NUMERO: 950

DATA: 05/05/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Lo Curzio

MATERIA: Fisica II

Prof. Lavagno

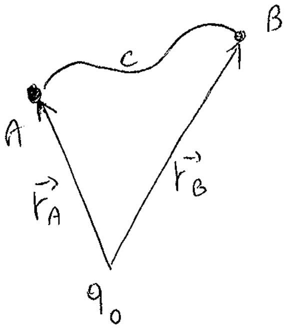
FISICA II

Prof. Andrea Lavagno

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 100

LAVORO ELETTROSTATICO

$$W = \int_c \vec{F} \cdot d\vec{s} = -\underset{\substack{\uparrow \\ \text{en. potenziale} \\ \text{elettrostatica}}}{\Delta U} = -(U_B - U_A) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{en. cinetica}}}{\Delta K} = K_B - K_A$$



$$W = q_0 \overbrace{\int_A^B \vec{E}\, d\vec{s}}^{\text{definizione di campo}} = -\underbrace{\left(\frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r_B} - \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r_A} \right)}_{\substack{\uparrow \\ \text{definizione di} \\ \text{en. pot. elettrostatica}}}$$

Il campo elettrico è CONSERVATIVO, per cui l'integrale $\int_A^B \vec{E}\, d\vec{s}$ può essere espresso come differenza dei valori di una nuova funzione, ch'è il POTENZIALE ELETTROSTATICO

$-\int_A^B \vec{E}\, d\vec{s} = V_B - V_A$ → il segno "-" davanti deriva dalla relazione $W = -\Delta U$.

$\searrow W = -[U(\infty) - U(r)]$

Lavoro per portare la carica da r all'∞.

Da questa relazione otteniamo:

$$W = -q_0 (V_B - V_A)$$
$$\Delta U = q_0 (V_B - V_A)$$

Il lavoro di una forza elettrica si può sempre esprimere attraverso l'integrale di linea del campo elettrico lungo il percorso seguito dalla carica.

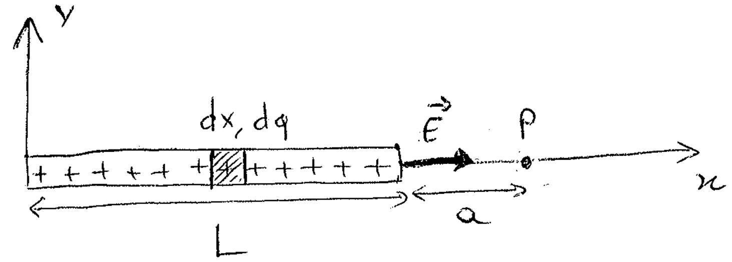
IL CAMPO COME GRADIENTE DEL POTENZIALE

$$dV = V(x+dx, y+dy, z+dz) - V(x, y, z) = -\vec{E} \cdot d\vec{r} =$$
$$= -E_x\, dx - E_y\, dy - E_z\, dz.$$

Poiché $\Delta V = -\int_A^B \vec{E}\, d\vec{s}$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = -\vec{\nabla} V}$$

ESEMPI DI POTENZIALE E CAMPO ELETTROSTATICI (1)



$\lambda = \frac{dq}{dx} = \text{cost.} = \frac{Q}{L}$ (per la diretta proporzionalità)

↓

densità lineare di carica

$\vec{E}_{(P)} = E\,\vec{u}_x$ $\qquad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dq}{(a+L-x)^2}, \quad dq = \lambda\, dx$

→ distanza del punto P al pacchetto

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dx}{(a+L-x)^2}$$

Consideriamo un cambio di variabile $y = a + L - x$, $dy = -dx$

$$E = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dy}{y^2} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{y}\right]_a^{a+L} =$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{a} - \frac{1}{a+L}\right] = \frac{\lambda L}{4\pi\varepsilon_0(a(a+L))} =$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a(a+L)}$$

Se P è lontano dalla sbarra $\Rightarrow$ $a \gg L$ $\qquad \boxed{E \simeq \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}}$

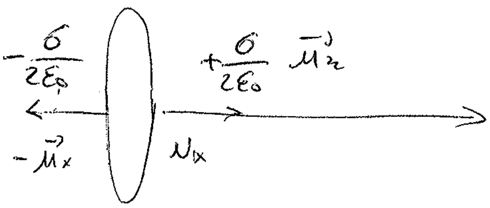
- Se $x \to 0$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{u}_x$$

$$V(x) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\Sigma}\frac{dq}{d} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{r\,dr}{\sqrt{x^2+r^2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{R^2+x^2}-x\right]$$

- Se $x \to 0$

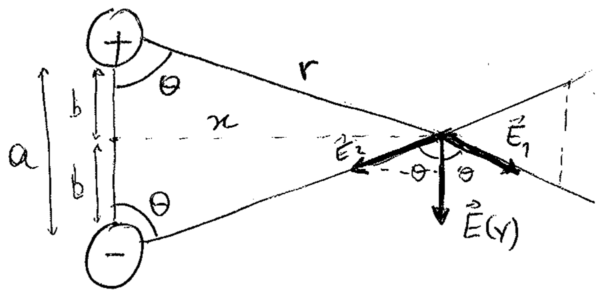
$$V(x\to 0) = \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}$$



$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$$
$$\Downarrow$$
$$E_x = -\frac{\partial V(x)}{\partial x}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 9 di 100

DIPOLO ELETTRICO



$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, $|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|q|}{r^2}$

è verso il basso

$E_y = -2 \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \cos\theta$

è il doppio di ogni singolo campo

$\cos\theta = \frac{b}{r} = \frac{b}{\sqrt{x^2+b^2}}$

$\vec{E} = -2 \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q\,b}{(x^2+b^2)^{3/2}}$

- Il MOMENTO DEL DIPOLO $\vec{p} = 2bq\,\vec{u}_y = aq\,\vec{u}_y$ è l'unica grandezza caratteristica del dipolo, ciò indica che da misure di potenziale massimo possiamo ricavare informazioni su $\vec{p}$ ma non sulla costituzione del sistema

$\vec{E} = -\frac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+b^2)^{3/2}}$

Se $x \gg b$

$$\boxed{\vec{E} \simeq -\frac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 x^3}}$$

TEOREMA DI GAUSS

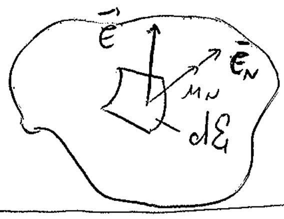
Se consideriamo un generico flusso di velocità $\vec{v}$ e densità di fluido ρ attraverso una superficie Σ, il flusso di particelle sarà dato da

$$\phi = \vec{J}\vec{\Sigma} = \rho\vec{v}\vec{\Sigma}$$

dove $\vec{J}$ è la corrente $\rho\vec{v}$.

Se andiamo a considerare una superficie $d\Sigma$ in una regione in cui è definito un campo $\vec{E}$ e la orientiamo fissando il verso del versore della normale $\vec{u}_N$, si definisce FLUSSO DEL CAMPO $\vec{E}$ ATTRAVERSO $d\Sigma$ la quantità

$$d\phi(\vec{E}) = \vec{E}\cdot\vec{u}_N\, d\Sigma = E_n\, d\Sigma$$



$$\boxed{\phi(\vec{E}) = \int_{\Sigma} \vec{E}\, u_N\, d\Sigma}$$

Lungo tutta Σ.

In una superficie CHIUSA $\quad \phi(\vec{E}) = \oint_{\Sigma} \vec{E}\, u_N\, d\Sigma$

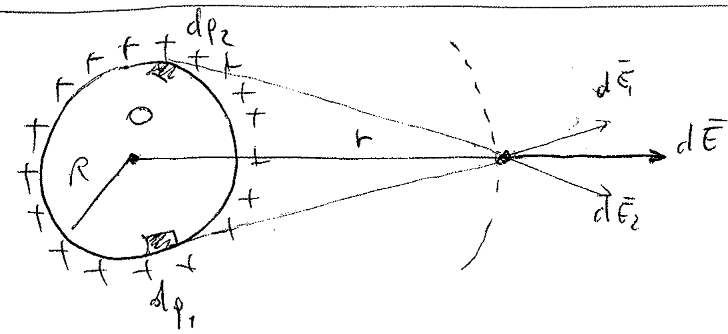
La legge di GAUSS stabilisce che

$$\boxed{\phi(\vec{E}) = \oint \vec{E}\,\vec{u}_N\, d\Sigma = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$

Poiché per il teorema di Gauss sappiamo che il flusso vale sempre $\frac{q}{\varepsilon_0}$, qualsiasi sia la superficie, possiamo ricavarci il campo elettrico in diverse situazioni.

$$\boxed{E = \frac{q}{\varepsilon_0 \Sigma}}$$

DISTRIBUZIONE SFERICA SUPERFICIALE



Il campo su ogni superficie di raggio r è costante perché è la somma di tutti i contributi simmetrici, per questo si può portare fuori dall'integrale.

$$\Phi(\bar{E}) = \oint E\, \vec{u}_r \vec{u}_N \, d\Sigma = E(r) \oint d\Sigma = E(r)\, 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Poiché $q = 4\pi R^2 \sigma$

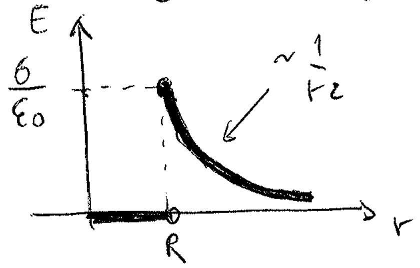
$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}$$

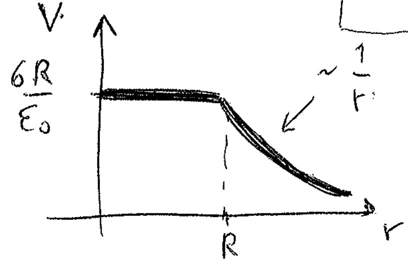
Il campo all'esterno di una distribuzione superficiale sferica uniforme di carica è uguale a quello di una carica puntiforme posta al centro della superficie.

