NUMERO: 912

DATA: 12/03/2014

A P P U N T I

STUDENTE: Insana

MATERIA: Idrologia

Prof. Claps

1 ott '13

Docente: Pierluigi Claps — ricevimento ven 15 - 16.30

Esercitatrice: Paola Allamano — mar 15 - 16.30

Dipartimento DIATI; area Idraulica, fronte box polincontri.

Obiettivi: metterci in contatto con l'ambito progettuale

Settimane a prevalente lezione → orario del portale
Settimane con esercitazione → mer fino alle 19, gio dalle 10
Settimane con recupero → mer fino alle 19, il resto come da portale

Elaborato: documentazione del lavoro fatto nelle es., esplicita i passaggi per arrivare ai risultati. Si porta allo scritto e si può sfogliare
Esercizi a casa → fino a +3 punti all'esame

Esame: puntare allo scritto. All'orale → discussione sull'elaborato

Materiale su sito idrologia (www.idrologia.polito.it/didattica). Si trova un es. di elaborato.
Non c'è un libro di testo. Moisello → enciclopedia dell'idrologia, utile da consultare, ma difficile orientarsi. Maione → c'è l'essenziale.

Forum sul portale con domande sugli esercizi. Elaborati → metti sul portale

Questa settimana → recupero → mer fino alle 19, gio dalle 8.30

Si usa Excel, importante nella professione. Attenzione nell'interscambio con OpenOffice (virgole, punti). Confronta la versione nei lab con quella a casa.

Rischio alluvionale → vite umane, danni che sono pagati dallo Stato sotto forma di tasse → salvaguardia delle infrastrutture.

$v \propto \sqrt{R i}$ $\quad R = \frac{\Omega}{\chi}$

$Q = v_1 \cdot \Omega$ $\quad Q_2 = v_2 \cdot \Omega$ $\quad v_2 << v_1$

	media	sqm		
consumi	$\bar{x} = 100$	$s_x = 10$	[ktep]	$cv = 1/10$
piogge	$\bar{x} = 50$	$s_x = 40$	[mm]	$cv = 4/5$

} le confronto col coeff. di var in modo oggettivo

Ci sono indicatori di variabilità un po' più sofisticati, per quantificare le caratt. del campione

⑥ Frequenza relativa di classe → dice come si distribuiscono le osserv che ho. Si avvicina al concetto di distr.

È un grafico qualitativo, dà una sensazione, distr di valori strettamente decrescente, a sx si schiacciano, man mano che i valori ↑ il numero di osserv ↓.

Proprio perché è qualitativo,

NB: classi con valori facili (ogni 10 o 50, si arrotonda) di ampiezza uguale. Il grafico serve per capire subito e non rifare i conti.

⑦ Altro tipo di rappr: curva di frequenza cumulata → in corrispondenza di ogni x dice i valori $\leq x$ relativamente al totale.

$\Phi(x_i)$ = numero di valori di entità $\leq x_i$ rispetto al numero totale = $\dfrac{n \text{ valori} \leq x_i}{n \text{ totale}}$ ci sono $i-1$ valori più piccoli + x_i stesso → i

↑ osservazione di "posto" i nella sequenza ordinata

Funzione delle frequenze cumulate, dà una caratt. del campione, ma non fa impressione

Esempio:

pattern, andamenti ≠. Costruisco le freq. cumulate in cui non vedo granché, sono ≠ ma non lo vedo — che qui sfuggono.

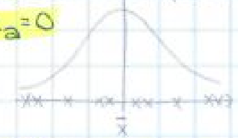
qui non ho info sulla simmetria, ma si usa tale rappr. perché dà importanza ad ogni singola osserv, in particolare a quelle di entità elevata — È più precisa.

Questa curva ha il max contenuto di info possibile in base alle oss che ho. Qui ogni oss occupa una certa posizione, lì le devo raggruppare

⑧ Coeff. di asimmetria (skewness): misura dell'asimm del campione espressa in termini adimensionali. Poiché le diff + e − restano col loro segno ($\uparrow (\ldots)^3$), è >0 o <0. Se $=0$ → tutte le osservazioni sono equidistanti rispetto alla media.

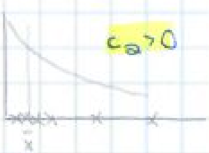
condizione di perfetta simmetria

$c_a = 0$



rispetto al valor medio, uguale n° di punti alle stesse dist a sx e a dx → si presta a essere rappr con gaussiana

Le diff. dalla media in + e − si equivalgono.



$c_a > 0$

pti che si addensano nei valori bassi, rari nei valori alti

differenze + >> differenze − rispetto al valor medio

$(\ldots)^3$ → anche un singolo valore molto lontano dalla media è capace di tirarsi in positivo il valore di c_a.

Coeff. di appiattimento poco usato → 4ª potenza non dà valori sensibili.

⑨ Altro tipo di rappr.: QUARTILE = valore della grandezza x ~~uguale~~ corrispondente a una frequenza cumulata ottenuta dividendo in quarti l'asse delle Φ

2

Strumenti x determinare i valori di progetto col metodo dell'inferenza stat.
(dalle oss. trovo le caratt. della popolaz)
Oggi → scelta della funzione di prob. Ieri → analisi preliminare

Ⓐ Esperimento aleatorio: consiste nella ~~Verifica~~ estrazione di un valore di una var. casuale
↓
Es: portata di un corso d'acqua → grandezza non nota con certezza.

Il dato è estratto nell'ambito di uno spazio campionario (o popolazione) che non può essere noto con certezza (dado, portata non < 0 ma è num. reale)
grand. naturali → conosco lim inf dello spazio camp.

L'e.a. può essere semplice o composto (da + grandezze) → [A,B] esperimento in cui prendo 2 valori

Proprietà fondamentali

(1) • P prob assunta da un generico evento (P(A) = prob che evento A si verifichi)

es. dadi $P(\cdot) = 1/6$ tutte le facce hanno la stessa P di essere estratte

(2) • $P(\Omega) = 1$
↓
evento certo

(3) $P(\cdot) \cup P(\cdot\cdot) \cup P(\cdot\cdot\cdot) \cup P(\ldots) \ldots \cup P(::::) = 1$ prob dell'unione di eventi
OR
prob di avere 6 risultati in alternativa
Gli eventi riempiono tutto lo spazio camp.

$P(\text{non}\cdot) = 1 - P(\cdot)$ prob di non avere un valore

(3) dà 1 perché ho considerato i valori che rappr l'intero spazio camp, ma si dovrebbe scrivere:

3 $P(A_1) \cup P(A_2) = P(A_1) + P(A_2)$ solo se A_1 esclude A_2 (es. dadi)

In generale $P(A_1) \cup P(A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \overset{AND}{\cap} A_2)$

es. 52 carte francesi: cuori, fiori, picche, quadri — 13

A1 donna
A2 fiori

si può avere contemp A1 e A2 (donna di fiori). Richiedo
$P(\text{donna} \underset{\text{oppure}}{\cup} \text{fiori}) = \underset{4/52}{P(D)} + \underset{13/52}{P(F)} - \underset{1/52}{P(D \cap F)} = 16/52$

Probabilità condizionata: chiedersi qual è la P di un certo evento posto che ne sia capitato un altro.

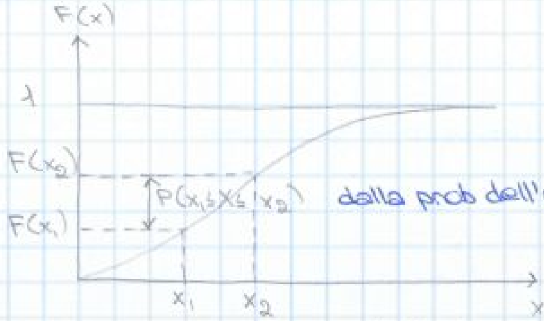
es. $P(D|F) = \frac{P(D \overset{AND}{\cap} F)}{P(F)} = \ldots$ so già il risultato $\frac{1}{13}$

$\ldots = \frac{1/52}{13/52} = 1/13 \rightarrow P(D \cap F) = P(D|F) \cdot P(F)$

Se 2 eventi sono stat. indip. (l'uscita di uno non condiziona l'uscita dell'altro) → $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ la prob composta è data dal prodotto

es. 2 estrazioni, dopo la prima rimetto la carta dentro

$P(F \cap Q) = 1/4 \cdot 1/4$ le 2 estrazioni sono del tutto indipendenti



curva che parte da 0 e arriva a 1

dalla prob dell'unione di eventi

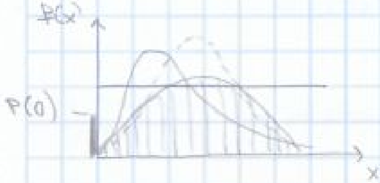
Quando la dimensione dell'intervallo diventa infinitesima, cioè $[x_1, x_2] \to 0$:
posso assegnare un valore di densità di prob anche alla grandezza singola

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{P\left(x - \frac{\Delta x}{2} \le X \le x + \frac{\Delta x}{2}\right)^{\to 0}}{\Delta x_{\to 0}} = f_X(x) = \frac{d}{dx} F_X(x)$$

densità di probabilità
↓
non è una prob perchè la dimens è $[f(x)] = 1/x$ — P → numero puro, a denom c'è x

rapporto incrementale → il lim è la derivata

$\int_0^x f_X(x)\,dx = F_X(x)$ l'integrale è un numero puro → integrando deve aver dim $1/x$



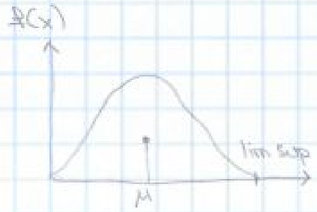
In F parto da 0 e finisco a 1 attraverso una funz. integrale che si porta dietro tutto ciò che è successo prima. f è più esplicativa

Es: Precipitazione può essere 0 (corso d'acqua secco)
→ P(0) non trascurabile → distr. MISTE (prob concentrata in 0 + altra parte di prob
posso attribuire a 0 una massa di prob

Momenti: sintesi della forma della distr., indicatori di forma della densità di prob. Il valor medio è la posizione del baricentro della funzione di dens. di prob. Hanno un significato geometrico

Useremo i momenti come sistema per la determ. della somiglianza tra campione osservato e popolazione

MEDIA $\mu(x) = E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot x\,dx = [x]$ dimensione della x



es. di distr in cui ∃ lim sup
posizione del centro di massa

Modi per trovare la **somiglianza** tra la distr teorica, analitica **e la distr. campionaria**

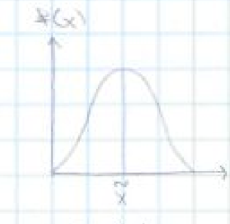
- indici numerici (momenti) (a)
- rappr complessiva della curva

vista ieri, ci aiuta a capire come si ripartisce il campione sull'asse delle x

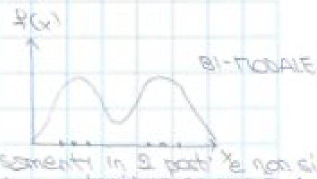
Esempio che riguarda la distr. di Gauss

(a) VALORI CENTRALI: moda, media, mediana

VALORE MODALE: $\tilde{x}$ $\quad x : f(\tilde{x}) = MAX$



In alcuni casi non è possibile identificarne uno solo → funz di dens di P BIMODALE → 2 max relativi



Uno è sempre più in alto, ma nelle rappr. campionarie capita di avere gli addensamenti in 2 parti e non si s... decidere se uno è più basso dell'altro
c'è una distr in idrologia in cui il valore modale coincide con uno dei parametri

4

③ $\mu'_3 / \sigma^{3/2} = \quad = CA$ coeff. di asimm. campionario che sarà un numero

Sistema di 3 eq. in 3 incognite che sono i parametri della funzione $f(x)$. Scrivo tante eq. quanti sono i parametri da trovare, che chiamo $\{\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3\}$

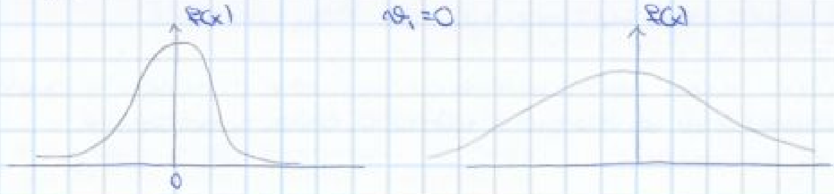
Effetto dell'applicazione di questo metodo alla distr di Gauss scelta come possibile funzione della popol del campione di osserv.
1° tentativo del passo 2 dell'inferenza stat

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\vartheta_2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\vartheta_1}{\vartheta_2}\right)^2} \qquad F(x) = \frac{1}{\vartheta_2\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\vartheta_1}{\vartheta_2}\right)^2} dx$$

lascio l'integrale xk non sappiamo risolverla

Sono stati individuati 2 parametri

Al variare di ϑ_1 e ϑ_2 cambia la forma. ϑ_1 valore di posiz. Se $=0 \to$ simm. rispetto all'origine. ϑ_2 parametro di scala, di amplificazione dell'ampiezza di $f(x)$. curva di dens di prob.



ϑ_2 piccolo $\qquad \vartheta_2$ grande

Nei software dò valori ai parametri e la funzione è automaticamente disegnata

$\mu(x) = E(x) = \int \dots = \vartheta_1$

$VAR(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots = \vartheta_2^2$

$\gamma = \frac{\mu'_3}{\sigma^{3/2}} = \dots = 0$

Risolvo gli integrali e applico metodo dei momenti $\to$ bastano 2 eq. perché i parametri sono 2.

formula della media teorica

$$\begin{cases} \mu = \frac{1}{N} \Sigma x_i \\ VAR(x) = \frac{1}{N-1} \Sigma \dots \end{cases} = \quad \hat{\vartheta}_1 = \bar{x} \quad \vartheta_2^2 = S_x^2 \quad \vartheta_2 = S_x \qquad \begin{cases} \vartheta_1 = \bar{x} \\ \vartheta_2 = S_x \end{cases}$$

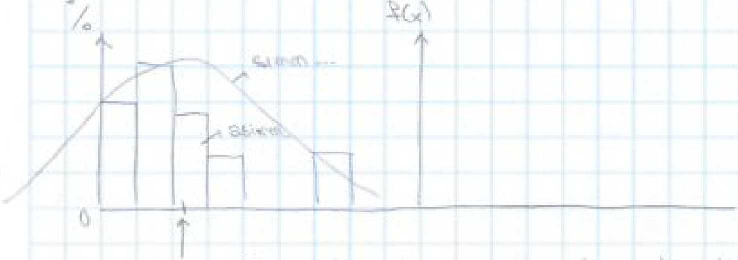
stima dei parametri (qui è semplice)

Sottofase: stima dei parametri

La mia hp di popolazione distribuita secondo una funzione gaussiana in questo caso avrà almeno in comune col campione i primi 2 momenti (baricentro e raggio d'inerzia). Anche se le forme sono ≠, stesso ≠

Rappr. grafica x capire se sono sulla strada giusta? CDF o confronto tra frequenze relative e la densità di probabilità riportate su una scala dei numeri puri

freq cum. $\quad$ su scale ≠ $\quad$ istogramma



Condividono le x, ma scale verticali ≠

Su questa scala non potrei riportare una densità di prob $\to$ costruisco una scala fittizia a fianco, che è la scala delle $f(x)$, e faccio un confronto di tipo qualitativo

La media deve trovarsi circa dove c'è il baricentro del grafico dell'istogramma $\to$ li sovrappongo x avere un'idea qualitativa della capacità della gaussiana di candidarsi a essere la popolazione da cui è stato estratto il campione

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 11 di 138

8 ott '13

(3) VERIFICA

Quando scegliamo la distr di Gauss → utilizziamo la funzione cumulata perché essa ci permette di fare una comparazione con la distr della popolazione.

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\vartheta_2} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}\cdots}$$

Una delle possibili stime di ϑ_1 è x medio perché ϑ_1 = media funzione metodo momenti

$\hat{\vartheta}_1 = \bar{x}$ perché $\vartheta_1 = \mu$

$\hat{\vartheta}_2 = s_x = \sqrt{\frac{1}{n+1} \Sigma (x_i - \bar{x})^2}$ $\qquad \vartheta_2 = \sigma$

La forma canonica della distr normale è una sua trasformazione che la semplifica in modo da rendere univoca la relazione che esiste tra la funz di probabilità e la variabile normale.

NUOVA VARIABILE
VARIABILE NORMALE $\quad u = \frac{x - \vartheta_1}{\vartheta_2} = \frac{x - \mu}{\sigma}$

$f(x)$ nota $\quad u = \alpha x + \beta \rightarrow f(u) = \frac{1}{\sqrt{2u}} e^{-\frac{1}{2}u^2} \qquad u(\mu, \sigma) = (0,1)$

$F(u) = \int_{-\infty}^{x} \cdots$

N.B. Per disegnare la distr normale occorre servirsi di tabelle

valori notevoli di $u(F)$ e di $F(u)$

F	u(F)
0,025	-1,96
0,50	0,00
0,975	+1,96

u	F(u)
-2,0	0,0228
-1,0	0,1587
0,0	0,5000
1,0	0,8413
2,0	0,9772

Poiché $F(u)$ simmetrica → 0,5 rappresenta sia la media sia la moda sia la mediana.

