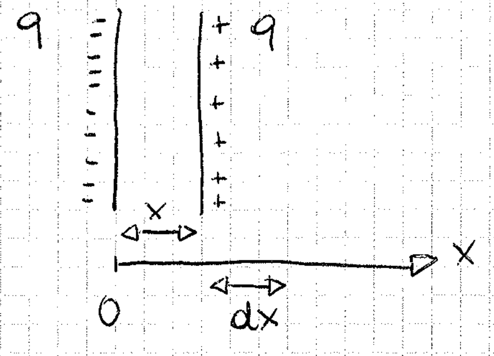
$\Rightarrow$ CORRENTE ELETTRICA CHE CIRCOLA NELLA RESISTENZA

$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R}\, e^{-\frac{1}{RC}t}$$



2



tra le armature energia

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 A} x$$

$$dU = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 A} dx$$

se sposto di dx l'armatura destra → lavoro by forza elettrica
⇒ variazione di energia
aumento energia elettr. *

fornire lavoro ⇔ consumare energia

$dW = F dx$

$dU = dW$

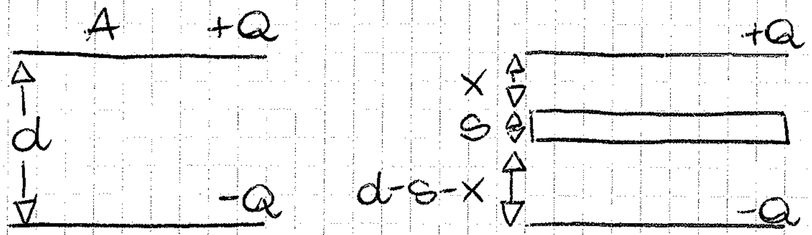
* per aumento volume e energia fornita dall' esterno per vincere forza F di attrazione

Lavoro negativo

$$F = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 A} = \frac{\sigma^2 A^2}{2\varepsilon_0 A} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} A$$

$$P = \frac{F}{A} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} \text{ se moltiplico per } \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0} \Rightarrow \frac{\sigma^2 \varepsilon}{2\varepsilon_0^2} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

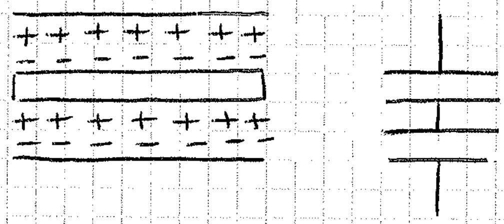
E^2



1) tensione tra S_1 e S_2 varia (generatore scollegato), la capacità varia

→ calcolo di C_1 (capacità iniziale)

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$



x, A

$d - s - x, A$

→ C_2 (c. finale)

collegamento in serie $\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_x} + \frac{1}{C_{d-s-x}} =$

$$= \frac{x}{\varepsilon_0 A} + \frac{d-s-x}{\varepsilon_0 A} = \frac{d-s}{\varepsilon_0 A}$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 A}{d-s}$$

denominatore è diminuito
⇒ capacità è aumentata

→ minore è la distanza tra le armature maggiore è la capacità del condensatore

$C(0) = C_1 \Rightarrow C(0) = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$

$C(s) = C_2 \Rightarrow C(s) = \frac{\varepsilon_0 A}{d-s}$

1) ΔU

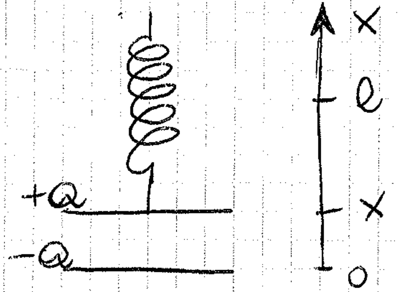
generatore scollegato

Q cost, V varia

$$\Delta V = V(s) - V(0) = \frac{Q}{C(s)} - \frac{Q}{C(0)} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}(d-s-d) = \frac{-Qs}{\varepsilon_0 A}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 65 di 148

(4)



k: costante elastica molla
A: area armatura
m: massa armatura

l: distanza tra le armature quando la molla è a riposo, l'armatura superiore parte da ferma

→ processo di oscillazione senza consumo di energia

Calcolare: la x_m distanza minima raggiunta tra le due armature

• energia elettrostatica:

$$U(x) = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A}\, x$$

• energia elastica della molla:

$$U_k(x) = \frac{1}{2} k (l - x)^2$$

• energia potenziale della forza peso si trascura

• energia totale del sistema: POTENZIALE + CINETICA

$$E(x) = U(x) + U_k(x) + \frac{1}{2} m \dot{x}^2$$

↳ la $E(x)$ si conserva

$$E(l) = U(l) + U_k(l) + 0 = \frac{Q^2 l}{2\varepsilon_0 A} + 0 + 0 = \frac{Q^2 l}{2\varepsilon_0 A} = E(t=0)$$

