



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 967

DATA: 08/05/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Tortorici

MATERIA: Formulario di Termodin. e Trasm. del Calore

Prof. Giaretto

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

FORMULE TERMODINAMICA

- CALORE e FLUSSO TERMICO sono **POSITIVI** quando **RICEVUTI**.

$$Q(P) = \int_{t_1}^{t_2} \dot{Q}(t) dt$$

$$\Phi(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{Q(P)}{\Delta t}$$

- LAVORO e POTENZA MECCANICA sono **POSITIVI** quando **CEDUTI**.

$$L(P) = \int_{t_1}^{t_2} W(t) dt$$

$$W(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{L(P)}{\Delta t}$$

- **TEOREMA EN. CIUETICA**: il lavoro compiuto da tutte le forze che agiscono sul sistema (interne ed esterne) è uguale alla variazione di en. cinetica del sistema stesso.

$$W_i^{id}(t) = W_t(t) + W_o(t) + W_a(t) + \frac{dE_p}{dt} + \frac{dE_c}{dt}$$

$$L_i^{id}(P) = L_t(P) + L_o(P) + L_a(P) + \Delta E_p + \Delta E_c$$

Con: $W_i^{id}, L_i^{id} \rightarrow$ componente utile (priva d'attrito) di lavoro e potenza interni

$W_t, L_t \rightarrow$ componente tecnica (utile) compiuta dal sistema sull'ambiente

$W_o, L_o \rightarrow$ componente non utile, legata a variazioni di volume dovute alla pressione esterna

$W_a, L_a \rightarrow$ attriti, devono essere positivi

$E_p \rightarrow$ en. potenziale

$E_c \rightarrow$ en. cinetica.

Oppure si può scrivere:

$$W_i(t) = W_t(t) + W_o(t) + \frac{dE_p}{dt} + \frac{dE_c}{dt}$$

$$L_i(P) = L_t(P) + L_o(P) + \Delta E_p + \Delta E_c$$

Avendo posto: $W_i(t) = W_i^{id}(t) - W_a(t)$

$$L_i(P) = L_i^{id}(P) - L_a(P)$$

- **PRIMO PRINCIPIO**: in un processo ciclico compiuto da un sistema termodinamico, il lavoro netto scambiato con l'esterno è proporzionale al calore netto scambiato.

$$Q - L_i = \Delta E - \Delta E_c = \Delta U$$

- Per **SISTEMI APERTI**, la portata in massa si indica con G (Kg/s). Si definisce la **DERIVATA MATERIALE**, propria delle grandezze di tipo estensivo:

$$\frac{dX(t)}{dt} = \left[\frac{dX(t)}{dt} \right]_{V_c} + \left[\sum_{j=1}^N \pm G_j X_j \right]_{S_c}$$

Velocità di variazione di X nel volume di controllo. Il termine è nullo in condizioni stazionarie

contributo delle N portate che attraversano la superficie di controllo.

Le derivate materiali possono essere riferite a E_c, E_p, U .

$$G(t) = \rho(t) \cdot A(t) \cdot w(t)$$

con: $\rho \rightarrow$ densità
 $A \rightarrow$ area trasversale al moto
 $w \rightarrow$ velocità

Tra entrate e uscite, la portata in massa si conserva, ma la portata in volume no.

In condizioni stazionarie:

$$\left[\sum_{j=1}^N \pm G_j(t) \right]_{S_c} = 0$$

- per gas ideali u e h dipendono solo dalla temperatura:

$$u = C_v(T - T_0)$$

$$h = c_p(T - T_0)$$

Inoltre valgono:

$$c_p = C_v + R$$

$$\gamma = \frac{c_p}{C_v} = \begin{cases} 5/3 & \text{molecola monoatomica} \\ 7/5 & \text{molecola biatomica} \\ 4/3 & \text{molecola triatomica} \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_v = \frac{R}{\gamma - 1} \\ c_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R \end{cases}$$

- Se la trasformazione è reversibile ($\Delta e_c = \Delta e_p = l_o = l_a = 0$):

SISTEMI CHIUSI $\rightarrow q - l_i = \Delta u$

SISTEMI APERTI $\rightarrow q - l_t = \Delta h$

(stazionario, 1 solo in e 1 solo out)

valide sempre non solo per gas ideali

- TRASFORMAZIONE ISOCORA ($V = \text{cost}$) per gas ideali:

$$q = C_v \Delta T$$

sia per sistemi aperti che per sistemi chiusi se trasf. reversibile

- TRASFORMAZIONE ISOBARA ($p = \text{cost}$) per gas ideali

$$q = c_p \Delta T$$

sia per sist. aperti che per sist. chiusi se trasf. reversibile

- TRASFORMAZIONE ISOTERMA ($T = \text{cost}$) per gas ideali

$$l_i = l_t = RT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

per sist. aperti e chiusi se trasf. reversibile

- TRASFORMAZIONE ADIABATICA ($q = 0$) per gas ideali

$$p v^\gamma = \text{cost.}$$

$$\text{oppure } T v^{\gamma-1} = \text{cost.}$$

$$\text{oppure } T p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{cost.}$$

Per sist. aperti e chiusi se trasf. reversibile

- TRASFORMAZIONE POLITROPICA per gas ideali:

$$p v^n = \text{cost.}$$

$$\text{oppure } T v^{n-1} = \text{cost.}$$

$$\text{oppure } T p^{\frac{1-n}{n}} = \text{cost.}$$

se trasf. reversibile

Con: $n = \frac{c_p - c}{c_v - c}$

Casi particolari: $n=1 \rightarrow$ isoterma $\Rightarrow c \rightarrow \pm \infty$
 $n=0 \rightarrow$ isobara $\Rightarrow c = c_p$
 $n \rightarrow \infty \rightarrow$ isocora $\Rightarrow c = c_v$
 $n=\gamma \rightarrow$ adiabatica $\Rightarrow c=0$