Per simmetria la $u(F)$ ha valori simmetrici

$u = -1$
$u = 1$ → valori simmetrici di $F(u)$ rispetto alla media $u = 0$

Esempio Distr dei voti di SDC

Hp: distr gaussiana

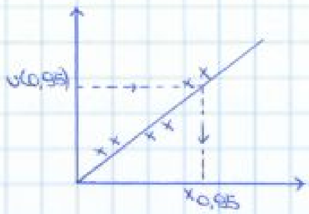
Media dei voti ottenuti all'esame → $\vartheta_1 = \mu = 26$
$\sigma = \vartheta_2 = 4$

N.B. questa distr è limitata tra 18 30

1ª condizione progettuale: determino la probabilità di superamento di un valore che fissiamo noi (valore preso a piacere)

$(1 - F(x)) = 0{,}05$

$P(X > x) = \underbrace{1 - P(X \leq x)}_{1-F(x)} = 0{,}05$



(4) STIMA DEL VALORE DI PROGETTO

Esempio Voglio costruire una casa. Indipendentemente dalle normative, il proprietario vuole assicurarsi una certa "sicurezza" in relazione ai soldi che può spendere

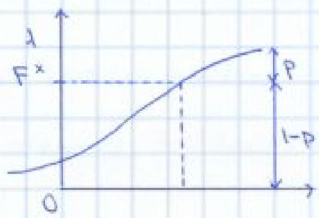
↓

dobbiamo trattare i seguenti argomenti:

- PERIODO DI RITORNO

$P(X > x(F)) = p$

$P(X \leq x(F)) = 1 - p$



Faccio T estrazioni indipendenti del valore x

$n = T \cdot p$ numero medio di superamenti

p = prob dell'evento temuto

Esempio Carte

52 carte

$x(F)$ = regine $\quad p = \frac{4}{52} = \frac{1}{13} \rightarrow n = 100 \cdot \frac{1}{13} = \frac{100}{13}$

100 estrazioni

? Quale T fornisce mediamente un superamento

$T \cdot p = 1 \rightarrow \underbrace{\boxed{T = \frac{1}{p} = \frac{1}{1-F}}}_{\text{da sapere}}$ T = periodo di ritorno (tempo) $\quad T = \frac{1}{1-F} \quad 1-F = \frac{1}{T} \quad F = 1 - \frac{1}{T} = \frac{T-1}{T}$

N.B. Il ritorno può avvenire prima di raggiungere il "tempo" calcolato, perché il periodo di ritorno è calcolato rispetto ad un n° MEDIO di superamento cioè può capitare che (es.: T=200 anni) si abbia un ritorno dopo 50 anni e l'altro dopo 350 anni.

Es. sistema di fognature → T = 20 anni

- VITA UTILE DELL'OPERA

? Qual è la probabilità di avere almeno 1 superamento in N prove?

$P(1 \text{ superamento}) = 1 - P(\text{nessun insuccesso in N prove})$

$= 1 - P\underbrace{(N_i \cap N_i \cap N_i \ldots)}_{\substack{\text{prob composta di N casi favorevoli} \\ P(N_1 \cap N_2 \cap N \ldots)}}$

$= 1 - (1-p)^N = R_N$

? passaggio!

7

10 ott '13

(Sicurezza idraulica e idrologica dei serbatoi artificiali
Dopo il disastro del Vajont → commissione De Marchi
Principio di precauzione → cosa potrebbe accadere nel caso di collasso dell'opera?
Rotture dighe prima del 1950 ≈ 2,3% del totale
Ingegnere → figura chiave perché le cause sono strutturali, idrologiche, geologiche, manutentive
Gleno (BG): diga a gravità alleggerita, no c.a., contrasto statico, costoni per alleggerire la str, -40% di cemento (si trova in quota). Non c'erano prescrizioni suff per fare verifiche. C'è stato un cedimento strutturale
Malpasset (F): diga a doppia curvatura, ↑ e →, crollo strutturale
Teton (USA): collasso progressivo, apertura di brecce, fenomeno più lento. Diga in terra artificiale → proprietà note.
Invece → Vajont → diga in terra naturale. Ingegneri avevano sottovalutato scala della frattura. Cause geologiche.
Stava: cause manutentive. Ci sono situazioni di potenziale rischio che nessuno controlla.
CAUSE IDROLOGICHE: il progettista di una diga deve dare la portata futura virtualmente insuperabile. La portata dev'essere allontanata con sfioratori, cioè aperture sul ciglio.
A Ovada tale portata è superata: il parapetto è superato, ma la diga ha resistito. C'era una diga secondaria che invece è stata spazzata via.)
Con le conoscenze e i dati attuali saremmo stati in grado di attribuire a quella pioggia un T ~~come quello indicato in progetto~~? compatibile con quelli indicati nel progetto delle dighe?
Valore di progetto = precip max in un certo numero di h per un assegnato T. Gli strumenti dovrebbero permettermi di trovare qual è questa precip
Qui problema di verifica: ho il risultato e controllo le premesse.
In genere → progetto: ho una condizione di progetto ($1-F$ o $T = 1/(1-F)$)
Qual è la portata di progetto?

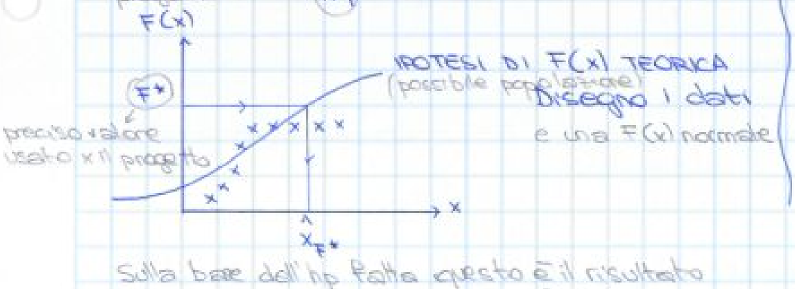
Quale modello probab per la pioggia di progetto?

Condizione di progetto

- si sceglie $(1-F^*)$ prob di superamento
  oppure $T = 1/(1-F^*)$

oppure R_n → rischio in n anni

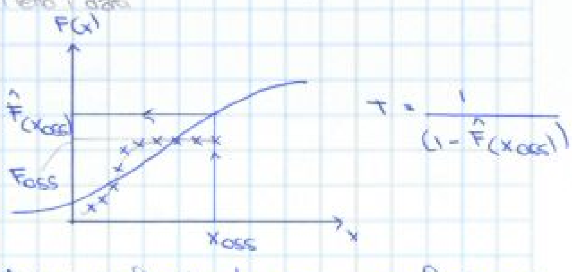
Il risultato del progetto è il quantile della variabile corrispondente alla portata di progetto → valore di progetto $\hat{x}_T$



Sulla base dell'hp fatta questo è il risultato (devo cambiare distr xk fa schifo). Devo decidere se cambiare hp.

Verifica

Noto $x = x_{oss}$
? Rarità di x_{oss} ≡ ? $T(x_{oss})$ o prob di sup
Si assume Hp di funzione teorica, che rappresenta la popolazione, metto il valore di x_{oss} e si trova $\hat{F}(x_{oss})$ cioè la stima di F.
Metto i dati



Avrei preferito trovare una funzione teorica della popol che si adatta perfett ai dati
A $\hat{F}$ corrisponde un T > → rarità >
→ non progetto per quell'evento
→ non cautelativo → a sfavore di sicurezza

Confronto T di una curva disegnata a mano e di F con la prima hp. $F > F_{oss}$

Con gli strumenti attuali potevo prevedere che tale evento non era imposs?
Impossibile → T = 1 mln di anni
Raro → T = 100 anni

* Le dighe si progettano con T = 1000 anni
Un modello prob sbagliato attribuisce all'evento un T di 1 mln di anni. Allora prendo un altro modello e trovo T = 900 anni. Col senno di poi avendo a disposizione queste oss, si rileva che T sarebbe stato compatibile col progetto delle dighe* → quella Q sarebbe stata < alla Q progett

Può adattarsi a descrivere fenomeni anche molto asimmetrici nella loro distr campion.

Dalle prime 2 relazioni: trovo i parametri

$\vartheta_1 = \ln \mu_x - \frac{1}{2}\vartheta_2^2 = \ln \mu_x - \frac{1}{2}[\ln(1+cv^2)]$

↓ per non avere $\vartheta_1 = \vartheta_1(\vartheta_2^2)$

$\vartheta_2^2 = \ln(1+cv^2)$

($\vartheta_1 = \tilde{y} = \widetilde{\ln x} = y_{0,50}$ mediana di y (non si usa mai questa relazione, si adopera quelle dei momenti sopra))

Distr def pos → ① non ho prob residue negative (corrispondenti a valori); adatta quindi per var idrologiche

② È trattabile analiticamente

Ho trovato le formule che legano i parametri ai momenti.

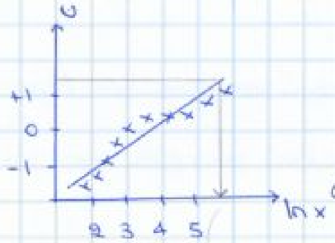
La lognormale è una distr di x tale che ln x è gaussiana.

Sapendo che $y = \ln x \sim N(\vartheta_1^*, \vartheta_2^*)$ (è distr) posso usare la carta probabilistica. Come?

Confronto i valori osservati $\ln x_i$ con le $y_{teoriche}$. Sposto il problema nel campo del $\ln x_i$ → mondo gaussiano. Trasformo tutte le osserv.

i	x_i	$\ln x_i$
1	50	3,1
2	65	3,12
3	80	3,60
4	90	
⋮	⋮	

ϑ_1^* , ϑ_2^*
↓ ↓
$\mu(y)$ $\sigma(y)$



posizione relativa tra le oss e la retta compl. ≠ da quella ottenuta con la legge normale.

(1) adattamento migliore rispetto a quello con gaussiana

(2) Risultato dell'applicazione di questo metodo è ≠. Entro con T=200 anni → F=0,995 $\left(\frac{T-1}{T}\right)$ → trovo u(0,995) → dalla retta trovo ln x → poi trovo x, come e...

cioè → $\hat{X} = e^{y(F=0,995)}$ (stima)

Carta prob lognormale → ordinate → non u ma scala distorta con prob cumulata F
ascisse → non y ma x con scala distorta logaritmica

? x corrispondente a T=50 anni (T=20 anni)

F=0,98 $\frac{T-1}{T}$ F=0,95

↓

quantile x ~ 380 (dalla carta prob) lettura immediata

Rispetto a prima cambiano le scale ma la posiz relativa della retta è la stessa.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 19 di 138

Hp:
(a) x_i sono indip.
(b) x_i sono **identicamente distribuiti** se non c'è alcun motivo per cui il solo fatto di occupare il posto 5 su 10 dà diritto a occupare una diversa forma analitica.

→ F è sempre la stessa → $F_{X_N}(x) = [F_X(x)]^N$ la distr del max è l'N-esima potenza della distr di prob, che è uguale per tutti, della generica x di ∀ posto

$F_{X_N} \to F_N(x)$

Trovo una nuova distr derivata ottenuta non con $Y=g(x)$ ma con l'operatore MAX di x su n oss

$F(x)$ = esponenziale → $\boxed{F_N(x) = [1 - e^{-\frac{x}{\vartheta_2}}]^n}$ → non so quanto vale nei fenomeni reali: è un parametro non noto

(in genere è molto alto)

Problemi: non conosco n e ho solo una vaga idea di quale possa essere la distr del generico evento di cui prendo il max

→ **Gumbel** ha trovato un risultato per le **FORME ASINTOTICHE**, cioè $n \to \infty$ e F(x) individuali sono tipologie di curve teoriche.

Per $n \to \infty$ con sviluppi in serie al I ordine $\boxed{F_N(x) = e^{-N(1-F(x))}}$

A seconda delle tipologie delle funzioni di partenza: ottengo 3 risultati in forma definita:

3 parent (tipologie)

extreme value

distr dell'estremo 1, 2, 3

E.V. 1 $F(x) = e^{-e^{-\frac{1}{\vartheta_2}(x-\vartheta_1)}}$ ha come parent distr che hanno una coda esponenziale (→ distr esp o altre che terminano con una pdf che decade esponenz.) → si applica a una categoria di FORME (pdf) *

E.V. 2 $F(x) = e^{\left[-\left(\frac{\vartheta_1}{x}\right)^{\vartheta_2}\right]}$ distr limitate inferiormente

E.V. 3 $F(x) = e^{\left[-\left(\frac{x}{\vartheta_1}\right)^{\vartheta_2}\right]}$ " " superiormente → x casi in cui l'estremo è l'estremo minimo. Es. per problemi di siccità

distr pensate x descrivere valori estremi (asimm, code lunghe)

* ciò è molto importante
Se metto la vera esp è preciso.

Ricavo E.V. 1 inserendo in F l'esponenziale:

La carta probabilistica si traccia con lo stesso criterio della normale e lognormale.
↓
disegno la funzione teorica con una retta, che si traccia conoscendo $\hat{\vartheta}_1$ e $\hat{\vartheta}_2$ (parametri)

u è funzione di F

F ← u

$(\hat{\vartheta}_1, \hat{\vartheta}_2) \rightarrow u = \frac{x - \vartheta_1}{\vartheta_2}$

Inserisco i valori della freq. cumul.ve delle oss.
vedo se si allineano o no → inserimento dei punti osservati $(x_i, \hat{F}(x_i))$

$i, x_i, \hat{F}(x_i) = \frac{i}{N+1}$

osserv. — stima della freq. cum, cioè della prob. associata alle osservazioni.

$\rightarrow u(\hat{F}(x_i)) = -\ln \ln (1/F)$ come per normale e lognormale, ma qui me la cavo con calcolatrice

- Altro sistema di rappr, che è ancora una proprietà della Gumbel

$T = \frac{1}{p}$ $\quad (1-F) =$ prob di superamento $\rightarrow T = \frac{1}{1-F}$

prob. dell'evento temuto che è la prob. di super.

Es: progetto di smaltimento delle acque meteor con 100 mm di pioggia (valore di progetto) → evento temuto è 101 mm

Quando si lavora sui quantili delle distr dei max si usa x_T invece di F. Si dice: ho progettato per un periodo di ritorno T=..., non per F=0,999...

quantile della distr. per T assunto → $\hat{x}_T$
↳ inverso della ~~funzione di densità~~ distr di prob. → devo scrivere l'inversa della Gumbel (non della canonica, ma di quella di partenza)

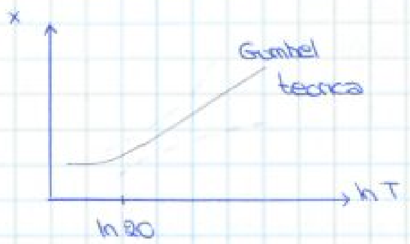
Per Gumbel: $x_F = \vartheta_1 - \vartheta_2 \ln\ln\left(\frac{1}{F}\right)$

$$\hat{x}_T = \hat{\vartheta}_1 - \hat{\vartheta}_2 \ln\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)$$ è il classico valore di progetto

Questa proprietà si usa se $T \rightarrow \infty$ ma basta $T > 20$ $\rightarrow \ln\left(\frac{T}{T-1}\right) \rightarrow \frac{1}{T}$

Allora per T abbastanza grande $\boxed{\hat{x}_T = \hat{\vartheta}_1 + \hat{\vartheta}_2 \ln T}$ $\quad -\ln(T^{-1}) = +\ln T$

→ Gumbel è lineare in ln T per T grande → abbandono la carta probabilistica. Qui addirittura ho i miei valori in ordinate



Per valori piccoli di T si incurva e perde l'andamento rettilineo.
Per noi la Gumbel è la prima scelta perché è semplice e fa da tramite x passare alle distr a 3 parametri.

così vedo le loro prestazioni. Rispetto ad un mondo conosciuto (la nostra popolaz), estraggo campioni e applico gli stimatori, per vedere se mi danno i parametri che ho creato io.

Stima dei parametri

16 ott '13

Metodi alternativi al ? x stimare i parametri?

① Metodo dei momenti (classici): prendo la def. di momento $\left(\int_{-\infty}^{+\infty} x^r f(x)dx\right)$, tiro fuori una formula se riesco a risolvere l'$\int$ in modo analitico → tale formula dà il legame tra parametri e stimatori

② Metodo della max verosimiglianza criterio è molto diverso da ①

③ Metodo degli L-momenti

② Si costruisce la funzione di verosim. che dipende dai singoli dati (oss.) e da parametri

$v(\underbrace{x_1, x_2, \dots, x_N}_{oss.}, \underbrace{\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_p}_{parametri}) = f_x(x_1) \cdot f_x(x_2) \cdot \dots \cdot f_x(x_N)$ pari al prodotto dei valori delle densità di probabilità individuali calcolate in corrispondenza delle singole osservazioni

→ v dipende dai parametri

È una funz di verosim perché è una funzione congiunta della verosim ~~della prob~~ che quel campione sia estratto dalla popolazione. Tutte le f sono formule perché dipendono dai parametri → il metodo viene fuori dallo scrivere tante eq quante sono le incognite, del tipo:

$$\begin{cases} \partial v / \partial \vartheta_1 = 0 \\ \partial v / \partial \vartheta_2 = 0 \\ \vdots \\ \partial v / \partial \vartheta_p = 0 \end{cases}$$

sto ricercando la cond di max di una funz a 2 variabili

Questo è lo jacobiano (è il sistema di eq poste = 0)

funz di verosimiglianza

produttoria di esponenziali = esp della Σ

Es: distr normale: $v = \prod f(x_i) = \frac{1}{(2\pi\vartheta_2^2)^{n/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i - \vartheta_1}{\sqrt{\vartheta_2}}\right)^2\right]$

Dà fastidio avere $e^{\Sigma \dots}$ → si scrive ln

$$\ln v = -\ln\left[2\pi\vartheta_2^2\right]^{n/2} - \frac{1}{2\vartheta_2}\sum_1 (x_i - \vartheta_1)^2$$

una trasf. monotona crescente comporta che il max di una è = al max dell'altra → $\max_{\ln v} = \max v$

$$\begin{cases} \frac{\partial \ln v}{\partial \vartheta_1} = 0 \\ \frac{\partial \ln v}{\partial \vartheta_2} = 0 \end{cases} \rightarrow \quad \vartheta_1 = \frac{\Sigma x_i}{N} \quad \text{media} \qquad \vartheta_2^2 = \frac{1}{n}\Sigma(x_i - \bar{x})^2 \quad \text{varianza}$$

Le formule x il calcolo dei parametri della normale ottenute col metodo ② sono identiche a quelle ottenute con ①. Per ∀ altra distr ciò NON È VERO.