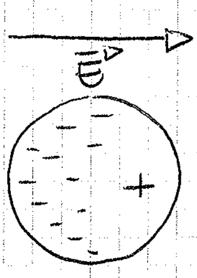
↳ energia del sistema quando la molla è a riposo

$$\frac{Q^2 l}{2\varepsilon_0 A} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A} + \frac{1}{2} k (l - x)^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2$$

$$\frac{Q^2 l}{2\varepsilon_0 A} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A} x_m + \frac{1}{2} k (l - x_m)^2 \Rightarrow x_m = l - \frac{Q}{\varepsilon_0 A k}$$

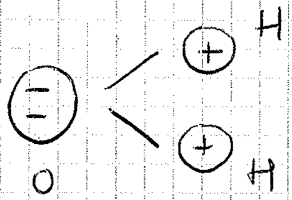
DIELETTRICI cap 5

7/11/2013



creazione polo elettrico

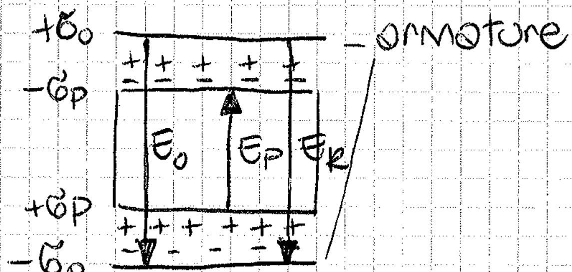
POLARIZZAZIONE
- ⊳ ELETTRONICA
- ⊳ per ORIENTAMENTO



polarizzazione H_2O
- baricentro carica positiva al centro distanza tra H_2
- // // negativa sull'O

⊳ per ORIENTAMENTO: orienta molecola rispetto campo elettrico

- se mettiamo in un condensatore un materiale dielettrico viene polarizzato



E_0 = campo iniziale
E_p = campo polarizzato

V_0 = potenziale iniziale prima di inserire un materiale dielettrico

V_k

$$\frac{V_0}{V_k} = k > 1$$

k: costante dielettrica relativa al dielettrico (mezzo)
(anche indicato con $\varepsilon_R \neq \varepsilon_0$)

$$V_k = \frac{1}{k} \cdot V_0$$

σ_0, σ_p...: densità di carica sup.

$$\chi = k - 1$$

SUSCETTIVITÀ ELETTRICA: spostamento di un'unità della costante k

- dato qualsiasi condensatore di forma sferica, cilindrica, piana basta sostituire:

$$\boxed{\varepsilon = k\varepsilon_0}$$

COSTANTE DIELETTRICA ASSOLUTA

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$$

INDUZIONE ELETTRICA

funz. vettoriale data da scalare * vettoriale

$$\begin{cases} \Phi_\Sigma(\vec{D}) = q \\ \vec{\nabla}\vec{D} = \rho \end{cases}$$

divergenza di $\vec{D}$ = densità

→ semplificazione legge di Gauss

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$$

TEOREMA ENERGIA CINETICA ≠ FORZA MAGNETICA

- il lavoro prodotto per spostare una particella dal punto A_1 al punto A_2 è uguale alla variazione di energia cinetica
- Mentre il lavoro // // // // // // // // // è nullo in quanto l'energia cinetica della particella rimane costante in presenza di un campo magnetico

$$\Delta E_C = E_{Cf} - E_{Ci} = W_{A_1 A_2} = \int_{\Gamma_{A_1A_2}} \vec{F}\, d\vec{l} = q \int_{\Gamma_{A_1A_2}} \vec{v} \wedge \vec{B}\, \frac{dl}{dt}\, dt =$$

$$= q \int_{\Gamma_{A_1A_2}} (\vec{v} \wedge \vec{B})\, \vec{v}\, dt = 0$$

- indipendentemente dalla traiettoria e dalla direzione di $\vec{F}_m$ la forza magnetica non produce mai lavoro

$$dW = \overset{\perp \vec{v},\ // \vec{v}}{F\, dl}$$

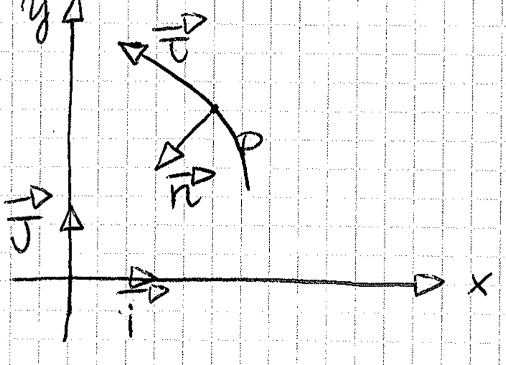
MOTO IN UN CAMPO MAGNETICO UNIFORME

$\vec{B}$ uniforme

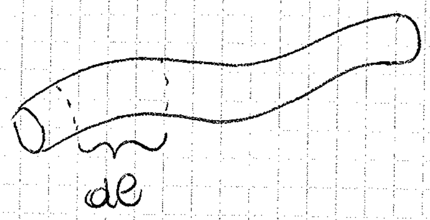
$$m\vec{a} = \vec{F} \Rightarrow \begin{cases} ma_T = F_T \\ ma_N = F_N \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \dfrac{dv}{dt} = F_T \\ m \dfrac{v^2}{R} = F_N \end{cases}$$