Per una trasformazione da stato 1 a stato 2 lungo una politropica:

$$-l_t = \frac{n}{n-1} R(T_2 - T_1)$$

$$l_i = \frac{1}{n-1} R(T_2 - T_1)$$

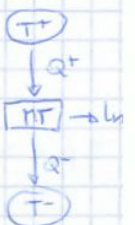
$l_t \neq l_i!$

Per un gas ideale con γ costante, lungo una qualsiasi politropica anche c è costante e inoltre vale:

$$q = c \Delta T$$

- RENDIMENTO di un motore termico: rapporto tra beneficio (lavoro netto) e spesa (calore fornito)

$$\eta = \frac{l_n}{Q^+} = 1 - \frac{|Q^-|}{Q^+} \leq 1 \text{ sempre}$$



• dalle eq. di Maxwell deriva:

$$T = \left(\frac{\partial u}{\partial s} \right)_v = \left(\frac{\partial h}{\partial s} \right)_p \rightarrow T \text{ ha il significato di derivata: nei diagrammi } (u, s) \text{ e } (h, s) \text{ è la pendenza della retta}$$

$$c_v = T \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_v$$

$$c_p = T \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_p$$

Si ottengono dei risultati di carattere generale:

$$ds(T, v) = c_v \frac{dT}{T} + \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v dv$$

$$ds(T, p) = c_p \frac{dT}{T} - \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p dp$$

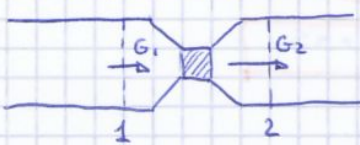
$$du(s, v) = c_v dT + \left[T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v - p \right] dv$$

$$dh(s, p) = c_p dT - \left[T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v \right] dp$$

Da queste espressioni deriva che per un fluido non comprimibile vale:

$$\begin{aligned} du(s, v) &\cong du(T) = c_v dT \\ dh(s, p) &\cong dh(T, p) = c_p dT + v dp \\ ds(T, v) &\cong ds(T) = c_v \frac{dT}{T} \end{aligned}$$

• VALVOLA DI TRAFICAZIONE:



$$p_2 < p_1$$

$W_e = 0$ (di solito: caduta di pressione $\Rightarrow W_e \neq 0$, ma in questo caso l'energia sviluppata non è sfruttata e si disperde in altro)

Sup. di controllo adiabatica ($\Phi = 0$) e rigida ($W_0 = 0$)

$$\Phi - W_e = \frac{d}{dt} \left[U + E_c + E_p + p_0 V \right]_{V_c} + \sum_{s=1}^N G_s (h + e_c + e_p)_{s^+} \Rightarrow h_1 = h_2$$

$$\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p + L_a + \int_1^2 v dp = 0 \Rightarrow L_a = - \int_1^2 v dp$$

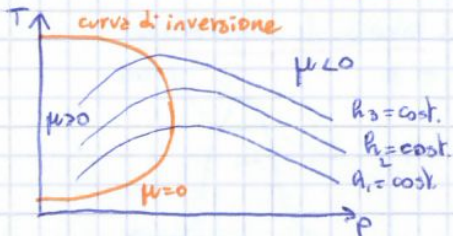
Il fenomeno è irreversibile: $s_2 > s_1$

ATTENZIONE! C'è SEMPRE irreversibilità prodotta per trasf. adiabatiche!
Se $Q \neq 0$ potrebbe essere $s_{irr} = 0$

• Per un gas ideale: $h = \text{cost.} \Rightarrow T = \text{cost.} \quad \forall p$

Per una sostanza \rightarrow comportamento reale:

$h = \text{cost.} \Rightarrow$ al diminuire di p , la T aumenta fino a un massimo, poi diminuisce



Curva di inversione = luogo di tutti i massimi della T

Le pendenze delle curve sono date dal coeff. di Joule-Thomson:

$$\mu_{JT} = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_h$$

Per calcolare μ_{JT} :

$$\mu_{JT} = \frac{1}{c_p} \left[T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v \right]_{h_2}$$

• All'interno della curva limite, le transizioni di fase sono isoterme e isobare, mentre il volume varia molto.
Il vertice della curva limite è il punto critico: al di sopra non può esistere fase liquida.
Un gas ideale non può cambiare fase!!

GAS IDEALI: equazione viriale:

$$pV = RT \cdot Z$$

$Z \rightarrow$ fattore di compressibilità ($= 1$ per gas ideali). A parità di T e p , i valori di Z variano da gas a gas

LEGGE DEGLI STATI CORRISPONDENTI: a parità di T e p ridotte, tutti i gas hanno approssimativamente il medesimo fattore di compressibilità.

