



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

NUMERO: 872

DATA: 12/03/2014

# **A P P U N T I**

STUDENTE: Reato

MATERIA: Termodi. Applicata e Trasm.del Calore + Eserc.

Prof. Giaretto

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

carlo.cima@polito.it (venerdì 16:00)  
(venerdì 14:00)

09/10/13

## I ESERCITAZIONE

### Unità di misura

Le grandezze (lunghezza, tempo, massa ecc) si possono sommare, elevare a potenza ecc (grandezze omogenee).

Grandezze primitive → grandezze da cui si ricavano altre grandezze.

Grandezze derivate → grandezze ricavate da ~~altre~~ grandezze primitive.

Di alcune grandezze esistono campioni → esempio lunghezza (frangere dell'equatore terrestre) ecc.

Ai suoi grandezze direttamente misurabili e grandezze indirette.

Grandezza particolarmente importante → TEMPERATURA  
Non è né direttamente, né indirettamente misurabile → la sua misura si basa sul principio zero.

Considerando 2 sistemi, posto unicamente tra di loro in base alla direzione del flusso termico se il corpo 1 ha temperatura + alta del corpo 2 o viceversa → queste grandezze sono dette stazionabili

Per misurare la temperatura ho bisogno di una scala termometrica → cioè una scala di riferimenti tramite cui confrontare

Le potenze si può anche esprimere in kcalorie ora.

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{h}} = \frac{4186.8 \text{ J}}{3600 \text{ s}} = 1.163 \text{ W} = \frac{1}{860} \text{ kW}$$

Pressione  $\rightarrow$  Pascal  $\rightarrow$  è la forza esercitata da 1N su una superficie di  $1 \text{ m}^2$   $\rightarrow$  viene spesso indicata anche in bar :

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

inoltre :  $1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$

1 atm è la pressione esercitata sull'unità di superficie da colonna di mercurio alta 760 mm a  $0^\circ\text{C}$  sul livello del mare.

inoltre :

$$1 \text{ atmosfera tecnica (1 at)} = 98066,5 \text{ Pa} \approx 98100 \text{ Pa}$$

1 ata (atmosfera tecnica assoluta) misura la pressione assoluta (e non la differenza tra la pressione dell'oggetto e la pressione esterna)

sul piano inclinato, l'oggetto accelera; quindi  
bisogna scrivere relazioni differenziali:

$$dE_c = w dw$$

$$dE_p = f dz$$

Quindi:

$$\Delta E_c = \int_1^2 w dw = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}$$

$$\Delta E_p = \int_1^2 f dz = f(z_2 - z_1)$$

Quindi:

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = - \underbrace{f(z_2 - z_1)}_{= -\Delta z}$$

Quindi:

$$w_2 = \sqrt{2 f \Delta z} = 6.3 \text{ m/s}$$

Considero ora tratto 2-3

Riprendendo sempre l'espressione dell'energia cinetica (spina):

$$L_i = 0$$

$$L_f = 0$$

$$L_o = 0$$

$$\Delta E_p = 0 \rightarrow \text{piano è orizzontale.}$$

Quindi:

$$L_2 + \Delta E_c = 0 \Rightarrow L_3 + \Delta E_c = 0$$

la varia con la distanza percorsa (linearmente)

NB: gli attriti non li modelliamo sempre così  $\rightarrow$   
l'attrito è fenomeno irreversibile

Quindi:

$$L_a = a \Delta x$$

Inoltre:

$$\Delta E_c = \frac{w_3^2 - w_2^2}{2}$$

Ma considerando come sistema la molla stessa

$L_t \neq 0$  - Inoltre:

$$L_i = 0$$

$$L_o = 0$$

$L_a = 0$  (perché non viene specificato diversamente)

Quindi:

$$L_t = -\Delta E_p$$

Quanto vale il lavoro tecnico della molla?

$$L_t = \int_1^2 k z dz = \int_{\Delta z}^0 k z dz = k \frac{(\Delta z)^2}{2} \quad \text{(dal punto di vista della massa)}$$

Quindi:  $k \frac{\Delta z^2}{2} = M g \Delta z$

### Esercizio A.3

Dati:

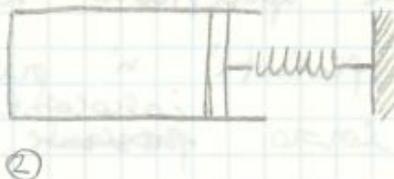
$$p_e = 1 \text{ at}$$

$$S = 0.4 \text{ m}^2$$

$$k = 150 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\Delta x = 10 \text{ cm}$$

$$\Delta x^{(id)} = 20 \text{ cm}$$



Invarianza:

$$\Delta V = S \Delta x = 0.01 \text{ m}^3$$

Scrivo l'equazione di conservazione dell'energia meccanica

$$L_i = L_t + L_o + L_a + \Delta E_c + \Delta E_p$$

$$L_t = \frac{k \Delta x^2}{2} = 450 \text{ J}$$

Applico ora l'espressione dell'energia meccanica:

$$L_i^{(id)} = L_t^{(id)} + L_o^{(id)} + \underbrace{\Delta \epsilon_c}_{=0} + \underbrace{\Delta \epsilon_p}_{=0}$$

(come sopra)

per il caso ideale, non sono presenti gli attriti.

allora:

$$L_i^{(id)} = \frac{k(\Delta x)^2}{2} + p_e \Delta V^{(id)} = 4816 \text{ J}$$

Applicando il modello del gas ideale:

$$l_t = -RT \int_1^2 \frac{dp}{p}$$

Quindi:  $l_t = -RT \ln \frac{p_2}{p_1}$

Inoltre:

$R = \frac{\bar{R}}{M}$  dove per l'ozono vale  $\bar{M} = 28 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$

allora:  $R = 297 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$

Ma possiamo valutare  $l_t$ :

$$l_t = -RT_2 \ln \frac{p_2}{p_1} = -296.13 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

È negativo ed è corretto → il lavoro è negativo quando è entrante nel sistema.  
 Abbiamo calcolato la portata in <sup>massa</sup> volume → serve la densità → ma la portata in volume non si conserva.

La densità si può ricavare essendo il reciproco del volume specifico, cioè:

$\rho = \frac{1}{v} = \frac{p}{RT}$  Quindi:

$$\rho_1 = \frac{p_1}{RT_1} = 1.1486 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Quindi:  $G = Gv_1 \rho_1 = 0.04786 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$

Assunzione detta di  $\gamma$  ordinabile tale:

$$pv^{\gamma} = \text{cost}$$

Quindi per eq. di stato:  $v = \frac{RT}{P}$

Sostituendo sopra e ottenendo:

$$P \left( \frac{RT}{P} \right)^{\gamma} = \text{cost} \Rightarrow P^{1-\gamma} T^{\gamma} = \text{cost}$$

dove quest'ultima costante contiene anche  $R^{\gamma}$ .

Quindi ottenendo:

$$T_p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{cost}$$

Possiamo valutare punti  $T_2'$ :

$$T_2 p_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2' p_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \Rightarrow T_2' = T_2 \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$\gamma$  è per definizione:

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

il valore dipende dalla  
velocità del gas.

Esempio l'angolo biatomico:  $\gamma = 1.4$

Quindi:  $T_2' = 775 \text{ K}$

Ora possiamo valutare  $W_t$ :

$$W_t = -G c_p (T_2' - T_2)$$

dove  $c_p = \frac{\gamma}{\gamma-1} R$  Quindi:

$$W_t = -G \frac{\gamma}{\gamma-1} R (T_2' - T_2) = -23.95 \text{ kW}$$

In particolare si ottiene:

$$p_{1''} = \sqrt{p_1 p_2} = 5,477 \text{ bar}$$

Il stadio di compressione: da 1 a 1''  
 lungo:

$$-W_{t_{1-1''}} = -G \frac{\gamma}{\gamma-1} R (T_{1''} - T_1) \quad \text{è adiabatica reversibile}$$

Ma abbiamo detto che:

$$T_{1''} = T_2 \left( \frac{p_1}{p_{1''}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 677 \text{ K}$$

sostituisco nell'equazione di  $W_t$ :

$$W_{t_{1-1''}} = -9,12 \text{ kW}$$

Quindi:

$$l_t = - \int_1^{1''} v dp = \frac{\gamma}{\gamma-1} R T_1 \left[ \left( \frac{p_{1''}}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]$$

↑ rapporto di compressione

con ~~intermetipressione~~ intermetipressione, il rapporto di compressione nei 2 stadi è lo stesso.