Es: distr. di Gumbel (v. slide 15!)

$\vartheta_2 = \bar{x} - \dots$ relazione implicita, c'è ϑ_2 a 1° e a 2° membro

③ È importante per un motivo numerico. La grandezza X non viene mai elevata a potenza

→ Linear-Moments

Prima di definire gli L-momenti, devo definire:

Prob. Weighted Moments - PWM. ∧ hanno la caratteristica di avere:

Rispetto ai momenti tradizionali

$M_{p,r,s} = E\left[x^p \cdot \{F(x)\}^r \cdot \{1-F(x)\}^s\right]$ teoricamente esiste il caso in cui x è elevata a p

ma di fatto si utilizza la formula semplificata che si chiama β_r in cui p = 1 e s = 0

$\beta_r = M_{1,r,0} = E\left[x \cdot \{F(x)\}^r\right]$

↳ p = 1 ↳ funzionale media $E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)\, dx$

s = 0

È un momento pesato in prob → al crescere dell'ordine cresce l'esponente del fattore di peso e non della x.

$M_r = \beta_r = \int_{-\infty}^{\infty} \left[x \cdot \{F(x)\}^r\right] f(x)\, dx$

r generico. Se i valori di x sono espressi in migliaia, tutti i momenti saranno espressi in migliaia. Il rango degli errori di arrotond resta x tutti uguale.

Il significato dei PWM non è confrontabile con quello dei momenti tradiz (media, sqm, ...) → trasformazioni x migliorarne il significato fisico.

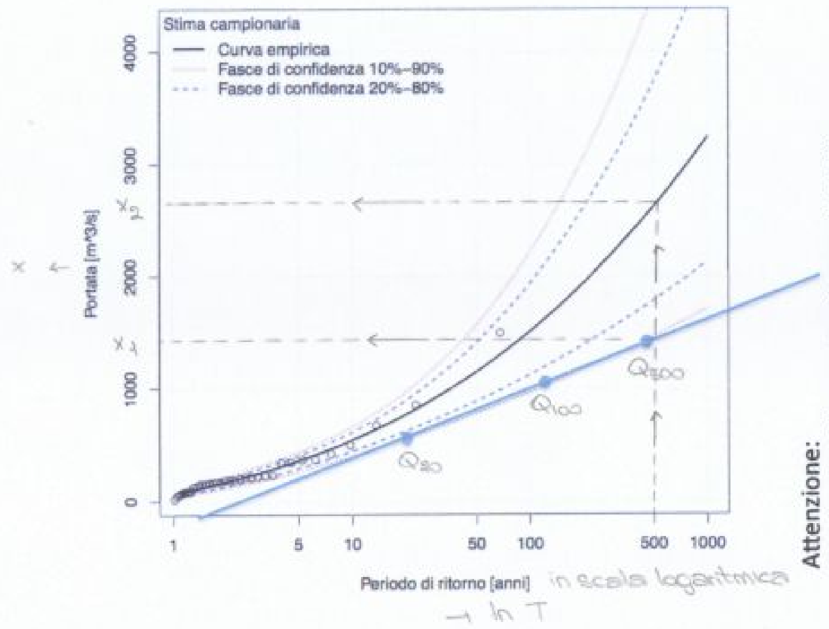
Esempio pratico

Portate di Piena di Progetto in Piemonte

Portate di progetto PAI-PO
Piano di Assetto Idrogeologico

insieme di documenti che contengono anche delle stime dei valori di portata di progetto in ≠ pti del bacino del Po

Chisone a S: Martino



Attenzione:
Plotting Position usata=Hazen= (i-0,5)/n

NB: Si è già detto che per T > 20 anni la distr. di Gumbel è rettilinea in una scala (ln T, x).

Provo a mettere i 4 punti su quella scala
(1) $Q_{20} = 580\ m^3/s$
(2) $Q_{100} = 930$ "
(3) $Q_{200} = 1100$ "
(4) $Q_{500} = 1340$ "

Traccio la retta che passa x i punti
Curva teorica da cui sono estratti i quantili → la confronto coi dati (pallini) → non è in sicurezza! Es: T = 500 anni → con la curva teorica trovo Q < → a svantaggio di sicurezza.
→ se voglio stare sicuro progetterò non con x_1, ma con x_2 → da ingegnere non accetto un progetto con x_1, perché il quantile da usare è ben più alto.

Siamo al punto ②. Passo alla verifica che si realizza coi test statistici. È molto tecnica.

Test statistici → TEST DI ADATTAMENTO classe di t.s. col fine di controllo delle hp relative alla somiglianza tra spezzata e curva. La vicinanza tra queste 2 si chiama adattamento. Si può provare l'accettibilità di questo adattamento in tanti modi diversi.

curva = distr. teorica di prob che stiamo testando

spezzata = forma approssimata della prob cumulata che deriva dalle oss

Qualunque test stat prevede che ci sia un' hp H_0 da testare contro hp H_1. Spesso hp H_1 è not H_0, ma H_0 non è vera

ERRORE del I tipo = RIGETTO di un'hp vera (cioè di H_0 vero)

" " II " = ACCETTAZIONE di hp falsa (H_0 falsa)

P (ERRORE del I tipo) = α = LIVELLO DI SIGNIFICATIVITÀ DEL TEST

α è importante perché ∀ test è soggetto alla scelta individuale del progettista di quanto si vuole essere severi nel controllo delle hp. α è usato x valutare la qualità del test.

Test di bassa qualità → α piccolo (0,01) se mi rendo conto che non posso essere così restrittivo

" alta " → α grande ($\geq 0{,}05$) 0,1 è indice di un test davvero severo

test equilibrato, né troppo severo né troppo lasco

I test possibili sono tanti → nel confronto uso

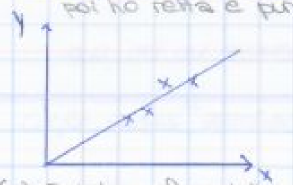
→ Potenza di un test: per spiegare perché è preferibile usare una certa categoria e non un'altra. Si usa nel confronto tra ≠ formulazioni → POTENZA.

β = P(ERR II) prob di incorrere in un errore del II tipo POT = 1 − β si chiama anche selettività

Ci sono test facili da usare ma poco selettivi → tutte le hp passano. Test molto selettivi tengono solo le hp + ragionevoli.

*

Esempio: Test basato sulla carta probabilistica: stessa cosa ma x → dati, y → var. ridotte, poi ho retta e punti



$$R^2 = \frac{\overbrace{\Sigma (x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}^{\text{covarianza}}}{\underbrace{[\Sigma (x_i-\bar{x})^2 (y_i-\bar{y})^2]^{0,5}}_{\text{prodotto delle varianze}}}$$

$0 < \; < 1$

R^2 valuta la qualità dell'adattamento

Indice di adattamento che uso per la regressione lineare. Devo confrontare R^2 con un numero che rappresenta il mio fattore di scelta

$R^2(\alpha)$ è dato in funz della distr che sto usando e della severità che voglio.

$R^2_{oss} \geq R^2(\alpha)$ OK test passato

$R^2_{oss} <$ " NO

Se le x_i stanno sulla retta R^2 è 1 → adattamento perfetto. Più si discostano dalla retta, più R^2 scende, più peggiora l'adattamento

*

regressione lineare: se ho dei pti (x, y) che secondo me sono espressione di una funzione lineare, ma si discostano dalla retta solo perché ci sono errori, cerco di stabilire qual è la retta che più si avvicina complessiv. alle oss e poi trovo la qualità di quanto fatto con R^2 che è l'errore quadratico medio.

5. (3+4) → nota la distr di prob della statistica, determinare l'intervallo di accettazione* per la statistica test. Stabilisco quanto grande / piccola dev'essere la stat. test affinché i valori esclusi rientrino nell' α %

combino (3+4); (4) scelto α e; (3); (5)

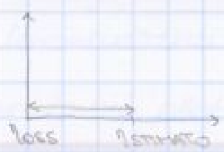
* Intervallo di min e di max espresso nelle stesse dimensioni della statistica test.

$$\text{STAT-T}_{min} \leq \text{STAT-T}_{oss} \leq \text{STAT-T}_{MAX}$$

Se ricado in questo intervallo → scostamento tollerabile rispetto al valore vero.

Devo stabilire a priori (sulla base della natura della STAT TEST) se sto facendo un TEST A 1 CODA (a) o a 2 CODE (b), cioè:

(a) Statistica definita positiva; valore vero = 0. Le differenze possono essere solo positive → i valori da escludere saranno tutti da una parte.



Siamo alla ricerca di un solo valore limite (quello inf è 0!)

$\text{STAT-T}_{min} = 0$ → devo ricercare solo il valore massimo

→ Escludo i valori che sono troppo elevati solo a dx → cerco il limite dx della regione di accettazione

Valori esclusi: quelli che hanno probabilità α di essere troppo elevati

Devo stabilire che la prob di superamento del valore limite SUPERIORE è pari ad α.

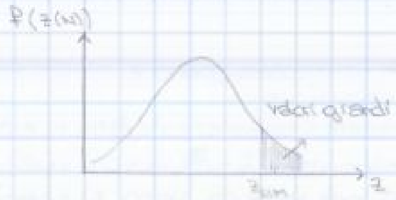
VALORE LIMITE DI ACCETTAZIONE z_{LIM}

$\boxed{P(z > z_{LIM}) = \alpha}$ → $F(z_{LIM}) = 1 - \alpha$ $\qquad$ z = STATISTICA TEST

rifiuto = test non passato se l'errore è così grande da stare nel 5%

$P(z_{oss} > z_{LIM}) = \alpha$ → $1 - P = F(z) =$ prob di non superamento

z_{LIM} diventa il quantile della $F(z) = 1 - \alpha$ → $z_{LIM} = (F^{-1} = 1 - \alpha)$



z è la STAT. TEST, qualcuno ci dà la sua distr quando è calcolata su N oss

Ipotesi Gumbel

$u(z_{oss}) = \dfrac{\tau_3 - 0,1699}{\sqrt{\frac{1}{n}(0,23 + \frac{0,7}{n})}}$ stessa regione di accettazione $-1,96 \dots +1,96$

Altro caso x vedere come STAT-T possono essere strane

2. Test di Pearson o del χ^2 (chi quadro)

hp H_0 il campione è estratto da una distribuzione $F(x)$ qualunque

$$\text{STAT-T} = \mathbf{X}^2 = \sum_1^K \frac{(n_i - n \cdot p_i)^2}{n p_i}$$ somma quadratica

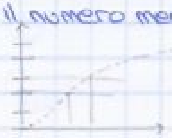
$n p_i \rightarrow$ è cost!

$p_i = 1/K$ = intervallo di probabilità (divido il campo di prob $[0,1]$ in K intervalli =) — perchè i è fittizio perchè tutti gli intervalli sono =

n = num. osservazioni

$n \cdot p_i$ = numero teorico di oss che ricadono nell'intervallo di prob cumulata

↳ è il numero medio di valori che devo trovare in una classe.



La funz in hp può essere complessa. Faccio un confronto tra come si distribuirebbero i valori se estratti dalla distr in hp e come si distribuiscono nei vari intervalli nella realtà.

n_i = num di oss che effettivamente ricadono nell'intervallo

Per applicare questo test non devo utilizzare le proprietà della F teorica. La STAT-T precedente invece richiedeva di identificare la funz in hp. x sfruttarne proprietà (gaussiana → $C_a = 0$)

È un test non parametrico, non devo esprimere i parametri della distr.

3. Distr di $\mathbf{X}^2 \rightarrow \chi^2(K, s)$ — GRADI DI LIBERTÀ. Insieme creano il parametro $K-s-1$

Quantili di χ^2 → tabellati

↓ n. classi scelto

↳ n. parametri della distr (unica cosa che serve della distr.)

La ricerca dell'INTERVALLO DI ACCET parte dal fatto che è un test a 1 coda — errore perchè quadratico → positivo → la distr teorica è def. pos → avrò un solo valore come lim di accett.

→ devo trovare il limite di accettazione (uno solo) → quantile della distr per $F = 1-\alpha$.

Si trova su tabelle

$\chi_{1+\alpha}(K, s)$

Se l'adattamento fosse perfetto, troverei un numero effettivo di valori = a quello teorico → numeratore = 0 per tutte le classi → $\Sigma = 0$

(Fatta la suddivisione sull'asse delle x conto le osservazioni)

La distr della STAT-T è difficile da determinare → l'hanno fatto x noi (la si trova in 1 caso). X^2 è una strana distr; asintotic diventa gaussiana. Contiene Γ. → Excel o tabella.

Più piccolo è X^2 più è facile che il test sia superato.

condizione di accettazione $\mathbf{X}^2 \leq \mathbf{X}_{LIM} = \chi^{2(-1)}((K-s-1), (1-\alpha))$ — inversa; parametro; prob

La posso riportare in Excel scritta così. condiz di accett. piena

C'è una condizione che non è nè accettazione nè rigetto:

$X_{LIM} < X^2 \leq \chi^{2^{-1}}[\underbrace{(K-1)}_{\text{non so qual è la distr}}, (1-\alpha)]$ non posso dire che quella distr fa schifo

Non conosco il numero di parametri → pongo $s = 0$.

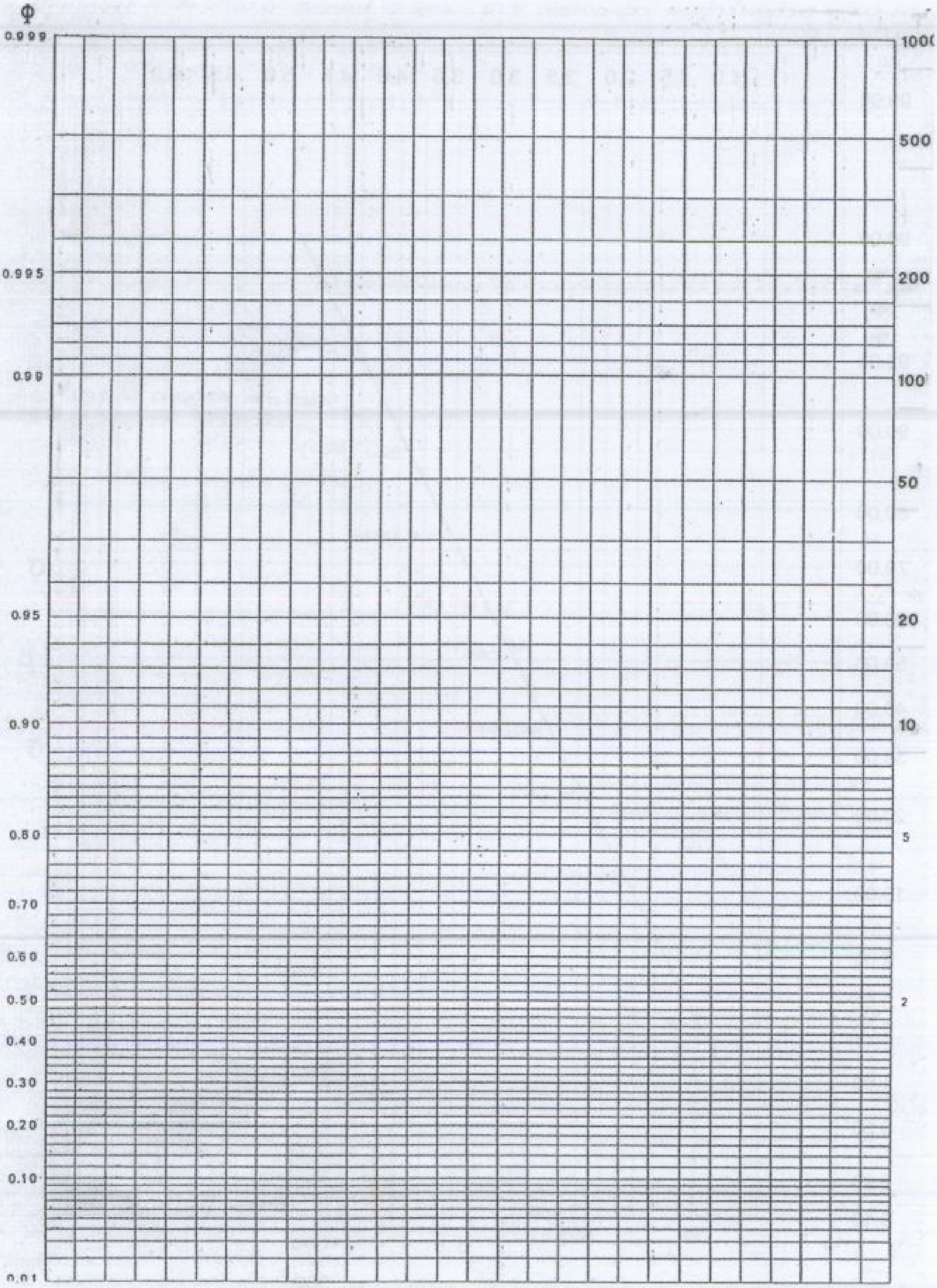
...tendo 2 quantili generali il punto di controllo è il valore modale $\vartheta_1 = 0,368$

