



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 926

DATA: 31/03/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Chirico

MATERIA: Fisica II + Eserc.

Prof. Kaniadakis

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

Fisica II

2013/2014

Cap 1: Forza / Campo Elettrostatico

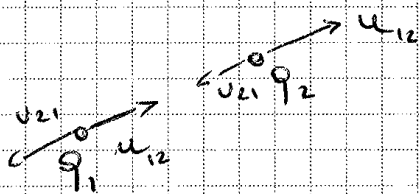
materiali \rightarrow conduttori
 \hookrightarrow isolanti

Forza di Coulomb: $\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}$ \sim attrattiva forza gravitazionale
 \vec{u} : vettore da un'ide carica

1 Coulomb: carica trasportata da corrente di 1A in 1 secondo

$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ Es: permeabilità elettrica nel vuoto

$e^- = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C carica elementare



$$\vec{F} \text{ da } q_1 \text{ su } q_2 = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_{12}$$

$q_1 q_2 > 0$ repulsiva

$q_1 q_2 < 0$ attrattiva

Principio di sovrapposizione

in un sistema di cariche sommo algebricamente gli effetti della forza elettrica

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

Campo elettrostatico:

$E = \frac{F}{q_0}$ forza che agisce su carica di prova q_0

campo \rightarrow entrante se $q < 0$
 \hookrightarrow uscente se $q > 0$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \vec{u}$$

distribuzione continua di carica

NB: ad ogni forza conservativa si associa una certa energia potenziale.

$$W_{AB} = -\Delta V_e = -q_0 \Delta V$$

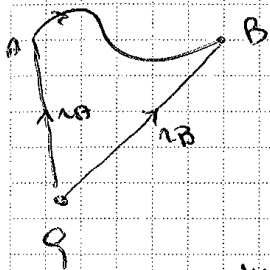
Campo elettrostatico: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \quad W=0$

circulazione del campo elettrostatico è nulla

• Campo elettrostatico di una qualsiasi distribuzione di carica è conservativo

• carica puntiforme

$$dW = q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2}$$



$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2}$$

$$W = q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

$$\Delta V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

• a d = ∞

$$V=0 \quad \vec{E}=0 \quad \vec{F}=0 \quad U=0$$

→ > cariche → uso principio di sovrapposiz.

$$\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = \epsilon_0 \int_A^B \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^2} \vec{u} \cdot d\vec{s}$$

Teorema del gradiente:

$$V_B - V_A = \int_A^B \nabla V ds$$

Campo in coord. polari piane:

$$E(r, \theta) = -\frac{dV}{dr} \hat{u}_r - \frac{1}{r} \frac{dV}{d\theta} \hat{u}_\theta$$

▲ Superfici equipotenziali rappresentano l'andamento del potenziale elettrostatico

$$V(x, y, z) = k$$

sup. equipot. non si intersecano

linee di forza sono \perp alle sup. equipot.

▲ Rotore

Teo di Stokes: circolazione di un campo vettoriale lungo una linea chiusa C , $\hat{e} =$ al flusso del rotore del campo attraverso Σ , $d\Sigma = \hat{e}$

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int_\Sigma \text{rot } \mathbf{E} \cdot \hat{u}_n d\Sigma$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = \nabla \times \mathbf{E}$$

$$d\phi = \nabla \times \mathbf{E} \cdot \hat{u}_n d\Sigma = |\nabla \times \mathbf{E}| \cos \theta d\Sigma$$

\hat{u}_n
normale \perp a $d\Sigma$

\hookrightarrow angolo fra \hat{u}_n e $\nabla \times \mathbf{E}$

$\text{rot } \mathbf{E} = 0 \rightarrow$ campo elettrostatico è irrotazionale
è conservativo, rotore = 0

• Campo E non uniforme

F risultante $\neq 0$, \bar{e} diverso E_{+q} ed E_{-q}

• ad esempio: $E \parallel axax$, $\bar{E} \uparrow x \uparrow$

$$\bar{E}_2 = \bar{E}_1 + \frac{\partial \bar{E}}{\partial x} a$$

$$F = q (E_2 - E_1) = p \underbrace{\frac{\partial E}{\partial x}}_{\text{positivo}}$$

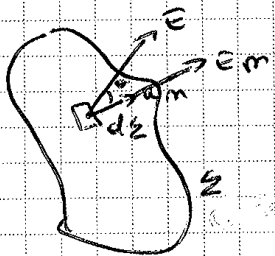
- \bar{p} concorde a \bar{E} , va verso dove E cresce

- \bar{p} discorde a \bar{E} , va verso dove E decresce

Cap 3: legge di Gauss

Campo elettrostatico \rightarrow campo irrotazionale quindi \bar{e} conservativo

► Flusso e legge di Gauss



$$d\phi_E = E \bar{u}_n dS = E_n dS$$

$$\phi(E) = \int_S E \bar{u}_n dS$$

$$\phi(E) = \int_S E \bar{u}_n dS \quad \text{superficie di flusso chiusa}$$

convenzione: \bar{u}_n punta all'esterno,

$\phi > 0$ se $E \bar{u}_n > 0$, E va all'esterno

legge di Gauss:

$$\phi(E) = \int_S E \bar{u}_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} (E, q)_{int}$$

vale solo se $F \propto \frac{1}{r^2}$

Il flusso dipende dalle cariche dentro superficie

$$d\phi(E) = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0} d\epsilon + \frac{q}{4\pi\epsilon_0} d\epsilon = 0$$

$$\rightarrow \phi(E) = \oint E \cdot \vec{u} \, d\epsilon = 0 \quad \text{per cariche esterne}$$

• Se ho più cariche puntiformi uso principio di sovrapposizione degli effetti

→ uso Gaussa per det campo \vec{E} nei casi di distribuzione di carica ad elevato grado di simmetria

• Superficie sferica:

q con densità ρ o costante

R : raggio superficie

► Calcolo di \vec{E}

• $r > R$: \vec{E} radiale, approssimo sup. sferica a q puntiforme

• $r = R$ $\vec{E} = k$

• $r < R$: $\vec{E} = 0$, $\phi(E) = 0$, \vec{A} q interne

• Sfera

q con densità ρ uniforme nel volume

R : raggio sfera

• $r > R$ \vec{E} radiale, approssimo sfera a q puntiforme posta in O

• $r = R$ $\vec{E} = k$

$$\rightarrow \vec{E} = \frac{\int R^3}{3\epsilon_0 R^2} \vec{u}_r$$

• Piano σ densità di carica

$\vec{E} \perp$ al piano

come gaussiana sopra un cilindro,

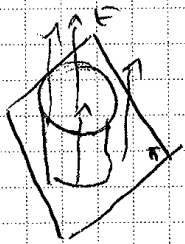
$$\phi_{\text{parete}} = 0$$

$$\phi_{\text{base}} = 2 E \Sigma$$

$$q = \sigma \Sigma$$

$$\phi(E) = 2 E \Sigma = \frac{\sigma \Sigma}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0}$$



► Divergenza

formulazione locale Teo Gauss: Teo della divergenza

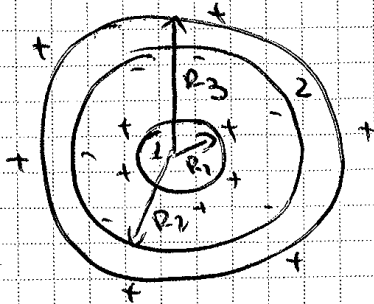
$$\oint \vec{E} \cdot \vec{n} d\Sigma = \int_V \nabla \cdot \vec{E} dz$$

τ : volume racchiuso da Σ

$$\nabla \cdot \vec{E} = \text{div } \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

$$\text{rot } E = \begin{vmatrix} u_x & u_y & u_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}$$

Condensatori



condutt. sferico R_1
 condutt. sferico cavo R_2 e R_3
 $+q$ su L

$$E_{\text{int}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$R_1 < r < R_2$

$$V_1 - V_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{4\pi\epsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

capacità del condensatore è indipendente da q , dipende solo dalla geometria del condensatore

2 conduttori nei quali c'è induzione completa
 ↳ armature del condensatore

$$\text{Farad (F)} = \frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}}$$

→ condensatore cilindrico

$$\Delta V = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$\lambda = q/d$$

$$C = \frac{q \cdot d \cdot 2\pi\epsilon_0}{q \ln R_2 / R_1}$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 d}{\ln(R_2/R_1)}$$

$$dW = V' dq$$

$$W = \int dW = \boxed{\frac{q^2}{2C} = W}$$

questo lavoro di immagazzinamento
come energia pot. elettrostatica

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{CV^2}{2} = \frac{qV}{2}$$

per un condensatore:

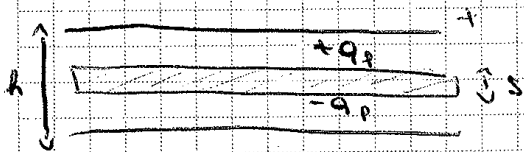
$$U_e = \frac{\epsilon_0}{2} E^2 \epsilon A$$

$$u_e = \frac{U_e}{\tau} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad \begin{array}{l} \tau: \text{volume} \\ \text{densità di } E \text{ elettrostat.} \end{array}$$

$$U_e = \int dU_e = \int \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 dz$$

Dielettrici, da costante dielettrica

condensatore piano: $\epsilon_0 = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad V_0 = \frac{q_0}{C_0} = E_0 h$



introduco lastra di
dielettrico $s < h$

$$V = E_0 (h-s) < V_0$$

dielettrici: diminuiscono la ΔV tra le armature
del condensatore, quindi diminuiscono
anche E