Quindi  $l_t$  nel I stadio è uguale a  $l_t$  nel II stadio (da 1'' a 2''). Allora:

$$W_{t_{1''-2''}} = -9,12 \text{ kW}$$

$$\text{Quindi: } W_t = W_{t_{1-1''}} + W_{t_{1''-2''}} = 18,24 \text{ kW}$$

Il tratto 1'' - 1''' è adiabatico. Quindi:

$$\phi = G c_p (T_{1'''} - T_{1''}) = G \frac{\gamma}{\gamma-1} R (T_2 - T_{1''}) = -9,12 \text{ kW}$$

ha trascurabile.

Quindi:

$$L_0 = p_0 (V_2 - V_1) = 19.62 \text{ J}$$

Inoltre:

$$L_t = k(x_2 - x_1)^2 = k \frac{(\Delta x)^2}{2} = 20 \text{ J}$$

Quindi in definitiva:

$$L_i = 39.62 \text{ J}$$

Scalo ora l'equazione di conservazione dell'energia legata al processo:

$$Q - L_i = \Delta U = U_2 - U_1 = M c_v (T_2 - T_1)$$

Applicando l'equazione di stato ideale:

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{M R}$$

$$\text{Dove } p_2 = p_0 + \frac{k \Delta x}{S_p} = 2.981 \text{ bar}$$

$$\text{Quindi posso ricavare } T_2 = 1069 \text{ K}$$

Quindi posso ricavare  $Q$ :

$$Q = L_i + M c_v (T_2 - T_1) = 689 \text{ J}$$

$$\rho_1 = \frac{10^5}{297 \cdot 283.15} = 1.189 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \left[ \frac{\text{kg} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^3 \cdot \text{m} \cdot \text{J}} \right]$$

da cui ricavare  $G_{v1}$ :

$$G_{v1} = \frac{1.189}{0.139} = 0.117 \text{ m}^3/\text{s}$$

- portata in volume alla mandata:  
come nel caso precedente:

$$G_{v2} = \frac{G}{\rho_2}$$

Da cui:  $\rho_2 = \frac{1}{v_2} = \frac{p_2}{RT_2}$

So però che si tratta di una poltropica  
Quindi:

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n \Rightarrow v_2 = \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{n}} v_1$$

Quindi:

$$v_2 = \left( \frac{10^5}{10^6} \right)^{0.469} \cdot \frac{1}{1.189} = 0.170 \cdot 0.841 = 0.143 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Quindi:

$$\rho_2 = \frac{1}{0.143} = 6.993 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Quindi:  $G_{v2} = \frac{0.139}{6.993} = 0.02 \text{ m}^3/\text{s}$

- Temperatura finale del gas:

dato ricavo  $c_p$ :

$$c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} = 1.4 \cdot \frac{294}{0.4} = 1039.5 \frac{J}{kgK}$$

in questo  $\gamma = 1.4$

Quindi:

$$\begin{aligned} \phi &= G c_p \Delta T + W_t = 0.139 \cdot 1039.5 \cdot (481.5 - 283.15) - 35361 = \\ &= -6401,3 \text{ W.} \end{aligned}$$

### Esercizio B.4

Dati:

$$M_g = 0.1 \text{ kg}$$

$$\Delta z = 1 \text{ m}$$

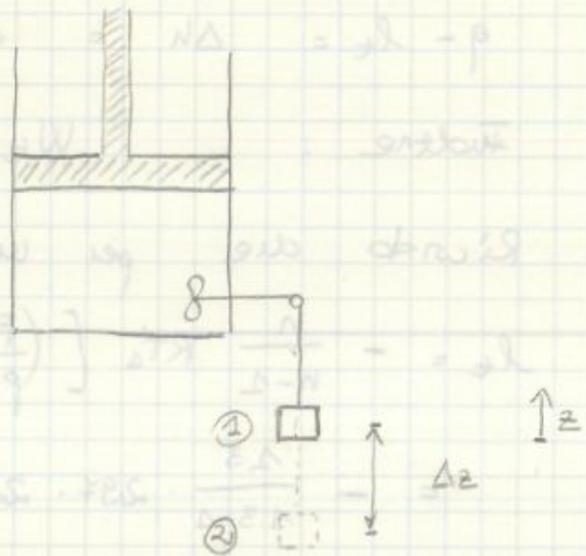
$$S_p = 1 \text{ m}^2$$

$$M_p = 500 \text{ kg}$$

$$M_{\text{pore}} = 2660 \text{ kg}$$

$$p_e = 1 \text{ bar}$$

$$T_e = 25^\circ\text{C} = T_1$$



Dato ricavo  $\phi$  calore fornito quindi

$$\phi - Li = \Delta U \quad (\text{sistema a volume chiuso})$$

Dare:

$$\Delta U = G c_v \Delta T$$

Ricavo  $Li$  attraverso l'equazione di conservazione dell'energia cinetica:

Quindi

$$t = -123842 + 1666,6 = -122225,6 \text{ J}$$

Quindi viene  $L_i$ :

$$L_i = L_t + L_0 = -122225,6 + 33600 = -88625,6 \text{ J}$$

Riprendo il I principio scritto all'inizio e viene  $\Delta U$ :

$$c_v = \frac{R}{\gamma - 1} = \frac{294}{0,4} = 742,5 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$$

Per quanto riguarda  $\Delta T$ , devo trovare  $T_2$ .  
Si come il pistone si muove senza attrito, la pressione finale sarà la stessa di quella iniziale:

$$p_2 = p_1 = p_e + p_{\text{pistone}} = 106900 \text{ Pa}$$

Ora per trovare  $T_2$  applico l'equazione di stato dei gas ideali:

$$p_2 V_2 = M_p R T_2 \quad \rightarrow \quad \frac{p_2 V_2}{M_p R} = T_2$$

$$T_2 = \frac{106900 \cdot 0,62}{9,1 \cdot 294} = 1483,6 \text{ K}$$

Quindi viene  $Q$ :

$$Q = \Delta U + L_i = -88625,6 + (1483,6 - 298,15) \cdot 742,5 \cdot 0,1 = -88625,6 + 88009,8 = -620,8 \text{ J} \approx 0$$

Inoltre avo' che:

$$\Delta ec = \frac{1}{2} (w_2^2 - w_1^2) = 20250 \text{ J/kg}$$

Inoltre:

$$W_t = l_t \cdot G \Rightarrow l_t = \frac{W_t}{G} = 300 \text{ kJ/kg}$$

Quindi:

$$-l_t = \Delta h + \Delta ec = c_p \Delta T + \Delta ec = c_p T_2 - c_p T_1 + \Delta ec$$

$$-l_t - \Delta ec - c_p T_2 = -c_p T_1$$

$$T_2 = \frac{l_t + \Delta ec + c_p T_2}{c_p} = \frac{300000 + 20250 + 1006.5 \cdot T_2}{1006.5}$$

$$= 1092.3 \text{ K} = 819 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Calcolo della sezione d'ingresso del dispositivo:

$$G_{aria} = \rho_1 \cdot G_{aria}$$

$$\text{Dare: } G_{aria} = w_1 \cdot A_1$$

Ora devo solo ricavare  $\rho_1$ :

$$\rho_1 = \frac{1}{v_1} = \frac{\rho_1}{RT_1} = \frac{G \cdot 10^6}{287 \cdot 1092.3}$$

$$= \frac{6000000}{313690.1} = 12,76 \text{ kg/m}^3$$

III ESERCITAZIONE

23/10/13

Esercizio B.G (in classe)