- Se $r<R$ il flusso è nullo perché anche $\bar{E}$ è nullo. Il campo presenta la discontinuità $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ nel passaggio attraverso lo strato carico. $(R=r)$

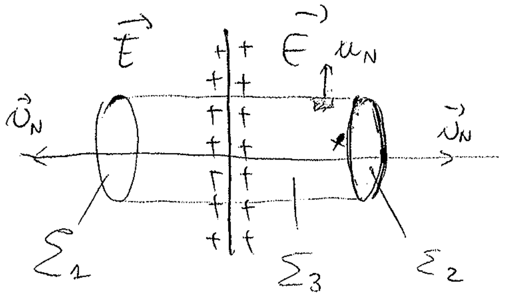
Il potenziale vale $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$ per $r > R$. Per $r \leq R$ il è costante in tutti i punti della superficie con un determinato raggio.

$$\boxed{\begin{aligned}\Delta V &= -\int \bar{E}\, ds = 0 \\ V &= cost.\end{aligned}}$$





PIANO INDEFINITO UNIFORMEMENTE CARICO



$$\oint_{\Sigma} \vec{E}\vec{u}_N d\Sigma = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = \int_{\Sigma_1} \vec{E}\vec{u}_N d\Sigma + \int_{\Sigma_2} \vec{E}\vec{u}_N d\Sigma + \cancel{\int_{\Sigma_3} \vec{E}\vec{u}_N d\Sigma}$$

$E \perp \vec{u}_N$

$$= E\Sigma_1 + E\Sigma_2 = 2E_x\Sigma_1$$ aree di base del cilindro

Ma poiché $\Phi_{(E)} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

$$\Phi_{(E)} = 2E_x\Sigma_1 = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma\Sigma_1}{\varepsilon_0}$$

$$\Downarrow$$

$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$ $\left[E_x = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \right.$ a sinistra del piano $\left.\right]$

$$\Delta V = -\int \vec{E}\,d\vec{s}$$

$$V(x_2) - V(x_1) = -\int_{x_1}^{x_2} E_x\,dx = \boxed{-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(x_2 - x_1)}$$

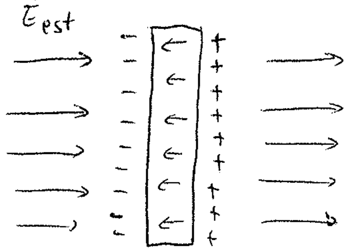
N.B. Non importa quale sia la forma del piano, se $x \ll R$, ovvero è molto vicino al piano, il campo elettrico sarà sempre

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

CONDUTTORI IN EQUILIBRIO ELETTROSTATICO

I materiali conduttori sono caratterizzati dal fatto che nel loro interno sono verificate particolari condizioni per cui è possibile il moto di alcune delle cariche che li costituiscono. Con l'applicazione di un opportuno campo $\vec{E}$ si può dar luogo ad una corrente elettrica. Nei fenomeni elettrostatici le cariche sono fisse e questa condizione richiede che all'interno di un conduttore il campo sia nullo. Per cui, per lo stato di conduttore in equilibrio elettrostatico

1) $$\vec{E} = 0.$$

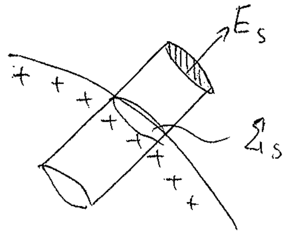


Il campo elettrico esterno che muove le cariche e il successivo campo elettrico interno indotto si neutralizzano e alla fine $\vec{E} = 0$.

(GAUSS)

2) $$\oint \vec{E}\,\vec{u}_N\, d\Sigma = E_s \Sigma_s = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma \Sigma_s}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E_n^{(x,y,z)} = \frac{\sigma_{(x,y,z)}}{\varepsilon_0}}$$

SULLA SUPERFICIE



Una base è contenuta dentro il conduttore, dove $\vec{E} = 0$, e l'altra nelle immediate vicinanze dove il campo è <u>perpendicolare alla superficie</u>. La legge ricavata la indichiamo come TEOREMA DI COULOMB.

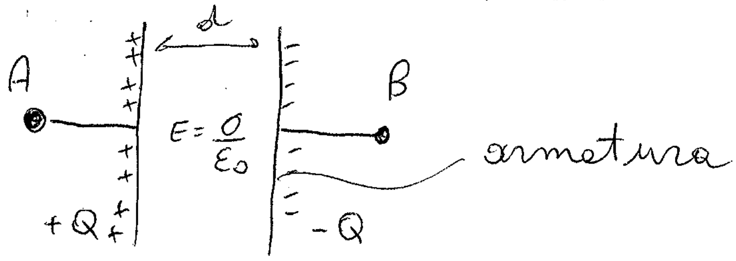
3) $$\Delta V = -\int \vec{E}\, d\vec{s} = 0 \quad \text{perché } \vec{E} \perp d\vec{s}$$

$$V_B - V_A = 0 \Rightarrow \boxed{V_A = V_B}$$

Il potenziale elettrostatico è costante su tutto il conduttore

CONDENSATORI

– Condensatore piano



$$\Delta V = -\int_1^2 \vec{E}\, d\vec{s}$$

$$V_2 - V_1 = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\overbrace{(x_2 - x_1)}^{d}$$

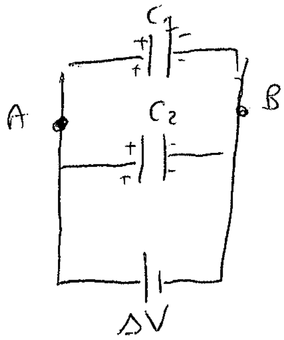
$$V_1 - V_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d$$

$$|\Delta V| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d = \dots = \frac{Q}{\varepsilon_0 \Sigma} d$$

$$\boxed{\frac{Q}{|\Delta V|} = \frac{\varepsilon_0 \Sigma}{d} = C} \Leftarrow$$

CAPACITA'
CONDENSATORE
PIANO

CONDENSATORI IN PARALLELO



$$Q_1 = C_1 \Delta V$$

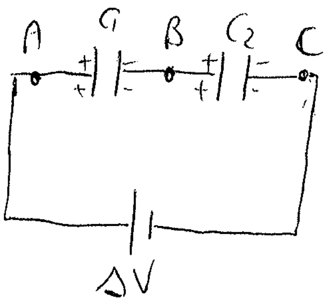
$$Q_2 = C_2 \Delta V$$

, la diff di potenziale è uguale su entrambi i condensatori

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_1 \Delta V + C_2 \Delta V = (C_1 + C_2)\Delta V = C_{ep} \Delta V$$

$$\boxed{C_{ep} = C_1 + C_2}$$

CONDENSATORI IN SERIE



C_2 si carica per induzione, quindi

$$Q_1 = Q_2$$

$$Q = |Q_1| = |Q_2|$$

$$V_C - V_B = \frac{Q}{C_2} \quad , \quad V_B - V_A = \frac{Q}{C_1}$$

$$V_C - V_A = V_C - V_B + V_B - V_A = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) Q$$

$$\Delta V = \frac{Q}{C_{ep}} \quad , \quad \boxed{\frac{1}{C_{ep}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

DIELETTRICI

Vogliamo studiare come viene modificato il campo elettrostatico nello spazio tra conduttori carichi quando questo viene parzialmente o totalmente riempito con un materiale isolante o con un materiale conduttore.

In una situazione di vuoto avremo $\boxed{E_0 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}, \ V_0 = \frac{q_0}{C_0} = E_0 h}$, altrimenti avremo due casi:

- **CONDUTTORE**

Introduciamo tra le armature una lastra conduttrice di spessore $s < h$ si osserva che la ΔV diminuisce. Sulle facce della lastra si formano per induzione elettrostatica due distribuzioni di densità σ_0 con segno tale da annullare il campo dentro la lastra

$$\boxed{V = E_0(h - s) < V_0}$$

$$\boxed{\text{se } h = s \quad V = 0}$$

- **ISOLANTE**

L'isolante è un materiale in cui la carica prodotta localmente non è libera di muoversi. La differenza di potenziale tra le armature diminuisce e l'effetto è minore di quello rilevato con la lastra conduttrice. Il contatto tra la lastra isolante e le armature non produce effetti perché sulla lastra non c'è carica libera. Le sostanze isolanti che riducono ΔV e quindi E sono dette DIELETTRICI e la COSTANTE RELATIVA DEL DIELETTRICO

$$\boxed{K = \frac{V_0}{V_K} > 1}$$

Per quanto riguarda E

$$\boxed{E_K = \frac{V_K}{h} = \frac{V_0}{Kh} = \frac{E_0}{K} = \frac{\sigma_0}{K\varepsilon_0}}$$

POLARIZZAZIONE DEI DIELETTRICI

Negli isolanti, a differenza dei conduttori, gli elettroni sono legati agli atomi e non si allontanano molto da essi.

In presenza di un campo E l'effetto complessivo è misurabile: diciamo che sotto l'effetto di un campo il centro di massa della nube negativa subisce uno spostamento in verso contrario al campo, il nucleo in senso concorde al campo, e si raggiunge una posizione di equilibrio. Detto $\vec{x}$ il vettore che va dal centro della carica negativa al nucleo, ha senso definire il MOMENTO DI DIPOLO ELETTRICO come

$$\boxed{\vec{P}_e = Ze\,\vec{x}}$$

Esso cessa quando si annulla il campo.

Esistono molecole che a causa della loro polarità presentano un momento di dipolo intrinseco $\vec{p}_0$. Quando si applica un campo $\vec{E}$ agisce il momento delle forze che ne causa un orientamento con il campo elettrostatico (solo parziale, perché disturbato dall'agitazione termica).

Questo meccanismo, POLARIZZAZIONE PER ORIENTAMENTO, porta al risultato che ogni molecola acquista un MOMENTO DI DIPOLO ELETTRICO MEDIO $\langle \vec{p} \rangle$ parallelo a $\vec{E}$.