► Equazioni generali dell'elettrostatica in presenza di dielettrici

$$\phi(\vec{r}) = \int E \cdot \vec{u}_n d\Sigma = \frac{q + q_p}{\epsilon_0}$$

q_p : considero anche le cariche di polarizzazione.

$$q_p = -P \cdot \vec{\Sigma} \quad P = \epsilon_0 \chi E \quad (\text{dielettrici lineari})$$

$$\phi(\vec{r}) = \underbrace{-\int \frac{P}{\epsilon_0} \cdot \vec{u}_n d\Sigma}_{\text{componente cariche di polarizzazione}} + \underbrace{\frac{1}{\epsilon_0} q}_{\text{cariche interne a } \Sigma}$$

$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ vettore induzione dielettrica

$$\oint \vec{D} \cdot \vec{u}_n d\Sigma = q$$

libere, non di polarizz.

legge di Gauss del vettore \vec{D}

Cap 5: Corrente Elettrica

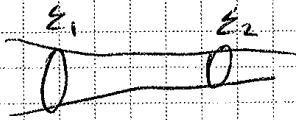
► Conduzione Elettrica

conduttori: e⁻ mobili che portano la carica

$v_{\text{media}} = 0$ degli elettroni in un conduttore

$$\vec{J} = \frac{\vec{I}}{\Sigma}, \quad \vec{E} \perp \vec{I}$$

corrente elettrica stazionaria.



$$i_1 = \int_{\Sigma_1} \vec{J}_1 \cdot \vec{u}_1 \, d\Sigma_1$$

$$i_2 = \int_{\Sigma_2} \vec{J}_2 \cdot \vec{u}_2 \, d\Sigma_2$$

$i_1 = i_2$ condizioni di stazionarietà,
 nel tronco di cono di basi Σ_1 e Σ_2 non
 varia la carica nel tempo

Legge di Ohm della conduzione elettrica

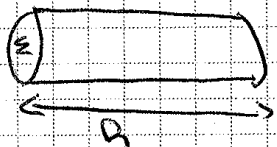
In un conduttore, con $\Delta V \neq 0$, si stabilisce in regime stazionario corrente i :

legge di Ohm

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

σ : conducibilità elettrica

$$g = \frac{1}{\rho} \quad \text{resistività del conduttore}$$



Applico legge di Ohm a conduttore cilindrico

$$i = j \Sigma = \frac{\Sigma}{g} \cdot \vec{E} \quad \Delta V = E l$$

$$V = \frac{j l \Sigma}{\Sigma}$$

$$V = R i$$

legge di Ohm per i conduttori metallici

$$R = \frac{j l \Sigma}{\Sigma}$$

$$R = \int_a^b \frac{g \, dA}{\Sigma} \quad \text{resistenza}$$

→ Applico E . $a = \frac{F}{m} = -\frac{eE}{m}$

abbiamo velocità di deriva $\ll v_{el}$, dovuta a \vec{E}

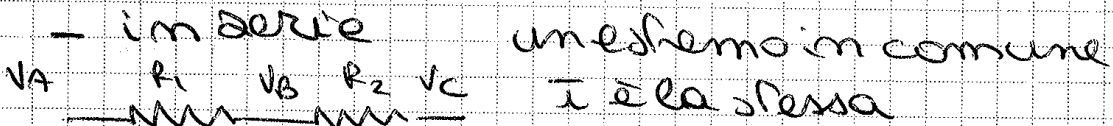
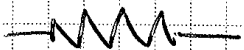
$$\boxed{v_d = \frac{1}{N} \sum_i v_i = -\frac{eE}{m} \tau} \quad N: \text{numero di urti}$$

$$v_d = -\frac{e\tau}{m} \vec{E} \quad \vec{J} = -ne v_d$$

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m} \text{ conduttività}$$

Resistori

resistore: conduttore ohmico con una certa R , usati nei circuiti elettrici



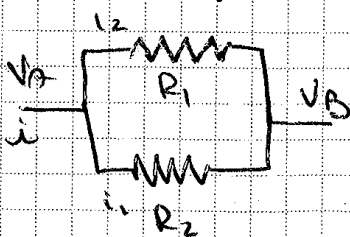
$$V_A - V_B = R_1 i \quad V_B - V_C = R_2 i$$

$$V_A - V_C = (R_1 + R_2) i \quad R_{TOT} = R_1 + R_2$$

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^n R_i$$

$$P_{tot} = P_1 + P_2$$

— in parallelo



sono collegati entrambi gli estremi

ΔV è la stessa

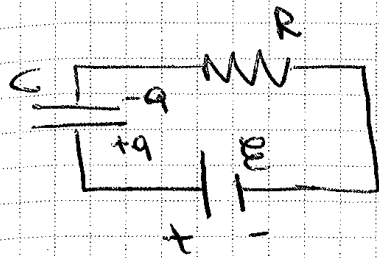
$$i = i_1 + i_2$$

per la condizione di stazionarietà

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

$$P = R_{eq} I^2$$

► Carica e scarica di un condensatore in circuiti con corrente variabile nel tempo



• carica

$t=0$ C scarico, poi inizia a fluire corrente, $+q$ e $-q$ sul condensatore

$q_{max} = C E$ carica massima

Di: $E = V_R + V_C = R i(t) + \frac{q(t)}{C}$

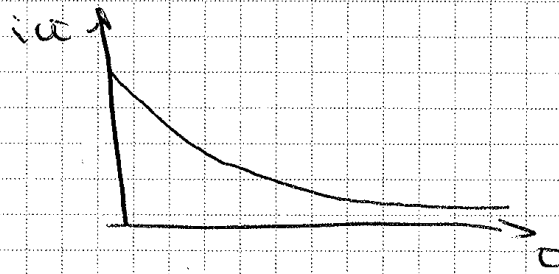
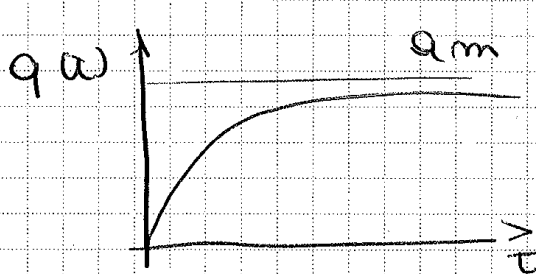
• $q(t) = C E (1 - e^{-t/RC})$ è eqz. me differenziale

• $V_C(t) = E (1 - e^{-t/RC})$

• $i(t) = \frac{E}{R} e^{-t/RC}$

→ derivano dalla risoluzione dell'eqz. differenziale

• $V_R(t) = E e^{-t/RC}$

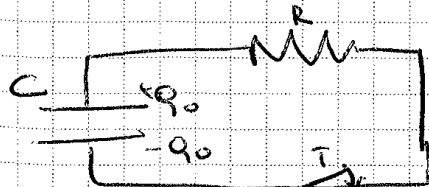


$\tau = RC$ costante di tempo

$W_{gen} = \int E dq = C E^2$

$P_{gen} = P_R + P_C$

• scarica a $t=0$, su condensatore c'è q_0



Di: $V_0 = \frac{q_0}{C}$ $U_E = \frac{q^2}{2C}$

$V_C = V_R = R i$

chiudo interruptore T e fluisce corrente

maglia: cammino chiuso all'interno di una rete elettrica

1^a legge Kirchhoff: $\sum_k \vec{i}_k = 0$ somma algebrica
correnti che confluiscono in un nodo

2^a legge Kirchhoff: $\sum_k R_k i_k = \sum_k \mathcal{E}_k$

- ramo k-esimo se i_k è concorde al verso scelto per la maglia, $R_k i_k > 0$.

~
somma algebrica delle fem.

- \mathcal{E}_k nel verso scelto per la maglia in conto positivo ma se - e poi se +, $\mathcal{E}_k > 0$.

→ Se ho rete con N nodi scrivo N eqz. dei nodi (1^a legge), di cui N-1 indipendenti

Cap 6: Campo Magnetico. Forza Magnetica

magnete \rightarrow polo positivo Nord
 \leftarrow polo negativo Sud

N-S forza attrattiva

NB: il polo Nord \rightarrow polo duale della (monopoli magnetici) vanno sempre in coppia N+S

possiamo definire le linee di campo magnetico:

- ig. al campo in \forall pb.

Radio ds , direzione \hat{e}

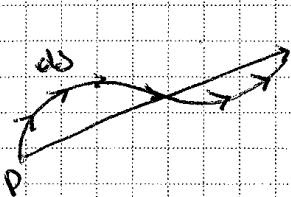
$$d\vec{F} = \underbrace{\sum ds \vec{e}}_{\text{n° di } \vec{e} \text{ contenuti}} \times \vec{B} = \sum ds \vec{j} \times \vec{B}$$

$$d\vec{F} = i ds \times \vec{B} \quad \text{2ª legge elementare di Laplace}$$

$$F = i \int_P^Q ds \times \vec{B} \Rightarrow F \text{ non dipende dal segno dei percorsi di carica}$$

Suppongo: B uniforme, conduttore rettilineo lungo l

$$\vec{F} = i \hat{e} \times \vec{B} \quad \|\vec{F}\| = i l B \sin \theta$$



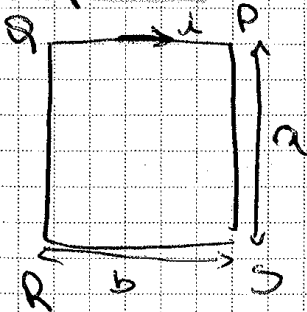
conduttore curvilineo magra nel piano:

$$\vec{F} = i \overline{PQ} \times \vec{B} \quad \text{non dipende dal percorso } PQ, \text{ ma solo da } P \text{ e } Q$$

\Rightarrow circolazione (su percorso chiuso) = 0

▲ Momenti meccanici su circuiti piani
circuiti piani rigidi immersi in campo B unif.

