NUMERO: 949

DATA: 05/05/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Lo Curzio

MATERIA: Fisica I Eserc.

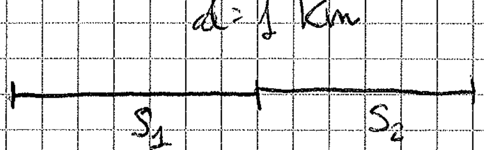
Prof. Penna

$\boxed{1.3}$

$d = 1$ Km

$a_1 = 2,5$ m/s^2

$a_2 = -3,8$ m/s^2



tempo totale ?

$$s_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2$$

tempo tot

$$s_2 = V_0 - \frac{1}{2} a_2 (T - t)^2 \quad \text{tempo acceler.}$$

$V_0 \downarrow$ $a_1 t$

poniamo $t = bT$ (t in funzione di T)

$$s_2 = a_1 T b - \frac{1}{2} a_2 (T - Tb)^2$$

sappiamo che $V_2 = 0$ (velocità finale)

ottengo V_2 derivando s_2

$$V_2 = a_1 b - a_2 + a_2 b = 0$$

$$b(a_1 + a_2) = a_2 \qquad b = \frac{a_2}{a_1 + a_2} = \frac{1}{2}$$

$$s_2 = \frac{1}{2} a_1 T \quad - \frac{1}{2} a_2 \left(\frac{1}{2} T\right)^2$$

$$\cancel{s_2 = \frac{1}{8} a_1} \; \cancel{+ \frac{1}{2} a_1} \; \cancel{- \frac{1}{8} a_2^2} \qquad T \simeq 35 \text{ sec}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 76

$3.60 : 20 g =$
$x : 15 g.$
$x = \frac{3.60 \cdot 15}{20}$

1-6

$a_1 = 3.1\ m/s^2$

- a_2 tra 10 e 22.4 sec
- spazio percorso
- distanza di Q in 22.4 sec

$t = 0$ $v = 0$ $x = 0$

$t_1 = 10\ s$ il moto diventa decelerato e a $t_2 = 22.4$ si arresta

I TRATTO $x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 = 155$ metri

l'x_1 del primo tratto diventa l'x_0 del secondo

II TRATTO $v_2 = v_1 + a_2 (t_2 - t_1)$; $v_2 = 0$; $a_2 = \frac{-v_1}{t_2 - t_1}$

$v_1 = a_1 t_1$

$x_{TOT} = x_1 + v_1 (t_2 - t_1) - \frac{1}{2} a_2 (t_2 - t_1)^2$

legge oraria del punto Q
$x = x_0 + v(t - t_0)$
$x_1 = v t_1$

$v = \frac{x_1}{t_1} = \frac{155}{10} = 15{,}5\ m/s$

$x_{TOT} = \cancel{x_1} + 15.5 \cdot 22.4 = 347\ mt$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 5 di 76

1.10

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$\omega_{ore} = \frac{2\pi}{3600 \cdot 12} = \omega_{ore}$

Con che angolazioni le lancette si sovrappongono?

$\omega_{min} = \frac{2\pi}{3600} = 12\omega_{ore}$

$\theta_{ore} = \omega_{ore} t \quad , \quad \theta_{min} = 12\omega_{ore} t$

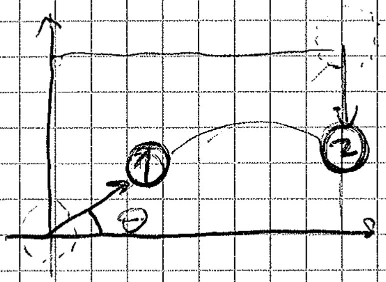
$12\omega_{ore} t = 2\pi + \omega_{ore} t$

$11\omega_{ore} t = 2\pi \qquad t = \frac{2\pi}{11\omega_{ore}}$

$\theta_{ore} = \cancel{\omega_{ore}} \frac{2\pi}{11\cancel{\omega_{ore}}} = \frac{2\pi}{11}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 7 di 76

II.13



$V_0 = 8\ m/s$

$x_0 = 3$

$y_0 = 2$

le coordinate x_m, y_m del punto di incontro

$$1 \begin{cases} x = V_{0x}\, t \\ y = V_{0y}\, t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \qquad 2 \begin{cases} x = x_0 \\ y = y_0 - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Affinché si incontrino le coordinate devono essere uguali

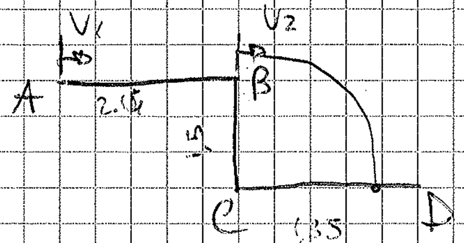
$$\begin{cases} x_0 = V_0 \cos\theta\, t \\ y_0 - \cancel{\frac{1}{2} g t^2} = V_0 \operatorname{sen}\theta\, t - \cancel{\frac{1}{2} g t^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8 \operatorname{sen}\theta\, t = 2 \\ 8 \cos\theta\, t = 3 \end{cases} \qquad \operatorname{tg}\theta = \frac{2}{3}$$

Dopo aver trovato θ trovo t da una delle due equazioni e sostituisco il valore nell'eq. 2

$\boxed{1.16}$

$|v_1| = ?$



$v_2 < v_1$

$a_{AB} = -kv \quad k = 2{,}3\,s^{-1}$

BCD

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x}\, t \\ y = y_0 + \cancel{v_0 t} + \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \qquad v_{0x} \to v_2$$

$$\begin{cases} x = 2{,}14 + v_2 t \\ y = 1{,}5 + \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Trovo t e v_2

$\frac{dv}{dt} = a \qquad dv = a\,dt \qquad dv = -kv\,dt$

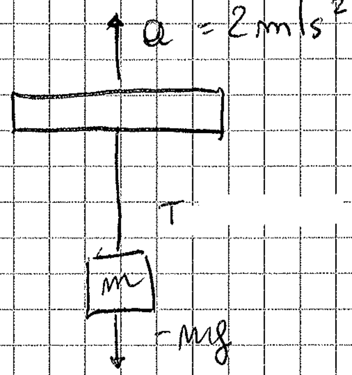
$\frac{dv}{v} = -k\,dt \qquad \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = -k(t_2 - t_1)$

$\log v_2 - \log v_1 = -k t_2 + k t_1$

$\log v_1 = \log v_2 + \cancel{k t_1} - k t_2$

questo tempo è impiegato per ~~partire~~ andare da A a D

2.4



$T = ?$

acc quando il filo ha $T = 10N$?