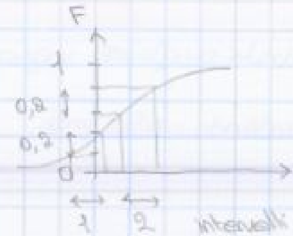
Si fanno le inversioni come $-\ln\ln(1/F)$

,368 — ϑ_1

CARTA DI GUMBEL (solo per L-momenti, GUMBEL e GEV)
in scala distorta

Alla fine confronto tra Lognormale e GEV, ricordando che GEV ha 3 parametri contro 2 della Lognormale





Applicazione del test: suddivisione del campo delle oss. in oss comprese in intervalli ai quali corrisponde la stessa prob di accadimento
Es: intervalli 1, 2, ... con le stesse F = 0,2. È sempre il 20%
La prob di ricadere in un intervallo di F tra 0 e 1 è 1.

n. classi = 8
$p_i = \frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\%$
} ordinate → intervalli = ; ascisse → " equiprobabili

Conto le oss in ogni classe:

0-60	3	0-69	4
60-90	4	69-100	3
90-125	2	100-140	2
125-184	7	140-185	8
184-200	3	185-230	7
200-265	5	230-305	0
265-300	0	305-480	5
300-1493	9	480-1493	4

$n \cdot p_i = 33 \cdot 0,125 \cong 4$ valore di rif
così faccio conto a mano

$n \cdot p_i = 33 \cdot 0,125 = 4,125 \cong 4$

$$\sum \frac{(n_i-4)^2}{4}$$

$\frac{(3-4)^2}{4} = 0,25$

$\frac{(4-4)^2}{4} = 0$

$\frac{(2-4)^2}{4} = 1$

$\frac{(7-4)^2}{4} = 2,25$

$\frac{(3-4)^2}{4} = 0,25$

$\frac{(5-4)^2}{4} = 0,25$

$\frac{(0-4)^2}{4} = 4$

$\frac{(9-4)^2}{4} = \frac{25}{4} = 6,25$

$= 14,25 > 14.1$

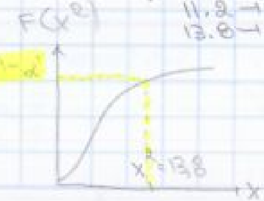
calcolo le somme quadratiche

0
0,25
1
4
2,25
4
0,25
0
tot 11,75 < 14,1 ma > 11,1

Per α = 5% devo rigettare la Lognormale perché 14,25 è > 11,1 che avrebbe dato garanzia di accettazione, ma è anche > 14,1 che era il limite del dubbio.
(Trovo i quantili analiticamente
Trovo α corrispondente al caso di passaggio 100. → A CASA)

- Se trovo $\chi^2 < 14,1$ non ho la certezza di buttarla via. Poi lo ottengo anche su GEV. Quale scelgo? Metrica oggettiva: controllo χ^2 di entrambe.
(1) A pari n. parametri scelgo la distr che si adatta meglio → min valore di χ^2
La lognormale è una distr + parsimoniosa di GEV, cioè si stima con più facilità (ho solo 2 param).
Varianza di stima: ↑ n parametri ↑ intervallo di incertezza. È il caso di GEV, dove ho 3 parametri. Errore che dipende da 3 param oscilla di più dell'errore che dipende da 2 parametri. Quindi la Lognormale è da preferire.
Ma se lognormale non passa, prendo GEV.
- Se trovo χ^2 tra 11,1 e 14,1 è utile verificare: qual è α tale da portarmi all'accettazione dell'hp? α' livello di signif che avrebbe consentito il passaggio del test. Se avessi assunto α = α', test OK. Calcolo α': se 4% è buono, se no fa schifo. Es 0,1%

è un dubbio più sul no o più sul sì?
11,2 → sì
13,8 → no

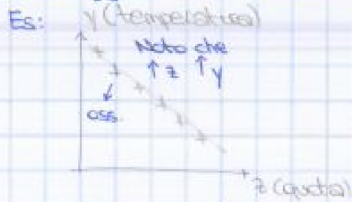


Prendo valore osservato, intercetto la curva e trovo 1 − α' tutte le distr sono uguali.

- Test sulla $F(x)$ (ne vediamo 3)

Ci interessano perché il problema generale dell'adattamento è affrontato con molte somiglianze rispetto al problema della ricostruzione di una legge nota con incertezza che si ritrova anche senza fare inferenza statistica. Es: regressione lineare → trovare una legge su oss che sembrano seguire un certo andamento. → problema dell'adattamento.

Es:



sembra seguire un andamento che potrebbe essere interpretato come una funzione. Non so se c'è una legge fisica, ma non mi interessa. Senza fare inferenza, trovo legge lineare. In altri casi posso trovare curve regolari che cerco di adattare con una funzione.

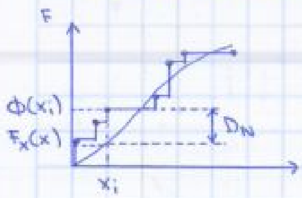
Devo trovare { relazione migliore / qualità adattamento

Più le curve sono vicine, più sono confortato nelle mie hp.

(1) - Kolmogorov - Smirnov

Non è necessario specificare distr. teorica che sto considerando. → come test χ^2 (test non parametrico → non devo chiamare in causa param distr)

Si cerca distanza max tra la CDF teorica e la CDF campionaria, che disegno come una spezzata.



Le CDF campionarie qui valgono:

$\Phi_i = 1/N$ perché non voglio privilegiare nessuna distr scegliendo una*

$D_n = \max(F_X(x) - \Phi(x_i))$ è la stat. test. Va confrontata con un valore teorico, cioè il limite di accett.

funzione del n. oss. — teorico — osservato (sono gli spigoli superiori)

$D_N < \frac{1{,}358}{\sqrt{n}}$ questo è il nostro limite di accett. Vale per:

$\alpha = 0{,}05$ $n > 50$ (per $n <$ devo controllare le tabelle). Deve dipendere da α ($\downarrow \alpha$ $\uparrow$ valore di acc)

Suppongo che curva teorica sia disegnata senza conoscere i parametri (se preciso param → passa sempre)

Risultato indip da distr che stiamo cercando. → Φ_i tale che $\Phi_{i,max} = N/N = 1$

Non è un test potente perché non ci viene fornita la distr di prob della STAT-T, cioè non ci dicono come si trova valore di accett., e perché non c'è nessun parametro e vale solo per $n > 50$

È un test che si fa x buttar via le schifezze, ma non x stimare il quantile.

(2) - Test sulle carte probabilistiche

Elementi che servono: carta prob. che so usare. Cosa cambia?

Risultato dipende dalla distr → ≠ da prima

I limiti di accettazione dipendono dalla distr e anche le modalità applicate.

$$\text{STAT-T} = \underset{\text{coeff. di correl.}}{\hat{r}} = \frac{\sum^{n\ \text{oss}} (x_i - \underset{\text{media}}{\bar{x}})(\underset{\text{quantili stimati}}{\hat{x}_i} - E(\hat{x}_i))}{\left[\sum (x_i - \bar{x})^2 (\hat{x}_i - E(\hat{x}_i))^2\right]^{1/2}}$$

correlazione oss x_i / quantili stimati

Nella costr della carta prob le Φ_i sono adattate alla distr che si sta testando

$\to \Phi_i = \hat{F}(x_i)$ < $\alpha = 3/8$ Gauss ; $\alpha = 0{,}44$ Gumbel

le Φ_i sono veramente stime delle probabilità cumulate

$\Phi_i = \frac{i - \alpha}{n - 2\alpha + 1}$ plotting position → $\Phi_{i,max} \neq 1$ (non è α del livello di signific)

r va confrontata con valori tabellati in funzione di n e del livello di signif.

↓ v. dispense

$-1 < r < 1$

È un test a 1 coda

Poche oss → + tollerante a pari α

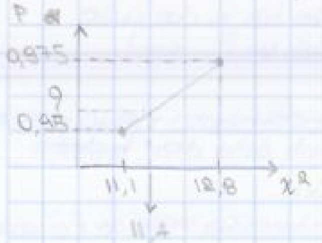
Molte " → − " "

A pari " → + " al diminuire di α

Lognormale → non superato → α'

$k = 5$

$\chi^2 = 11,4$ interpolo linearmente

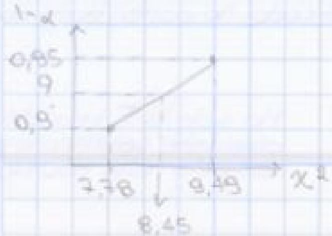


$12,8 - 11,1 : 0,975 - 0,95 = 11,4 - 11,1 : x - 0,95$

GEV → superato → α' di non superamento

$k = 4$

$\chi^2 = 8,45$



$9,49 - 7,78 : 0,95 - 0,9 = 8,45 - 7,78 : x - 0,9$

Gumbel: $\chi^2 = \frac{k}{n} \Sigma_i \left(n_i - \frac{n}{k}\right)^2$ o $\chi^2 = \Sigma_i \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$? viene → 21,1

Come trovo α' ?

misura della precipit → raccolta di acqua allo stato liquido / solido su una sup → anche grandine. Posto in cui durante l'anno le precip sono basse → voglio misurare anche il formarsi della rugiada (acqua che condensa). acqua che si rende disponibile sulla sup. x condensazione

Oltre a neve, dovrei misurare grandine → chicchi raccolti dal sistema di misura ma devo aspettare che si sciolgano. La misura della grandine è un problema trascurato.

Stato liquido → no problem

" solido (neve) → problemi. Voglio misurarla col pluviometro? Se sì, la devo sciogliere perchè entri nella bascula. Staz meteorol e nivom → equipaggiata con pluviometro, stecca graz e vent. Se c'è corrente elettrica → sotto 2°C si attiva res elettrica all'interno del pluviometro → neve si scioglie perchè tocca una sup. calda, tocca le bascule e misuro acqua equivalente

→ PLUVIOMETRO RISCALDATO. OK x { corrente elettr 220 V (serve potenza) / raccolta occasionale di neve

X raccolta sistematica di neve → non è efficiente → non si riesce a sciogliere ne ve in tempo, neve successiva esce fuori e non riesco a misurarla intercettarla ...

Forte vento, T basse, neve gela → non misuro + nulla.

MISURA EQUIVALENTE IN ACQUA DELLA NEVE: nelle zone subalpine è importante perchè la neve raccolta al suolo rappresenta un serbatoio di acqua che può sommarsi a una nuova precipitazione

Manto nevoso + vento caldo con nuova pioggia → si sommano → seri disastri, perchè scioglie velocemente la neve l'acqua al suolo da smaltire non è solo la pioggia nuova, ma anche l'acqua accumulata prima come ne Rain on snow → fenomeno non ancora approfondito. È capitato nell'alluvione del 2000.

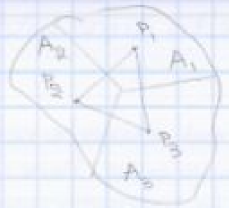
... Si usano altri sistemi integrati → DISTANZIOMETRO A ULTRASUONI → misura h_{neve} valutando tempo intercorso tra emissione segnale e sua riflessione. È il NIVOMETRO. Valuta distanza misurando un tempo. È lo strum princip x misura livelli idrici → misura portate. NB: Lo spessore della neve da solo non è un'indicazione!

È importante la variazione di densità della neve (compatta / bagnata). cambia un ordine di grandezza Sistemi di bilance. Altri strumenti pesano direttamente lo spessore della neve con $>300 kg/m^3$, la trasformo in acqua e diventa un'altezza equivalente in mm. Ma queste stazioni non sono così diffuse. con cellulare e batteria ricevo i dati a casa

Pluviogramma (o ietogramma) → risultato di un giorno di oss trasmesso dal pluviometro a stazione centrale. Dati in h min s di ogni basculata → software → risultato finale: ~~osservazione~~ misura cronol della precip ogni 10 min. Stecche gialle: h di prec.

(2) Metodo dei poligoni di Thiessen (v. slide)

È una media pesata su aree rappresentativa. Costruz geom che attribuisce a ogni pto di misura un'area di rif che diventa il fattore di peso nella media spaziale
Unisco con linee stazioni adiacenti, traccio mediane ⊥ alle linee: create prime



$\bar{P} = \frac{1}{A} \sum_i A_i P_i$
↓
area di rif di ogni pto di misura

$\bar{P} = \underline{h} = \sum \left(\frac{A_i}{A}\right) P_i$ media areale secondo i poligoni di Thiessen (TOPOIETI)

Differenza da (1) è poca se ogni pto di misura occupa un'area che è circa 1/3 di quella totale

Vantaggio rispetto a (1): non c'è motivo di escludere ruolo strumenti fuori area di interesse. È una proprietà del pto di misura indipend dal contorno. Diventa significativo pto fuori dal contorno ma la cui area ricade entro il contorno. È sensato

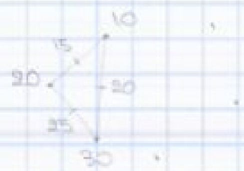
Risultato finale: nota la rete dei pti di misura, calcolo una volta x tutte la mappa dei poligoni di Thiessen e la tengo da parte.

NB: Diversa densità delle stazioni → minore in pianura perchè ci si aspetta una minore variazione del fenomeno di pioggia nello spazio. In quota → densità maggiore → misuro variazioni nello spazio

(3) Metodo delle isoiete

Curve di livello → costruisco linee ad ugual valore di precipit tramite interpol lin.

Tracciato fatto attraverso interp lin. Verifica: congiungo P_1 e P_3 → curva per P_2

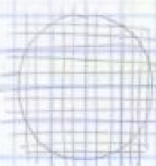


deve passare per la metà.
Isoieta 10 mm → passa per P_1 dove ho misurato 10 mm

Mappe delle isoiete

Non si usano più perché non si fa più a mano. Metodi moderni usano pixelizz, rasterizz del territorio → sovrappongo al territorio una griglia regolare → risultato: sottoinsieme dei pixel ∈ area di interesse, tutti uguali
Se ho valori in ogni pixel ↓
Media aritmetica di questi valori è la media pesata.
DTM modello digitale del terreno → quote

RASTER



DTM

(4) Metodo delle distanze inverse pesate

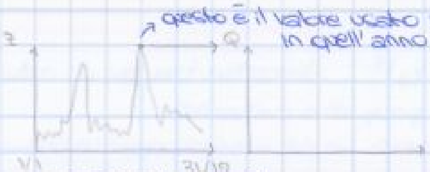
Do un valore ad ogni punto interno all'area. Ottenuti tutti i valori → media aritm.
↓
prendo le dist e si pesano inverse in modo quadratico.

30 ott '13

Piogge di progetto

Quali piogge?...

questo è il valore usato x calcolare max portata istant. in quell'anno (dati S. Martino)



Pennino che misura h di un fiume

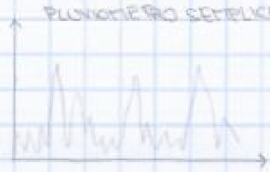
La precipit. non è una variabile continua. IDROGRAMMA ANNUALE

altezza di pioggia da considerare

... implica chiedersi: quali intervalli di misura di h? Può essere tutto l'anno

PLUVIOMETRO SEMPLICE → misura ogni mattina

365 stecche → piogge giornaliere



intervallo di misura

lim sup di ΔT = 1 anno → h_A = precipit. annua è il risultato

Vediamo il lim inf., che interessa per temporali, scrosci.

Piogge "BREVI": ΔT_{rif} = 1 ora

Scegliere Δt è arbitrario. Devo scegliere un "INTERVALLO LOGICO" = quello che lascia il tempo alle portate pericolose di formarsi.

Contesto urbano → elementi di interesse: tombini → questo intervallo è ~10 min

Ma se considero alveo fluviale, l'intervallo è maggiore.

A seconda della dimensione del bacino drenante, cambia l'intervallo logico.

↓

qui l'acqua si raccoglie per convogliarsi nel punto di interesse

Per le precipitazioni non posso definire una sola variabile casuale. La variabile casuale è "parametrica" nell'intervallo d (durata precipit.) Non una sola, ma tante a seconda dell'intervallo.

OBIETTIVO: ricercare la distr. di prob di una famiglia di variabili $h_d \sim F(h_d)$ che consenta di trovare $\hat{h}_{d,T}$ (non è 1 stima, ma 1 per ogni intervallo logico). fissato il periodo di ritorno

Quali sono le oss su cui mi posso basare? Se l'obiettivo è trovare i valori di progetto x fenomeni alluvionali devo ricercare i max annui

Annali idrologici <
- parte I → precipitazioni: tabella III → precipitazioni di max intensità (annua) registrate ai pluviografi
- parte II

max in tutto l'anno della pioggia di Δt

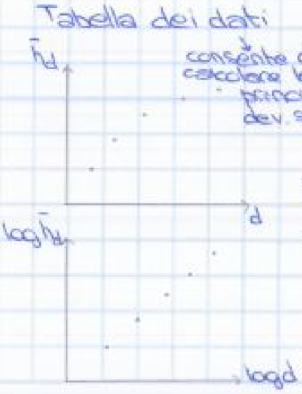
Tabella dei dati

consente di calcolare le statistiche principali: media e dev. std.

	1	3	6	12	24
	–	–	–	–	–
$\bar{h}_d$	30	45	60	82	
s_{h_d}					

Per ogni stazione si sono sfogliate tutte le strisce.