• Spina



\hat{u}_m : vettore normale

θ : angolo fra \hat{u}_m e \vec{e}_i

F_{RS} e F_{PQ} si annullano a vicenda e hanno braccio nullo

F_{RQ} e F_{SP} si annullano, ma sono generatrici di un momento $\neq 0$
braccio $\rightarrow b \sin \theta$

$$M = i \sum B a b \sin \theta$$

$$\vec{j} = \frac{i}{ab} \vec{u}_z = me v_d$$

non cambia per ogni
portatori di carica

campo $\vec{B} = B \vec{u}_y$

$$\vec{F}_z = e \vec{v}_d \times \vec{B}$$

su ogni portatore di carica

non è una forza elettrostatica \rightarrow definita con
campo elettromagnetico

$$\vec{E}_{el} = \frac{\vec{F}}{e} = \frac{\vec{j}}{me} \times \vec{B}$$

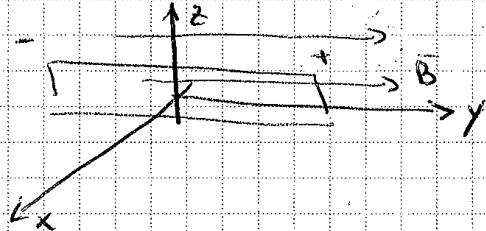
forza magnetica genera un campo elettrico di origine
magnetica: $\vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}$ campo non conservativo

• ha direzione dell'assez, verso dipende dal segno
della carica

$E_{el} \rightarrow$ Campo di Hall

provoca deflessione mobile
cariche, tende a separazione
cariche

si raggiunge un equilibrio
quando la separazione
delle cariche provoca un
campo elettrostatico opposto



$$E_{elettromotrice} + E_{elettrostatico} = 0$$

$$E_{el} = \int_R^Q E_m dz = \pm E_m b$$

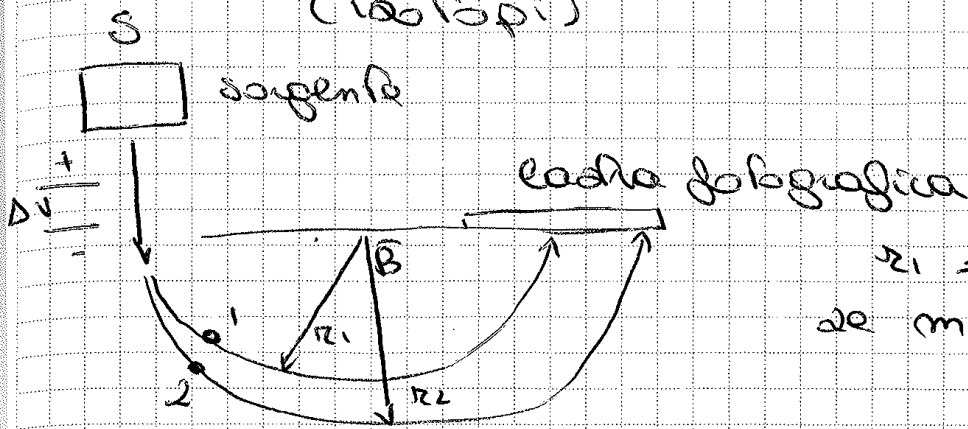
tensione del campo

$$E_{el} = \frac{i B}{me a} = \frac{j B b}{me}$$

Effetto Hall trasversale

\rightarrow grandezza proporzionale ha E e B , la uso
per misurare B , con sonda di Hall

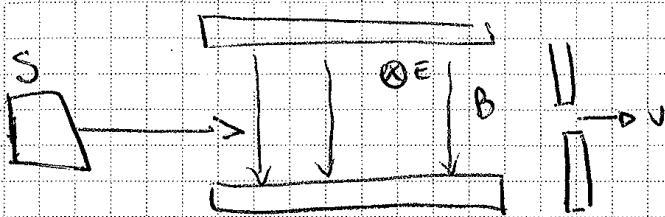
• **Spettrometro di massa**
 separa ioni con \neq carica e massa \neq
 (cioè q/m)



$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = qV$$

$r_1 \neq r_2$
 se $m_1 \neq m_2$

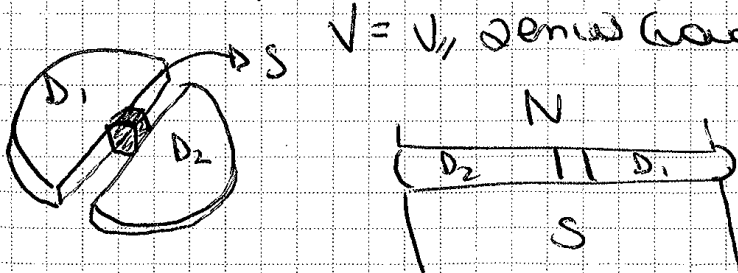
• **Selezione di velocità**



gas di ioni \neq , con $\neq v$
 $\vec{E} \perp \vec{B}$ uniformi;
 p.c. $\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = 0$
 $F = 0$
 si verifica deflessione
 nulla solo per ioni
 $v = \frac{E}{B}$

• **ciclotrone**

ripetuta applicazione ddp variabile
 per accelerare particelle



$v = v_1$ (senza radio frequenza)

sono immerse in
 \vec{B} uniforme e \perp

q_+ iniettata da S al centro $\rightarrow r_1 = \frac{mv_1}{qB}$ 1ª semi-circonf.
 esce da D_1 e entra in D_2 che fa lo
 ione
 ΔV cambia segno $\rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + qV = 2qV$
 nuova accelerazione

$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \vec{ur}}{r^2}$ Singola carica in moto

► Calcoli di \vec{B} prodotti da circuiti particolari

• filo rettilineo

ogni elemento ds :

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{ds \sin\theta}{r^2}$$

$$\frac{1}{r^2} = \frac{\sin^2\theta}{R^2} \quad ds = \frac{R d\theta}{\sin\theta}$$

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{d(\cos\theta)}{R}$$

$$B_0 = \int dB = + \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \int_{\cos\theta_1}^0 d\cos\theta = \frac{\mu_0 i \cos\theta_1}{4\pi R}$$

$$B = 2 B_0 = \frac{\mu_0 i a}{2\pi R \sqrt{R^2 + a^2}}$$

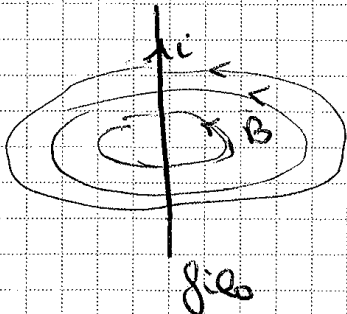
faccio tendere $a \rightarrow \infty$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \vec{u}_\phi \times \vec{ur}$$

\vec{ur} = versore ds-P
 \vec{u}_ϕ = versore ϕ al filo.

legge

Biot-Savart.



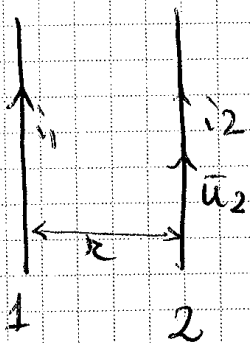
$$B = \frac{\mu_0 m i}{2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin \varphi \, d\varphi = \frac{\mu_0 m i}{2} (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2)$$

$$B(x) = \frac{\mu_0 m i}{2} \left| \frac{d+2x}{\sqrt{(d+2x)^2 + 4R^2}} + \frac{d-2x}{\sqrt{(d-2x)^2 + 4R^2}} \right|$$

$$B_{\max}(0) = \frac{\mu_0 m i d}{\sqrt{d^2 + 4R^2}}$$

$$d \gg R \rightarrow B = \mu_0 m i$$

► Azioni elettrodinamiche tra fili percorsi da i e i_2



2 fili //

$$dF_{12} = i_2 \, d\vec{s}_2 \times \vec{B}_1 = i_2 \, ds_2 \, \vec{u}_2 \times \vec{B}_1$$

(sul filo 2) (campo filo 1)

$$F_{12} = i_2 \, u_2 \times B_1 \quad (\text{forza su unità di lunghezza})$$

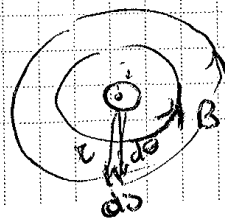
$$|F_{12}| = |F_{21}| = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi R}$$

- attrattiva, i_1 e i_2 = verso
- repulsiva, i_1 e i_2 verso opposti

filo 1 \perp filo 2 $\rightarrow F = 0$

► legge di Ampère

considero filo nell'angolo
condegno



$\mu = \mu_0 k_m$ permeabilità magnetica assoluta

$H = B_0 / \mu_0$ $B = \mu H$ → a causa correnti di conduzione nel mezzo

$B = \frac{\mu i}{4\pi} \oint \frac{dS \times \vec{r}}{r^2}$ legge Ampère Laplace in un mezzo con permeab. magnetica μ

$B_m = B - B_0 = \mu_0 \chi_m H$

$\chi_m = k_m - 1$ suscettività magnetica

$M = \chi_m H$ Magnetizzazione

$B = B_0 + B_m = \mu_0 (H + M) = \mu_0 i (1 + \chi_m)$ nel solenoide

• Sostanze diamagnetiche

$k_m < 1$ ci sono correnti amperiane. ≈ ruolo polarizzazione per i dielettrici
↳ danno contributo opposto a B_0

• Sostanze paramagnetiche

$k_m > 1 \Rightarrow \chi_m > 0$ correnti amperiane sono equiverse
effetti magnetici si sommano