Dove T e p ridotte:

$$T_R = \frac{T}{T_c} ; P_R = \frac{P}{P_c} ; \left(V_R = \frac{V}{V_c} \right)$$

GAS DI VAN DER WAALS:

$$\left(P + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT$$

Nel punto critico:

$$P_c = \frac{RT_c}{V_c - b} - \frac{a}{V_c^2}$$

Ipotesi $R_c = R$:

$$\frac{V_c}{V_c} \approx \frac{3}{8} \frac{RT_c}{P_c}$$

$$a = \frac{27}{64} \frac{R^2 T_c^2}{P_c}$$

$$b = \frac{1}{8} \frac{RT_c}{P_c}$$

valgono anche lontano da punto critico

$$Z = \frac{3}{8}$$

Energia interna: $U - U_0 = C_v (T - T_0) - a \left(\frac{1}{V} - \frac{1}{V_0} \right)$

Approssimo il volume a : $V \approx b + \frac{RT}{P} - \frac{a}{RT}$

Ricavo entalpia: $H - H_0 = C_p (T - T_0) - \frac{2a}{R} \left(\frac{P}{T} - \frac{P_0}{T_0} \right) + b (p - p_0)$

Differenza di calori specifici: $C_p - C_v = R + \frac{2aP}{RT^2}$

Entropia: $S - S_0 = C_v \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) + R \ln \left(\frac{V - b}{V_0 - b} \right)$

Coeff. di Joule-Thomson: $\mu_{JT} = \frac{1}{C_p} \left[\frac{2a}{RT} - b \right]$

Ricavo il massimo valore di T che rende $\mu_{JT} = 0$ ponendo $\mu_{JT} \geq 0$: $T < \frac{27}{4} T_c$

MISCELE DI GAS: $n = \frac{M}{M}$ \rightarrow numero di moli

$\gamma_s = \frac{n_s}{n}$ \rightarrow frazione molare del s -esimo costituente

$\gamma_s \neq x_s$

$x_s = \frac{m_s}{M}$ \rightarrow frazione in massa del s -esimo costituente

Per miscele di gas ideali esistono 2 modelli:

① AMAGAT-LEDC: miscele reali di gas ideali. Ognuno dei componenti è trattato come se si trovasse da solo alla stessa T ed alla stessa p della miscela.

$$V = \sum_s V_s \quad \gamma_s = \frac{n_s}{n} = \frac{V_s}{V} \quad x_s = \gamma_s \frac{M_s}{M}$$

② GIBBS-DALTON: miscele ideali di gas ideali. Ognuno dei componenti è trattato come se occupasse da solo tutto il V della miscela alla sua stessa T .

$$p = \sum_s p_s$$

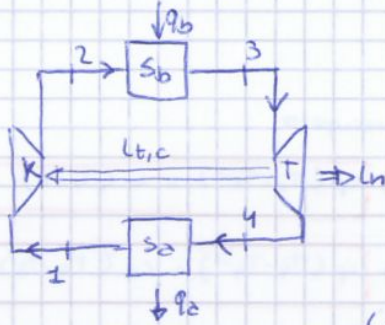
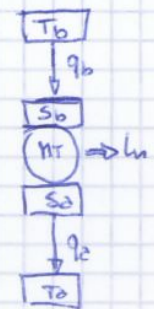
$$U = \sum_s U_s$$

$$n = \sum_s n_s$$

- confronto ciclo Otto - ciclo Diesel: a parità di r_v , $\eta_{Otto} > \eta_{Diesel}$, ma in realtà $r_v \text{ DIESEL} > r_v \text{ OTTO} \Rightarrow \eta_{DIESEL} > \eta_{OTTO}$
- Per ogni ciclo caratterizzato da 4 politropiche uguali a 2 a 2 vale: $T_1 T_3 = T_2 T_4$

CICLO SOULE (ideale di riferimento)

Schema ideale:



$l_{t,e} = l_{t,c} + l_n$

$l_{t,e} = |l_{t,comp.}| + l_n$

Lavoro di compressione: $q - l_{t,c} = \Delta h_c = c_p(T_2 - T_1)$
gas ideale!

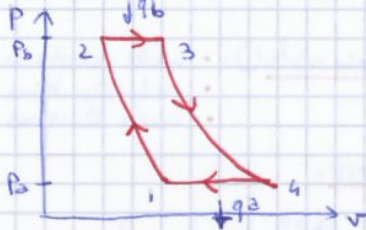
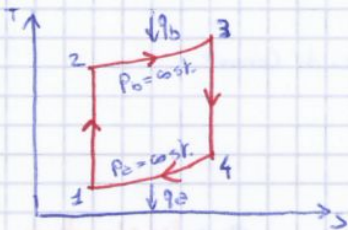
$r_b = \frac{P_2}{P_1}$ → rapporto barometrico di compressione

Calore fornito (q_b): $q_b = l_{t,c} = \Delta h_c = c_p(T_3 - T_2) > 0$

ATTENZIONE!

scambio di en. termica in condizioni isobare \Rightarrow trasf. reversibile!

Diagrammi del ciclo ideale:

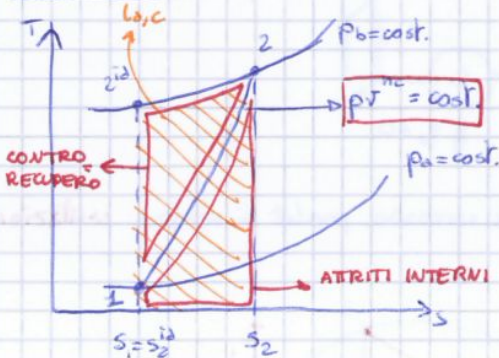


$q_a = c_p(T_1 - T_4) < 0$

$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - r_b^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$

Nel ciclo Soule "reale" si tiene conto degli effetti della irreversibilità negli scambi di en. meccanica; compressore e turbine sono sempre adiabatici.

COMPRESSIONE



$T_2 \geq T_2^{id}$

$|l_{t,c}^{re}| > |l_{t,c}^{id}|$ → per comprimere nello stesso intervallo di pressione si spende di più

$l_{t,c} = c_p(T_2 - T_2^{id}) > 0$ → equivalente al calore scambiato lungo un'isobara!