Dati:

$$M_f = 0.1 \text{ kg}$$

$$N_2 \rightarrow \bar{M} = 28 \text{ kg/kmol}$$

$$\gamma = 1.4$$

$$\Delta z = 1 \text{ m}$$

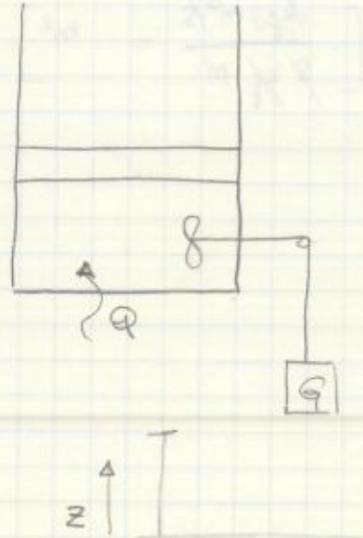
$$M_p = 500 \text{ kg}$$

$$M_G = 12650 \text{ kg}$$

$$p_0 = 1 \text{ bar}$$

$$V_2 = 5 V_1$$

$$T_0 = 25^\circ \text{C}$$



Scriviamo l'equazione ~~di bilancio~~ dell'energia cinetica:

$$L_t = L_f + L_o + \Delta E_p + \Delta E_c$$

Per il gas si tratta tutto tranne:

$$L_{t\text{gas}} = -\Delta E_p = -M_G g (z_2 - z_1) = 126097 \text{ J}$$

sul gas sarà quindi:

$$L_t = -126097 \text{ J}$$

Tramite l'equazione di stato usiamo quindi:

$$V_1 = \frac{M_f R T_1}{p_1} = \frac{M_f \frac{R}{\bar{M}} T_1}{p_1}$$

$$\text{dove } p_1 = p_0 + \frac{M_p g}{S_p} = 106905 \text{ Pa}$$

912 può calcolare:

$$L_i = L_f + L_o = -88677 \text{ J}$$

Ora può utilizzare il teorema di conservazione dell'energia per il lavoro  $Q$ :

$$Q - L_i = \Delta U = U_2 - U_1 = n_f C_v (T_2 - T_1) =$$

$$= n_f \frac{R}{\gamma - 1} (T_2 - T_1)$$

Quindi:

$$Q = L_i + n_f \frac{R}{\gamma - 1} (T_2 - T_1) \approx 0$$

Cioè viene molto piccolo, inferiore rispetto agli altri valori energetici.

$$L_i = L_t + L_o + \underbrace{\Delta \tilde{z}_c}_{=0} + \underbrace{\Delta \tilde{z}_p}_{=0} \text{ (come esercizio precedente)}$$

Andò due:

$$L_o = p_o (V_2 - V_1)$$

Il lavoro tecnico che il gas compie sull'ambiente esterno equivale alla variazione di energia potenziale delle masse dei due volumi.

Quindi:

$$L_t = M p_f \Delta z = p_f \Delta z = p_f (V_2 - V_1)$$

Quindi:

$$\begin{aligned} L_i &= L_t + L_o = p_f (V_2 - V_1) + p_o (V_2 - V_1) = \\ &= (p_f + p_o)(V_2 - V_1) = p_2 (V_2 - V_1) \end{aligned}$$

Il processo è irreversibile, perché se fosse stato reversibile avrei avuto:

$$L_i \stackrel{id}{=} \int_1^2 p dV \quad \text{cosa che non ottengo (visto il risultato precedente).}$$

Quindi il processo non è REVERSIBILE e non si possono usare le equazioni dell'adiabatica  $\bar{p}^{\gamma}$  comunque vero che  $Q = 0$

Quindi il I principio è:

$$-L_i = U_2 - U_1$$

Che è:

$$-p_2 (V_2 - V_1) = M_f c_v (T_2 - T_1) = M_f \frac{R}{\gamma - 1} (T_2 - T_1)$$

~~In~~ In questo caso il processo è irreversibile, ma le relazioni valgono comunque.

Quindi:

$$ds = \frac{dh}{T} - \frac{v}{T} dp$$

$$ds = \frac{c_p dT}{T} - \frac{R}{p} dp$$

→ quest'ultima vale SOLO per i GAS IDEALI.

Ma integro e ottengo:

$$\Delta S = M_f \left[ c_p \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) - R \ln \left( \frac{p_2}{p_1} \right) \right] = 332.3 \text{ J/K}$$

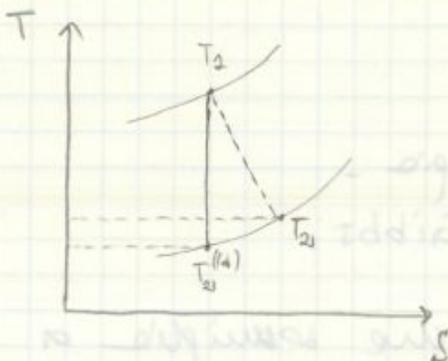
Questa è la formula per ricavare l'effetto delle irreversibilità.

Se il processo avvenisse in modo puramente statico come cambierebbero le equazioni?

Potrei applicare in questo caso le equazioni dell'adiabatica reversibile:

$$T_2^{(id)} = T_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 252.9 \text{ K}$$

Perché  $T_2^{(id)} < T_2$  ?



Quindi:

$$L_i = M_f \frac{R}{\gamma-1} (T_2 - T_2^{(id)}) = 337.983 \text{ J}$$

(applicando teo di conservazione dell'energia)

$$\dot{Q} = \left( \frac{dU}{dt} \right)_{vc} + \underbrace{G h_e}_{\uparrow} \quad (\text{II})$$

Il sistema non ha ingressi e ha 1 uscita  $\rightarrow$  volume di controllo trapezoidale!!

Per la nuova area:

$$0 = \left( \frac{dH}{dt} \right)_{vc} + G \quad (\text{III})$$

(II) e (III) vanno integrate nel tempo.

Invariando sostituisco  $G$  in (III):

$$\dot{Q} = \left( \frac{dU}{dt} \right)_{vc} - \left( \frac{dH}{dt} \right)_{vc} h_e$$

Ma devo sapere  $h_e$ . Trovo che lo stato "e" è noto (temperatura non cambia ecc). Inoltre la valvola è legata al processo isentalpico, quindi:

$$h_e = h_2 = u_2 + p_2 v_2$$

Lo stato nel serbatoio evolve tra stato 1 e stato 2. Io però so solo che la temperatura è costante, ma la pressione varia; ma mancando le spinte,  $p_2 = p_e$ . Di nuovo  $T_2 = T_e$  e  $p_2 = p_e$  i 2 stati sono equivalenti.

Se integro la (II)

$$\begin{aligned} Q &= (M_2 u_2 - M_1 u_1) - (M_2 - M_1)(u_2 + p_2 v_2) = \\ &= M_2 u_2 - M_1 u_1 - M_2 u_2 - M_2 p_2 v_2 + M_1 u_1 + M_1 p_2 v_2 \end{aligned}$$

Sostituendo i dati noti ottengo  $V$ :

$$V = 13.6 \text{ l}$$

$N_B$ : Nella scelta del volume di controllo bisogna fare attenzione ai dati forniti e ai comportamenti noti delle varie parti del sistema (es. valvole ecc.).

Ricordo l'entropia -  $T$

$$\frac{dS}{dt} = \sum_j \frac{\dot{Q}_j}{T_j} + \dot{S}_{irr}$$

è un'equazione di bilancio e non di conservazione per la presenza di  $\dot{S}_{irr}$ .

Quindi:

$$\left(\frac{dS}{dt}\right)_{vc} + \sum_k \dot{G}_k s_k = \sum_j \frac{\dot{Q}_j}{T_j} + \dot{S}_{irr}$$

Applichiamo l'equazione al sistema (tratteggio nero)

In realtà sarebbe lo stesso anche considerando la turbina, in quanto è adiabatica quindi irrilevante ai fini del calcolo dell'entropia.