$\chi_m = \frac{C \rho}{T}$ legge di Curie.
 ρ : densità C : cost. Curie

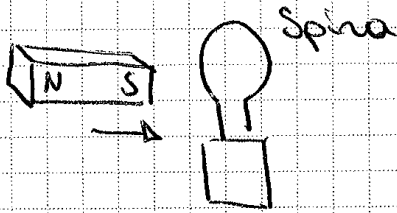
▷ Meccanismi magnetizzazione

paramagnetismo → sotto influenza \vec{B} momenti magnetici atomici si allineano

Cap 8: Campi \vec{E} e \vec{B} variabili in T

- Campo elettrico variabile genera \vec{B}
- \vec{B} variabile genera \vec{E} non conservativo
 → campo elettromagnetico

Legge di Faraday dell'induzione elettromagnetica



se muovo il magnete vedo la comparsa di una corrente indotta
 → si può generare fem indotta in un circuito, con un \vec{B} variabile

$$\mathcal{E}_{ind} = \frac{d\phi(B)}{dt}$$

legge di Faraday dell'induzione elettromagnetica

↳ fem si comporta da generatore

$$\mathcal{E}_i = \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{s} = - \frac{d\phi(B)}{dt} \quad \vec{E} \text{ generato non è conservativo}$$

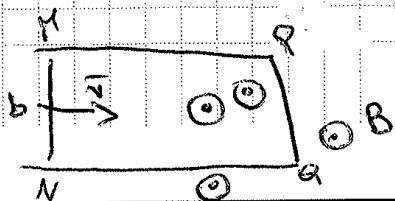
↳ legge di Lenz

fem indotta cerca di opporsi alla variazione creata

- se $\frac{d\phi}{dt} > 0$, fem è negativa e genera flusso che si oppone all'aumento di $\phi(B)$

↳ Origine di \vec{E} e \mathcal{E}_{ind}

$$\mathcal{E}_i = \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{s} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$



Spina con la \vec{B} mobile b ,
 può campo magnetico $\vec{B} \perp$ piano spina

$$\Phi(B) = \int_{\Sigma} B \sin \theta \, d\Sigma = B \int_{\Sigma} \cos \theta = B \int_{\Sigma} \cos \omega t$$

$$\mathcal{E} = \omega B \int_{\Sigma} \sin \omega t \rightarrow \text{fem varia sinusoidalmente col tempo}$$

$$i = \frac{\omega B \int_{\Sigma} \sin \omega t}{R}$$

→ momento meccanico delle forze magnetiche tende a orientare spira // a B, per mantenerla in rotazione devo usare potenza.

$$P = \frac{\mathcal{E}_{\max}^2 \sin^2 \omega t}{R}$$

▷ Autoinduzione

circuito percorso da corrente produce \vec{B} :

$$\Phi(B) = \int_{\Sigma} \left(\oint \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2} \frac{ds \times \vec{u}_i}{r^2} \right) \cdot \vec{n} \, d\Sigma$$

↳ sul circuito

Σ : sup. che ha come contorno il circuito

$$\Phi = L \cdot i \quad \text{autoflusso}$$

L : induttanza del circuito

dipende dalla forma e dalle prop. magnetiche del mezzo

• se la corrente non è costante $\rightarrow \Phi(B)$ varia \rightarrow compare fem indotta \leftarrow

$$\mathcal{E}_L = - \frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{di}{dt} \quad (\text{di autoinduzione})$$

 : induttore

$$W = \mathcal{E} \cdot dt = \underbrace{Ri^2 dt}_{\text{effetto Joule}} + \underbrace{Li di}_{\text{lavoro speso contro fem di autoinduzione}} \quad \text{bilancio energetico}$$

$$W_L = \int_0^i Li di = \frac{Li^2}{2} = U_L \quad \text{energia immagazzinata dalla corrente}$$

energia immagazzinata nell'induttanza
 si dissipa all'apertura del circuito mentre
 fluisce la corrente

→ U_L è legata a i , dimensionalmente allo spazio
 dove c'è il circuito

↳ Sto localizzando una forma di energia
 Energia magnetica

Dimostrazione che dipende dal valore locale di \vec{B} .
 prendo un tratto di solenoide.

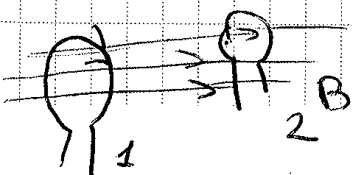
$$U_L = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} (\mu_0 m^2 \Sigma d) i^2 = \frac{B^2}{2\mu_0} \Sigma d$$

$$j_{\text{energia}} = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{1}{2} HB$$

$$U_m = \int_{\text{volume}} \frac{B^2}{2\mu_0} dz \quad \text{energia magnetica}$$

▲ Mutua induzione

circuito può produrre $\phi(\vec{B})$ attraverso un secondo
 circuito:



$$\phi_{12} = \int_{\Sigma_2} B_1 \cdot u_m d\Sigma_2$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \quad \nabla \cdot B = 0$$

$$\oint E \, ds = \int \nabla \times E \cdot u \, d\Sigma = - \int \frac{\partial B}{\partial t} \cdot u \, d\Sigma$$

$$\nabla \times E = - \frac{\partial B}{\partial t} \quad \text{forma locale della legge di Faraday}$$

$$\oint B \, ds = \int \nabla \times B \cdot u \, d\Sigma$$

$$\nabla \times B = \mu_0 \left(j + \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \right) \quad \text{forma locale legge Ampère - Maxwell}$$

$$\mu_0 \nabla \cdot j + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \nabla \cdot E}{\partial t} = 0$$

$$\nabla \cdot j = - \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad \text{Equazione di continuità (conservazione carica)}$$

integro:

$$\int \nabla \cdot j \, dz = - \frac{\partial}{\partial t} \int \rho \, dz$$

$$i = - \frac{\partial q_{inf}}{\partial t} \quad \text{conservazione carica elettrica}$$

$$\partial \rho / \partial t = 0$$

$$\nabla \cdot j = 0 \quad i = 0 \quad \text{condizioni stazionarie}$$

e dopo gli esami...



dalla 2^a e 3^a eqz. me Maxwell:

$$\frac{\partial \vec{E}_z}{\partial x} = -\frac{\partial B_y}{\partial t} \quad \frac{\partial B_z}{\partial t} = -\frac{\partial E_y}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 B_y}{\partial x \partial t} \quad \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 B_y}{\partial x \partial t}$$

due deriv. parziali miste sono uguali

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} \quad \approx \text{procedimento per } E_y$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

• velocità di propagazione: c

$$E = E_{0y} \cos(kx - \omega t) \hat{u}_y + E_{0z} \cos(kx - \omega t) \hat{u}_z$$

$$B = B_{0y} \cos(kx - \omega t) \hat{u}_y + B_{0z} \cos(kx - \omega t) \hat{u}_z$$

$$\frac{\omega}{k} = c \rightarrow B_{0z} = -E_{0z}/c \quad \text{i campi non sono indipendenti tra loro}$$

• in mezzi isotropici:

$$v = \frac{c}{n} \quad n: \text{indice di rifrazione del mezzo}$$

• deduzione delle onde elettromagnetiche piane ipotesi di onda piana con direz. propagazione x

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = 0 = \frac{\partial B_x}{\partial x} \quad \nabla \cdot \vec{E} = 0 = \nabla \cdot \vec{B}$$

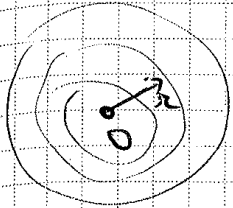
$$\dots \frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x}$$

$$|S| = \epsilon_0 E^2 c = \epsilon_0 c \bar{E}_0^2 \cos^2(kx - \omega t)$$

• flusso medio:

$$S_m = \frac{1}{2} \epsilon_0 c^2 E_0^2 \quad \text{intensità dell'onda elettrom. piana}$$

• Onde sferiche



Sorgente 0

$$E(r, t) = E_0(r) \cos(kr - \omega t)$$

$$P_{\text{media}} = \frac{1}{2} c \epsilon_0 \bar{E}_0^2(r) 4\pi r^2 \quad \text{(emessa dalla sorgente)}$$

↳ fronti d'onda

$$\begin{cases} \bar{E} = \frac{\bar{E}_0}{r} \cos(kr - \omega t) \\ \bar{B} = \frac{\bar{E}_0}{cr} \cos(kr - \omega t) \end{cases}$$

$$\text{Intensità} = \frac{1}{2} c \epsilon_0 \frac{\bar{E}_0^2}{r^2}$$

A Polarizzazione

onda polarizzata rettilineamente:

$E \rightarrow$ comp y

$B \rightarrow$ comp z

$x \rightarrow$ direz. unica di propagazione

piano di polarizzazione (dove giace l'onda)

forma angolo θ costante con asse y

$$E(x, t) = \bar{E}_0 \cos(kx - \omega t)$$

$$I = \frac{1}{2} c \epsilon_0 \bar{E}_0^2$$

onde Herztiane: $10^2 \leq \nu \leq 10^9 \text{ Hz}$ $3 \cdot 10^3 \leq \lambda \leq 0,3 \text{ m}$
(onde radio)

microonde: $0,3 \geq \lambda \geq 10^{-3} \text{ m}$ $10^9 \leq \nu \leq 10^{11} \text{ Hz}$

Infrarosso $10^{-3} \geq \lambda \geq 0,38 \cdot 10^{-6}$ $3 \cdot 10^{11} \leq \nu \leq 3,8 \cdot 10^{14}$

prodotte da corpi caldi

visibile: $0,78 \cdot 10^{-6} \geq \lambda \geq 0,38 \cdot 10^{-8}$

$3,8 \cdot 10^{14} \leq \nu \leq 7,9 \cdot 10^{14}$

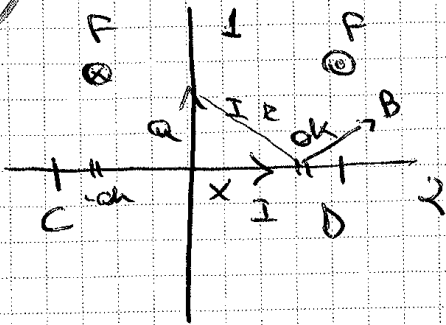
ultravioletto $0,38 \cdot 10^{-8} \geq \lambda \geq 6 \cdot 10^{-10}$

$7,9 \cdot 10^{14} \leq \nu \leq 5 \cdot 10^{17}$

raggi X: $6 \cdot 10^{-10} \geq \lambda \geq 6 \cdot 10^{-12}$ prodotti con la
 $5 \cdot 10^{17} \leq \nu \leq 5 \cdot 10^{19}$ decelerazione di
e ad alte energie.