Considerato un volumetto τ contenente N atomi, $\boxed{\vec{p} = N\langle \vec{p} \rangle}$:

VETTORE POLARIZZAZIONE $$\boxed{\vec{P} = \frac{\vec{p}}{\tau} = \frac{N}{\tau}\langle \vec{p} \rangle = \underbrace{n}_{\text{atomi per unità di volume}}\langle \vec{p} \rangle}$$

Nella maggior parte dei dielettrici risulta che

$$\boxed{\vec{P} = \varepsilon_0 (k-1)\vec{E} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}}$$

CORRENTE ELETTRICA

I materiali conduttori solidi sono costituiti da un reticolo spaziale ai cui vertici si trovano gli ioni positivi e al cui interno si trovano gli elettroni liberi. Nel rame, ad esempio, c'è un unico elettrone libero per atomo:

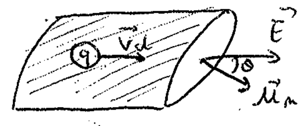
$$Cu: \quad n = \frac{N_A \rho}{M_A} = 8.49 \cdot 10^{28} \text{ elettr}/m^3$$

Il moto degli elettroni liberi in un conduttore in equilibrio elettrost. è totalmente disordinato. In qualsiasi volume τ contenente N elettroni, la velocità media è nulla:

$$\boxed{\vec{v}_m = \frac{1}{N} \sum_i \vec{v}_i = 0}$$

Se si mettono a contatto due conduttori a potenziali diversi, si genera un campo $\vec{E}$ che fa muovere gli elettroni da un conduttore all'altro. Questo moto ordinato genera una CORRENTE ELETTRICA. In questo caso dura per un tempo molto breve e, a tale scopo, è necessario l'utilizzo di un dispositivo che mantenga una differenza di potenziale, chiamato generatore di forza elettro-motrice.

Supponiamo che in una certa regione ci siano n portatori di carica q per unità di volume e che in essa agisca un campo $\vec{E}$. I portatori si muovono acquistando la velocità $\vec{v}_d$ detta VELOCITÀ DI DERIVA



Si definisce INTENSITÀ DI CORRENTE la grandezza $i_m = \frac{\Delta q}{\Delta t}$. L'intensità istantanea è definita come

$$\boxed{i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}}$$

Per mettere in relazione la corrente col moto delle cariche ci riferiamo a una superficie infinitesima $d\Sigma$ la cui normale $\vec{u}_N$ forma un angolo θ con $\vec{E}$ e quindi con $\vec{v}_d$. Nel tempo Δt le cariche percorrono la distanza $\vec{v}_d \Delta t$ per cui la carica totale che passa attraverso $d\Sigma$ nel tempo Δt è quella contenuta nel volume infinitesimo $d\tau$ $(d\Sigma \cdot v_d \Delta t)$

MODELLO CLASSICO DELLA CONDUZIONE

In questo modello si suppone che gli ioni del reticolo cristallino siano fissi e che gli elettroni si muovano attraverso il reticolo in modo completamente disordinato. Nel loro moto gli elettroni subiscono continui URTI con gli ioni: tra un urto e l'altro il moto è libero e la traiettorie rettilinea cosicché la traiettoria è costituita da una successione di segmenti rettilinei, con direzione e lunghezze variabili.

Se $\underline{\vec{E} = 0}$, $\boxed{\Delta t_{med} = \frac{\ell}{V}}$ → (spazio che deve percorrere prima di subire un altro urto)

Se $\underline{\vec{E} \neq 0}$ $\boxed{\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = -\frac{e\vec{E}}{m}}$, acceleraz. opposta a $\vec{E}$

Alla distribuzione casuale si sovrappone la velocità di deriva; essendo questa velocità piccola rispetto a quelle proprie degli elettroni, il tempo medio Δt_{med} non varia. Se chiamiamo $\vec{V}_i$ la velocità dopo un urto e $\vec{V}_{i+1}$ quella prima dell'urto successivo abbiamo che:

$$\boxed{V_{1+i} = V_i - \frac{eE}{m} \Delta t_{med}} \quad \left(\begin{array}{c} \text{si rifà a} \\ V = V_0 + at \end{array} \right)$$

Se facciamo la media su N urti otteniamo $\vec{V}_d$

$$\vec{V}_d = \frac{1}{N} \Sigma_i \vec{V}_{i+1} = \frac{1}{N} \Sigma_i \vec{V}_i - \frac{eE}{m} \Delta t_{med}$$

Ma $\Sigma_i \vec{V}_i = 0$ in quanto dopo ogni urto la distribuzione delle velocità rimane casuale per cui

$$\boxed{\vec{V}_d = -\frac{e \Delta t_{med}}{m} \vec{E}}$$

In sostanza si ammette che l'urto cancelli la direzione preferenziale del moto dovuta all'azione di $\vec{E}$ e che questa venga ristabilita durante il tempo Δt_{med}.

EFFETTI TERMICI

La resistività nella maggior parte dei conduttori metallici puri è una funzione crescente della temperatura

$$\boxed{\rho = \rho_{20}(1 + \alpha \Delta t)}$$

dove ρ_{20} è la resistività a 20 °C. Il coefficiente α è chiamato COEFFICIENTE TERMICO.

Consideriamo una carica dq che si muove attraversando la differenza di potenziale $V = V_A - V_B$; per questo spostamento viene compiuto dal campo agente il lavoro $dW = V dq = V i \, dt$ espresso la POTENZA ELETTRICA

$$P = \frac{dW}{dt} = V i$$

Se vale la legge di Ohm

$$\boxed{P = R i^2 = \frac{V^2}{R}}$$

Poiché $W = \int_0^t P \, dt = \int_0^t R i^2 dt$, se la corrente è costante, allora:

$$\boxed{W = R i^2 t}$$

Questo lavoro è necessario per vincere la resistenza opposta dal reticolo cristallino al moto ordinato degli elettroni ed esso viene assorbito dal conduttore la cui energia interna aumenta. Di conseguenza aumenta la temperatura del conduttore. Se il conduttore è in contatto termico con l'ambiente e la sua temperatura cresce fino a che si raggiunge uno stato di equilibrio in cui l'energia interna non varia più e il lavoro elettrico viene ceduto all'ambiente sotto forma di calore. (EFFETTO JOULE)

FORZA ELETTROMOTRICE

Per un conduttore ohmico $V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \, d\vec{s} = Ri$

Tale relazione applicata ad un circuito chiuso diventa

$$\boxed{\mathcal{E} = \oint \vec{E} \, d\vec{s} = R_T \, i}$$

dove R_T è la resistenza totale del circuito. Per ottenere nel circuito una corrente di intensità i è necessaria la presenza di una sorgente di forza elettro-motrice, ovvero di un campo $\vec{E}$ la cui circuitazione non sia nulla. Non può essere un campo elettrostatico in quanto esso è conservativo, per cui la sorgente di f.e.m. deve avere al suo interno forze di natura non conservativa.

Il generatore è caratterizzato oltre che dalla forza elettromotrice, dalla sua resistenza interna r, per la quale vale la legge di Ohm.

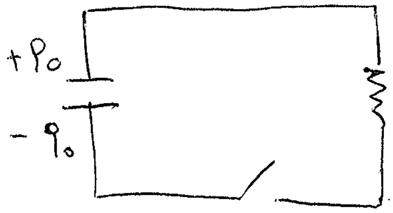
$$\boxed{\mathcal{E} = R_T \, i = (R + r) \, i}$$

$$\boxed{V_A - V_B = Ri = \mathcal{E} - ri}$$

$\Downarrow$

Questa relazione ci dice che la f.e.m. è uguale alla differenza di potenziale ai capi del generatore a circuito aperto $(i = 0)$

- Scarica



La differenza di potenziale ai capi di C vale $V_0 = \frac{q_0}{C}$. Le cariche si muovono dall'armatura a potenziale maggiore a quella a potenziale minore, dando luogo a una corrente positiva $i = -\frac{dq}{dt}$, dove il meno è necessario perché la carica diminuisce nel tempo. Nell'istante generico la differenza di potenziale V_C è uguale a V_R

$$V_C = \frac{q}{C} = V_R = Ri$$

con $i = -\frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{dq}{dt} = -\frac{q}{RC}$

$$\int_{q_0}^{q} \frac{dq}{q} = -\int_0^t \frac{dt}{RC}$$

DURANTE LA SCARICA

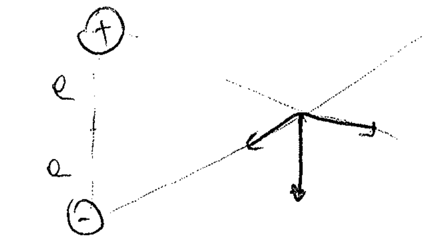
$\boxed{q = q_0 e^{-t/RC}}$, $\boxed{V_C = V_0 e^{-t/RC}}$, $i = -\frac{dq}{dt} = \frac{q_0}{RC} e^{-t/RC} = \frac{V_0}{R} e^{-t/RC}$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{i = \frac{V_C}{R}}$$

2

DIPOLO



$$\vec{E} = -\frac{2qb}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+b^2)^{3/2}} \qquad 2qb \rightarrow \vec{p}$$

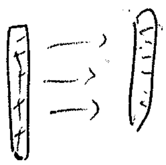
, $\vec{p}$ va dalle cariche negative a quelle positive

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$$

$$W = \int_{\theta_0}^{\theta} M\,d\theta' = pE\cos\theta - pE\cos\theta_0$$

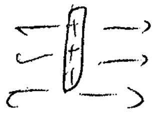
$$\phi(\vec{E}) = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{\varepsilon_0 \Sigma} \quad (\text{se } E \text{ è cost.})$$

Flusso attraverso sup. chiusa = 0



$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\Delta V = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\Delta x$$



$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

• Non importa qual'è la forma del piano, se $x \ll R$ $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