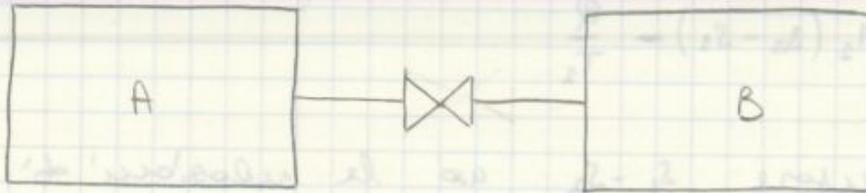
Quindi:

$$\left(\frac{dS}{dt}\right)_{vc} + \dot{G} s_e = \frac{\dot{Q}}{T_1} + \dot{S}_{irr}$$

$$\left(\frac{dS}{dt}\right)_{vc} - \left(\frac{dM}{dt}\right)_{vc} s_{21} = \frac{\dot{Q}}{T_1} + \dot{S}_{irr}$$

One integro:

$$M_2 s_{21} - M_1 s_1 - (M_2 - M_1) s_{21} = \frac{Q}{T_1} + S_{irr}$$

Esercizio C.2

Dati:

$$V_A = 0.2 \text{ m}^3$$

$$H_2 \rightarrow \bar{M} = 2 \text{ kg/kmol}$$

$$p_2 = 12 \text{ bar}$$

$$T_2 = 22^\circ\text{C}$$

Ricerca incognita:

$$M_{H_2} = \frac{p_2 V_A}{RT_2} = 0.1956 \text{ kg} \quad (\text{IV})$$

Possiamo scrivere la massa totale come:

$$M_{H_2} = M_A + M_B$$

Dove:

$M_A$  = massa di idrogeno che alla fine del processo si trova ancora nel serbatoio A.

$M_B$  = massa di idrogeno che alla fine del processo si trova ancora nel serbatoio B.

Quindi inserendo (IV) avrò:

$$p_2 V_A = (M_A + M_B) RT_2$$

Il processo in A è espansione adiabatica, approssimabile come adiabatica reversibile. Allora posso scrivere:

$$T_{2A} p_2^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_1 p_1^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$T_{2A} = T_1 \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 215.6 \text{ K}$$

$$M_A = \frac{p_2 V_A}{R T_{2A}} = 0.0893 \text{ kg}$$

Per calcolare la temperatura finale in B sfruttando il fatto che  $u_1 = u_2$

Quindi:

$$(M_A + M_B) T_1 = M_A T_{2A} + M_B T_{2B}$$

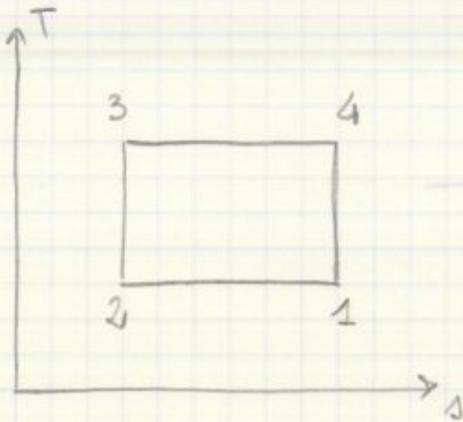
$$T_{2B} = \frac{M_A + M_B}{M_B} T_1 - \frac{M_A}{M_B} T_{2A} = 361.7 \text{ K}$$

In B avviene compressione pulita e corretto da sapere la temperatura

Per calcolare l'entropia generata - considero l'entropia estrema, parte delle proprietà di additività - si può pensare alla massa iniziale come costituita dalle masse che rimangono in A e quella che parte in B. Quindi l'entropia è la variazione di entropia delle masse che è rimasta in A (è zero! perché è trasf.

adiabatica reversibile, quindi (entropia) generata ha a variazione di entropia della massa

Un ciclo di Carnot sul diagramma T-s è dato da:



Le trasformazioni sono 2 isoterme e 2 adiabatiche, tutte reversibili.

Essendo le trasformazioni 2-3 e 4-1

adiabatiche reversibili, sono anche isentropiche quindi:

$$S_3 - S_2 = S_4 - S_1 = 0$$

Non influenzano quindi la variazione di entropia.

Per quanto riguarda le isoterme, si ottiene la variazione di entropia come di precedenza:

$$S_2 - S_1 = Q \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) = 0 \text{ (essendo isoterme)}$$

$$S_4 - S_3 = Q \left( \frac{1}{T_4} - \frac{1}{T_3} \right) = 0 \text{ (essendo isoterme)}$$

Quindi anche per le isoterme vale:

$$S_2 - S_1 = S_4 - S_3 = 0$$

Quindi complessivamente  $\Delta S = 0$ , cioè al fine del ciclo dell'entropia, la presenza o meno di una macchina di Carnot tra serbatoio 1 e 3 è irrilevante.

Quindi:

$$ds = -R \frac{dp}{p}$$

Quindi viene che:

$$\Delta S_e = \int_{T_1}^{T_2} -R \frac{dp}{p} = -R \left( \frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_1} \right) =$$

$$= -\frac{R}{2}$$

- Quindi:  $\Delta S_{tot} = \Delta S_{par} + \Delta S_e$
- Inoltre sullo IP I principio per la trasformazione isoterma:

$$Q - L_i = \Delta U_{=0} \Rightarrow Q = L_i$$

Ma x il teorema dell'energia cinetica:

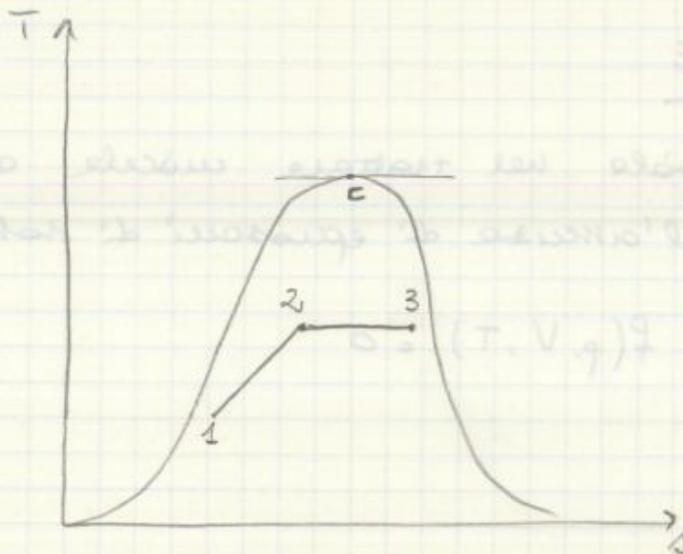
$$L_i = \cancel{L_e} + L_a + \cancel{L_o} + \Delta \cancel{E_p}_{=0} + \Delta \cancel{E_c}_{=0}$$

$$L_i = L_a$$

Quindi  $Q = L_a$

Ma considerando l'entropia:

$$\Delta S = \frac{Q}{T} \quad \text{Quindi: } L_a = Q = \Delta S_{tot} \cdot T_e$$



Nota che  
 il punto  
 critico è il  
 punto estremo  
 di esistenza  
 del liquido -  
 Il punto critico  
 è caratterizzato  
 da una certa

temperatura e da una certa pressione.

Nei problemi inizialmente un liquido liquido,  
 quindi avendo le pressioni, viene la  
 temperatura da tabelle di saturazione:

$$T_1 = 99,6 \text{ } ^\circ\text{C}$$

(Teoricamente per valori che non sono sulla  
 curva limite di uso il diagramma di Mollier)  
 sempre da tabelle viene che ad 1 bar:

$$v_{1g} = 0,0010434 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \quad (\text{Nota l'unità di}$$

$$v_{1v} = 1,696 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \quad (\text{unità!!})$$

NB: nelle tabelle la differenza delle entalpie  
 del vapore e del liquido rappresenta il calore  
 latente.

Quindi posso ricavare:

$$u = h - pv$$

$$h \text{ [} \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \text{]}; p \text{ [bar]}; v \text{ [} \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \text{]}$$

Quindi:  $h$  si moltiplica per 1000 <sup>e si porta in J/kg</sup> e la pressione si porta in Pascal, con il calcolo viene operato.