I) $T - mg = ma$ — acc. con cui sale il corpo

$T = mg + ma = 0,7(9,8+2) = 8,26\ N$

II) $10 = 6.86 + 0,7a$ $\qquad a_{max} = 4,5\ m/s^2$

2.9

$m_1 = 3\,kg$

$m_2 = 1\,kg$

$K = 25\,N/m$

$\mu_s = 0{,}4$

$A\left(\begin{matrix}\text{elong.}\\ \text{max}\end{matrix}\right)$ se m_1 è fermo rispetto a m_2

Unica forza agente

$$\textcircled{1}\ \begin{cases} +Kx = (m_1 + m_2)\,a \\ a_{\text{moto arm.}} = a_{\text{attrito}} \end{cases} \textcircled{2}$$

i due corpi devono rimanere fermi l'uno rispetto all'altro

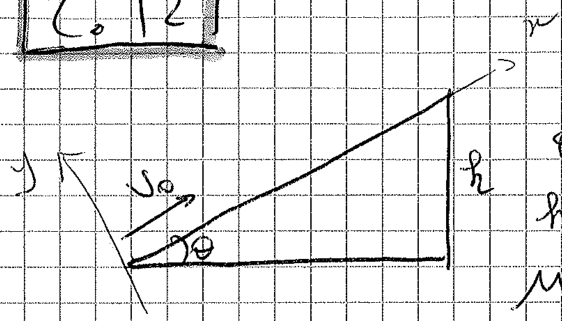
$$\textcircled{1}\quad a = \underbrace{\boxed{+\frac{K}{m_1+m_2}}}_{\omega^2}\,x$$

coeff. di propor. $\rightarrow \omega^2$

$$\textcircled{2}\quad \omega^2 A = \mu g$$

$$+\frac{K}{m_1+m_2}A = \mu g \qquad A = \frac{\mu g\,(m_1+m_2)}{K}$$

2.12



$v_0 = 4{,}2\,m/s$

$\theta = 30°$

$h = 0{,}4\,m$

$\mu = 0{,}2$

$t = ?$

$\mu = ?$ se $v_f = 0$

$$\begin{cases} x: & -mg\,\text{sen}\,\theta - \mu mg\cos\theta = ma \\ y: & -mg\cos\theta + \mu mg\,\text{sen}\,\theta = 0 \end{cases}$$

$$a = -g\,\text{sen}\,\theta - \mu g\cos\theta = g(-\text{sen}\,\theta - \mu\cos\theta)$$

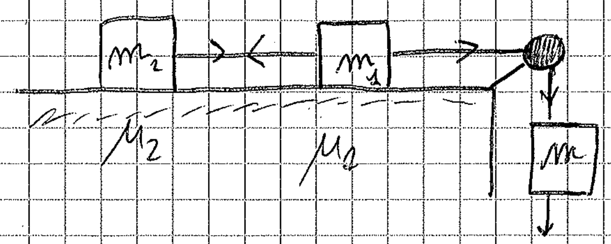
$$l = \frac{h}{\text{sen}\,\theta} = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$ ricavo t da questa relazione

se la $v_f = 0$ $\quad \cancel{v_f^2} = v_0^2 + 2a_2 l \quad a_2 = -\frac{v_0^2}{2l} = -22{,}05\,m/s^2$

quindi: $\quad -mg\,\text{sen}\,\theta - \mu mg\cos\theta = ma_2$

$$\mu = \frac{-\cancel{m}g\,\text{sen}\,\theta - \cancel{m}a_2}{\cancel{m}g\cos\theta} = 2{,}022$$

2.16



Che relazione deve esistere tra m_1, m_2 e m affinché il moto sia uniforme?

Le tensioni sono diverse perché ogni tensione deve bilanciare masse diverse.

MOTO RETTILINEO UNIFORME

$$\begin{cases} mg - T_2 = 0 \\ T_2 - T_1 - \mu_1 m_1 g = 0 \\ T_1 - \mu_2 m_2 g = 0 \end{cases}$$

Trovo m, T_1 e T_2

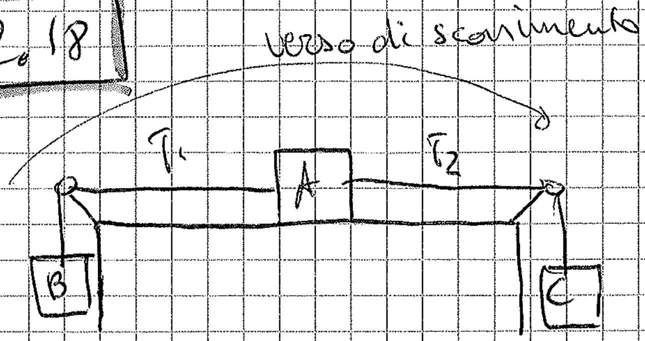
Quando m si stacca l'accelerazione a di m_1 e m_2 è uguale quindi affinché il filo rimanga teso le forze d'attrito di m_2 dev'essere maggiore di quella di m_1

$$\mu_2 m_2 g > \mu_1 m_1 g$$

$$0.5 \cdot 6 > 0.3 \cdot 8$$

$$3 > 2.4 \quad \text{verificato } \checkmark$$

2.18



$a = ?$

$T_1, T_2 = ?$

$m_A = 2 Kg$

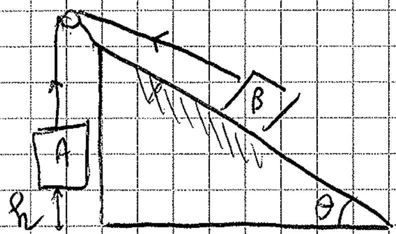
$m_B = 4 Kg$

$m_C = 1 Kg$

$$\begin{cases} -m_B g + T_1 = m_B a \\ T_2 - T_1 = m_A a \\ m_C g - T_2 = m_C a \end{cases}$$

2.19

distanza al percorso in salita



$\theta = 30°$

$h = 1 m$

$\mu = 0,4$

$$\begin{cases} mg - T = ma \\ -mg \sin\theta - \mu mg \cos\theta + T = ma \end{cases}$$

Mi ricavo $a = \dfrac{-mg \sin\theta - \mu mg \cos\theta + mg}{2m}$

$V_B = V_A = \sqrt{2ah}$ quando tocca terra

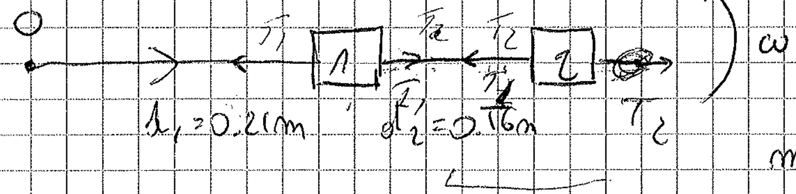
V_B è la velocità di un nuovo pezzo Δx

$$\frac{1}{2} m V_B^2 = mg \Delta x \sin\theta + \mu mg \cos\theta \Delta x$$

lavoro della forza d'attrito (non conserv.)