ATTRITI INTERNI $\rightarrow C_c(T_2 - T_1) > 0$

$T_1 P_1^{\frac{1-n_c}{n_c}} = T_2 P_2^{\frac{1-n_c}{n_c}}$ con $n_c = \frac{c_p - C_c}{c_v - C_c}$

$C_c > 0 \Rightarrow n_c > \gamma$

ATTENZIONE!

trasf. non reversibili \Rightarrow trasf. reversibili equivalenti che producono gli stessi effetti

Rendimento isentropico di compressione:

$\eta_{is,c} = \frac{l_{t,c}^{id}}{l_{t,c}^{re}} = \frac{-c_p(T_2^{id} - T_1)}{-c_p(T_2 - T_1)} < 1$ sempre!

Ricavo T_2^{id} da $T_1 P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2 P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$; nota T_2^{id} ricavo T_2 grazie a $\eta_{is,c}$.

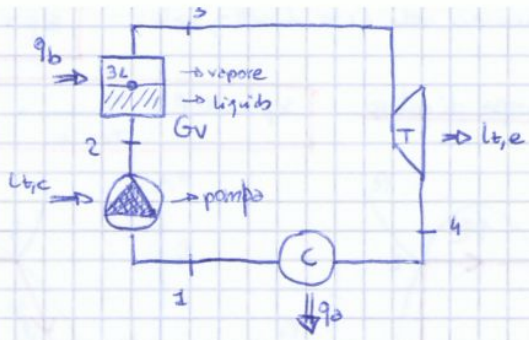
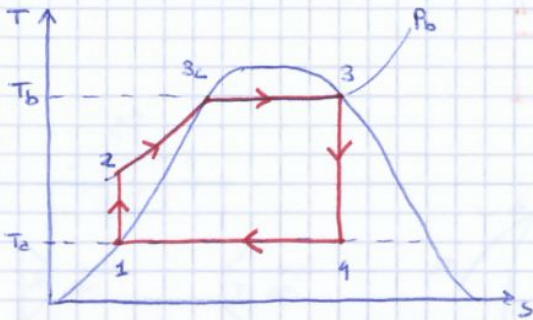
$\eta_{is,e} = \frac{l_{t,e}^{re}}{l_{t,e}^{id}}$

Il lavoro dissipato per controrecupero si ricava per differenza.

ESPANSIONE

$n_c = \frac{c_p - C_c}{c_v - C_c}$; $C_c < 0 \Rightarrow 1 < n_c < \gamma$

CICLO RANKINE:

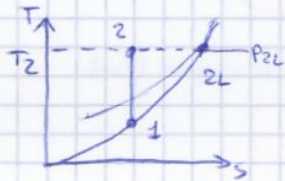


Questo ciclo risolve il controllo dello stato 1 ed evita la evaporazione per la compressione.

$$q_b = q_{b, 2-3L} + q_{b, 3L-3} = (h_{3L} - h_2) + (h_3 - h_{3L}) = h_3 - h_2 = q_b$$

Lo stato 4 è calcolabile solo conoscendo il titolo del vapore.

Stato 2: ipotesi di fluido incompressibile:



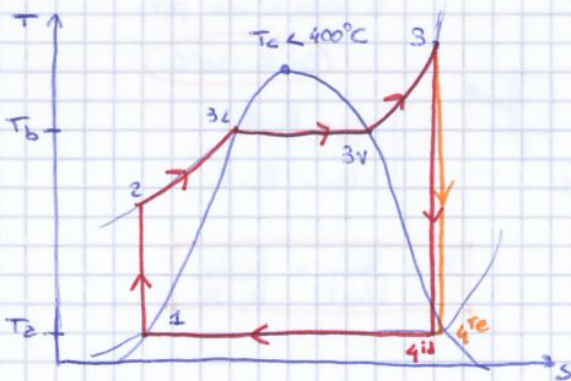
Nota \$T_2\$ si calcola \$2L\$.

$$h_2 \approx h_{2L} + v_{2L} (p_2 - p_{2L})$$

$$\text{Inoltre: } h_2 \approx h_1 + v_1 (p_2 - p_1) \Rightarrow h_2 - h_1 \approx v_1 (p_2 - p_1) = l_{t,c}$$

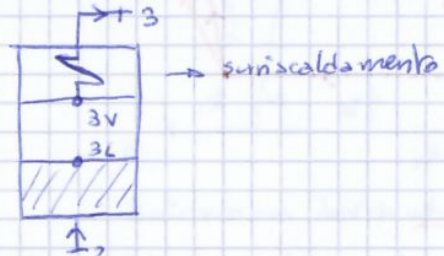
IMPIANTI REALI:
STATO 1 = STATO 2

CICLO RANKINE - HIRN:



$$\begin{cases} T_b \ll 400^\circ\text{C} \\ T_3 > T_c \end{cases}$$

Gv con surriscaldamento:



$$\eta = \frac{l_{t,e} - l_{t,c}}{h_3 - h_2} = \frac{(h_3 - h_4) - (h_2 - h_1)}{h_3 - h_2} \approx \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_2} \approx \eta$$

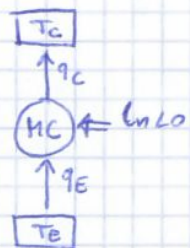
\$x_4 \geq 0,75 \rightarrow\$ no condensazione

CICLI INVERSI A COMPRESSIONE DI VAPORE

- refrigerazione (\$T > 77\text{ K}\$)
- liquefazione (\$T < 77\text{ K}\$)

\$77\text{ K} \rightarrow T_c\$ di \$N_2\$

CICLO DI CARNOT INVERSO:



\$T_c > T_e\$

$$\text{I pntc} \Rightarrow q_e - |q_c| + |l_{t,c}| = 0 \quad (\text{perché ciclo})$$

$$\text{II pntc} \Rightarrow 0 = \frac{q_e}{T_e} - \frac{|q_c|}{T_c} \quad (\text{perché ciclo ideale})$$

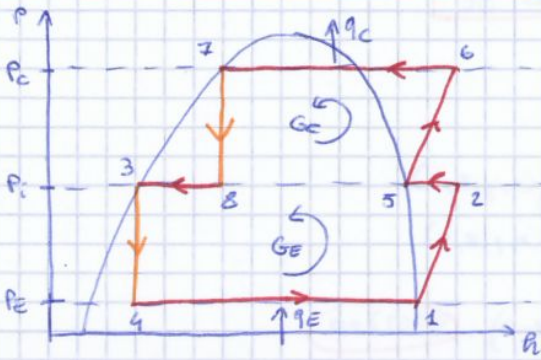
Efficienza: SPESA \$\rightarrow\$ \$|l_{t,c}|\$

BENEFICIO \$\rightarrow\$ $\begin{cases} q_e \text{ per un frigo} \\ |q_c| \text{ per una pompa di calore} \end{cases}$

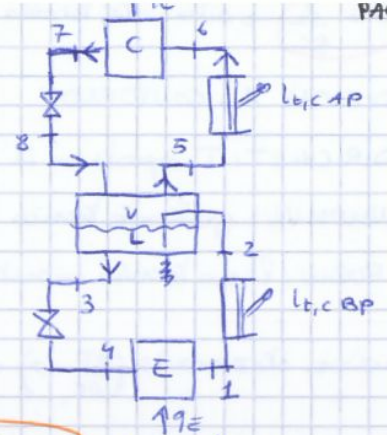
Efficienza frigo:

$$E_f = \text{C.O.P.} = \frac{q_e}{l_{t,c}} = \frac{T_e}{T_c - T_e}$$

DOPIA COMPRESSIONE - DOPIA LATINAZIONE E SEPARAZIONE



$G_E < G_C$
 2-5 → NO interrefrigerazione!
 8 → miscela bifase
 $T_E \geq -70^\circ\text{C}$

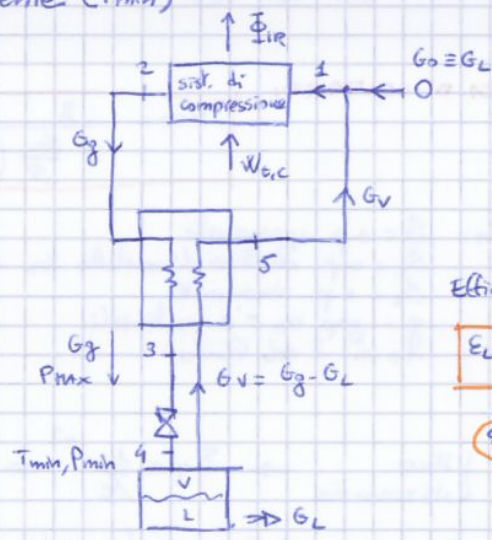
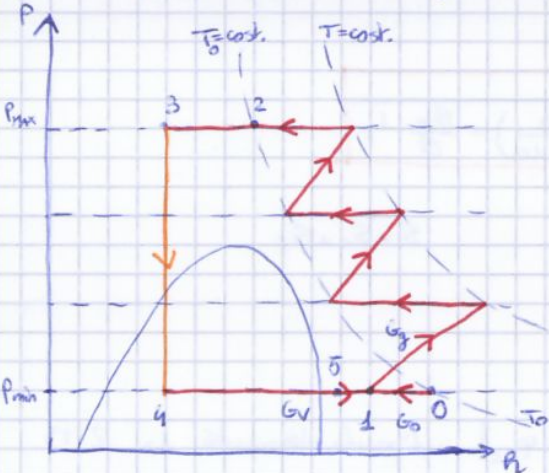


Bilancio en. sul separatore: $G(h_5 - h_6) + G_E(h_3 - h_2) = 0 \Rightarrow \frac{G_E}{G_C} = \frac{h_5 - h_2}{h_2 - h_3} < 1$ sempre!

$$\epsilon_p = \frac{(h_1 - h_u) G_E}{G_E(h_2 - h_1) + G_C(h_6 - h_5)}$$

Liquificazione di fluidi criogenici: PROCESSO LIUDE SEMPLICE:

- compressione multipla ($P_{min} = 1 \text{ bar}$; $P_{max} \approx 200 \text{ bar}$) con interrefrigerazione
- scambio rigenerativo
- separazione della fase liquida a p ambiente (P_{min})



$T_2 \geq T_1$
 $T_1 \geq T_5$
 $2-3 \leq 5-1$

Efficienza in liquefazione:

$$\epsilon_L = \frac{G_L}{G_g} = 1 - x_4$$

$$\epsilon_L = \frac{h_5 - h_2}{h_5 - h_2}$$

Bilancio en su sistema compressione:

$$|\Phi_{IR}| = T_0 G_g R \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$

Ipotesi: $T_1 = T_2 = T_0$, cond. reversibili e gas ideale

$$\frac{W_{E,C}}{G_L} \min = L_{E,C} \min = \frac{T_0 R}{\epsilon_L} \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$

Di solito: $0,02 < \epsilon_L < 0,05$

TRASMISSIONE DEL CALORE:

$T_1 > T_2 > T_0$



CONDUZIONE: non c'è movimento apparente di materia.