Quindi:

$$u_1 = h_1 - p_1 v_1 = 438,3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Al momento ancora ricavare la massa:

$$M_1 = \frac{V}{v_1} = 8,346 \text{ kg}$$

Tutto ciò per lo stato 1.

Sullo stato 2 sappiamo molto poco, devo sapere in quale stato si trova il fluido e dalle delle trasformazioni 1-2.

So solo che si trova a 21 bar. Da tabelle ricavo che:

$$v_{2c} = 0,0011809 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Per ricavare il valore a 21 bar che (non è nelle tabelle) faccio un'interpolazione lineare:

$$\frac{x - x_0}{x_1 - x_0} = \frac{y - y_0}{y_1 - y_0}$$

Inoltre ricavo:

$$h_{2L} = 920.0 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} ; \quad h_{2V} = 2499.4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$s_{2L} = 2.64021 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} ; \quad s_{2V} = 6.32152 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

Da cui viene:

$$h_2 = x_2 h_{2V} + (1-x_2) h_{2L} = 1256.7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$s_2 = 3.16 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$u_2 = h_2 - p_2 v_2 = 1218.9 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Applico il principio di conservazione dell'energia alla trasformazione 1-2:

$$Q_{1-2} - L_{1-2} = \Delta U = U_2 - U_1$$

$= 0$  (recipiente rigido)

Quindi:

$$Q_{1-2} = M_2 u_2 - M_1 u_1 = \overset{\text{essendo la massa costante}}{M_2} (u_2 - u_1) = 6515 \text{ kJ}$$

Per quanto riguarda lo stato 3. Abbiamo più informazioni; sappiamo che le condizioni salme non variano perché non variano né la pressione né la temperatura. Quindi posso scrivere:

$$h_3 = x_3 h_{2V} + (1-x_3) h_{2L} = 2611.4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$v_3 = x_3 v_{2V} + (1-x_3) v_{2L} = 0.08556 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$s_3 = 5.9364 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

$$\bar{T} = \frac{\Delta h}{\Delta S} \quad (\text{è temperatura media termodinamica})$$

Ma usando questa  $\bar{T}$  si ammettano ineliminabili interne (ipotesi corretta) le ineliminabili per il fatto che il fluido sta sempre in contatto con una fonte a  $260^\circ\text{C}$  (maggiore della temperatura di saturazione a 21 bar)  $\rightarrow$  no' con ineliminabili esterne.

Quindi devo considerare come  $T$  la temperatura della sorgente per considerare anche queste ineliminabili. Quindi:

$$S_2 - S_1 = \frac{Q_{1-2}}{T_s} + S_{irr1-2}$$

$$M_2 s_2 - M_1 s_1 = \frac{Q_{1-2}}{T_s} + S_{irr1-2} \quad \rightarrow \quad S_{irr1-2} = 2,48 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Nello stato 2-3 il fluido si trova in transiente quindi:

$$\left( \frac{dS}{dt} \right)_{vc} + G \Delta s = \frac{\dot{Q}}{T} + \dot{S}_{irr} \quad \text{da cui integrando:}$$

$$M_3 s_3 - M_2 s_2 - (M_3 - M_2) s_{2v} = \frac{Q_{2-3}}{T_s} + S_{irr2-3}$$

Quindi:

$$S_{irr2-3} = 2,14 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

$$\text{Quindi} \quad S_{irr} = S_{irr1-2} + S_{irr2-3} = 6,95 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

FINE

$$\Delta u_{1-2} = c_v (T_2 - T_1) - a \left( \frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right)$$

= 0  
essendo la  
trasformazione  
1-2 isoterma

Se applico al processo 1-2 il teorema di conservazione dell'energia ottenuto:

$$q_{1-2} - l_{1-2} = \Delta u_{1-2} \Rightarrow q_{1-2} = (u_2 - u_1) + l_{1-2} =$$

$$= -a \left( \frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right) + RT_1 \left( \frac{v_2 - b}{v_1 - b} \right) + a \left( \frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right)$$

Quindi:

$$q_{1-2} = RT_1 \ln \left( \frac{v_2 - b}{v_1 - b} \right)$$

È simile a quella cicliche per gas ideale, solo che il volume specifico è ora corretto col volume  $b$ .

Il processo 2-3 è adiabatica reversibile, quindi è isentropica.

Quindi:

$$s_3 - s_2 = c_v \ln \left( \frac{T_3}{T_2} \right) + R \ln \left( \frac{v_3 - b}{v_2 - b} \right)$$

= 0  
(essendo isentropica)

Da cui ricavare:

$$\ln \left( \frac{v_3 - b}{v_2 - b} \right) = - \frac{c_v}{R} \ln \left( \frac{T_3}{T_2} \right)$$

$$\frac{v_3 - b}{v_2 - b} = \left( \frac{T_2}{T_3} \right)^{\frac{c_v}{R}}$$

dove  $\frac{c_v}{R} = \frac{3}{2}$  per gas monoatomico

e vale  $\frac{5}{2}$  per gas biatomico.

la capacità produttiva di un sistema.  
 È definito come rapporto tra effetto utile e la spesa per ottenere tale effetto. La macchina di Carnot ha come effetto utile il lavoro netto del ciclo e la spesa è il calore. Ma il calore suministrato al gas è quello della trasp. 3-4 (perché nella trasp 2-2 la macchina cede calore).

Quindi:

$$\eta = \frac{L_n}{q_{3-4}} = \frac{q_{3-4} - |q_{1-2}|}{q_{3-4}} = 1 - \frac{|q_{1-2}|}{q_{3-4}}$$

Ma:

$$1 - \frac{|q_{1-2}|}{q_{3-4}} = 1 - \frac{RT_2 \ln \left( \frac{v_1 - b}{v_2 - b} \right)}{RT_3 \ln \left( \frac{v_4 - b}{v_3 - b} \right)} \quad (I)$$

La costante di elasticità R del gas di V.d.W. coincide con la costante di elasticità R del gas ideale.

Inoltre:

$$S_1 - S_2 = S_4 - S_3$$

→ lo si ricava anche solo osservando il profilo

Dove:

$$\left\{ \begin{array}{l} S_1 - S_2 = cv \ln \left( \frac{T_1}{T_2} \right) + R \ln \left( \frac{v_1 - b}{v_2 - b} \right) \\ S_4 - S_3 = cv \ln \left( \frac{T_4}{T_3} \right) + R \ln \left( \frac{v_4 - b}{v_3 - b} \right) \end{array} \right.$$

→ ricavate dalle equazioni di Gibbs considerando l'ipotesi di V.d.W.

06/11/13

V ESERCITAZIONE

(Esercizio in cui acqua ~~non~~ non è a condizioni di vapore saturo).

Esercizio 0.3

Dati:

$$p_1 = 15 \text{ bar}$$

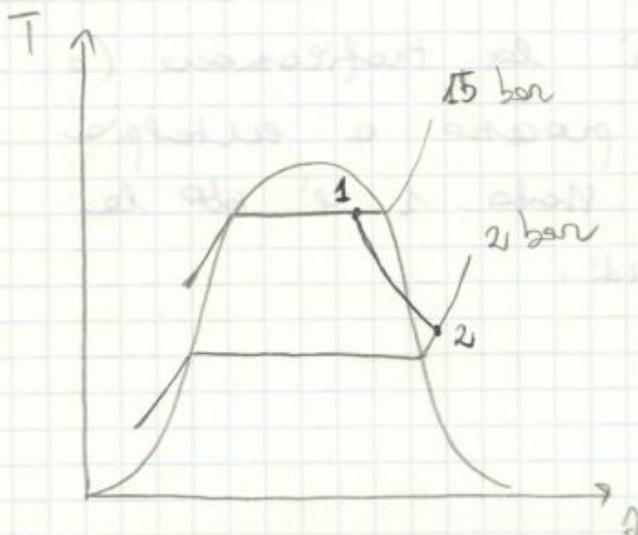
$$p_2 = 2 \text{ bar}$$

$$T_2 = 150^\circ\text{C}$$

Lo stato 1 è per definizione uno stato di liquido-vapore. Dello stato 2 conosco temperatura e pressione.