CONDENSATORI

- PIANO $\quad C = \frac{Q}{|\Delta V|} = \frac{\varepsilon_0 \Sigma}{d}$

- SFERICO $\quad C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$

- CILINDRICO $\quad C = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$

PARALLELO

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \ldots$$

SERIE

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots$$

CORRENTE ELETTRICA

$$\Delta q = q n d\tau = (q n v_d) \Sigma \Delta t \cos\theta \rightarrow di = n q v_d d\Sigma \cos\theta$$

$$\underbrace{q n v_d}_{\vec{J}}$$

$$i = \int_\Sigma \vec{j} \, \vec{u}_n \, d\Sigma = j \Sigma$$

4

$$v_d = -\frac{e \Delta t_{med}}{m} \vec{E}$$

$$\vec{J} = -e n \vec{v_d} = \underbrace{\frac{n e^2 \Delta t}{m}}_{\sigma} \vec{E}$$

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \longrightarrow R = \frac{\rho h}{\Sigma} \text{ (RESISTENZA)} \quad , \quad V = Ri$$

$\rho = \rho_{20} (1 + \alpha \Delta t)$ effetti termici

$P = Vi = Ri^2 = \frac{V^2}{R}$ potenza dissipata

$W = Ri^2 t$ lavoro per vincere la resistenza

RESISTORI

- IN SERIE $R_{eq} = R_1 + R_2 + \ldots$
- IN PARALLELO $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots \Rightarrow P = \frac{V^2}{R_{eq}}$

Esiste anche la resistenza del generatore

$$\mathcal{E} = R_T i = (R + r) i$$

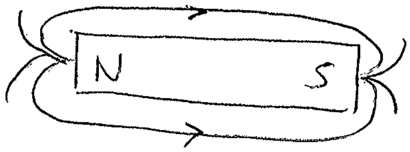
$$\Delta V = \mathcal{E} - ri$$

CAMPO MAGNETICO

Interazione magnetica

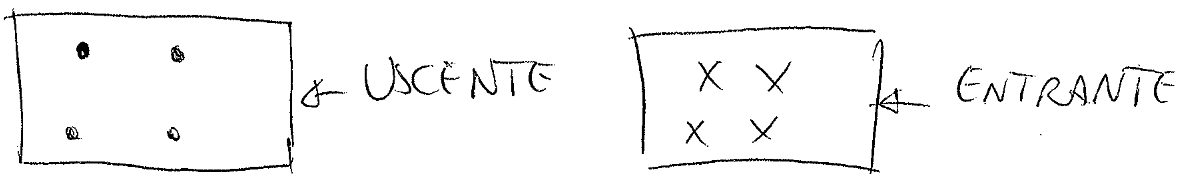
La proprietà di attirare la limatura di ferro, mostrata da alcuni minerali di ferro e in particolare dalla magnetite prese il nome di magnetismo. Le parti in cui si localizza la proprietà di attrazione si chiamano poli del magnete.

- Un magnete genera un campo magnetico



Esistono solo due specie di poli detti positivi e negativi; inoltre si trova che i poli di uno stesso magnete sono sempre di segno opposto.

- Una bacchetta di ferro immersa nel campo magnetico generato dalla magnetite diventa una calamita (magnete artificiale)
- Se sospendiamo ad un filo l'ago magnetico esso tende a disporsi verso il meridiano terrestre. L'esperienza mostra l'esistenza di un campo magnetico terrestre. Il polo positivo si orienta verso nord (N), quello negativo verso sud (S).
- Non è mai stato possibile ottenere un polo magnetico isolato: i poli sembrano esistere solo a coppie di segno opposto (DIPOLI MAGNETICI)
- CAMPO MAGNETICO



FORZA MAGNETICA SU UN CONDUTTORE PERCORSO DA CORRENTE

La corrente elettrica in un conduttore è dovuta all'azione di un campo elettrico. Se n è il numero di elettroni liberi $-e$, la densità di corrente sarà $\vec{j} = -ne\vec{v}_d$, allora:

$$\vec{F}_L = -e\vec{v}_d \times \vec{B}$$

In un tratto di conduttore lungo ds e di sezione Σ sono contenuti $n\Sigma ds$ elettroni e la forza risultante è:

$$d\vec{F} = n\Sigma ds\,\vec{F}_L = -(\Sigma ds)\,ne\,\vec{v}_d \times \vec{B} =$$
$$= \Sigma ds\,\vec{j} \times \vec{B}$$

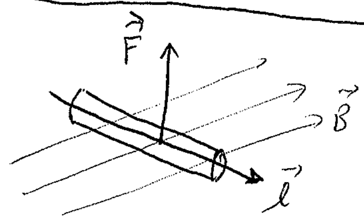
Ma poiché $i = \Sigma j$

$$\boxed{d\vec{F} = i\,d\vec{s} \times \vec{B}}$$

SECONDA LEGGE ELEMENTARE DI LAPLACE

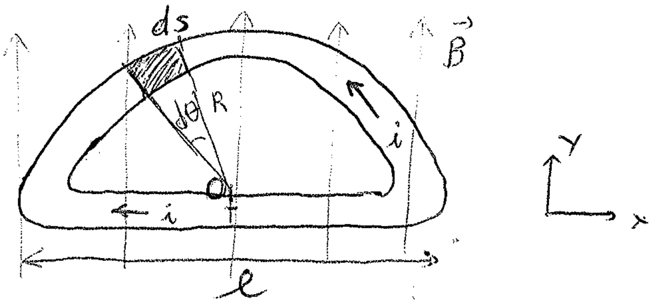
$$\boxed{\vec{F} = i\int_A^B d\vec{s} \times \vec{B}}$$

La forza magnetica è ortogonale al filo e al campo



- La forza su un filo percorso da corrente su cui agisce $\vec{B}$ dipende solo dalla lunghezza del filo
- La forza su un circuito è pertanto nulla $(A \equiv B)$

FORZA AGENTE SU UN CONDUTTORE SEMICIRCOLARE



- $\vec{B}$ uniforme diretto nel verso delle y
- F_1 forza che si esercita sul tratto rettilineo
- F_2 forza che si esercita sul tratto curvilineo

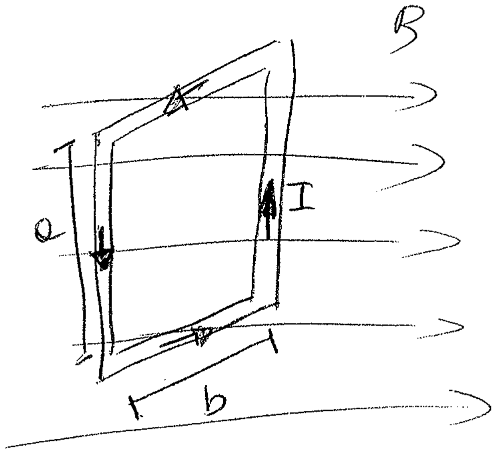
$|\bar{F}_1| = i\,l\,B = i\,2R\,B$ Il verso di F_2 è uscente ⊙

$|d\bar{F}_2| = iB \operatorname{sen}\theta\, ds$

→ per integrare bisogna scrivere ds in fun di θ $ds = R\,d\theta$

$$|\bar{F}_2| = \int_0^{\pi} iB \operatorname{sen}\theta \cdot R\,d\theta = iBR\int_0^{\pi} \operatorname{sen}\theta\, d\theta = 2iBR$$

Se il campo magnetico forma un angolo θ rispetto ad una retta $\perp$ al piano della spira



LE FORZE AGENTI SUI LATI LUNGHEZZA b SI ANNULLANO RECIPROCAMENTE. LE FORZE AGENTI SUI LATI DI LUNGHEZZA a, CIASCUNO IN MODULO IaB SONO UGUALI E CONTRARIE, MA COSTITUISCONO UNA COPPIA DI BRACCIO $b\sin\theta$.

$$M = b\sin\theta F = IaBb\sin\theta = IB\Sigma\sin\theta$$

DEFINIAMO MOMENTO MAGNETICO DELLA SPIRA

$$\vec{m} = I\Sigma$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}}$$

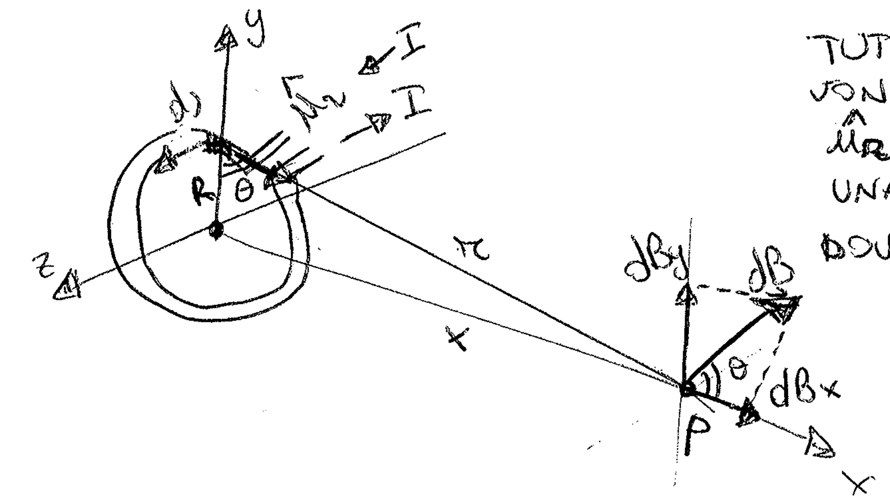
Anche per il dipolo magnetico si definisce una ENERGIA POTENZIALE:

$$U_p = -\vec{m} \cdot \vec{B} = -mB\cos\theta = -i\Sigma B\cos\theta$$

Esiste una relazione tra $\vec{M}$ e U_p:

$$M = -\frac{dU_p}{d\theta} = -mB\sin\theta$$

CAMPO MAGNETICO SULL'ASSE DI UNA SPIRA CIRCOLARE



TUTTI GLI ELEMENTI ds SONO PERPENDICOLARI AD $\hat{u}_R$ E SI TROVANO AD UNA DISTANZA r da P, DOVE $r^2 = x^2 + R^2$.