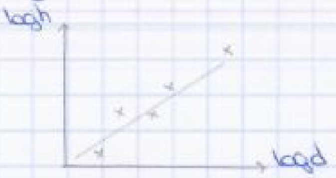
valor medio del max annuo di precipit. per ≠ durat → visualizzo i dati



viene sempre così per tutte le stazioni: valori medi di $\bar{h}_d$ rapportati alle durate hanno un andamento lineare in carta bilogaritmica.

→ posso scrivere la relazione che lega h_d e d

Ammettiamo che in scala bilogaritmica, ci troviamo di fronte a una situaz. di questo tipo:



se l'adattamento delle oss non è convincente, solo dove non ho oss uso la relazione interpolante. Ma qualità adattamento è così alta che posso sostituire completamente la relazione

Osservo che per $d = 1$ $\bar{h}_1 = a$

↳ coeff. ottenuto dalla stima della retta

Così confronto a col valor medio osservato $\bar{x}_1$.

Se $\bar{x}_1$ si allontana dalla retta, a (che è sulla retta) sarà $\neq \bar{x}_1$. Questo è un trucco per vedere cosa ci perdiamo se rinunciamo a vedere le medie osservate, ma uso quella relazione interpolante. Useremo sempre la retta.

caso $h_d = ad^n$. Come trovo 2 parametri di una relaz non lineare? Cerco di linearizzare la funzione non lineare.

Funzione h_d linearizzabile mediante trasf logaritmica: $\ln h_d = \ln a + n \ln d$

$$y = m + nx$$

→ mi riconduco all'eqz di una retta.

Stima di m ed n avviene mediante REGRESSIONE LINEARE. Cos'è?

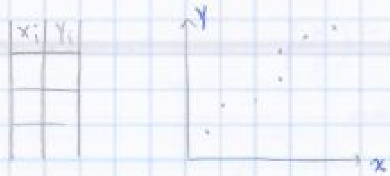
cerco eqz retta → relaz lineare

Insieme di metodi x ottenere parametri di un legame del tipo:

$$y_i = m + n x_i + \underset{\downarrow \text{ errore}}{e_i}$$

i pti non sono perfettamente allineati sulla retta

serie di oss → la metto su un grafico → legame statistico e non deterministico tra 2 grandezze



e_i = errore di stima

$$e_i = \hat{y}_i - y_i = \hat{m} + \hat{n} x_i - y_i$$

($\hat{y}_i$: previsione oss; y_i: valore vero)

errore = scost su asse y tra singola oss y_i e la ricostruzione di quello che dovrebbe essere il valore nel caso di legame lineare perfetto

Legame deterministico → $e_i = 0$ sempre

" statistico → $\boxed{\sum e_i = 0 \; ; \; \frac{1}{n} \sum e_i^2 \neq 0 \text{ varianza dell'errore}}$

Posso solo richiedere: $\sum e_i = 0$ — Ma non posso ottenere varianza nulla

Gli errori messi su carta prob devono distribuirsi con legge normale x essere davvero casuali.

Se e_i sono gaussiani ricercando le condizioni $\underbrace{\hat{m}, \hat{n}}_{\text{stime}}$ tali che $\frac{1}{n} \sum e_i^2 = \min$ (con derivate parziali) rispetto a m e n si ottengono delle relazioni analitiche per $\hat{m}, \hat{n}$

min VAR(e_i) = condizione ai MINIMI QUADRATI (LEAST SQUARES)

? non è la VAR $\sum_{i=1}^{n} y_i - [\hat{m} + \hat{n} x_i] = \min \iff \partial/\partial n \sum \ldots = 0$ e $\partial/\partial m \sum \ldots = 0$ 2 eqz e 2 incognite

$$\boxed{\begin{aligned} \hat{m} &= \bar{y} - n\bar{x} \\ \hat{n} &= r_{xy} \cdot \frac{S_y}{S_x} \end{aligned}}$$

dove $r_{xy} = \dfrac{\overbrace{\frac{1}{n} E[(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})]}^{cov(x,y)}}{S_x S_y}$ scarti quadratici medi delle oss (campionari)

coeff. di correlazione lineare

stime BLUE best linear unbiased estimators → migliori stimatori lineari indistorti (se errori sono distr con gaussiana)

Sono 2 stimatori.

Stima non blue → distr di prob degli errori non è gaussiana → stima sarà distorta

privilegia nella sua distr certe zone

5 nov '13

Curve IDF → intensity duration frequency

- Applicazione per verifica (Gumbel) (I)
- Controllo e applicazione al caso GEV (II)
- Specializzazione casi con $\Delta T < 1h$ (III)

L'insieme delle IDF è un insieme di distr di prob applicata ad un caso parametrico → $\hat{h}_{d,T}$ stima di questa grandezza per diverse durate. È comodo scriverla come $\hat{h}_{d,T} = \bar{h}_d \cdot K(T)$

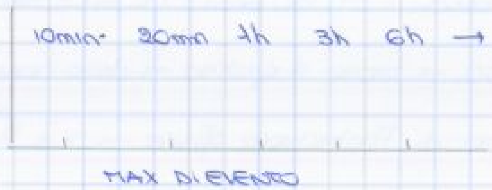
Faccio l'appl e poi vedo il caso in cui $\bar{h}_d$, $K(T)$ sono non std (es: brevi durate). oppure casi in cui le precipitazioni intense hanno elevata variabilità → molto asimmetriche)
Difficilmente ci allontaniamo dai casi std. (fognature, allontanamento delle acque...)

Costruisco le curve e le uso x verifica.

(I) Evento Torino 2007

Caso di verifica in cui era nota la condiz di allagamento cittadino che aveva portato situazioni di pericolo. Problema: determinare rarità evento e tarare metodi di trasformazione piogge portate.

Si ha lo ietogramma osservato → h di pioggia max per una serie di intervalli



Devo trovare i periodi di ritorno, ≠ ∀ intervallo perché evento è mutevole
↓
devo tracciare DIAGR DI SEVERITÀ → ∀ d durata calcolo T

Il diagr che trovo è

Mi interessa il T max.

Da questo diagr → COSTRUZIONE IDF → devo ricercare innanzitutto la serie storica

• Allestimento serie storica: per le stazioni italiane conterrà estremi x ≠ d (tab III degli annali). Cerca web → progetto annali (ISPRA → istituto che ha assorbito il vecchio Servizio Idrografico) Oggi si può ricercare serie storica in 2 posti: (I) uno è un cd → Banca Dati Climatologica del Piemonte → lista stazioni + salvare in .csv tutta la sequenza cronologica. Metodo più economico x avere il grosso delle precip. storiche del Piemonte (vedi sito idrologia); (II) per eventi successivi a '86 → Arpa Piemonte

Torino Giardini reali → 1h → 58,4 mm (max h di pioggia registrata)

$K_{T,oss}$ $(d=1) = \frac{58,4}{31} \simeq 2$

T_{oss} (1h) dato da $2 = 1 - cv [\ldots]$ → unica incognita è T che trovo x inversione

Ripeto questa operazione $\forall T$ → trovo diagr. di severità → trovo il periodo di ritorno maggiore.

$K_T = 1 - cv \cdot [0,45 + \ldots]$; $cv \cdot [0,45 + \ldots] = 1 - K_T$; $\frac{1-K_T}{cv} - 0,45 = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \ln\left(\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right)$; $\frac{\pi}{\sqrt{6}}\left(\frac{1-K_T}{cv} - 0,45\right) = \ln\left(\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right)$; $e^{\frac{\pi}{\sqrt{6}}\left(\frac{1-K_T}{cv}-0,45\right)} = \ln\left(\frac{T}{T-1}\right)$; $e^{e^{\ldots}} = \frac{T}{T-1}$; $T = (T-1)e^{e^{\ldots}} = Te^{e^{\ldots}} - e^{e^{\ldots}}$; $T(1 - e^{e^{\ldots}}) = -e^{e^{\ldots}} \rightarrow T = \frac{e^{e^{\ldots}}}{e^{e^{\ldots}} - 1}$

Risultato pratico: assegnare rarità all'evento e prendere misure

(ii) Complicazione: non sono sicuro che legge di Gumbel ~~distr.~~ sia adeguata → K(T) potrebbe non essere GUMBEL. I dubbi vengono in situazioni particolarmente gravi. Vediamo come si trova K(T) nel caso GEV, poi vedo se è Gumbel.

es. K(T) ∼ GEV ; $e^{-e^{-\ln(\ldots)\cdot\frac{1}{\vartheta_3}}} = e^{-e^{-\ln(\ldots)^{1/\vartheta_3}}} = e^{\ldots(\ldots)^{1/\vartheta_3}}$

GEV $F(x) = e^{-e^{-y}}$ $\quad y = \ln\left[1 - \vartheta_3\left(\frac{x-\vartheta_1}{\vartheta_2}\right)\right]\cdot\frac{1}{\vartheta_3}$ con $\vartheta_3 \neq 0$

Se $\vartheta_3 = 0$ asintoticamente y converge su $y = \frac{x-\vartheta_1}{\vartheta_2}$ → scordati di avere da ϑ_3 l'indicazione che quella sia non Gumbel ma GEV.

Voglio ricondurmi al caso $h_{d,T} = \bar{h}_d \cdot K(T)$

$x(T) = \vartheta_1 + \frac{\vartheta_2}{\vartheta_3}\left[1 - \left(\ln\frac{T}{T-1}\right)^{\vartheta_3}\right]$

$\left(K(T) - \varepsilon\right)\frac{K}{\alpha} = 1 - \ln\left(\frac{T}{T-1}\right)^{\vartheta_3}$; $\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)^{\vartheta_3} = 1 - (K(T)-\varepsilon)\cdot\frac{K}{\alpha}$; $\frac{T}{T-1} = e^{\ldots}$; $T = (T-1)e^{\ldots}$; $T = \frac{e^{\ldots}}{e^{\ldots}-1}$

A me serve $K(T) = \frac{x(T)}{\bar{x}}$ (visto prima) $= \frac{\vartheta_1}{\bar{x}} + \frac{\vartheta_2}{\bar{x}}\cdot\frac{1}{\vartheta_3}\left[1 - \left(\ln\frac{T}{T-1}\right)^{\vartheta_3}\right]$

$K = \vartheta_3$ $\quad$ K' = fun. di crescita

$K(T) = \varepsilon + \alpha \cdot \frac{1}{\vartheta_3}\left[1 - \left(\ln\frac{T}{T-1}\right)^{\vartheta_3}\right]$

→ per trovare CPP devo stimare $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3$ con L-momenti e scrivo la formula? indice adimensionalizzando i parametri. Vedi ordini di grandezza di differenza dal caso Gumbel.

VAPI → Bacino del Po (Nord-Ovest)
Sintesi del rapporto regionale → hanno usato GEV x 400 stazioni, anche dove andava bene Gumbel

Località	Num. Anni	ε	α	K	a	n
					parametri della retta di potenza	
Torino	51	0,836	0,262	-0,048	29,4	0,25

(iii) $\Delta t \ll 1h$ → $\bar{h}_d$ a 3 parametri

Perché serve osservare pioggia di durata molto piccola? Dimensionamento ~~progettazione opere~~ opere di drenaggio della piattaforma (auto)stradale x evitare che si formi spessore d'acqua → acquaplaning, allagamenti → drenaggio x portare via portate dovute a precip. intense.

2012 → deflussi → misure di portate nei corsi d'acqua → stampa

7 nov '13

Utilizzo delle piogge intense → determin di portate di proporzionamento laddove non si disponga di oss.

STIMA DI PORTATE DI PIENA DI PROGETTO MEDIANTE METODI INDIRETTI DI TRASFORMAZIONE AFFLUSSI - DEFLUSSI

Bilancio piena

(1) Introduzione: Marone "verde" cap 2 ≈ 10 pagg.

(2) Misura portate: Moisello PDF

(3) Bacino idrografico (cap. FERRO)

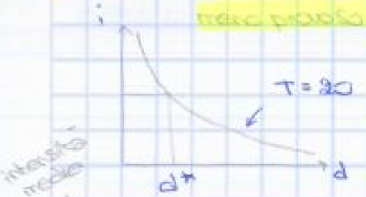
(4) Formazione dell'onda di piena: Marone "verde"

Valore di intensità di pioggia per durata d e T = 20?

T = 20 → determ di rarità ottenuta con criterio di bilancio costo-benefici (va bene che un certo valore sia superato ogni 20 anni perché più di tanto non voglio spendere)

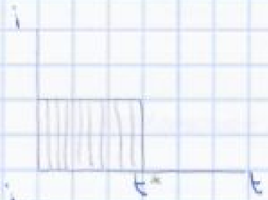
d → ho le CPP → $i_{d,T} = a d^{n-1} \cdot K(T)$ relazione di intensità media all'interno dell'intervallo d ottenibile come max annuo per assegnato T

Graficamente: curva di i, d per assegnato K(T) → ne disegno una sola. Fisso la durata d^* che mi interessa e trovo l'intensità. La singola informazione contenuta in i rappresenta un tipo di fenomeno piovoso semplificato che si chiama



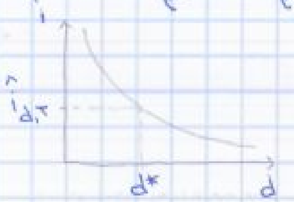
pioggia rettangolare: confondo d col tempo → i è quel valore che se fosse mantenuto costante per tutto il tempo d^* porterebbe ad avere un'intensità media in d^* che è proprio quella calcolata con la formula.

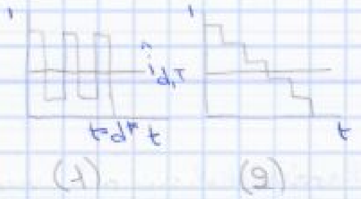
i da solo non indica qual è la seq di precipit, perché quell'i può essere ottenuto con seq di precip qualunque, di cui la più semplice è lo ietogramma costante → intensità di pioggia costante



ietogramma rettangolare (i costante) di durata $t^* = d^*$

Questo è il più semplice dei tanti possibili ietogrammi che si possono verificare dando comunque un'intensità media $\hat{i}_{d,T}$





Posso avere questa stessa intensità media anche con uno ietogramma in cui nella stessa durata metto alternativamente piogge alte e basse → (1) → ietogramma non costante nelle intensità che come valor medio dà $\hat{i}_{d,T}$. OPPURE posso passare a ietogrammi più realistici → (2), purché la media delle intensità corrisponda sempre allo stesso valore.

Perché passiamo alla nozione di ietogramma? Perché vogliamo entrare in una situazione di progetto. Nel progetto lo ietogramma non è osservato, ma è da prevedere. Finora non abbiamo ancora studiato nulla che ci aiuti a descrivere la sequenza cronologica.

$q_u = c h^n \rightarrow h^n = q_u/c \rightarrow (h = (q_u/c)^{1/n})$

$\omega = S \cdot h^{(m)}$ volume invasato

$\omega = S \left(\frac{q_u}{c}\right)^{1/n} = S \cdot \frac{q_u^{1/n}}{r} = K \cdot q_u^{1/n}$ ($c^{1/n} = r$, $\frac{S}{r} = K$) per pareti verticali (se no l'esp è m/n)

L'eqz di continuità diventa ($q_e - q_u = dw/dt$) $\frac{dw}{dt} = K \cdot \frac{1}{n} q_u^{\left(\frac{1}{n}-1\right)} \frac{dq_u}{dt}$ eqz diff. dell'invaso non lineare

deriv. $\omega = K q_u^{1/n}$

Non la uso.
↳ perché per i nostri problemi non è molto importante esaminare la relazione che c'è tra $1/n$ e $1/n = 1$

Ipotizzando $n=1$:

$\omega = K q_u$ INVASO LINEARE

$\frac{dw}{dt} = q_e - q_u \xrightarrow{n=1} K \frac{dq_u}{dt} + q_u = q_e$ eqz diff. dell'invaso lineare

$q_e = i \cdot S$
[mm/h] [mm²]

La sol dell'eqz serve per ritrovare, per qualunque $i(t)$, cioè ∀ ietogramma, $q_u(t)$

... saltiamo integrazione eqz ... ∀ $i(t)$ ⟶ fornisce $q_u(t)$

$$q_u(t) = \underbrace{q_0}_{\text{cond. iniziale}} \cdot e^{-t/K} + \int_0^t \underbrace{i(\tau) \cdot S}_{\text{portata entrante } q_e} \cdot e^{(t-\tau)/K} \cdot \frac{1}{K} d\tau$$

(si ottiene moltiplicando I e II membro per $e^{-t/K}$)

$q_e = i(t) \cdot S$ non so com'è fatta questa funzione → non posso risolvere l'integrale. Ci metto una pioggia semplice
IETOGRAFIA COST visto prima

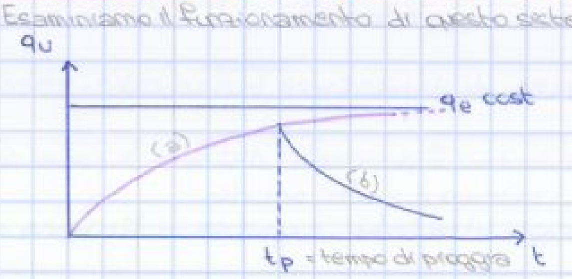
$i(t) = \text{cost} = I$ → porto fuori q_e → so risolverlo:

(a) $q_u(t) = q_e \cdot (1 - e^{-t/K})$ se $q_0 = 0$ → cond iniziale di serbatoio vuoto

(invaso)

* IDROGRAMMI DI UN SERBATOIO LINEARE DERIVANTE DA UNA PIOGGIA RETTANGOLARE

Esaminiamo il funzionamento di questo sistema. La relazione ci dice:



$\boxed{t \rightarrow \infty} \rightarrow q_u = q_e$ è un'approssim, non è così nei sistemi naturali.