Quindi consulto tabelle di saturazione e controllo la temperatura di saturazione a pressione di 2 bar: scopro che la temperatura di saturazione a 2 bar è circa  $120^\circ\text{C}$ .

Quindi  $150^\circ\text{C} > 120^\circ\text{C}$ , quindi nello stato 2 l'acqua è in condizione di vapore surriscaldato, fuori quindi da curve liquide.



Quindi devo usare diagramma di Mollier. Posso ricavare intervenendo il sistema a  $150^\circ\text{C}$  con l'ipotesi a 2 bar

Se è uno stato di vapore umido, lo stato 2  
 sarà caratterizzato da un titolo:

$$x_2 = \frac{h_2 - h_{2L}}{h_{2V} - h_{2L}} = 0.93$$

Posso determinare anche l'entropia dello  
 stato 1

$$s_1 = (1-x_1) s_{1L} + x_1 s_{1V} = 6.3936 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

Quindi:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = 0.85 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

## Esercizio D.G

Dati:

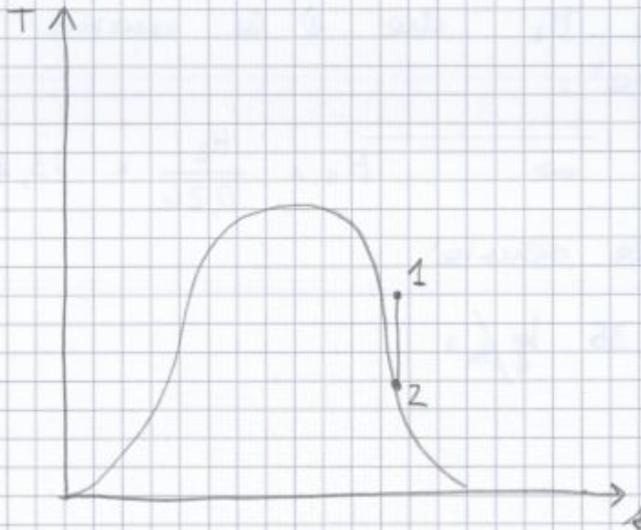
$$V = 1 \text{ m}^3$$

$$T_1 = 400^\circ\text{C}$$

$$p_1 = 50 \text{ bar}$$

$$M_{\text{spilata}} = 0,76 \text{ M iniziale}$$

?  $T_2, p_2$



Confrontando la temperatura  $T_2$  con quella di saturazione a 50 bar, noto che sono oltre la curva liquida. Quindi dal diagramma di Mollier ricaviamo:

$$s_1 = 6,76 \text{ kJ/kg K}$$

Si come il II principio implica:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = \frac{Q}{T} + s_{\text{irr}} = 0 \text{ (trasf. reversibile)} \\ = 0 \text{ (termicamente isolato)}$$

Allora:

$$s_2 = s_1 \text{ come da disegno.}$$

$$\text{Quindi: } s_2 = 6,76 \text{ kJ/kg K}$$

Esercizio D.6

Dati:

$$n_{O_2} = 2 \text{ mol}$$

$$(\bar{M}_{O_2} = 32 \text{ kg/kmol})$$

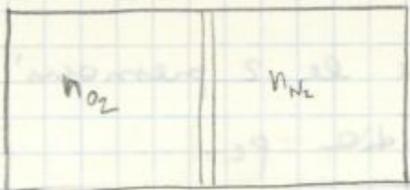
$$n_{N_2} = 4 \text{ mol}$$

$$(\bar{M}_{N_2} = 28 \text{ kg/kmol})$$

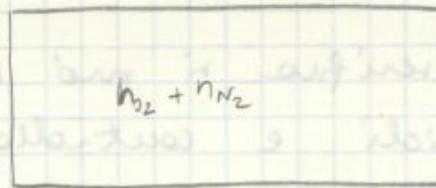
$$T = 600 \text{ K}$$

$$V_{O_2} = 3 \text{ m}^3$$

$$V_{N_2} = 5 \text{ m}^3$$



①



②

Quindi applico eq. di stato del gas ideale ai componenti:

$$p_{O_2} = \frac{n_{O_2} \bar{R} T}{V_{O_2}} = 2,214 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

Attenzione! Le moli sono espresse in [mol] e non in [kmol] quindi va fatta conversione perché  $\bar{R}$  è dipendente da [kmol].

$$p_{N_2} = \frac{n_{N_2} \bar{R} T}{V_{N_2}} = 2,661 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

Quindi nello stato 2:

$$p_2 = \frac{n \bar{R} T}{V} = \frac{(n_{O_2} + n_{N_2}) \bar{R} T}{V_{N_2} + V_{O_2}} = 2,496 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

Per calcolare le pressioni parziali dei 2 gas

Il processo è ovviamente intrinsecamente isotermo.  
 Quindi facendo i calcoli:

$$S_2 - S_1 = n_{O_2} \bar{R} \ln \left( \frac{P_{2O_2}}{P_{1O_2}} \right) + n_{N_2} \bar{R} \ln \left( \frac{P_{2N_2}}{P_{1N_2}} \right) = 31.96 \frac{J}{K}$$

↑ pressioni assolute  
↑ pressioni parziali

Già che il sistema è adiabatico,  $S_2 - S_1$  coincide con l'entropia generata nel processo:

$$S_2 - S_1 = S_{irr.}$$

Si genera l'entropia di miscelamento. Il processo è irreversibile.

Se le temperature dei gas fossero state stesse all'inizio, mi ricordo che il contenitore è RIGIDO e ADIABATICO cioè implica che:

$$U_1 = U_2$$

Quindi:

$$V_{2O_2} = n_{O_2} \frac{\bar{R} T_{2O_2}}{p_2}$$

$$V_{2O_2} = n_{O_2} \frac{\bar{R} T_{2O_2}}{p_2}$$

La pressione  $p_2$  è uguale <sup>per entrambi i componenti</sup> allo stato finale siccome in equilibrio barometrico.

Sappiamo inoltre che processo è isotermo, quindi:

$$T_1 = T_2 = T_{2O_2} = T_{2O_2}$$

dato che i volumi sono sommabili, allora:

$$V_{1O_2} + V_{1O_2} = V_{2O_2} + V_{2O_2}$$

ciò fa concludere che  $p_1 = p_2$  !! solo perché il processo è ISOTERMO !!!

Scriviamo ora il I principio:

$$Q - L_{1-2} = \Delta U = 0 \quad \rightarrow \quad \text{perché il processo è isotermo.}$$

la minima quantità di lavoro fornito dall'esterno è il lavoro reversibile, quindi:

$$L_{1-2}^{rev} = Q_{1-2}^{rev}$$

Quindi:

$$S_2 = n_{O_2} \left[ c_{pO_2} \ln\left(\frac{T_2}{T_0}\right) - \bar{R} \ln\left(\frac{p_{2O_2}}{p_0}\right) \right] + n_{O_2} \left[ c_{pO_2} \ln\left(\frac{T_0}{T_0}\right) - \bar{R} \ln\left(\frac{p_{2O_2}}{p_0}\right) \right]$$

Riassunto.

$$Td\delta = dU + pdV$$

$$\delta Q = dU + dI$$

} se il processo è reversibile queste 2 equazioni sono equivalenti (ovvero a livello numerico)

se il processo è irreversibile queste due relazioni continuano a valere, ma non sono + equivalenti!!

• PSICROMETRIA •

Studio delle miscele aria-vapore. Sua applicazione fondamentale è la climatizzazione degli ambienti. Le grandezze specifiche sono riferite alla massa di aria secca, semplicemente perché il vapore condensa stato, e l'aria secca no quindi:

$$x = \frac{M_v}{M_a} \quad ; \quad h = \frac{H}{M_a} \quad ; \quad \phi = \frac{M_v}{M_{vs/T}}$$

dove in particolare:

$$h = \frac{h_a M_a + h_v M_v}{M_a} = h_a + x h_v =$$

$$c_p (T - T_{ref})$$

↓  
massa di vapore che potrebbe a condizioni di saturazione per la temperatura

Il riferimento è  $T_{ref} = 0^\circ C$

Quindi per lasciare T in gradi °C.