a_T: accelerazione tangenziale

a_N: accelerazione normale



FORZA MAGNETICA SU UN CONDUTTORE (7.4)



$dV = S\,dl \Rightarrow d\vec{l} = \frac{\vec{v}}{v}\,dl$

↳ volume ↳ ha il verso della direzione velocità

$\boxed{\vec{J} = -Ne\vec{v}}$ dove $-en = \rho$ densità di carica

↳ densità particelle per unità di volume

$\boxed{\vec{J} = \rho\vec{v}}$ $n = \frac{N}{V} \Rightarrow N = nV$

$\vec{F}_1 = -e\vec{v} \wedge B$ forza su singola particella

$dF = \vec{F}_1 N\,dV$ forza che sentono tutti gli elettroni nel volume dV

$$d\vec{F} = \vec{F}_1 N\,dV = -e\vec{v} \wedge \vec{B} N \underbrace{S\,dl}_{dV} = \underbrace{-Ne\vec{v}}_{J = \text{densità corrente}} \wedge \vec{B} S\,dl =$$

$$= \vec{J} \wedge \vec{B} S\,dl = S\vec{J}\,dl \wedge \vec{B} = S j\,d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

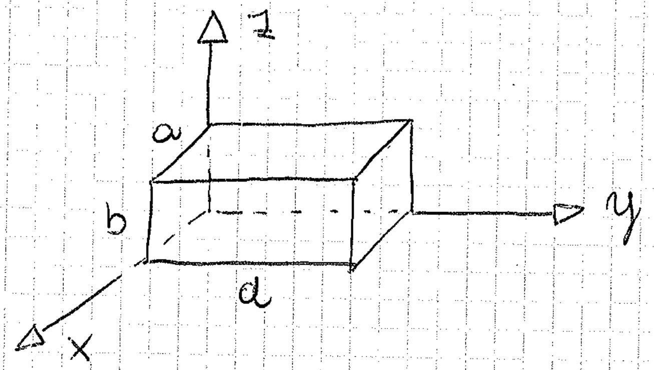
↓ sposto S davanti a J perché costante e perché dl e J hanno stesso orientazione:

$\vec{J} = J\,\frac{\vec{v}}{v}$

$d\vec{l} = dl\,\frac{\vec{v}}{v}$

$J\,dl = J\,\frac{\vec{v}}{v}\,dl = j\,d\vec{l}$

EFFETTO HALL



$$\vec{B} = B\,\hat{u}_x$$

$$\vec{J} = \frac{i}{ab}\,u_y$$

$$\vec{J} = Ne\vec{v}$$

$$\vec{v} = \frac{i}{abNe}\,u_y$$

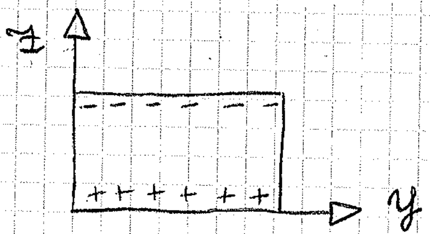
- intensità corrente nella direzione dell' asse y

e = carica particelle che fluiscono verso dx positive
ν e^- verso sx

F_m che sentono le particelle che fluiscono verso destra = ?

$$F_1 = e\vec{v} \wedge \vec{B} = e\,\frac{i}{abNe}\,B\,\hat{u}_y \wedge \hat{u}_x = \frac{iB}{Nab}\,\hat{u}_y \wedge \hat{u}_x =$$

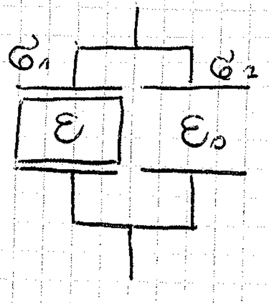
$$= -\frac{iB}{Nab}\,\hat{u}_x \wedge \hat{u}_y = -\frac{iB}{abN}\,\hat{u}_z$$



$$\vec{E} = \frac{F_1}{e} = \frac{iB}{abeN}$$

$$\mathcal{E} = \int E\,dz = Eb = \frac{iB}{aeN}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 77 di 148