$d_{fin} = h + \Delta x$

$\boxed{2.31}$



$a = 0$

$T_2 - T_1 + m_1 \omega^2 d_1 = 0$

$-T_2 + m_2 \omega^2 (d_1 + d_2) = 0$

$T_1, T_2 = ?$

$m_1 = 8.4 \, kg$

$m_2 = 10 \, kg$

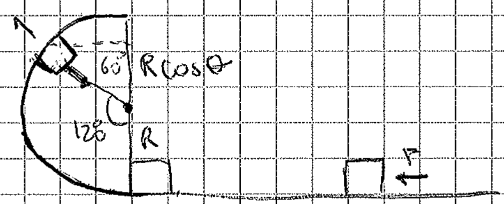
$\omega = 3 \, rad/s$

forza CENTRIFUGA

$$\begin{cases} T_1 - T_2 = m_1 \omega^2 d_1 \\ T_2 = m_2 \omega^2 (d_1 + d_2) \end{cases}$$

da queste relazioni trovo T_1 e T_2

$\boxed{2.39}$



$-T_c = ?$

$R = 1.6 \, m$

$m = 0.54 \, kg$

$F = 470 N$ durante $t = 10^{-2} s$

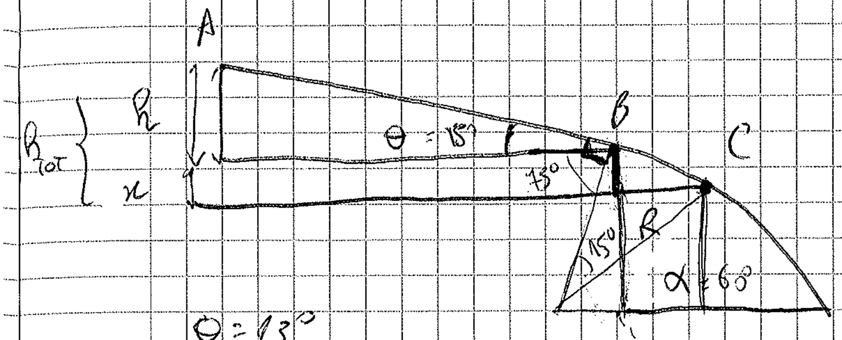
$$a = \frac{F}{m} = 940 \, m/s^2$$

$$V = \cancel{V_0} + at = 9.4 \, m/s$$

$$\frac{1}{2} m V_0^2 = mgh + \frac{1}{2} m V_f^2$$

dove $h = R + R\cos 60$. Mi ricavo V_f e così trovo $-F_c = -m\frac{V^2}{R}$

$\boxed{2.42}$



Quanto deve valere h affinché il corpo si stacchi dal percorso in C?

$\theta = 15°$

$\alpha = 60°$

$R = 1\,m$

Affinché si stacchi la forza peso in C deve superare la forza centrifuga presente quando il corpo arriva in C.

Prendiamo la quota di C come zero

$$\cancel{\frac{1}{2} m v_0^2} + mg\,h_{TOT} = \frac{1}{2} m v_f^2$$

$h_{TOT} = h + x$

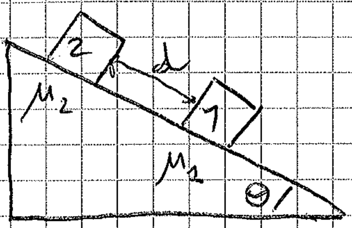
$h = h_{TOT} - x$ dove $x = R\,\text{sen}\,15° - R\,\text{sen}\,60°$

Ricavo V_f ~~e lo inserisco nella~~ dalla ~~relazione~~

$$\cancel{m} g \cos\theta = \cancel{m} \frac{v_f^2}{R}$$

e così trovo h_{TOT} e quindi h.

$\boxed{4.3}$



Vengono liberati all'istante $t=0$

$\theta = 30°$

$m_1 = m_2 = 2\,kg$

$\mu_1 = 0.4 \quad \mu_2 = 0.2$

$d = 1\,m$

t in cui si urtano?

V_c dopo che i corpi restano attaccati?

$a_c = ?$

F che 2 esercita su 1?

$$\begin{cases} m g_{\parallel} - \mu_2 m g_{\perp} = m a_2 \\ m g_{\parallel} - \mu_1 m g_{\perp} = m a_1 \end{cases}$$

Da qui mi ricavo a_1 e a_2

(1)
$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 \\ x_2 = \frac{1}{2} a_2 t^2 \end{cases}$$

$x_2 = x_1 + d$ per trovarsi nella stessa posizione

$$\frac{1}{2} a_2 t^2 = \frac{1}{2} a_1 t^2 + d$$

$$\left(\frac{1}{2} a_2 - \frac{1}{2} a_1\right) t^2 = d \qquad \boxed{t = \sqrt{\frac{2d}{a_2 - a_1}}}$$

Per ricavare la velocità comune dopo l'urto anelastico bisogna conoscere le due velocità prima dell'urto

(2)

$V_{f_1} = a_1 t$

$V_{f_2} = a_2 t$

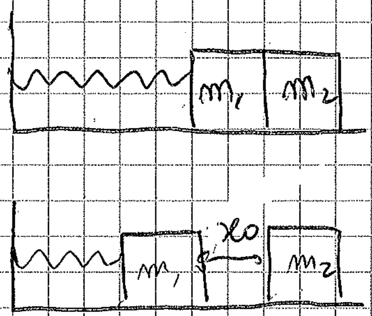
$\rightarrow \quad m_1 V_1 + m_2 V_2 = (m_1 + m_2) V_c$

$$V_c = \frac{m_1 a_1 t + m_2 a_2 t}{m_1 + m_2}$$

4.6

URTO ANELASTICO

spostamento massimo del sistema



$m_1 = 0.15\,kg$

$m_2 = 0.37\,kg$

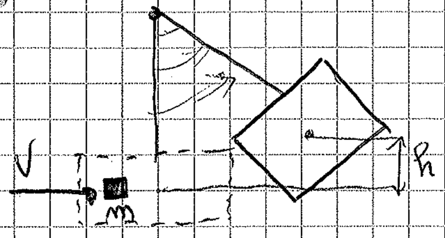
$x_0 = 12\,cm = 0.12\,m$

Ricavo la velocità di m_1 prima dell'urto

$\frac{1}{2}Kx_0^2 = \frac{1}{2}m_1V_1^2$ $\qquad V_1 = \sqrt{\frac{Kx_0^2}{m_1}}$

$$\begin{cases} m_1V_1 + \cancel{m_2V_2} = (m_1+m_2)V_c \qquad V_c = \frac{m_1V_1}{m_1+m_2} \\ \frac{1}{2}\underbrace{(m_1+m_2)V_c^2}_{\text{subito dopo l'urto}} = \frac{1}{2}\underbrace{KA^2}_{\text{max allung.}} \Rightarrow \text{mi ricavo } A \end{cases}$$