$C = \frac{\lambda}{s}$ → conduttanza termica ($\frac{W}{m^2K}$) di uno strato

λ → conducibilità termica ($\frac{W}{mK}$) di un materiale

$$\varphi = \frac{\Phi}{A} = \frac{\lambda}{s} (T_1 - T_2) \quad \left(\frac{W}{m^2} \right)$$

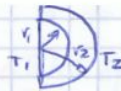
$R = \frac{1}{C}$ → resistenza termica ($\frac{m^2K}{W}$)

$\varphi_n = -\lambda_n \frac{\partial T}{\partial n}$ → **POSTULATO DI FOURIER** ⇒ $\vec{\varphi} = -\lambda \nabla(T)$ con riferimento cartesiano e materiale isotropo.

$\Delta \nabla^2(T) + H = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$ → **EQ. GENERALE DELLA CONDUZIONE TERMICA** (mezzo isotropo)

STRATO SFERICO:

$$T = C + \frac{B}{r}$$



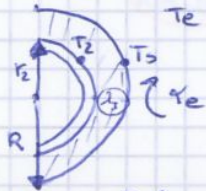
$$\varphi = \frac{T_2 - T_1}{\frac{r_2^2}{2} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)}$$

$$\varphi_{s1} r_1^2 = \varphi_{s2} r_2^2$$

$$\varphi_{s1} = \frac{T_i - T_e}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{r_i^2}{2} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_e} \right) + \frac{r_i^2}{r_e^2} - \frac{1}{\alpha_e}}$$

Per eliminare la dipendenza dalla posizione: $\Phi = 4\pi r^2 \frac{(T_2 - T_1)}{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)}$

SPESORE CRITICO



$$\varphi_{SR} = \frac{T_2 - T_e}{\frac{R}{2} + \ln\left(\frac{R}{r_2}\right) + \frac{1}{\alpha_e}}$$

$$\Rightarrow \varphi_L = \varphi_{SR} \cdot 2\pi R = \frac{2\pi R (T_2 - T_e)}{\left[\frac{1}{2} \ln\left(\frac{R}{r_2}\right) + \frac{1}{R\alpha_e} \right]}$$

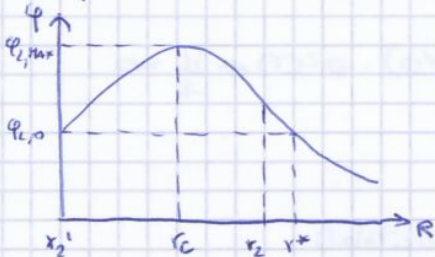
↑ aumenta se R aumenta

↓ diminuisce se R aumenta

Si hanno 2 effetti opposti!

Definiamo $r_c \rightarrow$ raggio critica. Se $R = r_c \Rightarrow (\varphi_L)_{max}$: $r_c = \frac{2\epsilon}{\alpha_e}$ (strato cilindrico)

Si può usare se si ipotizza $T_2 = cost.$



Tubo piccolo (r_1): aggiungendo isolante si aumenta φ_L ! A r^* si è tornati nelle condizioni iniziali. Bisogna scegliere isolante con ϵ bassa!

Scegliendo opportunamente ϵ si ottiene la situazione $r_2 \geq r_c$

$$r_c = 2 \frac{\epsilon}{\alpha_e} \quad (\text{strato sferico})$$

ALETTE: Hp: problema monodimensionale.

$$\frac{d^2 \vartheta}{dx^2} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} \frac{d\vartheta}{dx} - \frac{q}{2A} \frac{dS}{dx} \vartheta(x) = 0$$

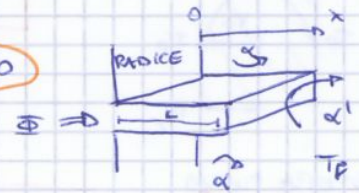
Con: $\vartheta(x) = T(x) - T_e \rightarrow$ eccesso di temperatura
 $A \rightarrow$ sezione trasversale della
 $S \rightarrow$ superficie della

ALETTA PIANA:

$$\begin{cases} \frac{dA(x)}{dx} = 0 \\ S(x) = P \cdot x \Rightarrow \frac{dS(x)}{dx} = P \end{cases} \Rightarrow \frac{d^2 \vartheta}{dx^2} - \frac{qP}{2A} \vartheta(x) = 0$$

$$\beta = \sqrt{\frac{qP}{2A}} \rightarrow \text{coeff. di estinzione}$$

$\alpha' \neq 0 \Rightarrow$ punta dispersente
 $\alpha' = 0 \Rightarrow$ punta non dispersente



PUNTA DISPERSENTE: $\vartheta(x) = \vartheta_0 \frac{\cosh[\beta(L-x)] + \gamma \sinh[\beta(L-x)]}{\cosh(\beta L) + \gamma \sinh(\beta L)}$

$$\Phi_{AL} = \beta 2A \vartheta_0 \frac{\gamma + \tanh(\beta L)}{1 + \gamma \tanh(\beta L)}$$

Con: $\gamma = \frac{\alpha'}{2\beta}$

$\vartheta_0 = T_0 - T_f$

PUNTA NON DISPERSENTE: $\vartheta(x) = \vartheta_0 \frac{\cosh[\beta(L-x)]}{\cosh(\beta L)}$

$$\Phi_{AL} = \beta 2A \vartheta_0 \tanh(\beta L)$$

$\dot{\theta} > 0 \Rightarrow$ il sistema si raffredda
 $\dot{\theta} < 0 \Rightarrow$ il sistema si scalda

VEDI GRAFICI SLIDES

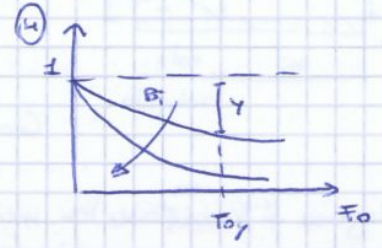
ATTENZIONE! $H_2O \Rightarrow \rho_{20} > 0$ sempre!