$A_1 = xL$

$A_2 = (\ell - x)L$

$$C(x) = \frac{\varepsilon L x}{h} + \frac{\varepsilon_0 L(\ell - x)}{h} = \frac{L}{h}(\varepsilon_0 \ell + (\varepsilon - \varepsilon_0)x)$$

energia finale < energia iniziale

dielettrico viene risucchiato dalle armature del condensatore => c'è una variazione di energia

1) $V_1 = V_2 \Rightarrow E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{\sigma_1}{\varepsilon} = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_0}$

le due cariche σ_1, σ_2 non sono uguali ma è uguale il rapporto con le loro costanti elettriche

2) $\begin{cases} Q = \sigma_1 L x + \sigma_2 L(\ell - x) \\ \varepsilon_0 \sigma_1 - \varepsilon \sigma_2 = 0 \end{cases}$

$$\sigma_1 = \frac{Q}{L}\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0 \ell + (\varepsilon - \varepsilon_0)x} \quad ; \quad \sigma_2 = \frac{Q}{L}\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 \ell + (\varepsilon - \varepsilon_0)x}$$

$\sigma_2 = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}\sigma_1$ sostituisco nella prima equazione del sistema

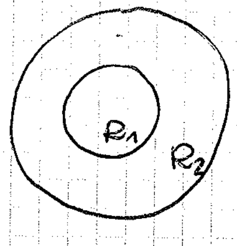
$$Q = \sigma_1 L x + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}\sigma_1 L(\ell - x) \Rightarrow Q = \sigma_1 L\left(x + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}(\dots)\right)$$

$$\Rightarrow \sigma_1 = \frac{Q}{L} \cdot \frac{1}{\left(x + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}(\ell - x)\right)}$$

$$Q_1 + Q_2 = \underset{\substack{\| \\ xL}}{A_1}\sigma_1 + \underset{\substack{\| \\ (\ell - x)L}}{A_2}\sigma_2$$

$$Q_1 + Q_2 = x\cancel{L}\,\frac{Q}{\cancel{L}} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0 \ell + (\varepsilon - \varepsilon_0)x} + (\ell - x)L\frac{Q}{L}\,\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 \ell + (\varepsilon - \varepsilon_0)x}$$

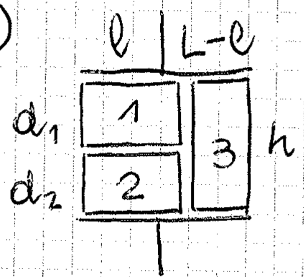
3



sfera metallica R_1, ricoperta da un guscio di spessore $R_2 - R_1$ dielettrico ε.
Calcolare la capacità del condensatore

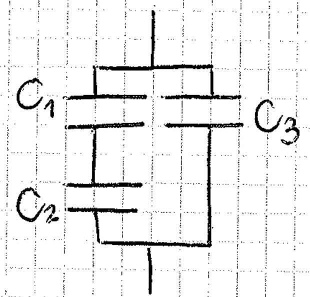
- calcolo il campo $\vec{E}$ nelle tre regioni di spazio

4



sono note le $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ dei mezzi che occupano lo spazio tra le armature del condensatore, calcolare la sua capacità C

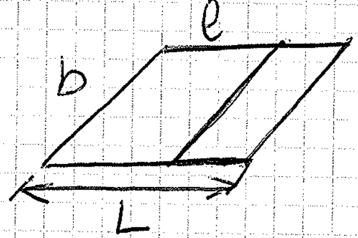
C_{12} ? $\quad \frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C_{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$



C ? $\quad C_{12} // C_3 \qquad C = C_{12} + C_3$

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + C_3 = \frac{C_1 C_2 + C_3 (C_1 + C_2)}{C_1 + C_2}$$

b = longhezza
L = lunghezza



$$C_1 = \frac{\varepsilon_1 b l}{d_1} \; ; \; C_2 = \frac{\varepsilon_2 b l}{d_2} \; ; \; C_3 = \frac{\varepsilon_3 b (L - l)}{d_1 + d_2}$$

---

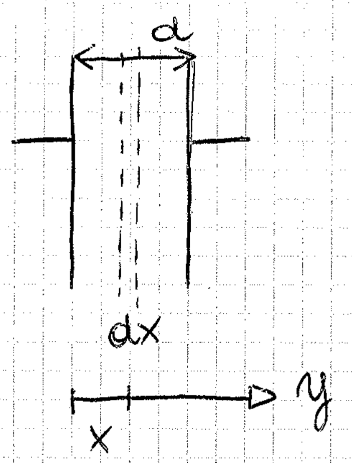
continuazione del 3

$$\oint_{\Sigma} \vec{D} \, d\vec{\sigma} = q \qquad 4\pi r^2 D = q$$

$$D = \begin{cases} r < R_1 & 0 \quad \text{flusso} = \emptyset \\ r < r < R_2 & \frac{q}{4\pi r^2} \\ r > R_2 & \frac{q}{4\pi r^2} \end{cases}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 81 di 148