$\boxed{4.8}$



$m = 0.1\ Kg$

$M_{TOT} = 10\ Kg$

$V = 200\ m/s$

$\tau = 5 \cdot 10^{-4}\ sec$

$h = ?$

$F_{med} = ?$

$$\begin{cases} m_1 v_1 + \cancel{m_2 v_2} = M_{TOT}\, V_C \\ \frac{1}{2} M_{TOT} V_C^2 = M_{TOT}\, g\, h \end{cases}$$

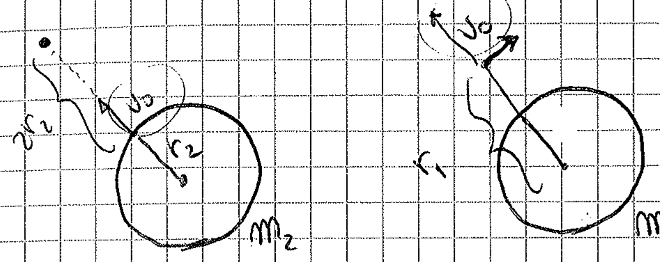
$V_C = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = 1{,}98\ m/s$

$\to h = 0{,}20\ m$

$$F_{med} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m_1 v_1}{5 \cdot 10^{-4}} = 40\ kN$$

$\boxed{5.2}$

$\frac{m_2}{m_1} = ?$



$r_1 = 4.6\, r_2$

energie potenziali gravitazionali

$$\begin{cases} \frac{1}{2} m v_0^2 - G\frac{m m_2}{r_2} = - G\frac{m m_2}{3r_2} \\ \\ \underbrace{\frac{G m m_1}{(4{,}6R_2)^2}}_{\text{forza gravit.}} = \underbrace{\frac{m v_0^2}{4{,}6R_2}}_{\text{forza centrifuga}} \end{cases}$$

$$v_0^2 = \frac{G m_1}{4{,}6R_2}$$

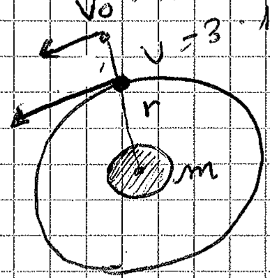
$$\frac{1}{2} m \frac{G m_1}{4{,}6R_2} - \frac{G m_2 m}{R_2} = \frac{G m_2 m}{3R_2}$$

$$\frac{1}{2}\frac{m_1}{4{,}6} - m_2 = -\frac{1}{3} m_2$$

$$\frac{1}{2}\frac{m_1}{4{,}6} - \frac{2}{3} m_2 = 0$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{4}{3}\frac{R}{R_2} \rightarrow \frac{1}{4{,}6}$$

5.4



$V_0 = 1,91 \cdot 10^4$ m/s

$V = 3 \cdot 10^4$ m/s

r = ?

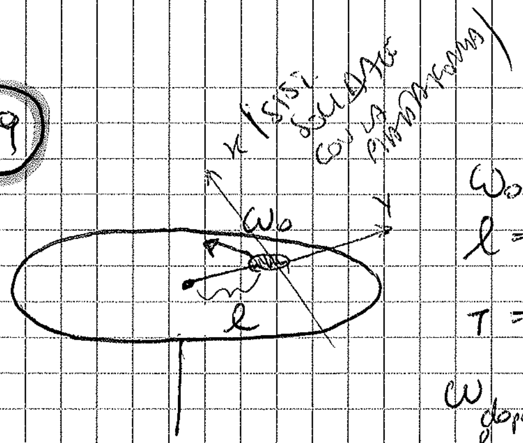
m = ?

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\cancel{m}V_0^2 = \frac{1}{2}\cancel{m}V^2 - G\frac{\cancel{m}\,m_p}{r} \\ G\frac{\cancel{m}\,m_p}{r^2} = \frac{\cancel{m}v^2}{r} \end{cases}$$

(lontano dal pianeta possiede solo energia cinetica, quando viene catturato acquista anche E_p gravit.)

Si ricavano facilmente m e r dal sistema

3.9



$\omega_0 = 10\ rad/s$

$l = 1{,}5\ m$

$T = 15\ N$

$\omega_{\text{dopo la frenata}} = 2\ rad/s$

$V_{\text{dischetto}} = ?$

$a_{\text{dischetto}} = ?$

$m_{\text{dischetto}} = ?$

$$v' = v - \omega r = \omega_0 r - \omega r = 12\ m/s$$

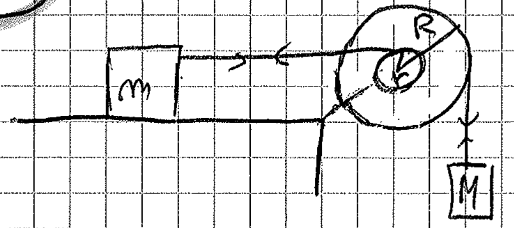
$$a = a' + \omega \wedge (\omega \wedge r) + 2\omega \wedge v'$$

$$a' = \omega_0^2 r - \omega^2 r - 2\omega v' = 96\ m/s^2$$

$$T = m\frac{v^2}{R} = m\omega_0^2 R \qquad m = \frac{T}{\omega_0^2 R} = 0{,}1\ Kg$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 37 di 76

6.8



$m = 10\ Kg$

$r = 20\ cm = 0{,}2\ m$

$R = 50\ cm = 0{,}5\ m$

$M = 9\ Kg$

$I = 6\ kg\,m^2$

V_M dopo aver percorso $h = 1\,m$?