Se a un certo punto smette di piovere:
i cost fino a t_p
pluviogramma cost di durata t_p

$q_u(t_p) = q_e (1 - e^{-t_p/K})$ portata max

Da t_p in poi il sistema è ad un certo stato di riempimento → lo visualizzo

con lo stesso serbatoio a t_p soggetto ad una pioggia nulla → resetto il sistema a t_p.
q_u non può essere 0, ci vorrà del tempo x far svotare il serbatoio

$t_0 = t_p$ nuova cond iniziale ora c'è una q_u che è q_0

(b) $q(t - t_p) = q_0 e^{-t/K} + 0$

l'integrale è nullo perché non sta piovendo nulla

EQZ DELLO SVOTAMENTO DI UN SERBATOIO LINEARE

Portata in uscita deriva dalla quantità presente all'inizio svotamento della

$q_0 = q_e (1 - e^{-t_p/K})$

esponenz decrescente → lo svotamento termina a $t\ \infty$ (analiticamente)

Se mentre il serbatoio si svuota aggiungo anche il contributo dell'integrale.

Ora posso stabilire quanto è sensibile il sistema alla larghezza della soglia ...

*Avevo $n = 3/2$ e ho posto $n=1$. Xk? I sistemi naturali non sono perfetti idraulicamente, non è vero che conosco tutta la geometria → approssimazione che dà differenze non forti e A VANTAGGIO DEL CASO LINEARE che fornisce portate più elevate → A VANTAGGIO DI SICUREZZA → va bene xk si riesce a trattare analiticamente.

Eqz che regolano il problema:

$\boxed{q_u = c h^n}$ $\quad w = s \cdot h^m \quad \longrightarrow \quad w = \frac{s}{c^{1/n}} \, q_u^{m/n} = k q_u^{\nu}$

$h = \left(\frac{q_u}{c}\right)^{1/n}$

$\boxed{\frac{dw}{dt} = q_e - q_u}$

$q_e = \nu k q_u^{\nu-1} \frac{dq_u}{dt} + q_u$

Pongo $\boxed{\nu = 1}$

hp di invaso lineare $\boxed{w = k q_u}$ $\quad [k] = t$

$q_e = k \frac{dq_u}{dt} + q_u$

$$q_u(t) = q_0 e^{-\frac{t}{k}} + \int_0^t q_e(\tau) \frac{1}{k} e^{\frac{t-\tau}{k}} d\tau$$

q_e = portata in ingresso = cost

(a) $q_u(t) = q_e (1 - e^{-t/k})$

$q_e = i \cdot S$

Se pioggia è costante e indefinita:
$q_u \to q_e \quad t \to \infty$

(b) $q_u = q_{max} e^{-t/k}$ se interrompo la precipitazione, il sistema si svuota

Modo per conoscere K: $K = \frac{w_0}{q_0}$

è una cost

Metodo cinematico

Piazzale o piattaf. stradale → (obiettivo) voglio tenere basso lo spessore d'acqua → introduciamo una pendenza → sup. piana con pendenza J → primo esempio di bacino idrografico

$A = L \cdot b$

obiettivo: trovare
? $q_u(t)$ derivante da q_e
q_u non è controllata da un meccanismo idraulico, ma è quella che esce x?
q_u è trascinata giù da forza di gravità → mecc. cinem e non più d'invaso

$q_u(t)$ dipende dal "tempo di residenza" = tempo necessario affinché questa superficie si svuoti in base al fatto che l'acqua che scorre superficialmente si muove con velocità v

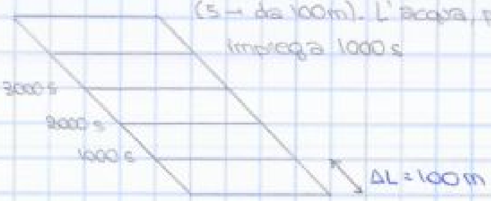
? t_{res} ? t_c = ?

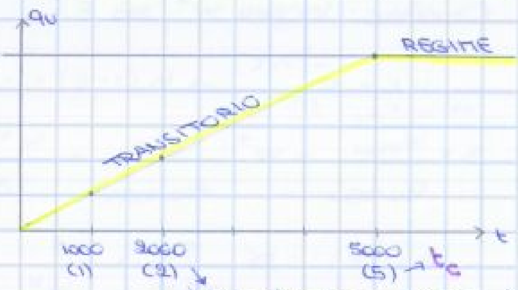
Flusso laminare
Tempo di corrivazione (o di svuotamento) $t_c = L/v$
cioè
Smette istant di piovere → quanto tempo impiega la sup ad asciugare, la particella d'acqua nel pto più lontano ad arrivare al suo recapito, il flusso formatosi su ad arrivare giù.
Differenza col metodo dell'invaso: lì t di svuotamento è ∞, qui è finito

Esempio

$v = 10$ cm/s

$L = 500$ m suddivido la superficie in tante strisce uguali (5 → da 100 m). L'acqua, per percorrere 100 m impiega 1000 s





tempo di attesa, tempo di residenza

$$q_1 = i \cdot \frac{A}{5} = i \cdot A \cdot \underbrace{\frac{v \cdot t_1}{L}}_{\text{\% della sup che sta contribuendo}} = i \cdot A \cdot \frac{L_1}{L} \rightarrow \frac{1}{5}$$

retta → rapporto tra t di attesa e q_u è un legame lineare. Mentre piove, q_u è ∝ all'area che fino a quel momento sta contribuendo → $q_u = q_e$ allo step (5) dove ho il contributo dell'ultima striscia
La q_u è ∝ al tempo di residenza, almeno finché non aspetto il contributo di acqua proveniente dalla striscia più lontana che arriva dopo un $t = t_c$.

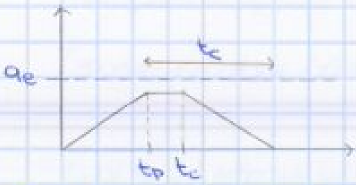
q_u cresce ancora?...

Poi continua a piovere → $q_s = q(t_c) = i \cdot A \cdot \frac{v \cdot t_c}{L} = i \cdot A$

Regime: $q_u = q_e$ (cond di saturazione)... $q_u \uparrow$ solo se $i \uparrow$
Ciò che entra è = a ciò che esce → ho raggiunto la saturazione del sistema

Differenza col metodo dell'invaso lineare: non ho mai regime, ma solo transitorio

q_u non raggiunge q_e



Lo svuotamento dura t_c.

Il sistema non va a saturazione.

Sistema ott → pioggia critica è quella che ha i corrispondente a t_c.

Portata di dimensionamento:

q_u progetto $= (A \cdot i(t_c)) / 3.6$ FORMULA RAZIONALE

[A] km^2

[i] mm/h

[q] m^3/s

$$\frac{km^2 \cdot mm}{h} = \frac{10^{6} m^2 \cdot 10^{-3} m}{3600 s} = \frac{m^3}{3,6 s}$$

Rientra nelle misure puntuali occasionali.

(b) Portata ottenuta da metodi di bilancio di massa. Non serve rilevare geometria, misura pratica. Misuro la portata come moltiplicatore della massa di soluto che passa.
Conducimetro → misura conduc. elettrica. Avrò una conc. di base c_r. Inserisco massa di soluto, si disperde, si mescola e aumenta la conducibilità (conduc. elettrica). In base a questo incremento riesco a misurare direttamente la portata.

Devo passare da misure occasionali a misure che consentano al progettista di stimare una portata di riferimento per la sicurezza di una certa opera. Non servono misure istantanee, ma misure sistematiche.

(2) Perchè acquisire misure sistematiche di portata?
Ci servono per utilizzazione idroelettrica (non sporcare turbina con sedimenti portate di piena → queste non le vogliamo → chiudo paratoia). → mi servono portate in tutti i gg dell'anno e in tutte le ore
AFF afflusso [mm] · superficie = volume
DEF deflusso
sez chiusura → misuro le portate → integrale → volume
$V_{uscenti} > V_{entranti}$? Devo avere misure affidabili, ma queste misure non sono errate.
Bilanci idrologici di piena → x capirci devo avere misure continue di portata. Arpa dà info in tempo reale su portate misurate. Si passa da misura occas a sistem perchè voglio sezione di misura FISSA x avere risult a lungo termine → rete di osserv idrometrica. Fissato pto di misura, come ottengo misure continue? In alcuni casi → agevoli → diga → misura h_{lago} con idrometro (a ultrasuoni) (misuratore). * livello del lago misurato in continuo con idrometro. Se h resta cost $Q_e = Q_u$ precis
Lo stramazzo è la sez di controllo (dove misuro Q_u). Se h sale → $Q_e > Q_u$ → applico bilancio dei volumi → misuro Q_e nota Q_u e ΔV → metodo volumetrico. Queste misure di Q integrano misure istantanee, è difficile sbagliare misura dei volumi. Tale metodo non va bene x misure istant di Q, xk è lento a reagire (es: onda di piena) alle oscillazioni.
Dighe non sono nella rete Arpa.

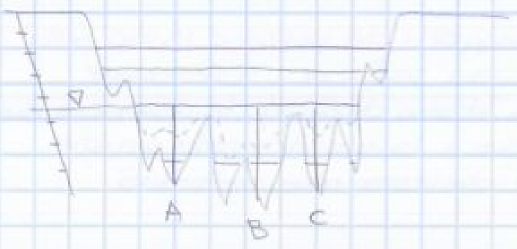
Metodo std x misure sistem → STAZIONE IDROMETROGRAFICA → sez di controllo, (traversa, soglia...)
sistema di rilevazione h idrica, sistema x la trasmissione della misura.
(1) Sez di controllo → relazione h idrica e Q → da eqz di idraulica

$$Q = b \cdot \Delta h \cdot \mu \cdot \sqrt{2g\Delta h} \quad (1)$$

$\mu \to 0{,}385$

stramazzo

Il problema si sposta da misura V a misura h.
Asta idrometrica → x controllo (foto inviata a sala di controllo)
Laghi → si usa sistema galleggiante
Casetta → pozzo in comunic con sezione da misurare, galleggiante con puleggia, passano solo incrementi lenti di h. Pennino collegato al galleggiante → striscia idrometrografica. (filtro, dentro ha trasmettitore di oscillazione)
Idrometri a ultrasuoni → non precisi nel caso di onde di piena perchè sup non è liscia, ma con intumescenze. Meglio strumenti che filtrano le oscillazioni
SCALA DI DEFLUSSO ... $Q = f(h)$ (v. slide)
Elemento da tarare è coeff di efflusso μ. $\Delta\mu$: 0,385 - 0,40 → Q ≠ ! → attenzione a stima di μ.
In sezioni qualsiasi (es. corso d'acqua montano, se il livello è basso l'acqua si divide in più rami, situazione pessima x la geometria)



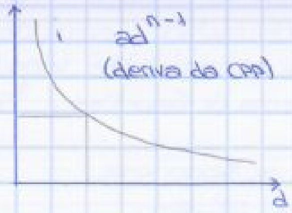
Scopo: costruire relazione in cui lego h a Q.
Fondo ghiaioso → dopo un po' ...
Tirante idrico: dove lo misuro? A, B, C, media? Media no, xk relazioni non sono lineari
$Q = c \cdot h^{\gamma}$ diventa $Q = c \cdot z^{\beta}$ con z livello idrico → posizione del livello rispetto a zero idrometrico.
Posso anche avere $z < 0$, dipende da dov'è lo zero.
... relazioni empiriche, sono costretto a rinunciare a conoscere il tirante idraulico

14 nov '13

Trasformazione A-D (Metodo Cinematico)

Bacino → sup che contribuisce (versante, piazzale...)

Bacino rettangolare



avevamo ragionato su quale potesse essere una durata critica tale da portare q_0 al max

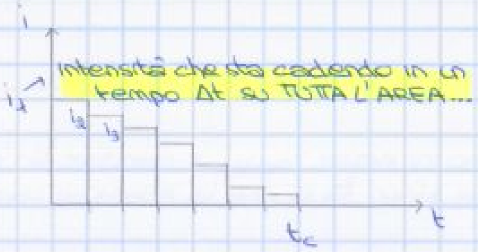
$$Q_{MAX} = \frac{A \cdot i_{tc}}{3,6} \quad \text{FORMULA RAZIONALE} \quad (1)$$

Vediamo ora, con un percorso più articolato, come arrivare a disegnare l'idrogramma di piena se $t_p < t_c$.

superficie in cui una qualunque particella d'acqua è animata da velocità v che essendo la sup. piana e la pendenza costante, è uguale in tutti i pti della superficie.

Complichiamo la sequenza della precipitazione → usiamo la

PIOGGIA DISUNIFORME è una pioggia naturale. La disegno:

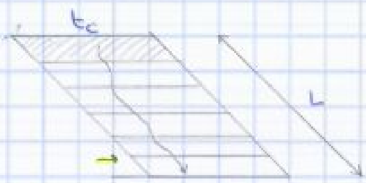


ietogramma (o pluviogramma) anche se $i \to h$

Stabilisco che sia una pioggia a scaletta → intervallo Δt cost → $\Delta t = \frac{t_c}{m}$ → m intervalli

Questa pioggia disuniforme si scarica unif sulla superficie

In ogni intervallo ho l'intensità media in quell'intervallo.



AREE CONTRIBUENTI

Divido L in fasce di = ampiezza → m fasce di = area con caratt di avere dei t_c progressivi → ultima area (finita) ha un t_c che è il t entro il quale la precipitazione caduta nell'ultima area arriva alla sezione di chiusura. Δt è il t_c della prima area.

La prima riga è la linea ISOCORRIVA relativa al valore $t = \Delta t$.

Frazione di A tot → $A_j = A/m$

Genericamente questa è la linea isocorriva relativa a $j \cdot \Delta t$ (generico)

Quest'è l'area che ha un $t_c = j\Delta t$ e la chiamo A_j. I volumi di pioggia che cadono qui impiegano un tempo $j\Delta t$ per arrivare alla sezione di chiusura. Tutte le aree sono uguali e le isocorrive sono disposte a intervalli costanti.

↓

tutte le A_j sono A/m

Formula generale...

$Q_m = A_1 \cdot i_m + A_2 i_{m-1} + \dots + A_m \cdot i_1 = Q_{t_c} = \frac{A}{m}(i_1 + \dots + i_m)$

↳ alla fine del t_c dove si ha il Q_{max} — CASO RETTANGOLARE

Tutte le aree contribuiscono
(ciò si ha solo in tal caso)

$\dots Q_K = \sum_{j=1}^{K \le m} i_{K-j+1} \cdot A_j$ **

formula generale di costruzione dell'idrogramma in FORMA DISCRETA di piena col metodo cinematico. Unico requisito: aree delimitate da linee isocorrive a Δt cost

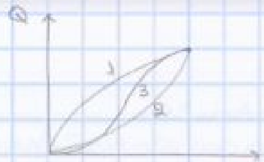
Applico a un sistema semplice → SISTEMA BACINO RETTANGOLARE → semplificazione

$Q_m = \frac{A}{m}\left(\frac{h_1}{\Delta t} + \frac{h_2}{\Delta t} + \dots + \frac{h_m}{\Delta t}\right) = \frac{A}{m \Delta t} \underbrace{\Sigma_i h_i}$ (11)

**

IETOGRAMMA CUMULATO = sommatoria piogge cadute in t_c

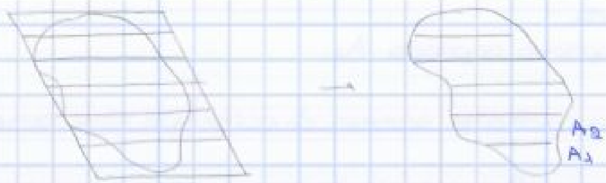
Pioggia disuniforme con sequenze variabili. Cambia Q_{max}? (A t_c ho Q_{max}) No! Ciò che conta è la forma delle piogge. Cambiano le cumulate, l'idrogramma di piena, ma 1, 2, 3 finiscono nello stesso punto



3 è misto: inizio cresce
→ come 2; poi decresce
→ come 1.