Il modulo di $d\vec{B}$ è:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{|d\vec{s} \times \hat{u}_r|}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{ds}{x^2+R^2}$$

Il verso di dB è ortogonale al piano generato da $d\vec{s}$ e $\hat{u}_r$. $d\vec{B}$ può essere scomposto nelle componenti dBx e dBy (quest'ultimi, quando si sommano i contributi di tutti gli elementi ds, si elidono a due a due per la simmetria del problema). ⇒ IL CAMPO MAGNETICO RISULTANTE IN P È DIRETTO LUNGO L'ASSE X

$$dB_x = dB \cdot \cos\theta \Rightarrow B_x = \oint_{spira} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{ds}{x^2+R^2} \cdot \cos\theta .$$

Poichè $\cos\theta = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{x^2+R^2}}$, θ, x e R costanti

$$\Rightarrow B_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{R}{(x^2+R^2)^{3/2}} \oint ds = \frac{\mu_0 I R}{4\pi} \cdot \frac{2\pi R}{(x^2+R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}}$$

NEL CENTRO DELLA SPIRA $(x=0) \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2R}$

SE $x \gg R \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3}$, poichè $m = i\Sigma = I\pi R^2$ (MOMENTO MAGNETICO SPIRA)

$$\Rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{m}{x^3}} \quad (*)$$

Per integrare devo fare un cambio di variabili

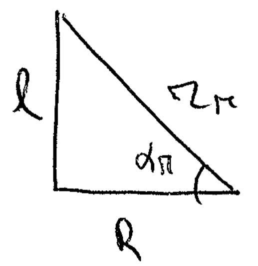
$$R\tan\alpha = l \Rightarrow dl = R\cdot \frac{d(\tan\alpha)}{d\alpha}\cdot d\alpha$$

$$= R\cdot\frac{1}{\cos^2\alpha}\, d\alpha = dl$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\int_0^l \cos\alpha \cdot \frac{\cancel{\cos^2\alpha}}{R^2}\cdot R\cdot\frac{1}{\cancel{\cos^2\alpha}}\, d\alpha =$$

$$= \frac{\mu_0 i}{2\pi R}\int_0^l \cos\alpha\, d\alpha =$$

$$= \frac{\mu_0 i}{2\pi R}\int_0^{\alpha_{MAX}} \cos\alpha\, d\alpha$$



$$r_M \sin\alpha_M = l$$

$$\Rightarrow \sin\alpha_M = \frac{l}{\sqrt{R^2+l^2}}$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}\cdot \sin\alpha\Big|_0^{\alpha_M} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}\cdot \sin(\alpha_M) =$$

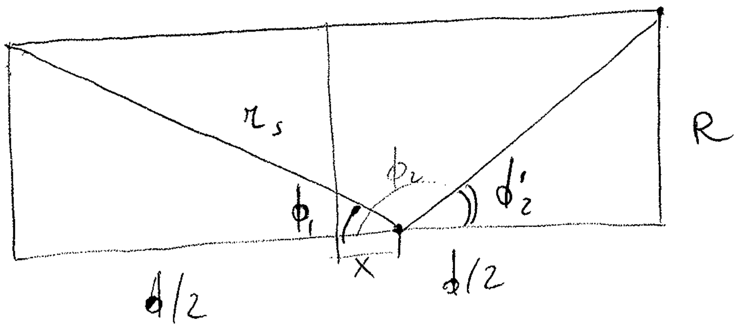
$$= \boxed{\frac{\mu_0 i}{2\pi R}\cdot\frac{l}{\sqrt{R^2+l^2}} = B}$$

LEGGE BIOT-SAVART

Sul piano mediano $\vec{B}$ è costante su ogni circonferenza di raggio R ed è tangente a tale circonferenza.

se $l >> R$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$



$$B = \mu_0 \frac{m i}{2} (\cos\phi_1 - \cos\phi_2)$$

- $r_s \cos\phi_1 = \frac{d}{2} + x \longrightarrow \cos\phi_1 = \frac{\frac{d}{2} + x}{\sqrt{R^2 + (\frac{d}{2}+x)^2}} = \frac{d + 2x}{\sqrt{4R^2 + (d+2x)^2}}$

- $\phi_2' = \pi - \phi_2$

$\cos\phi_2 = -\cos\phi_2'$

$r_d \cos\phi_2' = \frac{d}{2} - x \Rightarrow \cos\phi_2' = \frac{d - 2x}{\sqrt{4R^2 + (d-2x)^2}}$

$$\boxed{B = \mu_0 \frac{m i}{2} \left[\frac{d+2x}{\sqrt{4R^2 + (d+2x)^2}} - \frac{d - 2x}{\sqrt{4R^2 + (d-2x)^2}} \right]}$$ Formula generale

→ $\boxed{x = 0}$ (B_{MAX}) → $\mu_0 m i \frac{d}{\sqrt{4R^2 + d^2}}$

Se $d \gg R$

$B = \mu_0 m i$

→ $\boxed{x = \frac{d}{2}}$ → $\frac{\mu_0 m i}{2} \frac{d}{\sqrt{R^2 + d^2}}$

LEGGE DI GAUSS PER IL CAMPO MAGNETICO

Le linee del campo magnetico sono sempre linee chiuse continue e lungo di esse il verso di $\vec{B}$ è sempre lo stesso.

$$\Phi_B = \int_{\Sigma} \vec{B}\,\vec{u}_n\, d\Sigma$$

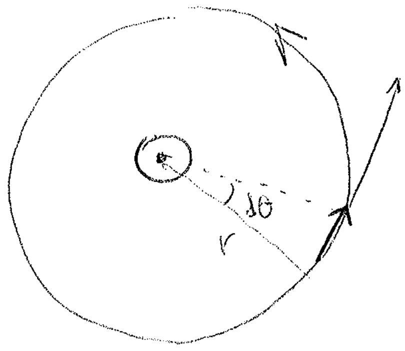
Ogni linea di campo entrante in una superficie chiusa deve necessariamente uscirne

$$\oint \vec{B}\,\vec{u}_n\, d\Sigma = 0$$

$$\vec{\nabla}\,\vec{B} = 0$$

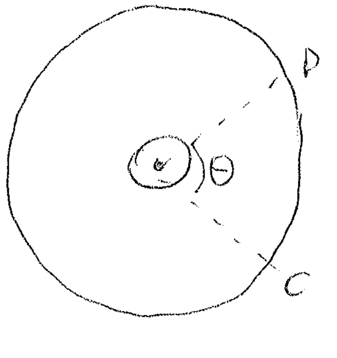
LEGGE DI AMPÈRE

Un filo rettilineo indefinito percorso da corrente i, che produca il campo magnetico



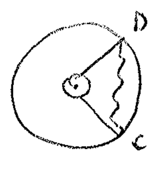
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

$$\vec{B}\,d\vec{s} = \frac{\mu_0 i}{2\pi \cancel{r}}\,\cancel{r}\,d\theta = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\,d\theta$$



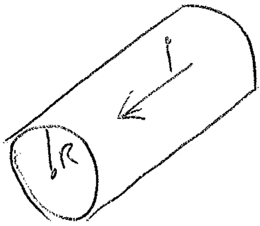
$$\int_C^D \vec{B}\,d\vec{s} = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\,\theta$$

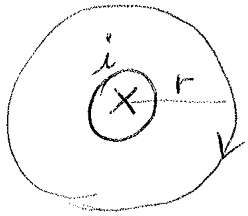
Questo risultato vale per qualsiasi distanza (non dipende da r).



Verrà utilizzata la stessa formula

FILO RETTILINEO INDEFINITO



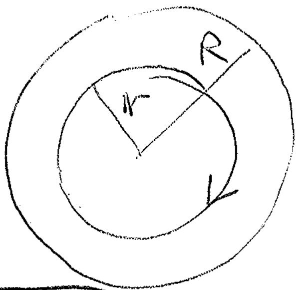


$$\boxed{r >> R}$$

$$\vec{B} \oint d\vec{s} = \mu_0 i_{Tot}$$

$$B 2\pi r = \mu_0 i_{TOT}$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}}$$



$$\boxed{r < R}$$

$$\oint_C \vec{B}\, d\vec{s} = \mu_0 i'$$

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 i'$$

$$B = \frac{\mu_0 i'}{2\pi r}$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 i'}{2\pi r}}$$

$$\frac{i_{TOT}}{\pi R^2} = \frac{i'}{\pi r^2}$$

$$\boxed{i' = i_{TOT} \frac{r^2}{R^2}}$$ (Regime di **STAZIONARIETA'**)

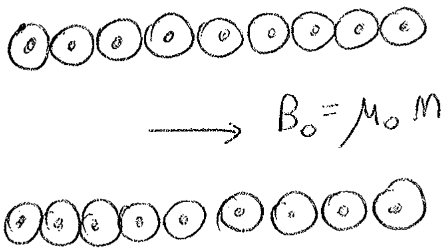
Utilizziamo la LEGGE DI OHM

$$\Delta V = R i_{TOT} = R' i'$$

$$i' = i \frac{R}{R'} = i \frac{\Sigma'}{\Sigma} = i \frac{\pi r^2}{\pi R^2}$$

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi r} i_{TOT} \frac{r^2}{R^2} = \frac{\mu_0 i_{TOT}}{2\pi R^2} \cdot r \quad (r < R)$$

PROPRIETÀ MAGNETICHE DELLA MATERIA



$\longrightarrow B_0 = \mu_0 n i$

Nel mezzo $\vec{B} \neq \vec{B}_0$, ma i due valori sono legati da

$$\boxed{K_m = \frac{B}{B_0}}$$

detta PERMEABILITÀ MAGNETICA RELATIVA

$B = K_m B_0 = \mu_0 K_m n i = \mu n i$, con

$$\boxed{\mu = K_m \mu_0}$$

PERMEABILITÀ MAGNETICA ASSOLUTA

$$\vec{B}_m = \vec{B} - \vec{B}_0 = (K_m - 1)\vec{B}_0 = \chi_m \vec{B}_0$$

con $\boxed{\chi_m = K_m - 1}$ SUSCETTIVITÀ MAGNETICA

$$\boxed{\vec{M} = \chi_m \vec{H} = (K_m - 1)\vec{H}}$$

dove $\vec{M}$ è la MAGNETIZZAZIONE e $\vec{H}$ è il vettore $\boxed{\vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} = n i}$

$$\boxed{\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_m = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})}$$

Per il solenoide: $\vec{B} = \mu_0 n i + \underbrace{\mu_0 \chi_m n i}_{\text{fattore aggiuntivo}}$

CAMPO MAGNETICO SULL'ASSE DI UNA SPIRA CIRCOLARE

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}}$$

$$\boxed{x = 0 \qquad B = \frac{\mu_0 I}{2R}}$$

$$\boxed{x >> R \qquad B = \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3}}$$

CAMPO MAGNETICO PRODOTTO DA UN FILO RETT.