Tracce:

$h_v$  per lo stato di riferimento assunto acqua

Esercizio D.8

Dati:

$$G_A = 1.09 \text{ kg/s}$$

$$T_A = 26^\circ\text{C}$$

$$\phi_A = 0.5$$

$$G_E = 0.12$$

$$T_E = 36^\circ\text{C}$$

$$\phi_E = 0.4$$

$$p = 1 \text{ atm}$$

} condizioni in un ambiente climatizzato d'estate

} condizioni esterne in estate

Negli impianti di climatizzazione l'aria si preleva dall'esterno; se le condizioni esterne sono estreme deve perdere molta energia per trattarla. Quindi si può prendere una parte di aria dall'esterno, miscelarla e trattare la miscela (con si fa rinfrescare l'aria ambiente) → ovviamente con limitazioni.

Tutti i processi dell'aria umida sono processi isobari

Quindi vale:

$$x_A = 0.622 \cdot \frac{\phi_A p_{vSA}}{p - \phi_A p_{vSA}}$$

Dalle tabelle viene presa:

$$p_{vSA} = 0.03363 \text{ bar}$$

Se le due portate si miscelano:

$$G_A h_A + G_E h_E = G_M h_M \quad (I) \Rightarrow \quad G_M = G_A + G_E \quad (II)$$

Essendo il sistema adiabatico e libero all'esterno i flussi entalpici si compensano. ~~Da cui ottenendo~~ combinando (I) e (II)

$$h_M = \frac{G_A h_A + G_E h_E}{G_A + G_E}$$

NB: la "portata d'aria" in psicrometria è  
la portata d'aria secca non la  
portata d'aria totale

Quindi:

$$h_M = 56.96 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Se falso l'ipotesi che la miscelazione non produce cambiamento di stato del vapore (cioè non produce condensazione), posso scrivere l'equazione di conservazione della massa di vapore.

$$G_A x_A + G_E x_E = G_M x_M$$

Quindi:

$$x_M = \frac{G_A x_A + G_E x_E}{G_A + G_E} = 0.0181$$

Da cui viene richiesta la temperatura.

~~dato~~ Quindi per trovare la temperatura  
devo interpolare 2 valori:

$$\frac{T_{HR} - 16}{17 - 16} = \frac{P_{VSR} - P_{V316^{\circ}C}}{P_{V317^{\circ}C} - P_{V316^{\circ}C}}$$

Però quindi:

$$T_{HR} = 16.58^{\circ}C$$

Determiniamo adesso il rapporto volumetrico di compressione:

$$r_v = \frac{v_1}{v_2}$$

La trasformazione 1-2 (compressione) è adiabatica reversibile quindi:

$$T_1 v_1^{\gamma-1} = T_2 v_2^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1} = r_v^{\gamma-1}$$

Quindi per ricavare  $r_v$ :

$$r_v = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 5.136$$

Se il ciclo è completamente reversibile internamente:

$$\eta = 1 - r_v^{1-\gamma} = 0.68$$

Viene inoltre chiesto rapporto tra pressioni maxime e minime cioè  $p_3/p_1$ .

Quindi ricorriamo da equazioni di stato:

$$v_3 = \frac{RT_3}{p_3} \quad v_1 = \frac{RT_1}{p_1}$$

La trasformazione 2-3 è isocora quindi:

$$v_3 = v_2 \quad \text{Quindi:}$$

$$r_v = \frac{v_1}{v_2} = \frac{RT_1}{p_2} \cdot \frac{p_3}{RT_3}$$

Quindi:

$$\frac{p_3}{p_2} = \frac{T_3}{T_1} r_v = 29.64$$

Spuntore e l'uguaglianza:

$$T_1 T_3 = T_2 T_4 \quad \Rightarrow \quad T_4 = \frac{T_1 T_3}{T_2} = 864.41 \text{ K.}$$

Esercizio E 2

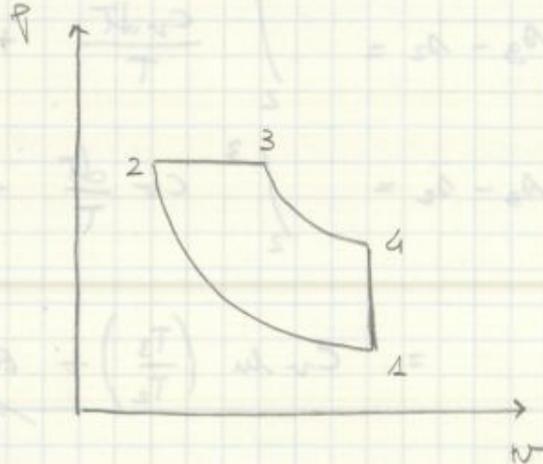
Dati:

$T_1 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$

$p_1 = 15 \text{ psi}$

$T_2 = 600 \text{ }^\circ\text{C}$

$T_3 = 1700 \text{ }^\circ\text{C}$



Il rendimento del ciclo Diesel è:

$$\eta = 1 - (r_v)^{\frac{1}{\gamma}} \frac{r_c^\gamma - 1}{\gamma (r_c - 1)}$$

Esodo 1-2 adiabatica reversibile:

$$T_1 v_1^{\gamma-1} = T_2 v_2^{\gamma-1} \quad \Rightarrow \quad \frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{\gamma-1} = r_v^{\gamma-1}$$

Quindi:

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} \frac{(T_3/T_2)^\gamma - 1}{\gamma (T_3/T_2 - 1)} = 0.416$$

Infatti:

$$r_c = \frac{v_3}{v_2} = \frac{v_3}{v_1} \cdot \frac{v_1}{v_2} = r_v \frac{v_3}{v_1} = \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \frac{p_3}{p_1} \cdot \frac{p_1}{p_2}$$

$$T_2 = T_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_1 \left( \frac{p_b}{p_a} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_1 r_p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 595.5 \text{ K}$$

Per calcolare  $T_4$  si sfrutta l'uguaglianza:

$$T_4 = \frac{T_1 T_3}{T_2} = 427.4 \text{ K}$$

Il compressore e la turbina lavorano tras. adiabatiche, quindi:

$$l_n = l_{t,c} + l_{t,e} = c_p (T_2 - T_1) + c_p (T_3 - T_4)$$

Quindi:

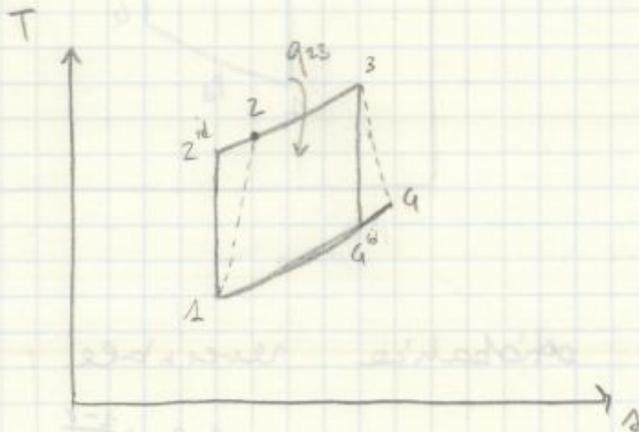
$$l_n = R \frac{\gamma}{\gamma-1} [T_2 - T_1 + T_3 - T_4] = 422.3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Ricorda che il fluido ha le proprietà dell'aria.

Inoltre:

$$\eta = 1 - r_p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 0.496$$

Cosa succede se compressione ed espansione sono adiabatiche IRREVERSIBILI??



i punti  $2^{id}$  e  $4^{id}$  coincidono con 2 e 4 del calcolo precedente cioè:

più basso di quello del caso ideale.

Si nota che nel caso reale  $q_{23}$  è decisamente minore rispetto al caso ideale.

NB: il rendimento isentropico è noto e può-

le quantità di calore scambiata al fluido (perché una parte di energia meccanica viene convertita in energia termica) fa sì che il fluido si dilata; ciò in compressione non mi aiuta, ma in espansione sì.