(11) ≡ (1) perchè $\sum_1^m h_i = h_{t_c}$; $m \cdot \Delta t = t_c$ → $\frac{h_{t_c}}{t_c} = i_{t_c} = a \cdot t_c^n$

Quindi: questo bacino è così semplice che non gli interessa come sono distribuite le piogge nel tempo, finisco sempre nello stesso punto → tanto vale prendere pioggia costante.
Sappiamo prendere ∀ forma (non rettang), di dividerla usando le linee isocorrive



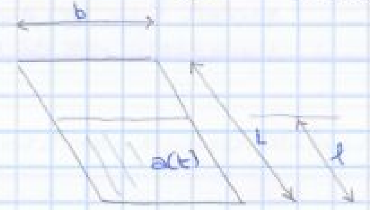
Ritaglio → bacino idrografico.
Le aree sono diverse

Il problema è trovare delle informazioni ragionevoli. Stiamo trascurando che i bacini naturali non sono perfett. imperm e sto considerando sup piana

Per affrontare problemi reali → generalizzo metodo cinem e lo scrivo in forma continua

t_c = tempo necessario affinché la particella nel pto più lontano arrivi alla sez di chiusura

velocità di flusso $V = L/t_c$



A distanza ℓ da sez di chiusura → linea isocorr.

riva → $t = \ell/V$

area contribuente entro il tempo t → $a(t) = \ell(t) \cdot b$

Precipitazione costante: a t ho il contributo dell'area $a(t)$.
Curva aree-tempi:

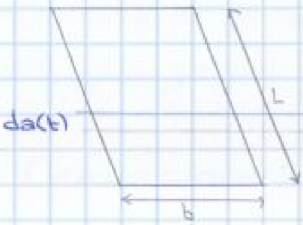
19 nov '13

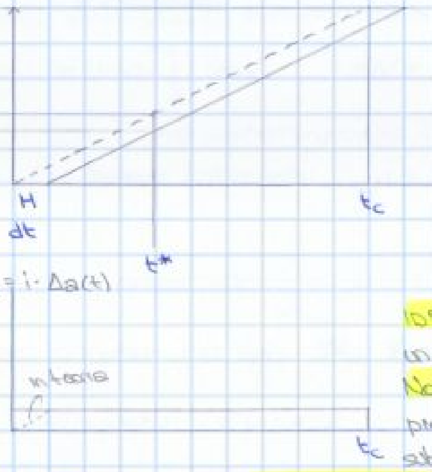
Misura aree contribuenti nel tempo (in modo grafico) x poter misurare la portata per una pioggia con $t_p < t_c$
Smette di piovere → aree contribuenti diventano aree mobili.
Moltiplico per i → Q

$q = \frac{i \cdot \Delta a(t)}{A}$ ad un generico t^* → evidenzio sul bacino la frazione di area che sta fornendo la portata in questo istante.

q portata specifica; $\frac{\Delta a(t)}{A}$ frazione di area contribuente

Rappresentazione in termini continui → base x generalizzare il problema. Rendo tale costruzione in modo da riferirla a una pioggia di durata infinitesima. dt





dt è l'intervallo di precipitazione
$H = i \cdot dt$ altezza di pioggia in dt
i intensità
Avvio del sistema con pioggia uniforme → stacco subito il sistema → la seconda linea parte subito, dopo dt.
Al tempo generico t^* trovo la frazione di area che sta contribuendo al tempo t^* → $da(t)$ → area infinitesima
IDROGRAMMA DI PIENA conseguente a una precipit di durata infinitesima
Non riesco a vedere tratto crescente. La pioggia non fa in tempo a cadere che subito smette

Il sistema ha bisogno di t_c x svuotarsi.
Quanto vale la portata?

In ogni istante il contributo è dato da $q(t) = i \cdot da(t)/A$
↳ PORTATA SPECIFICA

$\frac{Q}{A}$ SI

Ma ho anche in termini differenziali $q(t) = i \cdot dt \frac{1}{dt} \cdot \frac{da}{A}$ moltiplico e divido per dt

$q(t) = h \cdot \frac{da(t)}{dt} \cdot \frac{1}{A}$

h altezza di pioggia (i aumenta in modo che $i \cdot dt = \text{cost}$)

Se $dt \to 0$ e $h = 1$ (resta unitario) → $\boxed{q(t) = \frac{1}{A} \frac{da(t)}{dt}}$ IDROGRAMMA UNITARIO ISTANTANEO del metodo cinematico

che consegue ad una precipit di durata → 0 e di volume unitario. È specializzato per il metodo cinematico.
È a tutti gli effetti un idrogramma che in termini matematici posso ricostruire come sia di un'eqz diff. lineare che governa un sist. lin.

Bacino rettangolare: so tutto, è semplice

$$\frac{a(t)}{A} = \frac{\overset{L(t)}{v \cdot t}\, b}{b \cdot L} \rightarrow \frac{da(t)}{A\, dt} = \frac{v}{b \cdot L} b = \frac{v}{b \cdot v \cdot t_c} b = \frac{1}{t_c}$$

non è h di pioggia, ma l'idrog. unit ist.!

$h(t) = q(t) = \frac{1}{t_c}$ portata specifica x bacino rettangolare

Ma devo abbandonare il bacino rettangolare. Ricordiamo la relaz ** che dà la
Portata prodotta da seq di precip generica su un'area divisa in fasce delimitate da linee isocorrive:

$$** \quad q_k = \frac{Q_k}{A} = \sum_{j=1}^{k+m} i(k-j+1) \cdot \frac{A_j}{A}$$

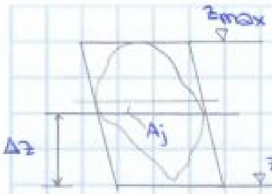
Qualunque sia la forma che ci dà le aree A_j, vale tale relazione.

Generalizzando la (**) si usa l'integrale di convoluzione: sistema usato x rappr. il funzionam di un generico sistema lin.

$$q(t) = \int_0^t i(t-\tau)\, \underbrace{h(\tau)}_{\frac{1}{A}\frac{da}{dt} \text{ nel nostro caso}}\, d\tau$$

$t-\tau$

* Se i tempi che caratterizzano le fasce isocorrive sono $\propto$ al dislivello, posso prendere una carta topografica, leggere le isocorrive, mi serve il fattore di scala t_c che sarebbe f(pendenza) → uso una relazione basata su una stima empirica



Interessa il dislivello complessivo max δz. Questo è il nostro fattore di scala, ha la funzione di L.

z_0 (quota a cui misuro l'uscita della portata. Es: zero idrometrico)

... guardo i dislivelli → $\delta z = z_{max} - z_0$ si chiama (RILIEVO)

$t = \frac{z - z_0}{\delta z} t_c$ il tempo generico è una frazione di t_c, misurata in funzione della quota della linea che stiamo considerando. Questa hp corrisponde ad assimilare ISOCORRIVE = ISOIPSE (curve di livello) → il contatore dei tempi viene rapportato ai dislivelli. Le fasce isocorrive sono f(quota).

linee con = t_c — luogo dei pti con lo stesso dislivello rispetto alla sez di chiusura

Quota media del bacino

$$\bar{z} = \frac{1}{A} \sum_{j=1}^{m} A_j \underbrace{\frac{(z_j + z_{j+1})}{2}}_{\text{quota media associata alla fascia}}$$

m = n° di fasce, tutte con lo stesso Δz

media pesata delle aree rispetto alle quote a cui sono poste

A_j fasce comprese fra isoipse a Δz = cost

Come posso rappresentare $\bar{z}$ in termini continui, integrali? Non si usano curve di livello, ma rappr 3D, modelli digitali del terreno.

Bacino reale → griglia regolare, a ∀ quadratino di area uguale associo la sua quota di rif.

$\bar{z} = \frac{1}{A} \int_z \alpha(z) dz$ integrale di tutte le aree disponibili con la loro quota. Dimensionalmente è una quota

Ma non si usa mai. Trovo elenco di quote z da ∀ pto → nota l'area elementare $\bar{z}$ è la media delle z di tutti i pixel presenti → media è la media generale delle quote di ∀ pto → è come se facessi media pesata.

$\bar{z}$: x confrontare aree di bacini =, ma con pendenza ≠ → x avere idea vaga di j uso

$\frac{\bar{z} - z_0}{\delta z}$ = stima grossolana di j = pendenza di un bacino

Stimiamo con GIANDOTTI il t_c :

$$t_c = \frac{4\sqrt{A} + 1{,}5 L}{0{,}8\sqrt{\bar{z} - z_0}} \quad [h]$$

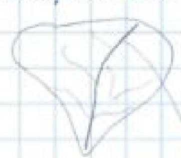
A [Km²], LDP [km] (lungh. asta principale), $\bar{z}$, z_0 [m] [m]

t_c sarebbe basata sulla pendenza, ma uso una stima empirica, determinata avendo a disposizione molti bacini di cui si è misurato il tempo di percorrenza. *

Leggi → MORFOMETRIA.PDF FERRO

Reticolo idrografico: insieme di tutte le aste presenti nel bacino. Cos'è un'asta → scelta arbitraria

Bacino idrografico: inizia da sez di chiusura, ma fine è arbitraria → L è stato sostituito con LDP, che è la dimensione lineare di scala di questo oggetto complesso che è il bacino idrografico



percorso canalizzato più lungo che si ritrova all'interno del bacino idrografico. Termina sul contorno del bacino.

L (asta principale)

LDP longest drenage path (percorso più lungo della rete di drenaggio)

Come si trova la curva aree-tempi in un bacino reale?

21 nov '13

Costruzione di un modello di trasformazione A-D

Importante stabilire se siamo in

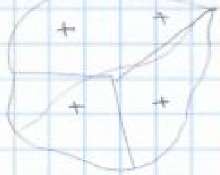
- verifica di un evento → vale per un caso
- progetto → ci occupiamo di questo. Riguarda un protocollo da usare che vale quasi sempre.

(A) Devo esaminare il problema della distr. spaziale piogge

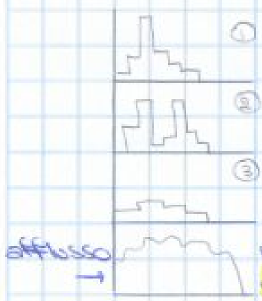
(B) " " " modulo trasf. pioggia totale - pioggia netta (quante ne assorbe il terreno)

VERIFICA

Nel caso di verifica → (A) : ho una serie di stazioni sul territorio, comprese nel bacino. Devo stabilire afflusso meteorico al bacino = media areale della precip. in ogni istante → riguarda metodi di { interpolazione spaziale o / costruz. delle medie pesate coi topoieti



Posso usare metodo dei topoieti: trovo aree di competenza, faccio media pesata e trovo



ietogrammi nelle stazioni ①, ②, ③ → 3 sequenze di precip. osservata → applico le medie pesate → come risultato trovo la sequenza cronologica dello ietogramma lordo su tutto il bacino → sequenza degli afflussi! Intensità media sul bacino che ho avuto in un istante? Uso le piogge in 1, 2, 3 ; le peso sulle rispettive aree di competenza → medie pesate; trovo istante x istante l'intensità in mm media areale

media pesata

IETOGRAMMA MEDIO SPAZIALE

Verifica → (B) : si usano modelli di infiltrazione dipendenti dal tempo (parte che non si infiltra produce parte più grave della piena, scorrendo sui versanti)

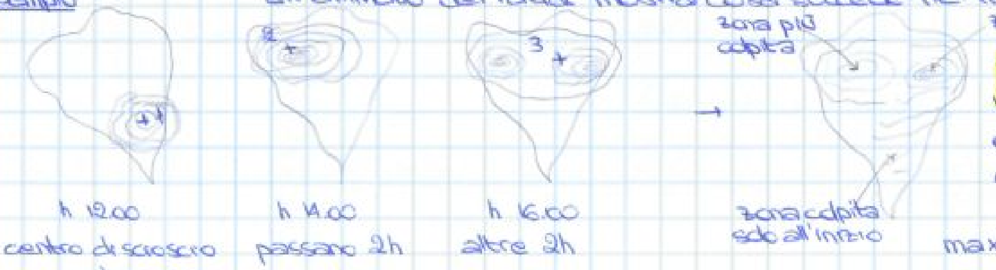
Verifica: ho molte più info (radar meteo), posso usare ≠ metodi

Progetto → (A) distr. spaziale delle precip.

Concetto di CONTEMPORANEITÀ SPAZIALE DELLE PIOGGE → gestire la (non) contemp. spaz. delle piogge

Esempio

GIF animato del radar mostra cosa succede nel tempo → sovrapposizione di immagini che scorrono nel tempo



MAPPA INTEGRATA NEL TEMPO (come quella della Protez. Civile) → max del max dappertutto

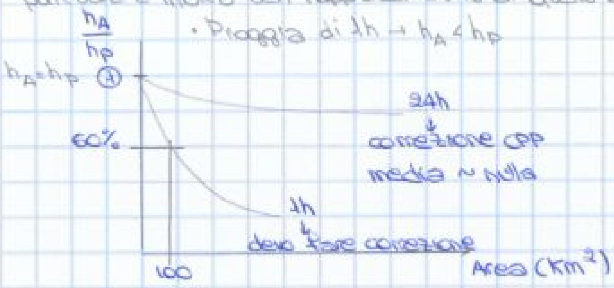
Così attribuisco ad ogni pixel un valore di precipitazione, ma non tengo conto della non contemporaneità perché all'inizio in 2 e in 3 non era piovuto!

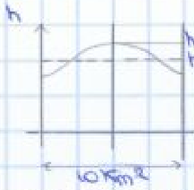
Il risultato è il
Diagr del fattore di riduzione areale della precip → ARF (Areal Reduction Factor)

è un coeff tra 0 e 1, dice rapporto $\frac{h_A}{h_p}$ areale → media pesata / puntuale → considero la contemp. di un singolo pluviometro.

• Pioggia di 24 h → lunga → $h_A \cong h_p$ → valore puntuale è molto ben rappresentativo di quello areale.

• Pioggia di 1h → $h_A < h_p$





→ su tutta l'area ho un'attenuazione del 40%
(A = 100 km²)

SEZIONE DEL SOLIDO DI PIOGGIA ($\sqrt{100} = 10$)

Pioggia di 1h molto localizzata: se il max vale 100 mediamente h_A vale 60 perché tale solido ha un centro di scroscio ben definito e zone dove la pioggia è caduta con < importanza

$h_A = ARF \cdot \bar{h}$
↳ h medio spaziale futuro, di progetto calcolato con $\bar{a}, \bar{n}, K_T$

$Q_j = \sum i(k = j+1) \cdot \frac{A_j}{A}$

2 assunzioni:
(i) i decrescente
(ii) permeabilità nulla

Rimuovi tali hp:
(i) pioggia non strett decrescente
(ii) quale sequenza rende max Q_m?

$Q = (\varphi) \cdot i \cdot A$ finora $\varphi = 1$ → bacino totalm imperm

(iii) quale φ risulta x il Chisone a S. Martino se $\bar{Q} = \frac{\varphi \cdot \bar{i}_{t_c} \cdot \bar{A}}{3,6}$ → φ = ?

Stima di I_a

Importante → stabilire giusto rapporto tra volumi piovuti misurati e volumi misurati alla sezione di chiusura.

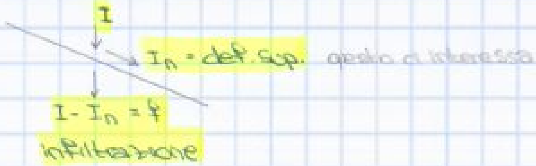
(Bilancio idrologico → x conoscere parametri necessari x applicazione di un sistema di trasf. A-D per poterli usare in futuro, da oss. passate)

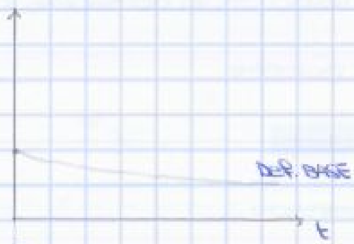
Obiettivo: stima di Q_r in assenza di misure di portata. Trasf. A-D.

Stima parametri → faccio un bilancio di piena

FATTORE DI ASSORBIMENTO $\varphi = \dfrac{\text{def. superficiale}}{\text{aff. totale}}$ → banale se bacino è imperm., se no no.
→ lo trovo con isorete → lo conosco

Def. sup. → su un generico versante del bacino, l' intensità di prec. tot. si ripartisce in infiltrazione e in def. sup. Devo misurare solo I_{netto}.

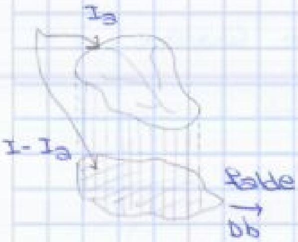




Se non piove, ho comunque portata perché si svuotano le falde acquifere → deflusso di base = volume che scarre anche se non c'è evento di precip. Deriva dal sistema del bacino profondo, non dal reticolo sup.

Le falde sono responsabili del def. base.

Sistema sup. è ben rappr. da metodo cinem. Quale rappr. uso nel sist. prof.? È meglio descritto da un invaso



Ripartizione di I:

$\varphi = \frac{I_n}{I} \rightarrow I_n = \varphi \cdot I$

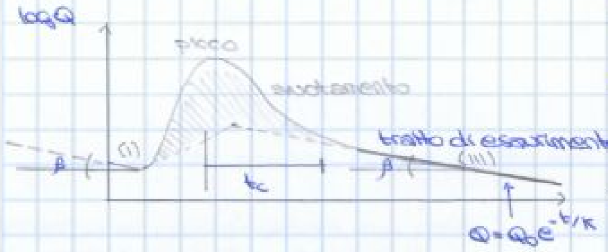
$I \nearrow \varphi I$ def. sup. che finisce nel sistema cinem.

$I \searrow (1-\varphi) I$ quota che finisce nel serbatoio

→ sistema lin. composto da 2 sottosistemi

Le portate del sistema superficiale si sovrappongono a quelle del sistema profondo.

Permeab. terreni elevata → sist prof gioca ruolo significativo → devo misurare tali volumi x toglierli dal V complessivo



Svuotamento >> t_c perché somma di 2 quantità : svuot. sist. sup + " " prof.

Sono tratti sensibilmente lineari (I) e (III)

Sist prof si è caricato con gli apporti di infiltrazione e poi si è scaricato

--- Idrogramma di base = portate prodotte dal sist. prof.