(BIOT - SAVART)

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \cdot \frac{l}{\sqrt{l^2 + R^2}}}$$

$$l >> R \longrightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}}$$

CAMPO MAGNETICO PRODOTTO DA UN SOLENOIDE

$$\boxed{\begin{array}{l} d >> R \\ B = \mu_0 n i \end{array}}$$

AZIONI TRA FILI PERCORSI DA CORRENTE

$$\boxed{\frac{|\vec{F}_{21}|}{L} = \frac{|\vec{F}_{12}|}{L} = \frac{\mu_0 i_2 i_1}{2\pi d} \vec{u}_x}$$

sono discordi se i versi di i_1 e i_2 sono concordi e viceversa

SOSTANZE DIAMAGNETICHE

$K_m < 1 \Rightarrow \chi_m < 0$

SOSTANZE PARAMAGNETICHE

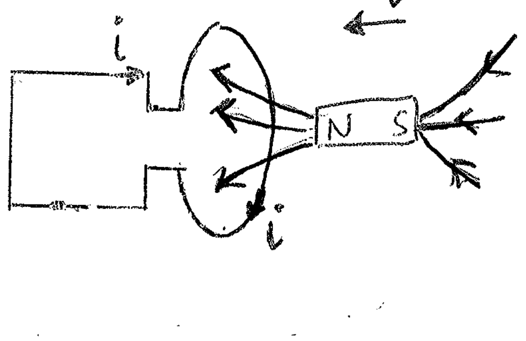
$K_m > 1 \Rightarrow \chi_m > 0$

SOSTANZE FERROMAGNETICHE

$K_m \neq cost \Rightarrow \chi_m \neq cost.$

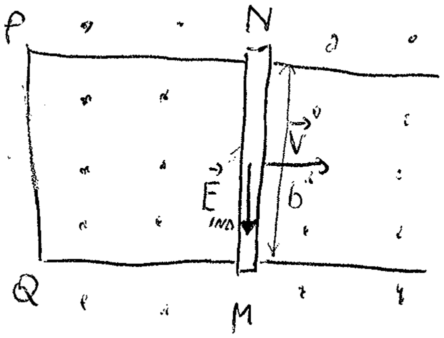
CAMPI ELETTRICI E MAGNETICI VARIABILI NEL TEMPO

Il campo elettrostatico $\vec{E}$ è generato da cariche fisse mentre $\vec{B}$ da cariche in moto stazionario. Un campo magnetico variabile nel tempo genera un campo elettrico non conservativo che può dar luogo a una forza elettro-motrice. Un campo elettrico e un campo magnetico variabili non possono esistere separatamente ma vanno riuniti nel concetto di CAMPO ELETTROMAGNETICO.



$\frac{d\vec{B}}{dt} > 0$ (campo variabile)

ORIGINE DEL CAMPO $\vec{E}$ INDOTTO E DELLA FORZA ELETTROMOTRICE INDOTTA



Lo spostamento del tratto MN genera una Forza di Lorentz che a sua volta genera un campo elettrico indotto.

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad , \quad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

$$\mathcal{E}_{IND} = \oint_{MNPQ} \vec{E}_{IND}\, d\vec{s} = \oint_{MNPQ} (\vec{v} \times \vec{B})\, d\vec{s} = \int_M^N (\vec{v} \times \vec{B})\, d\vec{s} = -vBb$$

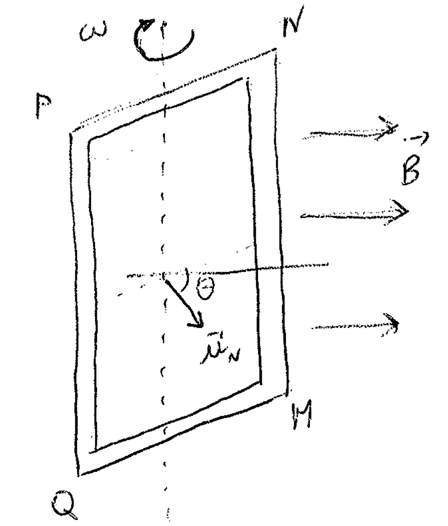
($d\vec{s}$ va in senso opposto di $\vec{E}_{IND}$)

ulteriore verifica

$$\Phi_B = \int_\Sigma \vec{B}\, \vec{u}_N\, d\Sigma = B\, b\, x(t)$$

$$\mathcal{E}_{IND} = -\frac{d\Phi(B)}{dt} = -BbV$$

Generatore di corrente alternata



Se $\theta = 0$ $\vec{u}_N$ è parallelo e concorde con $\vec{B}$

θ è l'angolo che $\vec{u}_N$ forma con B

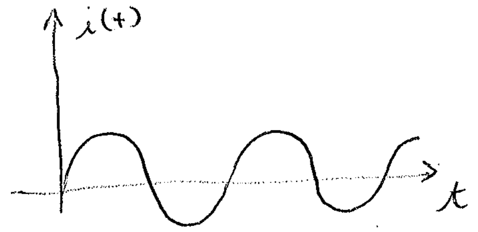
$$\Phi_B = \int_\Sigma \vec{B}\,\vec{u}_N \, d\Sigma = B\Sigma \cos\theta(t) = B\Sigma\cos(\omega t)$$

poichè ω è costante, possiamo scrivere $\theta = \cancel{\theta_0} + \omega t$

$$\mathcal{E}_{IND} = -\frac{d}{dt}\Phi_B = \boxed{\omega B \Sigma \,\text{sen}(\omega t)}$$

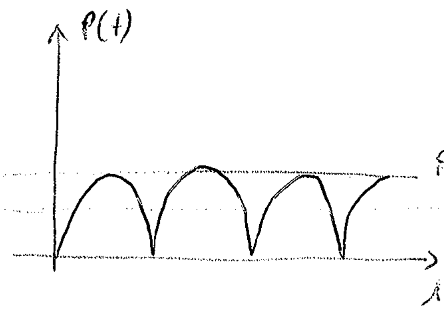
poichè $i(t) = \dfrac{\mathcal{E}_{IND}}{R} = \boxed{\dfrac{\omega B\Sigma}{R}\,\text{sen}(\omega t)}$

GRAFICO i



$$P = \mathcal{E}_{IND}\, i_{IND} = R i_{IND}^2 = \frac{\mathcal{E}_{IND}^2}{R} \implies \boxed{P = \frac{(\omega B\Sigma)^2}{R}\,\text{sen}^2(\omega t)}$$

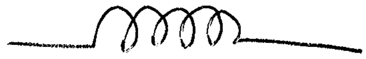
GRAFICO P



$P_{max} = \dfrac{\mathcal{E}_{MAX}^2}{R}$

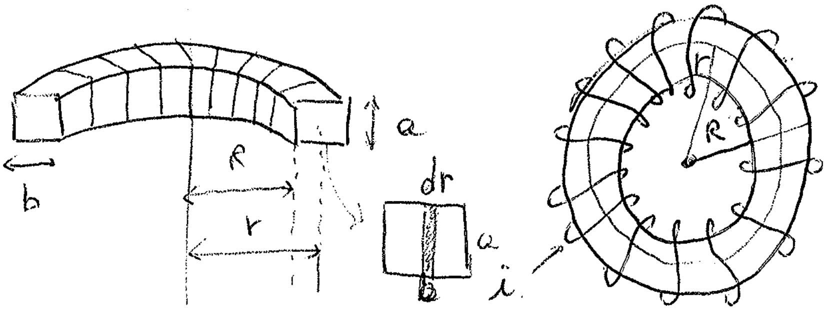
$P_{med} = \dfrac{1}{2}\dfrac{\mathcal{E}_{MAX}^2}{R}$

Un circuito con induttanza non nulla si dice induttivo. Si designano le zone dove vi è concentrata l'induttanza come <u>INDUTTORI</u>



$$[L] = \left[\frac{\Phi_B}{i}\right] = \frac{Vs}{A} = \frac{\Omega \cancel{A} s}{\cancel{A}} = H \quad (\text{Henry})$$

INDUTTANZA DI UN SOLENOIDE TOROIDALE



Per il teorema di AMPÈRE $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{TOT}$

$$B 2\pi r = \mu_0 i_{TOT} = \mu_0 N i$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 i N}{2\pi R}}$$

singola sezione

$$\Phi_B^{(1)} = \int_{\square} \vec{B} \cdot \vec{u}_n \, d\Sigma = \frac{\mu_0 i N}{2\pi} \int_R^{R+b} \frac{1}{r} a \, dr = \frac{\mu_0 i N a}{2\pi} \ln\left(\frac{R+b}{R}\right)$$

$$\Phi_B^{(N)} = N \Phi_B^{(1)} = \frac{\mu_0 i N^2 a}{2\pi} \ln\left(\frac{R+b}{R}\right)$$

$$\boxed{L = \frac{\Phi_B^{(N)}}{i} = \frac{\mu_0 N^2 a}{2\pi} \ln\left(\frac{R+b}{R}\right)}$$