Raggi γ : $\lambda \leq 10^{-20}$ prodotti in processi
 $\nu \geq 3 \cdot 10^{20}$ nucleari

7)



$$I = 20 \text{ A}$$

mom. risp. O delle forze
agenti su 2, nel tratto CD

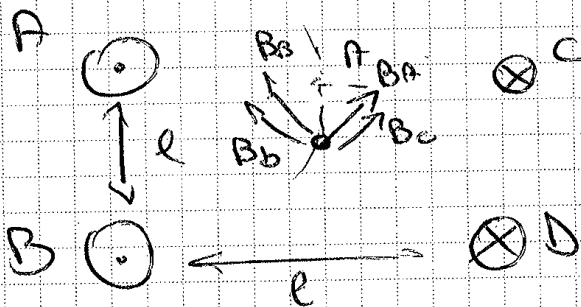
$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad \text{Biot-Savart}$$

$$|dF| = I B \sin\theta = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \frac{dx}{r^2} \sin\theta$$

$$dz = x dF = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \frac{a d\theta}{r^3} r^2 \sin\theta$$

8)



4 fili conduttori

$$I = 4 \text{ A}$$

$$e = 0,2 \text{ m}$$

$$|B_A| = |B_B| = |B_C| = |B_D| = \frac{\mu_0 I}{2\pi \sqrt{2} e}$$

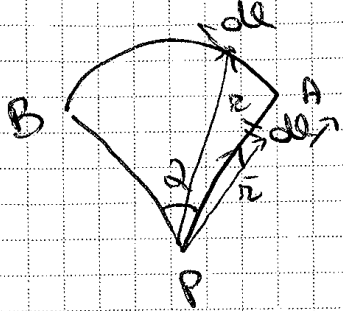
$$B_{tot} = 4 \cdot |B_A| \sin 45^\circ = \frac{4}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi \sqrt{2} e} = \frac{2\mu_0 I}{\pi e}$$

$$B_{BC} = - \frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{r^2} \vec{k} = - \frac{\mu_0 I_0}{8R_2} \vec{k}$$

$$B_{DA} = \frac{\mu_0 I_0}{8\pi R_1} \vec{k}$$

$$B = B_{BC} + B_{DA}$$

12)



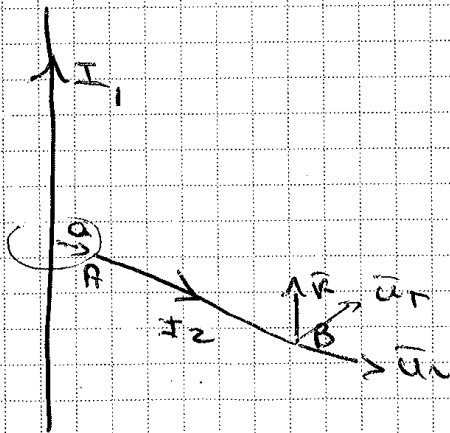
I , calcola \vec{B} in P .

in AP e BP $d\vec{l} \parallel \vec{r}$,
quindi B_{AP} e $B_{BP} = 0$

in AB : $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} dl$

14)

sbarrota AB (lung. l)



B su $d\vec{l}$:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \vec{u}_T$$

$$r = a + x$$

$$0 < x < l$$

$$\boxed{d\vec{F} = I d\vec{r} \times \vec{B}} \quad \text{legge di Laplace}$$

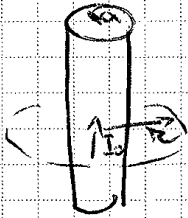


Legge Ampere

1)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{concal.}}$$

$r > a$



$$\oint B \, dl = B \oint dl = 2\pi r B$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$r < a$

$$j = \frac{I}{\pi a^2}$$

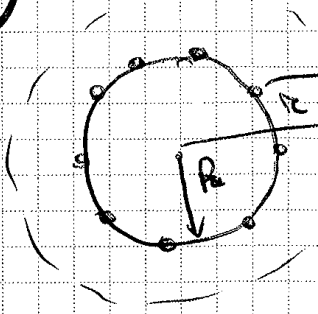
$$\frac{I}{I_0} = \frac{\pi r^2}{\pi a^2}$$

$$2\pi r B = I_0 \mu_0 \frac{r^2}{a^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2}$$

2)

cilindro isolante indefinito

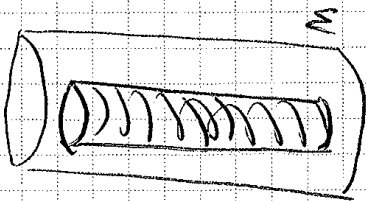


N fili // asse cilindro

$N \gg 1$

I = corrente su ogni filo.

se:

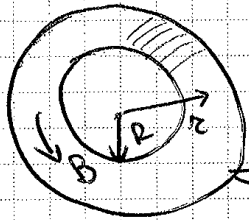


$$\Phi_B(z) = N \Phi_B$$

$$\Lambda = \frac{\Phi_B^{br}}{I}$$

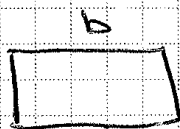
$$\Lambda = \frac{\mu_0 N^2 \frac{\pi R^2}{l}}{l}$$

5)



Toroido:

I corrente



a' e spira

$$R < r < R+a$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{e} = \mu_0 N I$$

$$B 2\pi r = \mu_0 N I$$

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

non è uniforme dentro
bucoide,

$$\Phi = N \int_{spira} B \cdot ds = \frac{\mu_0 N^2 I}{2\pi} \int_{spira} \frac{ds}{r^2}$$

$$= \frac{\mu_0 N^2 I}{2\pi} \int_r^{R+a} \frac{b \, dr}{r} = \frac{\mu_0 N^2 I b}{2\pi} \ln\left(\frac{R+a}{R}\right)$$

ω R lizza Ampere.

r > R

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{comat.}}$$

$$2\pi r B(r) = \mu_0 I$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

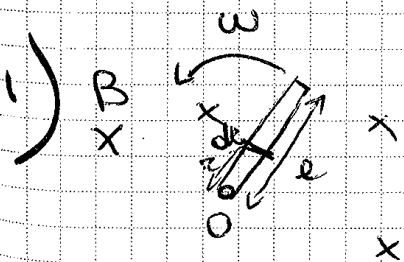
r < R

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I^*$$

$$I^* = \int_0^r \int_{0}^{2\pi} r' I' dr' d\theta = \frac{2}{3} \pi \cdot b \cdot r^3 = I \frac{r^3}{R^3}$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{r^3}{R^3}$$

Induzione - II



barra lunga l

ogni dh:

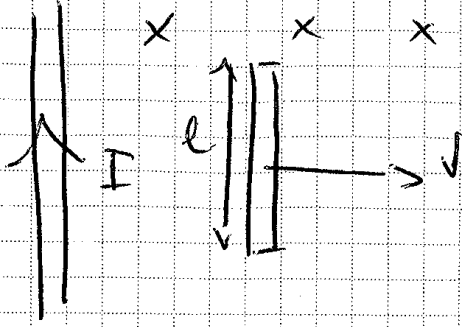
$$d\mathcal{E} = \vec{v} \times \vec{B} \cdot \vec{u} \, dh = -\omega B \, dh$$

$$\mathcal{E} = \int_0^l -\omega B \, dh = -\omega B \frac{l^2}{2}$$

Oggi prenditi una serata libera

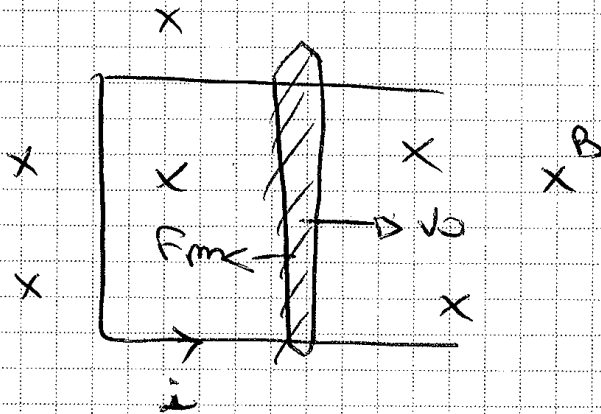
Don't cook

4)



in questo caso
 manca ΔV sulle
 sbarre in quanto
 i suoi capi sono
 equipotenziali

5)



lung. l .