Transizione adimensionale: $\frac{t}{t_0} = \left(\frac{\alpha L}{2}\right) \left(\frac{\partial T}{L^2}\right) = Bi \cdot Fo$

$Fo = \frac{\alpha t}{L^2} \rightarrow$ numero di Fourier

$H(Fo) = \left[\frac{\theta_{20} - \theta(t)}{\theta_{20} - \theta_0} \right] = e^{-Bi \cdot Fo}$

$t=0 \Rightarrow H(Fo) = 1$
 $t \rightarrow \infty \Rightarrow H(Fo) \rightarrow 0$



$\gamma = 95\% \Rightarrow$ regime

$Fo_{\gamma} = -\frac{\ln(1-\gamma)}{Bi}$ esempio $Fo_{95,95\%} = -\frac{\ln(1-0,95)}{0,1} \approx 70$

$t_{\gamma} = -t_0 \ln(1-\gamma)$ esempio $\gamma = 0,95 \Rightarrow t_{\gamma} = 7t_0$

CONVEZIONE:



$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n}$ e $q = \alpha (T_s - T_f) \rightarrow$ relazione di Newton

$Nu = \frac{\alpha L}{\lambda_f} \rightarrow$ numero di Nusselt

ATTENZIONE! $Nu \neq Bi!$ In Nu c'è λ_f del fluido, in Bi c'è λ del solido!

BLA BLA su appunti

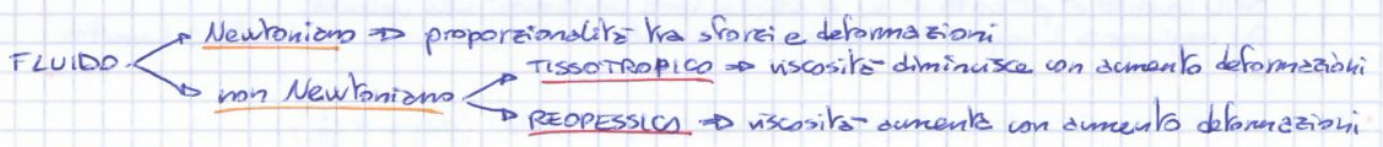
Nu basso \Rightarrow prevale moto laminare
 Nu alto \Rightarrow prevale moto turbolento

VISCOSITÀ: proprietà della sostanza che misura la resistenza di cambiamento di forma.

$\tau = \mu \frac{dw_x}{dy} \rightarrow$ forze di attrito per unità di superficie

$\mu = \nu \cdot \rho \rightarrow$ viscosità dinamica: $\frac{kg}{m \cdot s} \equiv Pa \cdot s$

$\nu \rightarrow$ viscosità cinematica: m^2/s



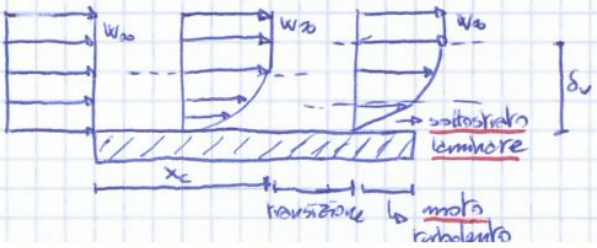
$Re = \frac{w L}{\nu} \rightarrow$ numero di Reynolds

Re basso \Rightarrow moto laminare
 Re alto \Rightarrow moto turbolento

STRATO LIMITE DELLE VELOCITÀ: dimensione geometrica in cui si manifesta il gradiente delle velocità in direzione ortogonale al moto.

altezza strato limite: $\delta_v = 0,59 \cdot w_0$

LASTRA PIANA CON ANGOLO DI INCIDENZA NULLO:



$Re_x = \frac{w_0 \cdot x}{\nu}$

$Re_c = \frac{w_0 \cdot x_c}{\nu} = 500'000$

Raggiunta la stabilità dello strato limite, il moto viene detto completamente sviluppato.

- correlazione campo termico - campo di moto:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{\lambda} \rightarrow \text{numero di Prandtl}$$

$Pr \gg 1 \Rightarrow \alpha \ll \nu \Rightarrow$ fluidi organici (isolanti con viscosità elevata)

$Pr \ll 1 \Rightarrow \alpha \gg \nu \Rightarrow$ metalli liquidi

$Pr = 1 \Rightarrow$ gas ideali

- Numeri:

$$Nu = \frac{\alpha x}{\lambda} = \frac{\alpha \Delta T}{\frac{\lambda}{x} \Delta T} \Rightarrow \text{rapporto tra flussi} = \frac{\text{flusso convezione}}{\text{flusso conduzione}}$$

$$Re = \frac{\rho W x}{\mu} = \frac{W x}{\nu} \Rightarrow \text{rapporto tra forze} = \frac{\text{forza inerzia} \rightarrow \text{trasmette perturbazione}}{\text{forza viscosa} \rightarrow \text{si oppone a perturbazione}}$$

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda} = \frac{\nu}{\alpha} \Rightarrow \text{rapporto tra energie} = \frac{\text{trasporto en. meccanica}}{\text{trasporto en. termica}}$$

- Calcolo di T_f (T fluido): moto non confinato $\Rightarrow T_f = T_{\infty}$
 moto confinato $\Rightarrow T_f = T_b \rightarrow$ T di mescolamento adiabatico

$$T_f = T_b = \frac{\int_1^2 T \cdot c_p \cdot \rho \cdot W \cdot dA}{\int_1^2 c_p \cdot \rho \cdot W \cdot dA}$$