La forza elettromotrice di autoinduzione è

$$\mathcal{E}_L = -L\frac{di}{dt} = -\mathcal{E}e^{-t/\tau}$$

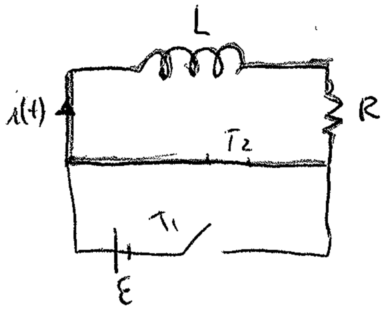
L'effetto ritardante tende esponenzialmente a zero. Ad ogni istante la differenza tra valore asintotico e valore effettivo di corrente è dato da

$$\boxed{i_\infty - i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/\tau} = -\frac{\mathcal{E}_L}{R} = i_L}$$

Se adesso chiudessi T_2 e aprissi T_1 avrei nuove condizioni iniziali

$$t = 0$$

$$i(0) = i_\infty = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

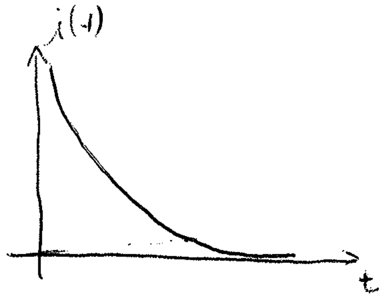


$$\mathcal{E} = 0$$

$$Ri + L\frac{di}{dt} = 0$$

$$\int_{\mathcal{E}/R}^{i}\frac{di'}{i'} = -\frac{R}{L}\int_0^t dt' \rightarrow \ln\left[\frac{i}{i_\infty}\right] = -\frac{R}{L}t$$

$$\boxed{i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/\tau}}$$



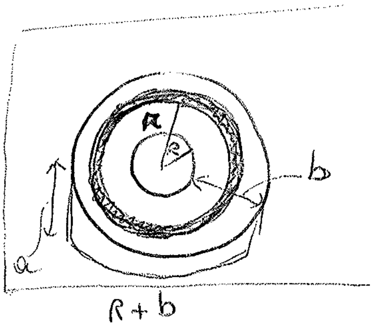
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 73 di 100

Per cui la corrente immagazzinata nel solenoide è l'energia $\boxed{U_L = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 l \Sigma i^2} = \frac{B^2}{2\mu_0}(l\Sigma) = \frac{B^2}{2\mu_0}\tau$

$$\boxed{u_L = \frac{U_L}{\tau} = \frac{B^2}{2\mu_0}}$$ densità di energia per unità di volume

$$U_m = \int_\tau \frac{B^2}{2\mu_0} d\tau$$ energia totale del campo magnetico

SOLENOIDE TOROIDALE



$$u_m = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 N^2 i^2}{8\pi^2 r^2}, \quad d\tau = 2\pi r\, dr\, a$$

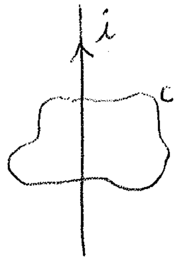
$$\boxed{U_m = \int u_m\, d\tau = \int \frac{\mu_0 N^2 i^2}{8\pi^{\cancel{2}} r^{\cancel{2}}} 2\cancel{\pi}\cancel{r}\, dr\, a = \frac{\mu_0 N^2 i^2 a}{4\pi}\int_R^{R+b} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 N^2 i^2 a}{4\pi} \ln\left(\frac{R+b}{R}\right)}$$

LEGGE DI AMPÉRE-MAXWELL

Il campo magnetico $\vec{B}$ nel vuoto soddisfa la legge di Ampère

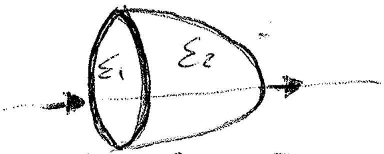
$$\oint_c \vec{B}\, d\vec{s} = \mu_0 i_c$$

Dove i_c rappresenta la corrente di conduzione concatenata



$$i_c = \int_\Sigma \vec{J}\, \vec{u}_n\, d\Sigma$$

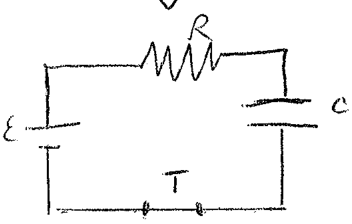
Essa è uguale in ogni superficie Σ che abbia lo stesso contorno c.

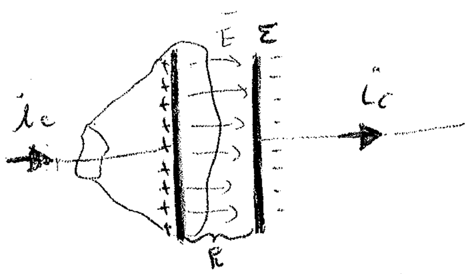


la corrente uscente da Σ_2 è uguale a quella entrante da Σ_1 (condizione di stazionarietà).

Nel caso di un <u>condensatore</u>

$$C = \frac{Q}{V}$$





Durante la carica del condensatore la intensità di carica andrà diminuendo col tempo quindi la corrente non sarà costante all'interno del condensatore, ma subito dopo rimane ancora i_c

$$V = E \cdot h$$

$$C = \varepsilon_0 \frac{\Sigma}{h}$$

All'interno del condensatore $i_s = \frac{dq}{dt} = \frac{d(CV)}{dt}$

Corrente di spostamento

Una situazione significativa si ha nello spazio vuoto privo di cariche ($\rho = 0$) e correnti ($i = 0$)

$$\begin{cases} \oint \vec{E} \cdot \vec{u}_N \, d\Sigma = 0 \\ \oint \vec{B} \cdot \vec{u}_N \cdot d\Sigma = 0 \end{cases} \qquad \begin{aligned} \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} &= -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} \\ \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} &= \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt} \end{aligned}$$

Se vogliamo esprimere le eq. di Maxwell in forma differenziale

$$\bar{\nabla} \bar{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad , \quad \bar{\nabla} \bar{B} = 0$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho(x, y, z, t)}{\varepsilon_0}$$ (Analogamente per $\vec{B}$)

$$\oint_C \vec{E} \, d\vec{s} = \int_\Sigma \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot \vec{u}_N \, d\Sigma = -\frac{\partial}{\partial t} \int_\Sigma \vec{B} \cdot \vec{u}_N \, d\Sigma$$

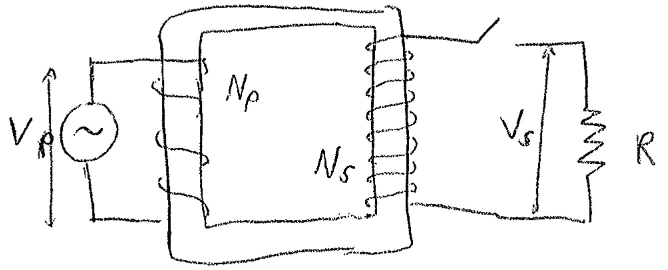
$$\boxed{\bar{\nabla} \times \bar{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_\Sigma \vec{\nabla} \times \vec{B} \cdot \vec{u}_N \, d\Sigma = \mu_0 \int_\Sigma J \cdot \vec{u}_N \, d\Sigma + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \int_\Sigma \vec{E} \vec{u}_N \, d\Sigma$$

$$\boxed{\begin{aligned} &1) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \\ &2) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \\ &3) \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ &4) \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{aligned}}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 79 di 100

TRASFORMATORE IDEALE



$P = 120\,kW$ $(d = 10\,km)$ Perdita = ?

$R = 0{,}4\,\Omega$

a) $V_a = 240\,V$ b) $V_b = 24\,kV$

A) $i_a = \frac{P}{V} = 500A$

$P_a = R i_a^2 = 100\,kW$

B) $i_b = \frac{P}{V_b} = 5A$

$P_b = R i_b^2 = 10W$

$$V_p = -N_p \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (1)$$

$$V_s = -N_s \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (1)$$

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p}$$

Se $N_s > N_p$, $V_s > V_p$ SALITA

Se $N_s < N_p$, $V_s < V_p$ DISCESA

$V_s i_s = V_p i_p$ $\frac{i_s}{i_p} = \frac{V_p}{V_s} = \frac{N_p}{N_s}$

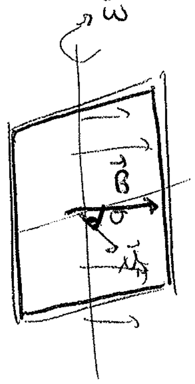
$$\boxed{i_{IND} = \ominus \frac{1}{R} \frac{d\phi_B}{dt}} \quad , \quad \phi_B = \int_{\Sigma} \vec{B}\, \vec{u}_n \, d\Sigma$$

$$\boxed{\mathcal{E}_{IND} = R\, i_{IND}}$$

l'intensità ha verso tale da generare un campo magnetico con verso opposto di quello che ha generato la corrente stessa.

$$\boxed{F = -\frac{B^2 b^2}{r+R} \vec{v}}$$

ATTRITO ELETTROMAGNETICO



$$\phi_B = \int_{\Sigma} \bar{B}\, \bar{u}_n \, d\Sigma = B\Sigma\cos\theta = \boxed{B\,\Sigma\cos(\omega t)}$$

$$\mathcal{E}_{IND} = -\frac{d\phi_B}{dt} = \omega B \Sigma \operatorname{sen}(\omega t)$$

$$i_{IND} = \frac{\omega B \Sigma}{R} \operatorname{sen}(\omega t)$$

$$P = \frac{(\omega B \Sigma)^2}{R} \operatorname{sen}^2(\omega t) \qquad \boxed{P = R i^2}$$

$$\mathcal{E} = Ri + L\frac{di}{dt}$$

$$\mathcal{E}i\,dt = Ri^2dt + Li\frac{di}{\cancel{dt}}\cancel{dt}$$

lavoro del generatore

lavoro per far circolare la corrente

lavoro contro l'autoinduzione $\Rightarrow$

$$\boxed{W = \int_0^i L i' di' = \frac{1}{2}Li^2 = U_L}$$

energia intrinseca

$$\boxed{U_L = \frac{B^2}{2\mu_0}\tau}$$

energia immagazzinata in un solenoide

$$\boxed{U_m = \int \frac{B^2}{2\mu_0}d\tau}$$

energia magnetica totale

$$\Phi_{12} = M_{12}\, i \iff \Phi_{12} = \int_{\Sigma_2} \vec{B}_1 \vec{u}_N d\Sigma_2$$