$$F_m = i l B$$

$$a_m = \frac{i l B}{m}$$

~~$v(t) = v_0 - \frac{i l B}{m} t$ No~~

$$\frac{dv}{dt} = - \frac{\int e_m}{R} \frac{l B}{m} \quad \int e_m = B l v$$

$$\frac{dv}{dt} = - \frac{B^2 l^2 v}{R m} \quad \int \frac{dv}{v} = - \frac{B^2 l^2}{m R} dt$$

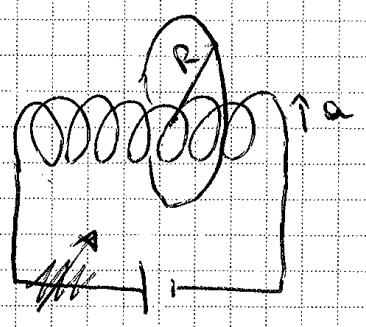
$$v = v_0 e^{-(t-t_0) B^2 l^2 / m R}$$

$$d\Phi_B = B \cdot \Sigma \quad \Sigma = e \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\mathcal{E} = B e v$$

$$mg = \frac{B^2 e^2 v}{R} \quad B = \sqrt{\frac{mgR}{e^2 v}}$$

g)



R raggio spira
 sezione: a ; e ; N
 Resist. ρ costante lineare
 I da 6A a 1,5A in
 0,2 s

fem su spira.

$$\frac{V}{R} = I = -\frac{d\Phi_B}{dt} \cdot \frac{1}{R} \quad B = \mu_0 n I$$

$$m = N \cdot e$$

$$f_{em} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = \mu_0 n \pi a^2 \frac{dI}{dt}$$

Eqz. mi Ampère-Maxwell

con densità di carica

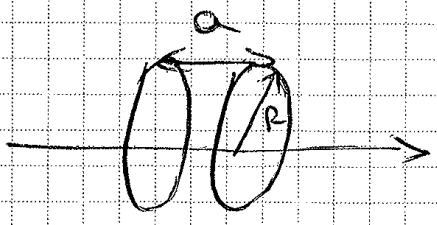
$$a \ll R$$

$$V_0, R_0, \epsilon$$

$$Q(t) = VC (1 - e^{-t/R_0C})$$

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\pi R^2} \cdot \frac{1}{\epsilon_0} \hat{u}_x$$

h)



I) Elenca le 4 eqz m di Maxwell.

$$\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{\sigma} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \rho / \epsilon_0$$

$$\oint_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{\sigma} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{\sigma}$$

$$\nabla \wedge \vec{E} = - \frac{d\vec{B}}{dt}$$

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{\sigma}$$

$$\nabla \wedge \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$$

$$\int (\tau b_0 + \tau^2 b_1 + \tau^3 b_2) \sin(a_0 \tau^2 + a_1 \tau^3 + a_2 \tau^4) d\tau$$

$$= \dots - \cos(a_0 \tau^2 + a_1 \tau^3 + a_2 \tau^4)$$

$$2a_0 \tau + 3a_1 \tau^2 + 4a_2 \tau^3 = \tau b_0 + \tau^2 b_1 + \tau^3 b_2$$

$$2a_0 = b_0 \quad ; \quad 3a_1 = b_1 \quad ; \quad 4a_2 = b_2$$

$$i(\vec{A}) = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot S}{4\pi r^2} \cdot \cos(a_0 \tau^2 + a_1 \tau^3 + a_2 \tau^4)$$

II) Ricavare la forma diff. della legge di Ampère-Maxwell, partendo dalla forma stazionaria (legge Ampère)

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{e} = \mu_0 i \quad \text{div } \vec{J} = 0 \quad \text{legge Ampère}$$

forma differenziale:

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \text{in condiz. non stazionarie.}$$

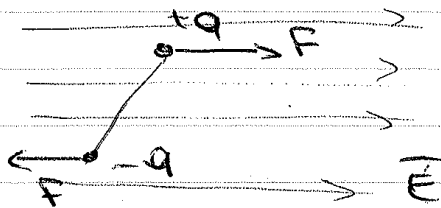
$$\bullet \text{div } \vec{J} + \frac{\partial q}{\partial t} = 0 \quad \text{in presenza di corrente}$$

$$\mu_0 \text{div } \vec{J} + \mu_0 \frac{\partial q}{\partial t} = 0 = \text{div}(\text{rot } \vec{B})$$

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad \text{div } \vec{J} = 0$$

$$\epsilon_0 \text{div } \vec{E} = q$$

$$\mu_0 \text{div } \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \text{div } \vec{E}}{\partial t} = \text{div}(\text{rot } \vec{B})$$



$E = 0 = \oint E \cdot ds$ solo per il campo elettrostatico

$V(r) = \int_{\infty}^r E \cdot ds = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ potenziale

$U_e = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0 r}$ energia potenziale elastica

$V(x, y, z) = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i}$ (per sistema) $= \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} q_i V_{j,i}$

$E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} mv^2 + q_0 V$ conservazione energia

$E = -\text{grad} V = -\frac{\partial V}{\partial x} \hat{u}_x - \frac{\partial V}{\partial y} \hat{u}_y - \frac{\partial V}{\partial z} \hat{u}_z$

$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} h$ piani infiniti //, carichi
 $h = d$ tra i piani

$\text{rot} E = \nabla \times E = \begin{vmatrix} \hat{u}_x & \hat{u}_y & \hat{u}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}$

$\oint E \cdot ds = \int \text{rot} E \cdot d\vec{u}_m$

campo elettrostatico è irrotazionale, ha rotore nullo

$p = qd$ $d = \text{dist. momenti}$
 tra cariche di dipolo

$V(p) = \frac{p \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ potenziale di dipolo

$\vec{E} = E_r \hat{u}_r + E_\theta \hat{u}_\theta = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} (2 \cos\theta \hat{u}_r + \sin\theta \hat{u}_\theta)$ campo di dipolo

$d\Phi(\vec{E}) = E \cos\theta d\Omega$ flusso di \vec{E} $\Phi(E) = \int_{\Sigma} \vec{E} \cdot \hat{u}_m d\Omega$

$\Phi(E) = \frac{q_{\text{imp}}}{\epsilon_0}$ legge Gauss

$E = 0$ dentro conduttore in equilibrio

$C = \frac{q}{\Delta V}$ capacità del conduttore

$\dot{e} = \oint \bar{j} \cdot \bar{u} \, d\Sigma = \frac{\partial q_{int}}{\partial t}$ principio conservazione carica

$\oint \bar{j} \cdot \bar{u} \, d\Sigma = 0$ condiz. stazionaria $\nabla \cdot \bar{j} = 0$

$\nabla \bar{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ equaz. continuità

$\tau = \frac{\rho}{v_d}$ τ : tempo libero medio
 ρ : lung. cammino medio
 $v_d = v \cdot \text{di diluizione}$

$\bar{j} = \sigma \bar{E}$ σ : conduttività legge di Ohm $\rho = \frac{1}{\sigma}$ resistenza

$i = \frac{\Delta V}{R}$ Potenza = $j \cdot E = \rho j^2$ Resistenza = $\rho \frac{l}{S}$
 $P = R i^2$ effetto Joule

$\bar{F} = q \bar{j} \times \bar{B}$ Forza Magnetica (di Lorentz)

$d\bar{F} = I d\bar{e} \times \bar{B}$ F. magn. su tratto di filo

$d\bar{B}(r) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\bar{e} \times \Delta \bar{r}_i}{|\Delta \bar{r}_i|^3}$ \bar{B} generato da corrente

$\Phi(\bar{B}) = \oint_{\Sigma} \bar{B} \cdot \bar{m} \, d\Sigma = 0$ flusso di \bar{B}

$\Phi(B) = \Lambda I$ Λ : coeff. auto-induzione ^{aut} flusso di un circuito

$\bar{F} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d}$ forza magnetica fra due fili percorsi da $I \neq 0$.

$\oint_e \bar{B} \cdot d\bar{e} = \mu_0 \sum I_i$ I_i : correnti concatenate legge Ampère

$\text{rot } \bar{B} = \mu_0 \bar{j}$ $\mathcal{E}_{em} = - \frac{\partial \Phi(\bar{B})}{\partial t}$ legge Faraday - dens.

$\mathcal{E}_{em} = \oint \bar{E}_i \cdot d\bar{e}$ \mathcal{E} indotto $\bar{E} = \bar{j} \times \bar{B}$

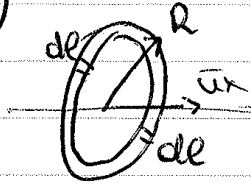
$\oint_s \bar{B} \cdot d\bar{e} = \mu_0 I + \mu_0 \left[\epsilon_0 \frac{d\Phi(\bar{E})}{dt} \right]$ 4ª equaz. di Maxwell

$\bar{j}_s = \epsilon_0 \frac{\partial \bar{E}}{\partial t}$

2)

anello sottile raggio R

$$\lambda = q / 2\pi R$$



considero due elementi di carica dl diametralmente opposti

$$dq = \lambda dl$$

$$d\vec{E}_x = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos\theta$$

$\vec{E} \parallel \text{asse}$

$$\vec{E}(x) = \frac{\lambda \cos\theta \vec{u}_x}{4\pi\epsilon_0 r^2} \int_0^l dl = \frac{\lambda \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} 2\pi R \vec{u}_x$$

$$r^2 = R^2 + x^2 \quad \cos\theta = x / \sqrt{R^2 + x^2}$$

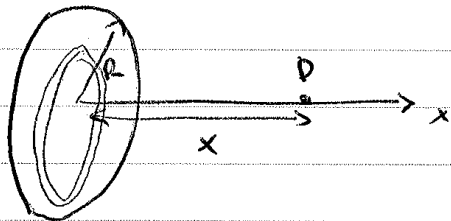
$$\vec{E}(x) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \vec{u}_x$$