- Relazioni: CONVEZIONE FORZATA: $Nu = B Re^m Pr^n$

CONVEZIONE LIBERA:

$$Nu = B Gr^m Pr^n$$

$$Nu = B (Gr Pr)^n = B Ra^n$$

Con:

$B, m, n \rightarrow$ coeff. determinati da dati sperimentali
 $Gr \rightarrow$ numero di Grashof
 $Re \rightarrow$ numero di Rayleigh

$$Gr = \frac{L^3 \rho g \beta (T_s - T_f)}{\frac{\mu^2}{\rho}} \rightarrow \text{forze di galleggiamento}$$

$$\rightarrow \text{forze viscosive}$$

Con: $L \rightarrow$ dimensione caratteristica legata alla direzione del moto (voria a seconda della gravità)
 $g \rightarrow$ accelerazione di gravità
 $\beta \rightarrow$ coeff. di espansione termica volumica del materiale

$$\beta = -\frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial T} \Big|_{p=\text{cost.}} ; \text{ gas ideale } \Rightarrow \beta = \frac{1}{T} \rightarrow \text{va indicata dalla correlazione}$$

Si può anche scrivere:

$$Gr = \frac{L^3}{\nu^2} g \beta (T_s - T_f)$$

- CONVEZIONE FORZATA SU LASTRA PIANA (per es. alette):



strato limite laminare ($Re_x < Re_c$): $Nu_x = \frac{\alpha_x x}{\lambda} = 0,332 Re_x^{0,5} Pr^{1/3}$

strato limite turbolento ($Re_x > Re_c$): $Nu_x = \frac{\alpha_x x}{\lambda} = 0,0296 Re_x^{0,8} Pr^{1/3}$

Con $Re_x = \frac{W_0 x}{\nu}$ e $Re_c = 500.000$

Calcoliamo Nu medio:

$$\alpha = \frac{1}{L} \left(\int_0^{x_c} \alpha_x dx + \int_{x_c}^L \alpha_x dx \right) \quad (\text{caso alette: } L=b)$$

$$Nu_{medio} = \frac{\alpha L}{\lambda} = 0,664 \left(Re_{x=L}^{0,5} - 23,550 \right) Pr^{1/3}$$

Mole 3 T si può sempre ricavare la quarta. Di solito, però, la 1^a non si conoscerà!

METODO E-NTU:

efficienza scambiatore: $\epsilon = \frac{\Phi}{\Phi_{max}}$ → flusso effettivamente scambiato / flusso max scambiabile
 ↳ calcolato sempre in controcorrente!

$\Delta T_{max} = T_{c,i} - T_{p,i} \Rightarrow \Phi_{max} = C_{min} (T_{c,i} - T_{p,i})$

C_{min} → associata al fluido che compie la massima escursione!

Flusso effettivo: $\Phi = C_c (T_{c,i} - T_{c,u}) = c_p (T_{p,u} - T_{p,i})$ → si sceglie la scrittura che fa semplificare

$C_{min} = C_c \Rightarrow \epsilon = \frac{T_{c,i} - T_{c,u}}{T_{c,i} - T_{p,i}}$
 $C_{min} = c_p \Rightarrow \epsilon = \frac{T_{p,u} - T_{p,i}}{T_{c,i} - T_{p,i}}$

numero di unità di trasferimento: $NTU = \frac{K \Delta T_{TOT}}{C_{min}}$

Sfruttando i valori di $\eta, \Phi, \Delta_1/\Delta_2$ già trovati, si ottiene:

CASO CONTROCORRENTE:

$$\epsilon = \frac{1 - e^{-\left(1 - \frac{C_{min}}{C_{max}}\right) NTU}}{1 - \frac{C_{min}}{C_{max}} e^{-\left(1 - \frac{C_{min}}{C_{max}}\right) NTU}}$$

$\frac{C_{min}}{C_{max}} \rightarrow 1 \Rightarrow$ forma indeterminata:

$$\lim_{\frac{C_{min}}{C_{max}} \rightarrow 1} \epsilon = \frac{NTU}{1 + NTU}$$

CASO EQUICORRENTE:

$$\epsilon = \frac{1 - \frac{\Delta_2}{\Delta_1}}{1 + \frac{C_{min}}{C_{max}}} = \frac{1 - e^{-\left(1 + \frac{C_{min}}{C_{max}}\right) NTU}}{1 + \frac{C_{min}}{C_{max}}}$$

CAMBIAMENTO DI FASE ⇒ $C_{max} \rightarrow \infty$

⇒ $\epsilon = 1 - e^{-NTU}$ sia equicorrente che controcorrente

IRRAGGIAMENTO: può avvenire anche nel vuoto

vel di propagazione: $c = \lambda f$
 ↳ vuoto ⇒ $c_0 \approx 3 \cdot 10^8$ m/s
 ↳ mezzo ⇒ $c = c_0/n$ n → indice di rifrazione riferito al vuoto

$\lambda = 10^{-2}$ μm < radiazione termica < 10^2 μm

ANGOLO SOLIDO: rapporto tra una sup e un raggio². Angolo giro solido: 4π sr (steradiani)

intensità dell'emissione monocromatica: $i_{\lambda, \theta} = \lim_{\Delta\Omega, \Delta A, \Delta w \rightarrow 0} \frac{\Phi_{\lambda w}}{\Delta\Omega \Delta A \Delta w \cos\theta} = \frac{\partial^3}{\partial\lambda \partial\Omega \partial w} \left(\frac{\Phi_{\lambda w}}{\cos\theta} \right)$

U di m: $\frac{W}{m^2 \mu m sr}$