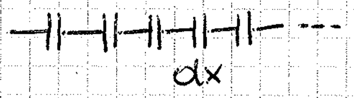
5 tra le armature di un piano $\exists$ un mezzo dielettrico con costante dielettrica ε che dipende da $x \to \varepsilon(x)$



- caso in cui $\varepsilon(x)$ ha 2 valori (iniziale e finale) precisi con aumento lineare
- supponiamo di dividere il condensatore in strati dx infinitesimali quindi $\varepsilon(x)$ per dx sarà costante

$\Rightarrow$ condensatore $= \sum dx$ collegati in serie

$\to$ Calcolare i capacità del condensatore



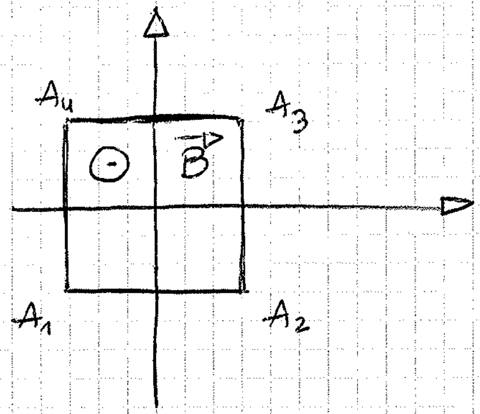
$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C(x)} \Rightarrow \frac{1}{C} = \int \frac{1}{C(x)} \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{A} \int_0^d \frac{dx}{\varepsilon(x)}$$

$$C = \frac{A}{\int_0^d \frac{dx}{\varepsilon(x)}}$$

esempio: $\varepsilon(x) = \varepsilon_1 + \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{d} x$

$$C = \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) A}{d \ln \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$$

(7)



$$\vec{B} = B\hat{u}_z$$

$$\vec{F}_{A_1A_2} = i\,\vec{l}_{A_1A_2} \wedge \vec{B} =$$

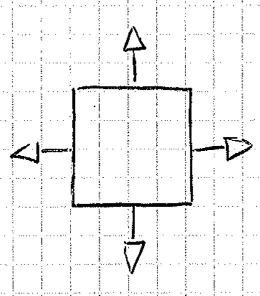
$$= i\,l_{A_1A_2}\,\hat{u}_x \wedge B\,\hat{u}_z =$$

$$\vec{F}_{A_1A_2} = -i\,l_{A_1A_2}\,B\hat{u}_y$$

$$\vec{F}_{A_3A_4} = i\,l_{A_3A_4}\,B\hat{u}_x$$

$$\vec{F}_{A_4A_1} = -i\,l\,B\hat{u}_x$$

$$\begin{cases} \vec{F} = 0 \\ \vec{M} = 0 \end{cases}$$



$$\vec{M} = l_{A_2A_3}\,\hat{u}_y\,(-i\,l_{A_1A_2}\,B\,\hat{u}_z) = i\,l_{A_1A_2}\,l_{A_2A_3}\,B(-\hat{u}_y \wedge \hat{u}_z) =$$
$$= i\,l_{A_1A_2}\,l_{A_2A_3}\,B\,\hat{u}_x$$

→ rotazione oraria > 0 intorno all'asse x indicato dal vettore $-u_x$

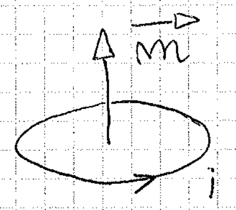
$$\vec{M} = \vec{l}_{A_2A_3} \wedge F_{A_3A_4} = l_{A_2A_3}\,\hat{u}_y \wedge (-i\,l_{A_1A_2}\,B\,\hat{u}_z) =$$
$$= i\,l_{A_2A_3}\,l_{A_1A_2}\,B\,\hat{u}_z \wedge \hat{u}_y = i\,(l_{A_1A_2}\,l_{A_2A_3}\,\hat{u}_z) \wedge B\,\hat{u}_y =$$
$$= i\,(\underbrace{l_{A_1A_2}\,l_{A_2A_3}}_{\text{area spira}}\,\hat{u}_z) \wedge \vec{B} = i\,\underbrace{S\hat{u}_z}_{\text{area orientata lungo } \hat{u}_z} \wedge \vec{B} = i\,\vec{S} \wedge \vec{B}$$

$\vec{m} = i\vec{S}$ MOMENTO MAGNETICO della SPIRA

↓

dipende dall'orientamento della spira e la quantità di corrente che circola

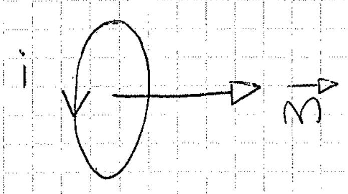
$\vec{M} = m \wedge \vec{B}$ MOMENTO MECCANICO