3)

disco sottile di raggio R

q sulla sup.

$$\sigma = \frac{q}{\pi R^2}$$



considero corona circolare di spessore dr

\approx anello con sup. $dS = 2\pi r dr$

$$d\vec{E}(x) = \frac{q x}{2\pi\epsilon_0 R^2 (r^2 + x^2)^{3/2}} \vec{u}_x$$

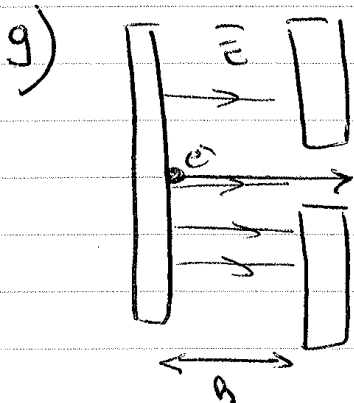
$$dq = 2\pi \sigma r dr$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma x \vec{u}_x}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{r dr}{(r^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right) \vec{u}_x$$

$$R \rightarrow \infty$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$



$$E = 2 \cdot 10^6 \text{ V/m}$$

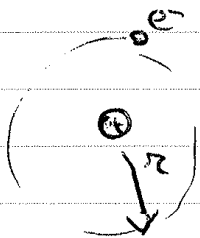
$$h = 0,3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

E_k ?

$$\Delta V = E \cdot h = 10^4 \text{ V}$$

$$E_k = e \Delta V = 10^4 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

10)



modello di Bohr

$$r = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

E di legame ?

$$V = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r} = 27,2 \text{ V}$$

$$U_e = -eV = -27,2 \text{ eV} = -4,35 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

calcolo E_k :

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$v = 2,18 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

acc. centripeta

$$U = U_e + E_k = -13,6 \text{ eV}$$

$$U + U' = 0$$

$$U' = +13,6 \text{ eV}$$

energia di ionizzazione

11)

$$q \rightarrow (x_0, y_0, z_0)$$

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

q_0

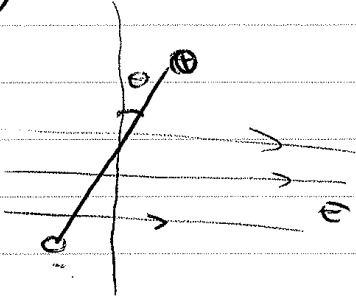
$$r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}$$

$$E_x = \frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} (x-x_0)$$

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{ur}$$

15) dipolo

\vec{p} mom. elettrico, I : m. inerzia
 \vec{E} uniforme



θ piccolo \rightarrow acc. angolare

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = I \vec{\alpha} = \vec{p} \times \vec{E}$$

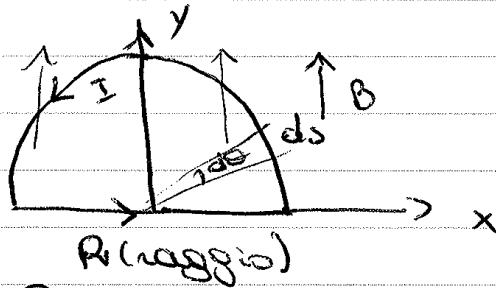
$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -pE \sin\theta$$

per θ piccolo

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{pE}{I} \theta = 0 \rightarrow \text{moto oscillatorio, } \sin\theta = \theta$$

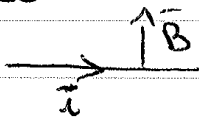
$$\omega = \sqrt{\frac{pE}{I}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{pE}}$$

3)



F sul tratto circ.
F sul tratto rettilineo

• rettilineo:



$$F_r = I l B = I \cdot 2R \cdot B$$

• circolare:

$$F_c = \int I d\vec{l} \times \vec{B} = I \int_{\text{semicirconf.}} ds \times \vec{B} = I B \int_0^\pi \sin\theta R d\theta$$

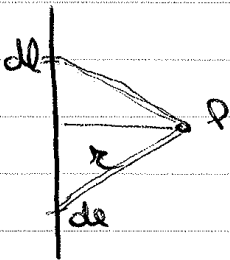
$$= 2 I R B$$

$$\vec{F}_c = -2 I R B \hat{u}_y = -F_r = 12 R B \hat{u}_y$$

$$F_{Br} = 0$$

4)

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad \text{per filo rettil. infinit.}$$

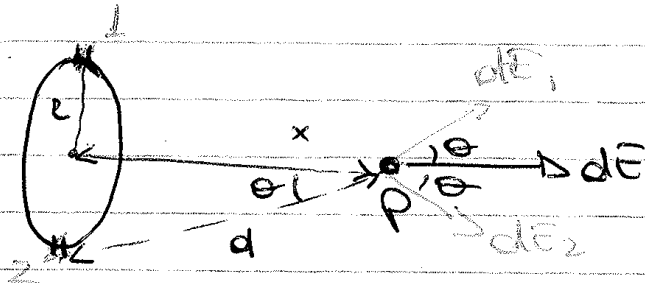


$$B_r = \left(\int \frac{d\vec{l} \times \Delta\vec{r}_1}{\Delta r_1^3} \right) \cdot \frac{\mu_0 I}{4\pi}$$

Fisica II : ES.2

Campi Elettrostatici

1)



dati $q, R \Rightarrow E(x)$?

anello

R : raggio anello

q : carica anello

$\lambda = \frac{q}{2\pi R}$ densità lineare

prendo 2 elementini con dq

in P si annullano componenti verticali

$$dE = dE_1 \cos\theta + dE_2 \cos\theta = 2 dE_1 \cos\theta$$

$$dE = \frac{k dq}{d^2}$$

\hookrightarrow dist. elem - P

$$d^2 = R^2 + x^2$$

$$dq = \lambda dl$$

$$dE = \frac{2k dq \cos\theta}{d^2} = \frac{2k \lambda dl}{R^2 + x^2}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

$$dE = \frac{2k \lambda x}{(R^2 + x^2)^{3/2}} dl$$

$$E = \int dE = 2k \lambda \frac{x}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{2\pi R \lambda k x}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

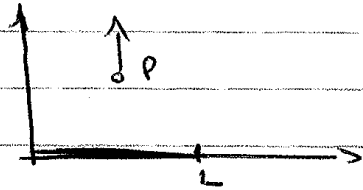
Segue poiché
indipendente
da dl su cui
integro

$$E = kq \frac{x}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

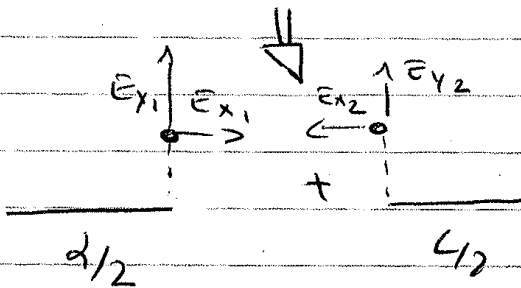
$$E_x = k\sigma \ln\left(1 + \frac{L^2}{b^2}\right)$$

$$E_y = 2k\sigma \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{b}{\sqrt{L^2 + b^2}} \right)$$

→ caso speciale (b)



P a metà (larghezza
maximo)



$$E_{x1} = -E_{x2}$$

$$E_x = 0$$

$$E_{y1} = E_{y2}$$

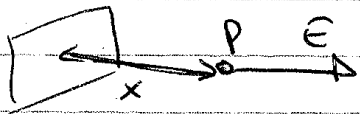
$$E_y = 2E_{y1}$$

$$E_y = 4k\sigma \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{b}{\sqrt{b^2 + \frac{L^2}{4}}} \right)$$

→ caso speciale (c)

lim 2-DW

plano infinito unif.

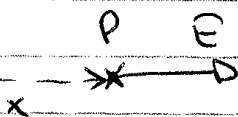
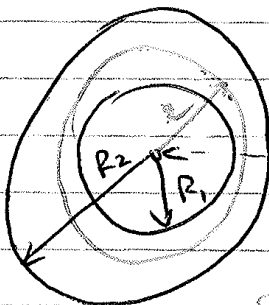


$$\bar{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$E = 2k\sigma \pi$$

vicino
alla sup.

3)

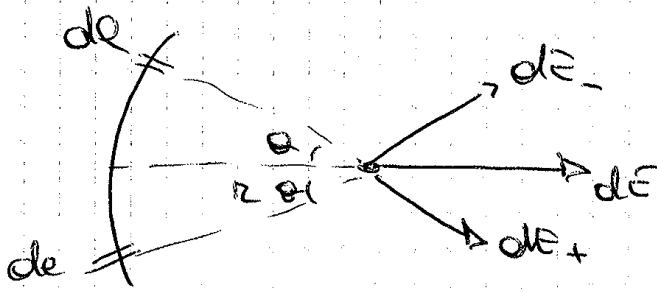


coassiale

$$\sigma = \frac{q}{\pi R_2^2 - \pi R_1^2}$$

superficie corona

elemento anello



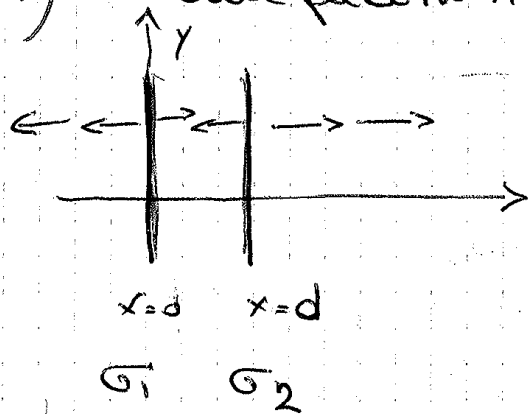
prendo due elementi mi opposti rispetto all'asse dell'arco.
 $\hookrightarrow dE_y$ si annullano

$$dE = \frac{2k dq}{R^2} \cos \theta = \frac{2k q \cos \theta}{2r^2} dl = \frac{2k q \cos \theta}{2r} d\theta$$

$$E = \frac{2kq}{2r} \int_{\theta}^{\theta_M} \cos \theta d\theta \rightarrow \text{poiché l'integrale da } \theta \text{ a } \theta_M \text{ del mio arco}$$

$$E = \frac{2kq}{2r} \sin \theta_M$$

2) due piani // e ∞ , condensa di carica σ_1 e σ_2



? $E(x)$ e $V(x)$?