$T_1, T_2 = ?$

V_M se ci fosse $\mu = 0{,}25$ tra m e il piano ?

$$\begin{cases} Mg - T_2 = Ma \\ T_1 = ma \\ RT_2 - rT_1 = I\dfrac{a}{R} \end{cases}$$

Mi ricavo T_1, T_2 e a

$V_M^2 = \cancel{V_{0M}^2} + 2as \qquad V_M = \sqrt{2ah}$

Se ci fosse un coefficiente d'attrito la seconda eq. del sistema andava modificata in

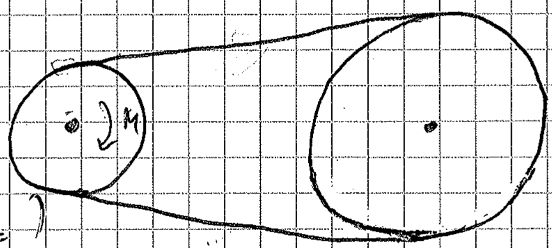
$$T_1 - mg\mu = ma_2$$

Mi ricavo a_2 e quindi $V_2 = \sqrt{2a_2h}$

IV) $W_{TOT} = M_1 \theta_1 = M_1 \frac{1}{2} \alpha_1 t^2 = 381.8\ J$

$W_{int} = E_K - W = -252{,}5\ J$

6.14



$m_1 = 5\ kg$

$r_1 = 10cm = 0{,}1m$

$m_2 = 20\ kg$

$r_2 = 20cm = 0{,}2\ m$

$M_1 = 8\ Nm$

$M_2 = 7\ N/m$ (frenante)

$\omega_{m_2}(t=5s) = ?$

$W(t=5s) = ?$

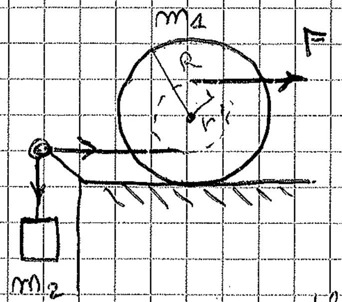
$$\begin{cases} M_1 - Tr_1 = I_1 \alpha_1 \\ -M_2 + Tr_2 = I_2 \alpha_2 \\ \alpha_1 r_1 = \alpha_2 r_2 \end{cases}$$
(le due accelerazioni tangenziali sono uguali)

Trovo α_1, α_2 e T dal sistema.

$\omega_2 = \alpha_2 t = 90\ rad/s$

$W = M\Delta\theta = M \frac{1}{2} \alpha_1 t^2 = 3600\ J$

6.18



$R = 15\ cm = 0{,}15\ m$

$m_1 = 24\ kg$

$\mu_s = 0.2$

$r = 6\ cm = 0{,}06\ m$

Il sistema è in equilibrio

m_{2MAX} che consente l'equilibrio del sistema ed F ?

Se si recide il legame con m_2 è un moto di puro rotolamento ?

Prendo come polo il centro della sfera

$$\begin{cases} mg - T = 0 \\ F + F_{att} - T = 0 \\ FR_2 + TR_2 - F_{att} R_1 = 0 \end{cases}$$

← Bilanciamento

← Bilanciamento rotazionale

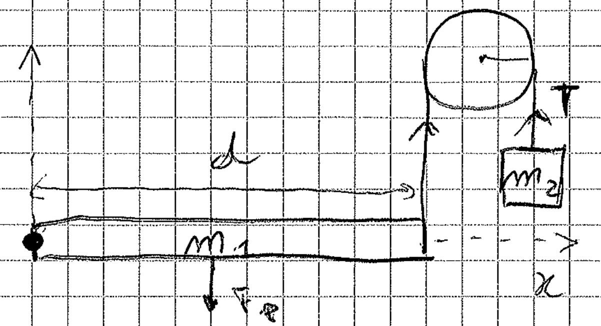
$$\begin{cases} mg = T \\ F + \mu M g - mg = 0 \\ FR_2 + mgR_2 - \mu M g R_1 = 0 \end{cases}$$

Mi ricavo: $m = \dfrac{\mu M (R_1 + R_2)}{2R_2} = 8{,}4\ Kg$

$T = 82{,}32\ N$

$F = 35{,}28\ N$

$\boxed{6.25}$



carrucola
massa trascurabile
$d = 0,8\,m$ $\quad R_A = ?$

$m_2 = 10\,kg$

Per trovarmi la reazione vincolare considero l'equilibrio delle forze e quello dei momenti

$$\begin{cases} T - m_2 g = 0 \\ R + T - m_1 g = 0 \end{cases} \qquad \boxed{R = -m_2 g + m_1 g}$$

Da questa relazione non conosciamo m_1 per cui dobbiamo scrivere un'altra relazione:

$$Td = m_1 g \frac{d}{2}$$

mom. della tensione — mom. della R di gravità

$$\begin{cases} T = \frac{m_1 g}{2} \\ T = m_2 g \end{cases} \Rightarrow \boxed{m_1 = 2m_2}$$

$$R = -m_2 g + 2m_2 g = m_2 g = 98\,N$$

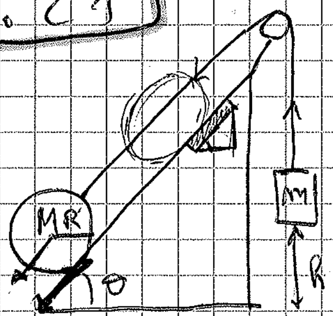
$$\boxed{\begin{cases} T - m_2 g = 0 \\ R + T - m_1 g = 0 \\ Td - m_1 g \frac{d}{2} = 0 \end{cases}}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 45 di 76

$$Mgh = \frac{1}{2} I\omega^2 + mgr$$

$$mg(h-r) = \frac{1}{2}(mR^2 + mR^2)\omega^2 \quad \text{Trovo } \omega!$$

$\boxed{6.21}$



$M = 8\,kg$ $\quad a_m = ?$

$R = R$ $\quad V_{f_m} = ?$

$\theta = 30°$

$m = 6\,kg$ $\quad h_{max\,M} = ?$

$h = 1{,}5\,m$

MOTO DI PURO ROTOLAM. $\Rightarrow$ ESISTENZA DELL'ATTRITO

$$\begin{cases} mg - T = ma_{cm} \\ T - Mg\,\text{sen}\theta = Ma_{cm} \\ fR = I\dfrac{a_{cm}}{R} \end{cases}$$

Mi ricavo a, f e T e, una volta trovato a, posso ricavarmi la velocità finale di m

$$V_{cm}^2 = \cancel{V_0^2} + 2ah \qquad V_{cm} = \sqrt{2a_{cm}h}$$

Per trovare l'altezza massima dobbiamo aggiungere ad h, spazio percorso da m, un Δx dovuto all'energia cinetica

$$\frac{1}{2}mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + mgh_1 = mgh_2 \quad (\Delta x)$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = mg\Delta h$$

Mi ricavo Δh e poi $\Delta x = \dfrac{\Delta h}{\text{sen}\theta}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 47 di 76

Velocità m: $V^2 = \cancel{V_0^2} + 2gh$

$V = \sqrt{2gh}$

Velocità M: $mg\,h_{CM} = \frac{1}{2} I \omega^2$, $I = \frac{1}{12} m\ell^2 + m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2$ mi ricavo ω^2

$\omega^2 = \frac{v^2}{R^2} \rightarrow v^2 = \omega^2 R^2 = \omega^2 \ell^2$

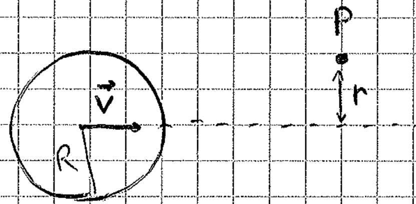
$2gh = \omega^2 R^2$ $h = \frac{\omega^2 R^2}{2g}$ ← R è la distanza dal polo quindi la lunghezza della sbarra

$\boxed{6.30}$

$R = 22\,cm$

$V = 3,6\,m/s$

$\omega = ?$



Scivola e ruota

si scontra col polo P e vi ruota attorno

se $r = 16\,cm = 0,16\,m$

l'anello resta in quiete.