→ $m \uparrow\uparrow B \Rightarrow \vec{M} = 0$ stabile con $\theta = 0$

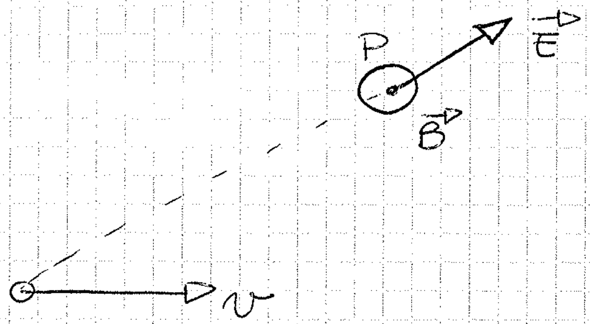
$m \uparrow\downarrow B \Rightarrow \vec{M} = 0$ instabile con $\theta = \pi$

MOMENTO MAGNETICO



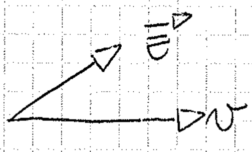
$$\vec{m} = i\vec{S}$$
$$\vec{M} = \vec{m} \wedge B$$
$$U = -\vec{m}B$$
$$M = -\frac{dU}{d\theta} \quad \text{da} \quad F = -\frac{dU}{dx}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q \frac{\vec{r}}{r^3}$$



$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{\vec{v} \wedge \vec{r}}{r^3}$$

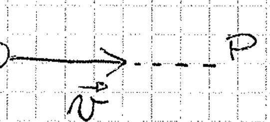
$$\vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \vec{v} \wedge \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3} \right)$$



$$\vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \vec{v} \wedge \vec{E}$$

$$\Rightarrow B = \frac{1}{c^2} \vec{v} \wedge \vec{E} \quad \Rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$$

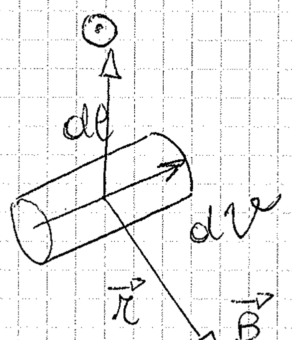
c: velocità della luce nel vuoto
μ_0: permeabilità magnetica nel vuoto
ε_0: costante dielettrica nel vuoto



quando una particella si muove con la velocità $\vec{v}$, lungo la retta di $\vec{v}$ il campo magnetico è nullo, anche in prossimità della particella

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B} \qquad d\vec{F} = i\,d\vec{l} \wedge \vec{B} \quad \Rightarrow \vec{F} = i \oint_c d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

↳ forza di Lorentz



$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{\vec{v} \wedge \vec{r}}{r^3}$$

J

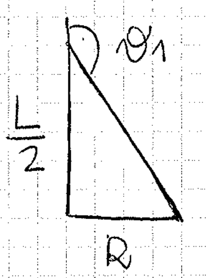
$$d\vec{B} = \vec{B}_1 N dV = N S dl \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{\vec{v} \wedge \vec{r}}{r^3}$$

con $\vec{J} = Nq\vec{v}$

$$= \frac{R}{\sin^2\vartheta} d\vartheta$$

$$d\vec{B} = -\hat{u}_z \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{\cancel{\sin^2\vartheta}}{R^2} \sin\vartheta \frac{R}{\cancel{\sin^2\vartheta}} d\vartheta = -\hat{u}_z \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \sin\vartheta d\vartheta$$

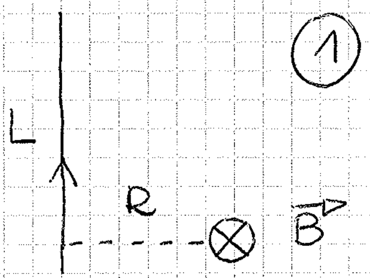
$$\vec{B} = -\hat{u}_z \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \int_{\pi/2}^{\vartheta_1} \sin\vartheta d\vartheta = -\hat{u}_z \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \left[-\cos\vartheta\right]_{\pi/2}^{\vartheta_1}$$

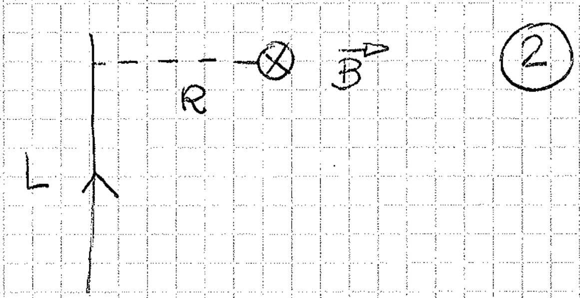


$$\cos\vartheta_1 = -\cos(\pi - \vartheta_1) = -\frac{L/2}{\sqrt{R^2 + \frac{L^2}{4}}}$$