MUTUA INDUZIONE

Utilizziamo le equazioni (3) e (4) di Maxwell

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = -\frac{\partial E_y}{\partial x}$$

deriviamo rispetto a x

$$\boxed{\frac{\partial^2 E_y^{(x,t)}}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 B_z^{(x,t)}}{\partial x \partial t}}$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = -\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \frac{\partial B_z}{\partial x}$$

deriviamo rispetto a t

$$\boxed{\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = -\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \frac{\partial^2 B_z}{\partial t \partial x}}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}}$$

Analogamente, utilizziamo lo stesso metodo per le restanti due equazioni delle (3) e (4)

$$\boxed{\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2}}$$

Più in generale possiamo scrivere

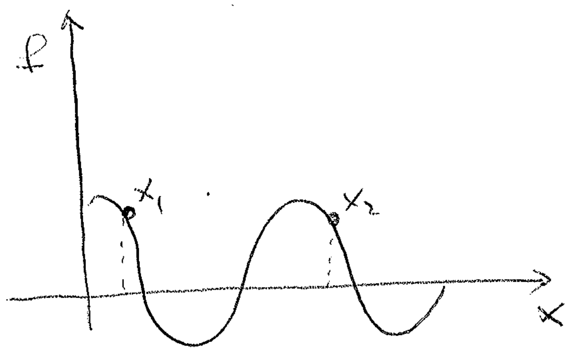
$$\boxed{\frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial x^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2}}$$

Analogamente $\boxed{\frac{\partial^2 \bar{B}}{\partial x^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \bar{B}}{\partial t^2}}$

$f(x,t) = f_0 \cos[k(x - vt)] = f_0 \cos(kx - \omega t)$,

con $\omega = kv$

- $\boxed{t = t_0}$



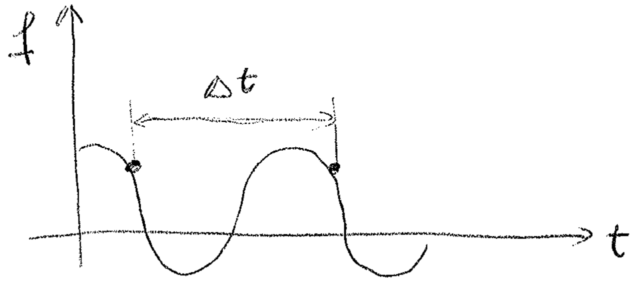
$f(x_1, t) = f(x_2, t)$

$k(x_2 - x_1) = 2\pi$ lunghezza d'onda

$k\lambda = 2\pi$, $\boxed{\lambda = \frac{2\pi}{k}}$

$\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda}}$, dove k è il numero d'onde

- $\boxed{x = x_0 = cost}$



$f(x_0, t_1) = f(x_0, t_2)$

$T = t_2 - t_1$

$\omega(t_2 - t_1) = 2\pi$

$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$ dove T è il periodo dell'onda

$$\rightarrow \boxed{\vec{B} = -\frac{E_{0z}}{c}\cos(kx-\omega t)\,\vec{u}_y + \frac{E_{0y}}{c}\cos(kx-\omega t)\,\vec{u}_z}$$

$$B^2 = B_y^2 + B_z^2 = \frac{E_{0z}^2}{c^2}\cos^2(kx-\omega t) + \frac{E_{0y}^2}{c^2}\cos^2(kx-\omega t) =$$

$$= \frac{1}{c^2}\left(E_z^2 + E_y^2\right) = \frac{E^2}{c^2}$$

$$\boxed{B = \frac{E}{c}}$$

- $$\boxed{\bar{B}\cdot\bar{E} = E_y B_y + E_z B_z = \left[-\frac{E_{0y}E_{0z}}{c} + \frac{E_{0y}E_{0z}}{c}\right]\cos^2(kx-\omega t) = 0}$$

(*)

Poichè il prodotto scalare viene nullo, i due campi oltre ad essere ortogonali alla direzione di propagazione, sono ortogonali tra loro.

- $$\boxed{\bar{E}\times\bar{B} = \frac{E^2}{c}\vec{u}_x}$$

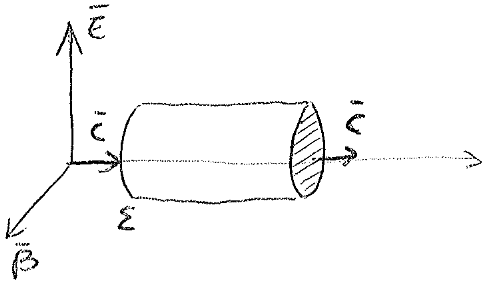
$$\begin{vmatrix} \bar{u}_x & \bar{u}_y & \bar{u}_z \\ E_x & E_y & E_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (E_y B_z - E_z B_y)\vec{u}_x = \left[\frac{E_{0y}^2\cos^2(kx-\omega t)}{c} + \frac{E_{0z}^2\cos^2(kx-\omega t)}{c}\right]\vec{u}_x$$

$$= \frac{E_y^2 + E_z^2}{c} = \boxed{\frac{E^2}{c}\vec{u}_x = cB^2\vec{u}_x = EB\,\vec{u}_x}$$

$\bar{E}\times\bar{B}$ mi dà direzione e verso di propagazione dell'onda.

$$\boxed{\bar{E}\perp\bar{B}\perp\vec{c}}$$

(*)



Consideriamo una superficie di area Σ perpendicolare alla direzione di propagazione; nel tempo dt attraverso Σ passa tutta l'energia contenuta nel volume di area Σ e altezza $c\,dt$

$$dU = u\,\Sigma c\,dt = \varepsilon_0 E^2 c\,\Sigma\,dt$$

e la potenza che attraversa Σ è

$$\boxed{P = \frac{dU}{dt} = \varepsilon_0 E^2 c\,\Sigma}$$

Questa relazione permette di definire un nuovo vettore

$$\vec{S} = \varepsilon_0 E^2 \vec{c}$$

avente la proprietà che il flusso attraverso una superficie Σ perpendicolare alla direzione di propagazione dà la potenza istantanea attraverso Σ stessa:

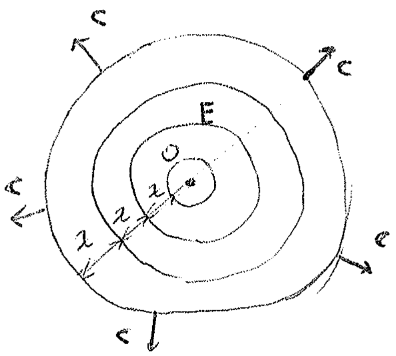
$$P = \Phi_\Sigma(\vec{S}) = \int_\Sigma \vec{S}\cdot\vec{u}_N\,d\Sigma = |\vec{S}|\Sigma$$

Essendo $\vec{c} = c\,\vec{u}_x$ e $E = Bc$

$$\boxed{\vec{S} = \varepsilon_0 c^2 E B\,\vec{u}_x = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}}$$

Il vettore $\vec{S}$ è chiamato VETTORE DI POYNTING e il suo modulo rappresenta l'energia elettromagnetica che per unità di tempo passa attraverso l'unità di superficie ortogonale alla direzione di propagazione. Si misura in $\frac{J}{m^2 s} = \frac{W}{m^2}$

ONDE ELETTROMAGNETICHE SFERICHE



$$E(r,t) = E_0(r)\cos(kr-\omega t)$$

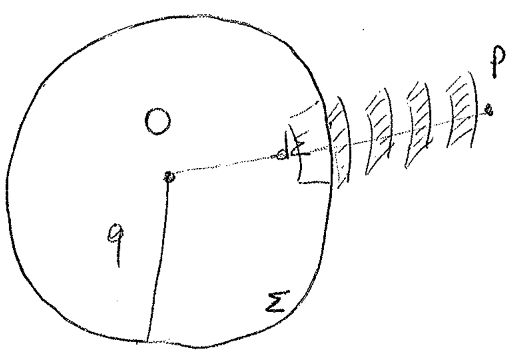
$$\phi = kr-\omega t = \text{cost}$$

$$P_m = \underbrace{\frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2(r)}_{S_m} \cdot 4\pi r^2 = \text{cost}$$

Pertanto $E_0(r)$ deve risultare inversamente propor. a r

$$\boxed{\begin{aligned} &\bullet\ E(r,t) = \frac{E_0}{r}\cos(kr-\omega t) \\ &\bullet\ B(r,t) = \frac{E_0}{cr}\cos(kr-\omega t) \end{aligned}}$$

PRINCIPIO DI HUYGENS



Ogni elemento $d\Sigma$ della superficie d'onda Σ si può considerare come una sorgente di onde secondarie sferiche la cui ampiezza è proporzionale all'ampiezza E_0/q dell'onda primaria e all'area $d\Sigma$.
Il campo elettrico E_p si può sempre ottenere come sovrapposizione di tutte le onde che raggiungono P.

La luce normalmente si propaga per raggi rettilinei normali ai fronti d'onda ma nel caso in cui l'onda incontra uno schermo impenetrabile con un'apertura si può calcolare il fronte d'onda dopo l'apertura eliminando le sorgenti che stanno sullo schermo impenetrabile. Si dice che l'onda è stata diffratta.