Scopo: individuare compon. prof. x poterla separare e trovare il num. Def. sup = cioè I_n = def. sup.

solo volume superiore, depurato della compon. di def. prof. → SEPARAZ DELLE COMPONENTI

→ voglio solo ////

$e^{-t/K}$ svuotamento → faccio il log → è una retta

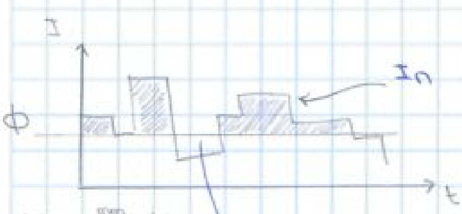
Metodi x determinare il fattore di assorb x via empirica → metodi semplificati di determinazione del deflusso superficiale

Precipit → deve produrre un def. sup I_n → voglio trovare I_n in base alla conoscenza di Q.

capacità di infiltrazione

① Metodo Φ (dell'assorb. diretto) $I_n = I - \Phi$

Terreno ha sua capacità di assorb → Φ = capacità infiltrazione (mm/h) → terreno è in grado di assorbire al max Φ come capacità



Se l'intensità di pioggia I è < Φ, tutta la pioggia è assorbita dal terreno

modello a soglia, sotto Φ non produce nulla

Taratura di Φ : Φ tale che $\frac{W}{A} = \frac{V}{A} - F$

volume sup; volume di precip; volume di infiltrazione

$F \neq \Phi \cdot t$ perché in alcuni casi la precip. è < Φ, è pouto meno

(mm; mm/h; h) ↳ durata del pluviogramma

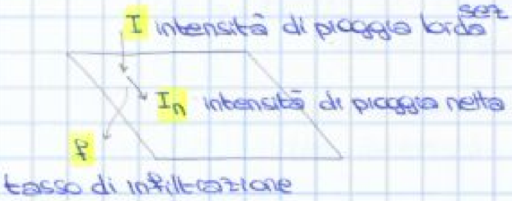
$F = \sum_j \min(\Phi, I_j) \cdot \Delta t$ sono h di pioggia

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 85 di 138

Finora → casi ideali (i costante, sup liscia rettangolare...) Ora complico le hp. Siamo già passati da bacino rett. a bacino di forma generica. Poi da piogge rettangolari a piogge con sequenze di i variabili. 27 nov '13

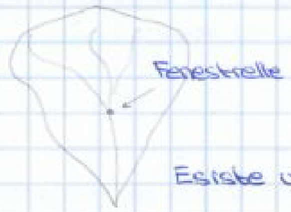
Intensità (I) uniforme nello spazio — prima semplificazione
Bacino completamente impermeabile (A)
t_c = parametro modello cinematico = dato (B) Fattore di scala della curva $a(t)$ è stato fornito

BILANCIO IDROLOGICO DI PIENA: serve per discutere di
(A) Fattori di assorbimento — perché i bacini non sono impermeabili
(B) " " ritardo — descrivono qual è il ritardo tra il momento in cui la precip scorre su una sup. e il momento in cui tale portata è misurata alla sez. di chiusura



Per affrontare i problemi legati al ritardo devo prima conoscere il movimento, il posizionamento di I in f e I_n così poi parlo dei tempi di percorrenza reali

Parto da (A) per poter dire qualcosa su (B).
Risoluzione punto 1



Siamo partiti da informazioni
- morfologiche → x avere la curva UH
- "climatiche" (precipitazioni)
IDF curva intensità - durata - frequenza riferita a $T = 100$ anni (è la CPP) — Questo è ciò che ho fatto nell'es 4

Esiste un metodo semplificato x calcolare la portata di picco con la...
serve IDF → $h_{d,T} = K_T a d^n$. La frequenza è in T
Devo passare a i e specificare $d = t_c$.

qui ci andrà il fattore di assorb.

... FORMULA RAZIONALE (bacino semplice, pioggia semplice)

$$Q = (\quad) \frac{i_{t_c} \cdot A}{3{,}6} = (\quad) \frac{K_T a t_c^n / t_c \cdot A}{3{,}6}$$

i_{t_c} = intens media di precip nel t_c
Se non ci fosse T, sarebbe curva ID.

Per $T = 100$ anni → $K_T = 2{,}26$. Dovrei applicarlo alle precip. areali perché sto considerando una pioggia areale. Sto applicando a tutto il bacino K_T di una stazione → non corretto. Devo trovare un K_T medio; mi aspetto che venga un po' meno.

Anche a ed n dovrebbero essere presi come valori medi su tutta la sup del bacino.

Ma cmq la differenza è minima

$a = 14{,}3$

$n = 0{,}49$

$t_c = 3{,}5\,h$

Non ha senso considerare bacino complet. imperm.
Devo mettere coeff. di perm. medio ragionevole → prendo evento tipico che porta piena media con rif. al bacino a S. Martino (più grande, lo contiene)

$P_n = \varphi \cdot P_L \leftrightarrow I_n = \varphi \cdot I$
pioggia netta ... lorda

Allora uso una formula semplice - F. RAZIONALE - e inserisco una Q estrema media

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 87 di 138

Metodo del soil conservation service

Metodo del

CN Curve Number → x sapere cosa accade davvero in un bacino idrografico quando cadono precip sul suolo in una sequenza temporale. Si usa uno schema a serbatoio. Il metodo si applica a pioggia netta. $P - I_a$ che sono volumi di precipitazione.
Secchio con buco sotto che produce pioggia netta

C'è una proporzionalità tra ciò che piove e ciò che è rifiutato dal suolo.

In ingresso → pioggia totale P depurata dell'assorbimento iniziale I_a = volume che corrisponde al significato di intercettazione → acqua che non raggiungerà mai la sez di chiusura (si ferma sulle foglie, sulle depressioni superficiali...)

I_a = initial absorption se $P < I_a \rightarrow P_n = 0$ → al di sotto non si produce nessun deflusso superficiale

S = capienza del serbatoio = MAX CAPACITÀ DI RITENZIONE IDRICA (mm)

F = ASSORBIMENTO EFFETTIVO (mm)

(a) $$\boxed{\frac{P_n}{(P - I_a)} = \frac{F}{S}}$$ "eq. costitutiva" dell'idrologia

(b) $\boxed{F = (P - I_a) - P_n}$ differenza tra il totale piovuto e quanto lasciato dal serbatoio

$I_a = 0,2\,S$ (0,1) assumo tale semplificazione. I_a è un fattore di taratura, funzione di S

$$\frac{P_n}{(P - I_a)}\,S = (P - I_a) - P_n \rightarrow P_n = \frac{(P - I_a)^2}{(S + (P - I_a))}$$

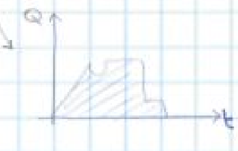
$$P_n\left(\frac{S}{P - I_a} + 1\right) = P - I_a \rightarrow P_n = \frac{(P - I_a)^2}{(S + P - I_a)}$$

In condizioni di verifica: noto il volume di piena (superficiale) calcolo S.

conosco — devo trovare

$V_{piena} = P_n \cdot A = 10^6\, m^3$ (mm; milioni di m^3) noto dalle misure idrometriche → portate → V_{piena} che deriva dall'idrogramma di piena → è l'area sotto l'idrogramma

$V_{pioggia} = (P - I_a)\,A$ " dai pluviometri
È il volume del solido di pioggia (lo calcolo dalle isoiete)



PROGETTO: ? $S = 254\left(\frac{100}{CN} - 1\right)$

CN dipende da 2 tabelle e 1 indicatore.
- tipologia litologica del suolo indip. da cosa c'è sopra
- uso del suolo
- grado di umidità del terreno prima dell'evento

Scarsa potenzialità di deflusso = bacini perm.

Metodo semplice, ma difficile calcolare CN. Tabella a doppia entrata
Valori di CN → entro con tipo litologico di suolo, tipologia di uso del territorio (vedo cosa c'è sopra il suolo)
Vedo 2 casi estremi
- CN alto → P = 6, P_n = 6. CV = 30 → fino a P = 6, P_n = 0. (es.: manto erboso)
- CN basso (es: zona residenz → asfalto → imperm.)

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 89 di 138

LEGGI

28 nov '13

Stima della portata di picco di progetto in bacini con/senza dati.
Serie storica completa delle portate al colmo di piena
Analisi regionale delle piene → procedura x ottenere stima prob di portata dove non ci sono dati → si usano bacini dove ho dati → trasferimento dell'informazione idrologica → trovo $\hat{Q}_T$ in sezione qualunque.

$\hat{Q}_T = Q_{ind} \cdot K(T)$

modo di aumentare della piena media in funzione di T, comune a molte re[gioni] → metodo REGIONALE

dipende da caratt specifiche del bacino di interesse

In Italia queste operazioni sono state condotte dal progetto VAPI (valutazione delle piene) negli anni '90. I metodi sono circa simili x tutte le regioni.
Metodo indice → regioni omogenee x le piene hanno stessa funzione di crescita delle piene.
Prima si è fatta la delimitazione delle regioni omogenee per le piogge. Nel progetto VAPI si suggerisce di trovare portata indice con formula razionale. Come stiamo facendo noi, ma noi usiamo il quantile:

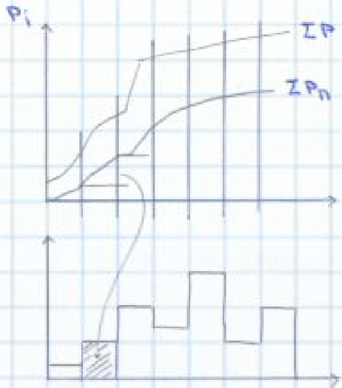
$$Q_{ind} = \varphi \cdot \frac{\bar{i}_{tc}}{3,6} \cdot A$$

Invece VAPI:

$$\hat{Q}_T = Q_{ind} \cdot \underbrace{K(T)}_{\text{REGIONALE}}$$

Prendo risultati analisi reg. a Fenestrelle e confronto con valore che ho ottenuto io. Scostamenti importanti se fattore di crescita piogge ≠ da quello delle piene. A Fenestrelle due errori si compensano, ma altrove → scost. significativi.
ISOFREQUENZA = uguale freq di non superamento delle piogge di piena con T=100 anni.
Questo sistema va in crisi con:
- non completa impermeabilità
- precip. nevosa

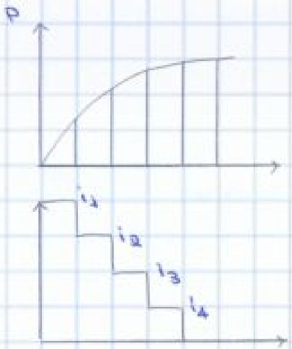
Progetto VAPI → usato in leggi x Piani di Assetto Idrogeologico.
Tutto ciò x determinare piena di progetto o x verificare piena osservata.
In alcune attività è importante vedere in dettaglio la simulazione degli eventi di piena, ricostruire andamento reale. Ciò in 2 casi:
(i) allarme piena in Piemonte (bollettino Prot. Civile e Centro Funz. Locale) → unità di crisi prot. civile guarda le previsioni di piena → in base a ciò si prendono decisioni. Sono procedure di competenza di esperti. La previsione qui si chiama PREANNUNCIO, è in ~~reale~~ tempo reale. Importante → capire pto di partenza.
X es: neve sulle montagne, se è in arrivo una perturb. calda → neve depositata = acqua che si può aggiungere a precip. locali.
X es: terreno saturo da prec. precedenti → < capacità di assorbimento
↓
CAPIRE CONDIZIONI INIZIALI
così ho tempo di evacuare.
(ii) esercizio del cosa accadrebbe se...? → What if...? → applicazione del PRINCIPIO DI PRECAUZIONE
NB: posso calcolare pioggia di progetto → ineccepibile burocraticamente, ma magari a 5 Km da quel comune è avvenuta pioggia doppia → ciò non significa che quel comune sia indenne → cosa sarebbe successo se fosse avvenuta qui quella pioggia?
Es: bacino idrografico del T. Banna - Bendola → hanno preso pioggia di Caselle e si è visto che questo sballava tutto → bisognava fare cassa di espansione x

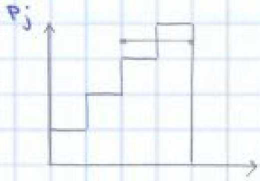


Pluv. netto

Risoluzione punto 2

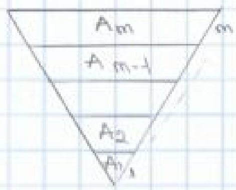
$P(d) = a d^n \ (K_T)$





Rimescolo le carte → l'evento che ottengo è compatibile con la CPP.
Cambia però il risultato in termini di P_n.
Il totale di P_n da ≠ ietogr. può essere ≠
Devo stabilire seq. effettiva di precip.

Ci sono sequenze di precip che portano al risultato peggiore
Es: bacino triangolare, divido in m fasce isocorrive. Cond. critica al t_c quando tutte le aree contribuiscono a Q alla sez di chiusura



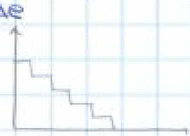
$$Q_m = \frac{A}{3{,}6} \psi \sum_{1}^{m} i_j \cdot u(m-j+1) \qquad u_j = \frac{A_j}{A}$$

$$Q_m = \frac{A}{3{,}6} \psi \left(\underset{\text{min}}{u_1 \cdot i_m} + \dots + \underset{\text{max}}{u_m \cdot i_1} \right)$$

$i_1 \cdot u_m + i_2 u_{m-1} + \dots + i_{m-1} u_2 + i_m A_1$ Conviene che all'area più grande, moltiplichi l'i massima.

→ i_1 dev'essere MAX perché moltiplica $u_m = \frac{A_m}{A}$ ← è la + grande

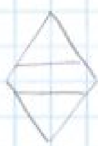
Per questa forma di bacino, la seq delle intensità è



, non viceversa
questo è lo ietogr. che produce Q più grave.

se no moltiplico $U_{max} \cdot i_{min}$

Es: forma romboidale → pluv. con max al centro perché A_{max} è al centro
Pluv. più gravoso:



$u_1 + \dots \ u_j \ i_{m-j+1} \quad U_m$

I bacini idrografici assomigliano molto a forma romboidale → dove trovo il primo posto per l'area inserisco la i_{m-j+1} più grande, cioè la prima.

FATTORI DI RITARDO

Obiettivo: stima diretta di parametro "cinematico"

SCS → pp. 41-48 Marone (assodamento)

RITARDO (IUH) → pp. 71-76, 78-81, 84-88

Devo applicare modelli di simulazione (what if...). t_c non ha più senso prenderlo solo da formula di Giandotti → tento di fare stime dirette → taratura dei tempi di percorrenza.

↳ se uso Giandotti nessuno boccia il progetto, ma non ha più senso ora che ho tanti dati

↓

taratura del "ritardo"

È difficile ottenere il t_c, perché bacini reali non si quotano mai.

In rete trovo idrogr di piena e seq delle piogge totali:

Devo considerare piogge nette → trovo idrogramma netto, a partire dalle piogge totali → lo calcolo.

Taratura $\overset{\text{richiede}}{=}$ $I_n(t)$, $Q(t)$ = idrogr. osservato.
AREALE (devo avere idrogr. areale)

Uso un metodo simile a quello dei momenti

Devo trovare formulaz matem della trasf A-D.

- int. di convol.: $q(t) = \int_0^t i(\tau)\cdot h(t-\tau)\,d\tau$ int. di convoluzione (1)
- idrogr. unit. ist.: $h(\tau) = \frac{da(\tau)}{d\tau}\cdot\frac{1}{A}$

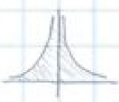
(1) funziona se bacino è sistema lineare → sovrapponibilità effetti (raddoppio pioggia → raddoppio portata); se ritardo di Δ l'ingresso, ritarda di Δ anche l'uscita, cioè è stazionario $i(t-\Delta) \to q(t-\Delta)$

- invaso lineare: $W = q\cdot k$ → cost d'invaso $[t]$
- idrogr. sintet.: $q(t) = q_0 e^{-t/k} + \int_0^t i(\tau)\frac{1}{k}e^{\frac{t-\tau}{k}}\,d\tau$
- Se $q_0 = 0$ → portata specifica è data da $\int$ di convoluzione → $q(t) = \int_0^t \ldots = h(t-\tau) = \frac{1}{k}e^{\frac{t-\tau}{k}}$

$h(\tau) = \frac{1}{k}e^{-\frac{t}{k}}$ IUH funzione di risposta (o di trasferimento di un ingresso in un'uscita)

Proprietà di IUH

1. Le dimensioni della funz di trasf sono $[h(t)] = 1/t$
2. $\int_0^\infty h(\tau)\,d\tau = 1$ — DELTA DI DIRAC: nulla ∀ parametro / {0} e $\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)\,dt = 1$
3. $h(t) \equiv q(t)$ prodotta da una funzione $\delta(t)$ → dà volume unitario in tempo infinitesimo → funzione impulsiva



$\delta(t) \to \square \to h(t)$

Un sistema lineare sollecitato da una funz δ produce la q come idrogramma

Si dimostra che:

$S_1 = H_1 + I_1$

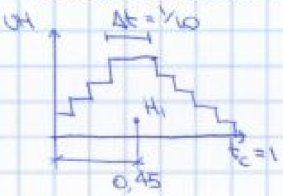
$S_2 = H_2 + 2I_1H_1 + I_2$

$S'_2 = I'_2 + H'_2$

I ritardi si sommano nel baric. Se $t_p > t_c$ → durata idrogr è $t_p + t_c$ ma se ho piogge complesse i baric. si sommano

Invaso lin → funz di risp col solo parametro K → $\hat{K} = H_1 = S_1 - I_1$. K è già la media

Metodo cinematico: non ho parametri. Trovo baric della figura geom. Trovo che è una frazione del t_c. Ma t_c è incognito → lo devo trovare noto H_1, trovo t_c: metto base 1, ogni intervallo è 1/10, H_1 è $0{,}45\, t_c$, uso la similitudine geometrica e trovo t_c.



H_1 = tempo di ritardo

$H_1 / t_c \approx 0{,}5$ su bacini non troppo asimm.

NON CAPITO

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 97 di 138