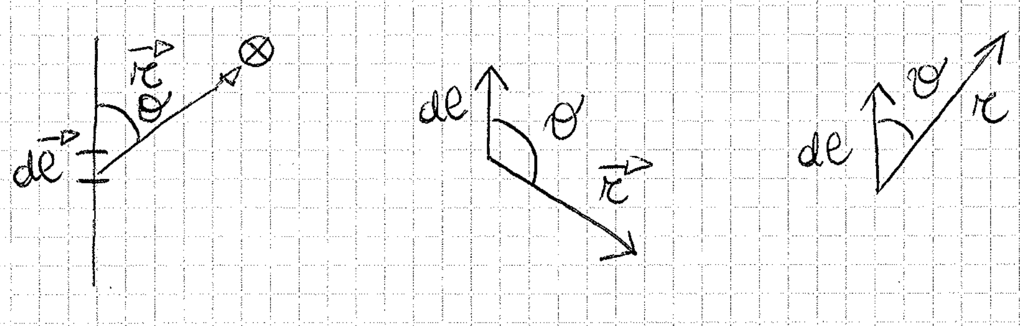
$$-\cos\vartheta_1 + \cos\frac{\pi}{2} = -\cos\vartheta_1$$

$$\vec{B} = -\hat{u}_z \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \frac{L/2}{\sqrt{R^2 + \frac{L^2}{4}}} = -\hat{u}_z \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \frac{L}{\sqrt{R^2 + L^2}}$$





$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \frac{L}{\sqrt{L^2 + R^2}} \qquad d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\vec{l} \wedge \vec{r}}{r^3}$$

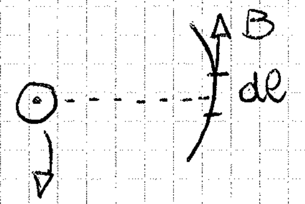


$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\vec{l} \wedge \vec{r}}{r^3}$$

rotazione senso orario $\rightarrow$ vettore entrante nel piano

$\vec{r}$: distanza da i al filo conduttore nell'elementino dl

$$\oint_\Gamma \vec{B}\, d\vec{l} = \oint_\Gamma B\, dl \cos\varphi = \oint_\Gamma \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\, dl = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \oint_\Gamma \frac{dl}{r} \; *$$

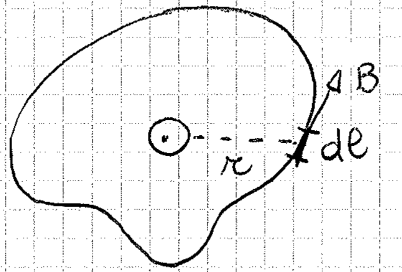


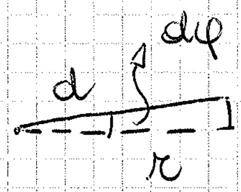
corrente uscente

VISTA dall'ALTO

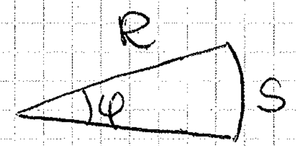
φ : angolo tra B e dl MA

B e dl tg alla circonferenza osculatrice che approssima la curva → sono // ⇒ $\cos 0 = 1$





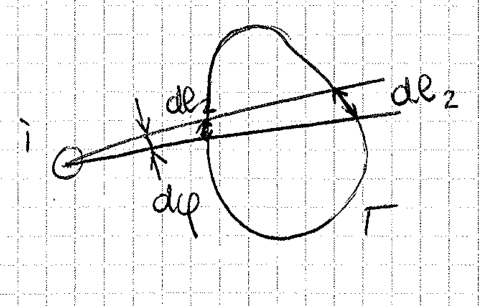
Σ tutti gli elementini (se la curva è chiusa) avrò un angolo di 2π



$dl = r\, d\varphi$

$S = R\varphi$

$$* \; \frac{\mu_0 i}{2\pi} \oint_\Gamma d\varphi = \frac{\mu_0 i}{2\pi} 2\pi = \mu_0 i \quad \Rightarrow \quad \boxed{\oint_\Gamma \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 i}$$



$$\vec{B}\, d\vec{l}_2 = B\, dl_2 \cos\pi = -B_2\, dl_2$$

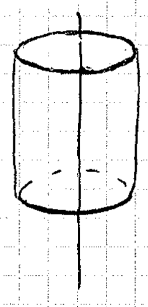
$$\vec{B}_1\, d\vec{l}_1 = B_1\, dl_1 \cos 0 = B_1\, dl_1$$

$$\oint_\Gamma \vec{B}\, d\vec{l} =$$

per il th di Ampere

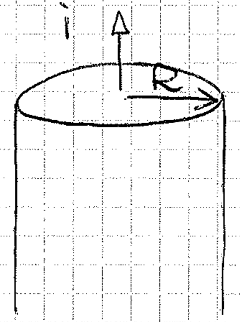
$$2\pi r \vec{B} = \mu_0 i_C \qquad i_C = i$$
$$2\pi r \vec{B} = \mu_0 i$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$ legge di Biot-Savart