$$x < 0 \quad E(x) = -\frac{(\sigma_1 + \sigma_2)}{2\epsilon_0}$$

$$V(x) = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2)x}{2\epsilon_0} + C_1$$

$$0 < x < d \quad \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\epsilon_0} = E(x)$$

$$V(x) = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2\epsilon_0} x + C_2$$

$$E = -\frac{dV}{dx}$$

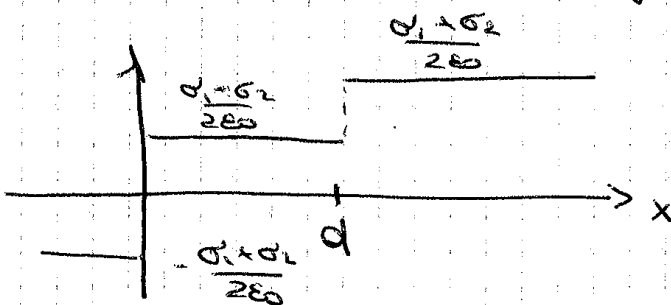
$$V = -Ex + C$$

$x > d$

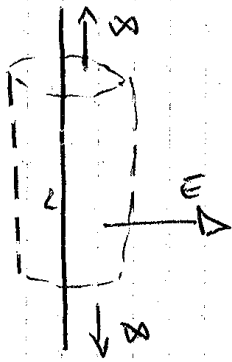
$$\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\epsilon_0}$$

$$V(x) = -\frac{(\sigma_1 + \sigma_2)}{2\epsilon_0} x + C_3$$

$E(x)$



6)



$$E = \frac{2k\lambda}{r}$$

filo rettilineo di
densità di carica λ

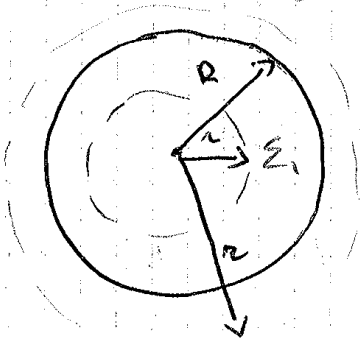
$$2\pi r l E = \pi r^2 l \frac{\rho}{\epsilon_0} + \pi r^2 l \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

flusso sulle due
basi del
cilindro

7)

[sfera R,
piena]

ρ uniforme al suo interno
C.S. = sferiche
 $E(r)$?



$r > R$: $4\pi r^2 E = \frac{q}{\epsilon_0}$
 $E = kq/r^2$

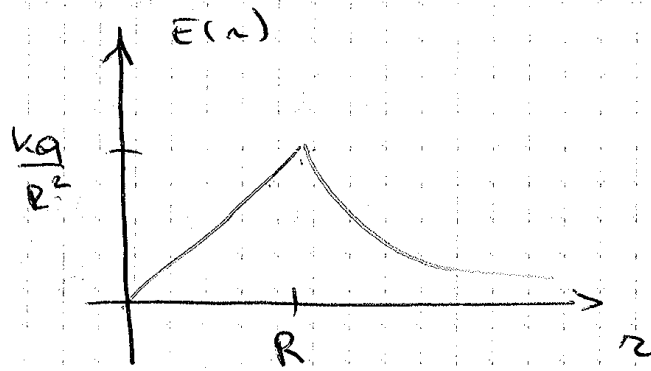
$r < R$: $4\pi r^2 E = \frac{q_L}{\epsilon_0}$

$$q_L = \rho \frac{4}{3} \pi r^3$$

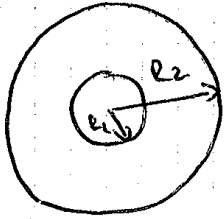
$$q_L = \frac{\rho}{4\pi R^3} \cdot \frac{4\pi r^3}{3} = \rho \frac{r^3}{R^3}$$

$0 < r < R$

$$E = \frac{k\rho r}{R^3}$$

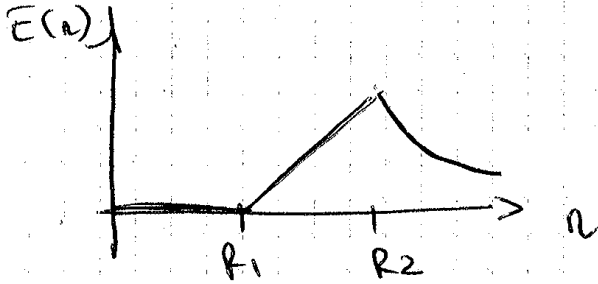


11)

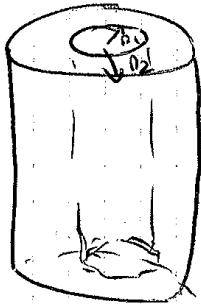


guscio sferico

$$E(r) = \begin{cases} r < R_1 & 0 \\ R_1 \leq r \leq R_2 & \frac{kq}{3} \pi r \frac{r^3 - R_1^3}{r^2} \\ r > R_2 & \frac{kq}{r^2} \end{cases}$$



12)



guscio cilindrico

$R_1, R_2, q, \lambda, \rho$

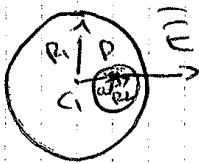
$r < R_1; \quad \vec{E}(r) = 0$

$r > R_2; \quad \vec{E}(r) = 2k\lambda/r$

$R_1 \leq r \leq R_2 \quad \frac{2k\pi \rho (r^2 - R_1^2)}{r^3}$

FIS II ES.4 Campi, Dipoli, Capacità

1)

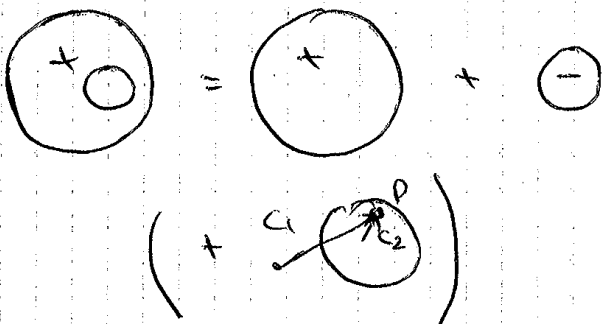


Sfera q, R_1
cavità sferica, R_2

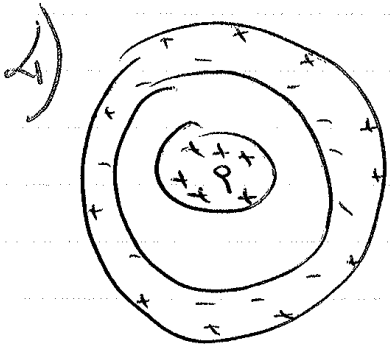
$\vec{E}(r)?$

$$\rho = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi(R_1^3 - R_2^3)}$$

$$\vec{E}(r) = \vec{E}_+(r) + \vec{E}_-(r)$$



$$E_+(r) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} r = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{r}{R_1}$$

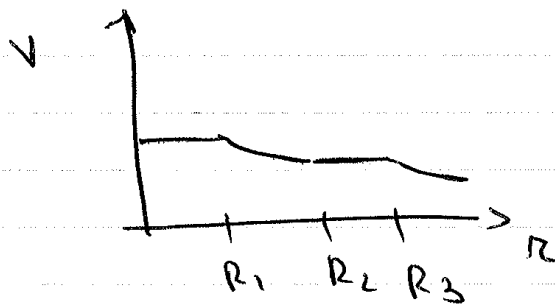
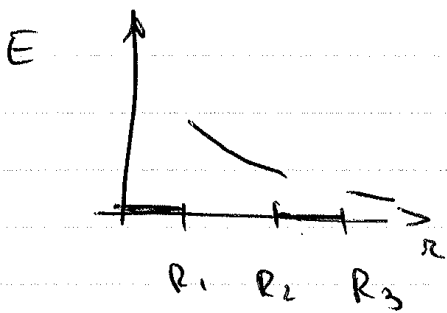


sfera + q
 guscio sferico (R2, R3)
 conduttore.

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{1}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} \quad R_2 \rightarrow \infty$$

E, V

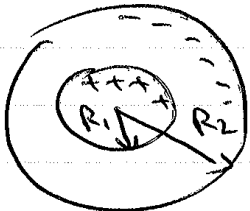
$r < R_1$	0	C_1	$C = 4\pi\epsilon_0 R_1$
$R_1 < r < R_2$	$\frac{kq}{r^2}$	$\frac{kq}{r} + C_2$	impongo conf. $v(\infty) = 0$
$R_2 < r < R_3$	0	C_3	
$r > R_3$	$\frac{kq}{r^2}$	$\frac{kq}{r} + C_4$	



Fis II ES 5 Condensatori

ES 1)

2 sup. cilindriche conc.
 R_1 e R_2



E, V

$r < R_1$	0	C_1
$R_1 < r < R_2$	$\frac{2k\lambda}{r}$	$-2k\lambda \ln r + C_2$
$r > R_2$	0	C_3

$C_3 = 0$ + impongo conf.