Durante gli urti nel caso rotazionale si conserva il momento angolare.

$m v_{CM} r + I'\omega = 0$

↑

Il momento del disco traslazionale si utilizza r, distanza di P dall'asse del moto, perché è il braccio del momento

I

$$m\sqrt{2gh}\,R = I\omega$$

$$\omega = \frac{mR\sqrt{2gh}}{I}$$

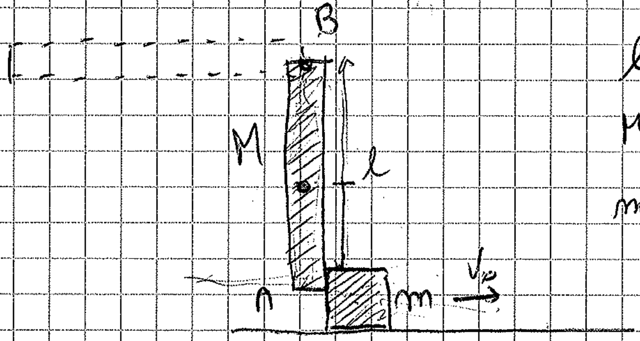
II

$$\cancel{\frac{1}{2}}\,\cancel{I}\,\frac{m^2}{I^{\cancel{2}}}\,\cancel{2}gh\,R^{\cancel{2}} = m g \cancel{R}$$

$$\frac{m}{I} h R = 1 \qquad h = \frac{I}{mR} = \frac{\frac{1}{2}mR^2 + mR^2}{mR} = \frac{3}{2}R$$

STEINER

6.33



$l = 1{,}2\,m$

$M = 0{,}5\,kg$

$m = 0.25\,kg$

$\omega_f = ?$ PRIMA URTO

$V_0 = ?$

$E_{koliss} = ?$

$J = ?$

(I) $$Mgl = \frac{1}{2} I'\omega^2 + Mg\frac{l}{2}$$ (BILANC. ENERG.)

$$Mgl = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{12}Ml^2 + M\left(\frac{l}{2}\right)^2\right)\omega^2 + Mg\frac{l}{2}$$

$$\omega = \sqrt{24{,}5}\ rad = 4{,}95\ rad$$

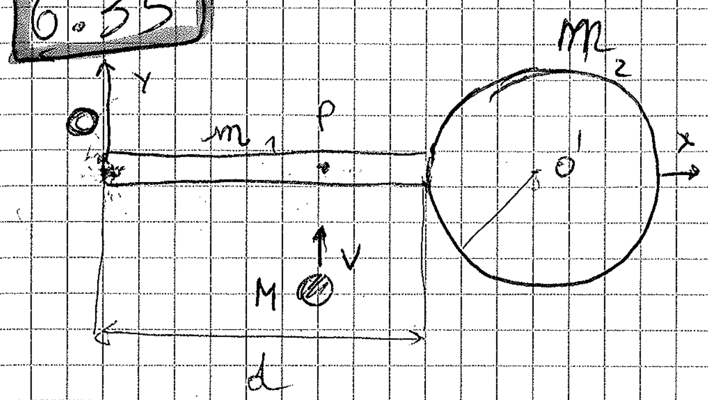
URTO ELASTICO → $I\omega = m v_0 l$

Prima c'è solo il momento rotazionale e dopo solo quello ~~rotaz~~ traslazionale

$$\left(\frac{1}{12}Ml^2 + \frac{l^2}{4}M\right)\omega = m v_0 l$$

(II) $$\frac{1}{3}Ml^{\cancel{2}}\omega = m v_0 \cancel{l} \qquad V_0 = \frac{\frac{1}{3}Ml\omega}{m} = 3{,}96\ m/s$$

6.35



$m_1 = M_2 = 1{,}5\ kg$

$R = \frac{d}{4}$

$OP = \frac{7}{8} d$

$M = 0{,}4\ kg$

Il moto è
- rotatorio
traslatorio o
rototraslatorio ?
- V_{CM} dopo l'urto ?
- Se è vincolato in O
- V_x dopo l'urto ?
- J = ?

(I) Per sapere se il moto è rotatorio, traslatorio o rototraslatorio devo trovare la posizione del centro di massa

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{m\frac{d}{2} + m\left(d + \frac{d}{4}\right)}{2m} = \frac{7}{8} d$$

Il moto è rettilineo, quindi traslatorio, perché il punto colpisce il corpo nel suo CM. Non ci sarebbe potuto essere moto rotatorio puro perché non c'è attrito.

(II)

$$Mv = (2m + M)v'$$

$$v' = \frac{0{,}4 \cdot 10}{3{,}4} = 1{,}17\ m/s$$

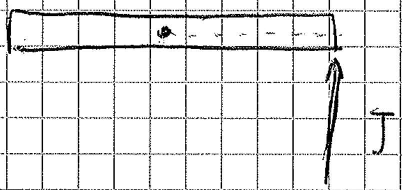
(III) L'urto è di tipo rotazionale: conserv. q.mom. angolare

$$Mvd = I\omega$$

momento del proiettile

$$3{,}5\, d = \left(\frac{1}{12} m d^2 + m\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} m \left(\frac{d}{4}\right)^2 + m\left(\frac{5}{4} d\right)^2 + M\left(\frac{7}{8} d\right)^2\right)\omega$$

$\boxed{6.49}$



$m = 3\,kg$ $\quad V_{cm} = ?$

$l = 1\,m$ $\quad \omega = ?$

$J = 5\,Ns$ $\quad E_k = ?$

I) $J = mV_{cm} - 0 \qquad V_{cm} = \frac{J}{m} = 1,67\ m/s$

II) $mvr = I\omega$

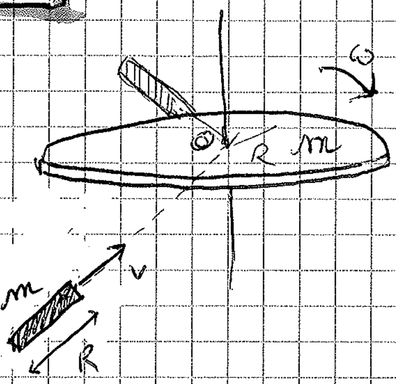
$J \frac{\cancel{l}}{\cancel{2}} = \left(\frac{1}{\cancel{12}_{6}} m l^{\cancel{2}}\right)\omega$