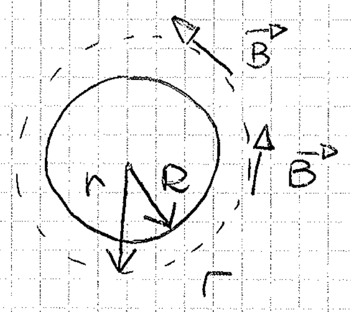
$$\oint B\,dl = 2\pi r B$$
$$2\pi r B = \mu_0 i \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

② filo rettilineo indefinito
calcolare campo magnetico, problema simmetrico → (Gauss più facile), legge Ampere, no Ampere-Laplace



linee campo magnetico → circonferenze

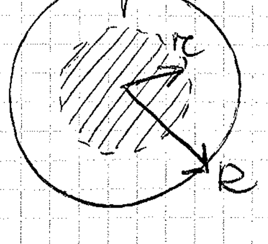
3) $$\vec{B} = \begin{cases} r < R & \frac{\mu_0 i}{2\pi} \frac{r}{R^2} \\ r \geq R & \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \end{cases}$$



∃ ∞ circonferenze che sono concentriche al cilindro con campo costante in ∀ punto

$$2\pi r B = \mu_0 i \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$ valida per $r > R$ fuori dal conduttore

2) $r < R$

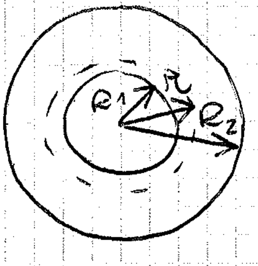


$$2\pi r B = \mu_0 i_C$$

corrente che fluisce solo nell'area sezionata →

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 95 di 148

2)

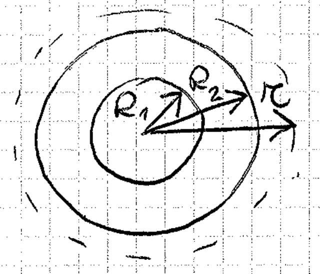


$R_1 < r < R_2$

$$\oint \vec{B}\, d\vec{l} = 2\pi r B; \quad 2\pi r B = \mu_0 i_1$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r}$$

3) $r > R_2$



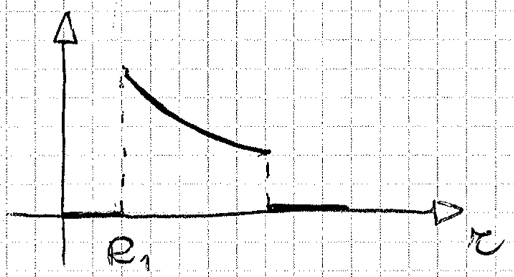
$$\oint_\Gamma \vec{B}\, d\vec{l} = 2\pi r B$$

$$2\pi r B = \mu_0 (i_1 - i_2)$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 (i_1 - i_2)}{2\pi r}$$

4) CASO SPECIALE : $|i_1| = |i_2|$

$$B \begin{cases} r < R_1 & 0 \\ R_1 < r < R_2 & \dfrac{\mu_0 i_1}{2\pi r} \\ r > R_2 & 0 \end{cases}$$



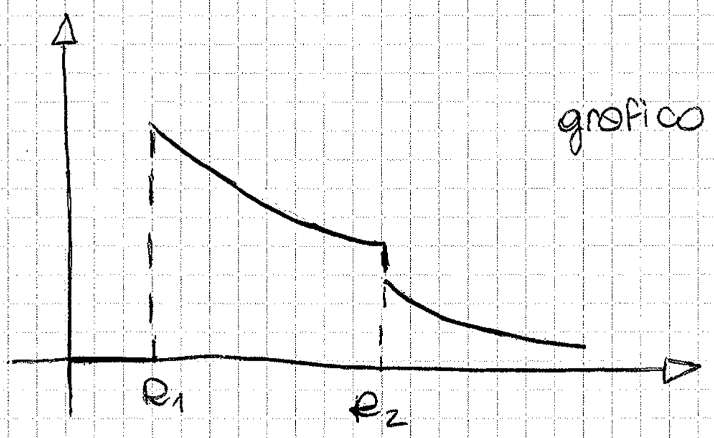


grafico di tutto il problema