Per capire la parte di attrito ho bisogno di un modello.

Ho bisogno di una trasf. politropica in particolare dico che la parte di lavoro degli attriti interni è uguale al calore scambiato lungo una politropica tra 1 e 2 di esponente incognito:

$$q_{1,2} = q_{s2} = c_c (T_2 - T_1)$$

dove:

$$p_1 v_1^{n_c} = p_2 v_2^{n_c}$$

$$T_1 p_1^{\frac{1-n_c}{n_c}} = T_2 p_2^{\frac{1-n_c}{n_c}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1-n_c}{n_c}} = r_p^{\frac{n_c-1}{n_c}}$$

è la politropica ipotizzata per ricavare il contributo del lavoro di attrito.

Quindi:

Esercizio EQ

Dati:

Stato 1:

$p_1 = 1,5 \text{ bar}$

$T_1 = 200 \text{ }^\circ\text{C}$

le transf. 1-2:

$M(h_2 - h_1) = 600 \text{ kJ}$

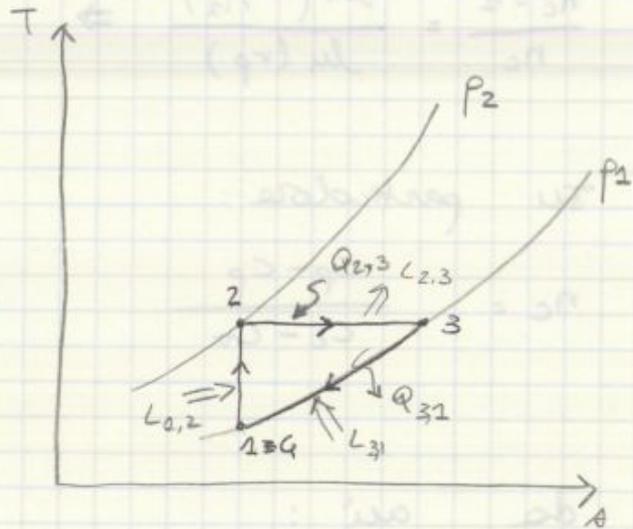
Stato 3:

$T_3 = T_2$

$p_3 = p_2$

Stato 4:

coincide con stato 1.



Per transf. 1-2 essendo adiabatica reversibile  
 cioè isentropica, scambia solo lavoro ( $L_{1-2}$ )  
 Tutte le transf. 2-3 e' isotermica quindi  
 viene somministrato calore ( $Q_{2-3}$ ) e viene  
 fornito calore all'ambiente esterno ( $L_{2-3}$ ).

Tutte lungo 3-4 si ha scambio di calore  
 e fornitura di lavoro.

$Q - L_i = \Delta H = M(h_2 - h_1)$   
 $= M c_p (T_2 - T_1)$

Stato 1-2 adiabatico.

$T_1 p_1^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_2 p_2^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow p_2^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = p_1^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow L_i = M c_p (T_2 - T_1)$

le transf. 2-3 e' isotermica quindi:

$T_2 = \frac{p_2 v_2}{R} = \frac{p_3 v_3}{R} = \frac{p_1 v_3}{R}$

da cui  $v_3 = v_1 = \frac{R T_2}{p_1}$

Trasformazione 3-1:

$$q_{3,1} = c_p(T_2 - T_3) = -400 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\begin{aligned} l_{3,1} &= q_{3,1} - c_v(T_2 - T_3) = c_p(T_2 - T_3) - c_v(T_2 - T_3) = \\ &= (T_2 - T_3)(c_p - c_v) = R(T_2 - T_3) = -116.3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \end{aligned}$$

Il lavoro netto scambiato è la somma dei termini di lavoro:

$$l_n = l_{1,2} + l_{2,3} + l_{3,1} = 134.5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$q_n = \underbrace{q_{1,2}}_{=0} + q_{2,3} + q_{3,1} = 134.5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Vale perché è una trasformazione chiusa. Calcolo il rendimento:

$$\eta = \frac{l_n}{q_{2,3}} = 0.252$$

↑  
lo ipso  
è il calore  
entrante

Quindi:

$$T_{a'id} = 42.2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1 = 1.0088 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg} \\ h_1 = 176.8 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = 0.6018 \text{ kJ/kgK} \end{array} \right.$$

Quindi:

$$h_{a'v} = 2577.3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$s_{a'v} = 8.2137 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

però quindi ricavare il titolo di  $a'id$ :

$$x_{a'id} = \frac{s_{a'id} - s_1}{s_{a'v} - s_1} = 0.716$$

Quindi:

$$h_{a'id} = (1 - x_{a'id}) h_1 + x_{a'id} h_{a'v} = 1896.3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Ora ho caratterizzato lo stato ideale.

Posso caratterizzare lo stato reale  $a$  in questo

modo:

$$\eta_{ise} = \frac{h_3 - h_a}{h_3 - h_{a'id}} \quad \text{da cui ricavare:}$$

$$h_a = h_3 - (h_3 - h_{a'id}) \eta_{ise} = 2077.1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Da cui ricavare il titolo:

$$x_a = \frac{h_a - h_1}{h_{a'v} - h_1} = 0.792$$

$$|q_{uscente}| = h_a - h_2 = 1900.3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Quindi:

$$\eta = 1 - \frac{|q_{uscente}|}{q_{entrante}} = 0.276$$

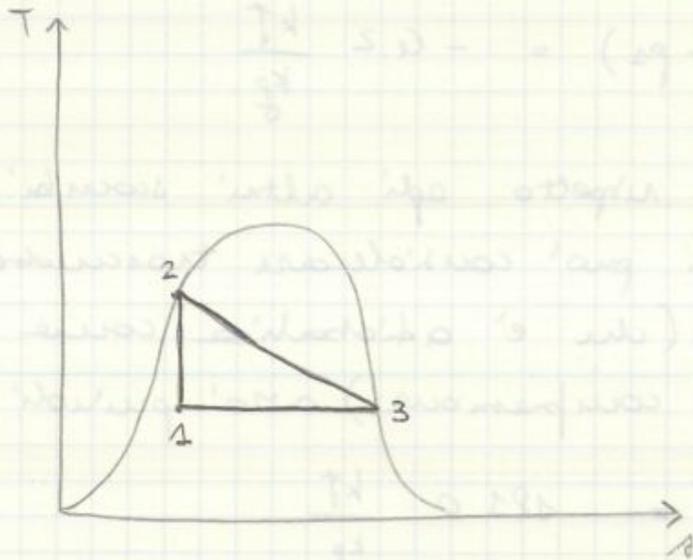
### Esercizio F.2

Dati:

$$M = 1 \text{ kg}$$

$$p_1 = 1 \text{ bar} = p_3$$

$$x_1 = 0.2847$$



Come sempre si volutamente i parametri di stato nei capisaldi e si fanno i calcoli.

x lo stato 1:

$$h_{a1} = 417.51 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_{2r} = 2675.6 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$u_1 = h_1 - p_1 v_1 = 1012.0 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Quindi:  $u_2 = h_2 - p_2 v_2 = 1205.8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

Ugualemente:

$$u_3 = 2510.5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Applichiamo ora il I principio alle 3 trasformazioni:

$$-l_{12} = u_2 - u_1 \Rightarrow l_{12} = u_1 - u_2 = -193.8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

La transf. 3-1 è isobara reversibile:

$$l_{31} = \int_3^1 p dv = p_3 (v_1 - v_3) = -121.1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

La transf. 2-3 avviene con scambio di calore con scambio di lavoro. Ma la transf. 2-3 è reversibile. Quindi:

$$q_{23} = \int_2^3 T ds = \bar{T} (s_3 - s_2)$$

Dal  $\bar{T}$  è la temperatura media di trasformazione. La transf. 2-3 è di fatto lineare, quindi:

$$q_{23} = \bar{T} (s_3 - s_2) = \frac{T_3 + T_2}{2} (s_3 - s_2) =$$

$$= 1996.2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

↑  
vale solo se summe  
LINEARE!!