$\omega = \frac{6J}{ml} = 10\ rad/s$

III) $E_k = \frac{1}{2} I\omega^2 + \frac{1}{2} m v_{cm}^2 = 16,68\ J$

19

6.41



$m = 0{,}1$ kg
$R = 10$ cm $= 0{,}1$ m
$\omega = 40$ rad/s
$v = 4$ m/s

- ω' dopo l'urto ?
- se il disco è libero $V_{CM} = ?$ $\omega'' ?$

(I) $I\omega = I'\omega'$ (l'asse del moto della sbarra passa per O quindi ha momento nullo)

$$\frac{1}{2} m R^2 \omega = \left(\frac{1}{2} m R^2 + \frac{1}{12} m R^2 + m\left(R + \frac{1}{2} R\right)^2\right)\omega'$$

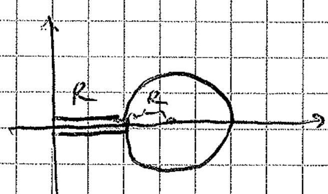
$\omega' = 7$ rad/s

Se il disco non è vincolato, esso ruoterà dopo l'urto attorno al suo centro di massa che si trova in

(II)
$$\begin{cases} I\omega = I'\omega'' \\ mV = (m + m)V_{CM} \end{cases}$$

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{\frac{R}{2} m + 2Rm}{2m} = \frac{5}{4} R$$

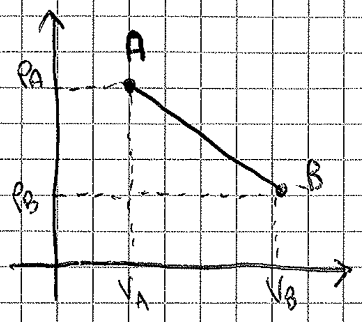
$$\begin{cases} V_{CM} = \frac{V}{2} = 2 \text{ m/s} \\ \frac{1}{2} m R^2 \omega = \left(\frac{1}{2} m R^2 + m\left(\frac{3}{4}R\right)^2 + \frac{1}{12} m R^2 + m\left(\frac{1}{4}R\right)^2\right)\omega'' \end{cases}$$



$20 = 1{,}21\,\omega''$

$\omega'' = 11{,}7$ rad/s

11.2



Determinare se c'è uno stato in cui T è max oppure se varia monotonamente

La retta che descrive AB è $y = mx + q$ dove m (coeff. ang.) è uguale a $\boxed{\frac{P_B - P_A}{V_B - V_A} = m}$

L'eq. della retta passante per due punti è

$$\frac{y - y_A}{y_B - y_A} = \frac{x - x_A}{x_B - x_A}$$

$$y - y_A = \left(\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\right)(x - x_A)$$

$$y = \left(\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\right)x \underbrace{- \left(\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\right)x_A + y_A}_{q}$$

$P = aV + q$ (generica retta del piano di Clapeyron)

$$\frac{nRT}{V} = aV + q \qquad nRT = aV^2 + qV \qquad T = \frac{aV^2 + qV}{nR}$$

Affinché ci sia un max $T' = 0$

$$T' = \frac{2aV + q}{nR} = 0 \qquad 2aV + q = 0 \qquad V = -\frac{q}{2a} \text{ (PUNTO CRITICO)}$$

< 0

(*)

711

$$\begin{cases} T_2 = \dfrac{(m_1+m_2)\,g\,(2h-x)}{nR} \\ +(m_1+m_2)\,g\,x = +n\,c_v(T_2-T_1) \end{cases}$$

le incognite sono T_3 e x

La diff di energia potenziale si trasforma in energia interna

$$\begin{cases} nRT_2 + x\,g(m_1+m_2) - 2hg\,(m_1+m_2) = 0 \\ -nc_vT_2 + x\,g\,(m_1+m_2) + nc_vT_1 = 0 \end{cases}$$

$$(nR+nc_v)T_2 + 0 - 2hg(m_1+m_2) - nc_vT_1 = 0$$

$$(nR+nc_v)T_2 = 2hg(m_1+m_2) + nc_vT_1$$

$$(2{,}077 + 3{,}11)T_2 = 1176 + 660{,}645$$

$$\begin{cases} T_2 = 354\ K \\ x = 0{,}47\ m \end{cases}$$

Il volume minimo del ciclo è V_C

$$Q_{ced} = nRT_2 \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

$$-7003 = 4{,}2 \cdot 8{,}31 \cdot 290 \ln\left(\frac{V_B}{10^{-1}}\right) \qquad V_B = 5 \cdot 10^{-2}$$

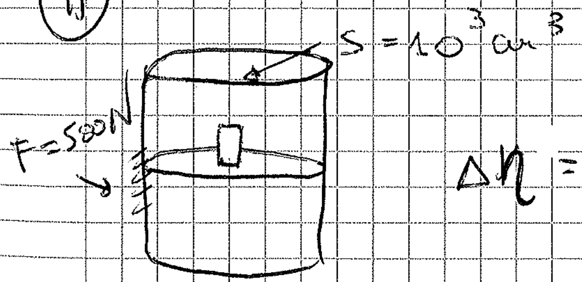
Mi ricavo V_B e poi con le leggi delle adiabatiche

$$T_1 V_B^{\gamma-1} = T_2 V_C^{\gamma-1}$$

$$V_C = \sqrt[\gamma-1]{\frac{T_1 V_B^{R/c_v}}{T_2}} = \sqrt[R/c_v]{\frac{280 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^{R/c_v}}{370}} =$$

$$= \sqrt[\frac{2}{3}]{0{,}106} = 3{,}47 \cdot 10^{-2}\ m^3$$

11

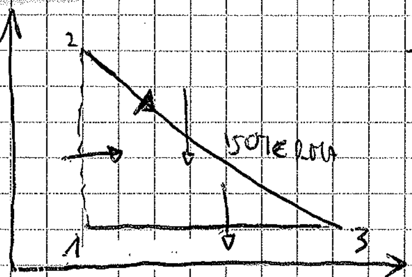


$$\Delta \eta = \frac{\Delta W}{Q_{ass}}, \quad \Delta W = W_{in} - W_{att}$$

$$W_{att} = F \cdot h$$

dove $h = \frac{V_A - V_C}{S}$ ← VAR. TOT. DI VOLUME LUNGO IL CICLO

11.19



$T_3 = T_2 = 800\ K$

$\frac{V_3}{V_2} = 2$

$\frac{C_p}{R} = 2 + 0.02T$

$Q_{ass} = ?$

$\eta = ?$

$Q_{ass} = nRT \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right) + nC_v(T_1 - T_3)$

$nC_v \Delta T = \Delta U$

Nelle ISOCORE si usa C_v, nelle ISOBARE C_p

Press. cost.

$\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow T_1 = 400K$

$dU = C_v dT \qquad U = \int_{T_1}^{T_3} C_v dT$

$C_v = C_p - R$

$Q_{ass} = \underbrace{8.31 \cdot 800 \cdot \ln 2}_{Q_{23}} + \underbrace{\int_{T_1}^{T_2} R + 0.02RT}_{Q_{12}} = 47820\ J$

$Q_{ced} = Q_{31} = \int_{T_3}^{T_1} C_p dT = \int_{T_3}^{T_1} 2R + 0.02RT = -46532\ J$

$\eta = \frac{Q_{ass} + Q_{ced}}{Q_{ass}} = \frac{47820 - 46532}{47820} = 0.02$

III $Q_{ced} = Q_{CA} = nRT \ln\left(\frac{V_A}{V_C}\right) = -3407$

Mi ricavo V_C dalle leggi adiabatiche

$T_B V_B^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1}$. $\gamma - 1 = 2/5$

$V_C = \sqrt[\gamma-1]{\frac{T_B}{T_C} V_B^{\gamma-1}} = \sqrt[2/5]{\frac{741}{300} \cdot (2 \cdot 10^{-2})^{\frac{2}{5}}} = 0{,}192\ m^3$

IV $\eta = \frac{Q_{ced} + Q_{ass}}{Q_{ass}} = 0{,}385$

$$W_{AB} = -U_{AB} = -mc_v(T_B - T_A)$$

$$W_{BC} = p_B(V_C - V_B)$$

$$W_{CD} = mRT \ln \frac{V_D}{V_C}$$

$$W_{DA} = \frac{p_A + p_D}{2}(V_A - V_D)$$

I calori scambiati con la sorgente T_C sono:

$$Q_{(T_C)} = Q_{DC} + Q_{CB}$$

mono

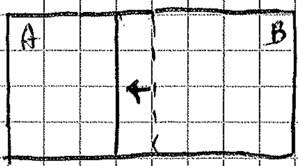
$n c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + n R \ln \frac{V_2}{V_1} + c_v \ln \frac{T}{T_1}$

2 moli isoterm

$T_{fin} = ?$

$\Delta S_U = ?$

12.10



$V_A = 20 \cdot 10^{-3} m^3$ $V_B = 10^{-3}$ mol

$n_A = 2$ mol $n_B = 1$ mol

$T_0 = 290 K$

$V_{A2} = 5 \cdot 10^{-3}$

Per lo spostamento serve un $W = -12,7 \cdot 10^3 J$ e si ristabilizza l'equilibrio. Successivamente viene riportato a destra.

$\Delta U = -\Delta W$

$n c_v (T_1 - T_0) = 12,7 \cdot 10^3 \Rightarrow T_1 = 799 K$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 71 di 76

(II) $W_{TOT} = W_{AB} + W_{BC} + W_{DA} + W_{CD}$

$W_{BC} = P_B(V_C - V_B)$

$W_{DA} = 0$

$W_{AB} = Q_{AB}$

$W_{CD} = -\Delta U_{CD} = -nC_V(T_D - T_C)$

(III) $\eta = \frac{W_{TOT}}{Q_{ass.}}$

(IV) $Q_{BC} = P_B(V_C - V_B) + nC_V(T_C - T_B) =$

$= \cancel{\ldots}10^5\left(\frac{nRT_C}{P_C} - 2\cdot10^{-3}\right) + 2\cdot\frac{3}{2}\cdot8{,}31(518 - 273{,}2)$

$= \cancel{\ldots}10^5\left(\frac{2\cdot8{,}31\cdot518}{22{,}72\cdot10^5} - 2\cdot10^{-3}\right) + 3\cdot8{,}31(518 - 273{,}2)$

$22{,}72\cdot10^5$

$= \cancel{\ldots}10^5(378{,}65\cdot10^{-5} - 200\cdot10^{-5}) + 6127{,}79$

$4081{,}64$

$= \cancel{\ldots}22 + 6127{,}79 = \cancel{\ldots} \; 10208{,}4 \text{ J}$

$Q_{ced} = Q_{AB} + Q_{DA} +$

$Q_{ass} = Q_{BC}$

$\frac{10220}{518} + \frac{Q_{AB} + Q_{DA}}{T_A} = \frac{8121}{273}$

$\Delta S_U =$

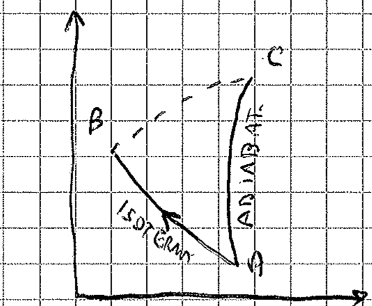
entropia della trasformazioni a contatto con l'esterno

12.32

$W_{TOT} = ?$

$\eta = ?$

BC revo / irrev ?



gas biatomico

$P_A = 1\ bar = 10^5\ Pa$ $\quad V_B = 5 \cdot 10^{-3}\ m^3$

$V_A = 20 \cdot 10^{-3}\ m^3$ $\quad T_B = 288\ K$

$T_A = 288\ K$

$Q_{BC} = 4{,}56\ kJ$, $\quad \Delta S_{AMB,BC} = -9{,}62\ J/K$

$$n = \frac{P_A V_A}{R T_A} = \frac{10^5 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{8{,}31 \cdot 288} = 0{,}83$$

$T_A = T_B$

$$W_{TOT} = nRT \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) + \cancel{n C_V (T_A - T_C)} + Q_{BC} + \cancel{n C_V (T_C - T_B)} =$$

$$= 1{,}79\ kJ$$

$$\eta = \frac{Q_{TOT}}{Q_{ass}} = \frac{1{,}79\ kJ}{4{,}56\ kJ} = 0{,}39$$

Affinché sia rev. il ΔS del ciclo deve essere nullo poiché AC ha $S=0$ allora

BC è reversibile $\Delta S_{AMB,BC} = \Delta S_{gas,BC}$

$\Delta S_{gas,BC} = \Delta S_{gas\ AB}$

$\Delta S_{gas\ AB} = nR \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = -9{,}62\ J/K$ È REVERSIBILE !